前　言

60年代后期，我从建筑学专业本科毕业后，分配到基层设计单位工作。当时的特定环境，在相当长的一段时间里，从事了建筑学和建筑结构两个专业的民用、工业建筑设计，任务饱和，夜以继日，不但要搞出方案、扩初和施工图等几个阶段的设计图纸，还要经常跑工地，指导施工，直到将自己的设计图纸全部盖成房子。论建筑面积，抛去重复使用图纸，怕也有12万平方米之多。这样一种工作经历，使我较深刻地体会到了建筑学和建筑结构这两个专业之间的鱼和水的关系。这里有两层意思：一是建筑结构知识对于建筑学专业来说不是可有可无，而是至关重要的；二是建筑学需要的建筑结构知识有别于土木工程专业（以前曾称之为建筑结构专业或工民建专业），它有自己特殊的要求。

这种认识，并没有随着时间的推移而淡化，反而更加深刻。比如，在比较复杂的建筑设计方案过程中，建筑结构知识往往能使人产生既新颖大方，又切实可行的设计构思，此时凭实力中标的希望也就比较大，在评标会上，你对评委们的提问会应付自如，充满说服力。又如，古今中外很多著名建筑大师的设计作品，都是建筑学与建筑结构学两者的巧妙结合，不仅具有建筑形式美，而且结构合理，充满力度，能经受住时代变迁的考验。

80年代初期，我从建筑学研究生毕业后留校，基于上述的一种工作经历背景，我有幸承担了天津大学建筑学专业的《力学与结构》课的教学改革实践。1985年秋，我在天津大学建筑系开设《力学与结构》这门课，对原教学计划中的有关《理论力学》、《材料力学》、《结构力学》、《钢筋混凝土结构》、《砖石结构》和《钢木结构》等课程的教学进行了改革。与此同时，由我写出了配套教材《力学与结构》油印讲义，2年之后，天津大学、天津大学建筑系曾分别组织校内有关专家对讲义进行了评议，并于1987年在南京的“全国建筑教育讨论会”上进行了交流。该讲义经过3年试用并修改、补充后，《力学与结构》于1988年由天津大学出版社正式出版。该书出版后，受到了一些单位的欢迎，先后有十多所院校参考和使用。1989年，经全国高等学校建筑学学科专业指导委员会主任委员会提议，建设部人才司发文，委托我写出一本供高等学校建筑学类专业使用的《建筑力学与结构》，由中国建筑工业出版社于1992年正式出版。上述过程，至今已经过了14个年头的教学循环，我从中积累了一些有益的经验。

1990年，建设部制订了我国“高等学校建筑学专业教育评估标准”；1993年，建设部颁发了我国“一级注册建筑师考试大纲”。这两个文件对建筑学专业和建筑师所需的建筑结构知识提出了明确的要求。我曾惊喜地被几位朋友告知：“我通过了一级注册建筑师考试，其中建筑结构科目复习时用的是你写的书。”考试的成功，主要地还是应试者的功力所决定。但从中我体会到：我在建设部的两个文件颁发之前写的那两套书，其内容基本上符合了国家对建筑学专业和建筑师所需的建筑结构知识的要求，可谓不谋而合。

在这样一种形势下，天津大学出版社约我撰编一本《建筑师结构学》，以适应目前建筑学的教学和建筑师注册考试的需要。

关于这本书应该如何写？我考虑了如下几点：

1. 结合自己30余年从事建筑学和建筑结构两个专业的设计、教学实践，使本书少而精、学以致用，符合建筑学专业的学生和建筑师的思维特点。

2. 试图以建筑学专业学生所具备的相关知识（比如数学、物理学）为起点，来解决对建筑结构学科知识中基本概念的掌握和运用，叙述力求交待清楚，便于自学。

3. 以建设部颁发的两个文件（见上文）中对建筑结构学科知识的要求为纲，力求使本书的内容满足文件的要求。

4. 充分吸收自己以前所编写的《力学与结构》、《建筑力学与结构》等书的特点，进一步精简篇幅，并在每章的开头写出内容提要，结尾对每章作一个小结。这些内容完全是我个人的心得体会，实践证明是很有用的。

天津大学宋乘泽教授审阅了全部书稿。宋乘泽教授对建筑结构和建筑学两个专业精深、渊博的学识给了我极大的影响。他高尚、宽厚的长者风范是我做人的楷模。

天津大学出版社田素珍老师是本书的责任编辑。我的一本曾获国家级优秀教材奖的书《力学与结构》就是由田老师出任责编的。

天津大学的慎小嶷参加了本书第三、九、十二、十四、十九章的编写，设计并绘制了部分插图。

下列同志参加了本书的有关工作：插图绘制由江声、王亦春、李哲完成。例题校对由毛慧、易志成、石立、贾树人完成。全书的资料校核、文字加工由朱燕林完成。

限于我的学识水平和实践经验，我期待着读者对本书的缺点、错误提出批评意见。

慎铁刚　谨识

于天津大学建筑学院

1999年9月

目　录

前言

第一章　静力平衡 …… 1

内容提要 …… 1

第一节　力和物体的支座反力 …… 1

第二节　力矩与力偶 …… 5

第三节　力系的平衡 …… 8

第四节　重心 …… 16

第五节　小结 …… 18

习题 …… 20

第二章　静定结构的内力 …… 23

内容提要 …… 23

第一节　结构的内力综述 …… 23

第二节　轴力、剪力和弯矩 …… 27

第三节　内力图——轴力图、剪力图和弯矩图 …… 47

第四节　常用静定梁的内力图 …… 63

第五节　小结 …… 64

习题 …… 65

第三章　应力和强度 …… 68

内容提要 …… 68

第一节　应力和强度计算概念 …… 69

第二节　弯曲时的正应力 …… 69

第三节　截面的几何特征 …… 73

第四节　梁的正应力强度计算及举例 …… 77

第五节　提高梁抗弯能力的措施 …… 80

第六节　梁的剪应力强度计算及举例 …… 84

第七节　扭转时的应力 …… 88

第八节　构件在组合变形时的应力和强度计算及举例 …… 92

第九节　小结 …… 95

习题 …… 96

第四章　压杆的稳定 …… 99

内容提要 …… 99

第一节　压杆的三种平衡状态 …… 99

第二节　临界应力及举例 …… 101

第三节　压杆的实用计算法及举例 …… 104

第四节　提高压杆稳定性的措施 …… 106

第五节　小结…… 108
习题…… 108
第五章　结构变形的概念…… 109
内容提要…… 109
第一节　内力与变形的关系…… 109
第二节　梁在弯曲时的挠度、挠曲线方程及举例…… 112
第三节　定性分析及举例…… 116
第四节　提高梁的刚度的措施…… 117
第五节　变形校核及举例…… 118
第六节　超静定梁…… 119
第七节　力法概述…… 121
第八节　小结…… 128
习题…… 128
第六章　结构计算简图…… 129
内容提要…… 129
第一节　支座、节点和杆件的计算简图…… 129
第二节　荷载的分类…… 133
第三节　结构体系的简化…… 134
第四节　计算简图小结…… 138
第五节　平面体系的几何稳定分析及举例…… 138
第七章　结构的刚度…… 142
内容提要…… 142
第一节　刚度定义…… 142
第二节　杆件的刚度概念…… 143
第三节　截面的弯曲刚度…… 144
第四节　杆件的线刚度…… 147
第八章　超静定结构与弯矩分配法…… 150
内容提要…… 150
第一节　超静定结构和静定结构的差别…… 150
第二节　超静定结构的优缺点…… 151
第三节　超静定结构的计算方法概述…… 153
第四节　弯矩分配法计算连续梁和刚架及举例…… 153
第五节　弯矩分配法与电算结果的比较…… 172
第六节　等跨连续梁的内力查表计算及举例…… 173
第七节　小结…… 177
习题…… 178
第九章　近似计算…… 180
内容提要…… 180
第一节　单层框架在竖向荷载作用下的近似计算及举例…… 180

第二节　多层框架在竖向荷载作用下的近似计算及举例…… 184
第三节　多层框架在水平荷载作用下的近似计算及举例…… 191
第四节　近似计算的综合运用…… 197
第五节　近似计算法与电算结果的比较…… 203
第六节　小结…… 204
第十章　结构构件的强度计算…… 205
内容提要…… 205
第一节　将结构分解为基本构件…… 205
第二节　内力与截面的对应…… 210
第三节　截面强度设计方程的数学实质…… 211
第四节　建筑结构构件设计准则概述…… 211
第五节　小结…… 215
第十一章　钢筋混凝土受弯构件的强度计算…… 216
内容提要…… 216
第一节　钢筋混凝土结构强度计算中的几个常用表格…… 216
第二节　单筋矩形梁正截面强度计算及例题…… 219
第三节　双筋矩形梁正截面强度计算及例题…… 225
第四节　单筋 T 形梁正截面强度计算及例题 …… 230
第五节　正截面强度计算小结…… 235
第六节　钢筋混凝土梁斜截面强度计算及例题…… 240
第七节　钢筋混凝土梁斜截面抗剪强度计算小结…… 246
习题…… 247
第十二章　钢筋混凝土梁、板的构造措施…… 251
内容提要…… 251
第一节　梁、板的一般构造措施…… 251
第二节　板的构造要求…… 252
第三节　梁的构造要求…… 255
第十三章　钢筋混凝土柱的强度计算及构造措施…… 260
内容提要…… 260
第一节　钢筋混凝土轴心受压柱的强度计算…… 261
第二节　钢筋混凝土偏心受压柱的强度计算方法…… 266
第三节　矩形截面对称配筋偏心受压柱的强度计算步骤和例题…… 272
第四节　钢筋混凝土柱的构造经验…… 275
第五节　钢筋混凝土结构的伸缩缝…… 277
习题…… 278
第十四章　钢筋混凝土平面楼盖…… 279
内容提要…… 279
第一节　现浇单向板交梁楼盖…… 280
第二节　现浇双向板交梁楼盖…… 283

第三节　楼盖荷载的因素…… 285
第四节　双重井式楼盖的特点及计算…… 286
第五节　现浇无梁楼盖的受力与构造特点…… 288
第六节　装配铺板式楼盖…… 289
第七节　现浇交梁楼盖的设计及举例…… 294
第八节　小结…… 307
第十五章　楼梯、过梁及雨篷…… 308
内容提要…… 308
第一节　楼梯…… 308
第二节　过梁…… 318
第三节　雨篷…… 320
第四节　过梁和雨篷设计参考表…… 322
第十六章　砌体房屋…… 325
内容提要…… 325
第一节　墙、柱高厚比的验算…… 325
第二节　墙、柱等砌体构件的强度计算…… 329
第三节　构造措施和常用经验…… 336
第四节　房屋的变形缝…… 343
第十七章　钢屋盖…… 346
内容提要…… 346
第一节　概述…… 346
第二节　钢屋架的设计…… 349
第三节　轻型钢屋架概述…… 355
第十八章　木屋盖…… 357
内容提要…… 357
第一节　概述…… 357
第二节　设计概况…… 359
第三节　木屋盖的选用…… 361
第十九章　高层房屋结构…… 366
内容提要…… 366
第一节　概述…… 366
第二节　作用在高层房屋上的侧向荷载（或称水平荷载）…… 368
第三节　高层房屋结构总体布置…… 371
第四节　高层房屋的结构方案…… 375
第五节　高层或多层框架的近似计算方法…… 384
第二十章　基础…… 396
内容提要…… 396
第一节　地基土的承载力…… 396
第二节　基础的类型…… 397

第三节　基础底面尺寸的确定…… 401
第四节　多层与高层房屋的基础…… 405
第二十一章　钢筋混凝土单层厂房结构…… 408
内容提要…… 408
第一节　概述…… 408
第二节　单层厂房的结构组成…… 409
第三节　单层厂房平、剖面尺寸的确定…… 410
附录一　钢筋和混凝土的种类和力学性能介绍…… 414
附录二　块材、砂浆和砌体的种类及力学性能介绍…… 419
附录三　组合截面的回转半径（i）近似值 …… 423
附录四　本书采用的计量单位…… 424
参考书目…… 425
后记…… 426

第一章　静 力 平 衡

内 容 提 要

本章重点是研究物体在受到各种已知外力的条件下，物体的支座（或称约束）反力与已知外力处于静力平衡状态的有关问题：

(1) 把比较复杂的已知外力变换成比较简单的、易于计算的形式。这种变换必须保证不改变原来已知外力的性质和大小。

(2) 把被研究物体的支座代之以相应的支座反力（或称约束反力)。这种代换必须符合支座的实际状态。支座反力一般是未知和待求的。

(3) 根据画出被研究物体的受力图，将步骤 1 和 2 的已知外力和未知的支座反力列出相应的静力平衡方程，从而求出未知的支座反力。

综上所述，求出被研究物体（比如梁、桁架）的支座反力是我们本章的主要内容。而求出支座反力的目的则是为第二章探求物体的内力创造已知条件。

第一节　力和物体的支座反力

一、力和力系概念

(一) 力的概念

力是物体间的相互作用，其效果是使物体改变运动状态或发生变形。

物体间的作用总是相互的。用手击球，球受到手的作用力，同时也给手一个反作用力。用锤敲石头，石头受到锤的打击力，同时也给锤一个反作用力。作用力与反作用力，总是同时存在，它们的大小相等、方向相反、沿同一直线分别作用在两个物体上。这就是作用与反作用定律。或称为牛顿第三运动定律。

例如，物体搁在支座上，它对支座有作用力，显然支座也给物体一个反作用力，我们称这种支座对物体的反作用力为支座反力。

(二) 力系概念

在很多实际问题中，我们遇到的物体，其受力不止一个。将物体所受的一群力称做力系。

分析力系对物体的作用,不能单看其中某一力的作用效果,要看所有力的共同作用效果。

为了研究力系对物体总的作用效果，常需要把各力合成，求出它们的合力或合力偶，或者用一个较简单的力系代替原有力系，而不改变它对物体的作用效果。这类问题叫做力系的简化。

力系经过简化后，如果它的合力或合力偶等于零，说明力系中各力的作用效果相互抵消，此时物体的运动状态应该保持不变，原来静止的物体仍保持静止，原来以一定速度作直

线运动的物体，仍以原速度作匀速直线运动。这种运动状态不变的情况，称为平衡状态。例如，站在地面上的人，它的重力和地面给它的向上支持力大小相等、方向相反，其合力为零，人就在原处静止不动。

平衡状态是物体运动状态的一种特殊情况，只有当物体上所受各力满足一定的条件时，物体才会处于平衡状态。这些条件，称为力系的平衡条件。以后我们将着重讨论平衡条件。

二、力的平行四边形法则

(1) 实验证明，用相交两力为邻边作一平行四边形，从两力交点作该平行四边形的对角线，即为合力。这就是著名的力的平行四边形法则。

如图 1－1 所示，N_1、N_2 为作用于 A 点的两力，以这两力为邻边作出平行四边形 $ABCD$，则从 A 点作出的对角线 AC，就是 N_1 与 N_2 的合力 N。

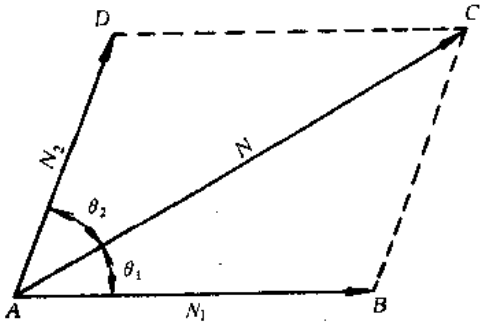


图 1－1 力的平行四边形法则

(2) 用力的平行四边形法则反过来也可以将任意一个力分解为两个分力。如图 1－1 中的 N_1 和 N_2 可以看作是 N 分解而成。当角 θ_1、θ_2 取值不同时将有不同的分力 N_1 和 N_2。

特殊情况，将一个力分解为互相垂直的两个分力，称为正交分解。研究建筑结构时经常用到这一概念。图 1－1 中 $\theta_1+\theta_2=90°$时为正交分解。

将力 N 看成是分力 N_1 与 N_2 的合力本身就是平行四边形法则，这一过程也叫做力的合成。

(3) 多个共点力合成时，可以先由两个力开始，用平行四边形法则求出它们的合力再与第三个力合成，如此重复运用平行四边形法则，最后可求出一个合力。

(4) 平行四边形法则用作图法最为方便，当然亦可数解，数解方法请参阅有关书籍，此处不予赘述。

三、支座和支座反力

(一) 约束

约束是物体之间的相互限制，或者可以理解为一个物体对另一个物体的支持作用。

显然，约束就是一种力的作用，它是通过约束物体对被约束物体所施加的力来体现的。研究对象受到约束，对它施加的力称为约束反力，约束反力的方向通常与所限制的位移方向相反。

(二) 支座

建筑工程中，约束总是通过支座来实现的。因此我们所说的约束，一般可理解为支座，而约束反力即指支座反力。为了叙述问题的方便，本节下面的叙述将只使用支座和支座反力这两个名词。

(三) 工程中几种常见的支座及其支座反力的特征

1. 柔性支座（图 1－2）

由拉紧的绳索、链条、皮带等柔软物体构成的支座称柔性支座。其支座反力的作用线沿柔体中心线，方向背离被张拉的物体。柔性支座的作用可由被张拉的物体上作用一个拉力来表示。如图 1－2 为柔性绳子张拉重物，显然绳子的张力 N_1、N_2 的合力应与重物 W_2 大小

相等，方向相反；类似地，N 与 W_1 应大小相等，方向相反。

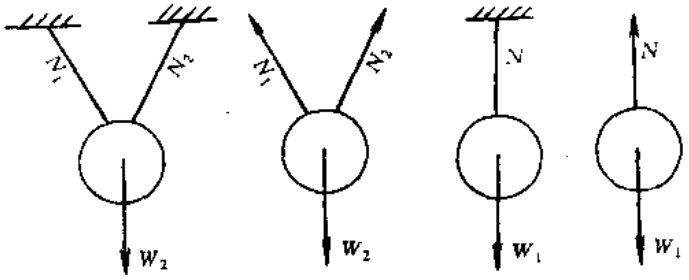


图 1－2　柔性支座

2. 光滑表面支座（图 1－3）

由光滑表面的刚性物体构成的支座为光滑表面支座。由于不存在沿光滑面滑动的摩擦阻力，解除支座后以垂直于光滑面的单个力来表明光滑面的作用。此时支座反力的方向已知但大小待求。

3. 滚轴支座（图 1－4）

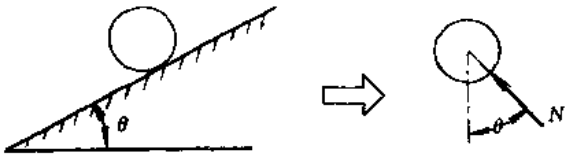


图 1－3　光滑表面支座

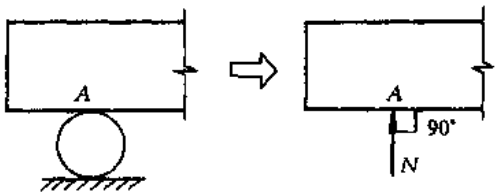


图 1－4　滚轴支座

由一个可以左右滚动的滚轴对物体构成的支座。滚轴对物体的作用与光滑面相似，解除支座后以滚轴所在处的一个垂直于表面的力来代表。其指向和大小待求。

滚轴支座与光滑面支座的不同之处在于，滚轴支座只允许物体滚动移动而不允许离开滚轴移动；而光滑面支座不但允许物体沿光滑面移动，而且物体还可以脱离光滑面“飞”走。

4. 铰支座（图 1－5）

由一个可以转动的销子铰对物体所构成的支座为铰支座。光滑销施加于物体的力是通过销子，以某个未知角度出现的。解除支座后通常将此力表示为两个互相垂直的分力，其指向和大小待求。

铰支座只允许物体围绕支座中心转动，不允许直线移动。

5. 固定支座（图 1－6）

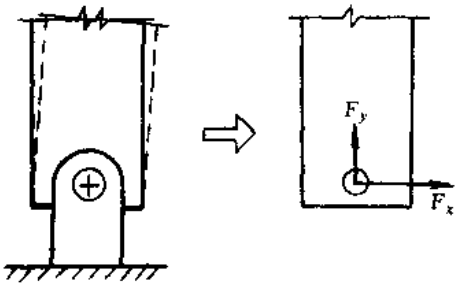


图 1－5　铰支座

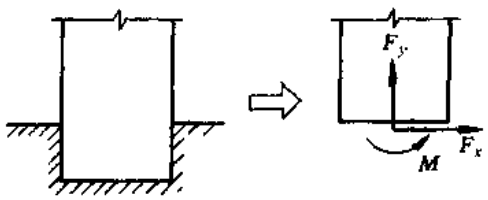


图 1－6　固定支座

通常在物体被嵌固时发生，解除支座后通常表示为两个互相垂直的分力和一个力偶。其分力和力偶的指向和大小待求（力偶概念详见本章第二节）。

四、画受力图

适当地选择研究对象并正确地画出它的受力图，是求解物体的支座反力和对物体进行力学分析的重要环节。

一张正确的受力图应该画出研究对象所受的全部外力。它们既包括那些已知外力，也包括所受外界物体支持处的支座反力。因为支座的作用已经用相应的支座反力表示出来了。所以受力图上就不再把支座画上去，去掉支座而用相应的支座反力来代替它，这一分析方法常称为“解除支座原理”。画受力图时，要求解除所有的外界支座并代之以相应的支座反力。这样就好象把研究对象从它周围的物体中“脱离”出来，所以研究对象又叫脱离体，它的受力图又叫“脱离体图”，或者叫“受力图”。

在画受力图时常易发生的错误之一，就是解除支座不彻底，因此受力图上的力就是不完全的，即缺少某些支座反力。用这样的图进行分析计算，会导致不正确的结果。必须特别注意。

在画受力图时，有许多力的大小还是未知的，所以受力图上代表各力的箭头，只要求明确表示出它们的作用点和方向，而不必按比例尺画出它们的大小。一般来说，箭头应画在它的实际作用点处，不要应用力的可传性移到作用线上其它地方，以免混淆不清。某些箭头的指向如果暂时无法确定，可以先行假定，等计算后，再根据计算结果的正负号进行修正。铰链支座的反力的方向不能确定时，可用本节前面介绍的力的分解方法表示出来。

现将画受力图的基本步骤叙述如下：

(1) 根据研究问题的性质、范围选取一定的研究对象，它可以是一个物体，也可以是若干物体组成的一个系统。在某些问题中，也可以选定几个研究对象，它们的受力图应分别画出。

(2) 画出研究对象的大概形状，标出各力作用点的位置及代表字母。

(3) 画出代表已知外力的箭头。

(4) 逐个解除支座，画出相应的支座反力。每一支座反力应根据该支座的类型和性质来确定。

(5) 全面检查一遍，看有没有遗漏的力，有没有重复的力，有没有实际不存在（无施力体）而虚加上去的力。另外，还应注意受力图上只画所选定研究对象的外力，而不要画出其内力。

例 1-1 图 1-7 是几个建筑结构解除支座后的受力图。

例 1-2 图 1-8 (a) 中的横梁重 W，重心在其中点 C。其左端 A 点处为铰支座，右端 B 点处用一个二力杆 BD 与竖墙相连，梁在水平位置上处于平衡，尺寸及角度如图，画出梁的受力图。

解 以横梁为研究对象，先单独画出横梁的简图 1-8 (b)，由题意知横梁共受三个力：重力 W 和 A、B 处的支座反力。先画出已知力 W。但怎样确定 A、B 两点处铰链的支座反力呢？由题知 BD 为二力杆，若以 BD 杆为研究对象，则其 B、D 两端所受之力应满足二力平衡条件。所以 S_D、S_B 的作用线均沿 B、D 连线。从图示构造可以看出 BD 杆受拉伸，这样就可定出 BD 杆上两端所受力的方向。又根据作用与反作用定律知，BD 杆与横梁在铰链 B 处互相作用的力是等值、反向、共线的，因此横梁上 B 点所受支座反力 S'_B 应与 BD 杆上 B 端所受之力 S_B 大小相等、方向相反、作用在一条直线上，这样横梁上 B 点所受支座反力 S'_B 的方向就确定了。

横梁上 A 点的支座反力，单从它的支座类型（铰支座）还不能确定其方向，一般而言，

可以用力的分解法表示为两个互相垂直的分力 N_1 和 N_2，N 是它们的合力，见图 1－8(b)。

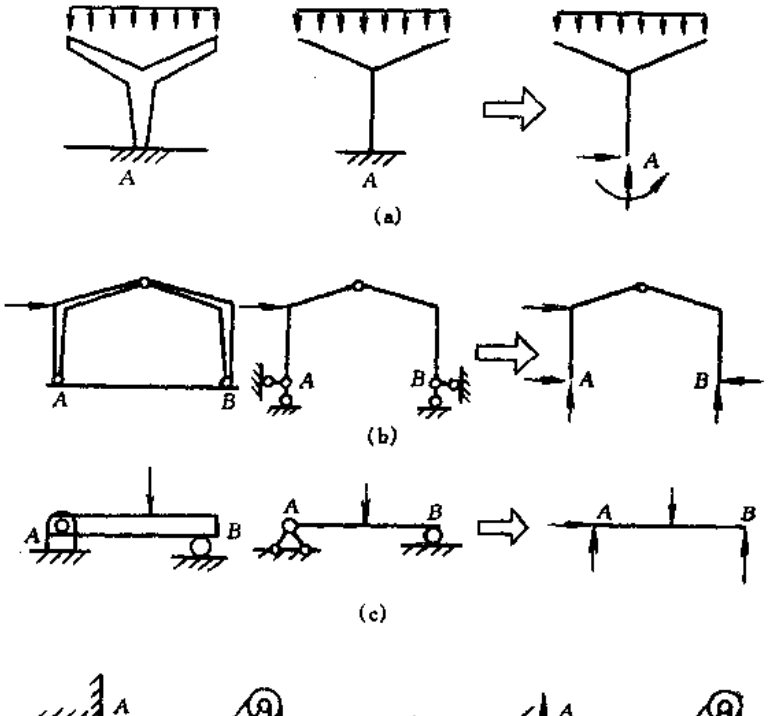


图 1－7　受力图

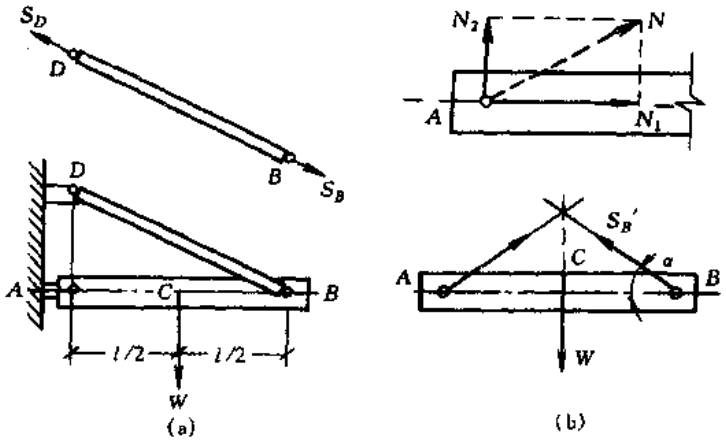


图 1－8　例题

第二节　力矩与力偶

一、力矩

（一）力臂与力矩

经验告诉我们，要使物体绕某一点（或轴）发生转动，必须使所用力的作用线与该点（或轴）之间有一定的垂直距离，称为力臂。如图 1－9 的虚线所示，力 F 欲使物体转动，

必定 AC 不为零。或者说，F 不能过 A 点。

由实验知，力使物体转动的效果，既与力的大小成正比，又与力臂的大小成正比。所以用力与力臂的乘积来度量力使物体转动的效果，这个乘积称为力矩。力矩一般针对外力而言。

我们常选定某一点来讨论力使物体绕该点转动的可能性，这就需要计算力对选定点的力矩。这一点可以是转动中心，也可以是其它的点。被选定计算力矩的参考点叫做矩心。这时力臂就是力作用线到矩心的垂直距离。

因为同一个力对于不同矩心的力臂可能不同，其力矩也就不同，所以在谈到力矩时应该同时指明矩心的位置，称为力对某点之矩。

矩心和力作用线所决定的平面，称为力矩作用面。过矩心而与此平面垂直的直线，就是该力矩使物体转动的轴线（图 1－10）。

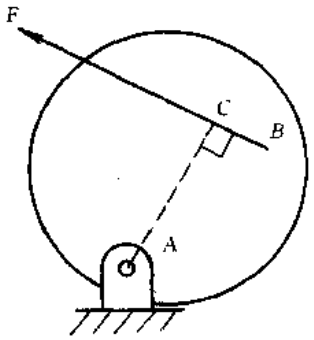


图 1－9 力矩

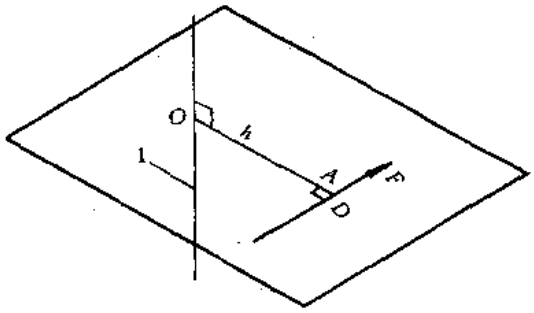


图 1－10 力矩作用面

1—过矩心与平面垂直的直线；h—力臂；FD—力的作用线；O—矩心

顺着力矩的转动轴线看力矩所在的平面，如图 1－10 中从上往下看，物体绕矩心转动的方向有逆时针和顺时针两种，所以力矩的转向也有这两种。因此在同一平面内几个力矩相加是求代数和，称为求它们的合力矩。应该指出，力矩的符号采用顺正逆负或顺负逆正的规定都可以，只要在同一问题中统一即可，本书的例题采用了这一方法。

（二）力矩的平衡

位于同一平面内的各力 F 作用于某一物体上，如果这些力对该平面内某一点 O 的力矩代数和为零，记作：

$$\Sigma M_O = 0 \tag{1-1}$$

则该平面力系使某一物体绕 O 点转动的作用效果为零。在此情况下，若 O 点正是物体的转动中心（物体的固定转轴与力系平面的交点），则物体不会转动，所以式（1－1）称为力矩平衡条件或力矩平衡方程。中学课本的杠杆原理，就是力矩平衡条件的一个例子。

二、力偶

平面内一对等值反向且不在同一直线上的平行力称为力偶，它是一个不能再简化的基本力系。它对物体作用的运动效果是使物体产生单纯的转动。这里的“偶”字是指一对。

注意力偶与力矩的区别，力偶是一个基本力系，其要素有三：即力是成对出现，它们大小相等而方向相反，平行但不在同一直线上；力矩是用来度量某一个力对某一点产生转动作用的大小的物理量，其要素有三：即力的大小，力的方向，力与作用点的距离。力偶与力矩

的相同之处是它们均使物体产生转动。

我们用手拧开水龙头、用钥匙开锁、用螺丝刀上紧螺丝、两手转动方向盘等等，往往就是利用力偶工作。图 1－11 中两人推动绞盘横杆的力 F 与 F' 如果平行且相等，就构成一个力偶。

为了衡量力偶作用于物体的转动效果，可计算一下该力偶的两力对任一点的合力矩。设 $F=F'$ 是作用在物体上的一个力偶（图 1－12），如果我们选定某一点 O 为矩心，从 O 点向这两力作用线作公垂线，其垂足分别为 C、D，则力偶两力对 O 点的合力矩为

$$M_{O,F}+M_{O,F'}=F\cdot OC-F'\cdot OD=F\ (OC-OD)\ =F\cdot CD,$$

CD 为两力作用线间的垂直距离，记作 d，则上式可写作

$$M_{O,F}+M_{O,F'}=F\cdot d.$$

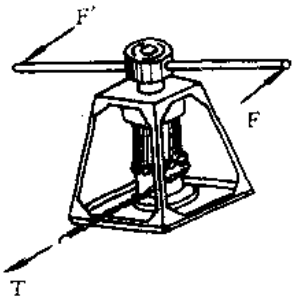


图 1－11　力偶实例

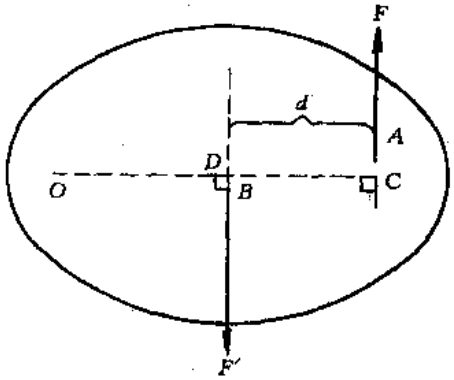


图 1－12　力偶矩

从上式可以看出，这个计算结果与 O 点的具体位置无关。也就是说。无论矩心在何处，此力偶矩之和为一常数 $F\cdot d$。因此我们可以用乘积 $F\cdot d$ 来度量力偶作用于物体的转动效果，称为力偶的力偶矩，两力作用线间的垂直距离称为力偶臂，两力作用线所决定的平面称为力偶的作用面。显然，力偶矩也是一种力矩，只不过它是特指力偶所产生的力矩。

在同一作用面内的几个力偶，称为共面力偶系。它们在作用面内的转向，也有逆时针和顺时针两种，所以在共面力偶系中，各力偶矩可以看作代数量，其正负号规定与力矩统一。

由以上叙述可知，力偶有如下的重要性质：

只要保持力偶矩的大小、转向不变，力偶在其作用面内的位置可以任意旋转或平移。在受力图中常用一个带箭头的圆弧线 ↻ 或 ↺ 来表示力偶矩。

三、力和力偶的合成

图 1－13（a）表示建筑结构计算中某一柱的横截面上受到一个力 N 和力偶矩 M 的作用。图 1－13（b）表示在原来力和力偶作用的平面内加上两个合力偶矩为零的力偶，其一为 M'，另一个用一对等值的反向的力 N' 组成（注意设 $N'=N$）。显然图 1－13（b）并不改变图 1－13（a）的受力状况。图 1－13（c）是在图1－13（b)的基础上得出的。在图 1－13（b）中，M' 与 M 抵消，向上的虚线力 N' 与向下的 N 抵消，故有图 1－13（c）的形式。也就是说，图 1－13（a）与图 1－13（c）可以互相转化。

在以后进行建筑结构的力学分析中我们得出的结果往往呈现图 1－13（a）的形式，而在对柱的横截面进行强度设计时，往往使用图 1－13（c）的形式。显然，它们本质上是相同的。

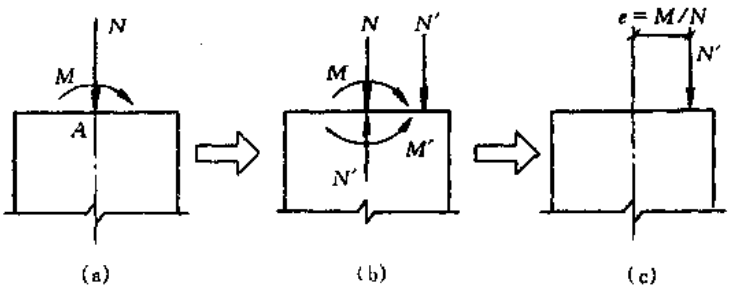


图 1－13 力和力偶的合成

另一方面，我们由图 1－13（c）与图 1－13（a）效果相同的结论，可以把任一个力 N' 向指定点A平移，其附加条件是要增加一个力偶矩M，这对研究平面任意力系平衡时是很有用的。下面的例子说明了力的平移过程和方法。

例 1－3 将图 1－14 的同一平面上的 3 个非共点力（即三力的作用线不交于同一点）向 O 点平移结果是什么？

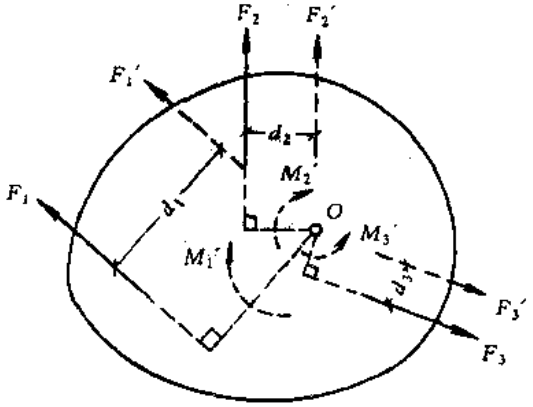


图 1－14 例题

解 由上面证明的结果分别将 F_1、F_2 和 F_3 的作用线平移通过 O 点，即力 F'_1、F'_2 和 F'_3。与此同时应附加三个力偶矩即 M'_1、M'_2 和 M'_3。

平移后的力不仅方向与原力平行，而且大小相等。由图中虚线箭头所示，它们构成一个平面共点力系。

附加力偶的方向如图所示，其大小为

$$M'_1 = F_1 \cdot d_1$$

$$M'_2 = F_2 \cdot d_2$$

$$M'_3 = -F_3 \cdot d_3$$

这三个力偶矩又可以合成为一个合力偶矩 M。其大小和方向由 M'_1、M'_2 和 M'_3 的代数和决定。

$$M = M'_1 + M'_2 - M'_3$$

这道例题的内容又叫做力的平移。显然，力和力偶的合成过程实质上就是力的平移。

第三节 力系的平衡

研究力系的平衡规律可以使我们从某些已知条件出发，求出另一些未知力的大小或方向。这是研究力系平衡的主要目的。

一、力对坐标轴的投影

（一）力矢

一个力可以用一带箭头的直线来代表，箭头的长度按某一比例尺表示力的大小，箭头的方向表示力的方向。作用于某一物体的力的作用点也可以在画箭头时定出来。我们叫这种代表力的箭头为力矢。

（二）力的投影

从力矢的始端和末端分别向某一选定的坐标轴上作垂线，两垂足间的线段表示该力在坐标轴上的投影。其大小可以很方便的计算出来。其方向则由坐标轴的方向决定。图 1－15（a）所示，从力矢始端垂足 a 到末端垂足 b 的方向与坐标轴正向相同时，其投影为正值，反之为负值。故力在坐标轴上的投影为代数量，图 1－15（a）中力的投影数值可用下式计算

$$F_x = +F\cdot\cos\alpha$$

F_x 表示力 F 在 x 轴上的投影，α 为力矢与坐标轴所夹锐角，或力矢与平行于坐标轴的直线的夹角。当然力 F 也可以向其它的坐标轴投影，只要把三角函数换成相应的函数符号即可。比如图 1－15（b）中的 F_y 可以用下式计算出来

$$F_y = -F\cdot\sin\alpha$$

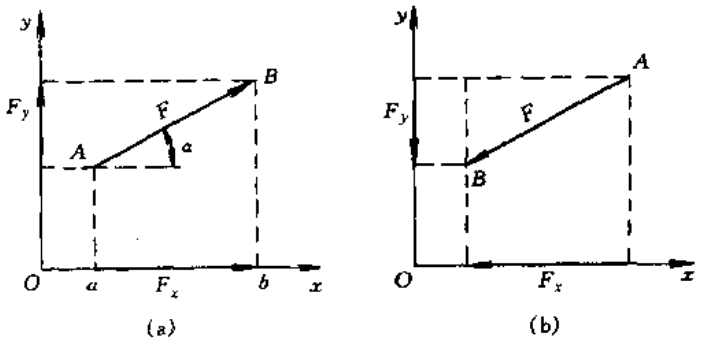


图 1－15　力的投影

二、力系的平衡及举例

（一）平面汇交（或共点）力系（即平面内各力的作用线或其延长线全部交于同一点的力系）的平衡方程

一般以平面力系的汇交点为坐标原点建立二维的 x，y 直角坐标系。将各力向坐标轴投影。若该力系是平衡的。则其合力应为零。由此可以得出如下规律：合力在 X 与 Y 轴上的投影代数和也应分别为零。用式子表示为

$$\begin{cases}\Sigma X = 0\\ \Sigma Y = 0\end{cases} \tag{1-2}$$

式（1－2）称为平面共点力系的平衡方程，这两个方程互相独立，可以用它联立求解两个未知力。

（二）空间汇交（或共点）力系（力不在同一平面内的力系称空间力系，汇交概念同前）的平衡方程

一般以空间共点力系的交点为坐标原点建立三维的 x、y、z 直角坐标系。将各力向三个坐标轴分别投影。若该力是平衡的，则其合力应为零。由此得出如下规律：合力在 X、Y 与 Z 三个轴上的投影代数和也应分别为零。用式子表示为

$$\begin{cases}\Sigma X = 0\\ \Sigma Y = 0\\ \Sigma Z = 0\end{cases} \tag{1-3}$$

式（1－3）为空间汇交（或共点）力系的平衡方程，这三个方程互相独立，可以用它联立求

解三个未知力。

例 1－4 图 1－16（a）是一个桅杆起重装置的简图。杆 BC 是铅垂的，滑轮 A 装在臂杆 AC 的上端，在滑轮轴上用钢索 AB 将杆 AC 拉住。被吊起的重物重 $W=20\text{kN}$，不计滑轮、钢索、杆 AC 的重量及滑轮轴的摩擦，求杆 AC 和索 AB 所受的力。

解 取滑轮 A 为脱离体。作用在它上面的力有四个，其中钢索 AB 的拉力 T_{AB} 和二力杆 AC 的撑力 S_{AC} 都作用在轮心，起重钢索 AD 段的拉力 T_{AD} 以及它的铅垂段的拉力 20kN 虽然都是作用在轮缘，但是它们的大小相等，它们的合力通过轮心。可见拉力 T_{AD} 和 20kN 的铅垂拉力都可看作是作用在轮心上，即可不计滑轮的尺寸而把它看作是一点。于是上述的四个力组成一个平衡的平面汇交力系，如图 1－16（b）所示。

据式（1－2）：

$$\Sigma X=0,\qquad S_{AC}\cdot\cos45^\circ-T_{AD}\cdot\cos30^\circ-T_{AB}\cos30^\circ=0$$

$$\Sigma Y=0,\qquad S_{AC}\cdot\sin45^\circ-T_{AD}\cdot\cos60^\circ+T_{AB}\cdot\cos60^\circ-20=0$$

将 $T_{AD}=20\text{kN}$ 代入，然后求解这个方程组，可得

$$T_{AB}=9.3\text{kN}\qquad S_{AC}=35.9\text{kN}$$

所求得的 T_{AB} 和 S_{AC} 都是正值，说明图 1－16（b）中所画的这两个力的方向正确。滑轮作用在杆 AC 上的力与图中力 S_{AC} 的大小相等，方向相反，这就是杆 AC 所受的力，是压力。

本题属于平面汇交（或共点）力系的类型。

例 1－5 支架 ABC 的铰 C 处受有 8kN 的铅垂荷载作用，图 1－17（a）。不计架重。求这两杆所受的力。A、B 两铰在同一铅垂线上，$\angle ADC=90^\circ$。

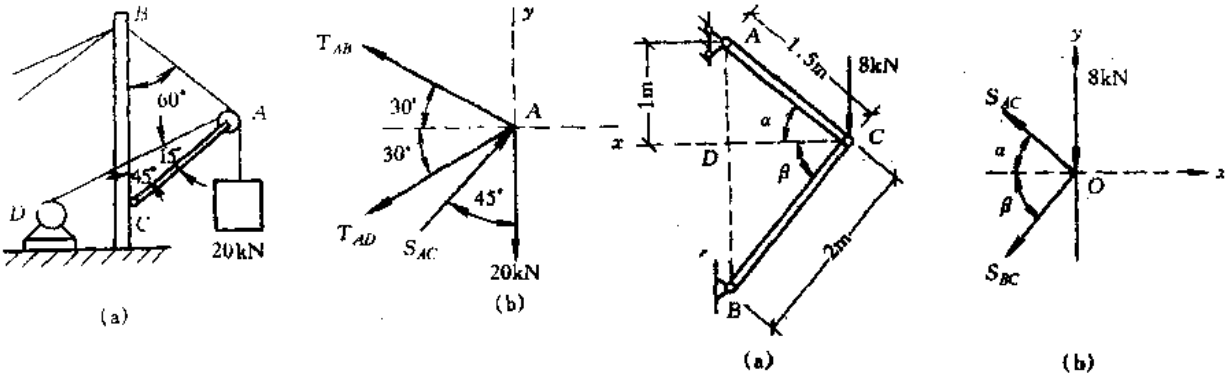


图 1－16 例题　　图 1－17 例题

解 以铰 C 为脱离体。它受有三个力作用：大小等于 8kN 的铅垂荷载和 AC、BC 两杆对它的反力。因架重不计。这两杆都是二力杆，所以它们对铰 C 的反力 S_{AC} 和 S_{BC} 都沿各自两端铰链中心的连线。设这两杆都受拉力，可画得铰 C 的受力图如图 1－17（b）所示。取图示的坐标轴，即可列出下面的两个平衡方程：

$$\Sigma X=0,\qquad S_{AC}\cdot\cos\alpha+S_{BC}\cos\beta=0$$

$$\Sigma Y=0,\qquad S_{AC}\cdot\sin\alpha-S_{BC}\sin\beta-8=0$$

由图 1－17（a）可得

$$CD=\sqrt{1.5^2-1^2}=\sqrt{1.25}=1.12\text{m}$$

$$BD=\sqrt{2^2-1.25}=\sqrt{2.75}=1.66\text{m}$$

所以　　$\sin\alpha=\dfrac{1}{1.5}=0.667,\qquad \cos\alpha=\dfrac{1.12}{1.5}=0.747$

$$\sin\beta=\frac{1.66}{2}=0.830,\qquad \cos\beta=\frac{1.12}{2}=0.560$$

将这些值代入两式，得

$$S_{AC}=4.51\text{kN},\quad S_{BC}=-6.01\text{kN}$$

AC、BC 两杆所受的力与它们对铰 C 的反力 S_{AC}、S_{BC} 大小相等、方向相反。现在求得的 S_{AC} 是正值而 S_{BC} 是负值，说明原设的杆 AC 受拉是正确的，杆 BC 受拉不对，它实际上是受压力。

本题属平面共点力系类型。注意角度 α 和 β 常由杆件的几何位置条件导出。

（三）平面任意力系（即平面内各力的作用线或其延长线不全交于同一点的力系）的平衡方程

由本章第二节知，平面任意力系内的各力都可以分别向某一点平移，平移的结果将形成一个平面汇交力系和一个平面力偶系。因此，我们可以在平面汇交力系的基础上建立任意力系的平衡方程，即在式（1－2）的基础上补充一个合力偶矩为零的方程。用式子表示为

$$\begin{cases}\Sigma X=0\\ \Sigma Y=0\\ \Sigma M_O=0\end{cases}\tag{1-4}$$

（1－4）式的含义是：力系中所有各力在两个坐标轴上投影的代数和都为零，这些力对平面内某一点的力矩代数和也等于零。

式中三个方程彼此独立。因此联解式（1－4）可以求出三个未知力。

（四）空间任意力系的平衡方程

空间力系由于具有三维的坐标系，因此除了力对三个轴的投影为零可以写出三个独立的方程之外，力偶矩也将有三个作用平面，由此可以写出三个力偶矩为零的方程。具体的计算此处从略。

例 1－6　图 1－18（a）所示为一简支梁，在 C 处作用有一力偶，梁的跨度 $l=5\text{m}$，试求 A、B 两处的支座反力。

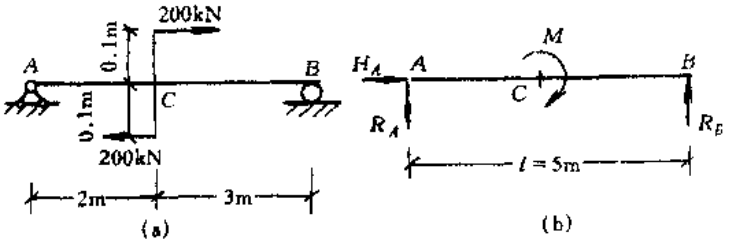


图 1－18　例题

解　取 AB 梁为脱离体（图 1－18b）。作用在梁上的有已知的力偶，其力偶矩 $M=200\times0.2=40\text{kN}\cdot\text{m}$。还有 A、B 两处的支座反力。滚轴铰支座 B 的反力 R_B 的作用线是铅垂的。因梁 AB 平衡，所以 R_A 和 R_B 二力必须组成一个力偶，才能与力偶矩为 $40\text{kN}\cdot\text{m}$ 的力偶平衡。应用式（1－4）得

由 $\Sigma X=0$，　　$H_A=0$

由 $\Sigma M_A=0$，　　$-M+R_B\times5=0$

$$R_B=\frac{M}{5}=\frac{40}{5}=8\text{kN}$$

由 $\Sigma Y=0$，　　$R_A=R_B=8\text{kN}$

所求得的 R_A、R_B 都是正值，表示受力图中所画的这两力的指向是正确的。

本题属于平面任意力系类型。

例 1－7　图 1－19（a）示一简支梁，其上受有集中荷载 $Q_1=20\text{kN}$ 和 $Q_2=30\text{kN}$ 作用，尺寸如图示，梁重不计，试求 A、B 两支座的反力。

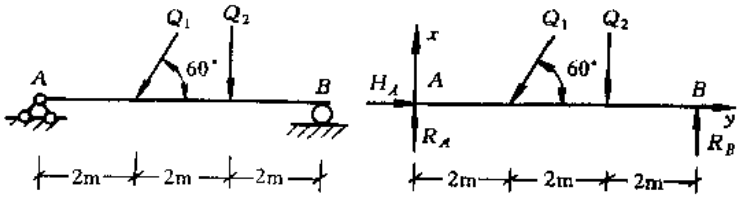


图 1－19　例题

解　取 AB 梁为脱离体画出受力图如图 1－19（b）所示。作用在梁上的是一个平面任意力系。取图示的坐标轴，根据平衡方程（1－4）：

由 $\Sigma X=0$，　　$H_A-Q_1\cdot\cos60^\circ=0$

$$H_A=20\times\frac{1}{2}=10\text{kN}$$

由 $\Sigma M_A=0$，　　$R_B\times6-Q_2\times4-Q_1\cdot\sin60^\circ\times2=0$

$$R_B=\frac{1}{6}\left(30\times4+20\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\right)=25.8\text{kN}$$

由 $\Sigma Y=0$，　　$R_A+R_B-Q_1\cdot\sin60^\circ-Q_2=0$

$$R_A=-25.8+20\times\frac{\sqrt{3}}{2}+30=21.5\text{kN}$$

例 1－8　图 1－20（a）示一钢筋混凝土刚架，在其左侧受到一水平推力 $P=5\text{kN}$ 的作用，刚架顶上有均布载荷 $q=22\text{kN/m}$，刚架自重不计，尺寸如图示。求 A、B 处的支座反力。

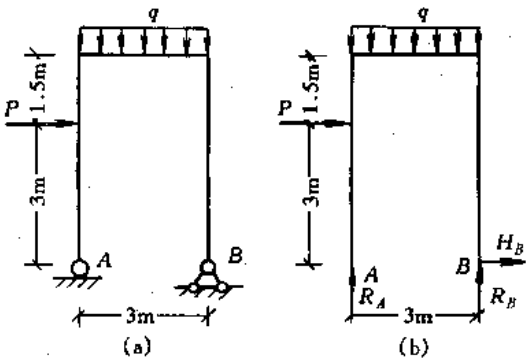


图 1－20　例题

解　取刚架为脱离体，其上作用有外力 P 和均布荷载 q，以及支座反力 R_A、H_B、R_B，它们组成一个平面任意力系。刚架的受力图如图 1－20（b）所示。根据平衡方程：

由 $\Sigma X=0$，

$$P+H_B=0$$

$$H_B=-P=-5\text{kN}\ （指向与图示相反）$$

由 $\Sigma M_A=0$，　　$R_B\times3-q\times3\times\frac{3}{2}-P\times3=0$

$$R_B=P+\frac{3}{2}q=5+\frac{3}{2}\times22=38\text{kN}\ （指向与图示相同）$$

由 $\Sigma M_B=0$，　　$-R_A\times3-P\times3+q\times3\times\frac{3}{2}=0$

$$R_A=\frac{3}{2}q-P=\frac{3}{2}\times22-5=28\text{kN}\ (\text{指向与图示相同})$$

例 1－9　图 1－21（a）所示的管道搁置在三角支架（墙架）上，荷载 $Q_1=12\text{kN}$，$Q_2=7\text{kN}$，架重不计。求 A、C 处的支座反力。

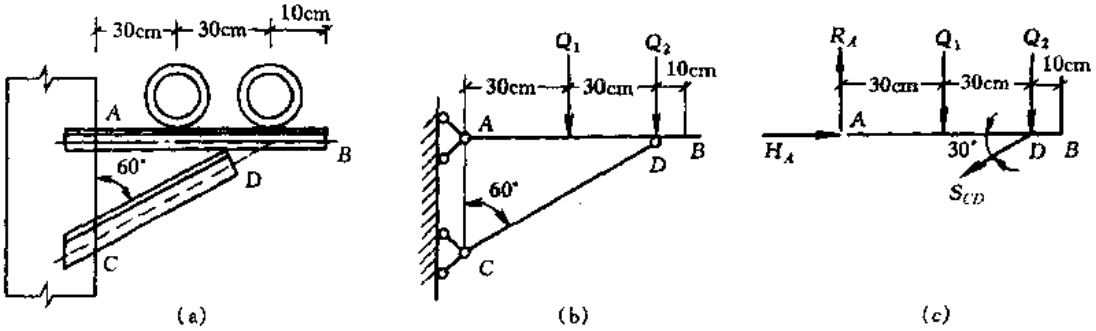


图 1－21　例题

解　该支架在 A、C 两处都用混凝土浇注嵌入墙内，D 处是把角钢 AB 与 CD 焊接在连接钢板上。一般可近似地把 A、C、D 三处视为光滑圆柱铰连接，管道荷载可视为集中力。于是画得支架的计算简图如图 1－21（b）所示。

取 AB 梁为脱离体。因不计架重，杆 CD 为二力杆。设该杆受拉，可画得梁 AB 的受力图 1－21（c）所示，作用在它上面的是一个平面一般力系。列平衡方程。

由 $\Sigma M_A=0$，
$$-Q_1\times30-Q_2\times60-S_{CD}\cdot\sin30^\circ\times60=0$$
$$S_{CD}=\frac{12\times30+7\times60}{0.5\times60}=-26\text{kN}$$

由 $\Sigma M_D=0$，
$$-R_A\times60+Q_1\times30=0$$
$$R_A=\frac{Q_1}{2}=6\text{kN}$$

由 $\Sigma X=0$，
$$H_A-S_{CD}\cos30^\circ=0$$
$$H_A=S_{CD}\cos30^\circ=-26\times0.866=-22.5\text{kN}$$

校核：$\Sigma Y=R_A-Q_1-Q_2-S_{CD}\cdot\sin30^\circ$
$$=6-12-7-(-26)\times0.5=0$$

可见求得的 R_A 和 S_{CD} 之值正确。

算得的 S_{CD} 为负值，说明原假设杆 CD 受拉是错误的，杆 CD 实应受压。H_A 为负值，说明原假设的指向错了，力 H_A 实应水平向左。最后指出：C 处的支座反力就等于杆 CD 对梁 AB 的压力 S_{CD}，方向沿 CD，指向杆 CD。

例 1－10　图 1－22 中两根 $\phi250$ 的管道搁置在一个 T 形支架上。已知道的铅垂荷载 $Q=q_0l$，其中 $q_0=1.48\text{kN/m}$，支架间距 $l=8\text{m}$；水平风荷载 $T=pdl$，其中风压 $p=0.4\text{kN/m}^2$，$d=0.25\text{m}$ 为管道直径。

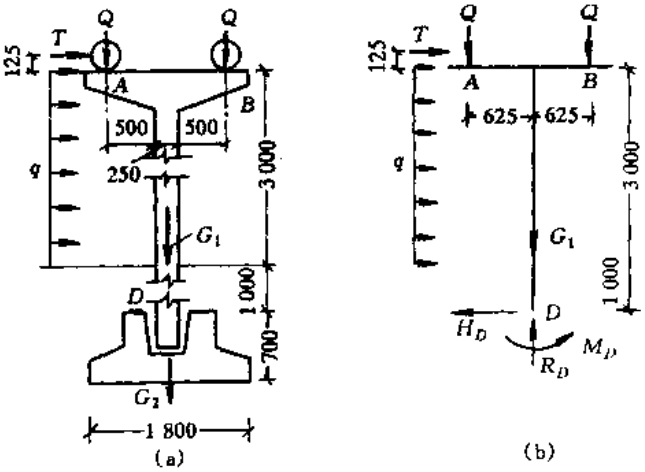


图 1－22　例题

支架的水平风荷载 $q=0.14\text{kN/m}$，支架自重 $G_1=12\text{kN}$。基础自重 $G_2=150\text{kN}$。柱脚与基础之间用细石混凝土填实，可作为固定端支座（图 1－22b），试求柱脚 D 处的反力，图中尺寸以毫米计。

解 取管道和支架一起作为脱离体。因柱脚 D 处的支座可看作是固定端支座，所以作用在所取对象上的荷载有 Q、T、G_1 各力及线均布荷载 q，还有支座反力 H_D、R_D 和反力偶矩 M_D。画得支架的受力图如图 1－22（b）所示。这些力组成一个平面一般力系。根据平衡方程：

由 $\Sigma X=0$，　$T+qh-H_D=0$

$$H_D=T+qh=pdl+qh=0.4\times0.25\times8+0.14\times3=1.22\text{kN}$$

由 $\Sigma Y=0$，　$R_D-G_1-2Q=0$

$$R_D=G_1+2Q=12+2\times1.48\times8=35.68\text{kN}$$

由 $\Sigma M_D=0$，　$M_D+Q\times0.625-Q\times0.625-qh\left(\frac{h}{2}+1\right)-T\times4.125=0$

$$M_D=0.14\times3\left(\frac{3}{2}+1\right)+0.4\times0.25\times8\times4.125=4.35\text{kN}\cdot\text{m}$$

所得结果均为正值，说明图 1－22（b）箭头方向正确。如果所得结果为负值，则图中箭头应该反向指。

（五）平面平行力系的平衡方程

平面平行力系是平面任意力系的特殊情况。由于各力处于平行状态，故在二维的 $x-y$ 直角坐标系中，当我们选取一条坐标轴 y 与这组平行力系的指向平行时，各力只有在 y 轴上的投影长度，在 x 轴上的投影都是零。此时平面任意力系的平衡方程式（1－4）将蜕化为如下形式：

$$\begin{cases}\Sigma Y=0\\ \Sigma M=0\end{cases}\tag{1-5a}$$

或者当选取 x 轴与诸力平行时有：

$$\begin{cases}\Sigma X=0\\ \Sigma M=0\end{cases}\tag{1-5b}$$

平面平行力系的平衡方程在求平面均质物体的重心问题中有较多的应用。此外，在求竖向力作用下的平面建筑结构的支座反力时，一般也属于方程（1－5）的范围。

例 1－11 图 1－23（a）表示一木屋架，通过檩条传来的集中荷载 P 作用在屋架的节点上，屋架的自重忽略不计，试求支座反力。

解 屋架是一个静定桁架结构，其计算简图如图 1－23（b）所示。设屋架的支座反力为 H_A、R_A、R_B，取整个屋架为脱离体，建立平衡方程。

由 $\Sigma X=0$，

$$H_A=0$$

由 $\Sigma M_B=0$，

$$R_A\times l-\frac{P}{2}\times l-P\times\frac{3l}{4}-P\times\frac{l}{2}-P\times\frac{l}{4}=0$$

$$R_A=2P$$

由 $\Sigma M_A=0$，

$$-R_B\times l+\frac{P}{2}\times l+P\times\frac{3l}{4}+P\times\frac{l}{2}+P\times\frac{l}{4}=0$$

$$R_B=2P$$

值得注意，在求桁架等结构式物体的支座反力时，只要把整个结构作为一个实心体来看待，如图 1－23（b）中的桁架内部腹杆（虚线所示），不必将它们一一考虑，而只需将整个屋架看作一个两端搁置在 A、B 上的实心三角体即可。

上例是一个平面平行力系类型。

例 1－12　图 1－24（a）为一外伸梁的计算简图，试求梁的支座反力。

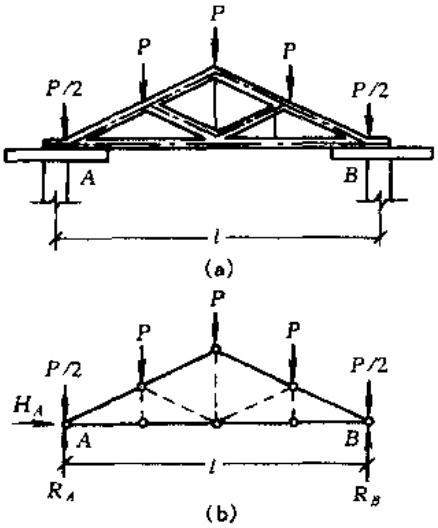


图 1－23

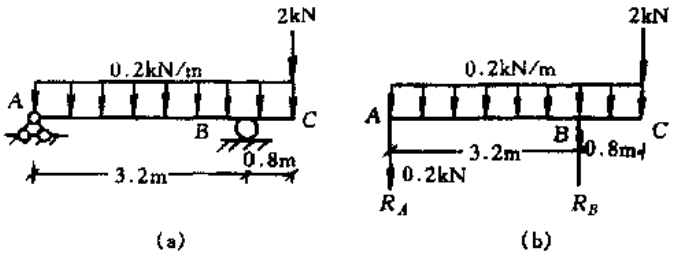


图 1－24　例题

解　设支座反力为 R_A 与 R_B，如图 1－24（b）所示。

由 $\Sigma M_B=0$，

$$R_A\times 3.2+(0.2\times 3.2)\times\frac{3.2}{2}-(0.2\times 0.8)\times\frac{0.8}{2}-2\times 0.8=0$$

$$R_A=\frac{1}{3.2}\times\left(-0.2\times 3.2\times\frac{3.2}{2}+0.2\times 0.8\times\frac{0.8}{2}+2\times 0.8\right)$$

$$=0.2\text{kN}\ （方向与图\ 1-24\ （b）的假设相同）$$

由 $\Sigma Y=0$，

$$-0.2+R_B-0.2\times 3.2-0.2\times 0.8-2=0$$

$$R_B=0.2+0.2\times 3.2+0.2\times 0.8+2=3\text{kN}$$

本例也是平面平行力系的问题。

例 1－13　图 1－25(a)表示一静定刚架，由横梁 CB 和立柱 AC 组合而成，C 为刚节点，承受荷载 $q=1\,600\text{N/m}$，$P=1\text{kN}$，刚架的自重忽略不计，试求支座反力。

解　取刚架的脱离体图如图 1－25（b）所示，将横梁和立柱作为一个整体来

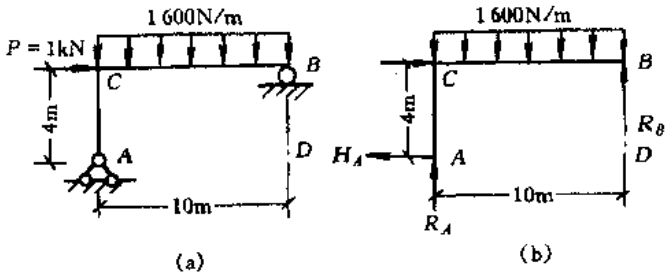


图 1－25　例题

考虑，这也是一个平面任意力系，根据平衡方程：

由 $\Sigma M_A=0$，　　$R_B\times 10-1\ 000\times 4-1\ 600\times 10\times 5=0$

$$R_B=\frac{84\ 000}{10}=8\ 400\text{N}$$

由 $\Sigma Y=0$，　　$R_A+R_B-1\ 600\times 10=0$

$$R_A+8\ 400-1\ 600\times 10=0$$

$$R_A=7\ 600\text{N}$$

由 $\Sigma X=0$，　　$1\ 000-H_A=0$

$$H_A=1\ 000\text{N}$$

例 1－14　图 1－26（a）表示一根曲梁的计算简图，竖向作用的均布荷载 $q_1=20\text{kN/m}$，水平作用的均布荷载 $q_2=12\text{kN/m}$，试求曲梁的支座反力。

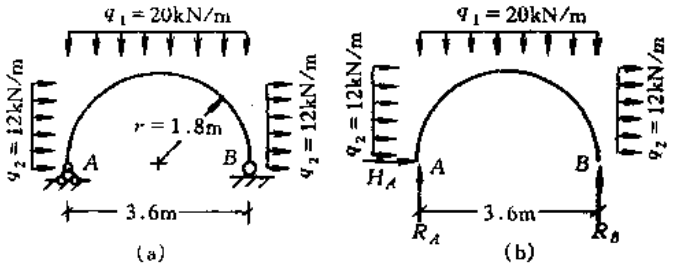


图 1－26　例题

解　作曲梁的脱离体图，如图 1－26（b）所示。这是一个平面任意力系。

由 $\Sigma M_A=0$，　　$R_B\times 3.6-12\times 1.8\times 0.9-20\times 3.6\times 1.8-12\times 1.8\times 0.9=0$

$$R_B=46.8\text{kN}$$

由 $\Sigma Y=0$，　　$R_A+46.8-20\times 3.6=0$

$$R_A=25.2\text{kN}$$

由 $\Sigma X=0$，　　$H_A+12\times 1.8+12\times 1.8=0$

$$H_A=43.2\text{kN}$$

本例实际上把刚性曲杆看成了一个半圆实心刚性片。

第四节　重　　心

重心是物理学中的一个概念，它是指一个物体质量的中心。本书仅从建筑力学的角度来研究与重心有关的几个问题。

一、重心位置的确定

（一）均布线荷载的重心位置

此时可将均布线荷载看作一个矩形平面，显然它的重心是此矩形的对角线之交点。因此，在求均布线荷载对某点的矩时，可以将均布线荷载“集中”到重心这一点并将其假想为一个集中力，其大小等于均布线荷载的全部。对图 1－27 而言，图中（a）是均布线荷载，即在沿长度 l 范围内，作用有一条密集的均匀荷载条，其大小为 q（kN/m），即每米上有

qkN。图中（b）是（a）的集中力，即将此均布线荷载用一个力 P 来集中到该矩形的重心。

经过以上的处理后，在求某均布线荷载对某点的矩时，就可以采用一个集中力对某点的力矩的办法。比如图 1－27（c），求此均布荷载对 A 点之矩 M_A 时，即可方便的写出：

$$M_A = q \cdot l \cdot \frac{l}{2}$$

对 B 点之矩，如图 1－27（d）所示为

$$M_B = -q \cdot a \cdot \frac{a}{2} + q \cdot b \cdot \frac{b}{2}$$

本章例 1－10、例 1－12、例 1－13、例 1－14 中均用到了上述方法。

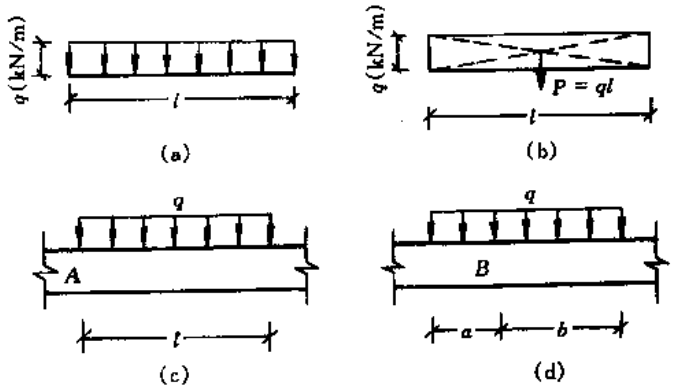


图 1－27　均匀线荷载的重心

（二）三角形线荷载的重心位置

有时碰到如图 1－28（a）所示的三角形线荷载，其重心位置可按几何学中三角形的重心位置处理，如图 1－28（b）所示。当求此三角形线荷载对某点之矩时，即可将此重心位置至该点距离作为力臂，至此问题遂告解决。如图 1－28（c），三角形荷载对 A 点之矩即为

$$M_A = \frac{1}{2} q \cdot l \cdot \frac{2}{3} \cdot l$$

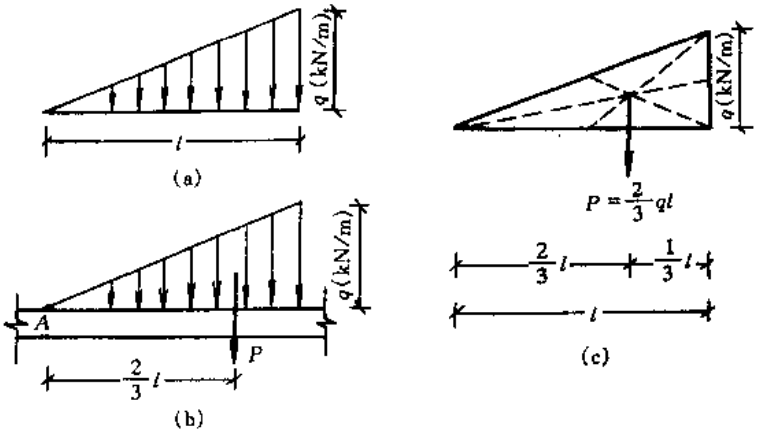


图 1－28　三角形线荷载的重心位置

二、重心概念在建筑设计中的应用

无论是建筑单体的设计还是建筑群总体布局，重心和矩的概念在其中均有一定的意义。

（一）重心在单体建筑中的应用

一般来说，重心较低的建筑物给人的感觉比较沉稳，重心较高的建筑物给人的感觉比较飘逸，如图 1－29 所示。

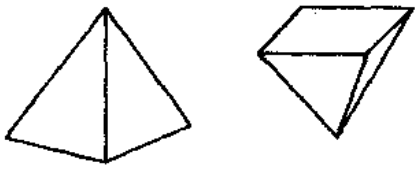


图 1－29 重心高低不同的建筑物给人的感觉

从结构设计的角度看，重心较低有利于结构的稳定，而重心较高则对结构稳定不利。特别在有地震设防要求的城市，高重心建筑物的设计将要耗费较多的材料和资金。当然事情不能一概而论，从建筑学角度看，高重心的建筑有时可取得一定的艺术效果，建筑师在这种情况下要尽量取得结构工程师的配合。

（二）重心在建筑群总体布局中的应用

重心在建筑群总体布局中，较多地要用到矩的概念。如图 1－30（a）给人的感觉不平衡，以纪念碑为中心时，右边的建筑物对中心支点产生一个力矩，有顺时钟转动趋势；图 1－30（b）所示，由于在中心的两边有建筑均衡，产生两个不同方向的力矩，互相配合和影响，消除了不稳的感觉。

以上所讨论的是可称为质量矩的概念。在建筑布置中还有一种可称为色彩矩的概念。试看图 1－30（c），建筑的质量矩与图 1－30（b）是相同的，但是由于两侧建筑色彩的不同，导致了建筑群的感觉并不均衡，这时需要建筑师将色彩给人的轻、重感也一并考虑进去。

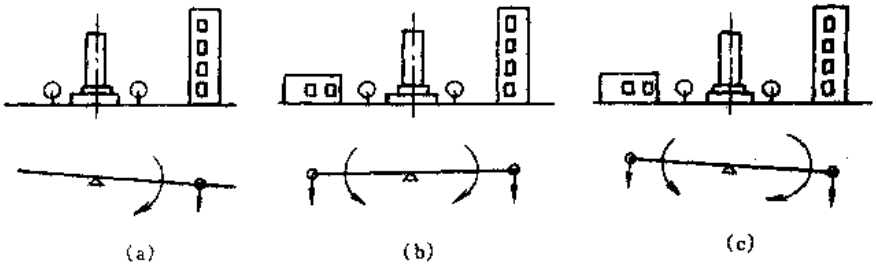


图 1－30 质量矩和色彩矩

第五节 小 结

本章应着重理解和掌握的概念和方法。

一、正确地画出受力图

（1）受力图应该画出研究对象的全部外力。这些外力包括：

1）直接作用在研究对象上的已知外力。

2）解除研究对象的支座后，代之以支座反力的未知外力。这两种外力要画全，不能遗漏。

（2）支座反力一般是未知力。应根据各种具体支座的性质（见本章第一节第三条）标出支座反力的作用线并假设支座反力的指向（可以任意设一个指向）。对于光滑铰链支座的支座反力一般可表示为两个互相垂直的分力。

二、正确地将研究对象上的已知外力进行简化

一般为下面的几种情形：

（1）力的平形四边形法则，根据它既可将一个力化为两个分力，这两个分力的方向应由

实际情况事先确定，否则会有不定解。也可以求出两个力的合力，这时求出的合力是唯一的。

(2) 力矩是一个力对某一点的矩，大小是："力×力臂"。力矩表示力使某物体转动的效果大小。谈到力矩，必须明确力是对哪一点取矩的，该点即所谓矩心。显然，同一个力对不同点取矩会有不同的力矩。力矩的符号，在同一个问题中可以由我们规定。

(3) 必须将力偶与力矩的概念区别开。力偶是由两个大小相等，方向相反但不在同一直线上的力构成，其效果是使物体转动。但是力偶使物体转动，不取决于它作用在哪一"点"，力偶可以平移而不影响它的转动效果。其转动效果仅取决于力偶的度量值即力偶矩的大小和方向。

(4) 力可以在平面上移动，分二种情况：

1) 在力的作用线方向可以任意移动而不改变力对物体的作用效果。从画受力图的实践看，就是力箭头可以在它的箭头所在直线上挪动。但从解决问题的角度看，有时这种移动会引起受力图的含糊不清，使用时必须注意，以不移动为好。

2) 力可以在平面内平行移动，其条件是需附加一个力偶矩。根据这一原则，可以把平面任意力系化成一个平面共点力系和一个平面力偶系之和。

三、力系的平衡

(1) 判断出作用在研究对象上的力属于那种力系，引出相应的平衡方程组。注意平衡方程组中未知数的数目要等于独立平衡方程的数目，才能把未知量全部解出。在列力矩方程时，应尽量选择某一部分未知力的交点为矩心。因为这些过交点的未知力对该点的力臂为零(即未知力通过该点)，所以它们的力矩也为零，这样做的目的是为了使列出的平衡方程中未知数可以更方便的解出，并不是由于其他的原因。注意力偶对任一点之矩恒等于力偶矩，而与矩心的位置无关。在列力的投影方程时，应尽量选与多个未知力垂直的轴为投影轴，并注意力偶的两个力对任意轴的投影和为零。若求得的未知力（包括力偶矩）为负值，这表示原来假设的方向（或转向）错了，但不必改图；将它代入其他方程时，注意要带负号。

(2) 在建立平面力系的平衡方程时，还有一个问题，就是对于 $\Sigma M=0$ 这个方程的矩心取在何处，是不是一定要取在某一个支座？回答是可以取在结构上或结构外的任一点上。我们试以例 1－13 的图 1－25 为例来验证这一点。

1) 以 C 点为矩心，有下面的验算值。由已经解出的值有

$$R_A=7\ 600\text{N}$$

$$R_B=8\ 400\text{N}$$

$$H_A=1\ 000\text{N}$$

它们与外部均布荷载 $q=1\ 600\text{N/m}$，$P=1\ 000\text{N}$ 共同对 C 点取矩，结果为（注意 R_A 和 P 过 C 点故力矩为零不列入）

$$\begin{aligned}&H_A\times 4+q\times 10\times\frac{10}{2}-R_B\times 10\\&=1\ 000\times 4+1\ 600\times 10\times 5-8\ 400\times 10\\&=4\ 000+80\ 000-84\ 000\\&=0\end{aligned}$$

上式结果符合对 C 点的力矩代数和也为零这一结论。

2）以结构外 D 点为矩心，有下面的验算值。由已解出的值有

$$R_A = 7\ 600\text{N}$$

$$R_B = 8\ 400\text{N}$$

$$H_A = 1\ 000\text{N}$$

它们与外部均布荷载 q 和 P 共同对 D 点取矩，结果为（注意 H_A 和 R_B 过 D 点故力矩为零不列入）

$$\begin{aligned} & R_A \times 10 + P \times 4 - q \times 10 \times \frac{10}{2} \\ &= 7\ 600 \times 10 + 1\ 000 \times 4 - 1\ 600 \times 10 \times 5 \\ &= 76\ 000 + 4\ 000 - 80\ 000 \\ &= 0 \end{aligned}$$

上式结果也符合对 D 点的力矩代数和为零的结论。

（3）平面任意力系的平衡方程除了 $\Sigma X = 0$，$\Sigma Y = 0$，$\Sigma M = 0$ 之外，还有下面两种方程可以应用，得出结果是相同的。

1）$\Sigma X = 0$，（或 $\Sigma Y = 0$），$\Sigma M_A = 0$，$\Sigma M_B = 0$。即一个投影方程，两个力矩方程。它的意义是：若力系平衡，则力系中诸力对任意两点 A 和 B 力矩的代数和为零，同时对不垂直于 AB 连线的坐标轴 X（或 Y）的投影代数和也等于零。应指出：X 轴（或 Y 轴）不能与 AB 连线垂直。

2）$\Sigma M_A = 0$，$\Sigma M_B = 0$，$\Sigma M_C = 0$。即三个力矩方程。它的意义是：若力系平衡，则力系中诸力分别对任意不在同一直线上三点 A、B、C 的力矩代数和为零。

（4）因为平面一般力系平衡时，各力在任意轴上的投影和以及对任意点之矩的和都等于零，所以我们可另选投影轴或矩心，计算各力的投影和或力矩和，看是否等于零，以作为对所求得的结果的校验。

习　题

1－1　两个力的合力是否一定比这两个力大？

1－2　要用一个大小一定的力使物体绕某点转动，怎样才能加大它的作用效果？

1－3　图 1－31 中 F_1、F_2 为作用于 A 点的两力，R 为其合力。O 点为 R 作用线上任一点，试利用几何关系证明

$$M_{O,F_1} + M_{O,F_2} = 0。$$

1－4　画出下列简支梁的受力图（图 1－32）：

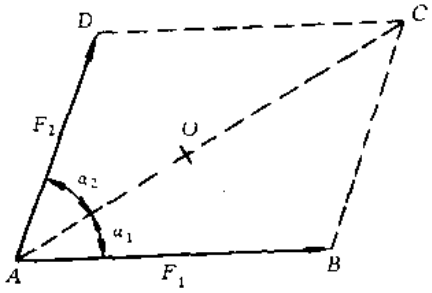


图 1－31　习题

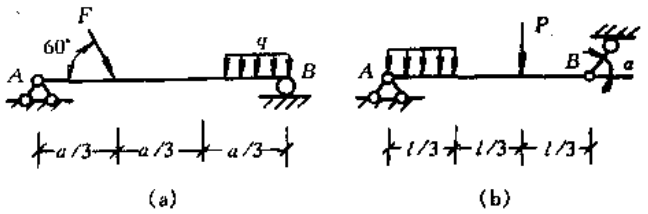


图 1－32　习题

1－5　厂房边柱的下端插入杯形基础后，以细石混凝土填实，因而该处可看作固定端支座。图 1－33 中，两截柱子的自重各为 W_1 和 W_2，柱子左侧所受的风荷载的集度为 q，吊车梁对柱的压力为 P。画出该柱子的受力图。

1－6　简易起重架如图 1－34 所示。A、B、C 三处都是圆柱铰，被起吊的重物重 Q，杆重不计。画出下列各对象的受力图：(1) AC 杆；(2) BAD 杆连同滑轮；(3) 整体。

1－7　分别画出图 1－35 二跨刚架的 AB 跨、CD 跨以及整体的受力图。架重不计，C 处是铰链连接。

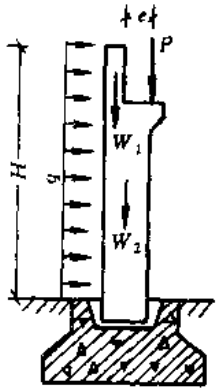


图 1－33　习题

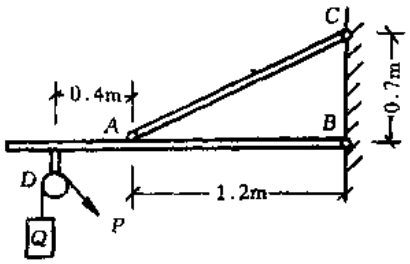


图 1－34　习题

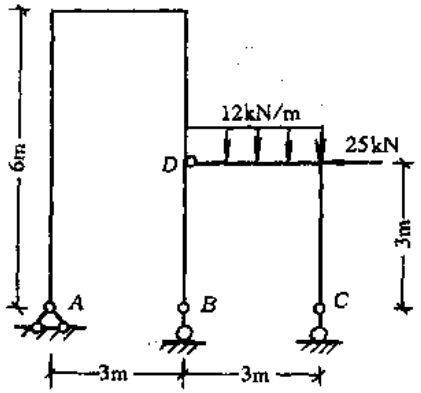


图 1－35　习题

1－8　求图 1－36 各简支梁的支座反力。

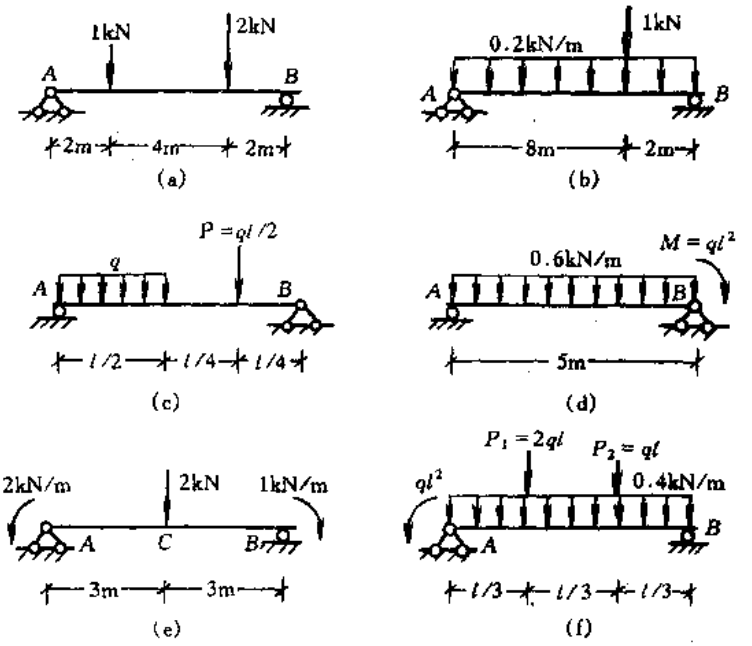


图 1－36　习题

1－9　求图 1－37 各简支梁的支座反力。

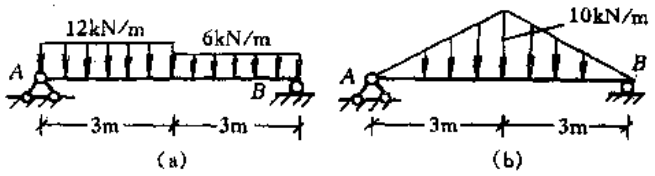


图 1－37　习题

1－10　试求 1－38 各外伸梁的支座反力。

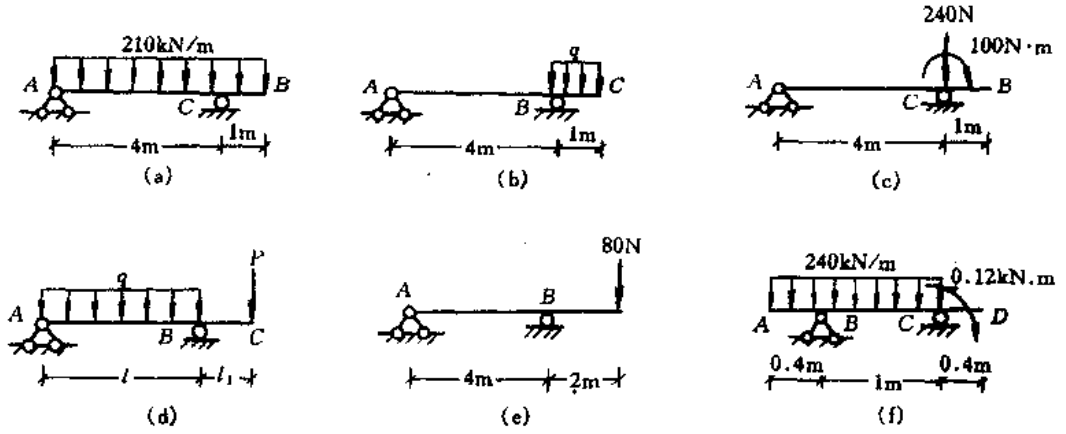


图 1－38　习题

1－11　屋架如图 1－39 所示，自重 $G=50\text{kN}$，在斜边上承受风荷载 $P=0.2\text{kN}$，且均垂直于斜边。屋架跨度 $L=4a$，高 $h=a$，试求支座 A、B 的反力。

1－12　试求图 1－40 各简支柱的支座反力。

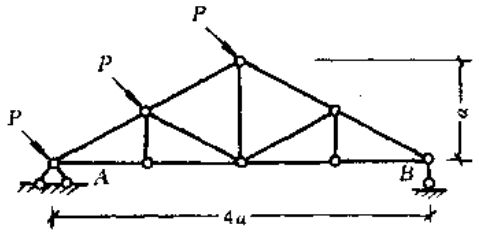


图 1－39　习题

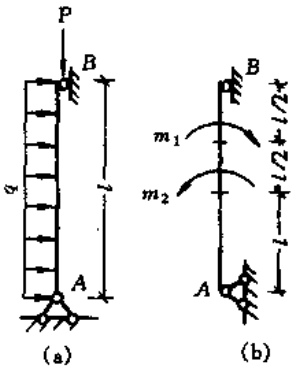


图 1－40　习题

1－13　试求图 1－41 各悬臂柱的支座反力。

1－14　试求图 1－42 各刚架的支座反力。

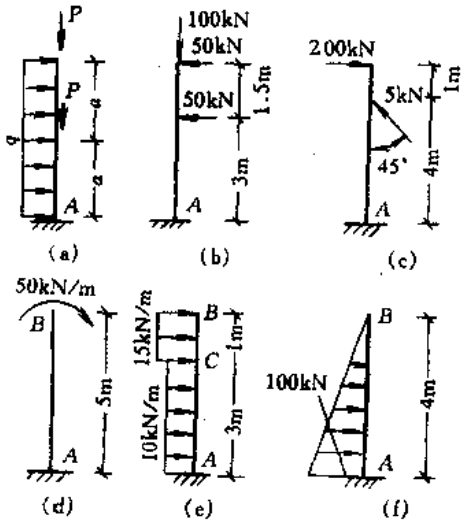


图 1－41　习题

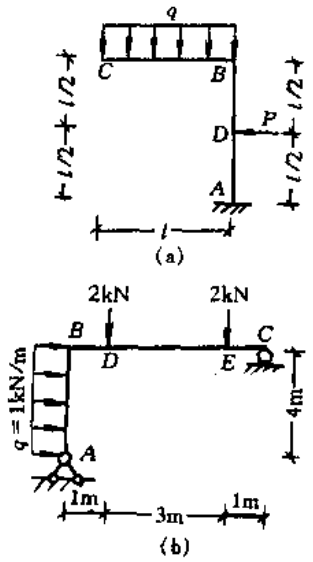


图 1－42　习题

第二章　静定结构的内力

内　容　提　要

第一章已经研究了结构物的支座反力与已知外力平衡的几个问题。对于所研究的结构来说，实际上支座反力也是一种外力。因此在第一章所研究的内容，事实上是研究已知外力与未知外力之间的平衡。

在第一章，我们一般取结构物的整体为脱离体，画出受力图，建立相应的平衡方程。从而将未知的支座反力求出来。在本章，则将在第一章基础上，系统地研究结构物的内力。

(1) 将所研究的结构取其一部分为脱离体，将与它相连的另一部分视为“支座”，从而画出所取部分的受力图。类似于第一章利用平衡概念，求出假想“支座”的反力，此即所谓结构的内力。这种假想“支座”可以设定于结构物的任意位置，但实践中应使它易于列方程求解。

(2) 本章的“支座”反力，是指弯矩、剪力和轴力，分别用英文字母 M、V 和 N 代表，这是与第一章的支座反力性质不完全相同的力学概念。它们是结构内部相互产生的，属于内力。

(3) 本章所讨论的静定梁内力（V、M）和静力刚架内力（除 V、M 外还有 N）的计算及内力图的绘制，在以后的学习和实际工作中将会经常碰到，是一个十分重要的基本技能。因此，要求不仅要领会有关弯矩、剪力和轴力的概念，如定义、计算的方法、符号的规定等，并且要通过由浅入深的练习，熟练掌握绘制弯矩图、剪力图和轴力图的方法和步骤。对一些简单的梁在典型荷载作用下的弯矩图、剪力图的形状和最大内力数值及其位置最好能熟记。上述要求在我国“一级注册建筑师考试大纲”中也有明确的规定，务求掌握。

(4) 在练习绘制物理的弯矩图时，随身准备一根稍长的矩形断面橡胶条，用它做模型试验，效果很好。

第一节　结构的内力综述

一、构件脱离体截面上内力和外力的平衡

(一) 内力的“支座”作用概念

考察图 2－1 (a) 所示的悬臂梁，它以物体 W 为支座。由第一章知道，可以画出受力图如图 2－1 (b)，物体 W 对梁 AB 的约束反力可以表示为一个力 P'（此处写成了两个分力 P'_x 和 P'_y）和一个力偶 M，现在设想提供支座反力 P' 和力偶 M 的两种支座形式，第一种形式梁是插在物体中的，放大如图 2－1 (c)，是由物体提供的。第二种形式想象梁的左半段是支承在梁右半段上的如图 2－1 (d)，支座反力由梁的右半段提供。也就是说梁右半段对梁的这种相互作用实际上也是一种力和力偶的作用。这种物体内部相互之间的作用可以理

解为内力。

倘若进一步把右半段的范围由图 2－1（d）中的虚线位置向左移动图 2－1（e），那么得出梁在沿全长范围都将有内力相互作用维持梁的平衡。只不过随各种问题的不同而内力大小和性质也相应不同而已。

（二）内力的形成概念

任何物体在外力作用下，都会有不同程度的变形。比如铁丝受拉会伸长，弹簧受压会缩短，木梁受横向作用时会弯曲等等。物体受外力作用而变形，其内部材料各微小部分之间的位置也就发生变化。于是各微小部分之间就会有某种“力”的产生来抵抗这种变形。这种物体内部材料各微小部位之间的相互作用就形成了内力。外力企图改变物体的形状，而内力则抵抗这种变形，它们总是同时出现的。

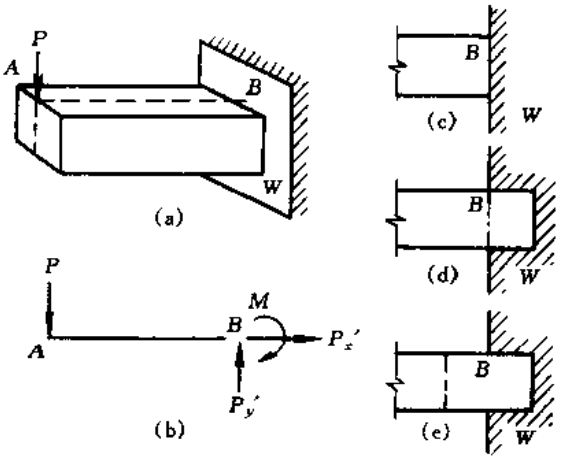


图 2－1　内力的“支座”作用

理论证明内力与变形之间关系的一个例子是虎克定律，当物体在弹性限度以内受拉或受压时，其横截面上的内力 N 与横截面积 A 的比值大小与物体的相对伸长成正比。即

$$N/A = E\cdot(\Delta l/l)$$

上式左边 N/A 习惯上叫应力，右边 $\Delta l/l$ 叫应变，Δl 为实际伸长或缩短尺寸，l 为原长，E 为比例常数。因此，上式也表述为：应力与应变成正比。

二、求静定结构内力的方法

（1）假想用一个平面去截构件的某一横截面，从而把构件分为两部分。移去其中的一部分，保留另一部分为研究对象。显然移去部分对保留部分实际上相当于“支座”，因此应该代之以“支座反力”。这就是欲求的构件在该截面的内力。

（2）根据保留部分已知外力和横截面处的未知内力，列出相应的平衡方程。从而求出未知内力。

（3）在步骤 1、2 之前需运用第一章第一节的知识先画出构件在未截开前的整个体系的受力图，运用相应的平衡方程使整个体系的支座反力成为已知。这样在进行步骤 2 的时候就只有构件的未知内力待求了。

由以上三个步骤可知，求内力的方法和第一章的静力平衡法是相似的。只不过静力平衡法求出的未知力是整个体系的实际支座反力。而求内力的方法求出的是某一截面的内力，整个体系的支座反力在此之前已经由静力平衡法求出变为已知的“外力”了。

还需说明的是用假想平面去截的某一横截面位置完全是可以任意指定的。欲求何处的内力，就截何处。因此工程上形象地叫这种方法为截面法。

至于截开后移去哪一部分，保留哪一部分也完全是可以任意指定的。原则上是使列平衡方程时尽量简单明白。

还需说明，本章研究结构在受弯曲的内力时，所讨论的弯曲只限于“平面弯曲”的情况，它是弯曲中最简单也最普遍的形式，今后若无特别说明，均指平面弯曲。对于截面具有一个纵向对称轴的梁（如图 2－2 所示各截面的梁），当荷载作用在梁的纵向对称平面内时，

就产生平面弯曲，其特点是：梁受荷载变形后，其轴线（弯曲变形后的轴线，亦称挠曲线）仍在纵向对称平面之内。

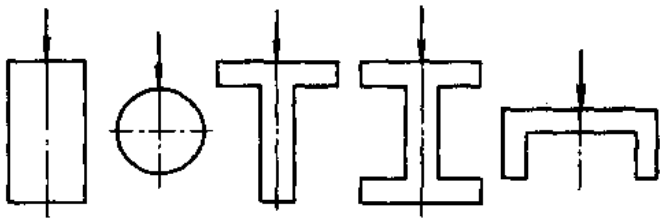


图 2－2　平面弯曲梁的截面形式

下面几个引例将帮助我们对内力进行思考。

例 2－1　一杆所受外力经简化后其计算简图如图 2－3（a），试求各段内截面上的力。

解　在第一段范围内的任一截面处把杆割断，取左边为脱离体如图 2－3（b）以杆轴为 X 轴，由平衡条件

$$\Sigma X=0,\qquad 2-N_1=0$$

得

$$N_1=2\text{kN}$$

由箭头假设并结果是正号知，N_1 应该是指向被截面的，这种内力称为压力。

在第二段范围内的任一截面处把杆截断，取左边部分为脱离体如图 2－3（c），因一眼不能判定 N_2 是拉力还是压力，我们先设它为拉力（箭头方向背离截面），如果计算出 N_2 是正的，表明假设得对，N_2 就是拉力；如果算出来 N_2 是负的，表明假设拉力是不对的，则 N_2 是压力，由脱离体图 2－3（c）的平衡条件，我们有

$$\Sigma X=0,\quad 2-3+N_2=0$$

得

$$N_2=1\text{kN}$$

结果是正，说明 N_2 是拉力。

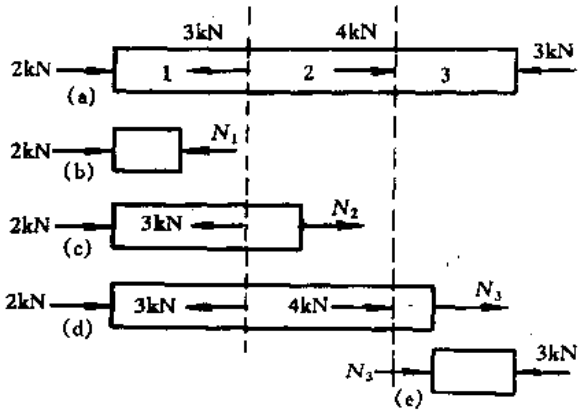


图 2－3　例题

在第三段范围内的任一截面处把杆截断，取左边部分为脱离体如图 2－3（d），暂设 N_3 为拉力，由

$$\Sigma X=0,\qquad 2-3+4+N_3=0$$

得

$$N_3=-3\text{kN}$$

答数前的负号表明假设 N_3 为拉力不对，所以 N_3 是压力。图 2－3d 中的 N_3 的指向不符实际，但不必改画。

图（d）中外力较多，如取右边为脱离体如图 2－3（e）所示，就比较简捷，可一眼判定 $N_3=3\text{kN}$（→）。

本例题的前提考虑内力的合力作用线与构件的纵向轴线重合，因此，这种内力又叫作轴向力。轴向力又可分为两种。一是指向截面的叫作轴向压力。另一是背离截面的叫作轴向拉力，轴向力的概念在今后研究桁架时有较多的应用。

例 2－2 求图 2－4（a）所示桁架的杆件 1、2、3 的内力。已知各杆内力均为轴向力。

解 依下面步骤进行：

(1) 画整个体系的受力图，如图 2－4 (a)。

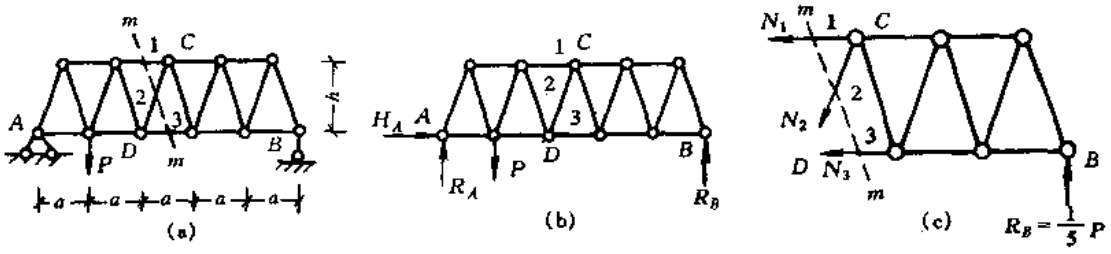


图 2－4 例题

求出 A、B 两支座处的支座反力。此时将桁架视为一实心构件。

由 $\Sigma X=0$，　　$H_A=0$

由 $\Sigma M_A=0$，　　$P\cdot a-R_B\cdot 5a=0$

$$R_B=\frac{1}{5}P$$

由 $\Sigma Y=0$　　$R_A-P+\frac{1}{5}P=0$

$$R_A=\frac{4}{5}P$$

(2) 假想用截面 $m-m$ 截过 1、2、3 杆，取右半部为研究对象。假设均为轴向拉力，箭头背离杆件外指如图 2－4 (c)。列平衡方程可解出 N_1、N_2 和 N_3。

由 $\Sigma M_C=0$，点在 N_1、N_2 相交处，见图 (c)，

$$N_3\cdot h-\frac{1}{5}P\times\frac{5}{2}a=0$$

$$N_3=\frac{1}{2}\cdot\frac{Pa}{h}$$

由 $\Sigma M_D=0$，D 点在 N_2、N_3 箭头的相交处，见图 (c)，

$$-N_1\cdot h-\frac{1}{5}P\times 3a=0$$

$$N_1=-\frac{3}{5}\times\frac{Pa}{h}$$

由 $\Sigma Y=0$，

$$-N_2\cdot\frac{h}{\sqrt{h^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}}+\frac{1}{5}P=0$$

$$N_2=P\cdot\frac{\sqrt{h^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}}{5h}$$

由结果 N_1 符号为负，说明其指向箭头与假设相反，应改为指向截面，是轴向压力。

N_2、N_3 符号为正，说明指向与假设相符，是轴向拉力。

例 2－3　求图 2－5（a）所示梁在跨中截面的内力。

解　应用上题步骤，

（1）由 $\Sigma Y=0$，并由对称性

$$R_A=R_B=\frac{1}{2}q\cdot l$$

（2）由 $\Sigma X=0$，

$$H_A=0$$

（3）假想用平面 $m-m$ 沿 C 截得梁的左半部研究，由于右半部梁对左半部梁相当于一个固端支座，因此设在截面 C 的内力为两个直角坐标的分力和一个力偶，如图 2－5（c）。

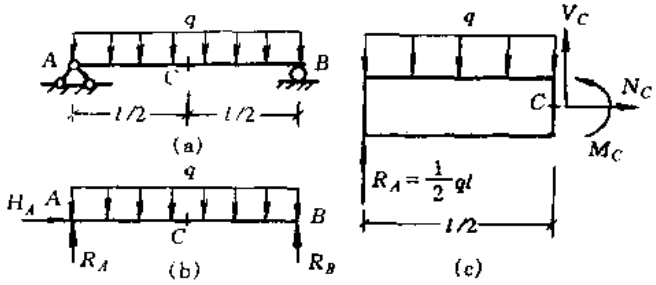


图 2－5　例题

由 $\Sigma X=0$，　　$N_C=0$

由 $\Sigma Y=0$，

$$V_C+\frac{1}{2}q\cdot l-q\cdot\frac{1}{2}=0$$

$$V_C=0$$

由 $\Sigma M_A=0$，

$$-M_C+q\cdot\frac{l}{2}\cdot\left(\frac{l}{2}\times\frac{1}{2}\right)=0$$

$$M_C=\frac{1}{8}ql^2$$

本题明确提示我们，应用“支座”概念，将内力视为“支座反力”的方法，可以很直观地求出某研究截面的内力。

第二节　轴力、剪力和弯矩

一、定义

一般说来，建筑工程大量出现的梁、柱、桁架和刚架的内力主要有轴力、剪力和弯矩三种。

（一）轴力（N）

构件的内力作用线与构件的纵轴线相重合，这样的内力称为轴向力，或者称为轴力。轴力有拉力和压力之分。轴力以 N 表示。

最普遍的情形是研究构件横切面上的轴力。

例 2－1 和例 2－2 研究的都是轴力，它们的拉、压之分在例题中有明确的说明。

（二）剪力（V）

在构件截面内如存在沿此截面的内力，这样的内力称为剪力。剪力以 V 表示。

最普遍的情形是研究构件横截面上的剪力。

例 2－3 的图 2－5（c）中的 V 就是剪力。不过在本例题中剪力 V_C 为零。

（三）弯矩（M）

构件截面任一侧所有外力对该截面形心力矩的代数和被称为弯矩。弯矩以 M 表示。

最普遍的情形是研究构件横截面上的弯矩。

例 2－3 中，M_C 就是梁在 C 截面处的弯矩。

二、轴力、剪力和弯矩的正、负号规定原则

（一）对内力规定正、负符号的目的

内力显然由于构件外部作用有外力而产生，由于外力方向的多样性，比如说两个外力中一个沿 y 轴正向，另一个沿 y 轴的负向，对应于每一个外力在某一截面所产生的内力也必然是不相同的方向。因此在同一截面的内力就存在一个合成的问题。方向相同者相加，方向相反者相减。显然，内力本身需由它的符号来表示其不同的指向。我们用正号、负号（＋、－）来表示。

（二）内力的正、负号规定

1. 轴力的正、负号

当截面上的轴力使所考虑的脱离体发生伸长的变形趋势时规定为正（即拉力）；反之为负（即压力）。如图 2－6 所示。

2. 剪力的正、负号

当截面上的剪力使所考虑的脱离体作顺时针转动趋势时规定为正；反之为负。如图 2－7 所示。

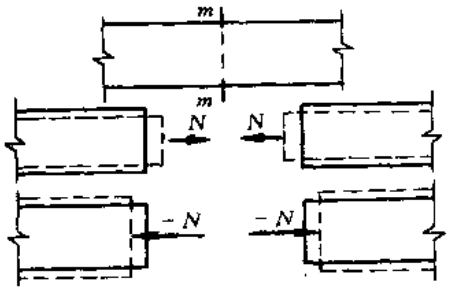


图 2－6 轴力的正、负号

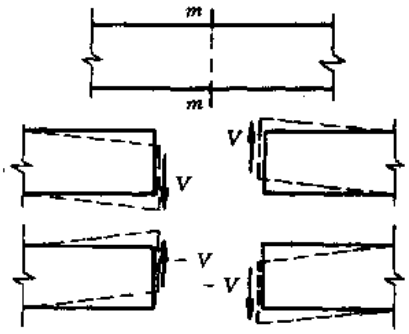


图 2－7 剪力的正、负号

3. 弯矩的正、负号

当截面上的弯矩使所考虑的脱离体上部受压，下部受拉时为正（即梁呈凹形）；反之为负（即梁成凸形）。如图 2－8 所示。

三、由荷载或外力直接求轴力 N、剪力 V 和弯矩 M 大小的方法

本节第二条已经将轴力 N、剪力 V 和弯力 M 的定义作了以上的叙述。但是在实用计算

上感到光凭上面的名词解释来解决问题尚不太方便。为此，给出下面由已知外力直接求 N、V 和 M 的结论性方法。

（一）轴力（N）

构件上任一横截面上的轴力 N，在数值上等于该截面任意一侧的部分构件上所有外力（注意包括支座反力）向该截面进行法向投影（即垂直于该截面）的代数和。注意，取截面的左侧或右侧所得结果是相同的。

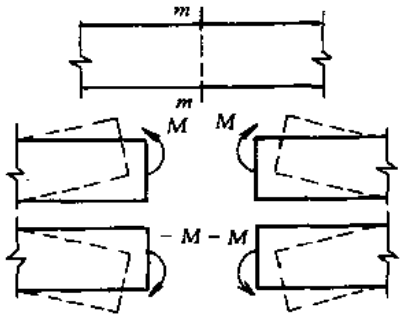


图 2-8　弯矩的正、负号

（二）剪力（V）

构件上任一横截面上的剪力 V，在数值上等于该截面任意一侧的部分构件上所有外力（注意包括支座反力）向该截面进行切向投影（即平行于该截面）的代数和。注意，取截面的左侧或右侧所得结果是相同的。

（三）弯矩（M）

构件上任一横截面上的弯矩，在数值上等于该截面任意一侧的部分构件上所有外力（注意包括支座反力）对该截面的形心这一点取力矩的代数和。注意，取截面的左侧或右侧所得结果是相同的。

四、由荷载或外力的方向直接决定某截面上内力的正、负号

（1）由本节第二条对轴力 N、剪力 V 和弯矩 M 的正、负号规定，实用上也感到不太方便，可以导出由外力方向来直接决定由该外力所产生的对应内力的正、负号规则。

1）轴力 N 的正、负号（此时设所研究的截面固定不动）：

所取截面任一侧部分梁上的某一个外力，如果其指向背离该截面，则此外力在该截面所形成的轴力 N 必然是拉力，因此在求所有外力向该截面投影代数和时，这个外力的投影取正号。反之取负号。

2）剪力 V 的正、负号：

所取截面左侧的某一外力如果有使左半部脱离体相对于原位置往上错动的趋势，则此外力在该截面所形成的剪力 V 必然是正号（当然如果所取的脱离体为截面右侧的那一部分结构时，则它上面的某一外力有使右半部脱离体相对于该截面有往下错动的趋势时取正号）。因此在求外力的切向投影代数和时，这个外力的投影取正号。反之取负号。见图 2-9。

3）弯矩 M 的正、负号（此时设所研究截面固定不动）：

所取截面左侧某一外力如果对该截面形心有顺时针方向转动趋势时，则此外力在该截面上形成的弯矩必然是正号（当然如果所取的脱离体为截面右侧的那一部分结构时，则它上面的某一外力对该截面形心有逆时针转动趋势时取正号）。因此在求外力对该截面的力矩代数和时，这个外力矩取正号。反之取负号。见图 2-10。

（2）上述几个规则是对水平梁而言，对竖向构件如柱子，则当我们取定柱的某侧为“上”，则另一侧为“下”，同样可以使用以上由外力定内力正、负号的规则。

五、叠加原理

结构物受到的外力形式可能是多种多样的，也可能同时受到若干个外力的作用。在复杂的外力作用情况下，结构的支座反力从结果上看却仅有一组与之对应，并且结构某一截面上也仅有一组内力与之对应。

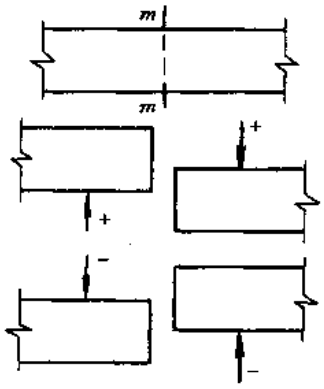


图 2－9 由外力方向直接决定剪力正、负号

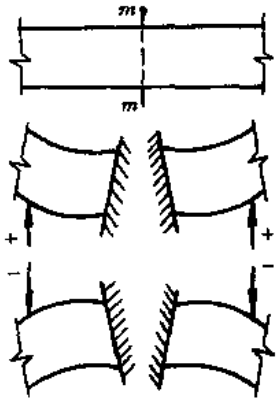


图 2－10 由外力方向直接决定弯矩正、负号

试看图 2－11（a），梁 AB 上作用有两组不同的均布线荷载和一个集中力。从支座特征分析知，支座 A 产生 H_A 和 R_A 这样唯一的两个正交力，支座 B 产生 R_B 这样一个唯一的垂直反力。现在单独关心的是集中力 P_1 与支座 A、B 反力的关系如何？或者说每一个外力单独作用与支座反力的关系如何？为此，我们介绍力学分析中的叠加原理。

（一）叠加原理

结构构件在若干种外荷载共同作用下的某一支座反力，等于各种外荷载单独作用时在同一支座所产生的支座反力之代数和。

这里有两点需注意：一是支座反力的特征，无论是外荷载共同作用还是单独作用，都必须符合支座反力的固有特征（参见本书第一章第一节）；二是外荷载单独作用下，点的支座反力是各单独支座反力的代数和，而不是简单的相加。

图 2－11 清楚地说明了叠加原理。

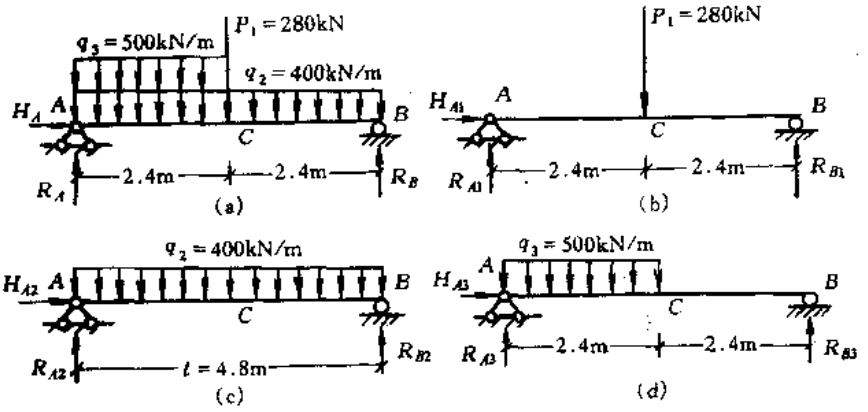


图 2－11 叠加原理

在 P_1 作用下，如图 2－11（b），

$\Sigma X=0$，　　$H_{A1}=0$

$\Sigma Y=0$，　　$R_{A1}=R_{B1}=\frac{1}{2}\quad P_1=\frac{1}{2}\times 280=140\text{kN}$

在 q_2 作用下，如图 2－11（c），

$\Sigma X=0$，　　$H_{A2}=0$

$\Sigma Y=0$，　　$R_{A2}=R_{B2}=\frac{1}{2}q_2\cdot l=\frac{1}{2}\times400\times48=960\text{kN}$

在 q_3 作用下，如图 2－11 (d)，

$\Sigma X=0$，　　$H_{A3}=0$

$\Sigma M_B=0$，　　$R_{A3}\cdot l-q_3\times2.4\times\left(\frac{2.4}{2}+2.4\right)=0$

$$R_{A3}=\frac{500\times2.4\times3.6}{4.8}=900\text{kN}$$

$\Sigma Y=0$，　　$R_{B3}=q_3\times2.4-R_{A3}=500\times2.4-900=300\text{kN}$

总的支座反力应等于各分支座反力之代数和，故有

$$R_A=R_{A1}+R_{A2}+R_{A3}=140+960+900=2\ 000\text{kN}$$

$$H_A=H_{A1}+H_{A2}+H_{A3}=0$$

$$R_B=R_{B1}+R_{B2}+R_{B3}=140+960+300=1\ 400\text{kN}$$

（二）叠加原理有时需要灵活运用（以图 2－12 为例说明）

此题的关键在于把梯形外荷载看成一个矩形外荷载和一个三角形外荷载之和，然后运用叠加原理。

叠加原理同样可以用来求内力。

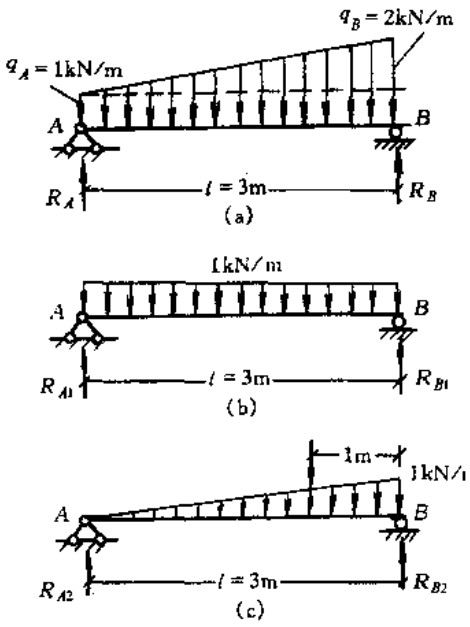


图 2－12　叠加原理的灵活运用

六、静定结构内力求法举例

所谓静定结构，就是运用本书第一章所述的静力平衡方程可以求出结构的支座反力的这一类结构，静定结构相对于超静定结构而言，本书第八章将作进一步介绍。

（一）简支梁的内力求法举例

梁的两端支座均为铰支座的梁称为简支梁，铰支座又可有活动与固定之分，工程实践中所指的简支梁是两个支座中一为固定铰支座，另一为活动铰支座。固定铰支座的支座反力有两个，活动铰支座的支座反力为一个。而简支梁整个结构体系就静力平衡考虑系一组平面任意力系，其平衡方程可求出三个未知反力，故简支梁是一种静定结构，也是工程中大量出现的梁。

例 2－4　一承受均布荷载的简支梁如图 2－13 所示；求 1－1 截面的剪力和弯矩。

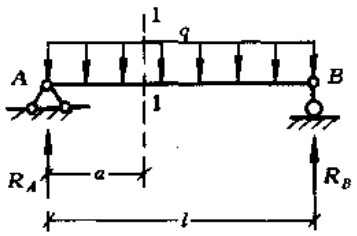


图 2－13　例题

解　先求出反力。由对称性可知 $R_A=R_B=\frac{1}{2}ql$。

1－1 截面的剪力等于该截面左侧的竖向力 R_A 与 qa 之代数和。R_A 项是正的，qa 项是负的。所以

$$V_1=R_A-q\cdot a=\frac{1}{2}q\cdot l-q\cdot a=q\left(\frac{1}{2}l-a\right)$$

1－1 截面的弯矩，等于该截面左侧的外力 R_A 与 qa 对 1－1 截面形心的力矩 $R_A\cdot a$ 与

$qa\times\frac{a}{2}$的代数和。由本节四，前项为正，后项为负。所以

$$M_1=R_A\cdot a-q\cdot a\times\frac{a}{2}=\frac{1}{2}q\cdot l\cdot a-\frac{1}{2}q\cdot a^2=\frac{q}{2}a(l-a)$$

例 2－5 一简支梁，尺寸及梁上荷载如图 2－14（a）所示：求 1－1 所标截面上的剪力和弯矩。

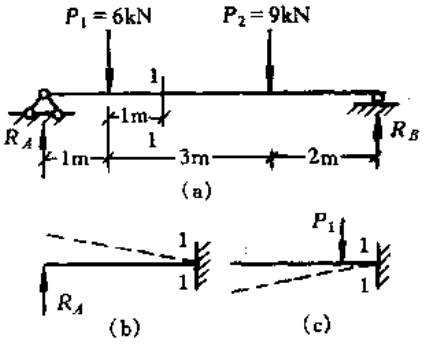


图 2－14 例题

解 先求出支座反力。由梁的整体平衡，求得

$$R_A=8\text{kN}$$

$$R_B=7\text{kN}$$

该截面上的剪力等于该截面左侧（或右侧）所有的竖向外力的代数和，即等于 R_A 与 P_1 的代数和。R_A、P_1 每项之正负，可根据图 2－9 逐项判断出来。R_A 是向上的，P_1 是向下的，它们引起该截面上的剪力值为

$$V_1=R_A-P_1=8-6=2\text{kN}$$

该截面上的弯矩等于该截面左侧（或右侧）所有的外力对该截面形心的力矩的代数和，即等于 $R_A\times2$ 与 $P_1\times1$ 的代数和。每项之正负，根据图 2－10（即根据梁的凹向）逐项定出。为了便于确定每项外力引起的该截面上弯矩的正负（即便于看清梁的凹向），可把左段看成该截面处为固定支座的悬臂梁，图 2－12（b）、（c）。显然，R_A 使梁凹向上弯曲（上边受压、下边受拉），所以 $R_A\times2$ 项是正的；P_1 使梁凸向下弯曲（上边受拉、下边受压），$P_1\times1$ 项是负的。因此截面上的弯矩值为

$$M_1=R_A\times2-P_1\times1=8\times2-6\times1=10\text{kN}\cdot\text{m}$$

例 2－6 求图 2－15 所示简支梁，截面 1－1、2－2 上的剪力与弯矩。

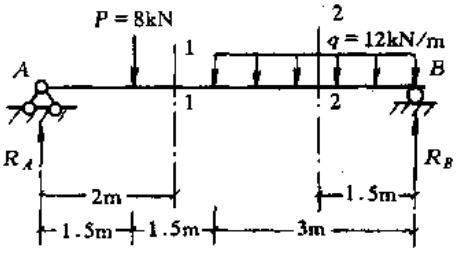


图 2－15 例题

解 先求出支座反力，

由 $\Sigma M_B=0$，

$$R_A\times(1.5+1.5+3.0)-P\times(1.5+3.0)-q\times3\times\frac{3}{2}=0$$

$$R_A=15\text{kN}$$

由 $\Sigma M_A=0$，

$$-R_B\times(1.5+1.5+3.0)+P\times1.5+q\times3\times\left(\frac{3}{2}+1.5+1.5\right)=0$$

$$R_B=29\text{kN}$$

以上用二个力矩方程求出了支座反力，用 $\Sigma Y=0$ 校核一下：

$$R_A+R_B=P+q\times3=44\text{kN}$$

计算无误。

求截面 1－1 上的剪力 V_1 与弯矩 M_1。截面左边有 R_A、P 两个外力，按外力的符号规定它们分别具有正号和负号

$$V_1=R_A-P=15-8=7\text{kN}$$

$$M_1=R_A\times2-P\ (2-1.5)=15\times2-8\times0.5=26\text{kN}\cdot\text{m}$$

求截面 2－2 上的剪力 V_2 与弯矩 M_2。截面左边有外力 R_A、P 和一部分均布载荷，计算时也必需注意按外力符号规则进行计算，从而得

$$V_2 = R_A - P - 1.5 \times q = 15 - 8 - 12 \times 1.5 = -11\text{kN}$$

$$M_2 = R_A \times 4.5 - P \times 3 - q \times 1.5 \times \frac{1.5}{2} = 15 \times 4.5 - 8 \times 3 - 12 \times 1.5 \times \frac{1.5}{2} = 30\text{kN}\cdot\text{m}$$

对于 V_2、M_2 若直接从截面右边的外力计算，其结果将与上面的完全一样，而运算却较为简便。建议读者自行计算，但应使用对截面右边梁上外力的符号规定，否则所得结果就会与上面的不同！

（二）悬臂梁的内力求法举例

梁的一端为固定端支座，另一端没有支座，而处于自由状态，这样的梁称为悬臂梁。由第一章知，固定端支座有三个支座反力，自由端无支座反力；梁的整个体系是一组平面任意力系，可用平衡方程求解三个未知的支座反力，可见悬臂梁是静定结构。工程实践中诸如阳台、雨篷等都属于悬臂梁。

例 2－7　一悬臂梁，尺寸及梁上荷载如图 2－16（a）所示，求 1－1 截面上的剪力和弯矩。

解　对悬臂构件，一般可不求出支座反力。因为它的截面悬臂端一侧所有外力都是已知的，没有未知的支座反力。

考虑 1－1 剖面右侧的外力图 2－16（b），运用本节第三、四条规则可得

$$V_1 = P + 2 \times q = 5 + 2 \times 4 = 13\text{kN}$$

$$M_1 = -P \times 2 - q \times 2 \times \left(\frac{2}{2}\right) = -5 \times 2 - \frac{4 \times 2^2}{2} = -18\text{kN}\cdot\text{m}$$

（三）外伸梁的内力求法举例

简支梁的一端或两端从支座向外自由探出，这样的梁称为外伸梁。显然，外伸梁的支座也只有三个未知反力，而体系为平面任意力系，故外伸梁也是静定梁。

例 2－8　一外伸梁，尺寸及梁上荷载如图 2－17 所示，求 1－1 截面及 2－2 截面上的剪力和弯矩。

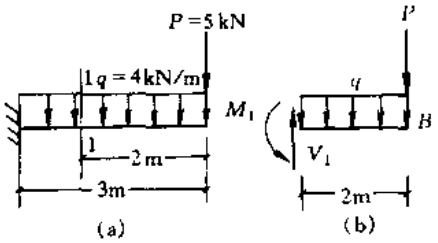


图 2－16　例题

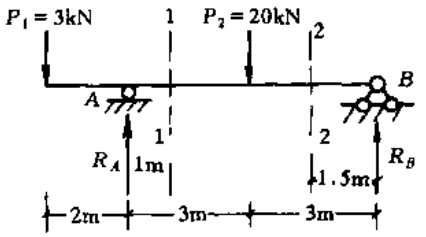


图 2－17　例题

解

1. 求梁的支座反力

考虑梁的整体平衡。

由 $\Sigma M_B = 0$，　$P_1 \times 8 + P_2 \times 3 - R_A \times 6 = 0$，得 $R_A = 14\text{kN}$

由 $\Sigma M_A = 0$，　$P_1 \times 2 + R_B \times 6 - P_2 \times 3 = 0$，得 $R_B = 9\text{kN}$

校核：$\Sigma Y = 0$，　$R_A + R_B - P_1 - P_2 = 14 + 9 - 3 - 20 = 0$

所得反力正确。

2. 求 1－1 截面上的内力

为此对 1－1 截面以左的外力（包括支座反力）运用本节三、四条规则。

$$V_1 = R_A - P_1 = 14 - 3 = 11\text{kN}$$

$$M_1 = R_A \times 1 - P_1 \times 3 = 14 - 3 \times 3 = 5\text{kN}\cdot\text{m}$$

3. 求 2－2 截面上的内力

为此对 2－2 截面以右的外力（仅有支座反力）运用三、四规则。

$$V_2 = -R_B = -9\text{kN}$$

$$M_2 = R_B \times 1.5 = 9 \times 1.5 = 13.5\text{kN}\cdot\text{m}$$

（四）静定刚架的内力求法举例

静定刚架的概念是：外形上一般由横梁和竖柱构成，当然“横”和“竖”的概念比较含糊而不易区别；从力学上说，刚架一般主要由受弯构件和受压构件组成，而且这两种构件之间成一固定的角度而不成转动，这是刚架的概念。另外，从支座上来看，不管是一个支座还是两个支座，其支座反力个数之和不得超过 3 个。这样的刚架称为静定刚架。

例 2－9 求图 2－18（a）所示刚架在截面 1－1 和 2－2 处的内力。

解

1. 求支座反力（即支座 A 处的反力）

a）画受力图如图 2－8（b）。

b）由 $\Sigma X = 0$，

$$H_A = 0$$

由 $\Sigma Y = 0$，

$$R_A = P$$

c）由 $\Sigma M_A = 0$，

$$m_A = P \cdot a$$

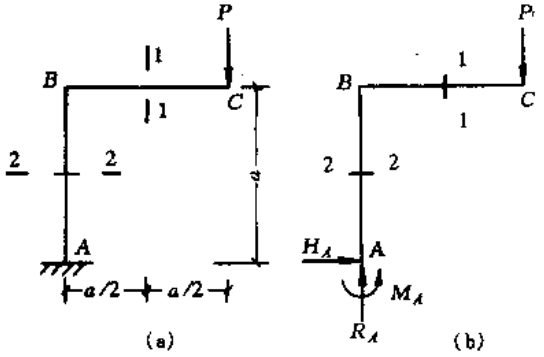


图 2－18 例题

2. 按本节三、四规则，分别考虑 1－1 截面以左，2－2 截面以上的外力，

a）$N_1 = 0$，$N_2 = -P$

b）$V_1 = P$，$V_2 = 0$

c）$M_1 = +P \times \frac{a}{2} - Pa = -\frac{1}{2}Pa$

$M_2 = -P \cdot a$（设柱左为“上”）。

本题如取 1－1 截面以右，2－2 截面以上为脱离体，更为简便。其道理与悬臂梁同。

（五）静定拱的内力综述

拱结构是指杆轴为曲线且在竖向荷载作用下能产生水平推力的结构。拱结构与梁的区别，不仅在于外形的不同，而更重要的还在于水平推力的存在。例如图 2－19（a）所示的结构，其杆轴虽为曲线，但是在竖向荷载作用下无水平推力产生，其弯矩与相应简支梁的相同，故称为曲梁；而图 2－19（b）所示的结构，由于两端都是铰支座，在竖向荷载作用下能产生水平推力，故属于拱。拱的优点是用料较为节省，自重减轻，能跨越较大的空间。此外，由于推力的存在，使拱主要承受轴向压力，故可利用抗压性能好而抗拉性能差的材料（如砖、石、混凝土等）来建造。其缺点是需要比梁更为坚固的基础或支承结构，外形较梁复杂，施工困难。由上述可知，推力的存在是拱结构区别于梁的一个重要标志。因此，通常

又把拱结构称为推力结构。

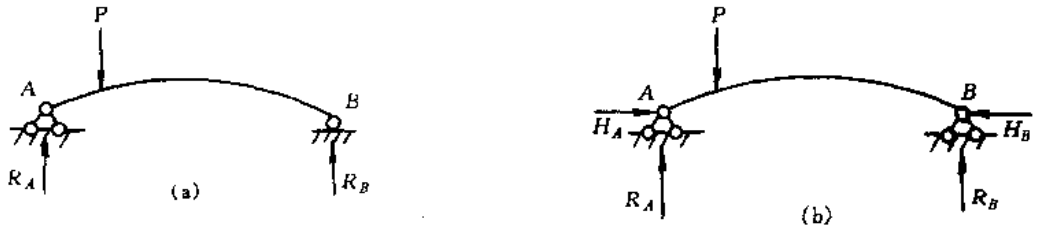


图 2－19　拱与梁的区别

在工程中常见的拱结构如图 2－20 所示。其中图（a）和图（b）所示无铰拱和两铰拱是超静定的；图（c）所示三铰拱和图（d）、（e）所示带拉杆的三铰拱是静定的。在本章中，只讨论静定拱结构的计算。

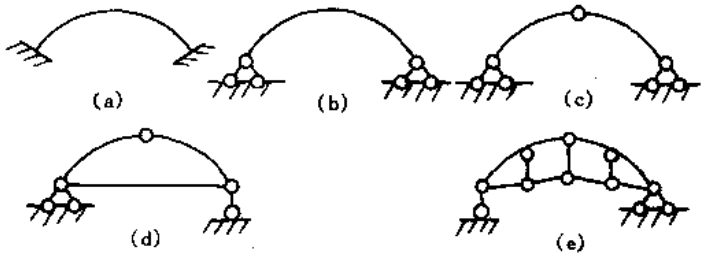


图 2－20　几种常见的拱

拱的两端支座处称为拱趾。拱中间最高点称为拱顶。三铰拱的拱顶通常是布置铰的地方。由拱顶到两支座连线的竖向距离 f 称为矢高。矢高 f 与跨度 l 之比 $\frac{f}{l}$ 称为拱的矢跨比。这个比值的变化范围是 $\frac{1}{10}\sim 1$。

在拱结构中，有时在支座铰之间联以水平拉杆，如图 2－20（d）所示。拉杆内产生的拉力代替了支座推力的作用，使在竖向荷载作用下，支座只产生竖向反力。但是这种结构内部的受力性能与拱并无区别，故称为带拉杆的拱。它的优点在于消除了推力对支承结构的影响。这种带拉杆的三铰拱常被用作屋面支承结构，例如图 2－21(a)所示装配式钢筋混凝土三铰拱。有时为了制作方便，将上述拱式屋盖做成图 2－21(b)所示的折线形式，它称为拱式屋架。

此外，在房屋建筑中，亦有采用图 2－22 所示三铰钢架作为承重结构的，它可看作是一种轴线为折线的三铰拱。

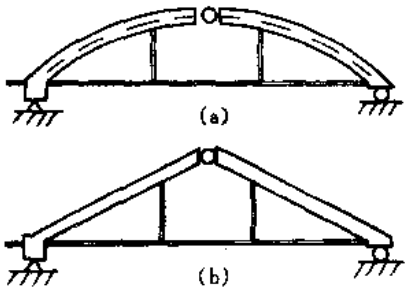


图 2－21　三铰曲线拱与三铰桁架

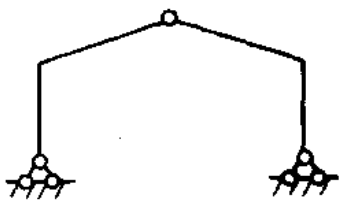


图 2－22　三铰折线拱

三铰拱为一具有曲轴的静定结构。今以在竖向荷载作用下，两拱趾在同一水平线上的三铰拱为例（图 2－23a），导出其计算过程。

1、支座反力的计算

三铰拱的两端均为固定铰支座，因此，其支座反力共有四个未知数，故需列出四个方程来进行解算。除了整体平衡的三个方程外，还可利用中间铰处不能抵抗弯矩的特性（即 $M_C=0$），来建立一个补充方程。

首先考虑整体平衡，由 $\Sigma M_B=0$ 及 $\Sigma M_A=0$ 可以求得两支座的竖向反力：

$$R_A=\frac{\Sigma P_i b_i}{l}$$

$$R_B=\frac{\Sigma P_i a_i}{l}$$

由 $\Sigma X=0$ 可得 $H_A=H_B=H$。

但是 H 还是一个未知的量，为此补充一个方程。考察铰点 C 处不能产生弯矩，即考虑 $\Sigma M_C=0$ 的条件，取左半拱上所有外力对 C 点的力矩代数和等于零，可求得

$$H=\frac{R_A l_1-P_1\ (l_1-a_1)\ -P_2\ (l_1-a_2)}{f}$$

可以看出，上面几个式子的竖向支座反力 R_A、R_B 恰等于相应跨度简支梁在 A、B 两支座的竖向反力 R_A^0 和 R_B^0，见图 2－23（b），而水平反力 H 的分子则相当于相应跨度简支梁在中点 C 处对应截面的弯矩 M_C^0，因此可将这些公式写成：

$$R_A=R_A^0 \quad R_B=R_B^0 \quad H=\frac{M_C^0}{f}$$

由上式可知，推力 H 等于相应简支梁截面 C 的弯矩 M_C^0 除以矢高 f。在一定荷载作用下，推力 H 只与三个铰的位置有关，而与各铰间的拱轴形状无关；也就是，只与拱的矢跨比 $\frac{f}{l}$ 有关。当矢跨比 $\frac{f}{l}$ 愈大时则 H 愈小，反之，若矢跨比 $\frac{f}{l}$ 愈小则 H 愈大；而当 $f=0$ 时，H 将趋于∞。此时，因三铰已在一直线上，根据几何组成分析可知，它已属于瞬变体系。已不是建筑结构工程上所允许的形式了。

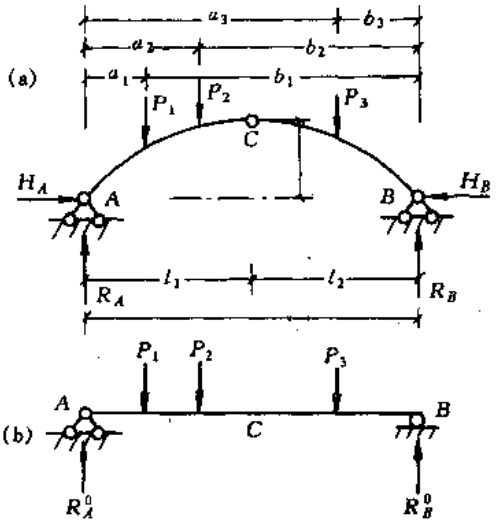


图 2－23　三铰拱的支座反力

2. 内力的计算

计算拱的内力时，我们取与拱轴线成 90°正交的截面，如图 2－24（a）。任一截面 K 的位置决定了该截面形心的坐标 x_K、y_K，以及该处拱轴切线倾角 φ_K。截面 K 的内力可以分解为弯矩 M_K、剪力 V_K 和轴力 N_K，如图 2－24（b）。下面分别研究这三种内力的计算。

a. 弯矩的计算　我们规定使拱的内侧纤维受拉的弯矩为正，反之为负。于是由图 2－24（b）所示隔离体求得

$$M_K=\left[R_A x_K-P_1\ (x_K-a_1)\right]-H\cdot y_K$$

显然式中方括号内之值即等于相应简支梁截面 K 的弯矩 M_K^0，故上式可改写为

$$M_K=M_K^0-H\cdot y_K$$

即拱内任一截面的弯矩，等于相应简支梁对应截面的弯矩减去由于拱推力 H 所引起的弯矩

$H \cdot y_K$。

b．剪力的计算　在一截面 K 的剪力 V_K 等于该截面一侧所有各力沿该截面处拱轴法线方向投影的代数和。我们规定：如果该截面的剪力 V_K 使截面两侧隔离体有顺时针转动趋势时则为正，反之为负。由图 2－24（b）可知

$$V_K = R_A \cdot \cos\varphi_K - P_1 \cdot \cos\varphi_K - H \cdot \sin\varphi_K$$

$$= (R_A - P_1) \cdot \cos\varphi_K - H \cdot \sin\varphi_K$$

上式中（$V_A - P_1$）即等于相应简支梁在截面 K 处的剪力 V_K^0，于是上式可写为

$$V_K = V_K^0 \cdot \cos\varphi_K - H \cdot \sin\varphi_K$$

式中 φ_K 为截面 K 处拱轴切线的倾角，在图示坐标系中。φ_K 在左半拱为正，而在右半拱为负。

c．轴力的计算　任一截面 K 的轴力 N_K 等于该截面一侧的所有各力沿该截面处拱轴切线方向投影的代数和。我们特殊规定：如果该截面的轴力使拱截面受压则为正，反之为负。由图 2－24（b）可知

$$N_K = (R_A - P_1) \cdot \sin\varphi_K + H\cos\varphi_K$$

$$N_K = V_K^0 \cdot \sin\varphi_K + H \cdot \cos\varphi_K$$

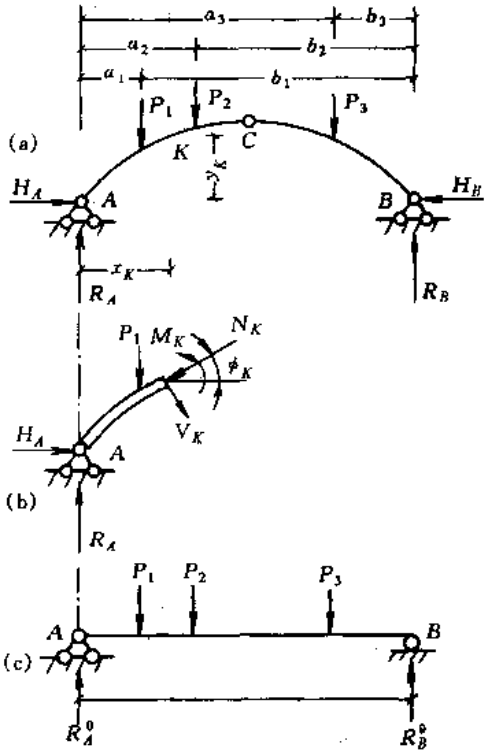


图 2－24　拱的内力分析

3．实体三铰拱的合理轴线

由理论分析，当拱的压力多边形恰与其轴线重合时，则拱上各个截面将不产生弯矩，而只有轴力和剪力，此时，各截面都处于均匀受压的状态，因而材料能得到充分的利用，相应的拱截面尺寸将是最小的。设计这样的拱将是最经济的，故称这样的拱轴为合理拱轴线。

当拱轴为合理轴线时，拱中弯矩处处为零。

$$M_K = M_K^0 - H \cdot y = 0$$

由此得

$$y = \frac{M_K^0}{H}$$

由此可知：合理轴线的纵坐标 y 是与相应简支梁的弯矩成比例。当拱上所受荷载为已知时，只需求出相应简支梁的弯矩方程，然后除以推力 H 之值，便得到拱的合理轴线方程。也即按上式可以由 M_K^0 沿拱跨取出若干个值，然后有若干个 y 值对应，从而描绘出拱的形状。

例 2－10　试求如图 2－24（a）所示对称三铰拱的荷载 P_1、P_2 和 P_3 代之以全跨竖向均布荷载 q 作用下的合理轴线。

解　作出相应简支梁如图 2－24（c）所示，但 P_1、P_2 和 P_3 代之以满跨的均布荷载 q，其弯矩方程为

$$M_K^0 = \frac{1}{2}qx\ (l - x)$$

式中 x 为梁距 A 点的距离。

其水平推力为

$$H = \frac{M_C^0}{f} = \frac{\frac{1}{8}ql^2}{f} = \frac{ql^2}{8f}$$

将 M_K^0 和 H 代入，得到拱的合理轴线方程为

$$y=\frac{\frac{1}{2}qx\ (l-x)}{\frac{ql^2}{8f}}=\frac{4f}{l^2}\cdot x\cdot\ (l-x)$$

由此可见，在竖向沿跨度方向为均布荷载作用下，三铰拱的合理轴线是一根二次抛物线。

（六）静定桁架的内力求法及举例

1. 假定

桁架是指由若干直杆在其两端用铰连接而成的结构。在平面桁架中，通常引用如下假定：

a）各杆两端用绝对光滑而无磨擦的理想铰相互连接；

b）各杆的轴线都是绝对平直，且在同一平面内并通过铰的中心；

c）荷载和支座反力作用在节点上并位于桁架平面内。

图 2－25（a）就是根据上述假定作出的一个桁架的计算简图，各杆均用轴线表示。显然，它的各杆都是只承受轴力的二力杆，见图 2－25（b），我们称为理想桁架。

在实际工程中，对于在节点荷载作用下各杆主要承受力的结构，常采用上述理想桁架作为它的计算简图。这是因为根据理想桁架分析的结果，能比较好地反映出上述结构的主要受力特征，例如图 2－26（a）所示的钢筋混凝土屋架，其计算简图即可取为如图 2－26（b）所示。

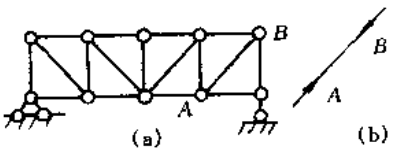


图 2－25　理想桁架的特点—各杆均为二力杆

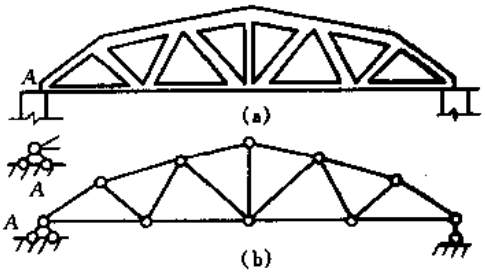


图 2－26　屋架

桁架杆件主要只承受轴力，杆上应力分布比较均匀，故材料的效用可得到充分发挥，因而桁架与截面应力不均匀的梁相比，用料节约，自重减轻，在大跨度结构中多被采用。例如，图 5－27（a）所示长沙体育馆的屋盖承重结构和例 5－27（b）所示南京长江大桥的主体结构都是桁架结构。

桁架的杆件，依其所在位置的不同，可分为弦杆和腹杆两大类。见图 2－28，弦杆是指桁架上下外围的杆件，上边的称为上弦杆，下边的称为下弦杆。桁架上弦杆和下弦杆之间的杆件称为腹杆。腹杆又分为竖杆和斜杆。弦杆上两相邻节点之间的区间称为节间，其间距 d 称为节间长度。

2. 桁架的分类

按照桁架的外形分为：

（*a*）平行弦桁架，图 2－29（a）；

（*b*）折弦桁架，图 2－29（b）；

（*c*）三角形桁架，图 2－29（c）。

按照支座反力的特点分为：

（*a*）无推力桁架或梁式桁架，图 2－29；

（*b*）有推力桁架或拱式桁架，图 2－30，实质上是空腹拱。

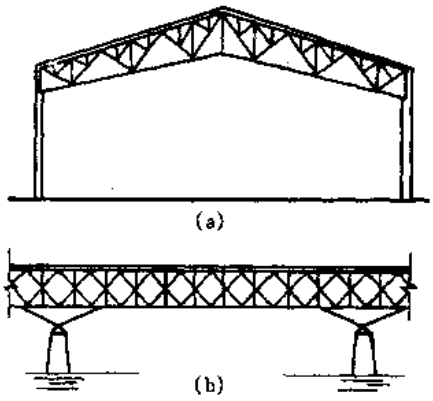


图 2－27　桁架实例

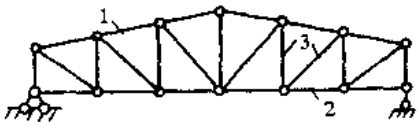


图 2－28　桁架杆件

1. 上弦；2. 下弦；3. 腹杆

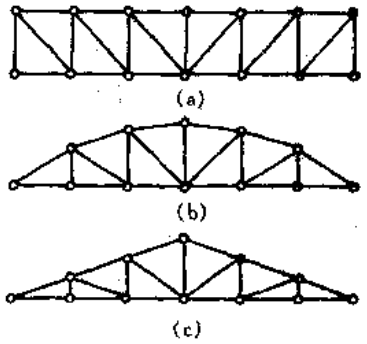


图 2－29　桁架外形



图 2－30　有推力桁架

3. 桁架内力的计算方法

桁架的内力计算与一般的空腹式结构，比如梁和刚梁，有比较大的差别，分述如下。

a. 节点法　桁架的每一个节点都处于静力平衡状况，因此，每一个节点都满足本书第一章所述的静力平衡方程。一般地说，桁架的每个节点上，各杆组成一个共点力系，对于单片形状的桁架，显然各杆以节点为中心形成一个平面共点力系。在求桁架的内力时，可截取桁架的节点为隔离体，利用各节点的静力平衡条件来计算各杆内力，这种方法称为节点法。

因为桁架各杆件都只承受轴力，作用于任一节点的各力（比如节点荷载、支座反力和杆件轴力）组成一个平面汇交力系，由于各力都可以沿 x，y 方向分解，所以可就每一节点列出两个平衡方程。即

$$\begin{cases}\Sigma X=0\\ \Sigma Y=0\end{cases}$$

显然，桁架的节点不止两个，同时每一根杆件的两端连接着两个不同编号的节点，因此同一根杆件的内力必然出现在两个节点平衡方程中。对所有的节点都列出两个方程以后，这样就形成了一个平衡方程组。因此，在实际计算中，为了避免解算三元一次以上联立方程，应从未知力不超过两个的节点开始，也就是说，从不超过两根杆件的节点开始。以后对每一个节点的求解过程，扣除已经由未知化为已知的杆件，也最好从不超过两根未知力的杆件逐个求解。可以避免解算三元一次以上联立方程组，而使运算简单。

在计算时，先以所求节点为坐标原点建立 x，y 坐标系，假定节点上每根杆件的内力均为一个未知的拉力（即箭头指向背离该节点），并将同一节点上的各个未知拉力向 x，y 坐标轴投影（见第一章），列出共点力系的平衡方程后，解出结果。若所得结果为正值，说明杆件确实为轴向拉力，但若所得结果为负值，则说明杆件的内力为轴向压力，当然箭头指向实际上就与所设的反向，应该指向该节点。

此外，还可以用另一种技巧来求杆件内力，可以避免解算上面步骤中的联立方程，即 x，y 坐标建立后，假定某一坐标轴上的一个投影力为未知数，求出此投影未知力后，再依据它求出另一轴上的投影未知力，进一步还可求出杆件的内力。

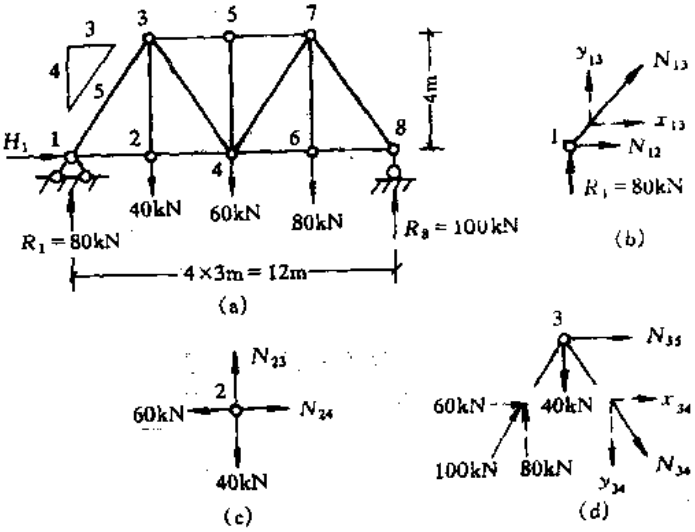


图 2－31 例题

例 2－11 试用节点法分析图 2－31 (a)所示桁架各杆件的内力。

解 先求出支座反力，此时把桁架视为一根实心梁，并对各节点用阿拉伯数字编号。

由整体平衡 $\Sigma X=0$，有 $H_1=0$

再利用 $\Sigma M_8=0$，有 $R_1=80\text{kN}$（↑）

再由 $\Sigma Y=0$，得

$$R_8=100\text{kN}（\uparrow）$$

反力求出后，可截取节点解算各杆的内力。最初遇到的只包含两个未知力的节点有 1、8 两节点。现从节点 1 开始，然后依次分析其邻近的节点。本例将设节点上某一坐标轴上的投影为未知力来解题。

节点 1，取节点 1 为隔离体，图 2－31 (b)，则由 $\Sigma Y=0$，可得

$$Y_{13}=-R_1=-80\text{kN}，（Y_{13}为杆件\ N_{13}的\ y\ 轴向投影力）$$

利用图 2－31 (a) 所示的比例关系，可以写出

$$X_{13}=-80\times\frac{3}{4}=-60\text{kN}，（X_{13}为杆件\ N_{13}的\ x\ 轴向投影力）$$

$$N_{13}=-80\times\frac{5}{4}=-100\text{kN}（N_{13}即节点\ 1\ 上的斜杆\ 13\ 的轴向压力）$$

再由 $\Sigma X=0$，可以求得

$$N_{12}=60\text{kN}（N_{12}即节点\ 1\ 上杆件\ 12\ 的轴向压力）$$

节点 2，取节点 2 为隔离体图 2－31 (c)，注意此时 N_{12}已成为已知，由 $\Sigma X=0$，得

$$N_{24}=N_{12}=60\text{kN}$$

再由 $\Sigma Y=0$，求得

$$N_{23}=40\text{kN}$$

节点 3，取节点 3 为隔离体，图 2－31 (d)，注意此时 N_{31}和 N_{32}已成为已知。在图中，杆 13 的内力（压力）按实际方向画出，并以其两个分力来表示（只标数值，不再标正负

号)。由 $\Sigma Y=0$，得

$$Y_{34}=80-40=40\text{kN}$$

利用图 2－31（a）的杆件尺寸关系，有

$$X_{34}=40\times\frac{3}{4}=30\text{kN}$$

$$N_{34}=40\times\frac{5}{4}=50\text{kN}$$

再由 $\Sigma X=0$，求得

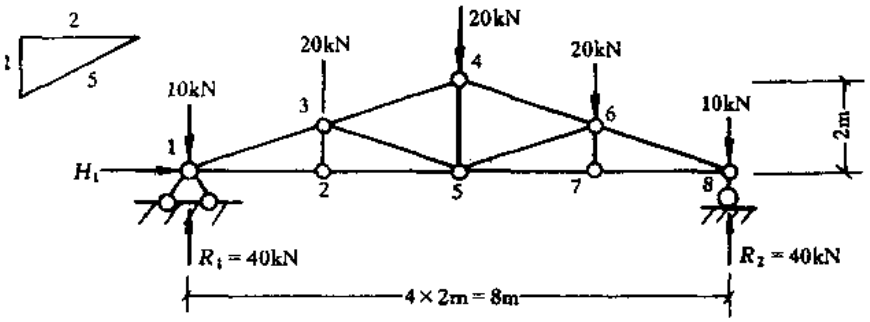
$$N_{35}=-60-X_{34}=-90\text{kN}$$

此后，依次考虑节点 5、4、6，每次均只有两个未知力，故都可利用力的投影方程依次求得。至节点 7 时，已只有一个未知力 N_{78}，至最后节点 8 时，则各力都已先行求出。因此，可根据 7、8 两节点是否符合平衡条件来作为校核。

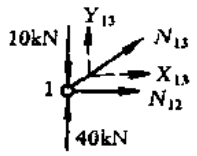
例 2－12　试用节点法分析图 2－32（a）所示桁架各杆的内力。

解　先由整体平衡，求得各支座反力为

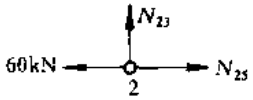
$$H_1=0$$



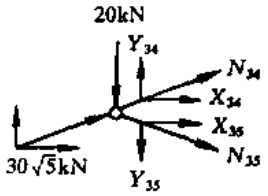
(a)



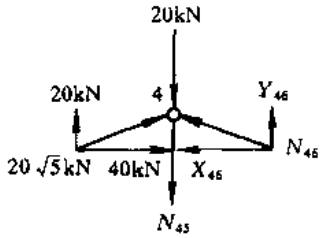
(b)



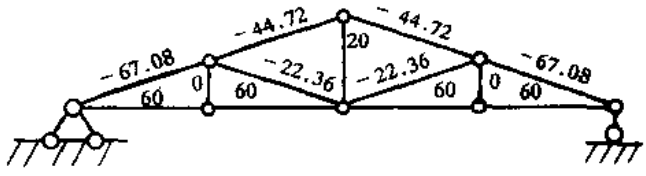
(c)



(d)



(e)



(f)

图 2－32　例题

$$R_1 = R_2 = \frac{1}{2}(20 + 3\times 20) = 40\text{kN}\ (\uparrow)$$

反力求得后，从只包含两个杆件的节点开始，依次截取各节点解算各杆的内力。本例将结合投影未知力和杆件内力为未知力两种方法来解题。

节点 1，设投影为未知力，取隔离体如图 2－32（b）所示。由 $\Sigma Y=0$，得

$$Y_{13} = -(40-10) = -30\text{kN}$$

利用图 2－32（a）杆件尺寸比例关系，可写出

$$X_{13} = \frac{2}{1}\times Y_{13} = -60\text{kN}$$

$$N_{13} = \frac{\sqrt{5}}{1}\times Y_{13} = -30\sqrt{5} = -67.08\text{kN}$$

再由 $\Sigma X=0$，求得

$$N_{12} = -X_{13} = +60\text{kN}$$

节点 2，设投影为未知力，取隔离体如图 2－32（c）所示。由

$\Sigma X=0$，得

$$N_{25} = +60\text{kN}$$

$\Sigma Y=0$，得

$$N_{23} = 0$$

节点 3，设杆件内力为未知力，隔离图如图 2－32（d）。在这一节点上，两个未知内力 N_{34}和 N_{35}对水平轴都有倾角 α。按水平和竖向投影，列出二元一次方程。

$\Sigma X=0$，
$$-\frac{2}{\sqrt{5}}N_{13} + \frac{2}{\sqrt{5}}N_{34} + \frac{2}{\sqrt{5}}N_{35} = 0$$

$\Sigma Y=0$，
$$-20 + \frac{1}{\sqrt{5}}N_{34} - \frac{1}{\sqrt{5}}N_{35} + \frac{1}{\sqrt{5}}N_{13} = 0$$

以上两式，N_{13}已经解出

$$N_{13} = -67.08\text{kN},$$

故联解后有

$$N_{34} = -44.72\text{kN}$$

$$N_{35} = -22.36\text{kN}$$

节点 4，设投影为未知力，隔离体图如图 2－32（e）所示。由

$$\Sigma X = X_{46} + 40 = 0$$

得
$$X_{46} = -40\text{kN}$$

利用几何关系
$$Y_{46} = \frac{1}{2}\times(40) = -20\text{kN}$$

$$N_{46} = \frac{\sqrt{5}}{2}\times(-40) = -44.72\text{kN}$$

又由
$$\Sigma Y = 20 + 20 - 20 - N_{45} = 0$$

得
$$N_{45} = 20\text{kN}$$

至此，桁架左半边各杆的内力均已求出。继续取 5、7、6 等节点为隔离体，可求得桁架

右半边各杆的内力。最后，利用节点 8 的平衡条件可作为校核。各杆的轴力示于图 2－32 (f)。由该图可以看出，对称桁架在正对称荷载作用下，其支座反力及各杆件的内力也是对称的。因此，今后在解算这类桁架时，只要计算半边桁架的内力即可。

b. 节点平衡时的零杆判定法　由例 2－12，求出杆件 N_{23}，N_{76}的内力均为零。事实上，我们由静力平衡的方程出发，可以事先不加计算地快速判定出一些杆件的内力为零。其原因均由平面共点力系的平衡方程可以直接导出，故不必赘述而仅写出其判定零杆的规律如下：

（*a*）在不共线的两杆节点上无荷载作用时（图 2－33a），则该两杆的内力都等于零。内力等于零的杆件称为零杆。

（*b*）有两杆共线的三杆节点上，无荷载作用时（图 2－33b），则第三杆（称为单杆）必为零杆，而在直线上的两杆内力大小相等且性质相同（同为拉力或压力）。

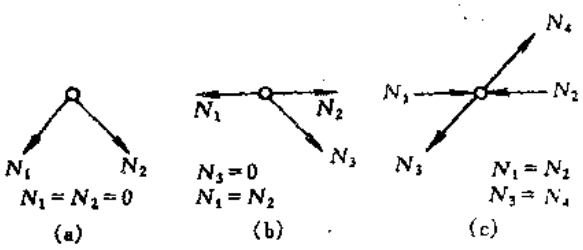


图 2－33　零杆判定法

（*c*）两两共线的四杆节点上，无荷载作用时（图 2－33c），则在同一直线上的两杆内力相等性质相同。由此推知，三杆节点如其中两杆在一直线上，而沿单杆的轴线方向作用一荷载 P，则单杆内力等于 P，且对节点的指向相同（同时指向或背离节点），而在同一直线上的两杆内力相等性质相同。

零杆判别的顺序一般应在对节点进行数值分析之前进行，这样可以将计算简图中的零杆视为没有这根杆（如图 2－34 中的虚线部分拿掉），显然可以使问题得到简化。当然在实际制做时这些零杆还是需要的，因为结构的荷载可以发生变化，这时原来的零杆就不一定仍是零杆了。

应用以上的结论，可知图 2－34 (a)、(b) 中用虚线绘出的各杆的内力都等于零。其中图 (a) 所示杆件内力中，有 $N_1 = N_2$，$N_3 = -P$。而图 b 所示的杆件内力中，有 $N_3 = P$。桁架可以视为只有实线组成的结构去进行杆件的内力分析了。

c. 图解法　前面已述，简单桁架的内力分析完全可用节点法，依次寻找未知力不多于两个的节点进行计算。这一计算工作也可采用图解法进行。由图解静力学可知，一平面汇交力系的平衡条件是它的力多边形必须闭合。根据这一条件，即可用图解法求出一个节点上的两个未知力。我们把此方法叫做节点力多边形法。

下面举例说明。

例 2－13　图 2－35 (a) 所示的桁架，用数解法求得反力后，用节点力多边形法求各杆的内力如图 2－35 (b)、(c)、(d)。

从上述可以看出：由于每一杆件联系着两个节点，故其内力在图解中都重复绘制两次，但指向相反。为了减少绘图工作，设想将重复出现的内力加以合并则上述各个力多边形图可合并为一个图。但是，由于各内力的指向都有两个不同的方向，在合并后，它们对节点的指向容易混淆。因此，最好能找到一种在力多边形中不必绘出其指向，而又可判别其内力性质的方法。为此，下面介绍一种称为麦一克图的方法，工程设计人员多乐于使用。

下面分步骤介绍工程实践中广泛使用的桁架图解法——麦—克图法。

首先，将桁架所在平面按外力（包括荷载和反力）的作用线和杆件划分成若干区域，桁

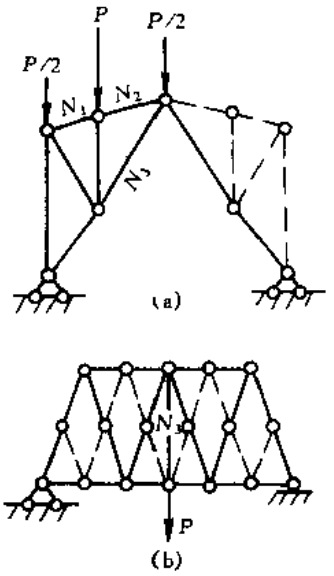


图 2－34 零杆判定示例

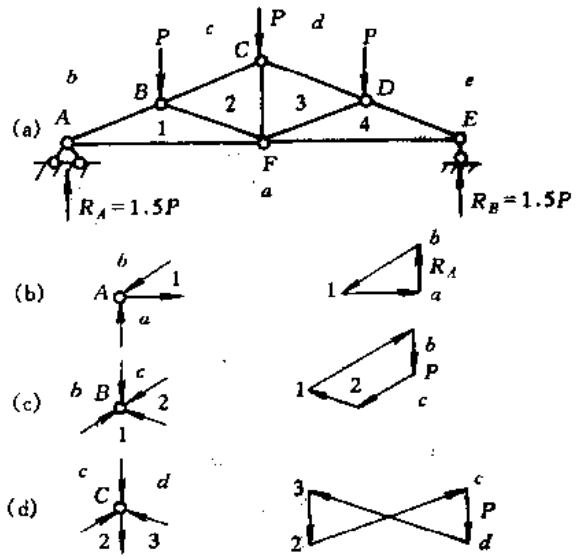


图 2－35 例题

架上、下弦杆以外由外力分区，叫外区，用字母 a、b、c、d、e 标记。桁架上、下弦杆以内由腹杆分区，叫内区，用数字 1、2、3、4 标记。如图 2－35（a）。这样，在各个节点的隔离体图中，无论是外力还是杆件轴力均可用它两侧的区域编号来表示，并规定按绕节点顺时针方向所遇到的两个区域记号的先后顺序来命名。例如 N_{AB}，在节点 A（图 2－35b），应读作 $b1$；而在节点 B（图 2－35c），则应读作 $1b$。也就是说，同一轴力在相邻点上，它们命名的字母排列顺序恰好相反。

这一字母区域表示法正是麦—克图法对节点力多边形法最巧妙的改进。它为将图 2－35 中杆件内力的重复绘制合并为一个不需要重复绘制的图创造了条件，从而可以大大减少重复绘图的工作量，提高图解法的精确度。

其次，在各节点的力多边形中，将力的始端和末端分别按其命名的前后两个字母来标记。例如，在节点 A，N_{AB}读作 $b1$，故其始端用 b、末端用 1 来标记，它表示指向节点 A 故为压力；而在节点 B，N_{AB}读作 $1b$，故其始端用 1、末端用 b 来标记，它表示指向节点 B 仍为压力。这样，就解决了在力多边形中不必绘出各力的箭头而可表明其指向的问题。

按照上述力的标记方法，可将图 2－35 所示的各个力多边形合并为一个图，如图 2－36（b）所示。由图 2－36 即可得出桁架各杆件内力的大小并可判别其性质。例如 N_{CF}，对节点 F，应读作 23，图 b 表明它的指向是离开节点 F 而为拉力；对节点 C，N_{CF}应该读作 32，指向为离开节点 C，也是拉力。

上述图解法为麦克斯韦尔（Maxwell）及克利莫那（Cremona）先后所创，故又称为麦氏或克氏图解法。通常把图 2－36（b）所示的这种图称为桁架内力图。

现将麦—克图的步骤归纳如下：

第一步

（a）按比例将桁架的几何图形绘出，并按实心梁一样地求出其支座反力。

（b）将内外区间分别以数字和字母表示，如图 2－36（a）。

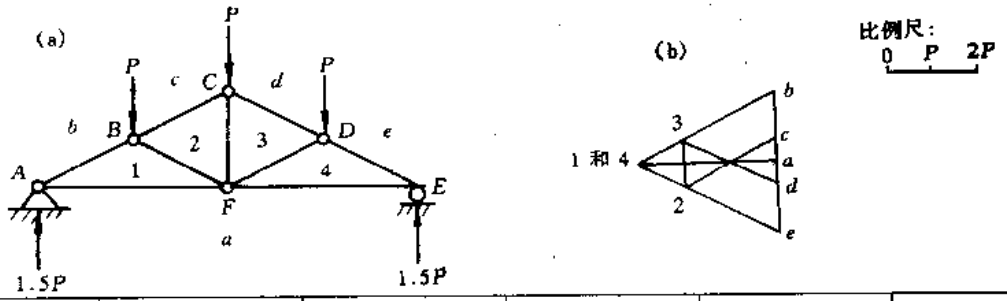
（c）按一定的比例尺绘出已知外力的力多边形图，如图 2－36（b）中的 a、b、c、d、e。无论从那一个外力开始，之后均按顺时针方向依次绘出所有外力和支座反力的多边形，

在仅有竖向外力和反力情况下，这个外力多边形将是一个首尾相接的直线段。

这一步的注意点：

a）所绘制的首尾相接的已知外力必须与步骤（*a*）中几何图形中的节点外力相平行。

b）外力多边形必须首尾相接、封闭。表现在图上是代表力的字母按顺序读起来之后能回到第一个起始字母。



杆　件	*a*1	*b*1	*c*1	12	23
轴　力	3.00*P*	−3.35*P*	−2.24*P*	−1.12*P*	1.00*P*

图 2－36　用麦—克图法求桁架内力之

第二步

（*d*）绘制各节点的力多边形图于同一图形中，得出桁架的内力图。如图 2－36（b）所示。与桁架的节点分析法一样，麦—克图每一步仍然选择未知杆件内力为两个的节点进行图解。否则将不能使每一节点的力多边形闭合，因此也就无法继续进行下去。如图 2－36（b）所示。图 b 中各个阿拉伯数字的位置是根据节点平衡条件由力的闭合多边形求得的。例如，从节点 *A* 来看，共作用有 *a*－*b*、*b*－1、1－*a* 三个力，其中 *a*－*b* 为已知的反力，它在桁架内力图中对应的向量为已知边 *ab*，由 *a*、*b* 两点分别作与杆件 *AF* 及 *AB* 相平行的线即可定出点 1，再看节点 *B*，它受有 1－*b*、*b*－*c*、*c*－2、2－1 四个力，其中杆件内力 1－*b* 和荷载 *b*－*c* 为已知，由 *c*、*e* 两点分别作与杆件 *BC* 及 *BF* 相平行的线即可定出点 2。同理，由节点 *c* 可定出点 3，由节点 *D* 可定出点 4。至此，各区间字母和数字的位置都已在图中定出。此时，可用最后两个节点 *E* 及 *F* 校核点 4 的位置是否相符。作此图时亦可按照节点的其他顺序来进行，例如由节点 *A*、*B*、*E*、*D* 的顺序定出阿拉伯字 1、2、3、4 的位置，而用节点 *C* 及 *F* 校核点 2 或点 3 的位置。如在校核时不符，则为作图不精确或所求反力有误，故上述图解法能自行校核。

这一步骤的注意点与第一步基本相同，即：

a）所绘制的各杆件内力必须与第一步骤（*a*）中几何图形中的杆件相平行；

b）内力多边形必须首尾相接、封闭。表现在图上是代表力的字母按顺序读起来之后，每一个节点都能各自回到第一个起始字母。

第三步

由桁架内力图量出各杆内力的大小，并决定其性质。由图 2－36（b）量出的内力见该图中附表所示。

用图解法求解几何形状不规则的简单桁架的杆件内力最为合适，它避免了数解中繁杂的计算。对于某些桁架，应用图解法时，在某些节点上将遇到两个以上的未知力。此时，可配

合数解法将某些杆件的内力求出，使节点未知力减少为两个。例如，对于图 2－37 所示的联合桁架，当用麦—克图法解完节点1、2、3 以后，到第 5 点时未知杆件内力为三个，此时麦—克图法无法进行，但此时用数解法先将杆件 5—12 的内力求出，再用麦—克图法就可以顺利的进行下去。

图 2－38，图 2－39 和图 2－40 是用麦—克图方法解的三个示例，读者请自行研究对照。

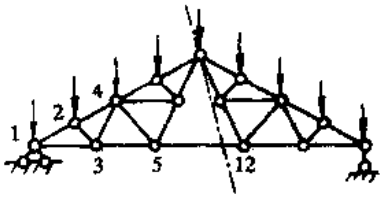
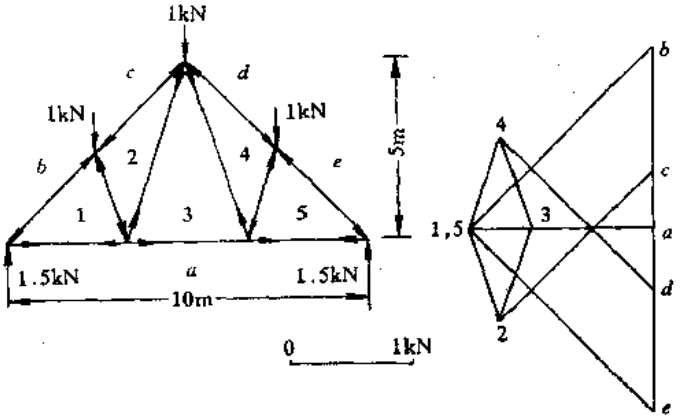


图 2－37　当节点未知力多于两个时，用数解法先求出某些杆的内力



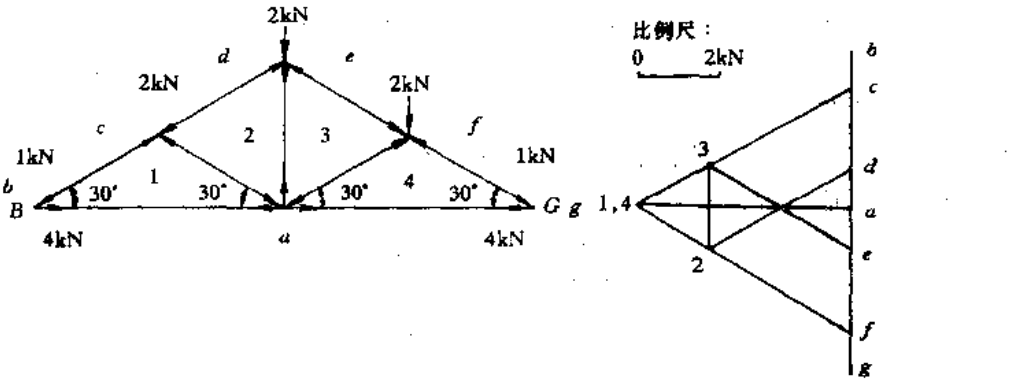
杆　　件	a1、a5	a3	b1、e5	c2、d4	12、45	23、34
轴力（kN）	1.50	1.00	－2.12	－1.82	－0.82	0.82

注：①负号表示：

（a）对杆件表示该杆受压力；（b）对与杆相连的节点，则表示一个指向该节点的力。

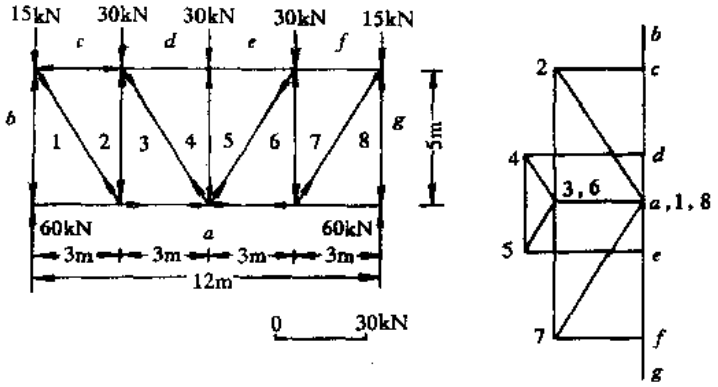
②正号与负号含义相反。

图 2－38　用麦—克图求解桁架杆件内力之二



杆　　件	a1、a4	c1、f4	d2、e3	12、34	23
轴力（kN）	5.20	－6.00	－4.00	－2.00	2.00

图 2－39　用麦—克图求解桁架杆件内力之三



杆　　件	a1、a8	a3、a6	c2、f7	d4、e5	b1、98	23、67	45	12、78	34、56
轴力（kN）	0	27.0	-27.0	-36.0	-60.0	-45.0	-30.0	52.5	17.5

图 2-40　用麦—克图求解桁架杆件内力之四

第三节　内力图——轴力图、剪力图和弯矩图

从上节讨论梁的例题看到，在一般情况下，梁在不同截面上的内力是不同的，即轴力 N、剪力 V 和弯矩 M 随梁的截面位置而变化。由于以后在讨论梁的强度计算时，需要知道各个横截面上的轴力 N、剪力 V 及弯矩 M 中各自的最大值和它们相应的截面位置，因此就必须知道 N、V 和 M 沿梁长的变化情况。为了达到上述目的，用图形来表示是很形象和直观的，因此通常把 N、V 和 M 沿梁长而变化的情况用直角坐标来表示。这种表示 N、V 和 M 变化规律的坐标图形，分别叫做轴力图、剪力图和弯矩图（即 N 图、V 图和 M 图）。

内力图在研究梁的弯矩和剪力时有广泛的应用；在研究刚架时除了弯矩和剪力之外，往往还有轴力也需给出内力图；但在研究桁架时，则它的杆件的轴力图往往不必给出，这是因为对每一根杆件来说，它的轴力沿杆长是不变的，不给轴力图也很清楚的缘故。

N 图、V 图和 M 图都是函数坐标图形，其横坐标表示梁长度方向的横截面位置，纵坐标表示相对应截面的 N、V 或 M，显然每种内力都可以画出一种坐标图。

内力图的做法是：先分别列出 N、V 和 M 随截面位置而变化的数学函数式，再由函数式定出若干个特征点，这样便可以画出坐标图来。

具体的步骤为：

（1）建立直角坐标系，其原点位置从理论上讲不限位置。从实践上，梁的坐标原点一般取在左支座，有时也取在右支座或跨中某点。刚架的原点一般取在左柱的支座，有时亦有例外。

（2）建立函数方程，一般每一种内力均可写成与其所受外力及横坐标杆长的某一数学关系式。此时的内力即为 y 坐标量。

（3）在函数方程的基础上，对照计算简图选取两至三个特征点，代入 x 的值，可求出两至三个 y 值。也就是在直角坐标图上确定了两至三个点的位置。

（4）由函数方程的性质判别出函数图形的大致形状，比如 x 的一次函数是一条直线，x 的二次函数是一条抛物线。再根据步骤 3 所确定的特征点，即可描绘出函数的图象。

(5) 既然是坐标图，必然有正、负号规定，工程上习惯于按下面进行。

a. 梁的内力图的正、负号

(a) 剪力 V：与 y 的指向性一致。即正剪力画在 x 轴的上方，负剪力画在 x 轴的下方，并标明 +、− 号。

(b) 弯矩 M：与 y 的指向性无关，而是将 M 的纵坐标画在梁受拉纤维的一侧，至于受拉纤维的一侧是在梁的上侧还是下侧，一般可凭经验判定。本书第三章将详细讨论，此处不作进一步介绍。

b. 刚架内力图的正、负号

(a) 刚架中的横向杆件，其剪力 V 和弯矩 M 的纵坐标与梁相同，见 (1)。并标明 +、− 号。

(b) 刚架中横向杆件，其轴力 N 纵标方向与 y 轴指向性无关，也就是对 N 的坐标指向未作规定。习惯上仍将拉力（取 + 号）画于 x 轴上方，压力（取 − 号）画于 x 轴下方。

(c) 刚架中的竖向杆件，其弯矩 M 与梁的规定相同，即 M 的纵标画在杆件受拉纤维的一侧。

(d) 刚架中的竖向杆件，其剪力 V，轴力 N 画于竖杆的左侧还是右侧，未作规定。可由解题人自定，但需标明 +、− 号。

(e) 习惯上在画图中并不标出坐标系，心中有数。

下面举例说明上面的步骤。

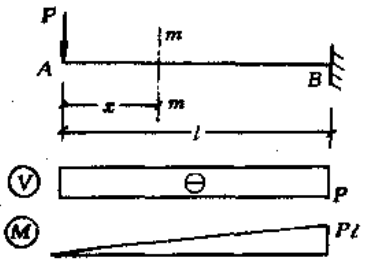


图 2－41 例题

一、梁的 V、M 图及举例

例 2－14 一悬臂梁，自由端作用一个集中力 P，如图 2－41，画出此梁的内力图。

解 (1) 建立坐标系，以 A 为原点，x 坐标正向右指（图中未画出）。

(2) 取距 A 点为 x 的任一横截面 $m-m$，按上节求指定截面内力的办法，列出 $m-m$ 截面上的剪力 V 和弯矩 M 的表达式为：

$$V(x) = -P$$

$$M(x) = -P \cdot x$$

注意梁在垂直于其轴线的外荷载作用下，它的轴力为零，当然也就没有轴力图。但是对于刚架或受有斜向荷载的梁，截面内部会有轴力，因此也就需画出轴力图。以后将会举例说明这一点。

这里用 $V(x)$、$M(x)$ 代表 $m-m$ 截面上的剪力、弯矩。由于 $m-m$ 截面是距左端为 x 的任意截面，因此，随着截面位置 x 的不同，通过上两式便可算出相应截面上的剪力和弯矩。所以，上两式是剪力和弯矩的函数表达式，又称为剪力方程和弯矩方程。这两个表达式对这根梁的任何横截面都是适用的，即它们的适用范围为 $0 \leqslant x \leqslant l$。

(3) 定特征点，习惯上列表进行，比较清晰。

x	0	l
V	$-P$	$-P$
M	0	$-P \cdot l$

(4) 分析内力图的大致形状。

剪力表达式为一常量，表明各截面的剪力都相同。所以，剪力图为一平行于横坐标轴的直线，如图 2－41 中 V 图。把正的剪力画在横坐标轴的上边，负的剪力画在下边。

弯矩表达式是 x 的一次函数，所以弯矩图为一斜直线。只要确定直线上的两个点，便可画出此直线，我们随意取 x 的两个具体值，代入内力方程，比如：当 $x=0$ 时，$M(x)=0$；当 $x=l$ 时，$M(x)=-P\cdot l$。如步骤 3 列表所示。

(5) 根据正、负号规定，画出内力图，如图 2－41 所示。

例 2－15　一简支梁承受均布荷载如图 2－42 (a)，作它的 V 和 M 图。

解　先求出支座反力

$$R_A=R_B=\frac{1}{2}q\cdot l \quad \text{方向朝上，}$$

1. 取 A 为坐标原点

2. 写出内力方程的表达式

分别为

$$V(x)=R_A-q\cdot x=q\cdot\left(\frac{l}{2}-x\right)$$

$$M(x)=R_Ax-q\cdot x\cdot\frac{x}{2}=\frac{q}{2}\cdot x\cdot(l-x)$$

此两式对任何截面都适用，即适用范围 $0\leqslant x\leqslant l$。

3. 定特征点

x	0	$l/2$	l
V	$ql/2$	0	$-ql/2$
M	0	$ql/8$	0

4. 分析函数曲线

剪力 V 是 x 的一次函数，故剪力图为一斜直线，由第 3 步已定出直线上的三个点（实际上只需要两个点即可），故可顺利作出 V 图。弯矩 M 是 x 的二次函数，故弯矩图为一条抛物曲线，由第 3 步已定出了曲线上的三个点（对曲线作图至少应有三个点才能描绘出曲线的大致形状），故亦可作出 M 图。

5. 作出梁的 V、M 图

如图 2－42 中的 (b)、(c)。

例 2－16　一简支梁，在 C 处作用一集中力 P，如图 2－43 (a)，画此简支梁的剪力图和弯矩图时，由梁的整体平衡求得反力为 $R_A=\frac{b}{l}P$，$R_B=\frac{a}{l}P$。

解

1) 取坐标原点为 A。

2) 此题不同于前两例题的特点是：内力在全梁范围内不能用一个统一的函数式来表达，必须以 P 的作用点 C 为界分段来列内力函数式。因此，需分段画出内力图。

(1) 先讨论剪力图。

(a) 用 x_1 表示 AC 段中任意横截面到左端的距离，用 x_2 表示 CB 段中任意横截面到左端的距离。两段的剪力函数表达式分别为：

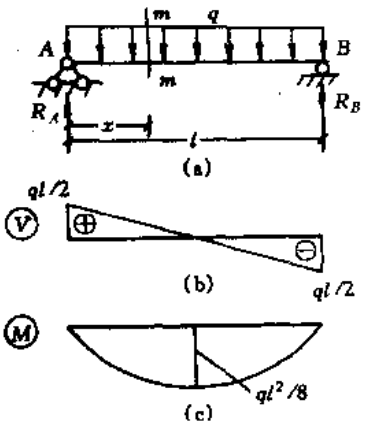


图 2－42 例题

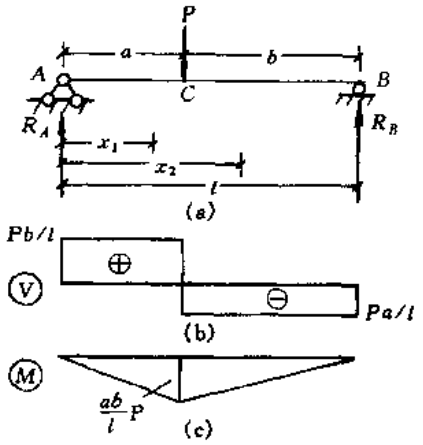


图 2－43 例题

AC 段
$$V\ (x_1)\ = R_A = \frac{b}{l}P \qquad (a)$$

CB 段
$$V\ (x_2)\ = -R_B = -\frac{a}{l}P \qquad (b)$$

这里应注意内力函数式的适用范围。式（a）只适用于$0 \leqslant x_1 < a$的范围，式（b）只适用于$a < x_2 \leqslant l$的范围。

（b）定剪力图特征点：

x		0	a		l
			左	右	
V	$0 \leqslant x < a$	Pb/l	Pb/l		
	$a < x \leqslant l$			$-Pa/l$	$-Pa/l$

（c）两段的剪力函数式均为常量，所以剪力图平行于横坐标轴的两段直线图 2－43 (b)。读者注意到式 (a)、式 (b) 均不适应于 C 点。

从图 2－43 (b) 看到，剪力图在集中力 P 的作用处（C 处）是不连续的。C 截面左侧的剪力值为$\frac{b}{l}P$，C 截面右侧的剪力值为$-\frac{a}{l}P$，剪力图经过 C 发生了突变。从图上还可看到，该突变的绝对值为$\left|\frac{b}{l}P\right| + \left|\frac{a}{l}P\right| = P$，即等于梁上的集中力。这种情况是普遍现象。由此可得结论：在集中力作用处剪力图发生突变，突变值等于该集中力的大小。这种不连续的情况，是由于假定集中力 P 为作用在一个点上造成的。实际上，荷载绝不能作用在一个“点”上，而总是分布在梁的一小段长度上。如果将力 P 按作用在梁的一小段长度上的均布荷载来考虑，并参考例 2－5，可知在此“均布荷载”范围内，梁的剪力图为一斜直线；进一步假想此“均布荷载”的范围越来越小，则此斜直线就越来越陡，当“均布荷载”缩为一点时，此时斜直线即成为一根垂直线，如图 2－44。因此，剪力函数式的（a）、（b）适应范围有时也写成$0 \leqslant x_1 \leqslant a$和$a \leqslant x_2 \leqslant l$。

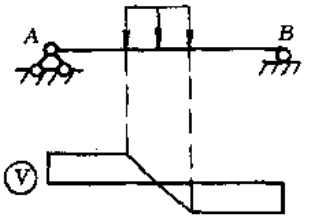


图 2－44 集中荷载下剪力图突变的解释

（2）下面画弯矩图。

（a）两段的弯矩函数表达式分别为：

AC 段　　$M\ (x_1)\ = R_A x_1 = \dfrac{b}{l}Px_1 \quad (0 \leqslant x_1 \leqslant a)$

CB 段　　$M\ (x_2)\ = R_A x_2 - P\ (x_2 - a)\ = Pa\left(1 - \dfrac{x_2}{l}\right) \quad (a \leqslant x_2 \leqslant l)$

（b）定特征点：

x		0	a		l
			左	右	
M	$0 \leqslant x < a$	0	Pab/l		
	$a < x \leqslant l$			Pab/l	0

（c）判定 M 图形状：

由方程不难看出，均为 x 的一次函数，故在 $0 \leqslant x < a$ 和 $a < x \leqslant l$ 两段范围内均为斜直线，由上表已各定出两个特征点，故可顺利作出 M 图，如图 2－43（c）。

另外由上表看出，在集中力作用点 $x = a$ 处，M 图在 a 点左和 a 点右是同一个值 Pab/l，不象 V 图那样有一个突变，所以说，M 图在集中力作用处不必区分左、右，而直接取左侧值或右侧值均可，而且这两个值应该是相等的。这一点可用来检验所列出的两个段的 M 图函数方程是否有误。

由此例可知。当梁上的荷载有变化，内力不能用一个统一的函数式表达时。必须分段列内力函数式。分段是以集中力、力偶的作用位置及分布荷载的起点和终点为界。例如在图 2－45 所示的梁中，B、C 都是分界点，该梁就应分三段（AB、BC、CD）来列内力函数式。

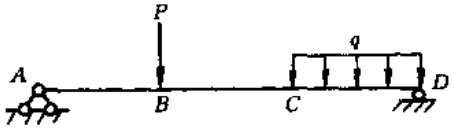


图 2－45　分段示例

例 2－17　一简支梁，在 C 处作用一力偶，其力偶矩为 m，如图 2－46。画此梁的剪力图、弯矩图，由梁的整体平衡求得反力为 $R_A = -\dfrac{m}{l}$ 和 $R_B = \dfrac{m}{l}$。

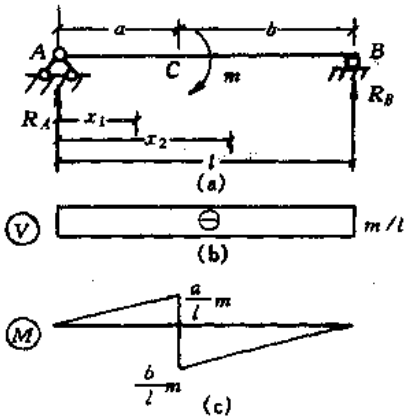


图 2－46　例题

解　剪力函数式为

$$V\ (x)\ = R_A = -\frac{m}{l}$$

此式对全梁均适用，即适用范围为 $0 \leqslant x \leqslant l$。剪力图为一水平线如图 2－46（b）所示。

由于 C 点处有力偶 m，弯矩函数式需分段列出：

AC 段　$M\ (x_1)\ = R_A x_1 = -\dfrac{m}{l}x_1 \quad (0 \leqslant x_1 \leqslant a)$

CB 段　$M\ (x_2)\ = R_A x_2 + m = -\dfrac{m}{l}x_2 + m = m\left(1 - \dfrac{x_2}{l}\right),\ (a \leqslant x_2 \leqslant l)$

通过以下条件：

$$x_1 = 0,\ M\ (x_1)\ = 0$$

$$x_1 = a,\ M\ (x_1)\ = -\frac{a}{l}m$$

$$x_2=a,\ M\ (x_2)\ =\frac{b}{l}m$$

$$x_2=l,\ M\ (x_2)\ =0$$

画出两段直线。弯矩图如图 2－46（c）所示。

从图 2－46（c）看到，在力偶作用点 C 处，弯矩图不连续。C 截面左侧的弯矩值为 $-\frac{a}{l}m$，C截面右侧的弯矩值为$\frac{b}{l}m$，弯矩图经过C发生了突变且突变的绝对值$\left|\frac{a}{l}m\right|+\left|\frac{b}{l}\cdot m\right|=m$。此情况也是普遍现象。由此可得结论：在力偶作用处弯矩图发生突变，突变值的最上点到最下点的距离等于该力偶的力偶矩。

从上知道，在集中力和力偶作用处（C 处），剪力图和弯矩图分别发生突变。因此，当我们谈 C 截面的内力时，不能笼统地说 C 截面，必须指明是 C 的左侧截面还是C 的右侧截面，两者是完全不同的。

以上举了一些求梁的剪力图和弯矩图的作法。下面再举两个刚架的例子，借以说明有水平和竖向构件的轴力图，剪力图和弯矩图的作法。

应当看到，梁在任何横向荷载的作用下，从力系的角度来看，只是一组平面平行力系，由第一章知，平面平行力系的平衡方程为

$$\begin{cases}\Sigma X=0\\ \Sigma M=0\end{cases}$$

或

$$\begin{cases}\Sigma Y=0\\ \Sigma M=0\end{cases}$$

因此反映在梁的脱离体的截面内力上，也只需要两个未知力即可与左半部或右半部的外力平衡。这就是为什么梁没有轴力；也没有轴力图的原因。

但是对于刚架情况就不一样，解除支座后的受力图往往由一组平面任意力系构成，因此在刚架某一截面处，一般应有三个未知力来满足平面任意力系的平衡。所以其内力一般有 N、V 和 M。

二、刚架的 M、V、N 图及举例

（一）刚架的概念

（1）刚架（亦称框架）是由横梁和柱共同组成的一个整体承重结构。刚架的特点是具有刚节点，即梁与柱的接头是刚性连接的，共同组成一个几何不变的整体。如图 2－47（a）所示悬臂刚架，图 2－47（c）所示门式刚架，其中的梁与柱均用刚节点连接，形成 Γ 和 Π 形的几何不变体。

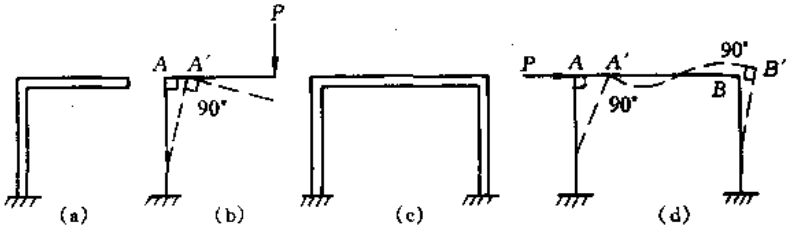


图 2－47　刚架的节点特征

刚架中的所谓刚节点，就是在任何荷载作用下，梁、柱在该节点处的夹角保持不变。如图 2－47（b）所示悬臂刚架在竖向荷载作用下、图 2－47（d）所示门式刚架在水平荷载作用下，刚架均产生变形，刚节点因而有线位移和转动，但原来节点处梁、柱轴线的夹角为 90°，变形后在变形曲线的节点处作切线，它们的夹角仍然是 90°，大小保持不变。

（2）在受力方面，由于刚架具有刚节点，梁和柱能作为一个整体共同承担外荷载的作用，结构整体性好，刚度大，内力分布较均匀。在大跨度、重荷载的情况下，是一种较好的承重结构，所以刚架结构在工业与民用建筑中，被广泛地采用。

（二）刚架中杆件横截面上的内力情况及其计算法则

如同研究梁的内力一样，在计算刚架之前，首先要明确刚架在荷载作用下，其杆件横截面将产生什么样的内力。现以图 2－48（a）所示静定悬臂刚架为例作一般性的讨论。

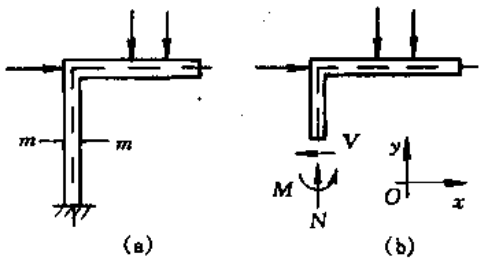


图 2－48　刚架脱离体的平衡

刚架是在任意荷载作用下，现研究其中任意一截面 $m-m$ 产生什么内力。先用截面法假想将刚架从 $m-m$ 截面处截断，取其中一部分分离体图 2－48(b)。在这脱离体上，由于作用荷载，所以截面 $m-m$ 上必产生内力与之平衡。从 $\Sigma X=0$，知截面上将会有一水平力，即截面的剪力 V，与荷载在 x 轴上的投影平衡；从 $\Sigma Y=0$，知截面将会有一垂直力，即截面的轴向力 N，与荷载在 y 轴上的投影平衡；再以截面的形心 O 为矩心，从 $\Sigma M_O=0$，知截面必有一力偶，即截面的弯矩 M，与荷载对 O 点之矩平衡。因此可得出结论：刚架受荷载作用产生三种内力：弯矩、剪力和轴力。

要求出静定刚架中任一截面的内力（M、V、N），也如同计算梁的内力一样，用截面法将刚架从指定截面处截开，考虑其中一部分脱离体的平衡，建立平衡方程，解方程从而求出它的内力。

因此，关于静定梁的弯矩和剪力计算的一般法则，对于刚架来说同样是适用的。现将计算法则重复说明如下（注意与前面的提法内容是一致的）：

“任一截面的弯矩数值等于该截面任一侧所有外力（包括支座反力）对该截面形心的力矩的代数和”。

“任一截面的剪力数值等于该截面任一侧所有外力（包括支座反力）沿该截面平面投影或称切向投影的代数和”。

“任一截面的轴力数值等于该截面任一侧面所有外力（包括支座反力）在该截面法线方向投影（或称法向投影）的代数和”。

我们用下面一段话小结一下：刚架脱离体所受的外力（包括支座反力）一般是一组平面任意力系，平面任意力系的平衡方程有三个，即

$$\begin{cases}\Sigma X=0\\ \Sigma Y=0\\ \Sigma M=0\end{cases}$$

因此所取脱离体截面上的内力一般也应该有三个才能与已知外力平衡。这三个内力就是要研究的轴力 N，剪力 V 和弯矩 M。这个原则既可用来求刚架某一截面上的内力，也可校核某一截面上所求出来的内力大小及方向是否正确。

（三）静定刚架 N、V、M 图的绘制

绘制静定刚架的内力图，特别是弯矩图和剪力图，完全可用绘制梁的内力图的方法，不过由于刚架具有水平和竖直两种杆件，因此在符号上稍为复杂一些就是了。以图 2－49（a）所示的悬臂刚架为例，说明其内力图的绘制方法。

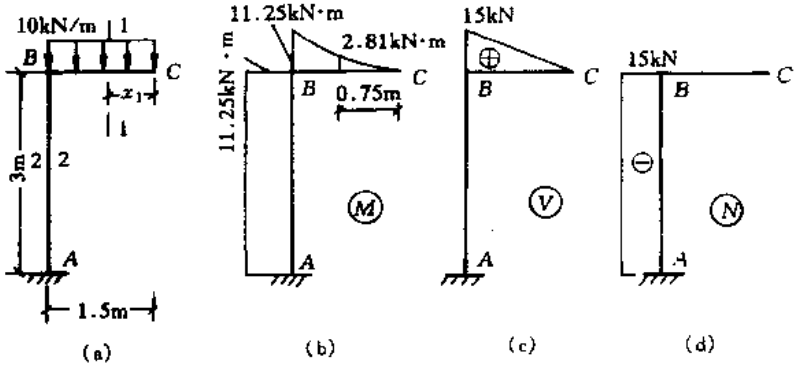


图 2－49　悬臂刚架

由于是悬臂刚架，可从悬臂端开始计算，因此不用先求支座反力。这一点与悬臂梁是相同的技巧。

1. 计算弯矩、作弯矩图

最简单的方法是，按脱离体建立坐标图，按计算法则列出各段杆件的弯矩方程，从而决定各段弯矩图的图形，按规定作出弯矩图。与梁的计算一样，弯矩图应绘在受拉的一边。

先计算 BC。以 C 为原点，建立←↑坐标，列出梁 BC 上任一截面 1－1 的弯矩方程

$$M_1 = -(10 \times x_1)\frac{x_1}{2} = -\frac{10x_1^2}{2},\ (x_1 \text{ 由 } 0 \text{ 至 } 1.5\text{m})$$

式中负号表示截面右侧各力对该截面形心的力矩是顺时针转向的，在这里它使截面拉力产生在轴线 BC 的上边（注意：弯矩正负号的规定是人为加上去的，目的是为了求代数和，所以亦可作相反的规定）。从上面弯矩方程知 BC 段的弯矩图是按二次抛物线变化的。

当 $x_1 = 0$ 时，　　$M_{CB} = 0$

当 $x_1 = 1.5\text{m}$ 时，　　$M_{BC} = -10 \times \dfrac{(1.5)^2}{2} = -11.25\text{kN·m}$

而当 $x = 0.75\text{m}$ 时，　　$M = -10 \times \dfrac{(0.75)^2}{2} = -2.81\text{kN·m}$

将这三个截面的弯矩值画在图上（竖标与杆件垂直，且按规定画在受拉力的一边），依二次抛物线把这三点的竖标连起来，即得 BC 段的弯矩图，图 2－49（b）。

再计算柱 AB，在 AB 段取任一截面 2－2，以原坐标按计算法则列出截面 2－2 以上部分所有外力对该截面形心力矩的代数和，得

$$M_2 = -(10 \times 1.5)\left(\frac{1.5}{2}\right) = -11.25\text{kN·m}$$

式中负号表示截面以上部分各力对该截面形心的力矩是顺时针转向的，截面拉力产生在 AB 柱的左边。

从弯矩方程可见柱 AB 的弯矩为一常数，即柱 AB 的弯矩无变化，任一截面的弯矩均为

－11.25kN·m。画出相应的弯矩图如图2－49（b）所示。

最后指出，在整个弯矩图中，最重要的是把竖标画在受拉的一边；此时，弯矩的正负号可以不标出。

2. 计算剪力，作剪力图

为了计算上的方便，我们首先规定剪力的正负符号：无论杆件的方位如何，在脱离体上，若外力绕截面内侧一点作顺时针转动者为正，反之为负，如图2－50所示。规定正负的原因，是便于求代数和。坐标的建立同弯矩图。

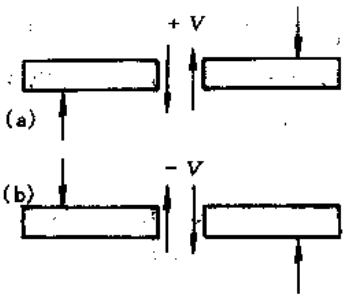


图2－50　剪力符号

先讨论梁 BC 上任一截面 1－1 的剪力。它等于该截面右侧所有外力沿该截面平面投影的代数和。

$$V_1 = 10 \times x_1 = 10x_1$$

这里所得剪力为正，因为按符号规定，外力对右部分脱离体来说，它绕其截面内侧一点是顺时针转动的。请注意这一方法与图2－9根据外力指向直接定的剪力符号是一致的。

上列方程表明 V_1 是按直线规律变化的，

当 $x_1 = 0$ 时，　　$V_{CB} = 0$（角标 C 指 C 点，B 指杆从 C 向 B）

当 $x_1 = 1.5\text{m}$ 时，　　$V_{BC} = 15\text{kN}$（角标 B 指 B 点，C 指杆从 B 向 C）

画出 BC 段的剪力图如图2－49（c）所示。对梁的部分来说一般正剪力画在上边，但也要在剪力图上注明正负号。

柱 AB 的剪力。从截面 2－2 上部的均布力沿截面 2－2 平面投影为零可知

$$V_2 = 0$$

即整个剪力图上，只有横梁 BC 部分有剪力数值，柱 AB 无剪力，如图2－49（c）所示。

3. 计算轴力，作轴力图

轴力符号规定以拉力为正，压力为负。

欲求梁 BC 的轴力，按计算法则知 BC 段任一截面 1－1 的轴力数值等于截面 1－1 右侧所有外力在截面法线方向投影的代数和。很明显现在外力在截面的法线方向的投影为零，所以，

$$N_1 = 0$$

柱 AB 的轴力。考虑截面 2－2 以上部分所有外力在该截面法线方向投影的代数和，得

$$N_2 = -\ (10 \times 1.5)\ = -15\text{kN}$$

负号表示截面 2－2 所受到的是压力。从上式知 N_2 等于常数，所以画出柱 AB 的轴力图如图2－49（d）所示。应标明正、负号。

4. 校核问题

作出的 M、V、N 内力图是否正确，可用平衡条件来校核。方法是从刚架中取任一节点为分离体，在分离体上画出荷载及截面的内力 M、V、N（根据内力图画出），然后看它们是否满足平衡条件。例如，现取节点 B 为分离体（分离体上所截柱和梁的两截面都是紧靠着 B 点的），如图2－51所示，作用在节点上的力为 M_{BA}、M_{BC}、V_{BA}、V_{BC}、N_{BA} 和 N_{BC}，它们已按 M、V、N 图正确画出方向，所以就不用再注明正负符号了。

不难看出，它们是符合 $\Sigma X=0$，$\Sigma Y=0$ 及 $\Sigma M_B=0$ 的，

$$\Sigma X = V_{BA} - N_{BC} = 0$$

$$\Sigma Y = N_{BA} - V_{BC} = 15 - 15 = 0$$

$$\Sigma M_B = M_{BC} - M_{BA} = 11.25 - 11.25 = 0$$

注意：最后一个式中由于所截的截面紧靠着 B 点(图 2－51 夸张地画得较大)，所以剪力、轴力对 B 点均不产生力矩(因力臂趋于零)。

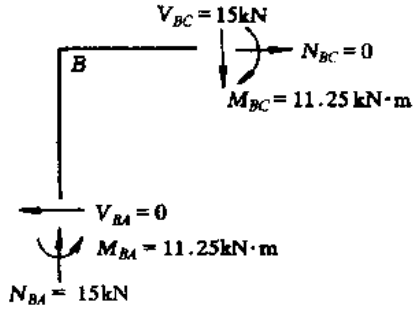


图 2－51 用节点平衡来校核

对无集中力偶作用于节点上的情况来说，作用于刚节点所有杆端截面的弯矩代数和应等于零。对于具有两杆的节点，两杆端截面的弯矩应相等，方向相反，反映在弯矩图上，则这两弯矩的竖距必同在节点的外侧或内侧。大小相等。这个法则应用起来十分方便。

例 2－18 试作图 2－52（a）所示的简支刚架的内力图。

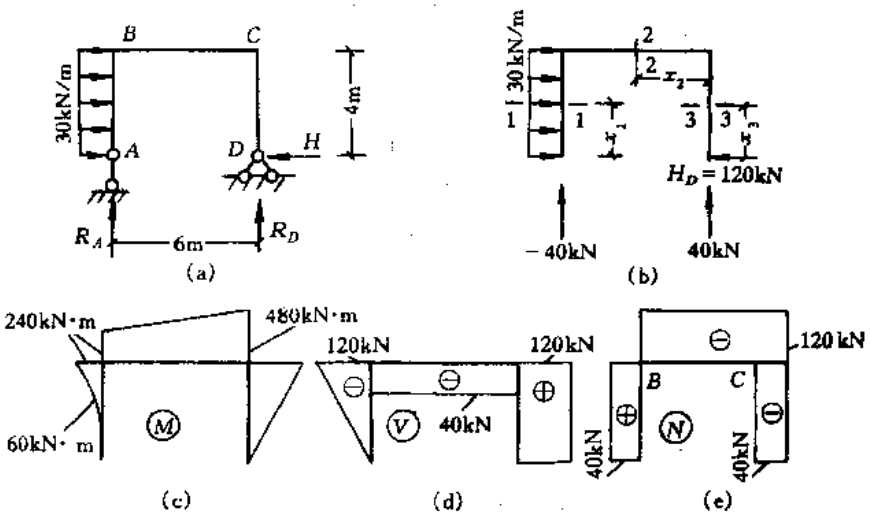


图 2－52 例题

解

1. 计算支座反力

先假设反力方向如图 2－52（a）所示，利用平衡条件求出它们的数值：

$\Sigma X=0$，　　$-H_D+30\times4=0$

$$H_D=120\text{kN}$$

$\Sigma M_D=0$，　　$30\times4\times2+6R_A=0$

得

$$R_A=-40\text{kN}$$

$\Sigma Y=0$，　　$R_A+R_D=0$

所以

$$R_D=-R_A=-(-40)=40\text{kN}$$

要注意，R_A 求得为负值，表示指向应向下，为了以后计算内力时不致搞错，最好重新将反力方向正确地画出，否则在计算过程中用到这个数值时都应加负号。

2. 作弯矩图

柱 AB 上受均布荷载作用，所以首先知这段弯矩图是二次抛物线。以 A 为原点建立坐标，取任一截面 1－1 来看，如图 2－52（b），注意图中 R_A 已反向。

$$M_{1-1}=\frac{30x_1^2}{2}$$

即

$$M_{BA}=\frac{1}{2}\times 30\times 4^2=240\text{kN}\cdot\text{m}$$

整个杆件左边纤维受拉。画出柱 AB 的弯矩图如图 2－52（c）所示。

柱 DC 上无荷载，所以弯矩图应为一直线。以 D 为原点建立坐标，取任一截面 3－3 来看

$$M_{3-3}=H_D\cdot x_3=120x_3$$

柱两端截面弯矩则分别为

$$M_{DC}=0$$

$$M_{CD}=120\times 4=480\text{kN}\cdot\text{m}$$

整个截面右边纤维受拉，弯矩图如图 2－52（c）所示。

横梁 BC 上无荷载，弯矩图亦为一直线。利用节点 B 和 C 的平衡条件可知梁两端弯矩数值为

$$M_{BC}=240\text{kM}\cdot\text{m}$$

$$M_{CB}=480\text{kN}\cdot\text{m}$$

在 2－2 截面的弯矩，可利用两端的 M_{BC}、M_{CB} 求出

$$M_{2-2}=\frac{1}{2}(M_{BC}+M_{CB})$$

$$=\frac{1}{2}\times(240+480)=360\text{kN}\cdot\text{m}$$

整个杆件上部纤维受拉，弯矩图如图 2－52（c）所示，可作出柱 AB 的剪力图如图 2－52（d）所示。

在梁 BC 上，只有反力 R_A 产生剪力，剪力为一常数。

$$V_{BC}=V_{CB}=R_A=-40\text{kN}$$

在柱 DC 中，只有反力 H_D 产生剪力，剪力亦为一常数。

$$V_{DC}=V_{CD}=H_D=120\text{kN}$$

整个刚架的剪力图如图 2－52（d）所示。

3. 作轴力图

各杆的轴力均为常数：

$$N_{AB}=N_{BA}=-R_A=40\text{kN}\quad（AB\text{ 杆轴力只由 }R_A\text{ 产生}）$$

$$N_{BC}=N_{CB}=H_D=-120\text{kN}\quad（BC\text{ 梁轴力只由 }H_D\text{ 产生}）$$

$$N_{DC}=N_{CD}=-R_D=-40\text{kN}\quad（CD\text{ 杆轴力只由 }R_D\text{ 产生}）$$

轴力图如图 2－52（e）。

4. 校核

取出节点 B 的脱离体，按内力的真实方向绘在上

面，如图 2－53 所示

$$\Sigma X = V_{BA} - N_{BC} = 120 - 120 = 0$$

$$\Sigma Y = -N_{BA} + V_{BC} = -40 + 40 = 0$$

$$\Sigma M_B = M_{BC} - M_{BA} = 240 - 240 = 0$$

可见计算结果无误。注意图 2－53 节点 B 上的两小段杆夸张地画得较长。

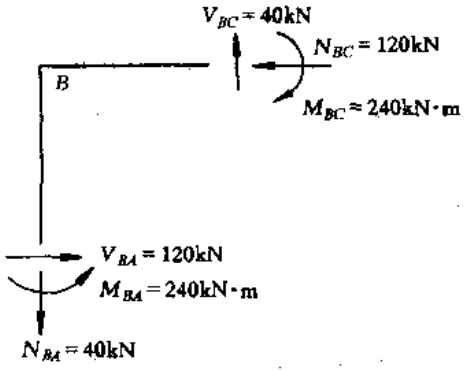


图 2－53　节点平衡

例 2－19　试作图 2－54（a）所示三铰刚架的内力图。

解

1. 计算支座反力

先从整体的平衡列出：

$$\Sigma M_B = 0, \qquad -10\times10\times5 - H_A\times2 + R_A\times10 = 0$$

或

$$2H_A - 10R_A + 500 = 0 \qquad (a)$$

再取 ADC 分离体，如图 2－54（b）所示，因割断处 C 是一个铰，无弯矩，所以只有未知力 V_C 和 N_C，这样我们便利用 $\Sigma M_C = 0$ 可列出

$$-10\times5\times2.5 - H_A\times6 + R_A\times5 = 0$$

或

$$6H_A - 5R_A + 125 = 0 \qquad (b)$$

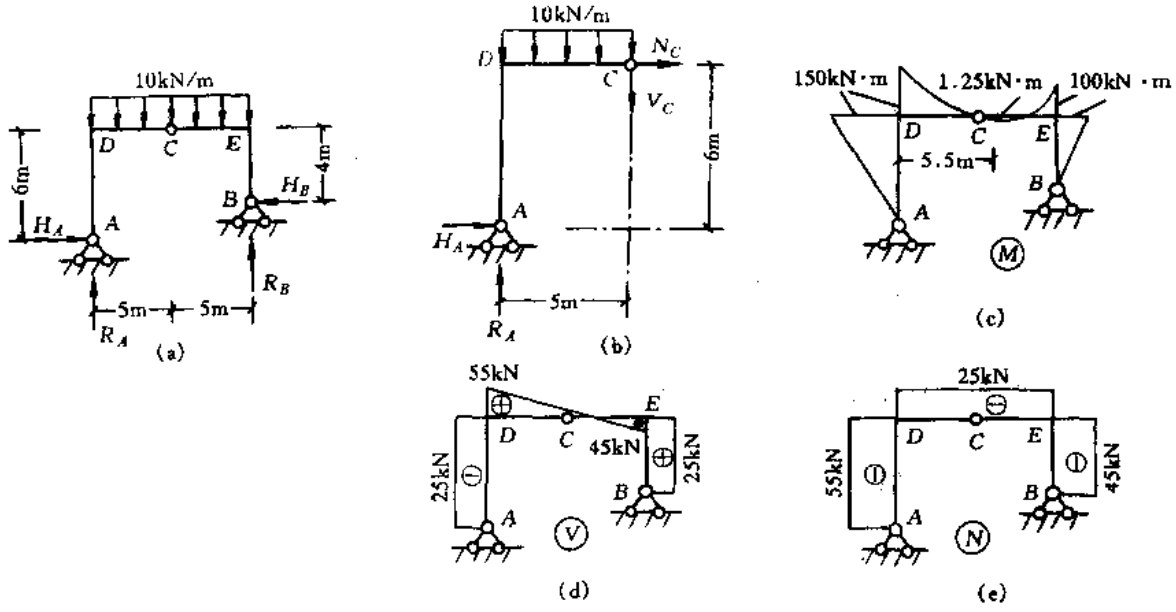


图 2－54　例题

解联立方程式（a）和式（b），就求得

$$H_A = 25\text{kN}$$

$$R_A = 55\text{kN}$$

再看整体平衡

$\Sigma X=0$，　　$H_A-H_B=0$

$H_B=H_A=25\text{kN}$

$\Sigma Y=0$，　　$-10\times10+R_A+R_B=0$

$R_B=100-R_A=100-55=45\text{kN}$

所得反力均为正值，即它们的指向与图中假设的相同。H_A（→），H_B（←）。

2. 作弯矩图

柱 AD 上无荷载，弯矩图为直线，其两端截面弯矩分别为

$$M_{AD}=0$$

$$M_{DA}=H_A\times6=25\times6=150\text{kN}\cdot\text{m}$$

整个杆件左边纤维受拉，弯矩图如图 2－54（c）所示。

柱 BE 情况亦类似，弯矩图为一直线。

$$M_{BE}=0$$

$$M_{EB}=H_B\times4=25\times4=100\text{kN}\cdot\text{m}$$

柱右边纤维受拉。

横梁 DE 上有均布荷载，所以首先知此段弯矩图是二次抛物线。从节点 D 和 E 的平衡，可求得

$$M_{DE}=M_{DA}=150\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{ED}=M_{EB}=100\text{kN}\cdot\text{m}$$

在这两个截面上，梁的上部纤维受拉。

再知铰 C 处，$M_C=0$，知道了这三个截面的弯矩，弯矩图可粗略画出了，见图 2－54（c）。

如果要画得准确一些，则须列出此段的弯矩方程。现以 D 点为坐标原点，x 沿 DE 方向从 D 量到 E（即 x 由 0 至 10m），于是距 D 点为 x 的截面上的弯矩是

$$M_x=R_A\cdot x-H_A\times6-10\times\frac{x^2}{2}=55x-150-10\,\frac{x^2}{2}$$

由这个方程可求出横梁上任一截面的弯矩，不过通常只需求出一些特殊点的弯矩值便可。除了 $M_{DE}=150\text{kN}\cdot\text{m}$，$M_{ED}=100\text{kN}\cdot\text{m}$，$M_C=0$ 外（这三个数值亦可用上式计算出来的，那时 M_{DE}、M_{ED}表现出来的是负值，即表示上部受拉），最大弯矩处可令$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x}=0$

有

$$55-10x=0$$

$$x=5.5\text{m}$$

由此可见距离 D 点 5.5m 处的截面产生最大正弯矩，它的数值是

$$M_{\max}=55\times5.5-150-\frac{10\ (5.5)^2}{2}=1.25\text{kN}\cdot\text{m}$$

在这个截面上是下部纤维受拉的。

用曲线将这四个点的竖距连起来，就得到较准确的弯矩图了，如图 2－54（c）。注意弯矩图曲线通过 C 点。

3. 作剪力图

在柱 AD 中，剪力为一常数。

$$V_{AD} = V_{DA} = -H_A = -25\text{kN}$$

在柱 BE 中，剪力亦为一常数。

$$V_{BE} = V_{EB} = H_B = 25\text{kN}$$

在横梁 DE 中，由于有均布荷载的作用，所以剪力图呈斜直线变化。

$$V_{DE} = R_A = 55\text{kN}$$

$$V_{ED} = R_A - 10\times 10 = 55 - 100 = -45\text{kN}$$

因此得剪力图如图 2－54（d）所示。我们还可注意到，在横梁 $V=0$ 的截面，即为正弯矩最大的截面。图 2－54（d）中剪力图斜线与 DE 梁相交点实际应在 C 点以右 0.5m 处，并不通过 C 点。

4. 作轴力图

各杆轴力均为常数

$$N_{AD} = N_{DA} = -R_A = -55\text{kN}$$

$$N_{BE} = N_{EB} = -R_B = -45\text{kN}$$

$$N_{DE} = N_{ED} = -H_A = -25\text{kN}$$

轴力图如图 2－54（e）所示。

例 2－20 求作图 2－55 所示结构的 M、V、N 图

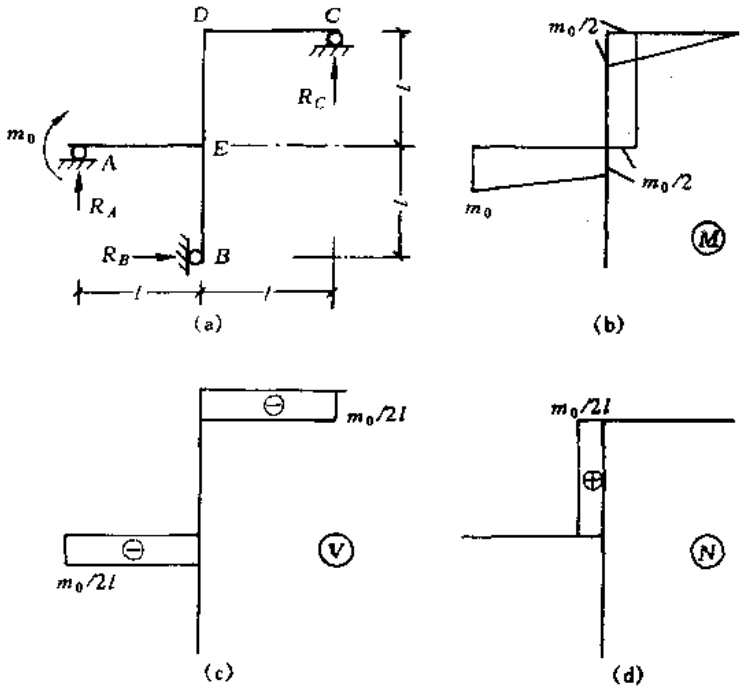


图 2－55 结构图

解

1. 求支座反力

$\Sigma X = 0$，　　$R_B = 0$

$\Sigma M_A = 0$，　　$-R_C \times 2l + m_0 = 0$

$$R_C = \frac{m_0}{2l}$$

$\Sigma Y = 0$，　　$R_A = -R_C = -\frac{m_0}{2l}$　（负号表示 R_A 应下指向）

2．绘内力图

M 图

对 DC 段　以 C 为原点，$M_x = R_C \cdot x$，

当 $x = l$ 时，$M = R \cdot l = \frac{m_0}{2l} \cdot l = \frac{m_0}{2}$，

对 DE 段　以 C 为原点，$M_x = R_C \cdot l = \frac{m_0}{2}$，

对 BE 段　取 BE 为脱离体，$M_x = 0$，

对 AE 段　取 AE 为脱离体，$M_x = m_0 + R_A x = m_0 - \frac{m_0}{2l} \cdot x$

显然，　　$x = 0 \quad M_x = m_0$

$$x = l \quad M_x = \frac{m_0}{2}$$

把四个脱离体求出了弯矩图的杆件拼起来就得到了图 2－55（b）的 M 图。

V 图

因为图 2－55（a）中的 $R_B = 0$，由观察知将只有 AE、DC 两杆上有支座反力的切向投影，BD 杆上的切向投影为零，m_0 本身对所有杆无切向投影。

对 DC 段　　$V_x = -\frac{m_0}{2l}$

对 AE 段　　$V_x = -\frac{m_0}{2l}$

绘出 V 图如图 2－55（c）

N 图

由观察知只有 ED 杆有轴向拉力，其它杆为零。

$$N_x = \frac{m_0}{2l}$$

绘出 N 图如图 2－55（d）。

例 2－21　对图 2－56（a）结构绘制内力图。

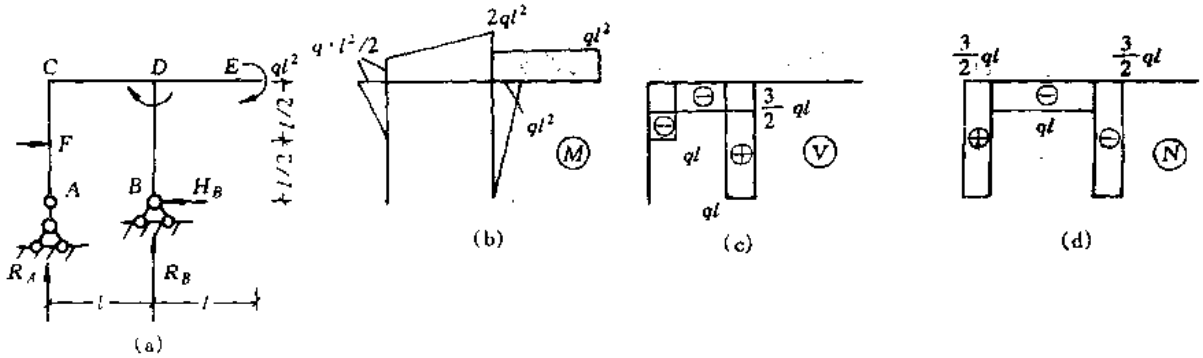


图 2－56　例题

解

1. 求支座反力

由 $\Sigma M_B=0$，

$$R_A\cdot l+q\cdot l\cdot\frac{l}{2}+q\cdot l^2=0$$

$$R_A=-\frac{3}{2}\cdot q\cdot l \quad \text{（负号表示图 2-56（a）中的 } R_A \text{ 应下指）}$$

由 $\Sigma Y=0$，

$$R_B=-R_A=\frac{3}{2}\cdot q\cdot l$$

由 $\Sigma X=0$，

$$H_B=q\cdot l$$

2. 绘内力图

M 图：

由图 2-56（a）可知各杆 M 图均为直线（因为各杆上无均布荷载）。

$$M_{DB}=H_B\cdot l=q\cdot l^2 \quad \text{（右侧受拉）}$$

$$M_{DE}=q\cdot l^2 \quad \text{（上侧受拉）}$$

$$M_{CF}=\frac{1}{2}q\cdot l^2 \quad \text{（左侧受拉）}$$

$$M_{AF}=0$$

由节点 C、D 的弯矩平衡条件有

$$M_{CD}=M_{CF}=\frac{1}{2}q\cdot l^2 \quad \text{（上侧受拉）}$$

$$M_{DC}=M_{DE}+M_{DB}=q\cdot l^2+q\cdot l^2=2\cdot q\cdot l^2 \quad \text{（上侧受拉）}$$

将以上各控制截面的 M 值用直线连接起来，就得到了结构的弯矩图，如图 2-56（b）所示。

V 图：

AF、DE 杆的剪力等于零，

CF 杆 $$V_{FC}=V_{CF}=-q\cdot l$$

CD 杆 $$V_{CD}=V_{DC}=R_A=-\frac{3}{2}q\cdot l$$

BD 杆 $$V_{BD}=V_{DB}=H_B=q\cdot l$$

将以这些值用直线连接起来，就得到了结构的剪力图，如图 2-56（c）所示。

N 图：

DE 杆轴力等于零，

CD 杆 $N_{CD}=-q\cdot l$（负号表轴向压力）

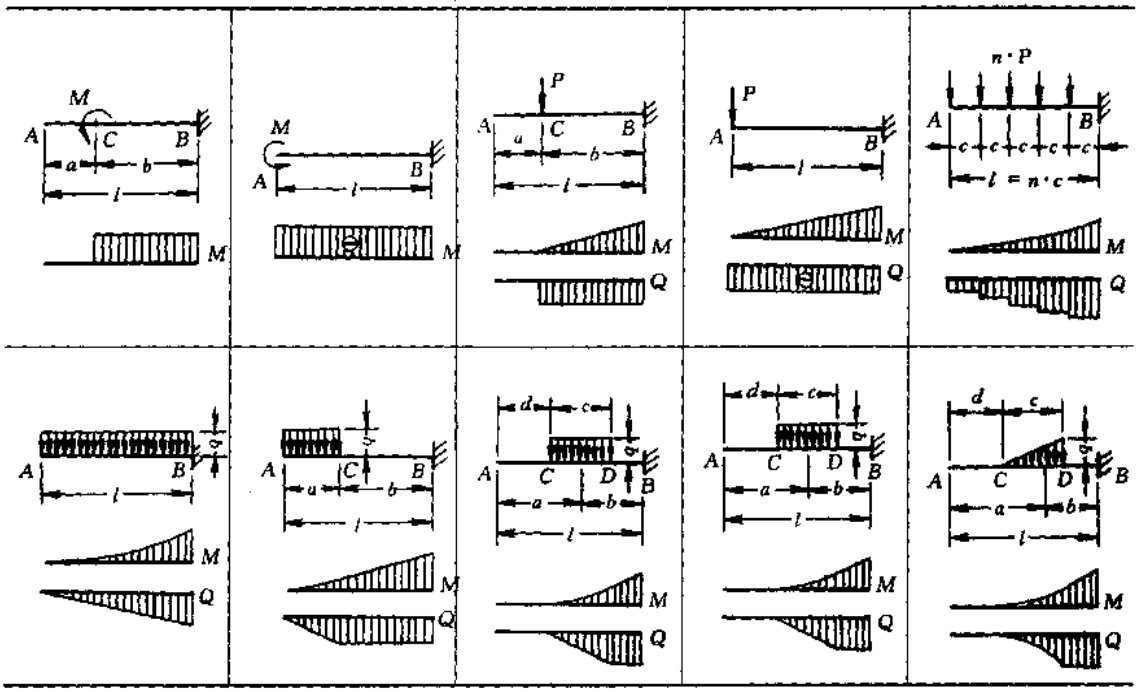
AC 杆 $N_{AC}=\frac{3}{2}\cdot q\cdot l$（正号表轴向拉力）

DB 杆 $N_{DB}=-\frac{3}{2}\cdot q\cdot l$（负号表轴向压力）

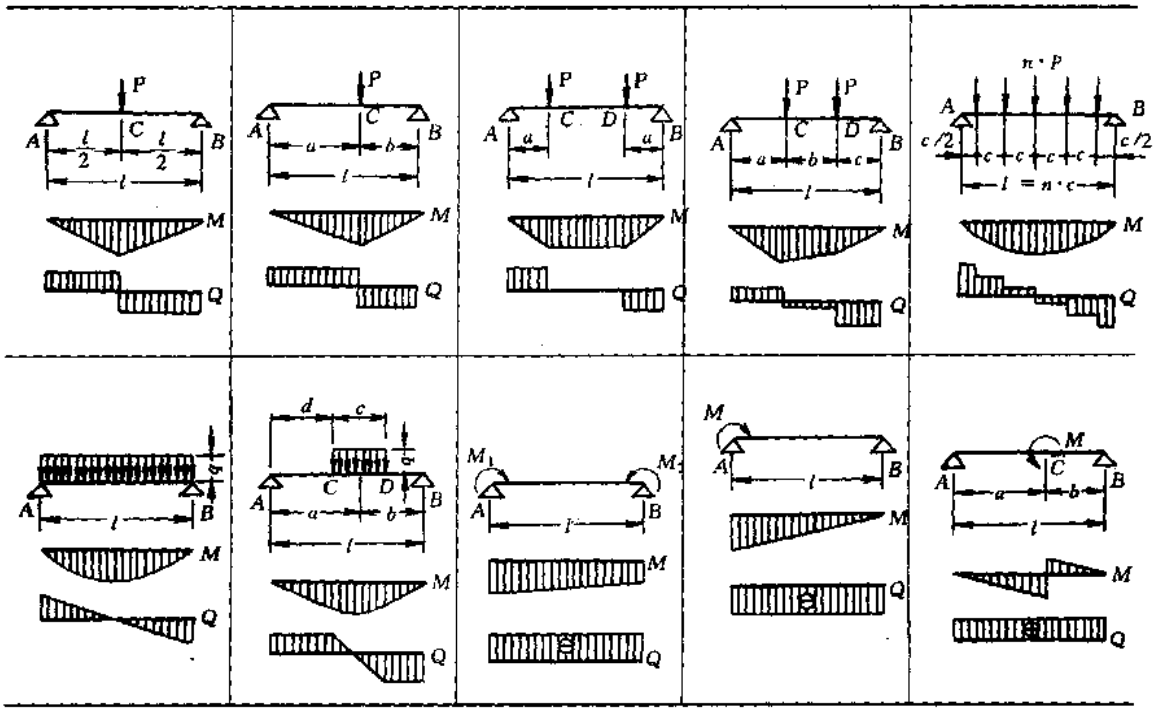
轴力图如图 2-56（d）所示。

第四节　常用静定梁的内力图

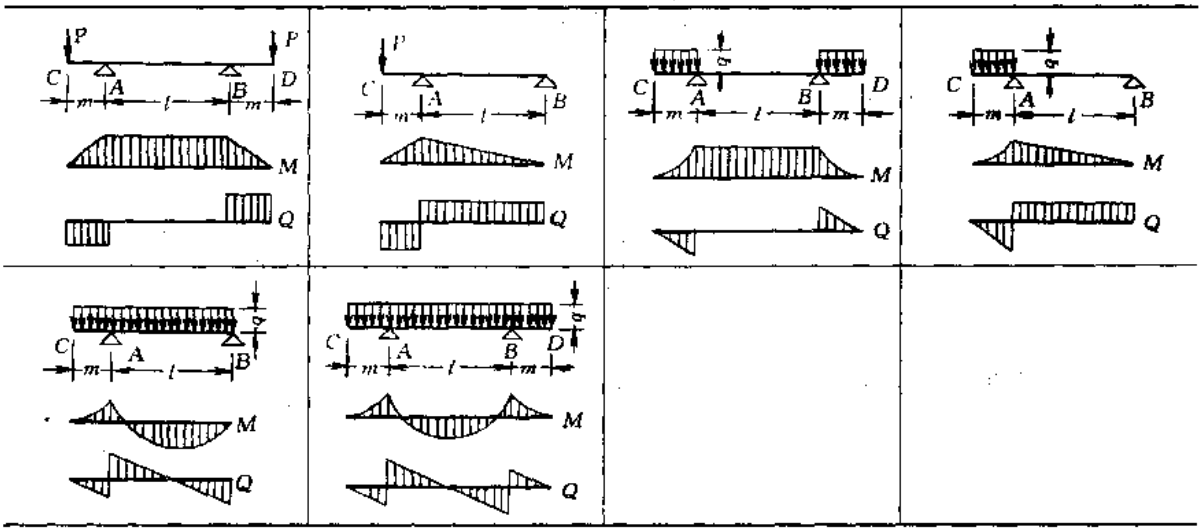
一、悬臂梁的内力图



二、简支梁的内力图



三、简支并且一端（或两端）带悬臂的梁



第五节 小 结

（1）本章主要概括地介绍了外力作用下构件内部内力的来源，主要是由于变形和反抗变形的结果。

（2）求结构构件的内力（即 M、V 和 N）是建筑结构设计中的核心问题之一，本章主要介绍了平面静定结构内力的求法，其基本方法是截面法。将某欲求截面一侧的所有已知外力（包括支座反力）和该截面的未知内力看作一组平面任意力系，分别用平面任意力系的平衡方程去求解未知内力。一般而言，构件截面内力将有三个，特殊情况下只有两个或一个。视问题的具体条件而定。截面法对求指定截面的内力很适用。

（3）求结构构件内力的另一基本方法是沿构件长度方向列出相应的内力方程，在这样的方程中，内力（M、V 和 N）表示为杆件长度的函数。列内力方程的好处，既可以求出某一指定截面的内力，又可以为画出工程中极端有用的内力图服务。

用内力方程作弯矩图和剪力图的一般步骤：

1）根据梁的整体平衡，求出支座反力（对于作悬臂梁或外伸梁的悬臂部分的内力图时，也可以不求支座反力）。

2）建立内力方程。由于荷载和支座特点的不同，一根梁的剪力和弯矩方程有时只需用一个式子表示，有时则需要分段表示。一般说来，在集中荷载和集中力偶的作用点、杆件作用有局部均布荷载的起点和终点等有外荷载变化的截面处，就是内力方程的改变处，因此应以这些截面为界将梁分段，逐段截取脱离体，分别列出各脱离体的平衡方程，从而得到各段梁的剪力方程和弯矩方程。列内力方程的要点之一是坐标系的建立，要多练习和思考。

3）分析剪力和弯矩方程所表示的函数特征，求出画这些函数图形所需要的几个控制截面的剪力和弯矩值，作出剪力图和弯矩图。例如，对于 x 的一次函数，只需算出任意两个截面的内力值，然后用直线相连，即得内力图；对于 x 的二次函数，一般可沿杆段任取 3 个到 5 个截面，将 x 代入内力方程，算出它们的内力，连成内力图。

4）在内力图上，需标明剪力和弯矩的最大正、负值（包括大小和单位）及其所在位置。

（4）画内力图更重要的是概念清楚，读者可以从本章内容和例题中找出一些规律，定性地画出结构内力图，这是一件极有意义的工作。

（5）桁架的杆件一般只受轴向力，故桁架的内力图一般不象刚架和梁那样复杂，因此，桁架一般不作内力图。常用来分析桁架杆件内力的方法有节点法和麦—克图法。

节点法实质上是平面共点力系平衡方程的应用。麦—克图法实质上是力的平行四边形法或称三角形法的具体发挥，不过它的方法很巧妙，解决了很繁琐的按一个一个节点去图解的重复过程，工程上应用很广泛。

习　题

2－1　什么叫弯矩、剪力？为什么会产生弯矩和剪力？

2－2　梁的弯矩、剪力的计算法则是如何得到的？其正负符号如何规定？

2－3　什么叫弯矩方程、剪力方程？试列出图 2－57 所示简支梁 AC 段和 CB 段的弯矩方程和剪力方程，并说明方程中的自变量 x 是从哪一点为原点的，适用范围如何？

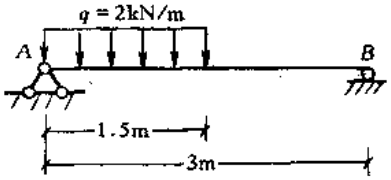


图 2－57　习题

2－4　作图 2－58 各图的 M、V 图。

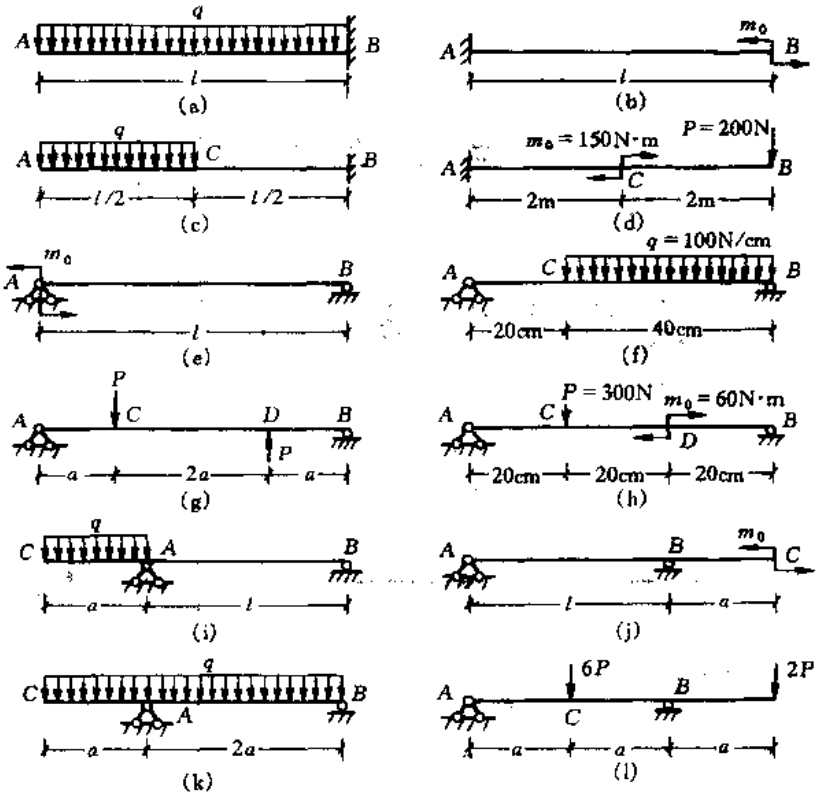


图 2－58　习题

2－5　试列出图 2－59 梁在各段弯矩、剪力方程并根据方程求指定截面 1－1、2－2、3－3 的内力值。

2－6 图 2－59 列出弯矩、剪力方程后，绘出它们的弯矩图和剪力图。

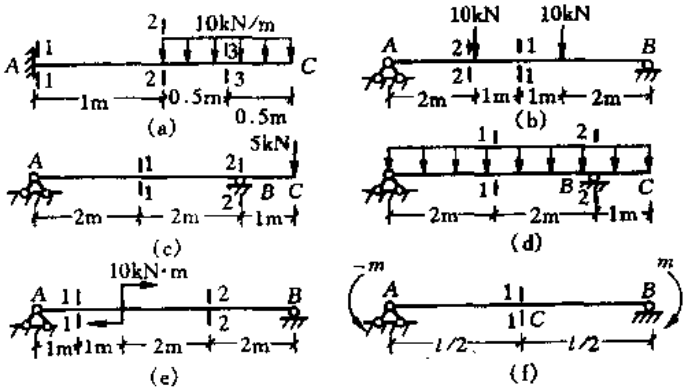


图 2－59 习题

2－7 梁的形式、尺寸及荷载如图 2－60 示。试求：

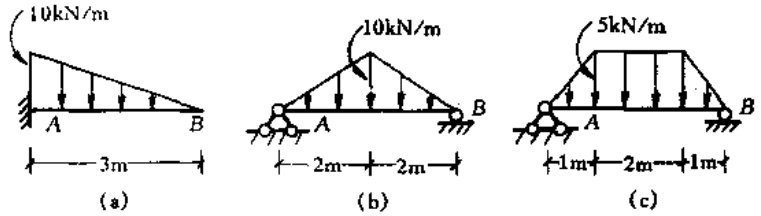


图 2－60 习题

(1) 列出梁任一截面的弯矩、剪力方程；

(2) 绘出梁的弯矩图、剪力图。

2－8 作图 2－61 各梁的 M 和 V 图。

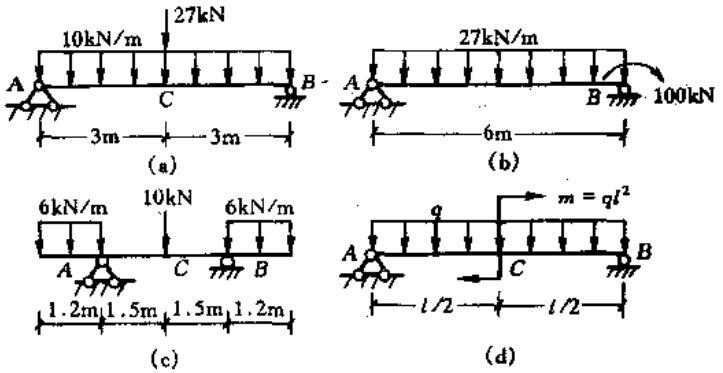


图 2－61 习题

2－9 求图 2－62 各刚架的 M、V 和 N 图。

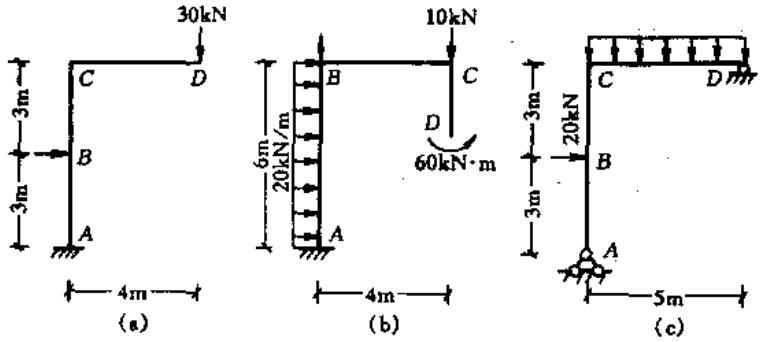


图 2－62 习题

2－10　求作图2－63各刚架或三铰拱的 M、V 和 N 图。

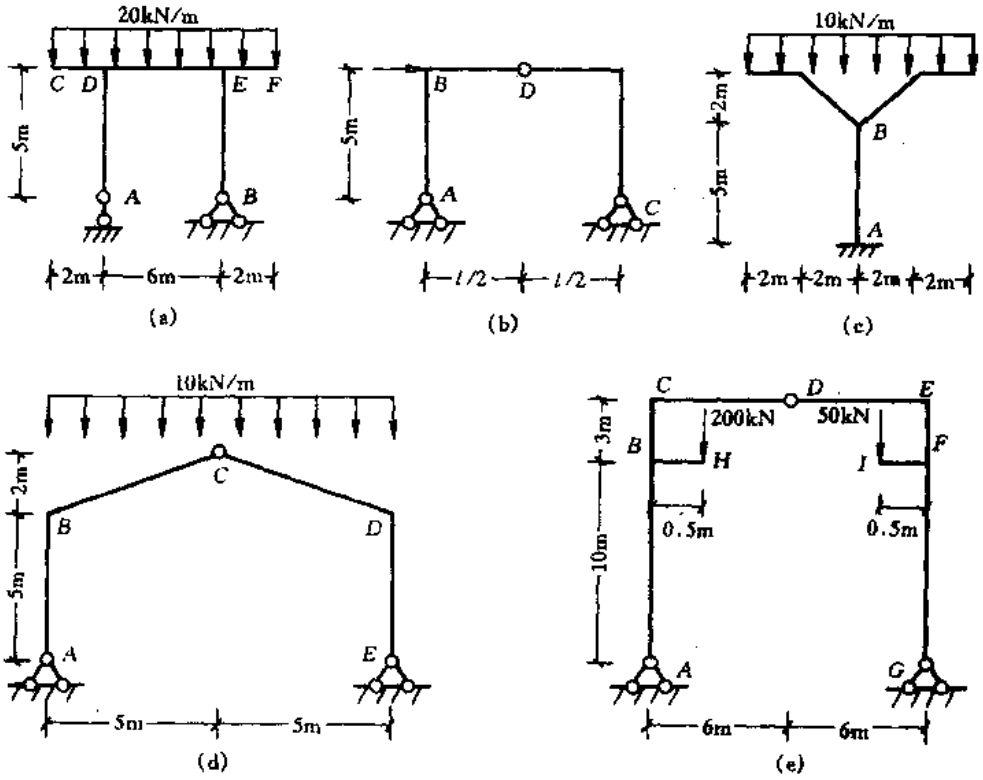


图2－63　习题

第三章　应力和强度

内　容　提　要

第二章研究了构件截面上内力（N、V 和 M）的求法，并且把整个结构的各个截面上的内力画成了内力图（N 图、V 图和 M 图）。从而知道了结构上最大弯矩 M_{max}，最大剪力 V_{max}和最大轴力 N_{max}分别位于结构的那一部位（注意，一般地说，N_{max}，V_{max}和 M_{max}并没有同时出现在同一个截面上的必然规律）和各截面内力的大小和正、负等规律。

但是为了研究构件不被破坏，仅列出构件的内力方程或画出内力图还不够，这是因为：

（1）对某一个构件，内力最大的截面并不一定是构件最弱（比如说该截面较小）的截面。

（2）即使对同一个截面来说，在外力的作用下，截面上各点处所承担的内力并不一定相同，有的部位承担较多，有的部位则较少。显然，承担内力较多的部位在该截面中才是危险区域。

上面两点说明，我们一方面要知道构件可能沿哪一个截面破坏，另一方面还要知道某个截面上的哪一个微区域上最危险。因此，仅仅知道截面上某一种内力的数值或者最大值（即第二章的研究的 N、V 或 M 各自的大小）是不够的，同时还应该知道截面各个微区域上内力分布的情况，也就是各微小面积上内力的大小如何？这就引出了本章所要解决的主要问题——截面上的应力和该截面的强度计算。

所谓应力，可以理解为单位面积上（比如 mm^2）的内力。

本章主要研究：

（1）研究正应力，剪应力的概念。

（2）研究正应力、剪应力与第二章所学过的内力的关系。

（3）研究应力的安全取值。

一般说来，与轴向力 N 相对应的应力是正应力。与平面弯曲中引起的弯矩 M 所对应的应力也是正应力。对这种正应力的透彻理解有助于对弯矩 M 的理解。与剪力 V 相对应的应力是剪应力。

在截面上有轴向内力 N 的情况下，每一微面积上的正应力的集合就组成了轴向力 N（轴向压力或者轴向拉力）。在截面上有内力弯矩 M 的情况下，每一微面积上的正应力将对该截面中性轴产生力偶矩，这些力偶矩的代数和就组成了弯矩 M。在截面上有剪力 V 的情况下，每一微面积上的剪力的集合就组成了剪应力 V。

当每一微面积上的实际应力不大于组成构件的材料允许承担的应力实验值时，这时的构件就可能安全地工作。这一过程包括在构件的强度计算内容中。

第一节　应力和强度计算概念

一、应力

（一）正应力 σ

在杆件的单位横截面积范围内法向力的集合称为正应力。用 N/m^2（称为 Pa）作它的单位。如果这种正应力使杆件纤维沿它的纵轴方向有伸长的趋势，那么称为拉应力；反之称为压应力。

正应力用符号 σ 表示。拉应力前面带正号，通常略去不写，压应力前面带负号。

（二）剪应力 τ

同样地可以理解剪应力为单位横截面积上切向应力的集合。与正应力的单位一样，用 N/m^2（即 Pa）表示其单位。剪应力是由于该截面上有剪力时产生的。

剪应力用符号 τ 表示。

二、强度

我们不仅要研究截面上的内力大小，进一步要保证该截面的安全，这就是强度计算的目的。

显然，截面不能承受任意大的应力，因此，截面安全工作的应力值应该限制在某一允许数值，这个值就叫做容许应力或许用应力。通常容许正应力以字母加括号 $[\sigma]$ 表示，容许剪应力以 $[\tau]$ 表示。

$[\sigma]$ 和 $[\tau]$ 一般由大量的实验再加上安全度分析给出。在我们的问题中，某种材料的 $[\sigma]$ 和 $[\tau]$ 一般是已知的。或者可以由有关手册查出。

必须强调，在建筑结构设计中，正应力或剪应力的容许值通常叫做设计强度值，这在本书第十一章以后将有专门介绍。

三、强度条件

强度计算的内容是根据截面上内力的大小、性质分布规律，寻求出该截面上的最不利或者理解为最大的应力，用它与容许应力进行比较。即

$$\sigma_{max} \leqslant [\sigma]$$

$$\tau_{max} \leqslant [\tau]$$

由于式中的 σ_{max} 和 τ_{max} 涉及到内力和截面形状，因此强度计算当然也就有了很丰富的内容。

第二节　弯曲时的正应力

一、弯曲时的正应力

如果一根梁无初应力存在，而承受沿梁长为定值的弯矩作用，即纯弯曲，正如在梁的两端施加相等的力偶所得的那样，那么梁将弯曲产生曲率半径 R 如图 3-1 所示。这样弯曲的结果使得在梁的上层纤维产生拉伸而下层纤维产生压缩。这种情况可以用一块长方形的橡皮块很容易地证实。因此有理由认为，在此上下两层纤维之间的某处有一些应力为零的点。所有这样一些点的轨迹称为中性轴（层）。曲率半径 R 即是对此轴（层）度量的。对于对称匀

质截面，中性轴就是对称轴，而对于任何截面中性轴总是通过横截面积的形心。

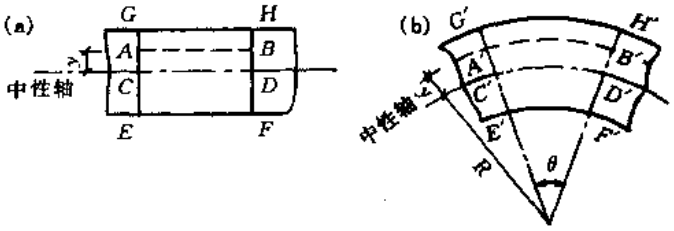


图 3－1 受弯矩作用的梁

(a) 弯矩 M 作用前；(b) 弯矩 M 作用后

形心的概念有以下几个注意点：

(1) 形心一般是针对截面形状而言的，或者说是针对二维的面积图形而言的。

(2) 形心与该面积的质量无关，仅与其几何形状有关。它与中学物理学中所介绍的重心是不同的概念。

(3) 形心的计算：

1) 一般先应建立 $x-y$ 坐标系，显然，面积上的形心位置可以用 $x-y$ 坐标中的一个点确定。

2) 通过下式计算形心坐标：

$$X_{形心}=\frac{\Sigma X_i \cdot A_i}{\Sigma A_i}$$

$$Y_{形心}=\frac{\Sigma Y_i \cdot A_i}{\Sigma A_i}$$

式中 $X_{形心}$、$Y_{形心}$——形心的 x、y 坐标；

A_i ——将面积分割成若干个小面积之第 i 块；

X_i、Y_i ——第 i 块小面积 A_i 在选定的 $x-y$ 坐标系中的 x、y 座标值。

3) 确定形心的目的。因为弯曲时中性轴或中性层一定通过截面形心，它是区分弯曲时截面内拉、压正应力的分界点，所以在研究弯曲时引起的正应力过程中有很多的应用。

现考虑梁上原来平行的两个横截面 HF 和 GE，见图3－1(a)。当梁受弯时，见图 3－1(b)，假设横截面仍为平面，即截面的最终位置 $H'F'$ 和 $G'E'$ 仍为直线，于是它们将夹某一角度 θ。

现考虑距中性轴（层）为 y 的某一纤维 AB 当梁受弯时 AB 将伸长为 $A'B'$。

$$纤维\ AB\ 的应变=\frac{伸长}{原长}=\frac{A'B'-AB}{AB}$$

而 $AB=CD$，并由于中性轴（层）不受力，而 $CD=C'D'$，

故有关系式：
$$应变=\frac{A'B'-C'D'}{C'D'}=\frac{(R+y)\cdot\theta-R\cdot\theta}{R\cdot\theta}=\frac{y}{R}$$

又因为在物理学中，
$$\frac{应力}{应变}=弹性模量$$

设弹性模量为 E，故有关系式：
$$应变=\frac{应力}{弹性模量}=\frac{\sigma}{E}$$

使上面两个应变表达式的右边相等，得

$$\frac{\sigma}{E}=\frac{y}{R}$$

改写一下，得

$$\frac{\sigma}{y}=\frac{E}{R} \tag{3-1}$$

式（3－1）是一个过渡公式，我们在此基础上要导出内力 M 来代替式中的正应力 σ 的公式。

现考虑梁的一横截面，如图 3－2。由方程式（3－1）得到在距中性轴为 y 处的纤维上的应力为

$$\sigma=\frac{E}{R}\cdot y$$

横截面上设窄条的面积为 dA，则作用于窄条上的力 F 为

$$F=\sigma\cdot dA=\frac{E}{R}\cdot y\cdot dA$$

此 F 力对中性轴的力矩为

$$F\cdot y=\frac{E}{R}\cdot y^2\cdot dA$$

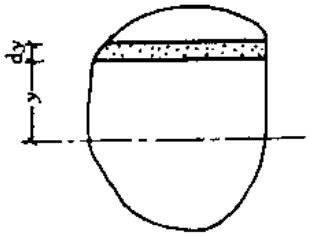


图 3－2　梁的横截面

所以对于整个横截面而言总力矩应求和

$$M=\Sigma\frac{E}{R}\cdot y^2\cdot dA=\frac{E}{R}\cdot\Sigma y^2\cdot dA$$

因为 E 和 R 假定为常数，故 E 和 R 可提到求和记号 Σ 的前面。

$\Sigma y^2 dA$ 称为横截面面积的惯性矩，用符号 I 表示。

$$M=\frac{E}{R}\cdot I$$

这里特别提出：计算 I 值时，由于有 y 的平方项，同时面积 A 不可能为负，故 I 值将永远是大于零的。为了便于与式（3－1）比较，将上式改写为

$$\frac{M}{I}=\frac{E}{R} \tag{3-2}$$

注意式（3－1）与式（3－2）的右边相同，故其左边也相等，即有

$$\frac{M}{I}=\frac{\sigma}{y} \tag{3-3}$$

式（3－3）是受弯构件强度分析中的重要内容，它将截面内任一点处的正应力与该截面的内力弯矩 M 之间建立了关系。从而将第二章的内容和第三章的内容有机地结合起来了。

下面再分析抗弯刚度的概念。

将式（3－2）改写一下有

$$\frac{M}{E\cdot I}=\frac{1}{R} \tag{3-4}$$

式中 $\frac{1}{R}$ 是梁弯曲后的曲率，R 为曲率半径。对照图 3－1（b），显然 R 越小，说明梁弯曲的越厉害。但由于工程上常用来衡量弯曲程度的是 $\frac{1}{R}$，所以我们干脆导出 $\frac{1}{R}$ 与 R 的关系后，就直接用 $\frac{1}{R}$ 这个概念。

显然：R 越小则 $\frac{1}{R}$ 越大，即 $\frac{1}{R}$ 的大小正好与梁弯曲的大小直接对应。现在进一步由式

(3-4) 有：$\frac{1}{R}$与M成正比，而与$E\cdot I$成反比。

$\frac{1}{R}$与截面的M成正比，这说明梁在外力作用下横截面上产生的弯矩愈大，梁就弯得愈厉害；$\frac{1}{R}$与$E\cdot I$成反比，说明$E\cdot I$愈大，梁愈不易弯曲，$E\cdot I$称为梁截面的抗弯刚度，其物理意义表示梁抵抗弯曲变形的能力。关于刚度概念，在第五章还要讨论。

二、中性轴

如上所述，当梁弯曲时，梁的一个表面承受拉伸，而另一个表面则承受压缩，那么显然在梁的横截面内一定有一应力改变符号的分界线，在此分界线上应力为零，这就是中性轴。

此外，上面已经提及方程式（3-3）可以改写成下面的形式：

$$\sigma=\frac{M}{I}\cdot y \tag{3-5}$$

式（3-5）是梁弯曲时横截面上任意一点的正应力计算公式。此式表明：正应力是与所在截面的弯矩M成正比，与截面对中性轴的惯性矩成反比。正应力沿截面高度成直线规律分布，离中性轴愈远愈大，中性轴上（$y=0$）的正应力等于零（图3-3）。在用式（3-5）计算正应力时，可不考虑式中M与y的正负号，均以绝对值代入，最后由梁的变形来确定是拉应力还是压应力。当截面上的弯矩为正时，梁下边受拉、上边受压，所以中性轴以下为拉应力，中性轴以上为压应力。当截面上的弯矩为负时，则相反。

在计算均匀材料受弯曲的正应力时式（3-5）经常要用到，比如矩形式工字钢梁的截面应力，一般情况下就用式（3-5）计算。

再来考虑图3-2所示一般梁的横截面，其中中性轴落在某一适宜的位置上。在一微小单元面积上的力为$\sigma\cdot dA$，作用线垂直于横截面，亦即平行于梁轴。

于是平行于梁轴的合力为

$$\int\sigma\cdot dA$$

分析表明，当梁纯弯曲平衡时，垂直于梁的横截面正应力的合力等于零，即中性轴一侧的拉力必须恰好抵消中性轴另一侧的压力，也就是

$$\int\sigma\cdot dA=0$$

将方程式（3-1）中σ代入上式，即得

$$\int\frac{E}{R}\cdot y\cdot dA=0$$

$$\frac{E}{R}\cdot\int y\cdot dA=0$$

上式为零的条件只能是左边积分号一项，由此得出一个规律：

中性轴一定通过该横截面的形心。所谓形心，可以理解为是当该横截面为一薄片时，这块薄片面积的重心。因为$y\cdot dA$是一种“矩”的概念，与求重心时取矩概念是吻合的。

必须注意的是，这一条件仅当应力在弹性范围内时才适用，否则上述推导过程不能成立。

弯曲时典型的应力分布如图3-3所示。很明显，靠近中性轴的材料比起距此轴较远处

的材料来总是承受比较小的应力。因此，为了获得最大的弯曲抗力，最好使用有大量截面积尽量远离中性轴的那些截面。由于这个原因，在现代的工程应用中，例如以弯曲为主的大梁，工字形截面或T形截面梁很受重视。这样一些梁其横截面对于中性轴具有较大的面积矩，并且只要保证弯曲绕这个轴发生，那么它们对于弯曲应力将具有大的抗力。

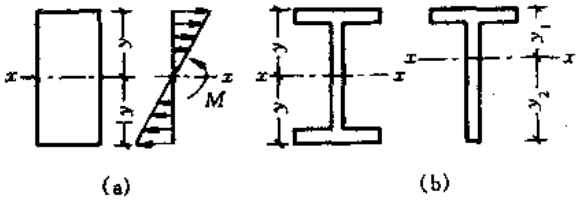


图3－3　弯曲应力的典型分布

第三节　截面的几何特征

一、截面抵抗矩 W

根据方程式（3－5），显然在任何一种截面中最大正应力为

$$\sigma_{max}=\frac{M}{I}\cdot y_{max} \tag{3-6}$$

或者写成

$$\sigma_{max}=\frac{M}{\left(\frac{I}{y_{max}}\right)}=\frac{M}{W} \tag{3-7}$$

式中 $W=I/y_{max}$称为截面抵抗矩。某种特定横截面的 W 值越大，则在给定的最大应力下梁能够抵抗的弯矩也就越大。

像铸铁或钢筋混凝土这样的材料，它们在拉伸时和压缩的性质大不相同，在实际应用中就运用两个最大允许应力值。这在非对称截面（例如T形截面）的情况中是非常重要的，这里 y_{max}值在中性轴两边也是不同的，见图3－3，因而截面抵抗矩经常引用两个值：

$$W_1=\frac{I}{y_1}$$

和

$$W_2=\frac{I}{y^2}$$

而每一个值是与适当的允许应力一起使用，比如 y_1 一侧用受压允许应力，y_2 一侧用受拉允许应力。

从本质看上，式（3－7）只是式（3－6）的一种形式上的改写而已。

二、截面惯性矩 I

现考虑梁的如图3－4所示的矩形横截面，以及面积为 dA、宽度为 B、距中性轴距离为 y 的一个微元，截面的中性轴根据对称性可知通过截面的中心。

名词截面惯性矩 I，定义为：截面上每一微面积与该微面积至某一轴线距离平方的乘积的集合。这某一轴线，既可位于截面内，也可位于截面外。

用式子表示为

$$I=\int y^2\cdot dA$$

因此，对于矩形截面，如图3－4，截面对中性轴的 I 值为

$$I_{中性轴}=\int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}}y^2\cdot B\cdot dy=B\cdot\int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}}y^2\cdot dy=B\cdot\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}}=\frac{B\cdot D^3}{12}\qquad(3-8)$$

同理，矩形截面对于通过截面底边轴的 I 值可用同样方法求出，只是积分限为 0 到 D，即

$$I_{底}=B\cdot\left[\frac{y^3}{3}\right]_0^D=\frac{B\cdot D^3}{3}\qquad(3-9)$$

这两个结论使得计算易于分为几个矩形之组合截面的 I 值非常方便，对于对称截面，例如图 3－5 所示的工字形截面，利用式（3－8）有

$$I_{中性轴}=\frac{B\cdot D^3}{12}-2\left(\frac{b\cdot d^3}{12}\right)$$

可以发现，任何这类对称截面都可以被分成若干个中性轴通过它们各自形心的合适的矩形，而上述方法可用来快速求解。

对于非对称截面，例如图 3－6 所示的 T 形截面，可以更方便地将其分为若干个底边在中性轴上的矩形，然后就可应用式（3－9）。

$$I_{中性轴}=I_{ABCD}-I_{阴影面积}+I_{BFGH}$$

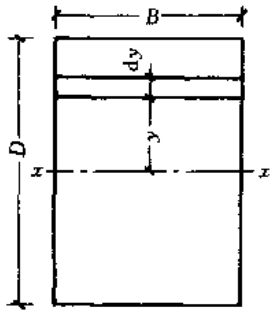


图 3－4 截面惯性矩推导图

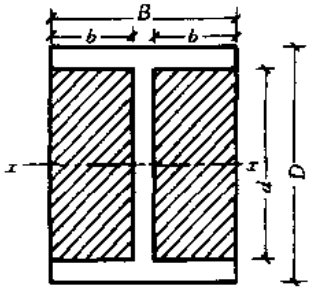


图 3－5 复合截面 I 值求法

于是得出结论：对于可以分割成若干矩形的任何截面，都可以用上述方法求惯性矩 I 值。

注意惯性矩 I 一定是对某一轴线而言。

当轴线在矩形截面以外时，同样可利用上述方法求解。如图 3－7 所示，显然有

$$I_{轴线}=I_{ABEF}-I_{CDEF}$$

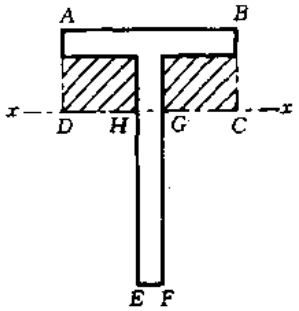


图 3－6 工字形截面求 I 值

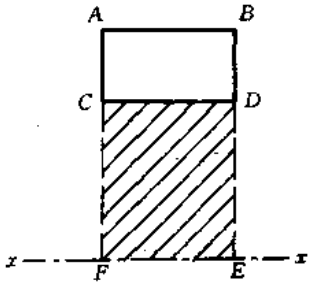


图 3－7 截面对任意轴求 I 值

截面惯性矩还可以用公式方法进行计算。当欲求某一截面对平行于中性轴的任一轴的惯性矩 I 时，下面公式用起来也非常方便：

$$I_{轴线} = I_{中性轴} + A \cdot d^2 \tag{3-10}$$

式中　$I_{轴线}$——为截面对平行于中性轴的任意轴的惯性矩；

$I_{中性轴}$——为截面对其中性轴的惯性矩；

A——为截面面积；

d——为任意轴至截面中性轴的距离。

读者不难验证式（3－10）和利用式（3－9）求截面对任一轴的 I 值是一致的。

三、截面回转半径 i

有时把截面的惯性矩 I 表示成面积和长度的平方这样一种乘积的形式。因为惯性矩 I 的单位是长度的四次方，而面积和长度的平方相乘其单位也是四次方，所以它们可以互等。即

$$I = A \cdot i^2 \tag{3-11}$$

式中的 i 定义为面积 A 对惯性矩 I 所取同一轴线的回转半径。回转半径 i 与熟知的圆半径 R 是截然不同的概念，比如半径为 R（直径为 $D=2R$）的圆，回转半径 i 与圆半径是两个不同的量，回转半径为

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{\pi D^4}{64}}{\frac{\pi D^2}{4}}} = \frac{D}{4} = \frac{2R}{4} = \frac{R}{2}$$　显然不等于圆的半径 R。

工程中大量已知的是截面的惯性矩 I 和截面面积 A，此时的回转半径不难表示为

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \tag{3-12}$$

式（3－12）在研究压杆的稳定（本书第四章）和钢结构、木结构的受压杆件等内容中将经常用到。

例 3－1　试求图 3－8 所示工字形截面的回转半径 i。

解

1．分析

a．因为　$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$，故关键应求 I。

b．因为惯性矩 I 系对截面形心而言，故求 I 之前应先确定截面形心的位置。而形心有 x、y 两个坐标，故 I、i 也有两个值 I_x、I_y 和 i_x、i_y。

2．求解（仅以求 $y_{形心}$、I_x 和 i_x 为例）

a．求形心：

（a）由于图形沿 y 轴对称，故 $x_{形心}$ 在 y 轴线上，不用计算；

（b）求形心距 x 轴的位置

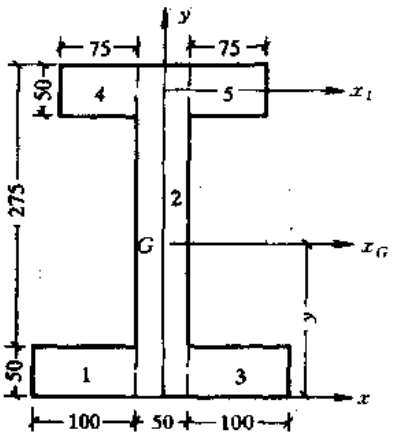


图 3－8　例题

$$y_{形心} = \frac{\Sigma yi \cdot A_i}{\Sigma A_i}$$

为此，将截面分成 1、2、3、4、5 共五个小矩形，则上式可算出：

$$y_{形心}=\frac{75\times50\times300+75\times50\times300+50\times325\times\frac{325}{2}+50\times100\times25+50\times100\times25}{75\times50+75\times50+50\times325+50\times100+50\times100}$$

$$=152.3\text{mm}$$

图中 x_G 表示水平形心轴。

b. 求截面对形心轴 x_G 的惯性矩 I：

我们灵活运用式（3－9）来解决，并用 I_1、I_2、I_3、I_4、I_5 分别表示每块小面积对形心轴 x_G 的惯性矩，最后将其加起来（注意都是正值，故可相加）。

$$I_1=I_3=\frac{1}{3}\left[100\times152.3^3-100\times(152.3-50)^3\right]$$

$$=\frac{1}{3}(3.532-1.070)\times10^8=0.82\times10^8\text{mm}^4$$

$$I_4=I_5=\frac{1}{3}\left[75\times(275+50-152.3)^3-75\times(275+50-152.3-50)^3\right]$$

$$=\frac{1}{3}(3.863-1.385)\times10^8=0.826\times10^8\text{mm}^4$$

$$I_2=\frac{1}{3}\left[50\times152.3^3+50\times(275+50-152.3)^3\right]$$

$$=\frac{1}{3}(1.766+2.575)\times10^8=1.447\times10^8\text{mm}^4$$

故点的惯性矩（对形心轴 x_G）为

$$I_x=I_1+I_2+I_3+I_4+I_5=(0.82\times2+0.826\times2+1.447)\times10^8$$

$$=4.74\times10^8\text{mm}^4$$

c. 求回转半径 i：

（*a*）I 值已求为　　$I=4.74\times10^8\text{mm}^4$

（*b*）工字形截面面积 A 为

$$A=75\times50\times2+100\times50\times2+50\times325=7\ 500+10\ 000+16\ 250=33\ 750\text{mm}^2$$

（*c*）故可求出 i 为

$$i_x=\sqrt{\frac{I}{A}}=\sqrt{\frac{4.74\times10^8}{3.375\times10^4}}=118.5\text{mm}^2$$

其余对 y 轴的惯性矩 I_y、对 y 轴的回转半径 i_y，请读者自行解出。

例 3－2　一长为 l 的矩形截面梁，如图 3－9，在自由端作用一个集中力 P，已知：$h=18\text{cm}$，$b=12\text{cm}$，$y=6\text{cm}$，$P=1.5\text{kN}$。求 C 截面上 K 点的正应力。

解　先算出该截面上的弯矩为

$$M_C=-P\times2=-1.5\times2=-3\text{kN}\cdot\text{m}$$

截面对中性轴的惯性矩为

$$I_{中性轴}=\frac{bh^3}{12}=\frac{0.12\times0.18^3}{12}=0.583\times10^{-4}\text{m}^4$$

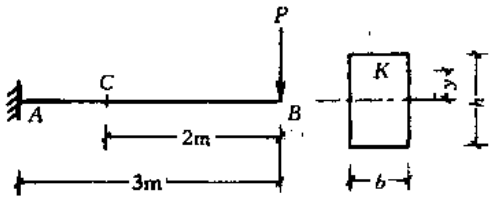


图 3－9　例题

将 M_C，$I_{中性轴}$ 及 y 代入应力公式（3－5）。代入时，M_C 及 y 均不考虑正负号而以绝对值代入。则

$$\sigma_K=\frac{M_C}{I_{中性轴}}\cdot y=\frac{3}{0.583\times10^{-4}}\times0.06=3\ 087\text{kPa}$$

C 截面上的弯矩为负，K 点是在中性轴上边，所以判断 σ_K 为拉应力。

第四节　梁的正应力强度计算及举例

为了保证梁的安全工作，梁必须满足强度要求，梁内的最大应力不能超过一定的限度，该限度就是材料的容许应力。通过正应力的计算公式，我们可以算出任何横截面上的最大正应力，从而建立正应力的强度条件，对梁进行正应力的强度计算。

前已叙及，对梁的某一截面来说，如弯矩值一定，最大正应力将发生在距中性轴最远的位置，如式（3－6）为

$$\sigma_{max}=\frac{M}{I_{中性轴}}\cdot y_{max}$$

或改写为式（3－7）为

$$\sigma_{max}=\frac{M}{(I_{中性轴}/y_{max})}=\frac{M}{W}$$

显然，截面抵抗矩 W 愈大，由式（3－7）求出的实际正应力 σ_{max} 愈小，也就是说截面材料离破坏的容许值愈远。因此说截面的抗弯能力愈强。

对矩形截面为

$$W_{中性轴}=\frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}}=\frac{bh^2}{6}$$（式中 b、h 分别为截面的宽和高）

对圆形截面为

$$W_{中性轴}=\frac{\frac{\pi R^4}{64}}{\frac{R}{2}}=\frac{\pi R^3}{32}$$（式中 R 为截面半径）

对工字钢、槽钢、角钢等型钢截面，$W_{中性轴}$ 值可由型钢表中查得（见附录三的型钢表）。

式（3－7）所表达的是任一截面上最大正应力。

对于等截面梁来说，W 是常量，所以最大正应力一定发生在最大弯矩 M_{max} 的截面上。根据强度要求，同时考虑留有一定的安全储备，梁内的最大拉、压应力 σ_{max} 不能超过材料的容许应力 $[\sigma]$。因而有

$$\sigma_{max}=\frac{M_{max}}{W}\leqslant[\sigma] \tag{3-13}$$

式（3－13）是梁按正应力计算的强度条件。式中，$[\sigma]$ 为弯曲时材料的容许正应力，其值随材料而异。各种材料的 $[\sigma]$ 值，在有关规范或手册中均有具体规定。注意，当截面不以中性轴为对称，或虽对称，但材料的 $[\sigma_{拉}]$、$[\sigma_{压}]$ 不同时，应分二种情况验算。

利用式（3－13）的强度条件，可解决工程中常见的下列三类问题。其中钢梁一般与现成的型钢规格表（附录三）配合使用，十分方便。

（1）强度校核　当已知梁的截面形状、尺寸，梁所用的材料以及梁上荷载时，可校核梁是否满足强度要求。即比较下式两边的值是否符合不等式。

$$\frac{M_{max}}{W} \leqslant [\sigma]$$

(2) 选择截面　当已知梁所用的材料及梁上荷载时，可根据强度条件，先算出所需的抗弯截面抵抗矩 W，即

$$W = \frac{M_{max}}{[\sigma]}$$

然后，依所选的截面形状，再由 W 值确定截面的尺寸。

(3) 计算梁所能承受的最大荷载　当已知梁所用的材料、截面的形状和尺寸时，根据强度条件，先算出梁所能承受的最大弯矩，即

$$M_{max} = W \cdot [\sigma]$$

再由 M_{max} 与荷载的关系，算出梁所能承受的最大荷载。

例 3－3　一矩形截面的简支木梁，梁上作用均布荷载，见图 3－10。已知：$l = 4\text{m}$，$b = 14\text{cm}$，$h = 21\text{cm}$，$q = 2\text{kN/m}$，弯曲时木材的容许应力 $[\sigma] = 1.1 \times 10^4\text{kPa}$。试校梁的强度。

解　最大拉应力发生在跨中弯矩最大的截面上。

$$M_{max} = \frac{1}{8}ql^2 = \frac{1}{8} \times 2 \times 4^2 = 4\text{kN} \cdot \text{m}$$

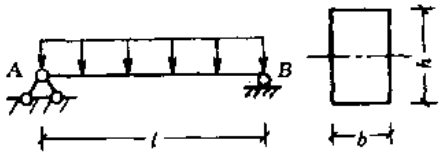


图 3－10

抗弯截面抵抗矩为

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{0.14 \times 0.21^2}{6} = 0.103 \times 10^{-2}\text{m}^3$$

最大正应力为

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} = \frac{4}{0.103 \times 10^{-2}} = 3\,883\text{kPa} = 0.388\,3 \times 10^4\text{kpa} < [\sigma]$$

所以，满足强度要求。

例 3－4　就例 3－3，求梁能承受的最大荷载（即求 q_{max}）。

解　根据强度条件，梁能承受的最大弯矩为

$$M_{max} = W \cdot [\sigma]$$

跨中最大弯矩与荷载 q 的关系为

$$M_{max} = \frac{1}{8}ql^2$$

所以

$$W \cdot [\sigma] = \frac{1}{8}ql^2$$

从而得

$$q = \frac{8W \cdot [\sigma]}{l^2} = \frac{8 \times 0.103 \times 10^{-2} \times 1.1 \times 10^4}{4^2} = 5.66\text{kN/m}$$

即梁能承受的最大荷载 $q_{max} = 5.66\text{kN/m}$。

上面是根据强度条件求最大荷载的一般方法。对此例来说，例 3－3 已求得在 $q = 2\text{kN/m}$ 时的最大正应力 $\sigma_{max} = 3\,883\text{kPa}$，根据应力与荷载成正比，最大荷载也可通过下式求得，即

$$\frac{q_{max}}{q} = \frac{[\sigma]}{\sigma}$$

即

$$q_{max}=q\cdot\frac{[\sigma]}{\sigma}=2\times\frac{11\,000}{3\,883}=5.66\text{kN/m}$$

例 3－5　一简支梁上作用两个集中力，如图 3－11。已知：$l=6\text{m}$，$P_1=15\text{kN}$，$P_2=21\text{kN}$，如果梁采用热轧普通工字钢，钢的容许应力 $[\sigma]=1.7\times10^5\text{kPa}$。试选择工字钢的型号。

解　先画弯矩图，求出最大弯矩。最大弯矩发生在 P_2 作用截面上，其值为 38kN·m。根据强度条件，算出梁所需的抗弯截面抵抗矩为

$$W=\frac{M_{max}}{[\sigma]}=\frac{38}{1.7\times10^5}=0.223\times10^{-3}\text{m}^3$$
$$=223\text{cm}^3$$

根据算得的 W 值，在型钢表上查出与该值相近的型号，就是所需要的型号，在附录的型钢表中，20a 的 W 值为 237cm^3，与算得的 W 值相近，故选取 20a 工字钢。因 20a 的 W 值大于按强度条件算得的 W 值，所以一定能满足强度条件。

例 3－6　一⊥形截面的外伸梁如图 3－11 所示，已知 $l=60\text{cm}$，$a=4\text{cm}$，$b=3\text{cm}$，$c=8\text{cm}$，$P_1=40\text{kN}$，$P_2=15\text{kN}$，材料的容许拉应力 $[\sigma]_{拉}=4.5\times10^4\text{kPa}$，容许压应力 $[\sigma]_{压}=1.75\times10^5\text{kPa}$，试校核梁的强度。

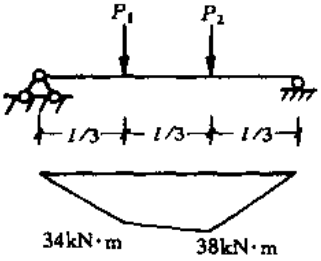


图 3－11

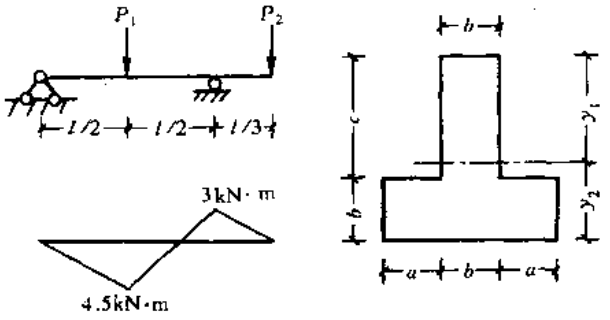


图 3－12

解　先画出弯矩图。截面为不对称截面，需算出形心位置及截面对中性轴的惯性矩，算得结果为

$$y_1=0.072\text{m},\quad y_2=0.038\text{m},\quad I_{中性轴}=0.573\times10^{-5}\text{m}^4$$

因材料的抗拉与抗压性能不同，截面对中性轴又不对称，所以需对最大拉应力与最大压应力分别进行校核。

(1) 校核最大拉应力。

首先要分析最大拉应力发生在哪里。由于截面对中性轴不对称，而正负弯矩又都存在，因此，最大拉应力不一定发生在弯矩绝对值最大的截面上。应该对最大正弯矩和最大负弯矩两个截面上的拉应力进行分析比较。在最大正弯矩 M_1 作用的截面上，最大拉应力发生在截面的下边缘，其值为

$$\sigma_{max}=\frac{M_1\cdot y_2}{I_{中性轴}}$$

在最大负弯矩中间支座截面上，最大拉应力发生在截面的上边缘，其值为

$$\sigma_{max}=\frac{M_2\cdot y_1}{I_{中性轴}}$$

在上二式中 $M_1>M_2$，而 $y_2<y_1$，故需比较 $M_1\cdot y_2$ 与 $M_2\cdot y_1$：

$$M_1\cdot y_2=4.5\times0.038=0.171\text{kN}\cdot\text{m}^3$$

$$M_2\cdot y_1=3\times0.072=0.216\text{kN}\cdot\text{m}^3$$

因 $M_2\cdot y_1>M_1\cdot y_2$，所以最大拉应力发生在中间支座截面处。则

$$\sigma_{拉max}=\frac{M_2\cdot y_1}{I_{中性轴}}=\frac{0.216}{0.573\times10^{-5}}$$

$$=3.77\times10^4\text{kPa}<[\sigma]_{拉}$$

所以，满足强度要求。

（2）校核最大压应力。

也要首先确定最大压应力发生在哪里。与分析最大拉应力一样，要比较两个截面。P_1 截面上最大压应力发生在截面的上边缘，中间支座截面上的最大压应力发生在下边缘。因 M_1 与 y_1 均大于 M_2 与 y_2，所以最大压应力一定发生在 P_1 作用截面上。则

$$\sigma_{max}=\frac{M_1\cdot y_1}{I_{中性轴}}=\frac{4.5}{0.573\times10^{-5}}\times0.072$$

$$=5.65\times10^4\text{kPa}<[\sigma]_{压}$$

所以满足强度要求。

第五节 提高梁抗弯能力的措施

在工程实际中，为了节省材料或者减轻梁的自重，又能提高梁的抗弯曲能力，往往采取一些措施。由于控制弯曲强度的主要因素是弯曲正应力，而弯曲正应力的强度条件为

$$\sigma_{max}=\frac{M_{max}}{W}\leqslant[\sigma]$$

所以，要提高梁的弯曲强度应该从两方面考虑：一方面，合理安排梁的受力情况，以降低 M_{max} 的数值；另一方面，采取合理截面以提高 W 的数值，充分利用材料的性能。下面分别予以研究。

一、合理布置支座，改善梁的受力情况

由第二章可知：梁的弯矩图与荷载作用的位置和梁的支座位置有关。

（一）适当布置梁的支座

如图 3－13 所示，以均布荷载作用下的简支梁为例，两种不同的支座布置最大弯矩值有明显改变。图 3－13（a）中，$M_{max}=\frac{1}{8}ql^2$；图 3－12（b）中，$M_{max}=\frac{1}{40}ql^2$，后者仅为前者的$\frac{1}{5}$。

也就是说，按图 3－12（b）的布置，可提高荷载四倍。图 3－14 所示的龙门吊车的横

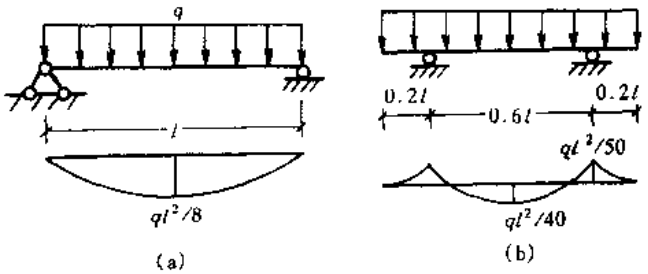


图 3－13 支座位置不同时梁的弯矩图

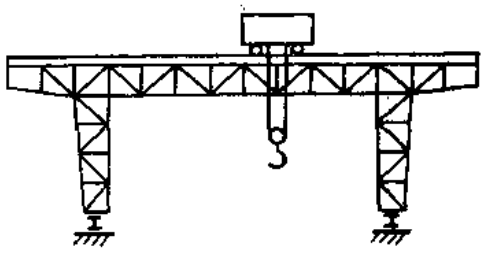


图 3－14 龙门吊架采用外伸梁形状

梁，采用了外伸梁形状，就可以降低 M_{max}。

（二）合理布置荷载

如果能将梁上的集中荷载适当地分散，也可提高梁的抗弯曲能力。如图 3－15（a）所示，由于将集中荷载 P 作为均布荷载$\left(q=\frac{P}{l}\right)$作用于整根梁上（图 3－15b）；或先作用在一根副梁上，再将副梁安置到主梁上，最大弯矩都不同。根据这个道理，人们可以使 5 吨的吊车吊 10 吨的重物，如图 3－15（c）和图 3－15（d）。

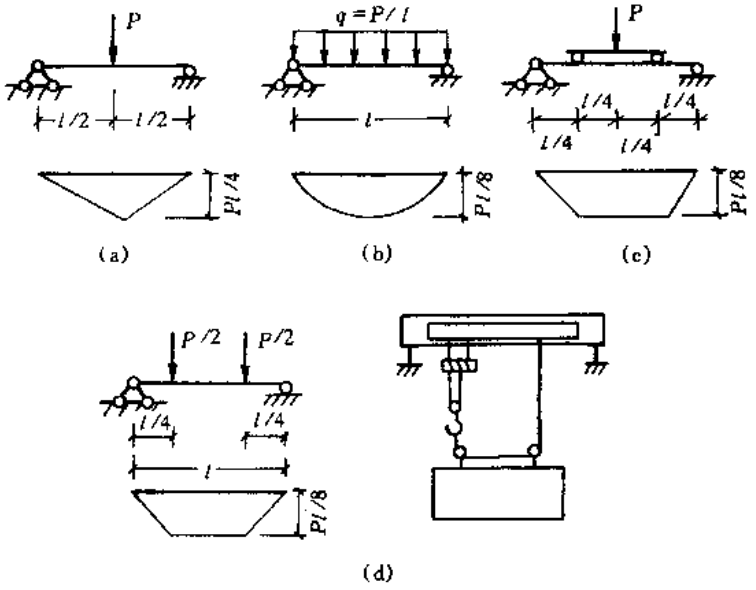


图 3－15　合理布置支座

二、选择合理的截面形状和尺寸

由梁的正应力强度条件式（3－12）可见，W 越大，横截面上的 σ_{max}越小，梁的抵抗弯曲能力越高；另一方面，由使用材料来说，梁横截面的面积越大，消耗材料越多，构件自重越大。因此，梁的合理截面应该是，横截面面积 A 相同时，使其有尽可能大的抗弯截面抵抗矩 W。例如一个高度 h、宽度 b 的矩形面梁，平放或竖放抵抗弯曲的能力就不同。如图 3－16所示的情况下

$$W_{竖放}=\frac{I_y}{\frac{h}{2}}=\frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}}=\frac{bh^2}{6}$$

$$W_{平放}=\frac{I_y}{\frac{b}{2}}=\frac{\frac{hb^3}{12}}{\frac{b}{2}}=\frac{hb^2}{6}$$

比值

$$\frac{W_{竖放}}{W_{平放}}=\frac{h}{b}$$

由于 $h>b$，显然 $W_{竖放}>W_{平放}$。可见相同的受力情况下，应将梁设计成竖放，这正是日常所见的梁往往都是高度大于宽度的缘故。当然为了满足某些具体要求（例如构造上、美

观上等）也有将梁设计成平放的时候。

下面我们再比较一下矩形截面、正方形截面及圆形截面的合理性，如图 3－17。

设三者的面积相同，圆的直径为 d，正方形的边长为 a，矩形的高宽分别为 h 和 b，且 $h>b$。三种截面的 W 值分别为

矩形截面

$$W_1=\frac{1}{6}bh^2$$

方形截面

$$W_2=\frac{1}{6}a^3$$

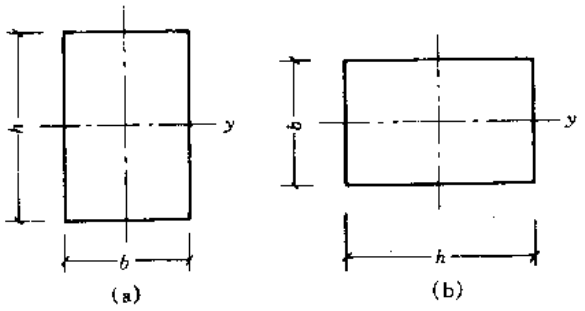


图 3－16　截面抵抗矩与截面高、宽的关系

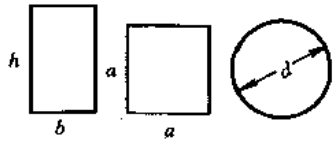


图 3－17　面积相同形状不同的几种截面

圆形截面

$$W_3=\frac{1}{32}\pi d^3$$

先比较矩形与正方形。两者的抗弯截面抵抗矩的比值为

$$\frac{W_{矩}}{W_{方}}=\frac{\frac{1}{6}bh^2}{\frac{1}{6}a^3}=\frac{\frac{1}{6}hA}{\frac{1}{6}aA}=\frac{h}{a}$$

由于 $bh=a^2$，且 $h>b$，所以 $h>a$。这说明矩形截面只要 $h>b$，就比同样面积的正方形截面合理。

再比较正方形与圆形。两者的抗弯截面抵抗矩的比值为

$$\frac{W_{方}}{W_{圆}}=\frac{\frac{1}{6}a^2}{\frac{1}{32}\pi d^3}$$

由 $\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2=a^2$，得 $a=\frac{\sqrt{\pi}}{2}d$，将此代入上式，得

$$\frac{W_{方}}{W_{圆}}=1.19>1$$

这说明正方形截面比圆形截面合理。

从以上比较看到，对于上例条件下，截面面积相同时，矩形比方形好，方形比圆形好。如果以同样面积做成工字形。将比矩形还要好。因为 W 值是与截面的高度及截面分布有

关。截面的高度愈大，面积分布得离中性轴愈远，W 值就愈大；相反，截面高度小。截面面积大部分分布在中性轴附近，W 值就小。由于工字形截面的大部分分布在离中性轴远的上、下翼缘上，所以 W 值比其他几种形状的 W 值大。而圆形截面的大部分面积是分布在中性轴附近，因而 W 值就很小。

工程中常用的空心板（图 3－18a）以及挖孔的薄腹梁（图 3－18b）等，其孔都是开在中性轴附近，这就减少了没有充分发挥作用的材料，而收到较好的经济效果。



图 3－18　中性轴附近的材料去掉后不影响 W

以上对截面合理形状的分析，是从正应力强度方面来考虑的，对于以弯曲变形为主的梁（比如梁长与梁高的比值大于 6），通常这是决定截面形状的主要因素。此外，还应考虑刚度、稳定以及制造、使用等方面的因素。在选择梁的截面时，必须全面考虑各种因素。例如，设计矩形截面梁时，从强度方面来看，可适当加大截面的高度、减小截面的宽度，这样可在截面面积相同的条件下，得到较大的抗弯截面抵抗矩。但如果片面地强调这方面，使截面的高度过大，宽度过小，梁就容易发生侧向变形（梁侧向丧失稳定）而破坏。再如，从强度方面看，在截面面积相同条件下，工字形截面比矩形截面好，但工字形截面加工起来比较困难，要考虑在一定的技术条件下，加工的可能性与施工费用的多少，综合考虑其经济合理性。

三、变截面梁

在进行梁的正应力强度计算时，是根据危险截面上的最大弯矩设计截面的，而其他截面上的弯矩一般都小于最大弯矩。如果采用等截面梁，对那些弯矩比较小的地方，材料就没有充分发挥作用。要想更好地发挥材料的作用，应该在弯矩比较大的地方采用较大的截面，在弯矩小的地方采用较小的截面。这种截面沿着梁轴线变化的梁，称为变截面梁。最理想的变截面梁，是使梁的各个截面上的最大应力同时达到材料的容许应力。

由
$$\sigma_{max}=\frac{M(x)}{W(x)}=[\sigma]$$

得
$$W(x)=\frac{M(x)}{[\sigma]} \tag{3-14}$$

式中，$M(x)$ 为任一截面上的弯矩。$W(x)$ 为该截面的截面抵抗矩。这样，各个截面的大小将随截面上的弯矩而变化。截面按式（3－14）而变化的梁，称为等强度梁。

从强度以及材料的利用上看，等强度梁很理想，但这种梁的加工制造比较困难。当梁上荷载比较复杂时，梁的外形也随之复杂，而更难加工制造。因此，工程上，特别是建筑工程上，很少采用等强度梁，而是根据不同的具体情况，采用其他形式的变截面梁。

图 3－19 所示的梁，是建筑工程中比较常见的两个变截面梁的例子。对于象阳台或雨篷的悬臂梁，常采用图 3－19（a）所示的形式。对于跨中弯矩大，两边弯矩逐渐减小的简支梁，常采用图 3－19（b）所示的形式。

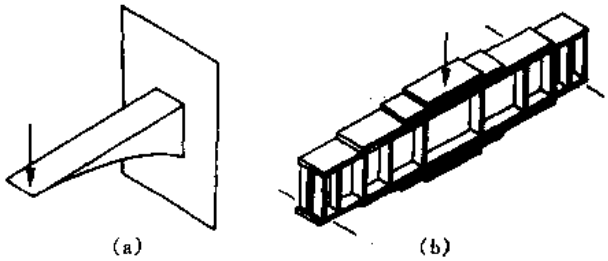


图 3－19　变截面梁

第六节 梁的剪应力强度计算及举例

梁在受到横向荷载作用下，横截面上的内力一般既有弯矩，也有剪力。因此，单位横截面上既有由弯矩 M 引起的正应力 σ，也有由剪力 V 引起的剪应力 τ。一般而言，正应力是支配梁受弯情况下的主要因素。但是在有些情况下，比如截面高而且窄，同时跨度又较小的梁，它的剪应力也可能成为支配梁的强度计算的因素。

对剪应力，下面给出它的计算公式并且举例说明，不作公式来源的推导，读者可自行参阅有关的书籍。

一、剪应力的通用计算公式

$$\tau=\frac{|V|\cdot|S_{\text{中性轴}}|}{I_{\text{中性轴}}\cdot b} \tag{3-15a}$$

式中 $|V|$——横截面上的剪力绝对值，即不管是正剪力还是负剪力一律取正号；

$I_{\text{中性轴}}$——整个横截面对中性轴 x 的惯性矩，总是正值；

b——横截面的宽度；

$|S_{\text{中性轴}}|$——过所求应力点的水平线到截面边缘之间的那一部分面积对中性轴的面积矩的绝对值，取正号。该水平线到截面边缘的面积有两种不同取法但结果应是一致的。

剪力 V 和 $S_{\text{中性轴}}$ 均为代数量，但在利用公式（3－15a）计算剪应力时，V 与 $S_{\text{中性轴}}$ 均以绝对值代入，剪应力的方向可依剪力方向来确定（τ 与 V 的方向一致）。

下面讨论一下剪应力沿矩形截面高度的分布规律。对某一截面来说，式（3－15a）中的 V、$I_{\text{中性轴}}$、b 均为常量，只有静矩 $S_{\text{中性轴}}$ 随着所求应力点到中性轴的距离 y 而变化。在图 3－20 中，阴影面积 A 对中性轴的静矩为

$$S_{\text{中性轴}}=A\cdot(-y_0)=-b\cdot\left(\frac{h}{2}-y\right)\cdot\left[y+\frac{\left(\frac{h}{2}-y\right)}{2}\right]=-\frac{b}{2}\cdot\left(\frac{h^2}{4}-y^2\right)$$

将上式取绝对值及 $I_{\text{中性轴}}=bh^3/12$ 代入式（3－15a），得矩形截面剪应力计算公式：

$$\tau=\left|\frac{6V}{b\cdot h^3}\right|\cdot\left(\frac{h^2}{4}-y^2\right) \tag{3-15b}$$

此式因有 y^2，表明矩形截面上剪应力沿截面高度呈二次抛物线形状，如图 3－20。当 $y=\pm\frac{h}{2}$ 时，显然此处的剪应力最小为

$$\tau_{\min}=0$$

即截面上、下边缘处的剪应力为零。当 $y=0$ 时，则

$$\tau_{\max}=\frac{3}{2}\cdot\frac{V}{bh}=\frac{3}{2}\cdot\frac{V}{A}$$

即中性轴处的剪应力最大。

上式表明，对矩形截面而言，截面上的最大剪应力是该截面上平均剪应力的 1.5 倍。这

提示我们对矩形截面的 τ_{max} 作快速计算，即

$$\tau_{max}=1.5\times\tau_{平均}=1.5\times\frac{V}{A}$$

注意到剪应力的分布规律与弯曲正应力的分布规律不同，它们如图 3－21 所示。

不同点主要有两个：

(1) 弯曲正应力是上、下边缘最大，中性轴上为零，如图 3－21 (a)。而剪应力是上、下边缘最小，中性轴上最大，如图 3－20 (b)。

(2) 弯曲正应力在中性轴的上、下部分一为压力，另一为拉力；它们的共同作用形成一个力偶，以抵抗外力对该截面形成的力矩作用（图 3－20a)。而剪应力的方向则都是一样的，它们共同作用以抵抗外力对该截面形成的剪切破坏（图 3－20b)。

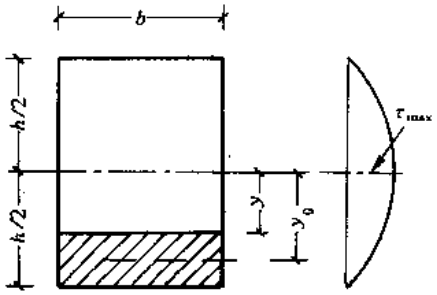


图 3－20　矩形截面静矩 S 的计算

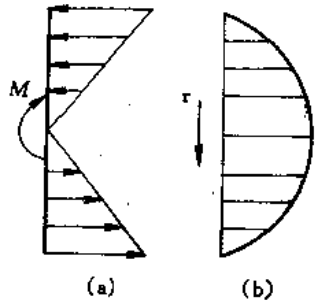


图 3－21　梁弯曲时正应力与剪应力分布规律比较

例 3－7　一矩形截面简支梁如图 3－22。已知：$l=3$m，$h=15$cm，$b=10$cm，$h_1=3$cm，$P=3$kN。求 $m-m$ 截面的虚线上各点的剪应力。

解　求得 $m-m$ 截面上的剪力为 $V=3$kN，惯性矩与静矩分别为

$$I_{中性轴}=\frac{b\cdot h^3}{12}=\frac{0.1\times0.15^3}{12}$$
$$=0.281\times10^{-4}\text{m}^4$$
$$S_{中性轴}=A\cdot y_0$$
$$=0.1\times0.045\times0.052\,5$$
$$=0.236\times10^{-3}\text{m}^3$$

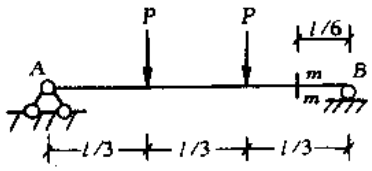


图 3－22　简支梁

虚线上各点的剪应力为

$$\tau=\frac{|V|\cdot|S_{中性轴}|}{I_{中性轴}\cdot b}=\frac{3\times0.236\times10^{-3}}{2.81\times10^{-3}\times0.1}=252\text{kPa}$$

读者请自行用公式（3－15b）计算本题结果，应该一致。

例 3－8　求图 3－23 中 $m-m$ 截面上的最大剪应力。已知 $b=0.03$m，$y_1=0.072$m，$I_{中性轴}=0.573\times10^{-5}$m^4，剪力图已作出。

解　先求出 $m-m$ 截面上的剪力。剪力图如图 3－23，$m-m$ 截面上的剪力为 25kN。最大剪应力在截面中性轴上。已知中性轴到上边缘的距离 $y_1=0.072$m，故中性轴上侧的面积对中性轴的静矩为

$$S_{max}=A\cdot y_0=\frac{1}{2}b\cdot y_1^2=\frac{1}{2}\times0.03\times0.072^2=0.778\times10^{-4}\text{m}^3$$

最大剪应力为

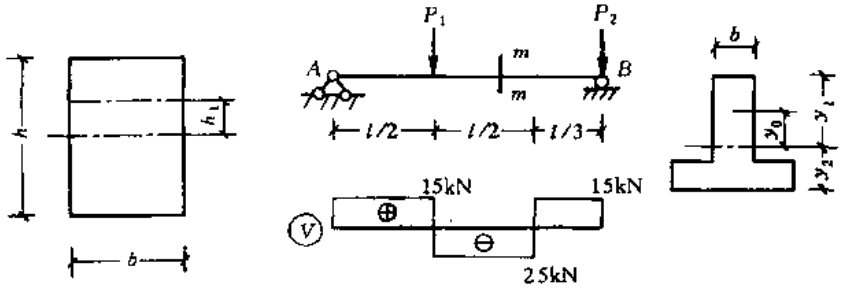


图 3－23 剪力图

$$\tau_{max}=\frac{|V|\cdot|S_{max}|}{I_{中性轴}\cdot b}$$

$$=\frac{25\times0.778\times10^{-4}}{0.573\times10^{-5}\times0.03}=1.13\times10^{4}\text{kPa}$$

二、梁的剪应力强度计算

与梁的正应力强度计算一样，为了保证梁的安全正常工作，梁在荷载作用下产生的最大剪应力，也不能超过材料的容许剪应力。由前面的讨论可知，横截面上的最大剪应力发生在中性轴上，其值为

$$\tau_{max}=\frac{|V|\cdot|S_{max}|}{I_{中性轴}\cdot b} \tag{3-16}$$

对等截面梁来说，最大剪应力发生在最大剪力的截面上，其值为

$$\tau_{max}=\frac{|V_{max}|\cdot|S_{max}|}{I_{中性轴}\cdot b} \tag{3-17}$$

此最大剪应力不能超过材料的容许应力，即

$$\tau_{max}=\frac{|V_{max}|\cdot|S_{max}|}{I_{中性轴}\cdot b}\leqslant[\tau] \tag{3-18}$$

此式即为剪应力的强度条件。$[\tau]$ 可由材料手册查出。

在进行梁的强度计算时，必须同时满足正应力和剪应力的强度条件，但两者有主有次，在一般情况下，梁的强度计算由正应力强度条件控制。因此，在选择梁的截面时，一般都是按正应力强度条件选择，选好截面后再按剪应力强度条件进行校核。但在某些情况下，梁的剪应力强度条件也可能起控制作用。例如，当梁的跨度很小或在支座附近有很大的集中力作用，这时梁的最大弯矩比较小，而剪力却很大，因而梁的强度计算就可能由剪应力强度条件控制。又如，在组合工字钢梁中，如果腹板的厚度很小，腹板上的剪应力可能很大，这时剪应力强度条件也可能起控制作用。再如，在木梁中，由于木材顺纹的抗剪能力很差，当剪应力较大时，梁就可能沿顺纹层剪坏，这时剪应力强度条件也可能起控制作用。

例 3－9 一外伸工字型钢梁，工字钢的型号为 22a，梁上荷载如图 3－24 所示。已知 $l=6\text{m}$，$P=30\text{kN}$，$q=6\text{kN/m}$，材料的容许应力$[\sigma]=1.7\times10^{5}\text{kPa}$，$[\tau]=1.0\times10^{5}\text{kPa}$。检查此梁是否安全。

解 需分别检查正应力与剪应力。最大正应力与最大剪应力分别发生在最大弯矩与最大剪力的截面上，因此，需先画出内力图。剪力图与弯矩图所示 W、b 以及计算中性轴上最大剪应力所需的 S_{max}，均可在附录型钢表中查得。但表中不是直接给出 S_{max}，而是给出

$I_{中性轴}/S_{max}$，从表中查得

$$W = 309\text{cm}^3 = 0.309\times10^{-3}\text{m}^3,$$

$$\frac{I_{中性轴}}{S_{max}} = 18.9\text{cm} = 0.189\text{m}$$

$$b = 0.75\text{cm} = 0.0075\text{m}$$

最大剪应力为

$$\tau_{max} = \frac{|V_{max}||S_{max}|}{I_{中性轴}\cdot b} = \frac{17}{0.189\times0.007\,5} = 1.2\times10^4\text{kPa} < [\tau]$$

最大正应力为

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_{中性轴}} = \frac{39}{0.309\times10^{-3}} = 1.26\times10^5\text{kPa} < [\sigma]$$

所以梁是安全的。

例 3－10　一矩形截面简支木梁，梁上作用均布荷载，如图 3－25。已知：$l=4\text{m}$，$q=4\text{kN/m}$，弯曲时材料的容许拉应力 $[\sigma]=1.1\times10^4\text{kPa}$，容许剪应力 $[\tau]=1.2\times10^3\text{kPa}$。如果取截面高宽比为$\frac{3}{2}$，试确定矩形截面的高和宽。

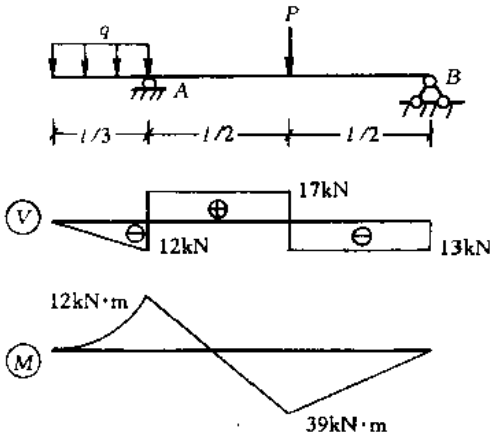


图 3－24　例题

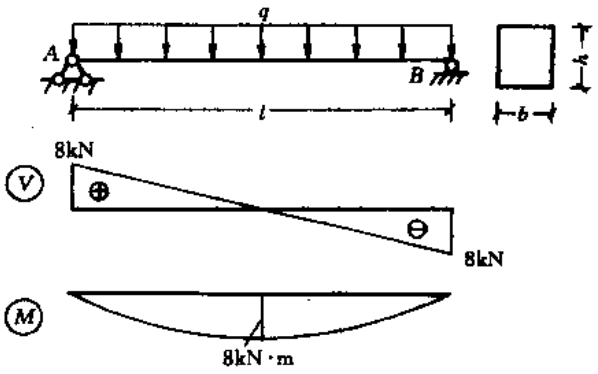


图 3－25　例题

解　由梁的正应力强度条件确定截面尺寸，再按剪应力强度条件校核剪应力。梁所需的抗弯截面抵抗矩为

$$W = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{8}{1.1\times10^4} = 7.26\times10^{-4}\text{m}^3$$

对矩形截面，为

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{b\left(\frac{3}{2}b\right)^2}{6} = \frac{3}{8}b^3$$

所以

$$\frac{3}{8}b^3 = 7.26\times10^{-4}$$

从而得

$$b = 0.125\text{m}$$

由

$$\frac{h}{b} = \frac{3}{2}$$

得 $$h=0.187\text{m}$$

考虑施工上的方便，取 $b=13\text{cm}$，$h=19\text{cm}$。

校核剪应力，

$$\tau_{max}=\frac{3}{2}\cdot\frac{V_{max}}{A}\simeq\frac{3}{2}\times\frac{8}{0.13\times0.19}=485\text{kPa}<[\tau]$$

满足剪应力强度要求。

第七节 扭转时的应力

一、扭转的概念

扭转变形是杆件的基本变形之一。扭转变形的受力形式是：杆件受力偶系的作用，这些力偶的作用面都垂直于杆轴，如图 3－26。此时，截面 B 相对于截面 A 转了一个角度 φ，φ 称为扭转角。同时，杆件表面的纵向直线也转了一个角度 γ，变为螺旋线，γ 称为剪切角。力偶矩 M_k 称为外扭矩。

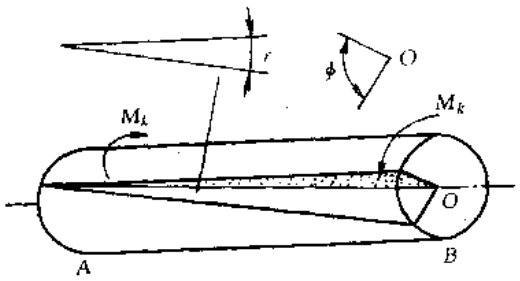


图 3－26 扭转

工程中，受扭杆件是很多的。例如，汽车方向盘的操纵杆图 3－27（a），当方向盘转动时，就相当于在操纵杆两端施加一对力偶（图 3－26b），力偶矩 $M_K=P\cdot d$；车间里的胶带轮传动轴（图 3－28a），在转动时，胶带的拉力 T_1、T_2 和 P_1、P_2 除了对轴 AB 引起弯曲（弯曲问题在另章研究）外，还由于这些力对轴的力矩 M_k^P 和 M_k^T（由于胶带与轮之间的摩擦，所以同一轮的两侧的拉力是不相等的）而引起轴缘扭转（图 3－28b）；房屋的雨篷梁（图 3－29a），除了受梁上的墙压力和雨篷板上的荷

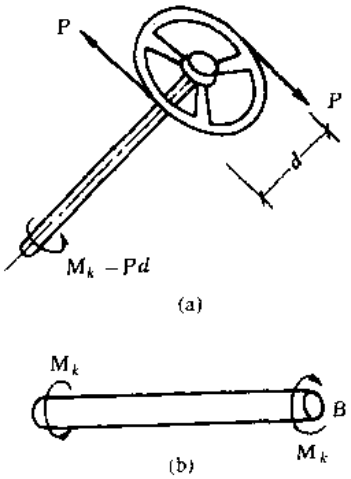


图 3－27 外扭矩实例

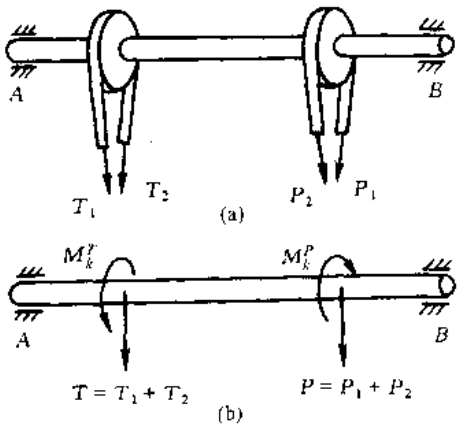


图 3－28 外扭矩实例

载简化到梁的轴线后被引起的弯曲外，还有雨篷板的荷载对梁的力矩（分布扭力矩 m_k）而引起的扭转（图 3－29b）。此外，钻机的钻杆，工业厂房里的吊车梁等，都存在不同程度的扭转变形。因此，研究杆件受扭时所引起的应力和变形的计算，从而解决强度和刚度问题，是很有必要的。

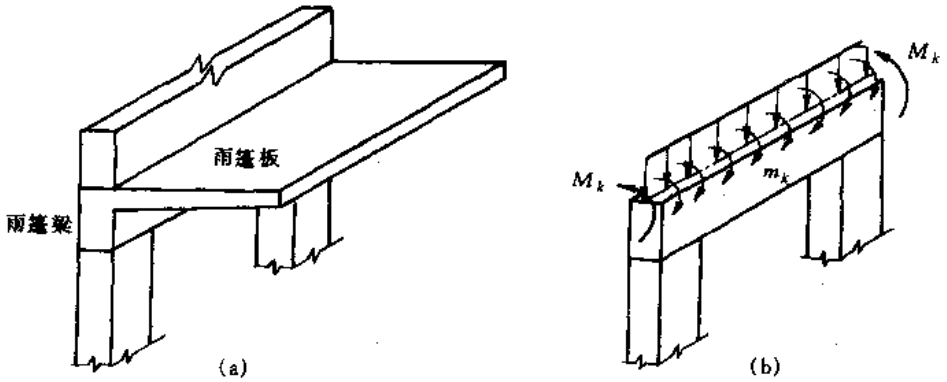


图 3－29　外扭矩实例

本章只对薄壁圆管及实心圆截面杆受扭时的应力作一般的讨论。

二、扭矩的计算和扭矩图举例

要研究受扭杆件的应力和变形，首先要计算内力。设有一圆轴 AB（图 3－30），受外扭矩 M_k 作用，求任意截面的内力。

求内力的基本方法仍是截面法。假想用一个垂直于杆轴的截面在 x 处将轴切开，任取一段（例如左段）为脱离体，如图 3－30（b），截面 x 上的内力亦为一力偶，其力偶矩为 M_n，则根据

$$\Sigma M_x = 0$$

得

$$M_n = M_k$$

即内力偶矩 M_n 的大小等于外扭矩 M_k，转向相反。该内力偶矩 M_n 称为扭矩。扭矩的正负号一般规定为：从截面的法线方向向截面看，反时针转为正，顺时针转为负。扭矩的单位是 N·m 或 kN·m。

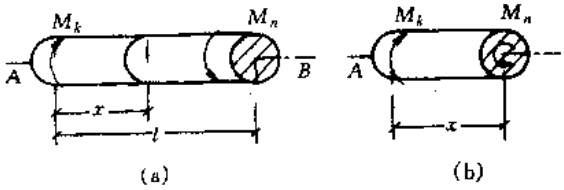


图 3－30　求扭矩用截面法平衡

若轴上作用着两个以上的外扭矩，仍用截面法，此时被切开截面上的扭矩值等于每个扭矩所引起的扭矩的代数和。

例 3－11　如图 3－31（a）所示的轴，受外扭矩 M_{k1}，M_{k2}，M_{k3} 和 M_{k4} 的作用。设 $M_{k3} = M_{k1} + M_{k2} + M_{k4}$，求截面 1－1、2－2 和 3－3 上的扭矩。

（1）假想在截面 1－1 处将轴切开，取左段为脱离体，见图 3－31（b），根据

$$\Sigma M_x = 0，\text{有 } M_{n1} = M_{k1}$$

（2）在截面 2－2 处切开，取左段为脱离体，见图 3－31（c），根据

$$\Sigma M_x = 0，\text{有 } M_{n2} = M_{k1} + M_{k2}$$

（3）在截面 3－3 处切开，仍取左段为脱离体，见图 3－31（d），根据

$$\Sigma M_x = 0，\text{有 } M_{n3} = M_{k1} + M_{k2} - M_{k3}$$

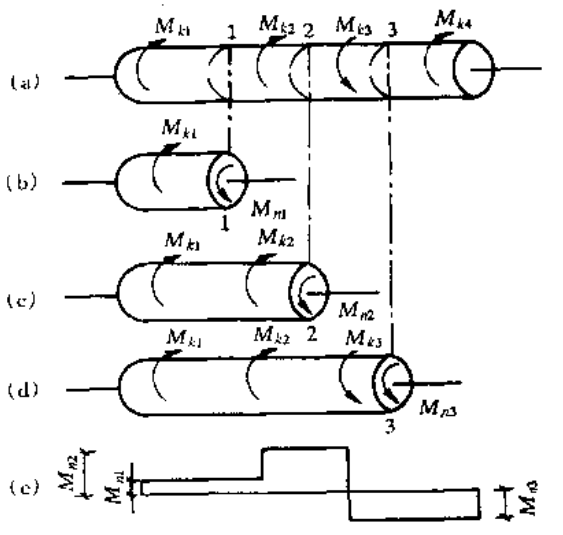


图 3－31　例题

因为

$$M_{k3} = M_{k1} + M_{k2} + M_{k4}$$

代入上式，得

$$M_{n3} = -M_{k4}$$

为了更明显地看出各段扭矩的变化规律，可以绘出扭矩图，如图 3－31（e）所示（方法与绘轴力图相似）。

三、圆杆的扭转应力

在弹性范围内，设应力与应变成正比，而后者随距中心的距离按直线性变化，故应力也随距圆杆中心线距离作线性变化。由上述假设所导致的应力本质上是剪应力，它位于垂直于构件轴线的截面内。剪应力的变化如图 3－32 所示。应力不是均匀分布的。最大剪应力用 τ_{max}来表示，它发生在离中心最远的点处。这些点位于截面上离中心距离为 c 的圆周处，如图 3－32 中所示。由于应力的线性分布，离开 O 点距离为 ρ 的任意点处，其剪应力为（ρ/c）$\cdot\tau_{max}$。

截面上的应力分布一经确定，就可以用应力来表示抵抗力矩。这样求出的抵抗力矩就是内扭矩。它应与外扭矩之代数和相平衡。对内扭矩，可以列出如下等式：

$$\int \frac{\rho}{c}\tau_{max}\cdot dA\cdot\rho = T$$

式中积分把作用在截面上距轴 O 为 ρ 处（图 3－32）的微分力所产生的全部扭矩对整个横截面的面积进行了求和，T 则为抵抗力矩的符号，即内扭矩。

对于给定的截面，τ_{max}和 c 是常量。将 c 用习惯上圆半径 R 代替，所以，上述方程式可以写成

$$\frac{\tau_{max}}{R}\int \rho^2\cdot dA = T \tag{3-19}$$

然而，$\int \rho^2\cdot dA$，横截面的极惯性矩，对一具体的截面积来说它是一个常数。本书中用 J 来表示。对于圆截面，$dA = 2\pi\rho\cdot d\rho$，式中 $2\pi\rho$ 系半径为 ρ、宽为 $d\rho$ 的圆环的圆周长度，因此

$$J = \int \rho^2\cdot dA = \int_0^R 2\pi\rho^3\cdot d\rho = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32}$$

式中 d 是实心圆轴的直径。如果 R 或 d 以 cm 来度量，则 J 的单位为 cm^4。

引用符号 J 来表示圆截面的极惯性矩，式（3－19）可更简洁地写成

$$\tau_{max} = \frac{T\cdot R}{J} \tag{3-20}$$

这是著名的圆轴扭转公式。它利用抵抗力矩和构件尺寸来表示最大剪应力。应用这个公式时，内扭矩 T 常用 N·m，R 用 m，J 用 m^4 来表示。这样得出的扭转剪应力的单位为

$$\frac{[N\cdot m]\cdot[m]}{[m^4]} = [N/m^2] = Pa$$

一个比式（3－20）更为一般的，用来计算离截面中心为 ρ 的任意一点处的剪应力 τ 的方程式为

$$\tau=\frac{\rho}{R}\cdot\tau_{max}=\frac{T\cdot\rho}{J} \tag{3-21}$$

方程式（3－20）和（3－21）可以以同样的严密性适用于圆筒，欲使前面推导中所用过的假设也适用，则需要对 J 值作修正。对于圆筒，从图 3－33 可以看出，积分限由 b 到 c。因此，对于圆筒

$$J=\int_A\rho^2\mathrm{d}A=\int_b^c 2\pi\rho^3\cdot\mathrm{d}\rho=\frac{\pi\cdot c^4}{2}-\frac{\pi\cdot b^4}{2}$$

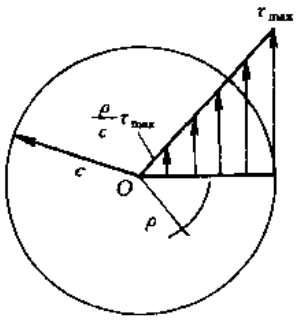


图 3－32　弹性范围内实心圆杆的应力变化

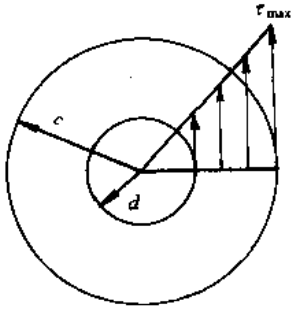


图 3－33　弹性范围内空心圆杆的应力变化

或用另外的方法叙述为圆筒的极惯性矩等于用外径 c 计算的实心轴极惯性矩减去用内径 b 计算的实心轴极惯性矩。

对于薄壁圆管，管的壁厚 $c-d=t$，如 t 很薄，则极惯性矩可以简化为一近似表达式

$$J=2\pi c^3 t$$

它在很多应用中有足够的精确度。

四、矩形杆的扭转应力

当扭矩施加上去时，垂直于杆轴的横截面会发生翘曲。矩形截面中发生的这种翘曲的本质可以在图 3－34 中看到。对于一矩形构件，角上的单元体一点也没发生变形。剪应力在角上为零，而在长边的中点处为最大。图 3－35 画出沿从中心出发的三条半径线上的剪应力分布。特别要注意，这应力分布与圆轴的应力分布的不同点。对于后者，离中心最靠外的点上有最大的应力，而对于前者，最靠外的点上没有应力。

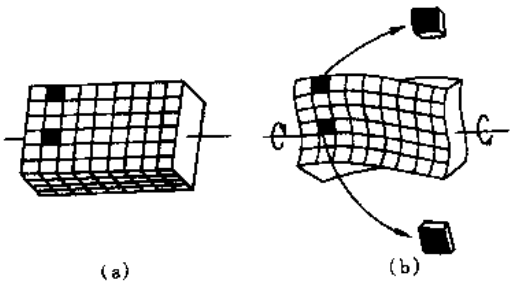


图 3－34　矩形截面杆在施加扭矩的前、后

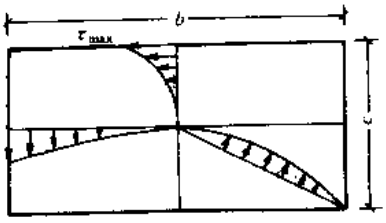


图 3－35　矩形截面杆受扭时剪应力的分布

对于由于扭转在矩形截面上所形成的最大剪应力的精确研究是很复杂的。我们给出如下的结果。

$$\tau_{max}=\frac{T}{\beta bc^2} \tag{3-22}$$

T 与以前一样仍为内扭矩；b 为矩形截面的长边而 c 则为其短边。参数 β 的值则取决于比值 b/c，几个 β 值记录在下面的表内。对于 b 远大于 c 的截面，则 β 之值均趋近于 1/3。

表 3-1 矩形截面轴的系数表

b/c	1.00	1.50	2.00	3.00	6.00	10.0	∞
β	0.208	0.231	0.246	0.267	0.299	0.312	0.333

例 3-12 求所示矩形截面在受到扭矩 $M_k=400\text{N}\cdot\text{m}$ 时的最大剪应力 τ_{max}，见图 3-36。

解 τ_{max}发生在 A 和 B 点

$$\tau_{max}=\frac{M_k}{\beta\cdot b\cdot c^2}$$

由表当 $b/c=8/6\approx1.5$ 时，

$$\beta=0.231$$

所以

$$\tau_{max}=\frac{400\times100}{0.231\times8\times6^2}=601\text{N/cm}^2=6\times10^6\text{Pa}$$

一个非常有趣的设想是：在矩形截面受扭最大剪应力计算公式 3-22 中，如果把 c^2 理解为面积，那么当保持 b 的长度而改 b 为曲线或折线，即保持体积 $b\cdot c^2$ 不变，截面上所能承担的扭矩 M_k 将保持大体上不变，图 3-37 表达了上面一段话的意义。

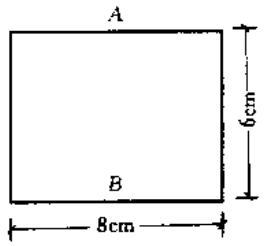


图 3-36 例题

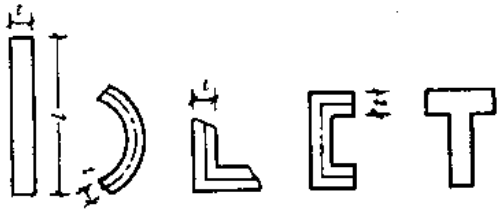


图 3-37 同样厚度、等横截面面积的不同构件，能承受大致相同的扭矩

第八节 构件在组合变形时的应力和强度计算及举例

本节研究构件在组合应力情况下的应力计算和强度校核问题。在建筑结构中，产生组合应力的构件是很普遍的。所以研究的问题具有非常实用的意义。尽管某些非均质材料（例如钢筋混凝土构件）的具体计算与这里所阐述的方法不全相同，但同样要以本章的内容为基础。

所谓“组合应力”就是构件同时存在几种基本变形（如拉伸、压缩、弯曲、扭转等）的情况下截面上所产生的应力。组合应力的计算是以荷载作用的叠加原理为根据的，即构件在复杂荷载作用下的应力等于构件在每一简单荷载（它是由复杂荷载分解得到）单独作用时所产生的应力的总和。但在应用这一叠加原理时，必须知道它的适用范围，即是以弹性材料做

成的构件在小变形的前提下才可适用。

当构件受到任意复杂荷载作用而产生多种基本变形时，常采用以下办法：

（1）根据荷载所引起的变形性质将复杂荷载分解为若干个简单荷载；

（2）分别计算每一种简单荷载引起基本变形时的截面应力；

（3）将各简单荷载所产生的截面应力叠加就得到构件截面上的总应力。

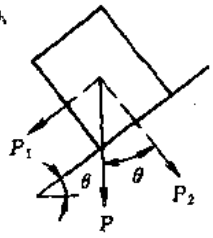


图 3－38　斜弯曲

例如，斜屋架上的檩条，见图 3－38，从屋面传下的荷载对檩条来说并不作用在檩条的纵向对称平面内，这样的荷载引起檩条的变形是一种组合变形——斜弯曲，而不是平面弯曲。

又如，设有吊车的厂房柱子（图 3－39a）一般不可能正好作用在柱子的轴线上（图 3－39b），这样的荷载不是引起柱子的简单轴向压缩，而是引起柱子的另一种变形即偏心压缩。

例 3－13　图 3－40 示一矩形截面钢梁，自重不计，求梁截面上的最大正应力。

解　显然在拉力 N 作用下截面沿全长的拉应力处处相同，在力 P 的作用下，在 P 作用点处将产生最大弯矩 M_{max}，其截面的法向正应力可用本章第二节的方法求出来。

在 N 作用下，截面的拉应力见图 3－41（a），

$$\sigma_{N,拉}=\frac{N}{A}=\frac{N}{b\cdot h}$$

在 P 作用下，截面的法向正应力在中性轴以上为压应力，中性轴以下为拉应力，最大

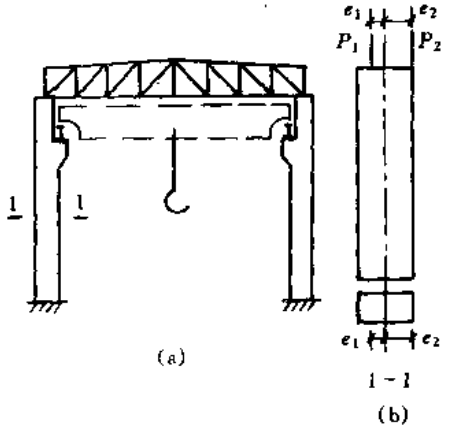


图 3－39　偏心压缩



图 3－40　矩形截面钢梁

正应力分别发生于截面的上、下边沿处，见图 3－41（b），

最大弯矩为

$$M_{max}=\frac{P\cdot l_1\cdot l_2}{l}$$

截面惯性矩为

$$I=\frac{bh^3}{12}$$

截面抵抗矩为

$$W=\frac{bh^3}{12}\Big/\frac{h}{2}=\frac{bh^2}{6}$$

所以

$$\sigma_{M,拉}=\frac{M}{W}=\frac{P\cdot l_1\cdot l_2}{l}\Big/\frac{bh^2}{6}=\frac{6P\cdot l_1\cdot l_2}{bh^2\cdot l}$$

$$\sigma_{M,拉}=-\frac{M}{W}=-\frac{6P\cdot l_1\cdot l_2}{b\cdot h^2\cdot l}$$

显然，实际的正应力应该是在 N 和 M 作用下正应力的代数和，最大拉应力发生在截面下边沿，见图 3－41（c）。

$$\sigma_{max,拉}=\sigma_{N,拉}+\sigma_{M,拉}$$

$$=\frac{N}{bh}+\frac{6P\cdot l_1\cdot l_2}{b\cdot h^2\cdot l}$$

最大压应力发生在截面上边沿，见图 3－41（c）。

$$\sigma_{max,压}=+\sigma_{M,拉}-\sigma_{M,压}$$

$$=\frac{N}{bh}-\frac{6P\cdot l_1\cdot l_2}{bh^2\cdot l}$$

上面的最后一个式子视第一项和第二项的大小可有三种不同情况：

a）$\frac{N}{bh}>\frac{6P\cdot l_1\cdot l_2}{bh^2\cdot l}$时，截面没有压应力。这时应力图形呈梯形分布。如图 3－41（c）中第 2 图。

b）$\frac{N}{bh}=\frac{6P\cdot a\cdot b}{bh^2\cdot l}$时，截面的上边沿处正应力为零，既不受拉，也不受压，这时应力图形呈三角形分布，如图 3－41（c）中第 3 图。

c）$\frac{N}{bh}<\frac{6P\cdot a\cdot b}{bh^2\cdot l}$时，截面中性轴以上受压应力，中性轴以下为拉应力，应力图形呈现两个三角形。如图 3－41（c）中第 1 图。

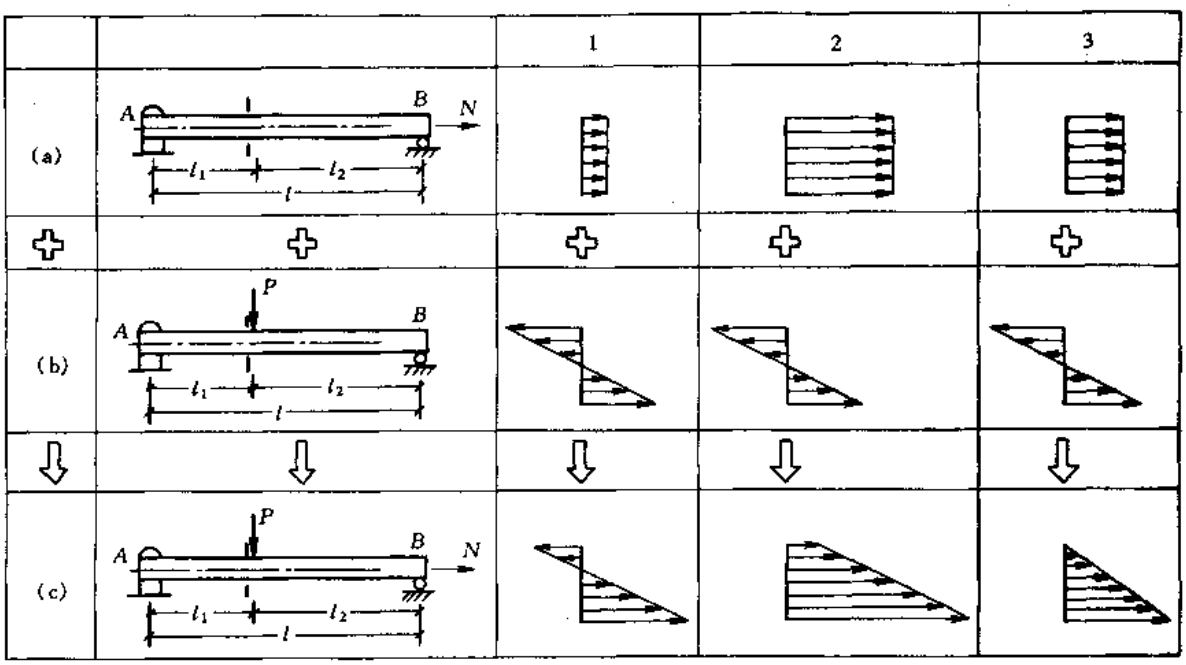


图 3－41　在组合荷载作用下，每一单项荷载产生的截面正应力叠加后可能使截面产生几种不同形式的最后应力结果

例 3－14　校核松木矩形截面短柱的强度（图 3－42a）。$P_1=50\text{kN}$，$P_2=5\text{kN}$，$[\sigma]_{压}=1.2\times10^4\text{kPa}$，$[\sigma]_{拉}=1.0\times10^4\text{kPa}$，柱自重不计。

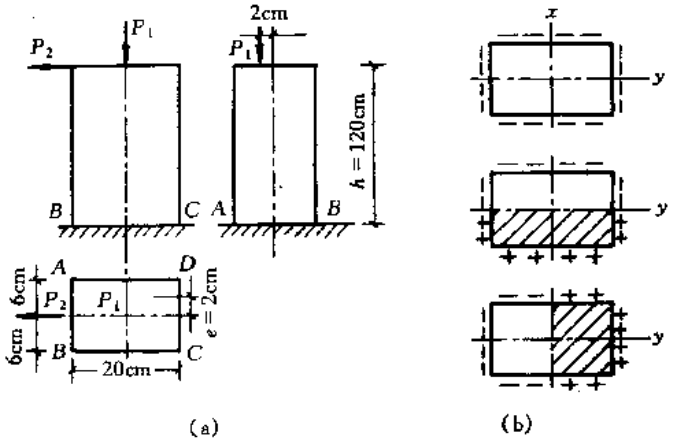


图 3－42　例题

解　P_1 引起柱偏心压缩，对任意截面的应力情况都一样。P_2 引起柱子绕 x 轴平面弯曲，在 $ABCD$ 截面引起的弯矩最大，对整个柱来说，应验算 $ABCD$ 截面。对截面 $ABCD$，$M_y=P_1\cdot e$ 和 $M_x=P_2\cdot h$，使 AB 边产生 $\sigma_{压max}$，使 CD 产生 $\sigma_{拉max}$。由图 3－42（b）可见，叠加后“A”点处产生 $\sigma_{压max}$，“C”点产生 $\sigma_{拉max}$。

$$\sigma_A=-\frac{P_1}{A}-\frac{P_1\cdot e}{W_x}-\frac{P_2\cdot h}{W_y}$$

$$=-\left[\frac{50\,000}{0.12\times0.20}+\frac{50\,000\times0.02}{0.2\times\frac{0.12^2}{6}}+\frac{5\,000\times1.20}{0.12\times\frac{0.20^2}{6}}\right]$$

$$=-11\,667\text{kPa}<[\sigma]_{压}=-12\,000\text{kPa}$$

$$\sigma_C=-\frac{P_1}{A}+\frac{P_1\cdot e}{W_x}+\frac{P_2\cdot h}{W_y}$$

$$=-\frac{50\,000}{0.12\times0.20}+\frac{50\,000\times0.02}{0.20\times\frac{0.12^2}{6}}+\frac{5\,000\times1.20}{0.12\times\frac{0.20^2}{6}}$$

$$=7\,500\text{kPa}<[\sigma]_{拉}=10\,000\text{kPa}$$

所以松木强度是够的，使用安全。

第九节　小　　结

一、本章的重点是弯曲时的正应力、剪应力及按正应力进行强度计算

（1）了解 M 和 σ、V、τ 有关。

（2）要搞清楚中性轴的概念：

a）中性轴是梁在受弯时，截面正应力由拉应力变为压应力的过渡线位置，中性轴线上的材料层即不受拉也不受压。截面上离中性轴越远的位置上，正应力也越大。

b）中性轴一定通过截面的形心，所以在研究受弯时常常首先要确定形心的位置。

（3）在研究截面由于弯矩 M 引起任一点的正应力时，用到式（3－5），即

$$\sigma=\frac{M}{I}\cdot y$$

它的含义为

$$\text{截面上任意点的正应力}=\frac{\text{该截面上的弯矩}}{\text{该截面对中性轴的惯性矩}}\times\text{该点至中性轴的距离}$$

上式在应用之前要搞清楚：

a）I 值是对该截面的中性轴所求出来的，一般情况下，求 I 值时式（3－9）有很方便的特点。

b）y 值既然是对坐标轴而言，自然有正、负号。但我们在工程中不使用坐标轴方向的正、负号来决定 σ 的正、负。而是根据梁在弯曲时的变形形状来定 σ 的正、负。以中性轴为标准，处于受拉侧的 σ 定为正的，即 σ 为拉应力，反之处于受压侧的 σ 定为负的，即 σ 为压应力。据此也可判断梁的变形形状。

（4）$\sigma_{max}=\frac{M_{max}}{W}\leqslant[\sigma]$ 是梁的正应力强度计算的主要公式，读者要明确式中每个符号的意义。并通过例题，了解如何灵活应用此式去进行强度校核、截面选择、求许可荷载。需要指出，上式与式（3－5）是同一概念的两种不同写法。

由公式可见 σ_{max} 与 W 有关，而 $W=\frac{I_{中性轴}}{y_{max}}$。所以，要经济的使用材料，就要求具有同样截面面积的梁有更大的 W，因此，就提出梁的合理截面的问题。

（5）了解式 $\tau=\frac{|V|\cdot|S_{中性轴}|}{b\cdot I_{中性轴}}$ 中每一符号的意义，使梁内实际的最大剪应力 $\tau_{max}\leqslant[\tau]$ 来检查是否满足梁的强度条件。矩形截面的剪应力还可用专门的公式。

二、梁的强度计算的步骤归纳如下

（1）根据外力情况画梁的弯矩图与剪力图。

（2）一般依据绝对值最大的弯矩值求正应力，并由 $\sigma_{max}=\frac{M_{max}}{W}\leqslant[\sigma]$ 为强度条件，设计合理的截面。

（3）依据最大剪力值，校核剪应力是否满足强度条件

$$\tau_{max}=\frac{|V_{max}|\cdot|S_{max}|}{b\cdot I_{中性轴}}\leqslant[\tau]$$

对于一般的梁，强度条件是以正应力控制的，剪应力是次要的。特别是圆形、矩形这一类实体截面梁，一般可以不校核剪应力。但是工字形截面梁，剪应力比较大，常需要校核。对于短梁等情况，常会由剪应力来控制，所以设计时既要考虑正应力，更要考虑剪应力。

本章还介绍了构件扭转时在截面上产生的应力，其本质上这种应力就是剪应力。

至于截面上的组合应力，一般都简化为上述的正应力和剪应力来解决。

习　题

3－1　作如图 3－43 所示梁的弯矩图，求梁的危险截面上的最大正应力，并画出正应力沿 y 轴线的变化图。

3－2　矩形截面的悬臂梁，受集中力和集中力偶作用，如图 3－44 所示。试求截面 1－1 和固定端截面 2－2 上 A、B、C 三点处的正应力。

3－3　矩形截面木梁，承受荷载如图 3－45 所示，若 $[\sigma]=10MPa$，试求截面尺寸（设 $h:b=2:1$）。如果把截面横过来呢？

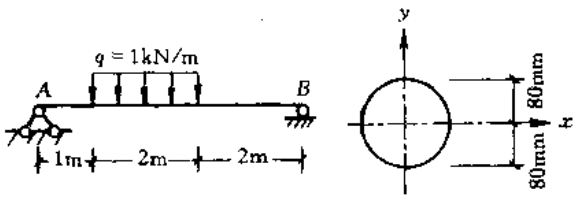


图 3－43　习题

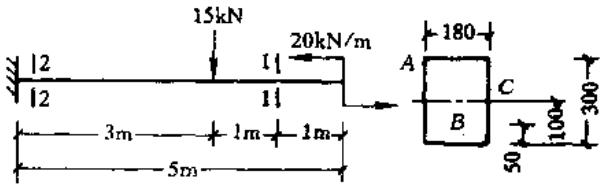


图 3－44　习题

3－4　钢质悬臂梁，在其全长 $l=1.5\text{m}$ 上受均布荷载 $q=20\text{kN/m}$，如图 3－46 所示。若 $[\sigma]=160\text{MPa}$，试选择圆形及正方形截面。

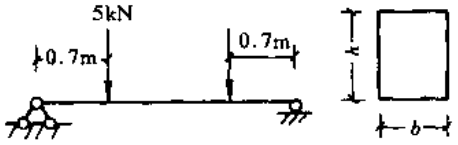


图 3－45　习题

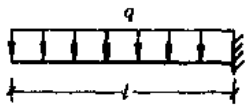


图 3－46　习题

3－5　No.25a 工字形截面的简支梁，如图 3－47 所示。跨度 $l=4\text{m}$，如 $[\sigma]=120\text{MPa}$，试求作用于跨中的容许荷载 $[P]$，并分别画出正应力沿 y 轴线的变化图。

3－6　有一“⊥”形截面的铸铁悬臂梁，尺寸及荷载如图 3－48 所示（单位：mm），如 $[\sigma]_{拉}=30\text{MPa}$，$[\sigma]_{压}=90\text{MPa}$，$I_{中性轴}=1\,018\times10^4\text{mm}^4$，中性轴为 x，试作弯矩图，并求容许荷载 $[P]$。

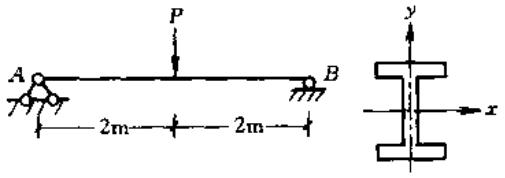


图 3－47　习题

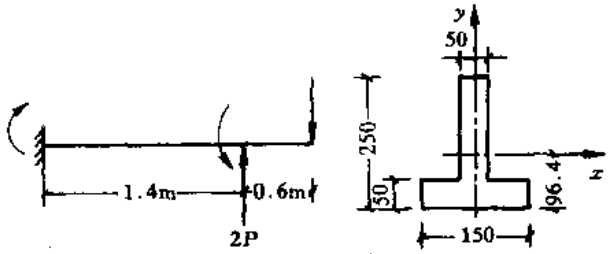


图 3－48　习题

3－7　有一 $100\times150\text{mm}^2$ 的矩形截面木简支梁，跨度 $l=4\text{m}$，受力情况如图 3－49 所示。试求在离右支座 0.5m 的截面上与梁的底面相距 40mm 处的剪应力。如果把截面横过来呢？

3－8　如图 3－50 所示的截面（单位：mm），当剪力 $V=20\text{kN}$，求图示截面的剪应力沿截面高度变化图（已求出 $I_{中性轴}=35\,680\text{cm}^4$）。（提示：可在 y 轴上取若干点比较之）

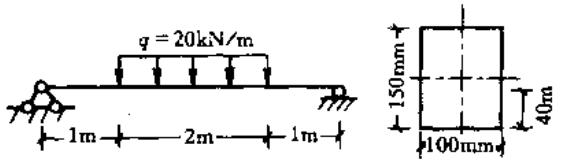


图 3－49　习题

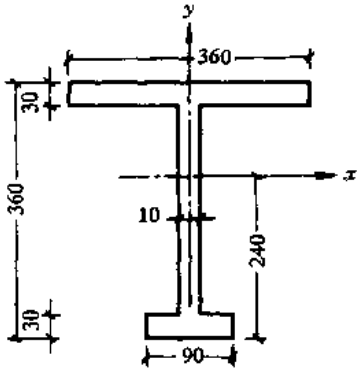


图 3－50　习题

3－9 梁的截面如图3－51所示（单位：mm）。试求当剪力 $V=60\text{kN}$ 时 x 轴上各点的剪应力。设腹板厚20mm。

3－10 图3－52（a）示一简支梁，如 $P=200\text{kN}$，$a=3\text{m}$，$[\sigma]=140\text{MPa}$，$[\tau]=8\text{MPa}$，试选择工字型钢的号码，并作强度校核。

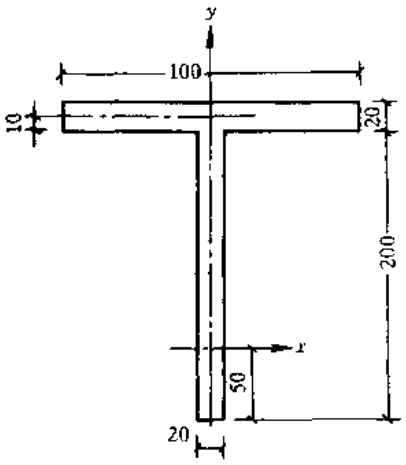


图3－51 习题

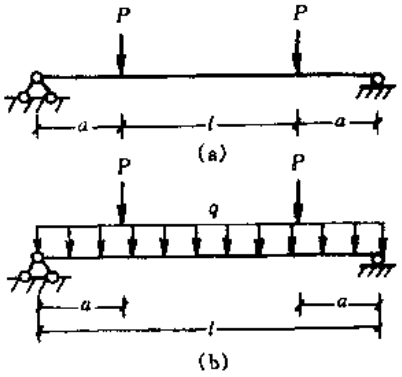


图3－52 习题

3－11 图3－52（b）示一简支梁，如 $P=200\text{kN}$，$q=10\text{kN/m}$，$a=0.2\text{m}$，$l=2\text{m}$，$[\sigma]=160\text{MPa}$，$[\tau]=105\text{MPa}$，试选择工字型钢的号码，并作强度校核。

3－12 求图3－53（单位：mm）各截面对 x 轴和 y 轴的惯性矩。

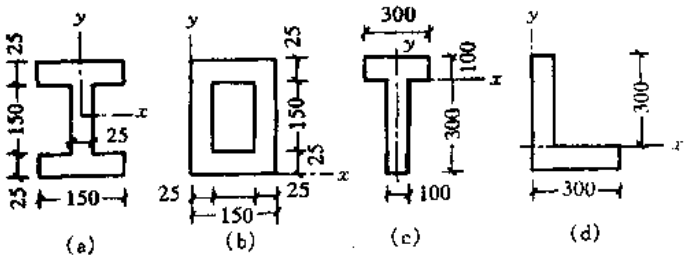


图3－53 习题

第四章　压杆的稳定

内　容　提　要

本章研究的主要内容是当内力为轴向压力时，细长杆件的稳定及计算。

(1) 压杆的计算与第三章所研究的强度计算有本质上的区别。

1　压杆的条件

a. 杆件的长度与杆件横截面积的比值较大，表现为细而长；

b. 外荷载一般为轴向压力。

符合上面条件的构件特称压杆。至于虽受轴向压力的外荷载作用，但杆件的长度与横截面比值较小，表现为短而粗；或者虽属细而长但外荷载不是轴向压力时的情况都不属本章压杆的研究范围。

日常所称的“柱”，当满足上述条件时，就属于压杆。但并不是所有的“柱”都能满足上述条件。

2　压杆的破坏

一般属于失稳破坏。计算时要考虑杆件长细比的影响。所谓失稳破坏在外观上表现为杆件在外荷载轴向压力作用下产生侧向弯曲，而不是单纯的截面被压碎。

3　强度破坏（第三章已研究过）与压杆破坏的区别

a. 强度破坏一般仅关心截面本身，与杆件长度无关。

b. 压杆破坏一般须考虑杆件长细比的不利影响。压杆的计算虽然也归结为对截面计算，但本质上是将长细比的不利影响因素也归并到对截面的计算中去。

c. 一般而言，对短而且粗的受压杆件，属于强度计算范围；对于长而细的受压杆件，特称为压杆，控制它的将是稳定计算。

(2) 要理解压杆计算的实用公式

$$\frac{P}{A}\leqslant\varphi\cdot[\sigma]$$

的确切含义，特别是 φ 值的含义，它不仅包括了临界应力这一概念在内，也包括了安全系数这个因素在内。

(3) 要了解临界应力总图的来源，必要时自己会动手绘制某种材料的临界应力总图。

(4) 要会求出压杆的长细比（或称柔度）λ；要理解和会求出截面的回转半径 i，它与习惯上理解的圆截面的半径含义截然不同。

第一节　压杆的三种平衡状态

承受压力荷载的结构构件根据其长度及横截面尺寸可以分为两大类。短而粗的构件通常

称为柱，这类构件常常是在应力超过材料的压缩屈服应力时由于压碎而失效的。然而，细而长的柱或压杆则是在应力达到压缩屈服应力之前的某个时候因弯曲过大而失效。即由于压杆的横向变形过大而失效的，此现象叫做屈曲。屈曲是由于下列一个或几个原因所造成：

a. 压杆可能原来就不是直的；

b. 荷载可能并不是严格地沿着压杆的轴线施加的；

c. 由于某个压杆中材料性质方面的某种不均匀性而使得一部分材料可能比另外部分先受压屈服。

虽然有上面的原因，但我们认为压杆是受理想的轴向压力作用。

当荷载的值低于屈曲荷载时，压杆将处于稳定平衡。在此情况下任何横向扰动引起的位移当扰动移去时将完全消失。当荷载达到屈曲荷载时，杆处于随遇平衡状态。当荷载超过屈曲荷载时，压杆有可能达到不稳定的平衡状态。任何微小的横向干扰就会使它因屈曲而失效。图 4－1 用小球的三种位置来说明这三种平衡状态的特点。

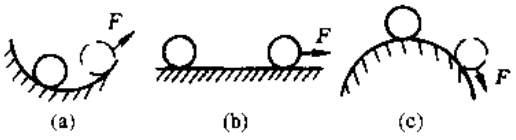


图 4－1 三种平衡状态

(a) 稳定平衡，*F* 如撤消后，球将回到实线位置；(b) 随遇平衡，*F* 如撤消，球停在实线位置；(c) 不稳平衡，球一旦离开实线位置便滑下去了

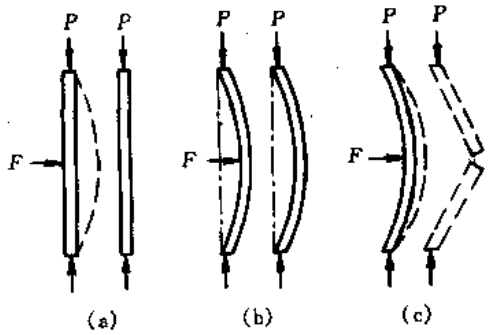


图 4－2 压杆的三种平衡状态

(a) *F* 撤消后杆回到实线状态；(b) *F* 撤消后，杆停在实线状态；(c) *F* 撤消后，杆继续加大偏离

设有一弹性的等直杆，受毫无偏心的轴向压力作用（这就是所谓理想压杆的情况）。杆件呈直线压缩的变形状态，如图 4－2 所示。现在要判断这种变形状态（或直线位置的平衡状态）的稳定性。要作这种判断，可加一微小干扰力 F，使杆轴到达一个十分邻近于直线的微弯曲线位置，然后撤消干扰力 F，看杆轴能否回到直线位置。若杆轴最终能回到直线位置，则直线位置的平衡状态是稳定的；如果它不能回来，且继续加大弯曲到一个新的曲线位置而平衡或者干脆被压倒了，则直线位置的平衡状态是不稳定的；如果它停留在干扰力给它的微弯曲线位置不动，则直线位置的平衡状态是随遇平衡状态。实际上，同一杆件，其直线位置的平衡状态是否稳定，视所受轴向压力 P 的大小是否超过某一定值 P_{cr} 而定（此值仅与杆件的材料、尺寸和支承方式有关）。设轴向压力 P 从零逐渐增大，则杆件在直线位置的平衡状态为：

当 $P<P_{cr}$ 时，是稳定平衡状态（图 4－2a）；

当 $P=P_{cr}$ 时，是随遇平衡状态，这种状态称为临界平衡状态（图 4－2b）；

当 $P>P_{cr}$ 时，是不稳定平衡状态（图 4－2c）。

当 $P=P_{cr}$ 时，压杆的平衡状态是介于稳定和不稳定之间的临界平衡状态，因此定值 P_{cr} 称为这压杆的“临界力”。当 $P=P_{cr}$ 时，若不加干扰，压杆可在直线位置平衡，若稍加干扰，又可在干扰给予的微弯曲线位置平衡。这种“两可性”是临界平衡的一种特殊表现，也是弹性

稳定问题的重要特点。

必须指出，压杆的破坏实际上并不需要如图 4－2 所示有外力 F 作用，图中力 F 旨在证明压杆破坏的内部原因，请参照本节上述 a、b 和 c 三点。

第二节　临界应力及举例

临界力除以杆件的横截面积得到的就是临界应力

$$\text{临界应力}=\frac{\text{临界力}}{\text{横截面积}}$$

即

$$\sigma_{cr}=\frac{P_{cr}}{A}$$

式中的角标 cr 代表“临界”的意思，是英文 critical 的缩写。

显然，如果在工程设计之前能够事先知道某一根压杆的临界应力 σ_{cr}，就可以计算出这根压杆所能承受的荷载。

临界应力可以通过理论计算和实验分析得到。应该特别指出，对于不同材料或杆件材料虽同但长细比不同的压杆，它们的临界应力是不同的。

工程上常用所谓临界应力总图来说明某一根压杆的临界应力 σ_{cr}，图 4－3 是一个临界应力总图的示意图。

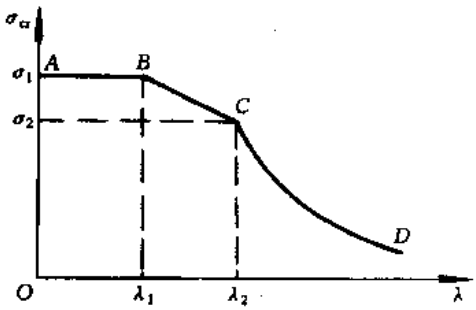


图 4－3　临界应力总图示意

图中曲线的绘制方法如下：

AB 段，水平直线，$\sigma_{cr}=\sigma_s$；

BC 段，斜直线，$\sigma_{cr}=a-b\lambda$，式中 a、b 由实验定出；

CD 段，抛物线，$\sigma_{cr}=\dfrac{\pi^2\cdot E}{\lambda^2}$。

下面着重研究一下临界应力总图。

（1）临界应力总图表现的是某种材料制作的压杆的临界应力 σ_{cr}和该压杆的柔度 λ 的函数关系。把纵坐标 σ_{cr}理解为代数中的 y 轴，横坐标 λ 理解为代数中的 x 轴，也就是给定一个 λ，有一个 σ_{cr}对应。因此主要的工作是确定横坐标 λ 的值。

（2）横坐标 λ 叫柔度，或者直观地叫作长细比。它的意义可从下式理解：

$$\lambda=\frac{\mu\cdot l}{i} \tag{4-1}$$

式中　$\mu\cdot l$ ——为压杆的“相当长度”，其中 l 为压杆的实际长度，μ 为某一压杆的长度系数，μ 值按表 4－1 决定；

i ——压杆横截面的回转半径，在第三章已知计算公式为 $i=\sqrt{\dfrac{I}{A}}$。

分析一下公式（4－1），其分子单位为长度单位，分母单位也是长度单位，分子是杆长的具体值，分母是横截面的某一具体值“相当半径”。因此柔度 λ 是一个无单位的量。可理解为压杆的“相当长度”为它的横截面“回转半径”的多少倍。显然 λ 值越大，杆件越细长。

(3) 横坐标 λ 一般分为三段 (图 4-3):

a. 坐标原点至 λ_1 段，这样的压杆称为小柔度杆，一般表现为短而粗;

b. λ_1 至 λ_2 段，这样的压杆称为中柔度杆;

表 4-1 μ 值

	两端铰支	一端固定 一端自由	两端固定	一端固定 一端铰支
μ	1.0	2.0	0.5	0.7

c. λ_2 以后，这样的压杆称为大柔度杆，表现为细而长。

(4) 从图 4-3 的纵坐标上来看:

a. 对应于短而粗的小柔度杆，其临界应力值 σ_{cr}等于它的屈服极限应力 σ_s，屈服极限应力可以从材料的力学实验得到，工程中常有现成表格可查;

b. 对应于中柔度杆，其临界应力小于材料的屈服极限 σ_s而大于材料的比例极限 σ_p;

c. 对于细而长的大柔度杆，其临界应力将小于材料的比例极限 σ_p; 比例极限也可以从材料的实验中得到。

对于中柔度杆和大柔度杆，由于其临界应力值介于屈服极限和比例极限之间，实验无法一一得出，所以常用有限的实验与函数曲线图形的规律性相配合，以此来解决临界应力的取值。

综合以上大、中、小三种柔度杆的函数曲线，我们称之为临界应力总图。

(5) 对于不同的材料做成的压杆，有不同的临界应力总图与之对应。以 $A3$ 钢为例来说明这一点，同时也就说明了 3 号钢临界应力总图的画出过程。

对照图 4-3 有如下已知条件:

对于 $A3$ 钢，由实验知它的屈服极限 $\sigma_s = 240\text{MPa}$，比例极限 $\sigma_p = 210\text{MPa}$，常数 $a = 304\text{MPa}$，$b = 1.12\text{MPa}$，弹性模量 $E = 210\text{GPa}$。

联解 AB 段和 BC 段的两条直线方程，求交点 B 的横坐标:

$$\begin{cases}\sigma_{cr} = \sigma_s \\ \sigma_{cr} = a - b \cdot \lambda\end{cases}$$

将 $A3$ 钢的 a、b 已知值代入，并消去 σ_{cr}，得

$$\lambda = \frac{a - \sigma_s}{b} = \frac{304 - 240}{1.12} = 57$$

结果 $\lambda = 57$，这个坐标即为图 4-3 中的 λ_1。

联解 BC 段和 CD 段的直线和曲线方程，求出交点 c 的横坐标:

$$\begin{cases}\sigma_{cr} = a - b \cdot \lambda \\ \sigma_{cr} = \dfrac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}\end{cases}$$

将 $A3$ 钢的 a、b 已知值代入，消去 σ_{cr}后，形成了一个 λ 的三次方程:

$$\lambda^3 - 271\lambda^2 + 1\,850\,551 = 0$$

取结果为 $\lambda = 105$，这个坐标即为图 4-3 中的 λ_2。

(6) 到此为止，已经可以定出 B 和 C 两个点，再用实验方法确定一个 D 点，就可以把

A3 钢的临界应力总图画出。

图 4－4 是 A3 钢的临界应力总图，举一个例子说明用它来确定压杆的临界压力方法。

例 4－1　图 4－5 为一两端铰支，横截面尺寸为 40×50mm 的 A3 钢长方形截面轴向受压杆，长度 2m。试求其临界荷载 P_{cr}

解　利用 A3 号钢的临界应力总图求解：

（1）求 λ

因为　　$\lambda=\frac{\mu\cdot l}{i}$，所以应把长度系数 μ 和回转半径 i 求出

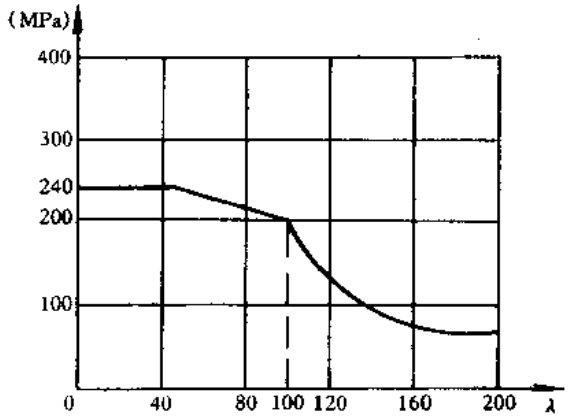


图 4－4　A3 钢的临界应力总图

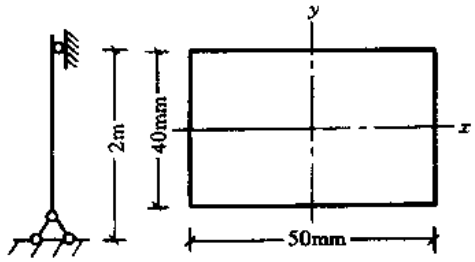


图 4－5　例题

显然有两个方向的回转半径值，由式 3－11 得

$$i_x=\sqrt{\frac{I_x}{A}}=\sqrt{\frac{\frac{5\times4^3}{12}}{5\times4}}=1.33\text{cm}$$

$$i_y=\sqrt{\frac{I_y}{A}}=\sqrt{\frac{\frac{4\times5^3}{12}}{4\times5}}=2.08\text{cm}。$$

由于有两个方向的回转半径，所以也有两个方向的柔度，由表 4－1，式中 $\mu=1.0$，$l=200\text{cm}$，所以

$$\lambda_x=\frac{1\times200}{1.33}=150$$

$$\lambda_y=\frac{1\times200}{2.08}=96$$

（2）查图 4－4，当 $\lambda_x=150$ 时，$\sigma_{cr}=85\text{MPa}$

当 $\lambda_y=96$ 时，$\sigma_{cr}=200\text{MPa}$

所以有两个临界力：

在 x 轴，$P_{cr}=\sigma_{cr}\cdot A=85\times10^6\times20\times10^{-4}=1\ 700\times10^2=17\times10^4\text{Pa}$

在 y 轴，$P_{cr}=\sigma_{cr}\cdot A=200\times10^6\times20\times10^{-4}=40\times10^4\text{Pa}$

由上面这个例题，说明了对同一根压杆，当横截面两个主轴方向尺寸不同时，应取较小的回转半径作为决定临界应力的依据。因为此时算得的柔度 λ 最大，由图 4－4 知，此时的临界应力最小，也就是说压杆的最大承载力或叫临界力应该等于最小的临界应力乘以横截面

积，这样才是正确的，否则将不安全。

第三节 压杆的实用计算法及举例

工程上对压杆的计算往往不直接采用本章第二节临界应力的概念，而是将这一概念并入截面的强度计算的容许应力之中。直观地说，建立一个类似强度计算的公式。

(1) 工程上除了从理论上研究出压杆的临界应力这一概念，还对临界应力的值再打一个折扣的办法来保证压杆的稳定安全。也就是用临界应力去除以一个安全系数 K，K 值大于1。对不同的材料 K 有不同的取值，比如木材的 K 值取2.5～3.5，钢材取1.8～3.0等。安全系数的倒数$\frac{1}{K}$就是对临界应力打折扣的这个值。考虑了安全系数 K 以后的临界应力才是工程上真正允许使用的，叫做“容许临界应力”，记作$[\sigma_{cr}]$。

(2) 设计规范中对钢材和木材都规定有强度计算时的容许应力$[\sigma]$。这个容许应力$[\sigma]$既未包含压杆稳定的影响因素在内，也未包含考虑了压杆稳定因素之后的临界应力 σ_{cr}再除以一个大于1的安全系数 K，即“容许临界应力”$[\sigma_{cr}]$这样的概念。显然压杆的“容许临界应力”$[\sigma_{cr}]$小于该压杆材料的容许应力$[\sigma]$。为了计算上的方便，采用将材料的容许应力$[\sigma]$统一打一个折扣的办法，综合考虑以上两条因素来表现出工程上压杆计算中使用的容许临界应力$[\sigma_{cr}]$。这个用来打折扣的系数，叫做折减系数，记作 φ。即

$$[\sigma_{cr}]=\varphi\cdot[\sigma] \tag{4-2}$$

式中 $[\sigma_{cr}]$——容许临界应力。

$[\sigma]$——材料的容许应力；本书第三章所研究的强度概念，用的就是$[\sigma]$。

φ——折减系数，既包含了将材料的容许应力折减为临界应力这一概念，又包含了将临界应力考虑安全系数以后的折减。φ 值与压杆的柔度值和安全系数两个因素有关。图4-6是不同材料的压杆 φ 与柔度的相关关系坐标图，可供设计时参考。

在公式4-2的基础上，对压杆进行计算就可以用下面的方法进行，使用起来十分方便。

设 P 为压杆的实际承载力，A 为压杆的横截面积，由上述分析显然有

$$\frac{P}{A}\leqslant[\sigma_{cr}]$$

由于

$$[\sigma_{cr}]=\varphi\cdot[\sigma]$$

所以

$$\frac{P}{A}\leqslant\varphi\cdot[\sigma] \tag{4-3}$$

例4-2 直径为 $d=200\text{mm}$ 的圆截面木柱，其长为 $l=6\text{m}$，两端铰支。若$[\sigma]=100\text{MPa}$，问该柱承受轴向压力 $P=60\text{kN}$ 时是否安全。

解 截面直径 $d=200\text{mm}$ 的圆截面木柱，其回转半径各向相同

$$i=\sqrt{\frac{I}{A}}=\sqrt{\frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{\pi d^2}{4}}}=\frac{d}{4}=\frac{200}{4}=50\text{mm}$$

长细比

$$\lambda=\frac{\mu\cdot l}{i}=\frac{1.0\times 6}{0.05}=120$$

由图 4－6 查得 $\varphi=0.22$，从稳定条件式 4－3 得

$$\frac{P}{\varphi \cdot A}=\frac{60\times10^{3}}{0.22\times\frac{\pi\times(0.2)^{2}}{4}}=8680\text{kPa}=8.68\text{MPa}<[\sigma]=10\text{MPa}$$

因此，此柱是安全的。

例 4－3　简易起重机如图 4－7 所示，起重臂 AB 由钢管制成，长 $l=5\text{m}$，外径 $D=10\text{cm}$，内径 $d=7\text{cm}$，材料是 A3 钢。钢管在弯曲时可视为两端铰支，它的工作压力 $P=50\text{kN}$。设钢管的容许应力为$[\sigma]=140\text{MPa}$，试校核其稳定性。

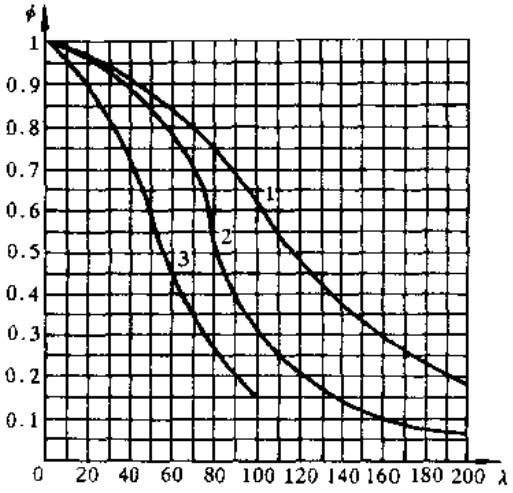


图 4－6　折减系数 φ 与柔度 λ 关系表

曲线 1—A1、2、3、4 号钢；曲线 2—木材；曲线 3—铸铁

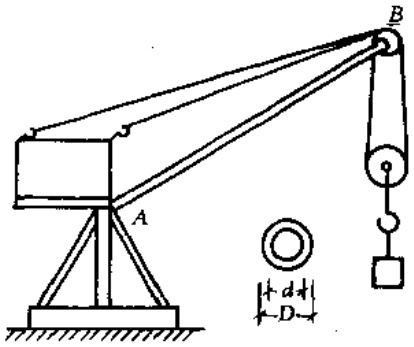


图 4－7　简易起重机

解　钢管截面的回转半径为

$$i=\sqrt{\frac{I}{A}}=\sqrt{\frac{\frac{\pi\ (D^{4}-d^{4})}{64}}{\frac{\pi\ (D^{2}-d^{2})}{4}}}=\frac{\sqrt{D^{2}+d^{2}}}{4}$$

代入数值后可得

$$i=\frac{\sqrt{10^{2}+7^{2}}}{4}=3.05\text{cm}$$

由公式（4－1）计算柔度，有

$$\lambda=\frac{\mu l}{i}=\frac{1\times500}{3.05}=164$$

由图 4－6，当 $\lambda=164$ 时，

$$\varphi=0.27$$

代入式（4－3）

$$\frac{P}{\varphi \cdot A}=\frac{50\times10^{3}}{0.27\times\frac{3.14(10^{2}-7^{2})}{4}\times10^{-4}}$$

$$=124\ 890\ 000=124\text{MPa}<[\sigma]=140\text{MPa}$$

所以 AB 压杆的稳定性可以满足要求。

例 4－4 求图 4－8 三根材料相同的圆杆中所能承受的临界压力最大为多少？已知材料的容许应力$[\sigma]=140\text{MPa}$。

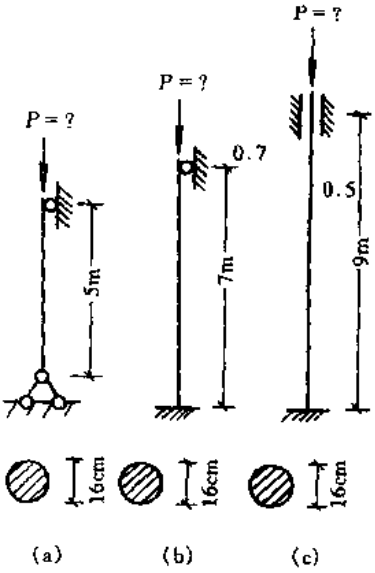


图 4－8

解 对（a）情况：$\lambda=\dfrac{\mu l}{i}=\dfrac{1\times500}{4}=125$

由图 4－6 $\varphi=0.43$

对（b）情况 $\lambda=\dfrac{0.7\times700}{4}=122.5$

由图 4－6 有 $\varphi\doteq0.45$

对（c）情况 $\lambda=\dfrac{0.5\times900}{4}=112.5$

由图 4－6 有 $\varphi=0.53$

因为依公式（4－3）有

$$P\leqslant A\cdot\varphi\cdot[\sigma]$$

三杆的 A 和$[\sigma]$相同，因此对应的 φ 值最大者可以承受最大的荷载 P

$$P=\frac{\pi\times16^2\times10^{-4}}{4}\times0.53\times140\times10^6$$

$$=149\times10^4\text{N}$$

（式中乘以 10^6 是为了将 MPa 换算成 Pa）。

第四节 提高压杆稳定性的措施

压杆的计算由式（4－3）

$$\frac{P}{A}\leqslant\varphi\cdot[\sigma]$$

可以看出以下几个问题：

（1）在压杆材料和横截面积选定的情况下，式（4－3）写成

$$\frac{P}{\varphi}\leqslant A\cdot[\sigma]$$

右边是定值，如果要提高左边的承载力 P，只有加大分母 φ 才行。由图 4－6 可知，提高 φ 值的办法是减小柔度 λ。由式（4－1）

$$\lambda=\frac{\mu\cdot l}{i}$$

不难得出如下的措施：

1）减小 $\mu\cdot l$ 的数值。

a．减小压杆的支承长度：随着压杆长度的增加，其柔度 λ 增加而临界应力 σ_{cr} 减小。因此，在条件允许时，应尽可能减小压杆的长度，或者在压杆的中间增设支座，以提高压杆的稳定性。例如，图 4－9 所示无缝钢管的穿孔机，如在顶杆的中间增加一个抱辊装置，则可提高顶杆的稳定性，从而增加顶杆的穿孔压力 P。

b．改善杆端约束情况：由压杆柔度公式可知，若杆端约束刚性愈强，则压杆长度系数

μ 愈小，即柔度愈小，从而临界应力愈高。因此，应尽可能改善杆端约束情况，加强杆端约束的刚性。

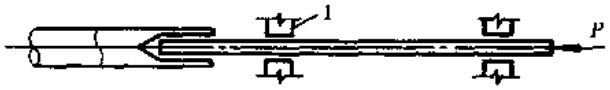


图 4-9　增加中间支点，减小压杆计算长度

图中 1 是增加的支座

2）加大横截面的回转半径 i。比如选择合理的截面形状；

由图 4-4 可知，两类压杆临界应力的大小均和柔度 λ 有关，柔度愈小，则临界应力愈高，压杆抵抗失稳的能力愈强。

压杆的柔度为

$$\lambda=\frac{\mu\cdot l}{i}=\frac{\mu\cdot l}{\sqrt{\frac{I}{A}}}$$

由上式可知，对于一定长度和支承方式的压杆，在面积一定的前提下，应尽可能使材料远离截面形心，以加大惯性矩，从而减小压杆的柔度。

例如，如图 4-10 所示，采用空心的环形截面将比实心的圆形截面更为合理。但这时应注意，若为薄壁圆筒，则其壁厚不能过薄，要有一定限制，以防止圆筒出现局部失稳现象。

如果压杆在各个纵向平面内的支承情况相同，例如球形铰支座和固定端，则应尽可能使截面的两个惯性矩相等，即 $I_x=I_y$，这可使压杆在各纵向平面内有相同或接近相同的稳定性。上述的圆形和环形截面，还有方形截面等都能满足这一要求。显然，在图 4-11 中，截面 b 比截面 a 更能满足这一要求。

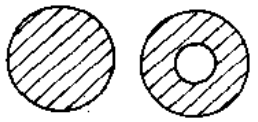


图 4-10　加大回转半径

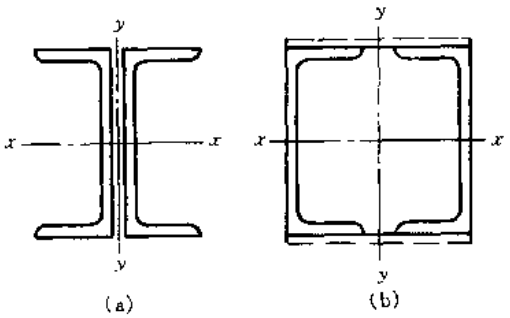


图 4-11　使两个主轴方向惯性矩接近

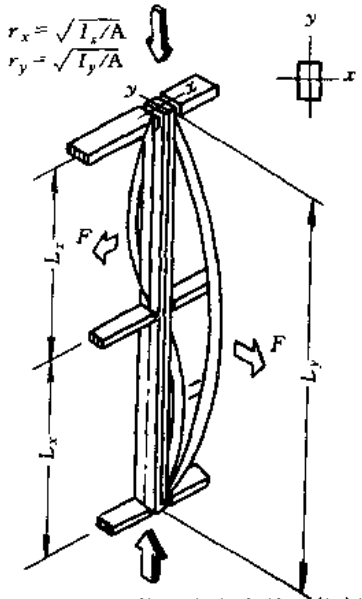


图 4-12　尽量使两个方向的 i 值相同

另外，在工程实际中，也有一类压杆，在两个互相垂直的纵向平面内，其支承情况或相当长度（μl）并不相同，例如图 4-12。这时，就相应要求截面对两个互相垂直的轴的惯性矩也不相同，即 $I_x\neq I_y$，理想的截面设计是使压杆在两个纵向平面内的柔度相同，即 $\lambda_x=\lambda_y$。

即
$$\frac{\mu \cdot l_x}{\sqrt{\frac{I_x}{A}}}=\frac{\mu \cdot l_y}{\sqrt{\frac{I_y}{A}}}$$

经适当设计的组合截面，如图 4－11 中的工字形截面等，都有可能满足上述要求。

(2) 提高材料的弹性模量 E 值也可以改善压杆的工作状况，但是对于大体同样性质的材料，其 E 值相差有限，故不作重点方法来看待。

第五节 小 结

(1) 本章的重点是压杆失稳的概念和对压杆的稳定校核。

工程设计上，为了方便起见，一般是从应力的角度去验算压杆的稳定，使用方程 (4－3)。
$$\frac{P}{A}\leqslant \varphi \cdot [\sigma]$$

此时，一般按如下步骤进行：

1) 确定压杆的计算长度，为此需要了解约束条件对实际杆长的修正系数 μ；

2) 计算压杆的长细比或称柔度，$\lambda=\frac{\mu l}{i}$；

3) 根据柔度 λ 由图 4－6 查出相应的折减系数 φ 值，φ 值是一个小于 1 的数。

4) 解式 (4－3) 可得其中的一个未知数。

(2) 杆件的柔度 (即长细比)，按理说是长度与横截面的一个尺度之比值，但是在分母上取的却是回转半径 i，这是为了使计算公式对任何截面形状的杆件都可以适用。

截面的回转半径 i，一方面可以按第三章的公式精确计算，另一方面也可以按本书附录三近似地求出。

习 题

4－1 直径 $d=5$cm 的 A3 号钢杆，长为 l，用作抗压构件，试求其临界荷载及临界应力。(a) 两端铰支，$l=60$cm；(b) 两端固定，$l=150$cm；(c) 一端固定，另一端自由，$l=40$cm；(d) 一端固定，另一端铰支，$l=100$cm。

4－2 截面为 16×24cm 的矩形木柱，长 $l=6$m，两端铰支。若容许应力为 $[\sigma]=10$MPa，问承受纵向荷载 $P=6\times10^4$N 时 (没有偏心)，是否安全？

4－3 用长度 $l=2.5$m 的 25a 号工字钢，作为两端铰支的压杆，若容许应力 $[\sigma]=160$MPa 试求这一压杆所能承受的安全纵向荷载。

4－4 木柱长 6m，两端支承相当于球形铰，受纵向荷载 $P=70$kN，材料的容许应力 $[\sigma]=9.5$MPa，试设计其截面。(a) 假定截面边长不受限制，采用正方形；(b) 采用矩形截面，假定有一个边不得超过 16cm。

4－5 一端固定、另一端自由的钢柱，长 1.5m，受纵向荷载 $P=400$kN，若容许应力 $[\sigma]=160$MPa，试选择一种适宜的工字钢。

第五章　结构变形的概念

内　容　提　要

构件在荷载作用下，既产生应力同时也发生变形，为了保证构件的正常工作。构件除满足强度要求外，还需满足刚度要求。刚度要求就是控制构件的变形。使构件在荷载作用下产生的变形不能过大，否则会影响工程上的正常使用。

本章引出梁的挠曲线方程这样一个概念。通过对挠曲线方程的分析，了解如何加强构件抵抗变形能力的有关方法。

应该指出，结构的变形与内力是同时出现的。只要有变形，就一定会有内力存在；只要有内力，就一定发生了变形。由第二章知道，结构的内力一般有弯矩 M，剪力 V 和轴力 N（注意对某一截面而言，不一定三种内力 M、V 和 N 都同时存在）。因此，可以推论，也一定会有与这三种内力对应的变形发生，它们分别叫做弯曲变形、剪切变形和轴向变形。

本章将重点通过研究梁的弯曲变形来作为研究结构变形的入门，当然同时也因为弯曲变形是最重要的变形。

第一节　内力与变形的关系

一、结构变形

从第一章到第三章，我们着重考虑了平衡问题。第一章已经说明，当结构承受一组作用荷载，将产生唯一的一组支座反力，以保持与外部的平衡。同时，由第二至第三章知相应于作用荷载和支座反力，将引起一组内力以满足结构的内部平衡。

结构受荷时将出现变形。相应于变形，将有内部应变（即截面上单位面积的相对变形），根据组成材料的应力—应变性质，内部的应变又引起内部应力。在结构任意部分的脱离体图上，作用在它上面的全部外力和内应力将处于平衡状态。因此，结构的变形，一直发展到产生的内应力和相应的一组外力来保持整个结构的平衡为止。

二、确定结构变形的目的

（1）通常要求结构的变形限制在某一个允许的范围，变形过大，结构就将失去使用的意义。因此变形计算的第一个目的就是校核结构的实际变形是否满足允许的变形要求。变形的允许值通常在结构设计规范中有明确的规定。

（2）确定变形的第二个理由是与分析方法有关。对于超静定结构，除了第一章所述的平衡方程式外，还必须增加协调条件才能求出支座反力。这些协调条件是与变形量相协调的方程。

卸去荷载时，根据结构物的物理特性，其变形可以恢复、或其变形将永久保留而不能恢复。前者称为弹性变形，而后者称为塑性变形。这里我们只研究弹性变形。

三、力与变形的关系式

这里所指的力是结构构件的内力，即力可以是指任何一种作用——轴向力、剪力、弯矩、扭矩等等。对于每一作用，就有相应的变形量，这是由于构件受荷反应的应变累积的结果。在本节中，考虑两种普通的力与变形的关系——轴向力与轴向变形、弯矩与弯曲变形，这是结构分析者研究平面结构所感兴趣的。虽然平面结构也有剪切变形，可是，对正常尺寸的构件来说，这种变形是可以忽略的，这里就不予讨论。

（一）杆件微小长度的变形与轴力的关系

研究图 5－1（a）所示的单元长度为 dx，截面面积为 A，所受轴向力为 N。我们记得，应力定义为单位面积上的力。以符号 σ 代表正应力，于是得

$$\sigma=\frac{N}{A} \tag{5-1}$$

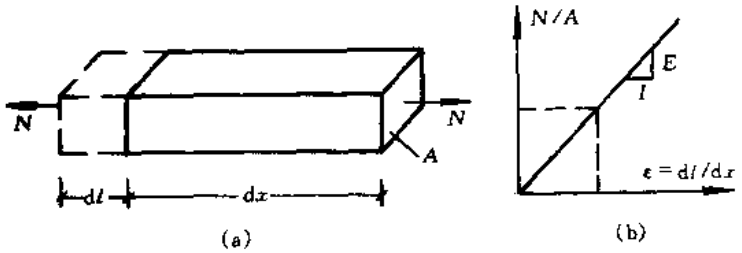


图 5－1 杆件的轴向变形

(a) 承受轴向力的杆件；(b) 应力应变图

由单位长度的长度变化量可得到应变，如以符号 ε 表示，参照图 5－1（a）得

$$\varepsilon=\frac{dl}{dx} \tag{5-2}$$

式中 dl ——长度的增量或称伴随荷载 N 产生的变形。

对于线性弹性材料，如以应力为纵坐标，就得到图 5－1（b）所示的线性关系。对任一给定的应变，由此关系可得到唯一的应力。

$$\sigma=E\cdot\varepsilon \tag{5-3}$$

式中 E ——弹性模量，是一种材料性质，可由材料手册查得。它实质上是一个比例系数。

将式（5－2）作变换，步骤如下：

$$dl=\varepsilon\cdot dx \tag{a}$$

由式（5－3）写出

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E} \tag{b}$$

由式（5－1）的 σ 代入式（b）得

$$\varepsilon=\frac{N}{E\cdot A} \tag{c}$$

将式（c）代入式（a）得

$$dl=\frac{N}{E\cdot A}\cdot dx \tag{5-4}$$

或改写为

$$N=\frac{E\cdot A}{dx}\cdot dl \tag{5-5}$$

当杆件满足整个长度材料均匀，即它的弹性模量 E 值为常数，杆件的横截面积不变，

即 A 为常数和作用在杆上的力 N 保持不变这样三个条件时，式（5－4）可以有进一步的演变。我们欲求整个杆在力 N 下的变形 Δl 时，对式（5－4）的两边沿杆长积分有

$$\int_0^l \mathrm{d}l = \int_0^l \frac{N}{E \cdot A}\mathrm{d}x$$

即

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N}{E \cdot A} \cdot \mathrm{d}x = \frac{N}{E \cdot A}\int_0^l \mathrm{d}x = \frac{N}{E \cdot A}x \Big|_0^l$$

即

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A} \tag{5-6}$$

这个公式在本章和第七章将有进一步的使用。式中左边 Δl 指长为 l 杆件的总伸长量。

（二）杆件微小长度变形与弯矩的关系

取图 5－2（a）所示的一段梁，承受弯曲 M。当梁弯曲时，梁的上部纤维受到压缩，下部纤维受到拉伸。在两者之间存在着长度不变的纵向纤维，这种纤维称作构件的中性层。如果在梁单元两端中性层处作切线，很明显，构件产生了角位移 $\mathrm{d}\theta$。由图 5－2 中的几何关系可看出：

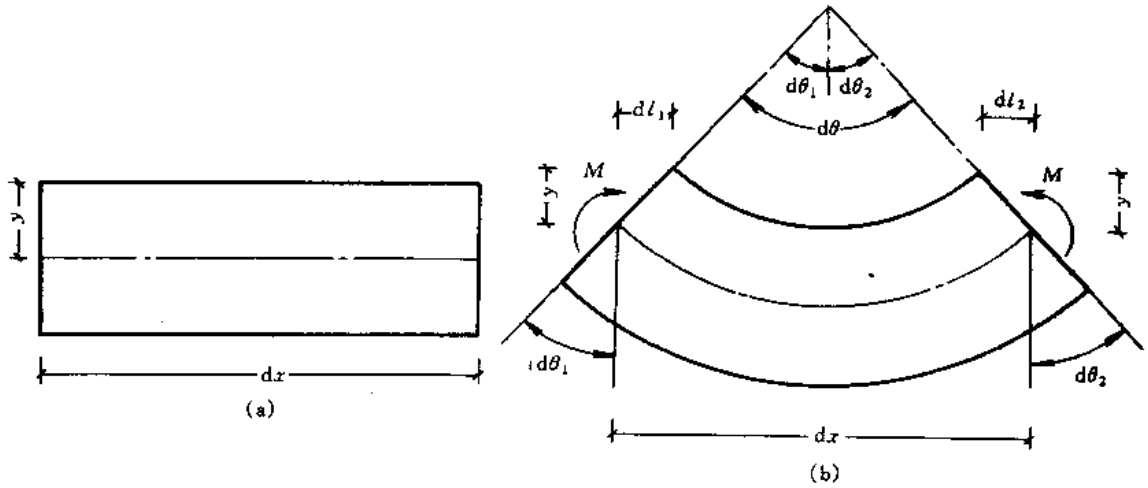


图 5－2　梁段的挠曲变形

$$\mathrm{d}\theta = \mathrm{d}\theta_1 + \mathrm{d}\theta_2 \tag{5-7}$$

由于 θ_1、θ_2 均很小，故有

$$\mathrm{d}\theta_1 = \frac{\mathrm{d}l_1}{y}, \quad \mathrm{d}\theta_2 = \frac{\mathrm{d}l_2}{y}$$

将它代入式（5－7）

$$\mathrm{d}\theta = \frac{\mathrm{d}l_1}{y} + \frac{\mathrm{d}l_2}{y} = \frac{\mathrm{d}l}{y} \tag{5-8}$$

令 $\mathrm{d}l_1 + \mathrm{d}l_2 = \mathrm{d}l$，显知为上部纤维的总缩短量，而 y 为中性层至梁段上边的距离。

将式（5－2）改写为

$$\mathrm{d}l = \varepsilon \cdot \mathrm{d}x$$

代入式（5－8）有

$$d\theta=\frac{\varepsilon\cdot dx}{y}$$

由式（5－3）中 ε 代入上式

$$d\theta=\frac{\sigma}{E}\cdot\frac{dx}{y} \tag{5-9}$$

为了直接将 σ 表示为 M，可用熟知的式（3－5），即 $\sigma=\frac{M}{I}\cdot y$ 代入式（5－9）

$$d\theta=\frac{\left(\frac{M}{I}\cdot y\right)}{E}\cdot\frac{dx}{y}$$

$$d\theta=\frac{M}{E\cdot I}\cdot dx \tag{5-10}$$

或写成

$$M=\frac{E\cdot I}{dx}\cdot d\theta \tag{5-11}$$

注意到式（5－5）与式（5－11）外形上的相似。式（5－6）说明了轴向力 N 与梁段伸长或缩短 dl 的正比关系，其比例常数是 $\frac{E\cdot A}{dx}$。而式（5－11）说明了弯矩 M 与梁段弯曲后的转角 $d\theta$ 的正比关系，其比例常数是 $\frac{E\cdot I}{dx}$。

第二节 梁在弯曲时的挠度、挠曲线方程及举例

一、挠度

挠度概念是从实践中得来的，表示杆件弯曲的程度。

现考察图 5－3 所示的梁，在梁的任一横截面 C，在梁变形后，沿竖直方向从 C 移到 C'（因为我们研究的都是小变形，所以，C 沿水平方向的位移可以忽略不计），竖向位移 CC' 称为截面 C 的挠度。通常以 y_c 来表示。显然，不同截面的挠度值是不同的。如取图 5－3（b）所示的坐标，各截面的挠度将是 x 的函数。可写成

$$y=f(x)$$

此式即为挠曲线的方程式，它表示挠度沿梁长度的变化规律。式中的 y 表示纵坐标值，x 表示横坐标值，f 表示 y 为 x 的函数。当然对某一个具体问题，y 与 x 之间的关系有各种不同的数字表现形式。

二、挠曲线方程及应用举例

如图 5－4 设梁 AB 在未加荷载时原是水平，加载后挠曲到 $A'B'$ 位置，此时梁上任一点 C 处切线的斜率为

$$\operatorname{tg}\theta\approx\theta=\frac{dy}{dx}$$

将 $\theta=\frac{dy}{dx}$ 代入式（5－11）有

$$M=E\cdot I\cdot\frac{d\theta}{dx}=E\cdot I\cdot\frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx}=E\cdot I\cdot\frac{d^2y}{dx^2} \tag{5-12}$$

此式即整根梁的挠度的基本微分方程式。它表示梁在某一截面处的弯矩 M 可以用等式右边

算出。

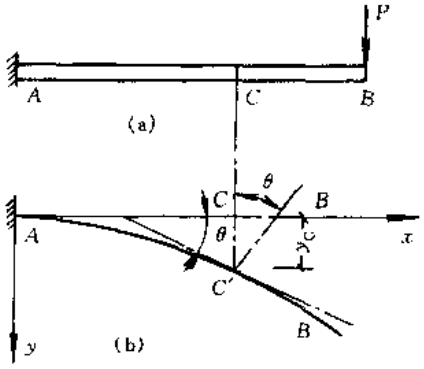


图 5－3　梁的挠度

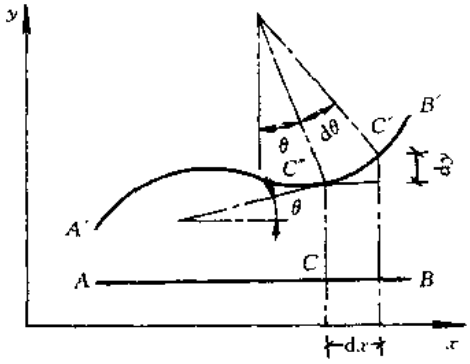


图 5－4　挠度基本方程的推导

根据式（5－12），我们可以用它反过来求梁的挠曲线方程：

$$y=\iint\left(\frac{M}{EI}\cdot \mathrm{d}x\right)\cdot \mathrm{d}x+Cx+D \tag{5-13}$$

上式说明梁的弯曲变形（也即弯曲后梁的形状）可以用公式的右边算出。

需要指出，求梁的变形，一般情况下还有剪力的影响，但是当梁的跨度与梁的截面高度 h 之比较大时，则剪力 V 对梁变形的影响可以忽略。例如，当矩形截面梁的 $l/h>10$ 时，因剪力所引起的挠度通常不超过因弯矩所引起的挠度 3%。

只要求出梁的挠曲线的方程，即式（5－13），就可以求得梁在变形后的位置，从而求出梁的任一截面 x 处的变形。这个变形一般叫做挠度。其单位为长度单位。

下面进一步研究由式（5－12）和式（5－13）的积分：

设梁为等截面而且是同一材料，那么式（5－12）中的 EI 为常数，从而有

$$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=\frac{M}{E\cdot I}$$

对 x 积分一次

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{1}{E\cdot I}\int M\cdot \mathrm{d}x+C$$

再积分一次

$$y=\frac{1}{E\cdot I}\int \mathrm{d}x\int M\cdot \mathrm{d}x+Cx+D$$

下面将用这个积分公式来导出几种基本情况下梁的挠度 y，然后用这些已经导出的 y 值来说明一些建筑结构中有关的概念。

式中，C、D 为积分常数，其值可由梁的某些截面的已知变形条件来确定。例如，在固定端处，截面的转角 $\mathrm{d}y/\mathrm{d}x=0$，在铰支座处，截面的挠度 $y=0$ 等；这种已知的变形条件，称为梁的边界条件。积分常数 C、D 确定后，利用式（5－13）便可求出任一截面的挠度。

例 5－1　如图 5－5 所示，在一等截面悬臂梁的自由端作用一集中力 P，梁的抗弯刚度为 EI；求自由端截面的挠度。

解　由式（5－12）：　　$M_{m-m}=E\cdot I\cdot\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$

因为对任一截面的弯矩 $M_{m\ \ m}$ 有

$$M_{m-m} = -Px \quad (\text{负号表示梁上部纤维受拉})$$

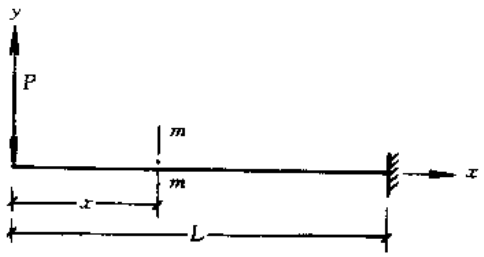


图 5-5 例题

对 x 积分一次有 $\quad E \cdot I \cdot \dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{2} \cdot P \cdot x^2 + C$

对 x 再积分一次：

$$E \cdot I \cdot y = -\frac{1}{6} P \cdot x^3 + C \cdot x + D$$

为了定出上式的常数 C 和 D，考虑 x 在杆件某一特定点的 y 值

当 $x = l$ 时，$\dfrac{dy}{dx} = 0$，所以 $C = \dfrac{P \cdot l^2}{2}$

当 $x = l$ 时，$y = 0$，所以 $D = \dfrac{1}{6} \cdot P \cdot l^3 - \dfrac{1}{2} P \cdot l^3 = -\dfrac{1}{3} \cdot P \cdot l^3$

最后的结果为：$y = \dfrac{1}{E \cdot I} \cdot \left[-\dfrac{1}{6} P x^3 + \dfrac{1}{2} \cdot P \cdot l^2 \cdot x - \dfrac{1}{3} \cdot P \cdot l^3 \right]$

上式给出 x 为任何值处的挠度，并当 $x = 0$ 时引出在悬臂梁端点处的最大挠度值。

即
$$y_{max} = -\frac{P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} \tag{5-14}$$

负号表示梁的上部纤维受拉，下部纤维受压。即梁将向下弯，挠度向下沿 y 轴的负方向。

比如欲求图 5-5 中梁在左端的挠度，就可用式（5-14）求出。假定 $P = 1\,000\text{N}$，$l = 1\text{m}$，$E \cdot I = 10^8 \text{N/cm}^2$，则有

$$y_{max} = -\frac{P \cdot l^3}{3E \cdot I} = -\frac{1\,000 \times 100^3}{3 \times 10^3} = \frac{-10}{3} = -3.3\text{cm} \ (\downarrow)$$

例 5-2 将例 5-1 的悬臂梁集中荷载去掉，代之以均布荷载图 5-6。求自由端截面的挠度。

解 $\quad M_{m-m} = E \cdot I \cdot \dfrac{d^2 y}{dx^2} = -\dfrac{q \cdot x^2}{2}$

$$E \cdot I \cdot \frac{dy}{dx} = -\frac{q \cdot x^3}{6} + A$$

$$E \cdot I \cdot y = -\frac{q \cdot x^4}{24} + Ax + B$$

当 $x = l$ 时，$\dfrac{dy}{dx} = 0$ 所以 $A = \dfrac{q \cdot l^3}{6}$

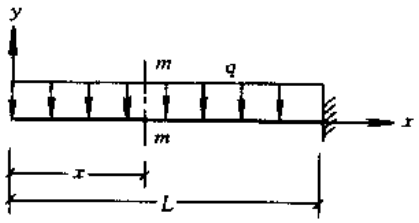


图 5-6 例题

$x = l$ 时，$y = 0$ $\qquad$ 所以 $B = \dfrac{q \cdot l^4}{24} - \dfrac{q \cdot l^4}{6} = -\dfrac{q \cdot l^4}{8}$

所以
$$y = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left[-\frac{q \cdot x^4}{24} + \frac{q \cdot l^3 \cdot x}{6} - \frac{q \cdot l^4}{8} \right]$$

在 $x = 0$ 处，
$$y_{max} = -\frac{q \cdot l^4}{8E \cdot I} \ (\downarrow) \tag{5-15}$$

例 5-3 一等截面简支梁，受集中荷载如图 5-7，求 y_{max}。

解 为了列出在此情况下适用于全梁的一个单一的弯矩方程式，将坐标原点取在梁中点，于是有

$$M_{m-m}=E\cdot I\cdot\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{P}{2}\cdot\left(\frac{l}{2}-x\right)=\frac{P\cdot l}{4}-\frac{P\cdot x}{2}$$

$$E\cdot I\cdot\frac{dy}{dx}=\frac{P\cdot l}{4}\cdot x-\frac{P\cdot x^2}{4}+A$$

$$E\cdot I\cdot y=\frac{P\cdot l}{8}\cdot x^2-\frac{P\cdot x^3}{12}+A\cdot x+B$$

在 $x=0$ 处　　$\frac{dy}{dx}=0$　所以 $A=0$

在 $x=l/2$ 处 $y=0$　　即 $\frac{P\cdot l^3}{32}-\frac{P\cdot l^3}{96}+B=0$

所以　　$B=-\frac{P\cdot l^3}{48}$

所以　　$y=\frac{1}{E\cdot I}\cdot\left[\frac{P\cdot l\cdot x^2}{8}-\frac{P\cdot x^3}{12}-\frac{P\cdot l^3}{48}\right]$

最大挠度产生于梁中点，即 $x=0$ 处，

$$y_{max}=-\frac{P\cdot l^3}{48E\cdot I}\ (\downarrow)\qquad(5-16)$$

例 5-4　一等截面梁受均布荷载，如图 5-8，求 y_{max}。

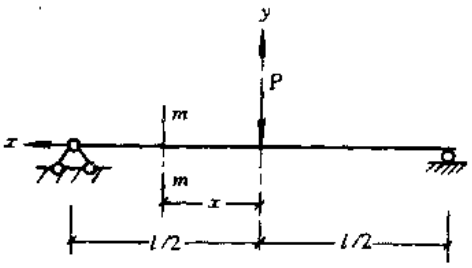


图 5-7　例题

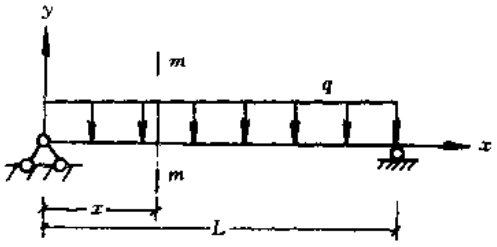


图 5-8　例题

解

$$M_{m-m}=E\cdot I\cdot\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{q\cdot l\cdot x}{2}-\frac{q\cdot x^2}{2}$$

$$E\cdot I\cdot\frac{dy}{dx}=\frac{q\cdot l\cdot x^2}{4}-\frac{q\cdot x^3}{6}+A$$

$$E\cdot I\cdot y=\frac{q\cdot l\cdot x^3}{12}-\frac{q\cdot x^4}{24}+A\cdot x+B$$

在 $x=0$ 处，$y=0$　所以 $B=0$

在 $x=L$ 处，$y=0$ 即 $0=\frac{q\cdot l^4}{12}-\frac{q\cdot l^4}{24}+A\cdot l$

所以　　$A=-\frac{q\cdot l^3}{24}$

所以　　$y=\frac{1}{EI}\left[\frac{q\cdot l\cdot x^3}{12}-\frac{q\cdot x^4}{24}-\frac{q\cdot l^3\cdot x}{24}\right]$

在这种情况下最大挠度产生于梁中点，即 $x=l/2$ 处，

所以

$$y_{max}=\frac{1}{E\cdot I}\cdot\left[\frac{q\cdot l}{12}\cdot\left(\frac{l^3}{8}\right)-\frac{q}{24}\cdot\left(\frac{l^4}{16}\right)-\frac{q\cdot l^3}{24}\cdot\left(\frac{l}{2}\right)\right]$$

$$=-\frac{5q\cdot l^4}{384E\cdot I}\ (\downarrow)\qquad(5-17)$$

我们将上面四个例题的结果汇总如表 5－1：

表 5－1

荷　载　条　件	最　大　挠　度（y_{max}）
端部作用有集中荷载 P 的悬臂梁	$-\frac{P\cdot l^3}{3E\cdot I}$（产生在自由端）
全长上作用有均布荷载 q 的悬臂梁	$-\frac{q\cdot l^4}{8E\cdot I}$（产生在自由端）
中点作用有集中荷载 P 的简支梁	$-\frac{P\cdot l^3}{48E\cdot I}$（产生在中点）
全长上作用有匀布荷载 q 的简支梁	$-\frac{5q\cdot l^4}{384E\cdot I}$（产生在中点）

第三节　定性分析及举例

一、由上表可以看出，最大挠度 y_{max}在集中荷载下与梁的长度 l 的三次方成正比，在均布荷载下与梁的长度 l 的四次方成正比。可见梁的长度对 y_{max}的影响之大。以集中荷载 P 作用时为例，同样的梁截面情况下，6m 长度梁的 y_{max}竟为 3m 长度梁的 y_{max}的 8 倍多！

二、还可以发现，最大挠度 y_{max}与梁的抗弯刚度 EI 成反比，这意味着可以从加大梁的材料弹性模量 E 或加大梁截面的惯性矩 I 来改变梁的工作状态。

比如取木材的弹性模量为 1，则混凝土约为 3，钢材约为 23。因此同样的情况下，木梁的变形 y 最大，混凝土较小，钢材最小。

再比如对于同样一种材料的梁，如果它们的截面形状不同，则抵抗变形的能力也将不一样。试看图 5－9 的截面，它们的惯性矩为

横放时：
$$I_{横}=\frac{h\cdot b^3}{12}=\frac{50\times 20^3}{12}=3.33\times 10^4\text{cm}^4$$

立放时：
$$I_{立}=\frac{b\cdot h^3}{12}=\frac{20\times 50^3}{12}=2.08\times 10^5\text{cm}^4$$

立放的惯性矩为横放的惯性矩的 6 倍。如果其它条件相同，则横放截面梁的挠度为立放截面梁的 6 倍多。

作为问题的定性分析，如要把一栋高层建筑比拟为一根固定在地面上的悬臂梁如图 5－10，风荷载假设以均布的形式作用在建筑立面上。显然建筑平面的布局将程度不同地影响 y_{max}。工程上对图 5－10 建筑的 y_{max}有一定的要求，上面所分析的内容可以帮助我们在建筑

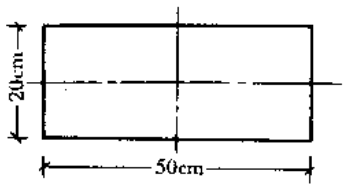


图 5－9　惯性矩与截面中性轴有关

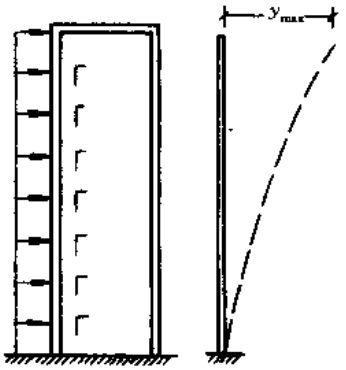


图 5－10　高层建筑比拟为悬臂梁

设计时作出更加合理的平面和立面形式。(参见本章第四节和本书第七章、第十九章)。

第四节　提高梁的刚度的措施

如果遇到梁的弯曲过大时，就要运用弯曲变形的规律来提高梁的抗弯刚度。

由表 5－1 中可见，梁的挠度不仅与梁的支承、荷载情况有关，还与材料（E 值）、截面形状和尺寸（I 值）、跨度（l 值）有关。如果综合表 5－1 中各种梁的 y_{max} 与以上各因素的关系，可写成

$$y_{max}=\frac{\text{荷载}}{\text{系数}}\cdot\frac{l^n}{EI}$$

式中的 n 为跨度 l 的 n 次幂。由表 5－1 中可见，在各种不同荷载情况下，n 分别为 3 或 4。

所以，为了提高梁的刚度，可以采取如下的一些措施：

1. 增大梁的抗弯刚度 EI

抗弯刚度 EI 包含材料的弹性模量和截面形状、尺寸等各个因素，要增大 EI 就不能单看一个因素。对于钢梁来说，由于各类钢材的弹性模量 E 值非常接近，但高强度钢比低强度钢价格高，所以没有必要用高强度优质钢来提高梁的抗弯刚度，却应该在截面面积不变的情况下，采用适当的截面形状，以增加截面的惯矩，作为提高抗弯刚度的主要途径。同强度问题一样，梁的截面可以采用工字形或空心圆形等形状。参见本书第三章第五节。

2. 调整跨度或改变结构

梁的跨度 l 缩短，就能明显地减小梁的变形。比如对跨度为 l 的集中荷载梁，梁的变形与跨度 l 的三次方成正比，当跨度减小一半时，变形将减小到只有原来变形的 $\frac{1}{8}$。

如果能增加梁的支座也可以减小梁的变形，例如在悬臂梁的自由端增加一个支座，可以使梁的变形显著减小。但采取这样的措施，原来的静定梁变为超静定梁。

此外，在工程上对于刚度要求高的构件还常采用预拱的措施，即预先使梁发生与工作时相反方向的变形。例如对受荷载后向下弯曲的天车梁，一般在制造时要求给它 $\frac{l}{500}\sim\frac{l}{700}$ 的预拱，从而改善工作时的变形条件，如图 5－11。



图 5－11　预拱

3. 改善荷载的作用方式

例如将作用于简支梁中点的集中力，改为分散在多处作用或均布在全梁，都可以减小梁的应力，并减小梁的变形（图 5－12）：按此如图 5－13 所示传动轴，安装时把皮带轮和齿

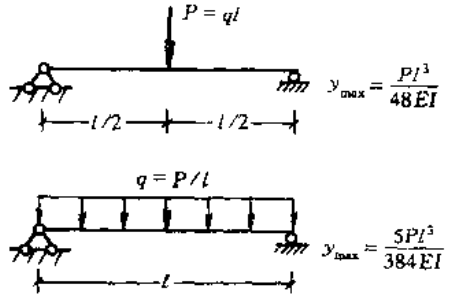


图 5－12　改变荷载作用方式

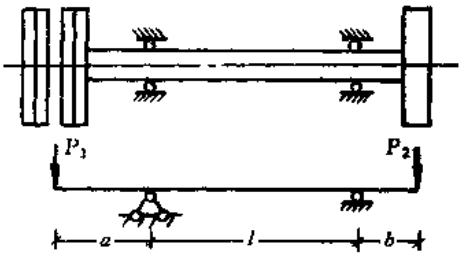


图 5－13　改变机构的支座

轮靠近轴承（即减小 a、b 的数值）以降低最大弯矩，从而使变形减小。

第五节 变形校核及举例

建筑工程中，所谓变形校核大多只校核挠度。在校核挠度时，通常是以挠度的容许值与跨长 l 的比值$\left[\frac{f}{l}\right]$作为校核的标准。即梁在荷载作用下产生的最大挠度 y_{max} 与跨长 l 的比值不能超过容许值$\left[\frac{f}{l}\right]$，即

$$\frac{y_{max}}{l} \leqslant \left[\frac{f}{l}\right]$$

此式就是梁应满足的刚度条件。

根据不同的工程用途，在有关规范中、对$\left[\frac{f}{l}\right]$值均有具体的规定。

强度条件和刚度条件都有梁必须满足的，在一般情况下，强度条件常起控制作用，由强度条件选择的梁大多能满足刚度要求。因此，在设计梁时，一般是先由强度条件选择梁的截面，选好后再校核一下梁的刚度。由于建筑工程中当按某些简单的构造要求定出了梁的几何尺寸后，同时也就满足了梁对变形的要求，从而不必再去校核梁的变形是否满足要求，详见本书第十二章。当然有时对要求较高的结构仍然需要验算它的刚度。如果梁的变形太大而不能满足要求时，应设法减小梁的变形。以简支梁在均布荷载下为例说明之。

梁在跨中的最大挠度为

$$y_{max} = \frac{5ql^4}{384EI}$$

从式中看到，当荷载 q 一定时，梁的最大挠度决定于截面的惯性矩，I 愈大，梁产生的变形就愈小。因此，采用惯性矩比较大的工字形、槽形等形状的截面，不仅在强度方面是合理的，在刚度方面也是合理的。挠度与跨长 l 的四次方成正比，说明跨长 l 对梁的变形影响很大。因此，减小梁的跨度或在梁的中间增加支座，将是减小变形的有效措施。至于材料的弹性模量 E，虽然也与挠度成反比，但由于同类材料的 E 值都相差不多，故从材料方面来提高刚度的作用不大。例如，普通钢材与高强度钢材的 E 值基本相同，从刚度角度来看，采用高强度的材料是没有什么意义的。

例 5－5 一承受均布荷载的简支梁（图 5－14），已知：$l = 6\text{m}$，$q = 4\text{kN/m}$，$\left[\frac{f}{l}\right] = \frac{1}{400}$，梁采用 22a 号工字钢，其弹性模量 $E = 2\times10^3\text{kPa}$，试校核梁的刚度。

解 查得工字钢的惯性矩为

$$I = 0.334\times10^{-4}\text{m}^4$$

梁跨中的最大挠度为

$$y_{max} = \frac{5ql^4}{384EI} = \frac{5\times4\times6^4}{384\times2\times10^8\times0.334\times10^{-4}} = 0.01\text{m}$$

$$\frac{y_{max}}{l} = \frac{0.01}{6} = \frac{1}{600} < \frac{1}{400}$$



图 5－14 例题

满足刚度要求。

第六节　超 静 定 梁

一、一般概念

所谓静定梁，就是仅用第一章的静力平衡条件就可确定其支座反力的梁。如果梁的支座反力的数目多于可列出的独立的静力平衡方程式的数目，此时单凭静力平衡条件，则不能确定支座反力，这类梁称为超静定梁。例如，在悬臂梁的自由端增加一支座，如图 5－15，这时作用在梁上支座反力共有四个，而对该梁只能列出三个独立的静力平衡方程式，该梁就是超静定梁。又如，在图 5－16（a）示的简支梁的跨中增加一支座（图 5－16b）也是超静定梁。

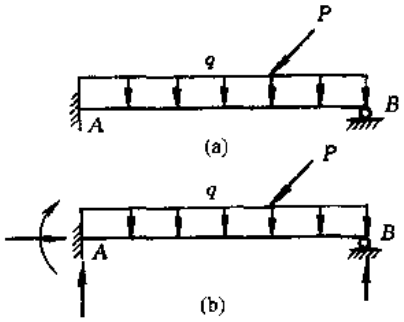


图 5－15　B 端增加一个支座

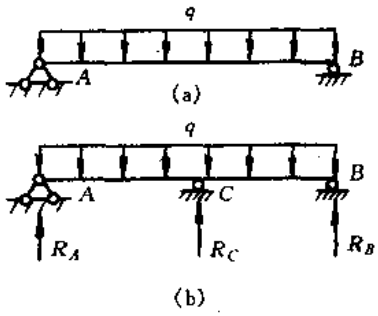


图 5－16　中间增加一个支座

上例中增加的这些支座（支座 B、支座 C 等），习惯上称为多余支座，相应的反力称多余反力。多余支座的存在，是超静定梁在构造上区别于静定梁的特点。把超静定梁的多余支座去掉后，就成为静定梁。由于多余支座起着改善变形的作用，因此，在相同荷载作用下，超静定梁比静定梁（由去掉多余支座而得到的静定梁）的变形小，且受力更为均匀。因而在工程结构中，超静定梁是常常采用的。

在超静定梁中，未知支座反力的数值与可列出的独立的静力平衡方程式的数目之差，称为超静定次数。例如图 5－15（b）所示的超静定梁，其未知的支座反力为四个，而能列出的独立静力平衡方程式为三个，该梁即为一次超静定；图 5－16（b）示的梁也是一次超静定，因为未知反力是四个（水平反力为零），而独立的静力平衡方程式为三个（平面平行力系）；图 5－17 所示的梁则为二次超静定（五个未知反力、三个方程）。超静定的次数与多余反力的数目相同，有几个多余反力即为几次超静定。

由于未知反力的数目多于能列出的静力平衡方程式的数目，因此，要想确定超静定梁的各约束反力，除利用平衡条件外，还必须考虑梁的变形情况来建立补充方程式。几次超静就需建立几个补充方程式。具体解算超静定梁时，先根据梁的变形情况建立补充方程式，通过补充方程式求出各多余反力，把多余反力视为作用在静定梁上的已知外力，再用静力平衡条件解静定梁。

二、变形比较法解超静定梁

我们在第一节曾说过结构变形的研究，其目的之一就是为了计算超静定结构。下面以超静定梁为例进行说明。

解超静定梁的方法很多，这里只介绍最基本的一种——变形比较法。现结合图 5－18（a）所示的梁来讨论。

解超静定梁，首先需确定梁的超静定次数，几次超静定就需建立几个补充方程式。图 5－18（a）所示的梁，在竖向均布荷载作用下，支座 A 处的水平反力为零，属于平面平行力系。未知反力是三个，独立方程式为两个，该梁存在一个多余反力。为一次超静定。因而只需建立一个补充方程式。

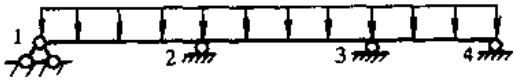


图 5－17　二次超静定梁

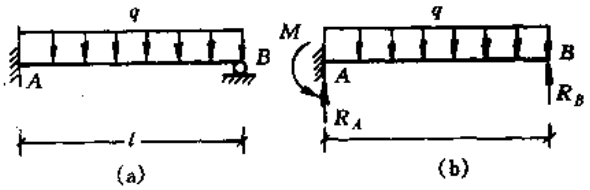


图 5－18　变形比较法解超静定梁

下面我们具体来解图 5－18（a）所示的一次超静定梁。

设想将支座 B 视为多余约束，并将该支座去掉代之以多余反力 R_B。如果视 R_B 为已知力，这样，图 5－18（a）所示的梁就变成在荷载 q 和支座反力 R 作用下的静定梁如图 5－18（b）示的悬臂梁，该静定梁称为原超静定梁的静定基。此静定基（悬臂梁）在 q 和 R_B 的共同作用下的变形情况，应与原超静定梁完全相同。

又根据本书第二章所述的叠加原理，将图 5－18（b）进行分解，即将梁的内力看成悬臂梁受均布荷载 q 单独作用和悬臂梁受 B 处的集中力 R_B 单独作用下内力之和，问题遂告解决，如图 5－19 所示。但因此处的 R_B 仍为未知力，故问题归结为寻求 R_B 的值。为此，我们需根据变形条件，补充一个方程。显然，B 点在 q 单独作用下将有向下的位移 y_1，B 点在 R_B 单独作用下将有向上的位移 y_2，如图 5－19（b）、（c）所示。但从事实上，由于 B 支座是静止不动的，即它的总位移应为零，即

$$y_B = y_1 + y_2 = 0 \qquad (a)$$

式中，y_1 为静定基上只有均布荷载 q 作用时（图 5－19b）B 点的挠度，其值为

$$y_1 = -\frac{q \cdot l^4}{8E \cdot I}$$

y_2 为静定基上只有 R_B 作用时（图 5－19c）B 点的挠度，其值为

$$y_2 = \frac{R_B \cdot l^3}{3E \cdot I}$$

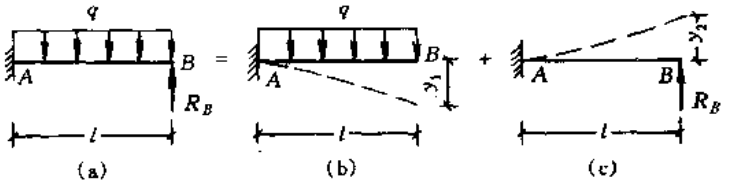


图 5－19　超静定梁的变形比较法

将 y_1、y_2 值代入式（a），得

$$-\frac{q \cdot l^4}{8E \cdot I} + \frac{R_B \cdot l^3}{3E \cdot I} = 0 \qquad (b)$$

式（b）就是根据梁的变形条件建立的补充方程式。由该方程式可解得

$$R_B = \frac{3}{8} \cdot q \cdot l$$

求得多余反力后，将它视为作用在悬臂梁上的已知荷载，这样图 5－18（a）示的超静定梁就变成了静定梁。支座 A 的反力及梁的内力等，便均可通过静力平衡条件求出来。求得 A 处的反力为

$$M_A = \frac{1}{8} q \cdot l^2$$

$$R_A = \frac{5}{8} q \cdot l$$

梁的剪力图、弯矩如图 5－20 所示。

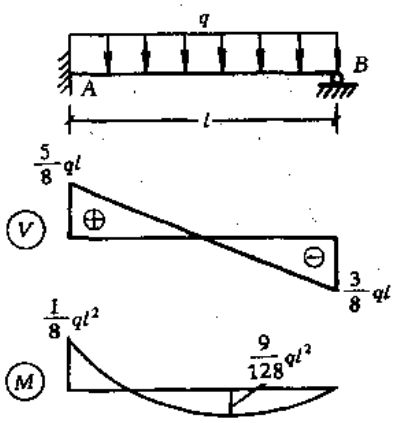


图 5－20　梁的剪力图和弯矩图

从以上的讨论看到，解超静定梁主要是计算多余反力。计算多余反力的步骤为：第一，选取静定基，将去掉的多余支座代之以多余反力。第二，根据多余支座处的位移情况，建立补充方程式并解之。

这里需指出，超静定梁的静定基并非唯一的，在选取静定基时，可选取不同形式的静定梁。只要静定梁可以承受荷载，均可做为静定基。我们就不作进一步的举例了。

第七节　力法概述

一、求静定梁在指定截面位移的方法——单位荷载法

在前几节已经学习过用积分法求梁的挠度曲线的方法。一旦挠曲线方程 $y = f(x)$ 的右边只有一个未知数 x（一般情况下是 x 的三次方或四次方的关系），那么只要给定一个 x，就可以求出一个挠度 y 值。由于 x 是沿梁的长度取值，所以这就说明可以用积分法求出梁在任一点的挠度。

以上方法虽然很严密，但是在结构设计中经常碰到的问题，是要计算梁在指定的某一个位置发生的挠度变形，并不需要求出挠度曲线。这就产生了另外一种方法，即所谓的单位荷载法，应用更为方便。

单位荷载法用所谓虚功方法导出，这里我们不加证明地直接引用其结果。

$$\Delta = \int \frac{\overline{M}_1 \cdot M_P}{E \cdot I} \cdot \mathrm{d}x \qquad (5-18)$$

式中　Δ ——欲求的某一指定截面的变形，可以是该截面的转角，也可以是该截面的挠度；

$\overline{M}_1$ ——作为手段而人为地加在所求截面的单位力对结构所产生的弯矩方程（一般为梁长 x 的一次方或二次方函数）。当欲求某一截面的转角变形时，那么加的单位力是数值等于 1 的力偶；当欲求某一截面的挠度变形时，那么加的单位力是一个数值等于 1 的集中力。这个单位力加上以后，弯矩方程的列法参见本书第二章；

M_P ——结构受外荷载作用时的弯矩方程，一般亦为 x 的函数。同样地，弯矩方程的列法参见本书第二章；

E ——结构材料的弹性模量，由有关规范查取；

I ——截面的惯性矩，参见本书第三章；如为等截面，则 EI 可提至积分号外，否则分段积分。

$\mathrm{d}x$ ——杆件微小长度。

上面介绍的单位荷载法的另外一个目的是为后面用力法方程解超静定结构作准备。

下面举两个例子说明单位荷载法的方法。

例 5－6 等截面梁 AB（图 5－21a）受均布荷载 q 的作用，求 B 端转角 Δ。

解 求截面 B 的转角 Δ 时也采用式（5－18），但虚设的单位荷载应是作用于 B 端的单位力偶，如图 5－21（b）所示，以 A 为坐标原点，在 $M=1$ 单位力偶作用下，如图 5－21（b），（注意此单位力偶的指向开始可任意假定。）任意截面的弯矩方程为

$$\overline{M}_1 = -\frac{x}{l}$$

在均布荷载 q 的作用下，如图 5－21（a），任意截面的弯矩方程为

$$M_P = \frac{q}{2}\cdot l\cdot x - \frac{q\cdot x^2}{2}$$

代入式（5－18），得

$$\begin{aligned}\Delta &= \int \frac{\overline{M}_1 \cdot M_P}{E\cdot I}\cdot \mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{E\cdot I}\cdot\int_0^l\left(-\frac{x}{l}\right)\cdot\left(\frac{q\cdot l}{2}\cdot x - \frac{q\cdot x^2}{2}\right)\mathrm{d}x \\ &= \frac{q}{E\cdot I}\int_0^l\left(-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{2l}\right)\mathrm{d}x \\ &= \frac{q}{E\cdot I}\cdot\left[-\frac{x^3}{6}+\frac{x^4}{8l}\right]_0^l = -\frac{q\cdot l^3}{24E\cdot I}\end{aligned}$$

计算结果得负号，故 B 端转角为反时针方向，与单位力偶的方向相反。

例 5－7 等截面悬臂梁 AB 在 A 点作用集中荷载 P，试求中点 C 的竖向位移 Δ（图 5－22）。

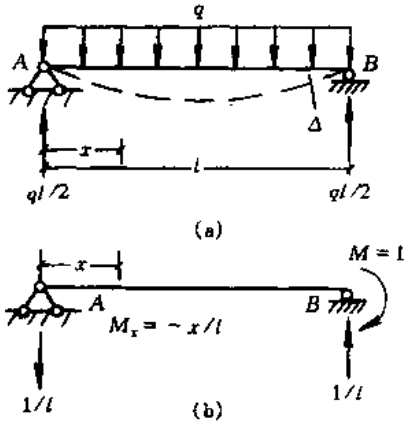


图 5－21 例题

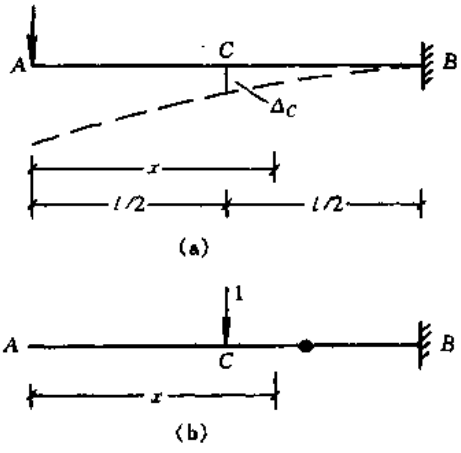


图 5－22 例题

解 以 A 点为坐标原点，在荷载 P 作用下，弯矩方程为

$$M_P = -Px$$

在 C 点虚设单位竖向荷载，如图 5－22（b），这时弯矩方程应分成两段（AC 段和 CB

段）写出，即

AC 段　　$\left(0\leqslant x<\frac{l}{2}\right)$，$\overline{M}_1=0$

CB 段　　$\left(\frac{l}{2}<x\leqslant l\right)$，$\overline{M}_1=-1\times\left(x-\frac{l}{2}\right)$

代入式（5－18），得

$$\Delta_C=\int_0^l\frac{\overline{M}_3\cdot M_R}{E\cdot I}\cdot dx=\int_0^{\frac{l}{2}}\frac{0\cdot(-P\cdot x)}{E\cdot I}\cdot dx+\int_{\frac{l}{2}}^l\frac{-\left(x-\frac{l}{2}\right)\cdot(-P\cdot x)}{EI}\cdot dx$$

$$=0+\frac{P}{E\cdot I}\cdot\left[\frac{x^3}{3}-\frac{l}{2}\times\frac{x^2}{2}\right]_{\frac{l}{2}}^l=+\frac{5}{48}\cdot\frac{P\cdot l^3}{E\cdot I}$$结果为正号，判明单位力指向与位移相同。

归结起来，梁在外荷载作用下所产生的位移，用单位荷载法计算时的步骤如下：

（1）在实际荷载下作梁的弯矩方程，这个弯矩方程称作荷载弯矩方程，用 M_P 表示。

（2）在虚设单位荷载下作梁的弯矩方程，这个弯矩方程称作单位弯矩方程，用 $\overline{M}_1$ 表示。

（3）将 M_P 和 $\overline{M}_1$ 代入式（5－18），即求出位移 Δ。

计算如得正值（负值）表示位移 Δ 的方向与所加单位力方向相同（相反）。

二、用单位荷载法求静定刚架在指定截面的位移

静定刚架在荷载作用下，截面上有弯矩 M_P、轴力 N_P 和剪力 V_P。和静定梁一样，通常轴力和剪力对位移的影响远较弯矩的影响为小。因此在实际应用中，求刚架的位移时，常只考虑弯矩的影响。计算位移的公式如下：

$$\Delta=\Sigma\int\frac{\overline{M}_1\cdot M_P}{E\cdot I}\cdot ds$$

其中积分号表示沿一杆的全长求积分，总和号 Σ 表示对刚架各杆的积分求代数和。其他符号含义同式（5－18），积分计算通常使用图乘法。请读者参阅有关结构力学书籍，本书从略。当然用积分法直接求也是可以的。

三、力法的基本原理

（一）力法的基本未知量和基本体系

现在开始讨论超静定结构的一个最基本的计算方法——力法。

力法的基本思路是把超静定结构的计算问题转化成静定结构的计算问题，利用我们已经熟悉的静定结构的计算方法来达到计算超静定结构的目的。

现在通过简单的例子来说明力法的基本原理。

图 5－23（a）示一超静定梁，它是一次超静定，有一个多余的联系。我们可以选择 B 点的滚轴支座为多余联系，滚轴支座的反力 X_1 称作多余未知力。



图 5－23　多余未知力

如果把多余联系去掉，代以多余未知力 X_1，这样图 5－23（a）的超静定结构就转化为

图 5－23（b）的静定结构。这个静定结构称作基本体系。只要设法把多余未知力 X_1 计算出来，剩下的问题就是悬臂梁的计算问题。也就是静定结构的计算问题。

力法是以支座多余未知力作为基本的未知量（这点与变形比较法相同），建立一组线性代数方程（视问题的大小，方程组可大或小），解出未知量（这点不同于变形比较法），从而将超静定结构转化为静定结构。力法名称的基本含义已如上述。

在力法中，第一步也是选取基本体系，基本体系在计算中占有重要地位。一方面，它是静定的，我们已经熟悉它的计算方法；另一方面，它又能够代表原结构，因此，可以利用它作为计算的桥梁。

（二）*力法方程——一次超静定结构*

在力法中，计算超静定结构的关键也在于计算多余未知力。现在进一步讨论如何计算多余未知力的问题。多余未知力显然不能直接利用静力平衡条件计算出来，而必须补充新的条件。这个新的条件究竟是怎样的呢？

我们仍结合图 5－23 的例子来说明，在基本体系中（图 5－23b），多余支座 B 被去掉，代之以多余未知力 X_1。因此，基本体系与原结构都受到荷载 q 和未知力 X_1 共同作用。但是在原结构中，X_1 是一个固定值（当荷载 q 固定时）；而在基本体系中，未知力 X_1 看作一个变量。如果在基本体系中，未知力 X_1 过大，则梁的 B 端往上翘；如果 X_1 过小，则 B 端往下垂。只有当 B 端的竖向位移正好等于零时，基本体系的未知力 X_1 才与原结构的反力 X_1 相等，这时基本体系才完全同原结构。由此看出，基本体系等同原结构的条件是沿多余未知力方向的位移等于零。这个转化条件是一个变形条件。这个变形条件就是计算多余未知力时所需要的补充条件。请注意，这一点力法与变形比较法的思路是相同的。

下面把变形条件写出来，并通过它来确定多余未知力。

图 5－24（a）示基本体系承受荷载 q 和未知力 X_1 的共同作用。图状态（b）和（c）分别表示 q 和 X_1 的单独作用。根据叠加原理，图状态（a）应等于图状态（b）和（c）的总和。基本体系在荷载 q 和未知力 X_1 共同作用下沿未知力 X_1 方向的位移（即 B 点的竖向位移）应等于零。

此变形条件可用公式表达如下：

$$\Delta = \Delta_{1P} + \Delta_{11} = 0$$

这里 Δ 是基本体系沿 B 点的总位移，（即图 5－24（a）中 B 点的竖向位移），Δ_{1P} 是基本体系在外荷载 q 作用下 B 点的位移（图 5－24b）。Δ_{11} 是基本体系在未知力 X_1 作用下 B 点的位移，（图 5－24c）。位移 Δ 的方向与力 X_1 的正方向相同时，位移 Δ 规定为正。到此为止，力法与变形比较法思想相同。

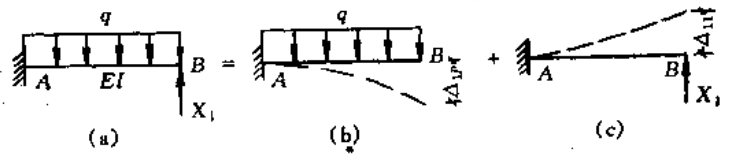


图 5－24　变形条件的利用

从下面开始，力法与变形比较法在方程的解法上有了区别。方法侧重于利用单位荷载法，而变形比较法则侧重于利用本章第二节所述的挠曲线方程。

基本体系在未知力 X_1 作用下沿 X_1 方向的位移 Δ_{11} 与 X_1 成正比，可以写成

$$\Delta_{11}=\delta_{11}\cdot X_1$$

这里 δ_{11} 是由于单位力 $X_1=1$ 的作用下，基本体系沿 X_1 方向产生的位移，如图 5－25（b）。因此变形条件可写为

$$\delta_{11}\cdot X_1+\Delta_{1P}=0 \quad (5-19)$$

这个方程叫做力法方程

力法方程中的系数 δ_{11} 和自由项 Δ_{1P} 都是静定结构的位移，它们都可以用单位荷载法计算出来。为了计算 δ_{11} 和 Δ_{1P}，须先作出基本体系在荷载下的弯矩图 M_P（图 5－25a）和基本体系在单位力 $X_1=1$ 作用下的弯矩图 $\overline{M}_1$，见图 5－25（b）。我们先列出 M_P 和 $\overline{M}_1$ 的方程，对照图 5－26，可写出方程为

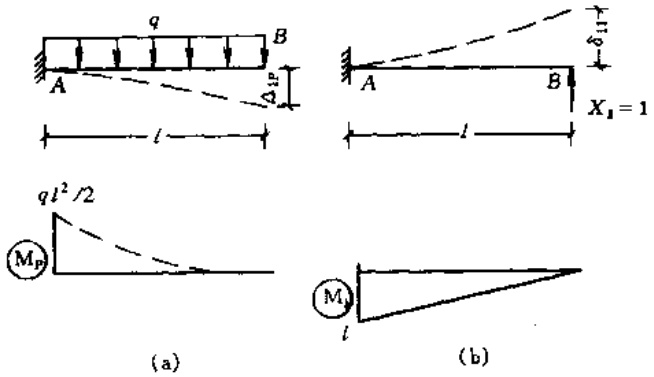


图 5－25　利用变形条件列力法方程

(a) 基本体系在实际荷载下；

(b) 基本体系在单位力作用下

$$M_P=-\frac{1}{2}q\cdot x^2 \quad (a)$$

$$\overline{M}_1=x \quad (b)$$

将式（a）、式（b）用单位荷载法可求静定梁 AB 在 B 点的位移：

$$\Delta_{1P}=\int\frac{\overline{M}_1M_P}{EI}\,\mathrm{d}x=\int_0^l\frac{1}{EI}\left(-\frac{1}{2}qx^2\right)\cdot(x)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{-q}{2EI}\int_0^l x^3\cdot\mathrm{d}x=\frac{-q}{9EI}\cdot\frac{x^4}{4}\Big|_0^l=\frac{-ql^4}{8EI} \quad (c)$$

$$\delta_{11}=\int\frac{\overline{M}_1\overline{M}_1}{EI}\,\mathrm{d}x=\int_0^l\frac{1}{EI}(x)\cdot(x)\cdot\mathrm{d}x$$

$$=\frac{1}{EI}\int_0^l x^2\mathrm{d}x=\frac{1}{E\cdot I}\cdot\frac{x^3}{3}\Big|_0^l=\frac{l^3}{3EI} \quad (d)$$

代入力法方程，式（5－8）得

$$\frac{l^3}{3EI}\cdot X_1-\frac{ql^4}{8EI}=0$$

由此求出：　　$X_1=\frac{3}{8}ql$

求得的未知力是正号的，表示反力 X_1 的方向与原设的方向相同。

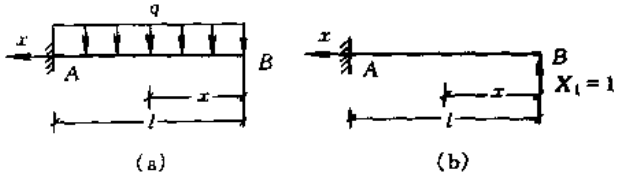


图 5－26　单位荷载法解力法方程中的系数 δ_{11}

多余未知力求出以后，就可以利用平衡条件求原结构的反力，作内力图结果示于图 5－27。由于是静定结构，它的过程不必赘述了。

（三）*力法方程——多次超静定结构*

以上讨论的是一次超静定情形。下面结合两次超静定的情形对力法方程作进一步的说明。

图 5－28（a）示一 3 跨连续梁，它是两次超静定结构。如果以支座 B 和 C 为多余联系，则得到图 5－28（b）所示的基本体系。

为了确定多余未知力 X_1 和 X_2，我们利用变形条件，即基本体系在 B 点和 C 点的竖向位等于零，以符合原结构在支座 B 和 C 的实际变形情况。因此两个变形条件可写成

$$\Delta_1 = 0$$

$$\Delta_2 = 0$$

这里 Δ_1 是基本体系沿多余未知力 X_1 方向的总位移，即 B 点的竖向位移；Δ_2 是沿 X_2 方向的总位移，即 C 点的竖向位移。

为了计算基本体系在荷载 P 和多余未知力 X_1、X_2 共同作用下的总位移 Δ_1、Δ_2，我们先来分别计算基本体系在 P、X_1、X_3 单独作用时的位移。

(1) 荷载 P 单独作用，相应位移为 Δ_{1P}、Δ_{2P}，如图 5－28 (c)；

(2) 单位力 $X_1=1$ 单独作用，相应位移为 δ_{11}、δ_{21}，如图 5－28 (d)；

(3) 单位力 $X_2=1$ 单独作用，相应位移为 δ_{12}、δ_{22}，图 5－28 (e)。

这里，我们用 Δ 表示一般位移，而用 δ 表示单位力产生的位移。由叠加原理，得

$$\Delta = \delta_{11}\cdot X_1 + \delta_{12}\cdot X_2 + \Delta_{1P}$$

$$\Delta = \delta_{11}\cdot X_1 + \delta_{22}\cdot X_2 + \Delta_{2P}$$

因此变形条件即为

$$\left.\begin{aligned}\delta_{11}\cdot X_1 + \delta_{12}\cdot X_2 + \Delta_{1P} = 0\\ \delta_{21}\cdot X_1 + \delta_{22}\cdot X_2 + \Delta_{2P} = 0\end{aligned}\right\} \qquad (5-20)$$

式 (5－20) 为力法方程。力法方程代表变形条件。力法方程表示的物理意义就是：基本体系沿着每一个多余未知力方向的位移应和原来结构中相应的位移相等。

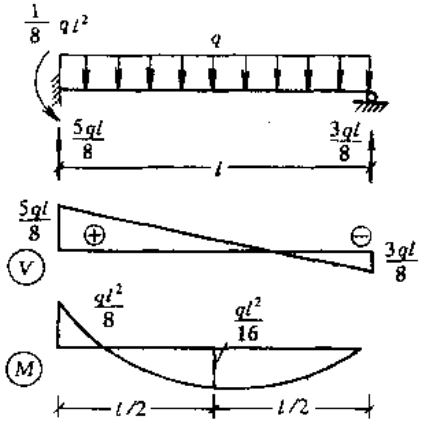


图 5－27 M 图与 V 图

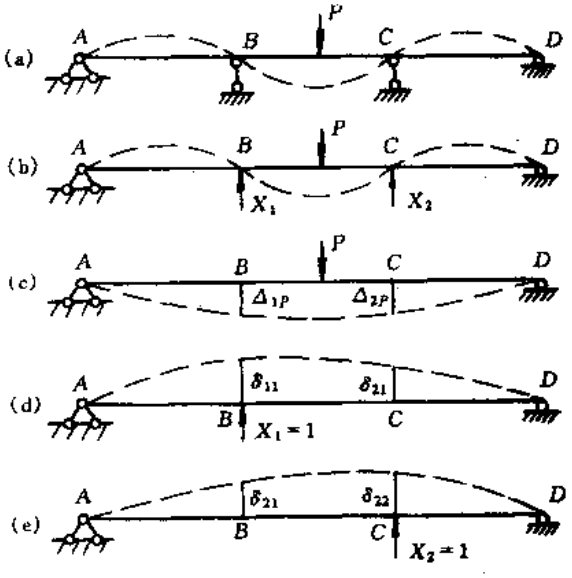


图 5－28 力法解多次超静定结构

哪里有多余联系，哪里就有相应的变形条件。变形条件的个数与多余未知力的个数正好相等，因而根据这些变形条件即可解出多余未知力。

力法方程中的系数 δ 和自由项 Δ 代表基本体系的位移。由于基本体系是静定结构，所以计算这些系数和自由项时并无困难。由此看出，建立力法方程时我们只遇到静定结构的计算问题，而解力法方程时却得出原结构的多余未知力，这正好说明基本体系的桥梁作用。

位移符号中采用两个脚标，第一个脚标表示位移方向，第二个脚标表示产生位移的原因。例如：

Δ_{1P}——由荷载产生的沿 X_1 方向的位移；

δ_{21} ——由 $X_2=1$ 产生的沿 X_1 方向的位移。

位移正负号规则为：当位移方向与相应力的正方向相同时，则位移为正。例如图 5－28（b）中我们规定 X_1、X_2 向上为正。因此，图 5－28（c）中的 Δ_{1P}、Δ_{2P}为负值，而图 5－28（d）、（e）中的 δ_{11}、δ_{21}、δ_{12}、δ_{22}都为正值。

根据位移互等原理证明从略，系数 δ_{12}和 δ_{21}是相等的。

多余未知力 X_1、X_2 求出以后的基本体系的内力便可以由平衡条件确定，这些内力也就是原结构的内力。这种基本体系，已经是静定结构，在第二章已经详细地学习了它的内力求法。

若结构为 n 次超静定，有 n 个多余未知力 X_1、$X_2\cdots X_n$ 则在 n 个多余联系处的 n 个变形条件为

$$\left.\begin{aligned}
&\delta_{11}\cdot X_1+\delta_{12}\cdot X_2+\cdots+\delta_{1n}\cdot X_n+\Delta_{1P}=0\\
&\delta_{21}\cdot X_1+\delta_{22}\cdot X_2\cdots+\delta_{2n}\cdot X_n+\Delta_{2P}=0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\delta_{n1}\cdot X_1+\delta_{n2}\cdot X_2\cdots+\delta_{nn}\cdot X_n+\Delta_{nP}=0
\end{aligned}\right\}\qquad(5-21)$$

这是超静定结构在荷载作用下力法方程的一般形式。在上列方程组中，从左上角到右下角的对角线叫主对角线，上面的系数 δ_{11}、δ_{22}、$\cdots\delta_{nn}$叫做主系数。主系数都是正值。主对角线两边的系数叫副系数。副系数成对相等，如 $\delta_{12}=\delta_{21}$，$\delta_{1n}=\delta_{n1}$。

从力法方程解出多余未知力 X_1、$X_2\cdots X_n$ 后，结构的内力已经转化为静定结构的内力，我们用第二章的方法就可以解决了。

（四）力法的要点

上面通过超静定梁的计算来说明了力法的基本原理，现将力法的要点小结如下。

1．基本思路

力法是利用先求出已经熟悉的静定结构的多余反力，达到计算超静定结构的目的。

2．基本方法

（1）基本未知量——多余未知力是力法的基本未知量。多余未知力的计算问题是用力法计算超静定结构问题的主要矛盾。

（2）基本体系——从原结构中去掉多余联系，代以未知力，所得到的静定结构是力法的基本体系。基本体系是用以计算原结构的桥梁。

（3）力法方程——它代表如下的变形条件：基本体系沿着每一个多余未知力方向的位移应和原结构中相应的实际位移相等。利用力法方程可解出全部多余未知力。

3．计算步骤

（1）选择基本体系
（2）建立力法方程　} 与本章第六节变形比较法相同；

（3）确定力法方程的系数和自由项
（4）解力法方程，求多余未知力　} 与变形比较法不同；

(5) 作内力图。

第八节 小 结

(1) 变形与内力是互相存在的。对同一状况的物体，它的变形越大，说明它所受到的外力也越大，其内力也越大。

(2) 我们通常通过求内力来间接地求出变形。由于截面的内力一般地有弯矩 M、剪力 V 和轴力 N，因此相应地有弯曲变形、剪切变形和轴向变形。对梁来说，弯曲变形是主要的变形。

(3) 变形的概念与下面将要研究的刚度概念有关，因此要从定性方面很好掌握。

(4) 研究变形的另一个目的是为计算超静定结构打下基础，要会分析什么是超静定结构和用变形比较法解比较简易的超静定结构。

(5) 力法是解超静定结构的经典方法之一，要理解力法方程的含义和用单位荷载法解力法方程中的系数等基本方法。

习 题

5-1 在图 5-29 悬臂梁上作用均布荷载 q，梁的抗弯刚度为 EI；试分别用二次积分法和单位荷载法求自由端截面的挠度。

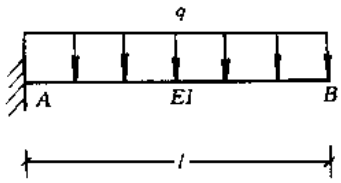


图 5-29 习题

5-2 在下列图 5-30 各梁中：(1) 指明哪些是超静定梁；(2) 判定各超定梁的超静定次数。

5-3 画图 5-31 超静定梁的剪力图和弯矩图。

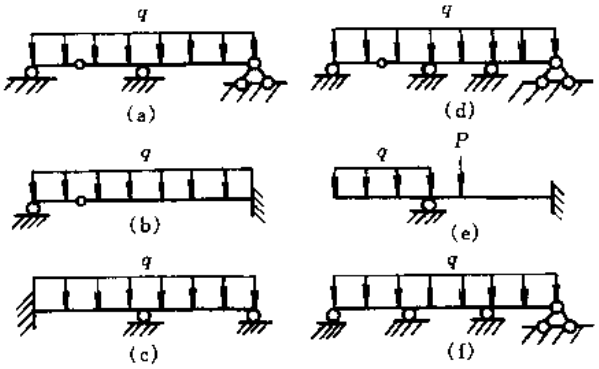


图 5-30 习题

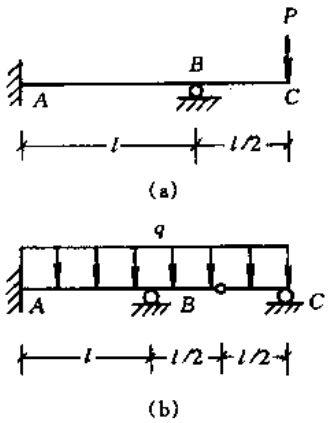


图 5-31 习题

第六章　结构计算简图

内　容　提　要

画出结构计算简图是对实际结构进行力学分析的重要步骤。特别对于建筑学专业的学生和进行结构初步分析的人员，了解和熟悉计算简图更有如下的特殊含义。

(1) 结构计算简图是实际的房屋结构的抽象描述和简化，是进行力学分析的重要依据。

(2) 建立正确的计算简图的过程有助于从实际房屋结构出发，培养比较清晰的结构概念。

(3) 计算简图反过来可以为设计工作提供可靠的力学依据，对建筑设计的可行性心中有数。

(4) 计算简图只可能是近似地对原结构进行描述，因此对同一结构有可能画出不同的计算简图。我们要尽可能全面地对原结构进行分析，画出比较合理的计算简图。

本章要求掌握：

(1) 支座、节点和杆件计算简图的来源和特征。

(2) 体系的计算简图一般应对原实际结构简化，立体结构一般尽量利用平面结构的计算简图来解决。

(3) 荷载的分类、荷载对结构的作用、荷载的简化等实际上也是计算简图的一个重要内容。

本章将在第一章第一节第三款的基础上深入阐述。

第一节　支座、节点和杆件的计算简图

在第一章，已经初步研究了结构的支座和支座反力的一些特点。在本章，进一步将结构的支座、节点和杆件从计算简图上结合起来研究。

一、支座计算简图

(一) 滚轴支座

这种支座的构造简图如图 6－1 (a) 所示，它将容许结构绕铰 A 转动，并可沿支承平面方向移动。因此，当不考虑支承平面上的摩擦力时，这种支座的反力将通过铰 A 的中心并与支承平面相垂直，即反力作用线和作用点是确定的，它的大小 R_A 和指向未知。根据上述特征，这种支座的计算简图可以用一根链杆 AB 来表示 (图 6－1b)，因为与 AB 杆相联的结构不仅可绕铰 A 转动，而且当 AB 链杆绕 B

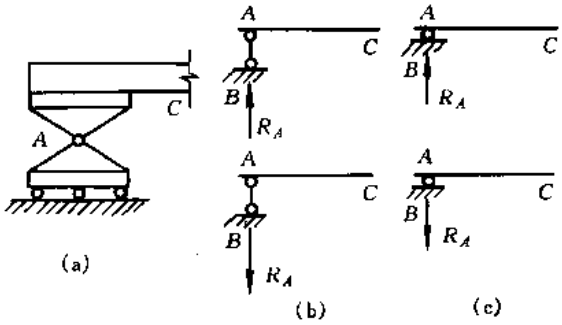


图 6－1　滚轴支座

(a) 实例；(b)、(c) 计算简图

转动时，也可以在水平方向移动。这种简图的采用有一个假设前提，即 AC 杆的水平移动很小，故 AC 杆在水平移动时并无显著的下移。这一点与实际工程是完全吻合的。在很多情况下，宁愿用图 6－1（c）所示来作为图 6－1（a）的计算简图，它仅可以沿 AC 方向水平滚动，没有上、下方向的移动。

滚轴支座的简图在应用中有一点需要强调，即杆件在 A 点的竖向位移是被支座 A 限制了的，它不仅不能下移，也不能向上离开 A 点。

（二）铰支座

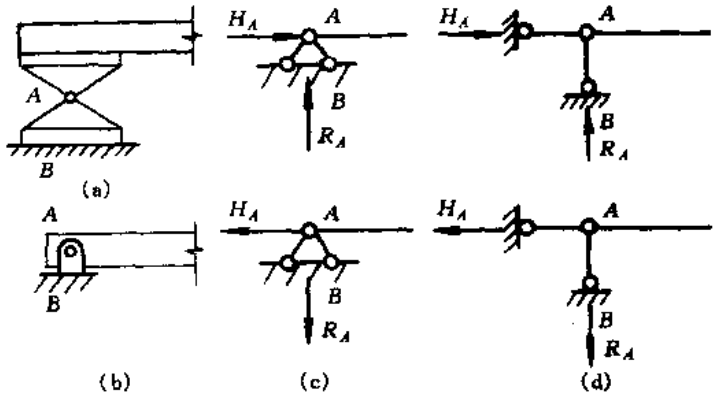


图 6－2 铰支座

(a)、(b) 实例；(c)、(d) 计算简图

这种支座的构造简图如图 6－2（a）、（b）所示，它容许结构绕铰 A 转动，但不能移动。因此，这种支座的反力将通过铰 A 的中心，但其指向和大小都是未知的。显然，它可用两个沿确定方向的未知分反力 H_A 和 R_A 来表示（图 6－2a）。对于这种支座，它的计算简图可用交于一点 A 的两根链杆和来表示，如图 6－2（c）。有时也用两根互相垂直的链杆来表示它，如图 6－2（d），含义与图 6－2（c）相同。

（三）固定支座

这种支座不允许结构发生任何转动和移动。它的反力的大小、指向和作用点都是未知的，因此，可以用水平和竖向的分反力 H 和 R 以及力偶 M 来表示。这种支座的计算简图可以表示为三根既不全平行又不全交于一点的链杆，图 6－3（c），它们可在杆端构成两个水平分力。这两个水平分力的实质有两点：

（1）构成一个力偶，阻止杆件绕 A 点转动，其指向待定；

（2）当杆件上有水平外荷载作用时，还可合成一个指向待定的水平分力，阻止杆件水平方向移动。

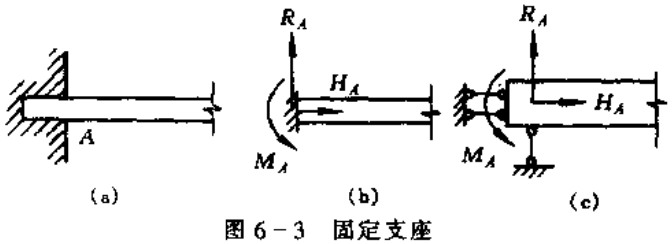


图 6－3 固定支座

(a) 实例；(b)、(c) 计算简图

此外，图 6－3（c）还有一个竖直方向的水平分力 R_A，阻止杆件沿 A 点上、下移动，其大小、指向亦待求。

习惯上，固定支座的计算简图常用图 6－3（c）表示，总之，是杆件既不能沿 A 点有任何方向的移动，也不能绕 A 点转动。

图 6－4 是建筑工程中的几种支座实例。

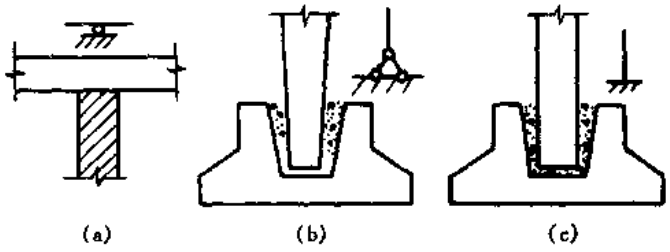


图 6－4　建筑工程中支座形式的实例

（a）砖墙为支座；（b）杯口用沥青麻丝填充；（c）杯口用细石混凝土填充

二、节点计算简图

与支座有些关联概念的是杆件的节点，因为相连的杆件是互为“支座”的。故杆件的节点概念实际上是支座的引伸，只要把支座视为另外一根杆件，那么此杆与原来的杆便相交于一点，这就是节点。

节点处一般有两根以上的杆件相交。

根据工程上的不同做法，节点又可分为两类，即铰节点和刚节点，下面分别介绍。

（一）铰节点

图 6－5（a）是铰节点的实例，图 6－5（b）是铰节点的计算简图。

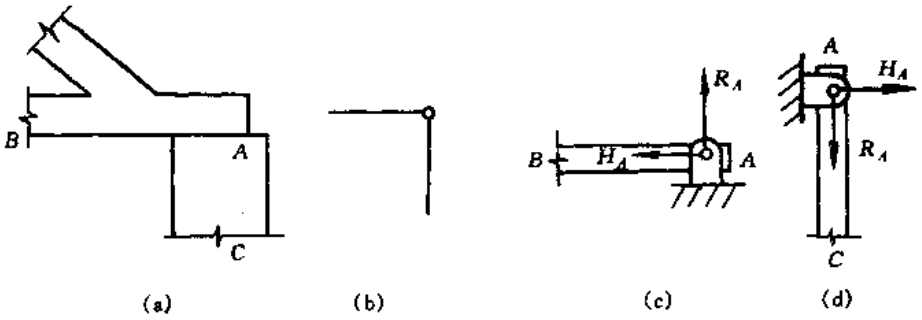


图 6－5　铰节点

我们在分析节点 A 的时候，把它看成一个铰，AB 和 AC 杆可以互相绕 A 点转动。两根杆互为支座，比如分析 AB 时，AC 杆对它的支座作用相当于两个互相垂直的力作用，如图 6－5（c）所示。根据作用和反作用定律，分析 AC 杆时，AB 杆对它的支座作用也应看作两个互相垂直力的作用，如图 6－5（d）所示。这在求杆件的支座反力时不能互相遗漏。

与铰支座不同的是铰节点可以移动。如图 6－5（b）中的 A 点可以整体移动。

（二）刚节点

图 6－6（a）示现浇钢筋混凝土框架顶层节点的构造。因为梁与柱的混凝土为整体浇柱，而且钢筋又能传递弯矩，故梁与柱在节点处不能发生相对移动和相对转动，因此把它简化为刚节点，如图 6－6（b）。与铰节点一样，联接 A 节点的两根杆件也是互为“支座”

的，它们的固定支座反力如图6－6（c）和图6－6（d）所示。

（三）节点的几何组成影响节点的计算简图

确定节点简图时，除要考虑节点的构造情况外，还要考虑结构的几何组成情况。例如图6－7（a）所示结构，节点可以取为铰节点，按桁架计算；图6－7（b）所示结构，节点却必须取为刚节点，按刚架计算，如果不按刚节点考虑，那么它将要发生几何变形。当然按什么样的节点，在施工和设计时就要保证把它做成这样的节点。

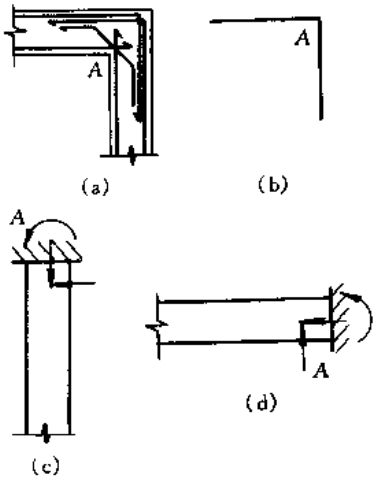


图6－6 刚节点

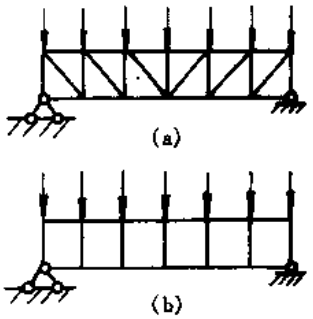


图6－7 桁架和刚架的节点

(a) 桁架；(b) 刚架

工程上的静定桁架和刚架节点上有很大的区别，静定桁架和刚架的基本不同是：如果假设所有节点都是铰节点，则静定桁架是几何不变的，而刚架是几何可变的。换句话说，静定桁架的几何不变性依赖于杆件的布置，而不依靠节点的刚性；而刚架的几何不变性则依靠节点的刚性。工程中的钢桁架和钢筋混凝土桁架，虽然从节点构造上看接近于刚节点，但其受力状态与一般刚架不同，其轴力是主要的，而弯曲内力是次要的，因此计算时可把它简化为铰节点。

对于刚节点杆件的互为“支座”性质，在应用中有一个很重要的概念，即所谓“杆件线刚度”，这将对互为“支座”的杆件决定是取铰支座还是取固定支座起作用。详见本书第七章。

三、杆件计算简图

杆件的截面尺寸（宽度、高度）通常比杆件长度小得多，截面上的应力可根据截面的内力（弯矩、轴力、剪力）来确定。因此，在计算简图中，杆件用其轴线表示，杆件之间的联结区用节点表示，杆长用节点间的距离表示，而荷载的作用点也转移到轴线上。

以上是杆件简化的一般原则。下面再说明几个具体问题。

（1）以直杆代替微弯或微折的杆件

图6－8（a）所示厂房排架柱的上下两段具有不同的截面尺寸，截面形心的连线不是一条直线。在计算简图6－8（b）中，上柱和下柱用一条直线表示。

（2）格构式杆件有时可用实体杆件代替

图6－8（a）所示的厂房排架，求柱的内力时，可以用实体横梁代替屋架，如图6－8（b）。至于屋架各杆本身的内力，可以按简支桁架计算，除考虑屋面节点荷载外，还要考虑

排架分析中横梁两端所受的力。

（3）曲杆，拱等构件的纵轴线为曲线或折线，用相应的曲线或折线表示。如图6－9所示。

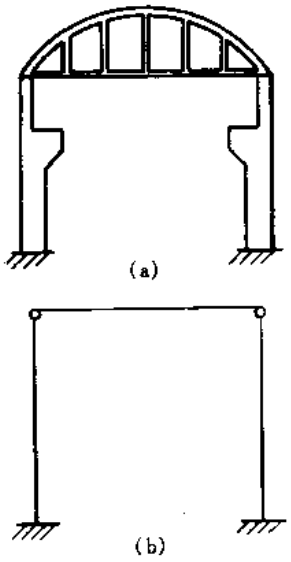


图6－8　以直杆代替微弯杆，以实杆代替格构式杆

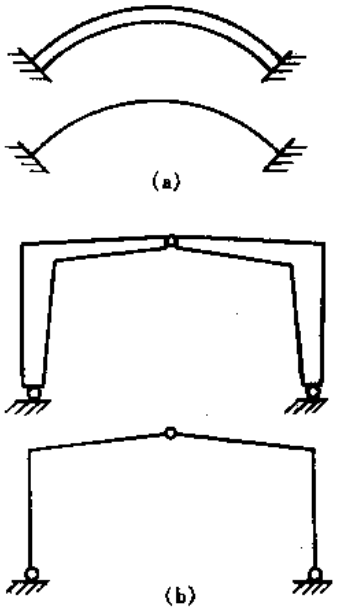


图6－9　拱的计算简图

第二节　荷载的分类

荷载是指作用在结构上的外力，比如自重、雪荷载、风荷载、地震荷载等。就是在这样一些荷载下，结构内部产生内力与它们所承受的荷载平衡。

建筑工程上的荷载有下面几种分类方法。

一、根据荷载的表现形式分

（一）集中荷载（表示方法：单个箭头）

当荷载的分布面积远小于结构的几何尺寸时，可以认为这样的荷载是作用于一点的集中荷载。集中荷载通常用一个箭头表示。

（二）分布荷载（表示方法：横线下加密集的小箭头）

当荷载是连续地作用在结构上的时候，为分布荷载。显然，最典型的分布荷载是横梁的自重。当分布荷载沿长度方向均匀地作用在杆件上的时候，为均布荷载。均布荷载在建筑工程中大量地遇到。在量纲上表现为单位长度上的力。

二、根据荷载作用时间的长短分

（一）永久荷载（或称恒载）

在结构使用期间，其值不随时间变化，或其变化与平均值相比可以忽略不计的荷载。例如结构自重。

（二）可变荷载（或称活载）

在结构使用期间，其值随时间变化，且其变化值与平均值相比不可忽略的荷载。例如楼

面活荷载，包括人、家具等。风荷载和雪荷载也是可变荷载。

（三）偶然荷载

在结构使用期间不一定出现，一旦出现，其值很大且持续时间较短的荷载。例如爆炸力等。

三、根据荷载作用的性质分

可分为静力荷载和动力荷载。静力荷载是指逐渐增加的，不致于使结构产生显著的冲击或振动，因而可略去惯性力影响的荷载；反之，若荷载作用在结构上引起显著的冲击和振动，使结构发生不容忽视的加速度，则为动力荷载。例如动力机械运转时产生的荷载、冲击波的压力等均匀动力荷载。

建筑结构分析中常考虑地震作用它是发生在建筑物上的惯性力。从理论上讲，地震力属于动力荷载。但从目前的实际应用上看，大多数国家都将这种动力荷载经过一定的转换，而以静力荷载来处理，本文不拟赘述，请参阅有关书籍。

四、从设计的角度分

（1）建筑结构设计前，对不同荷载应采用不同的代表值：

1）对永久荷载，应采用标准值作为代表值；

2）对可变荷载，应根据设计要求采用标准值、组合值或准永久值作为代表值；

3）对偶然荷载，应根据试验资料，结合工程经验确定其代表值。

（2）上述的标准值、组合值和准永久值的含义为：

1）永久荷载标准值：对结构自重，可按结构构件的设计尺寸与材料单位体积的自重计算确定；对常用材料和构件，其自重常有现成手册可查；对于某些自重变异较大的材料和构件（如现场制作的保温材料、混凝土薄壁构件等），自重的标准值应根据对结构的不利状态，取上限值或下限值。

2）可变荷载标准值，应按《建筑结构荷载规范》GBJ9—87（以下简称荷载规范）采用。

可变荷载组合值，应为可变荷载标准值乘以荷载组合系数。

可变荷载准永久值，应为可变荷载标准值乘以荷载准永久值系数。此系数按荷载规范采用，一般小于1.0。

3）当上述各有关值取定后，用于正式设计时，荷载代表值尚须乘以荷载分项系数才能作为荷载的设计值。

荷载分项系数按下列规定采用：

（a）永久荷载的分项系数取1.0～1.2；

（b）可变荷载的分项系数一般取1.4；但当楼面活荷载标准值$\geqslant 4kN/m^2$时，取1.3。

第三节 结构体系的简化

前面讨论结构中某些局部（支座、点、杆件）的简化问题，现在讨论结构整个体系的简化问题。

一般结构实际上都是空间结构，各部分互相联结成为一个空间整体，以便抵抗各种方向可能出现的荷载。因此，在适当的条件下，根据受力状态的特点，设法把空间结构分解为平面结构，这是进行结构简化时经常碰到的问题。

分解成平面结构后，结构中又往往含有许多构件，存在着复杂的联系，因此仍有进一步简化的必要。根据受力状态的特点，可以把结构分解为基本部分和附属部分；把荷载传递途径区分为主要途径和次要途径，把结构变形区分为主要变形和次要变形。在分清主次的基础上，就可以抓住主要因素，忽略次要因素。

一、将空间结构分解为平面结构

在工程结构中，经常遇到柱支承结构以及由一系列平面单元组成的结构。设计中常把这类结构分解为平面结构进行计算。分解的方法，一种是从结构中取出一个平面单元按平面结构计算；另一种是沿纵向和横向分别按平面结构计算。

1. 取平面单元计算

图 6－10（a）所示单层厂房结构，是一个复杂的空间结构。在横向平面内柱子和屋架组成排架（图 6－10b），各个排架沿车间纵向以一定的间距有规律地排列着，中间有许多纵向构件相联系。作用于厂房上的荷载，如恒载、雪载和风载等一般是沿车间纵向均匀分布的，因此可以通过纵向柱距的中线，取出图中一个柱间作为一个计算单元，并按平面排架进行计算。

图 6－10（c）所示为某一拱形屋顶，由图中可以清楚地看出它的屋架本来就是由一个一个的平面三铰拱组成的，因此这样的结构便自然地可以按平面结构进行力学分析。

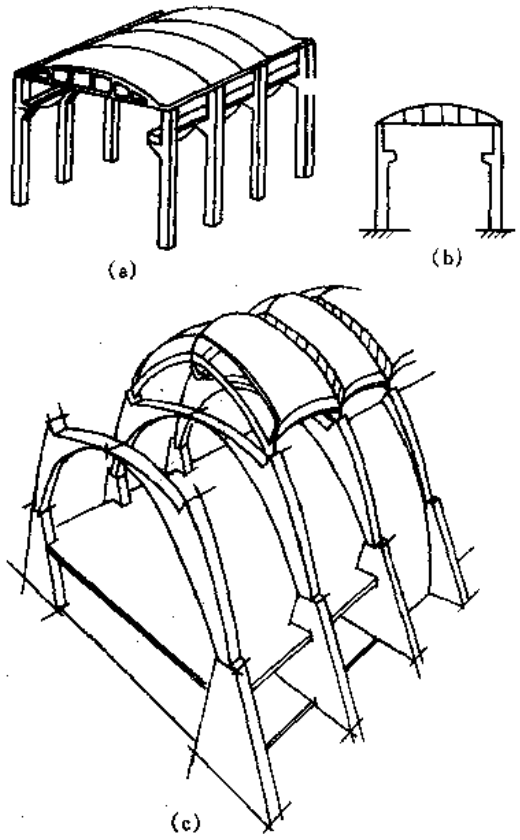


图 6－10　将空间结构分解为平面结构

图 6－11 示多跨多层房屋框架结构的一个简例。梁及柱实际上组成一个空间刚架，设计中则按平面刚架计算。对于水平荷载如风载和地震力说来，结构的横向刚度比较小，纵向的刚度比较大。为了保证结构的承载力，通常截取横向刚架图 6－11（c）进行计算。计算横向刚架时要考虑竖向荷载和横向水平荷载；而纵向刚架图 6－11（b）则只承受纵向风载及纵向地震力。平常对纵向刚架只验算地震力，由于迎风面积小，风载比较小，而抵抗的柱子多，风载所产生的内力可以忽略。以横向刚架为主刚架还有一个优点，就是刚架形式简单，便于计算。

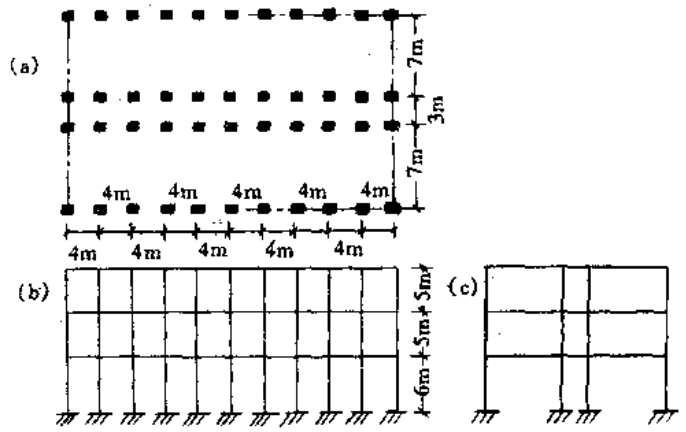
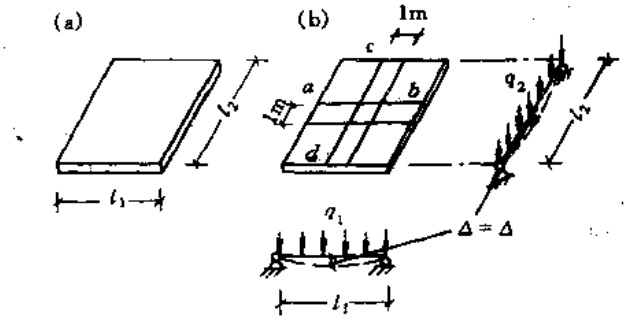


图 6－11　从空间结构分解的平面结构

2. 将结构的纵向和横向同时按交叉体系考虑

以一块矩形楼板为例进行说明：

图 6－12（a）示一矩形板，四边简支，边长为 l_1 和 l_2，承受均布竖向荷载。图 6－12（b）的 a、b、c、d 表示交叉梁系，可作为板的计算简图。板上的荷载由这个交叉梁系沿两个方向传到支座。



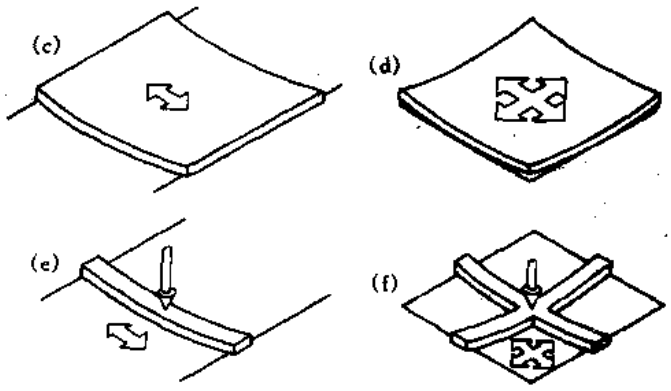


图 6－12　交叉体系

在图 6－12（b）中，从板的中间部分取出两条梁 ab 和 cd。梁 ab 和 cd 近似于承受均布荷载的简支梁，以 q_1 和 q_2 分别表示 ab 和 cd 担负均布荷载。这两条梁跨中的挠度各为

$$\Delta_1=\frac{5q_1l_1^4}{384EI} \qquad \Delta_2=\frac{5q_2l_2^4}{384EI}$$

显然，这两条梁在交点处的挠度应相等。令 $\Delta_1=\Delta_2$，得

$$\frac{q_1}{q_2}=\frac{l_2^4}{l_1^4}$$

如果 $l_2>l_1$，则 $q_1>q_2$。由此可知，大部分的荷载沿短向传递。当 $l_2/l_1\geqslant 2$ 时，$q_1\geqslant 16q_2$，这时设计中可以近似地认为荷载只沿短的方向传递，长的方向不起作用。

根据以上的分析，设计中把四边支承的矩形板分为两类：

（1）双向板：长边与短边之比小于 2，板上的荷载沿两个方向传至支座。图 6－12（d）和图 6－12（f）。

（2）单向板：长边与短边之比等于或大于 2，板上的荷载沿一个方向传至支座。图 6－12（c）和图 6－12（e）。

由以上两个例子可以得到下列结论：

（1）平板结构可以取交叉杆系作为计算简图。实际上化为了两个平面结构。

(2) 交叉杆系的荷载传递方式，视两个方向长度的比值而定。如两个长度相近，则荷载为双向传递，否则荷载由短向板来承担。

二、将体系分解为基本部分和附属部分

某些复合结构可以分解为基本部分和附属部分，分开进行计算。当荷载只作用在基本部分时，可单独取出基本部分计算内力，而附属部分的内力为零。当荷载只作用在附属部分时，可将基本部分看作附属部分的支承，先取附属部分计算支座反力和内力，然后把有关的支座反力按相反方向看作基本部分的荷载，来计算基本部分的内力。

下面举出一个例子加以说明。

图 6－13 (a) 为一钢筋混凝土楼盖体系的平面布置图，包括楼板(厚 8cm)、次梁(20cm×5cm)、主梁 (25cm×70cm) 和柱 (30cm×30cm)，图中给出纵横两个剖面。楼板、次梁、主梁和柱浇注在一起，形成一个复杂体系。

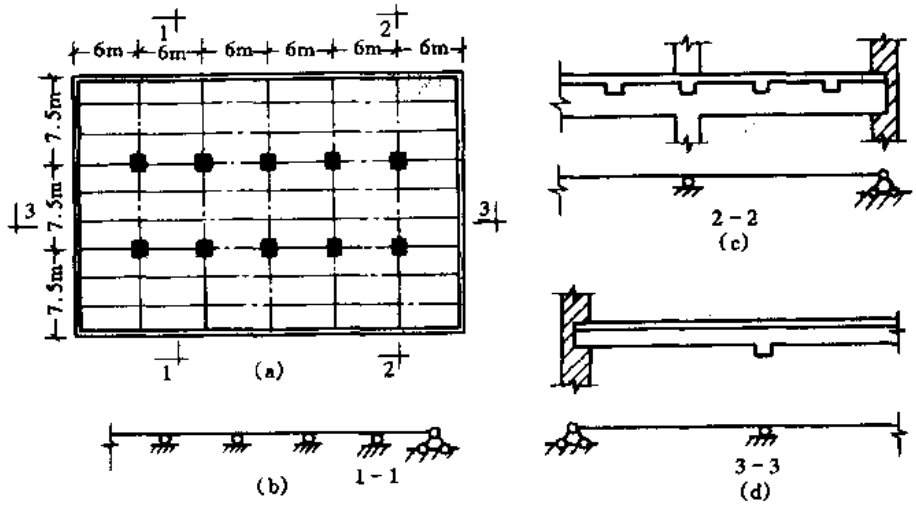


图 6－13　现浇楼盖的分解和相应的计算简图

由于楼板相对次梁较弱，次梁相对主梁较弱，故把楼板看作次梁的附属部分，又把次梁看作主梁的附属部分。整个楼盖体系就分解为楼板、次梁、主梁几类构件，分开进行计算。现分别说明如下：

1. 楼板的计算

楼板区间的平面尺寸为 2.5m×6.0m，长边长度为短边的两倍多，这是一个单向板，板上的荷载主要沿短跨方向传给次梁。

由于次梁的抗弯刚度比楼板的抗弯刚度大得多，故可把次梁看作楼板的支点。同时，考虑到次梁的抗扭能力较小，认为可以转动。因此，这种支承可简化为铰支座。

综合以上的考虑，楼板的计算简图可取为以次梁为铰支座的连续梁，如图 6－13 (b) 所示。板的宽度可取为单位宽度 (例如 1m)，而荷载即为此单位宽度内楼板上的荷载。

2. 次梁的计算

由于次梁的抗弯刚度比楼板大得多，而比主梁小得多，因此可以认为楼板只起到荷载传给次梁的作用，不起联系作用，而把主梁看作次梁的支点。当忽略主梁的抗扭能力时，次梁的计算简图可取为以主梁为铰支座的连续梁，如图 6－13 (d) 所示。其荷载包括楼板传来的荷载和次梁的自重，按均布荷载考虑。

3．主梁的计算

由于楼板和次梁的刚度都比主梁小得多，因此都可看作是主梁的附属部分，只起传递荷载的作用。主梁所受的荷载除自重外，主要是从次梁传来的集中力。

当主梁与柱的混凝土为整体浇注时，梁与柱组成一个整体，其内力可按刚架计算。如柱的转动刚度比主梁的转动刚度小得多，则可把柱看作主梁的铰支座，主梁的计算简图可取为简支在柱的连续梁，如图6－13（c）所示。

第四节 计算简图小结

（1）符合实际，就是要全面考虑结构的布置和构造，了解结构受力状态的实际情况。

（2）分清主次，就是要对结构受力状态的影响因素进行分析，区别主要因素和次要因素。

1）交叉体系传递荷载的方式，取决于两个方向线刚度$\left(\frac{E\cdot I}{l}\right)$的比值。如果两个方向的刚度相近，则荷载为双向传递；如果两个方向的刚度相差悬殊，则荷载主要沿刚度大的方向传递，这时交叉体系可简化为单向体系。

2）结构中两个互相联系的部分如果刚度相差较大，则整个结构可分开计算，把刚度小的部分看成附属部分，把刚度大的部分看成基本部分。

3）一个空间结构往往包含许多平面单元，而各个平面单元之间又存在着空间联系。如果平面单元本身的刚度大，而空间联系的刚度小，则可从空间结构中取出平面单元按平面结构进行计算。

4）选择支座的计算简图时，当支座的转动刚度比构件的转动刚度大得很多时，支座可简化为固定支座；反之，可简化为铰支座。

确定计算简图时，除了对支座、节点、构件、结构体系进行简化外，还需对荷载的类型、材料的性质等方面进行简化。

第五节 平面体系的几何稳定分析及举例

一、问题的提出

图6－14（a）是一个梁和柱组成的结构，在水平荷载下图6－14（b）会倾倒。为了解决这样的问题，图6－14（c）加了一根斜拉杆，图6－14（d）用填充墙将框架平面空间填实，图6－14（e）将梁柱联结处的铰节点改变为刚节点。经过这样的处理后，使结构在水平荷载下也不会倾倒。

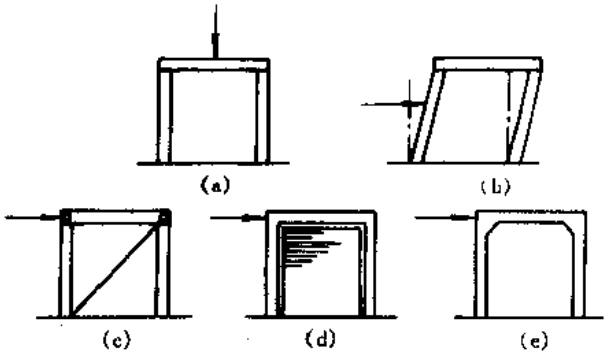


图6－14 结构的几何破坏

图6－14（a）、（b）这样的结构并不是由于组成它的构件被破坏而倾倒，而是由于体系的几何形状或几何特征的可变性而产生的。同样，图6－14（c）、（d）、（e）这样的结构，并不是通过加大原来梁

和柱的截面，而是通过调整体系之间的几何组成来解决问题的。我们叫前者为几何可变体系，叫后者为几何不变体系。

房屋建筑都应该是几何不变体系，因此，下面研究几何不变体系的特征。

为了叙述问题的方便，把房屋的构件叫做刚片，也可叫做链杆。

二、体系几何稳定的总原则

(1) 刚片本身是几何不变的。

(2) 由刚片组成的三角形结构是几何不变的。

以上两点不证自明。

三、总原则的发挥

(1) 规则一　两个刚片用不全交于一点也不全平行的三根链杆相联，则所组成的体系是没有多余联系的几何不变体系。

如图 6－15 (a) 所示，若将刚片 1 和 2 用两根不平行的链杆 AB 和 CD 联接，设刚片 1 固定不动，则 A、C 两点将为固定；当刚片 2 运动时，其上 B 点将沿与 AB 杆垂直的方向运动，而其上 D 点则将沿与 CD 杆垂直的方向运动，故刚片 2 运动时将绕 AB 与 CD 杆延长线的交点 O 而转动。同理，若刚片 2 固定，则刚片 1 也将绕 O 点而转动。O 点称为刚片 1 和 2 的相对转动中心。此情形就象把刚片 1 和 2 用圆柱铰在 O 点相联接的情形一样，这说明两根链杆的作用相当于一个单铰。不过，这个铰的位置是在链杆的轴线延长线上，且其位置随链杆的转动而变，与一般实际上的铰不同，我们将这样铰称为虚铰，所谓虚铰是指实际上看不见的铰。在分析问题时，虚铰对几何稳定的效果与实铰相同。

为了制止刚片 1 和 2 发生相对转动，还需要加上一根链杆 EF，图 6－15 (b)。如果链杆 EF 的延长线不通过 O 点，那么刚片 2 如果要转动，就既要绕 O 点，也要绕 E 点，显然不可能。故只能处于稳定的静止状态。

这就阐明了规则一的正确性。至于三根链杆全平行时刚片 2 的几何可变性呈现“一边倒”，实际生活中大家都有体会的。故属于几何可变体系了。

由于两根不平行链杆的作用相当于一个铰，故规则一也可表述为：两刚片用一个铰和一根不通过该铰心的链杆相联，则所组成的体系是没有多余联系的几何不变体系，如图 6－16。

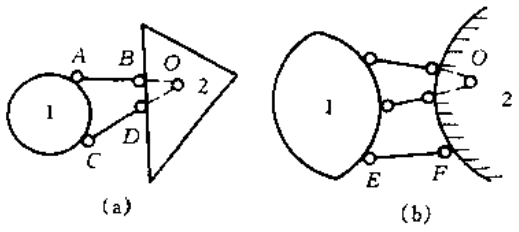


图 6－15　规则一

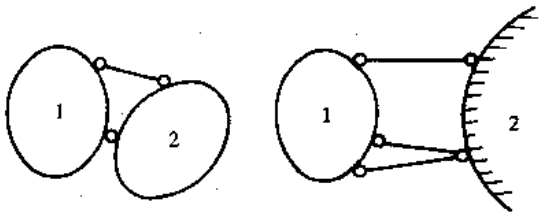


图 6－16　规则一的另一种表述

(2) 规则二　三个刚片用不在同一直线上的三个铰两两相联，则所组成的体系是没有多余联系的几何不变体系。

如图 6－17 (a) 所示，刚片 1、2、3 用不在同一直线上的 A、B、C 三个铰两两相联。显然，这三个刚片本身构成了一个几何不变的三角形，不需要进一步证明了。

至于图 6－17 (b)，由于虚铰的作用相当于实铰，因此，它也实际上组成了一个三角形

体系而几何不变。

三角形体系当然是没有多余联系的，若少了一根，体系就可变了。

(3) 规则三　在一个刚片上增加一个二元体仍为几何不变体系。

所谓二元体是指由两根不在同一直线上的链杆联接一个新节点的装置，如图 6－18 中所示 ABC 部分。本规则也是三角形体系，几何不变性是很明显的。

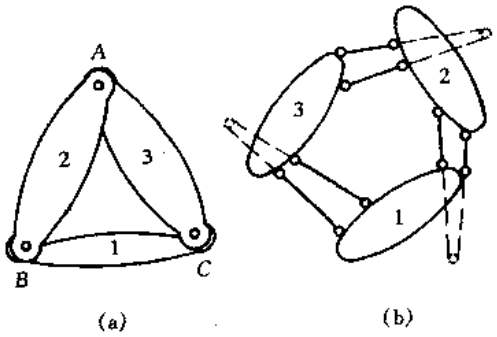


图 6－17　规则二

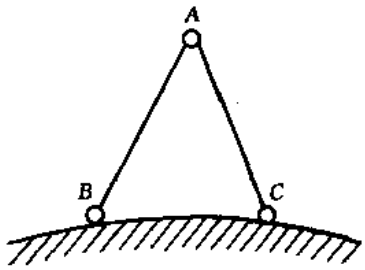


图 6－18　二元体

利用上述规则，可以进一步组成更为一般的几何不变体系。例如图 6－19 (a) 所示体系，它是先按规则二将刚片 AE 和 EB 与基础用 A、B、E 三个铰两两相联，此后，又按规则二与刚片 DC 和 CF 用铰 D、C、F 相联，从而组成一个较为复杂的没有多余联系的几何不变体系。又如图 6－19 (b) 所示桁架，则是从一个基本铰接三角形开始，按规则三依次增加二元体所组成的没有多余联系的几何不变体系。



图 6－19　规则三

四、几何稳定分析的步骤

(1) 首先直接观察出几何不变部分，把它当作刚片处理，再逐步运用规则。

(2) 撤销二元体，使结构简化，便于分析。

例 6－1　分析图 6－20 所示体系，确定它是不是几何可变的。

解　AB 部分有三个支杆联于基础，此三个支杆不同交于一点，所以 AB 部分是不动的，已完全固定于基础上。进而我们可以把 AB 视为基础的一部分，BC 视为支杆，则 CD 部分也是由不交于一点的三个支杆联于基础。所以，整个体系是几何不变的，并且没有多余联系。

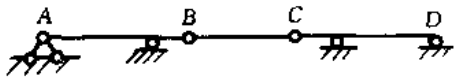


图 6－20　例题

例 6－2　分析图 6－21 所示体系的几何构造。

解　AB 为一梁，节点 D 可由链杆 1、2 固定于梁 AB 上，链杆 3 是多余联系。所以，这个结构本身是几何不变的，有一个多余联系。

例 6－3　分析图 6－22 所示体系的几何构造。

解　考虑曲杆 AC、曲杆 BC 和基础这三个物体之间的联系。C 为一铰，A 点两个支杆亦相应于一铰，但 B 点缺一个支杆，不满足铰的条件。因此，整个体系是几何可变的，因为缺少一个支杆，即缺少一个联系。

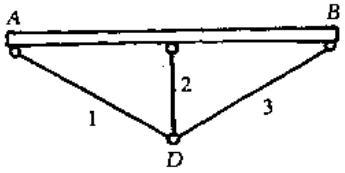


图 6－21　例题

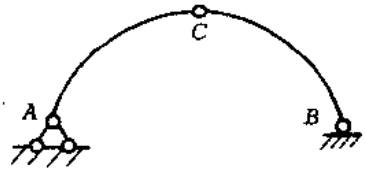


图 6－22　例题

第七章　结构的刚度

内　容　提　要

刚度这个概念将贯穿结构分析的整个过程。无论是对结构进行定性分析，还是对结构进行精确的定量分析，都将经常使用刚度这个概念。

刚度是当结构在外力作用下，本身抵抗变形的能力的一个物理概念。它可以以各种不同的形式，随外力的不同而用一个公式来衡量其大小。

这一章专门介绍关于刚度的一些概念，要求能够理解。

相对于弯曲变形有结构或构件的抗弯刚度这一概念，相对于剪切变形有结构或构件的剪切刚度这一概念。至于轴向变形，也可以用轴向刚度这个名词来说明其刚度的大小。

本章主要研究抗弯刚度的概念。

第一节　刚 度 定 义

在结构分析中，力和位移起着关键的作用。力和位移之间相互影响的关系是：力是位移的起因，位移意味着力的存在。

由于力和位移有着互为因果的性质，因此确定一个术语来度量两个量之间的关系。刚度就是大量使用的概念之一。

刚度给出了与一组给定位移相联系的力的一种度量。刚度最基本的定义，是在力所作用的点产生单位位移时所需的作用力。

例如图 7－1（a）所示的梁受到 P 力作用，而力引起的位移是在作用点处，沿着力的方

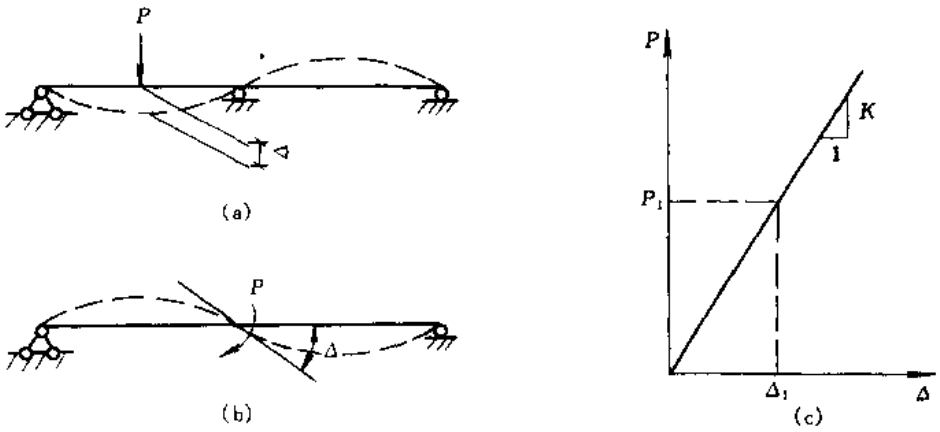


图 7－1　刚度

（a）线位移；（b）转角位移；（c）比例三角形图

向，梁产生了 Δ 的位移。如果假设位移是与荷载成正比增加，就是说结构是弹性的，则荷载和位移之间的关系曲线如图 7－1（c）所示，曲线的斜率被取作为刚度 K，取相似三角形的比例，得出其计算式为：

$$K=\frac{P}{\Delta} \tag{7-1}$$

式（7－1）是刚度的定义式，即刚度 K 等于力和该力方向上所产生位移的比值。

类似的形式，如图 7－1（b）所示的梁，受到力矩型的力 P（此处 P 为力矩）的作用，相应的转角位移是 Δ，对照图 7－1（c），在荷载作用点，仍由式（7－1）得出刚度的表达式。我们设想，一旦刚度被定性或定量地确定之后，则式（7－1）写成下面的形式

$$P=K\cdot\Delta \tag{7-2}$$

式（7－2）说明，对刚度较大的物体使之产生位移需要使用较大的力。或者给定性分析提供帮助的形式为

$$\Delta=\frac{P}{K} \tag{7-3}$$

式（7－3）说明：当外力一定时，物体的位移与它的刚度成反比。

因此，式（7－1）中的位移 Δ 并不限于只是线位移，而且可能是角位移即转角；力 P 也不限于只是力，而且可能是力偶。

第二节　杆件的刚度概念

下面研究微小长度杆件的刚度。

在第五章，已经对构件微小长度上（称为单元体）在轴向力或弯矩作用下的内力和变形关系式作了研究和推导。

下面再用刚度概念进一步对式（5－5）和式（5－11）作一些演化。未作说明的符号含义参见本书第五章。

由本章第一节，刚度定义为产生单位变形所需要的作用力。轴向刚度是产生单位轴向伸长或缩短所需的轴向力；抗弯刚度是产生单位转角所需的弯矩。这两种刚度分别用 $K_{轴}$ 及 $K_{弯}$ 代表。由第五章的式（5－5）、式（5－11）并考虑刚度的定义式（7－1）有

$$\begin{aligned}&\text{轴向刚度}\qquad K_{轴}=\frac{N}{\mathrm{d}l}=\frac{E\cdot A}{\mathrm{d}x}\\&\text{抗弯刚度}\qquad K_{弯}=\frac{M}{\mathrm{d}\theta}=\frac{E\cdot I}{\mathrm{d}x}\end{aligned} \tag{7-4}$$

上式（7－4）的量纲为每单位变形的作用力，分别是力/长度和力矩/转角。

由式（7－4）可以得出下面结论：杆件的轴向刚度与乘积 $E\cdot A$ 成正比，与杆件的长度成反比；抗弯刚度与乘积 $E\cdot I$ 成正比，而与杆件长度成反比。这种比例关系，可以应用于建筑结构的各种构件。

工程上有时也用到柔度概念，顺便稍作说明。

柔度，与刚度相反，定义为在单位力作用下杆件产生的变形。以 $f_{轴}$ 和 $f_{弯}$ 分别表示轴向柔度和弯曲柔度，它们的数学关系只需对式（7－4）取倒数即可得到：

轴向柔度 $$f_{轴}=\frac{dl}{N}=\frac{dx}{E\cdot A}$$

弯曲柔度 $$f_{弯}=\frac{d\theta}{M}=\frac{dx}{E\cdot I}$$ (7-5)

显然，轴向柔度与杆件长度成正比，与 $E\cdot A$ 成反比；而弯曲柔度则与杆件长度成正比，而与 $E\cdot I$ 成反比。

将式（7-4）的第一式，改写成如下形式：

$$N=E\cdot A\cdot\frac{dl}{dx}=E\cdot A\cdot\varepsilon \tag{7-6}$$

式中的 ε 叫轴向应变，即相对伸长或缩短。此式表示的物理意义为，每产生单位轴向应变所需的作用力为 $E\cdot A$。

同样，式（7-4）第二式可写成：

$$M=E\cdot I\cdot\frac{d\theta}{dx}=E\cdot I\cdot\rho \tag{7-7a}$$

式中的 ρ 叫曲率，显然 $\rho=\frac{d\theta}{dx}$，为单位长度的转角变化。曲率可以表示杆件弯曲的程度，在杆长相同，曲率 ρ 越大，说明杆件弯曲的越厉害。此式表示每产生单位曲率时所需的弯矩为 $E\cdot I$。这是表示抗弯刚度的另一种形式。

第三节 截面的弯曲刚度

对于受弯构件，其弯曲变形是主要的，因此，对受弯构件我们主要讨论弯曲刚度。

回忆本书第三章第三节，已经研究过截面的几何特征，除了该节所述的各种具体方法以外，一个最大的共同点就是都是针对某一个平面图形的，对杆件来说即是针对某一个截面而言的。本节就是在第三章第三节的基础上作进一步的研究。

在杆件长度相同时，通常只需研究式（7-7a）的乘积 $E\cdot I$ 项即可定性地得出弯曲刚度的大小。

改写式（7-7a）如下：

$$\frac{d\theta}{dx}=\frac{M}{E\cdot I} \tag{7-7b}$$

上式与式（7-7a）比较，可知左边 $\frac{d\theta}{dx}$ 是杆件的曲率 ρ，我们上面讨论过，$\frac{d\theta}{dx}$ 越大，说明杆件弯曲的越厉害。

将式（7-7b）与刚度的定义式（7-3）进行对比，如表 7-1。

表 7-1

	位　移	力	刚　度
式（7-3）	Δ	P	K
式（7-7b）	$\frac{d\theta}{dx}$	M	$E\cdot I$

表中第二行的$\frac{d\theta}{dx}$为单位杆长的转角，对照图 5－2 知 $d\theta$ 越大则杆件弯的越厉害，第二行的乘积 $E\cdot I$ 正好与第一行的刚度 K 对应，因此习惯上也把 $E\cdot I$ 乘积叫做杆件截面的弯曲刚度，对长度相同的件杆，$E\cdot I$ 值越大，件杆抗弯能力越强。

截面弯曲刚度 $E\cdot I$ 由材料的弹性模量 E 与截面惯性矩 I 组成。E 值与材料有关，这里不必赘述。

I 值是截面的惯性矩，它的求法已在本书第三章介绍了。我们通过下面的例子来说明它的应用。

例 7－1　试估计图 7－2 木梁截面在立放和横放两种情况时梁中点的变形大小。设木梁长度相同。

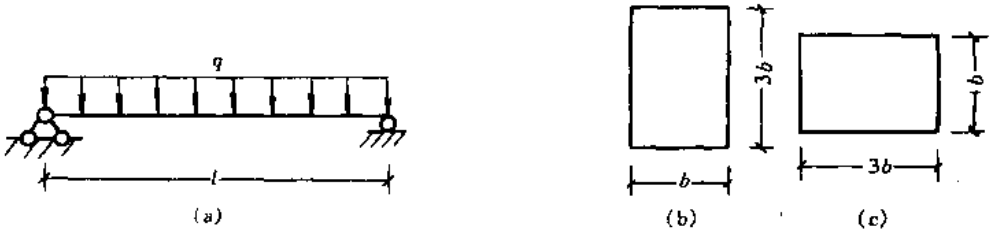


图 7－2　立放的梁比横放的梁抗弯能力强

解　利用式（7－7b）知，比较弯曲变形大小即比较$\frac{d\theta}{dx}$的大小，

（1）中点的弯矩

$$M_{max}=\frac{1}{8}q\cdot l^2$$

（2）中点的曲率

$$\frac{d\theta}{dx}=\frac{M_{max}}{E\cdot I}=\frac{\frac{1}{8}q\cdot l^2}{E\cdot I}$$

（3）梁立放时的 EI 值，由本书第三章有

$$E\cdot I_{立}=E\cdot\frac{b\cdot(3b)^3}{12}$$

（4）同样可写出梁横放时的 EI 值

$$E\cdot I_{横}=E\cdot\frac{3b\cdot(b)^3}{12}$$

（5）因此立放和横放的弯曲程度之比

$$\frac{\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{立}}{\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{横}}=\frac{M_{max}}{E\cdot\frac{b\cdot(3b)^3}{12}}\times\frac{E\cdot\frac{3b\cdot(b^3)}{12}}{M_{max}}=\frac{1}{9}$$

可见立放比横放的弯曲程度要小得多。

本例可以引出一个结论：当杆长、横截面积和材料相同时，截面惯性矩 I 大的杆件抗弯能力强。

图 7－3 是一栋高层建筑，设顶端有一个水平荷载作用时，显然右图惯性矩小的情形的弯曲变形 Δ_2 比左图惯性矩大的情形的变形 Δ_1 要大。

因此在高层建筑的设计过程中，对侧面的宽度 B 有一定的要求，比如对“一字形”建筑，高宽比 H/B 以不大于 3～4 为宜。根据我国情况，住宅的进深一般为 10m 左右，因此板式楼（即一字形楼）不宜盖得过高，一般不超过 40m。当需要更高的住宅时，宜采用刚度较大的平面形状，比如方形、圆形、Y 形、井字形等塔式建筑，或者采用 S 形、C 形等增大刚度的形式。

例 7－2 如图 7－4 所示的工字形高层建筑，当水平力 P 从两个不同方向单独作用时，其顶部水平位移情况如何？设 $b=\dfrac{d}{10}$。

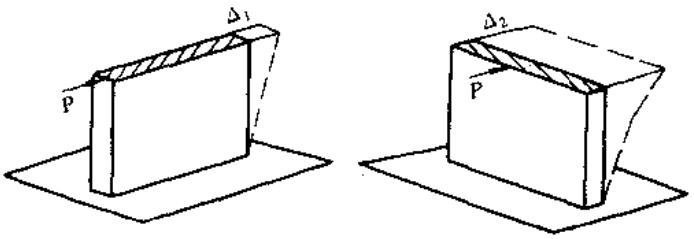


图 7－3 房屋在惯性距大的方向比惯性距小的方向弯曲变形小

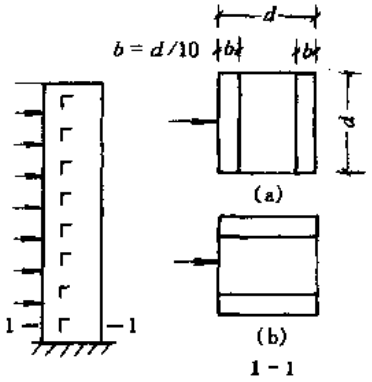


图 7－4 例题

解 先求（a）、（b）两种情况下的截面惯性矩。

情况 a：

$$I_a=\frac{d\cdot d^3}{12}-\frac{d\cdot(d-2b)^3}{12}=\frac{d^4}{12}-\frac{\dfrac{64d^4}{125}}{12}=\frac{d^4}{24}$$

情况 b：

$$I_b=\frac{2\times b\cdot d^3}{12}=\frac{2\times\dfrac{d}{10}\cdot d^3}{12}=\frac{d^4}{60}$$

因此

$$\frac{EI_a}{EI_b}=\frac{d^4}{24}\times\frac{60}{d^4}=\frac{60}{24}=2.5\text{（倍）}$$

运用第四章所示端部作用一集中力悬臂梁来估算 a、b 两种情况的顶部位移 Δ。

情况 a：

$$\Delta_a=\frac{P\cdot l^3}{3E\cdot I_a}=\frac{P\cdot l^3}{3E\times 2.5I_b}$$

情况 b：

$$\Delta_b=\frac{P\cdot l^3}{3E\cdot I_b}$$

所以

$$\frac{\Delta_a}{\Delta_b}=\frac{1}{2.5}$$

也就是情况 a 的顶部位移仅为情况 b 的位移的 1/2.5。

由以上分析，可以很快地将图 7－5 四种情况的顶部位移作一个排队：

$$\Delta_a < \Delta_b < \Delta_c < \Delta_d$$

请读者自行验证上述的结论。

由图 7－3、图 7－4 和图 7－5 我们得出一个规律，让房屋骨架的净面积离整个建筑平面的中心轴线越远，则抗弯刚度 $E \cdot I$ 越大，从而变形越小。

例 7－3　试估算图 7－6 所示框架——抗震墙高层房屋纯弯曲时框架和抗震墙在承担水平力 P 中所占的比例为多少？设抗震墙和框架柱的平面如图所示。

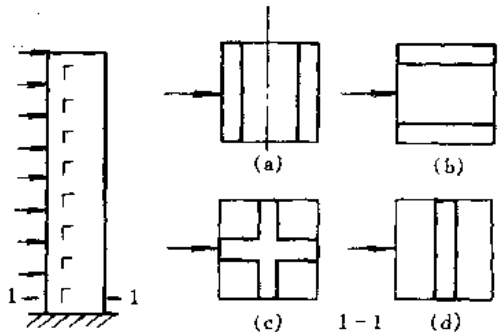


图 7－5　不同平面的抗弯刚度

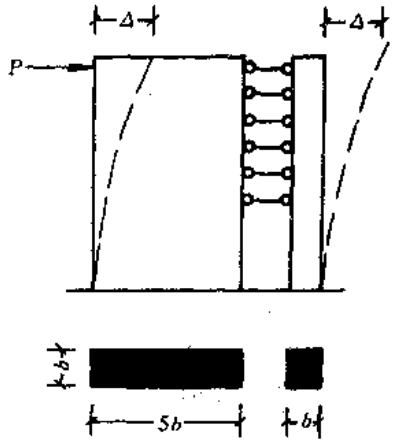


图 7－6　例题

解　由于抗震墙和框架顶端的位移 Δ 相同，由式（7－3）

$$\Delta = \frac{P}{K}$$

因为

$$\Delta_{抗} = \Delta_{框}$$

所以

$$\frac{P_{抗}}{K_{抗}} = \frac{P_{框}}{K_{框}}$$

由于 $K_{抗}$、$K_{框}$ 分别正比于 $I_{抗}$、$I_{框}$，且

$$I_{抗} = \frac{b \cdot (5b)^3}{12} = \frac{125b^4}{12}$$

$$I_{框} = \frac{b \cdot b^3}{12} = \frac{b^4}{12}$$

所以

$$P_{抗} = 125P_{框}$$

由此可见抗震墙承担了主要水平力，所以抗震墙又被称之为抗侧力构件，这样可以使框架柱主要只承担竖向力而可以把截面做的较小。虽然实际上由于还有剪切变形和轴向变形，本例未考虑，但结论还是正确的。

第四节　杆件的线刚度

前面研究的截面刚度 $E \cdot I$ 值，在本书第三章的截面强度计算、第五章的结构的变形计

算中已有重要的应用。

现在试研究图 7－7，它与 $E\cdot I$ 值有密切的关系，但光用 $E\cdot I$ 值却不能圆满地解决所面临的问题。

如图 7－7 所示，当节点 A 作用一力偶 M 时，AB 和 AC 杆所抵抗的力偶各为多少？象这样涉及到同一节点上各杆截面抗弯刚度 $E\cdot I$ 值的情形时，单纯地用截面的 EI 值不足以说明各杆件所能拥有的抗弯能力，比如图 7－7 中的 AB 杆虽然看来很弱，但是假设如果 AC 杆的长度大大加长，以致可能使 AC 杆变得相对十分瘦长，那么 AC 杆将可能像“面条”一样抵抗不了多少外力偶。这就引人了一个线刚度的概念。

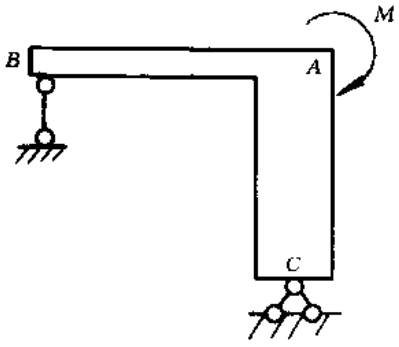


图 7－7 杆件的线刚度决定杆件抗弯能力

所谓线刚度是杆件横截面抗弯刚度 $E\cdot I$ 被杆件的长度 l 去除的值。线刚度一般用 i 表示

$$i=\frac{E\cdot I}{l} \tag{7-8}$$

杆件的线刚度与杆件截面的 $E\cdot I$ 值成正比，与杆件的长度成反比。这一结论，我们可以从式（7－4）的第二式即杆件的抗弯刚度定义直接得出。

可以仍然从式（7－7b）来解释线刚度的含义。因为式（7－7b）所表示的是杆件微段的弯曲程度或称曲率

$$\begin{array}{ccc}\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}=\dfrac{M}{EI} & \Big| & \Big| \\ \Big| & & \Big| \\ \Delta\ =\dfrac{P}{K} & & \end{array}$$

显然，对于有无数微段集合的整个杆长 $\mathrm{d}x$ 而言，整杆的弯曲变形 $\mathrm{d}\theta$ 应该以杆长 $\mathrm{d}x$ 乘之，式（7－7b）两边同乘以杆长 $\mathrm{d}x$ 有

$$\mathrm{d}\theta=\frac{M}{EI}\cdot\mathrm{d}x$$

对照图 5－2 可知，此处的 $\mathrm{d}x$ 实际上是杆件全长，因此不妨把 $\mathrm{d}x$ 换成习惯上的符号 l，重写一下：

$$\mathrm{d}\theta=\frac{M}{EI}\cdot l=\frac{M}{\left(\dfrac{EI}{l}\right)} \tag{7-9}$$

注意到式（7－9）的分母，请与式（7－8）比较正是线刚度 i。

将式（7－9）用语言表示就是：杆件的弯曲变形与外力 M 成正比，与杆件的线刚度 $i=\dfrac{E\cdot I}{l}$ 成反比。

杆件的线刚度概念在决定汇交于刚节点上诸杆各自的抗弯能力时有重要的应用。比如一个二跨单层刚架，当横梁的线刚度 $i_{梁}$ 为侧柱线刚度 $i_{柱}$ 的 20 倍以上时横梁的跨中弯矩较大而支座弯矩很小，如图 7－8（a），相当两端与柱铰接。当 $i_{梁}$ 为 $i_{柱}$ 的 $\dfrac{1}{20}$ 以下时，梁的跨中弯矩较小而支座弯矩较大，如图 7－8（b），相当于两端固定在柱上。

当 $i_{梁}$ 与 $i_{柱}$ 之比在 20～1/20 之间时，这时梁的跨中弯矩和支座弯矩将不同程度地变化，柱也将发生内力上的变化，如图 7－8（c）。

关于线刚度 i 的概念今后在分析连续梁和刚架时还要用到，结合有关内容再加以研究。这里简单地提一下：

当我们只关心连续梁或刚架每一根杆件的相对变形大小而不关心其实际上的变形大小时，或者只关心相连的每一根杆件在抵抗外力过程中各自能承担实际外力的比例时，经常用到的往往是线刚度 i 的相对值，即如果任选其中的一根杆件的线刚度 i 为 1，其他各杆可通过比值求出 $i_{其他}$ 值分别为 i 的多少倍或为 i 的多少分之几。

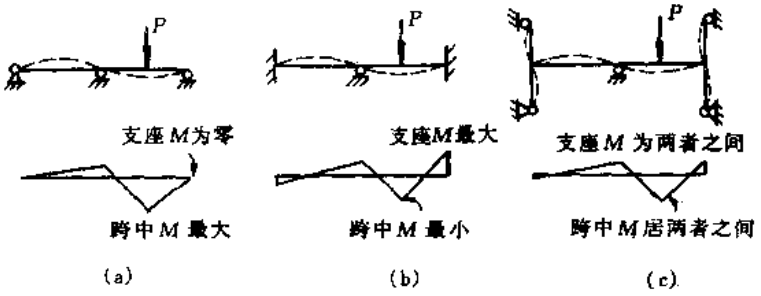


图 7－8　梁、柱线刚度比不同时梁的弯矩图的变化

(a) 强梁弱柱时；(b) 强柱弱梁时；(c) 梁、柱刚度介中

第八章　超静定结构与弯矩分配法

内　容　提　要

在第二章，我们研究了简支梁、悬臂梁、外伸梁、静定平面刚架、静定拱和静定平面桁架等结构的内力计算。

在以上各种类型的内力计算中，第一步遇到的就是要求出结构的支座反力。在求解过程中，利用第一章学过的静力平衡方程可顺利地求出支座反力，从而为下一步取脱离体求内力等步骤奠定了基础。

具有上述特征的一类结构，属于静定结构。其支座反力的个数总是与可列出的平衡方程个数相等。

但是还有一些建筑工程中出现的结构，其支座反力个数多于可列出的平衡方程个数，因此光凭第一章学过的静力平衡方程求不出来，还需要寻找其他的办法才能求出。这种类型的结构，它们属于超静定结构。在本书第五章第六、七节中，已经作了简要的介绍。

实际建筑工程中的超静定结构是很多的，比如说本书第六章所研究的将空间结构分解为平面结构作计算简图的问题，实际的空间结构就是一个多次超静定的体系，即使在分解为平面结构以后，此平面结构也仍然是一个多次超静定的，见图 6－11。

作为一种方法，本章仅研究平面型的超静定结构。空间型的超静定结构有时可以分解为平面型求解。现在，超静定结构的计算一般都使用计算机求解。我们主要应掌握概念。

第一节　超静定结构和静定结构的差别

超静定结构是与静定结构相比较而存在的，要从二者的比较中来认识前者。

(1) 一个结构，如果它的支座反力和各截面的内力都可以用静力平衡条件来确定，就叫做静定结构。图 8－1 (a) 所示简支梁是一个静定结构。它的反力和各截面的内力都可以由平衡方程确定。

如果对简支梁 AB 增加一个支座 C，就得到图 8－1 (b) 所示的连续梁。它有四个未知反力：H_A、R_A、R_B 和 R_C，却只有三个平衡方程，因而不能够用平衡方程把反力计算出来，这样的结构叫超静定结构。一个结构，如果它的反力和各截面的内力不能够完全由静力平衡条件来确定，就叫做超静定结构。

(2) 现在再从几何组成来看，简支梁和连续梁都是几何不变的。但是，如果从简支梁中去掉支杆 B，就变成了

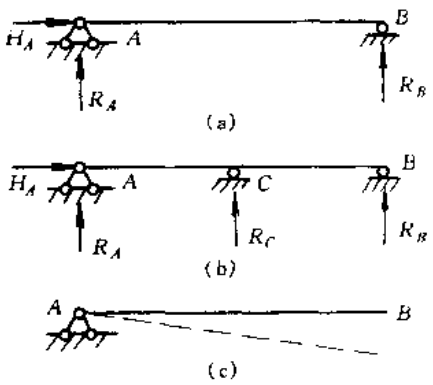


图 8－1　静定梁和超静定梁

(a) 静定梁；(b) 超静定梁；(c) 几何可变结构，不能用

图 8－1（c）所示的几何可变体系。反之，如果从连续梁中去掉支杆 C，则仍然是几何不变的。因此，支杆 C 叫做多余联系。由此引出如下结论：静定结构是没有多余联系的几何不变体系，而超静定结构是有多余联系的几何不变体系。

总起来说，内力是超静定的，联系有多余的，这就是超静定结构区别于静定结构的基本特点。

建筑工程中不能使用几何可变结构。

第二节　超静定结构的优缺点

为什么要采用超静定结构？很显然，超静定的分析比静定的要困难得多，那么，为什么不只用静定结构？还有，如果超静定结构具有特殊优点，为什么在某些场合还采用静定结构。问题的结论是：每一种结构类型都有各自的优缺点。

（1）超静定结构有两个主要优点。第一，超静定结构在抵抗外荷载时，与一个可比较的静定结构相比，具有较大的刚度。例如，考虑图 8－2（a）和图 8－2（b）所示的两个结构。其中每个结构的单根杆件具有相同的截面尺寸和长度。在两根竖直的支杆（柱）顶上支承一根横杆（梁）。当荷载 P 作用在梁的跨中，梁在荷载作用点有下垂 Δ_d 的竖向位移。如果梁与柱是整体连接，而形成一个门式框架。在这种情况下，相同的荷载 P，在荷载作用点产生的竖向位移 $\Delta_i<\Delta_d$。对此两种情况，如果用式（7－1）计算梁的刚度，可以看到 $\frac{P}{\Delta_i}>\frac{P}{\Delta_d}$。这就是说，超静定门式框架的刚度大于静定的立柱和横梁体系的刚度，门式框架刚度之所以增加，实际是由于柱约束梁的端部所造成的。因此，当梁下垂时，柱帮助抵抗荷载。而立柱和横梁结构，在性能上与门式框架所不同的，只不过是梁下垂时，立柱仅仅是梁的铰支座。

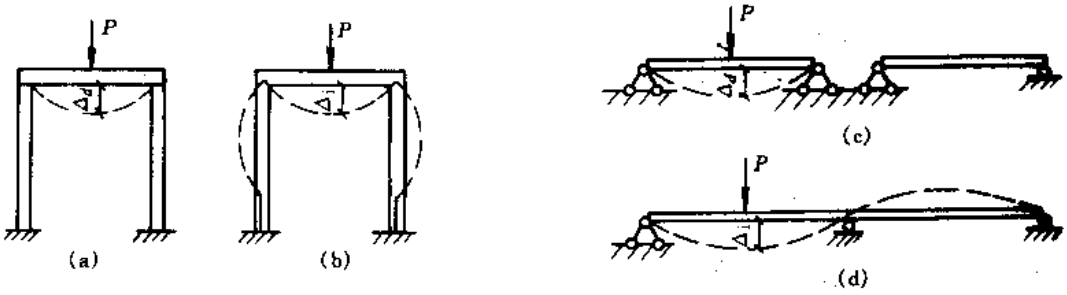


图 8－2　静定结构和超静定结构的变形区别

（a）立柱和横梁结构；（b）门式框架；（c）两根简支梁；（d）两跨连续梁

比较图 8－2（c）的两根简支梁和图 8－2（d）的两跨连续梁时，也存在有类似的情况。应重复说明，如果每个体系的单个杆件具有同样的长度和截面尺寸，则 $\Delta_i<\Delta_d$，因而 $P/\Delta_i>P/\Delta_d$。另外，静定梁每跨成简支梁，加载跨的梁承受整个荷载。然而，超静定梁中，相邻跨对加载跨提供端部的约束，非加载跨的梁也参加抵抗荷载。

（2）超静定结构的第二个优点，是与静定结构相比具有较低的应力。对图 8－2 的结构及其荷载条件下的弯矩图，如图 8－3 所示。对两种静定的情况，最大静力弯矩 M 作用在加载跨的跨中截面。然而，超静定的情况下，加载跨的跨中弯矩小于静定的弯矩，这是由于在加载跨的端部，有负的约束弯矩的存在，减小了加载跨的弯矩，这意味着该跨应力降低了，

因而选择梁的截面比静定结构所要求的小。这样设计的结构当然是经济的。

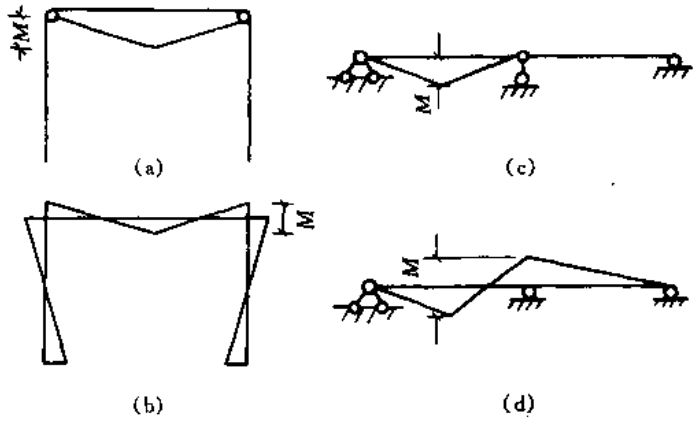


图 8－3 静定结构和超静定结构弯矩图的比较

(a) 立柱和横梁结构；(b) 门式框架；(c) 两根简支梁；(d) 两跨连续梁

事实上，以上提到的两个优点，是静定和超静结构之间所固有的差异的结果。这就是，单根结构杆件的整体连接，起着减小挠度和应力的作用。离散的杆件在它们的连接处被连续地联结在一起，这种性质被称为连续性。

(3) 超静定结构的主要缺点来自于连续性—也是构成它优点的特性。举例来说，考虑图 8－4 (a) 表示的超静定三跨连续梁。如果连续梁在 B 点受到支座沉陷 Δ_B（相对于其它支座），如以图 8－4 (b) 所示的变形，支座沉陷又导致图 8－4 (c) 中所指示的弯矩。因此，在结构上没有任何荷载作用下，可能在中间支座处引起相当大的弯矩。将这些弯矩叠加到设计荷载所产生的弯矩上，结构可能在某一中间支座处超载。由于这个原因，一座超静定梁式桥，不能建在有相对支座沉陷的基础上。

在有相对沉降的情况下，可用图 8－5 (a) 所示的悬壁结构那样的静定结构。当 B 点支座沉降的情况下，结构仅是重新组合成图 8－5 (b) 所示。因此，杆件仍然是直杆，并不引起弯矩。

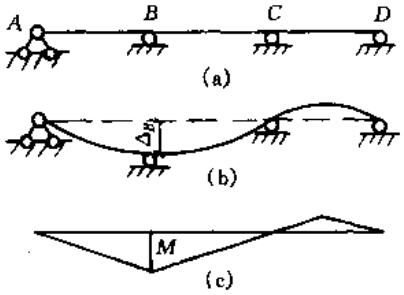


图 8－4 三跨连续梁的支座沉陷

(a) 三跨连续梁；(b) 当中一个支座沉陷引起的变形；(c) 沉陷后的 M 图

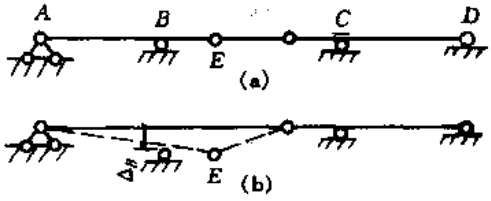


图 8－5 悬壁梁的相对沉陷

(a) 悬臂梁；(b) 支座沉陷引起的变形

上面，以一座具体的结构和一种明显的变形，说明了超静定结构的潜在缺点。然而对任何超静定结构都会有同样的现象发生。这就是：导致结构变形的任何原因，如相对的沉陷、温度改变引起的杆件长度变化或者制造误差等，都会使整个结构产生内力，如那些温度变化所引起的能预测的变形，可以当作一种荷载条件包括在分析中；而那些不能预测的变形，将

会引起严重的结构损坏。

第三节　超静定结构的计算方法概述

关于超静定结构的内力计算，经典方法有“力法”和“位移法”。力法是将超静定结构的多余未知力作为首先解决的对象，通过把多余未知力计算出来成为已知力以后，剩下的问题便可归结为静定结构的计算了。本书第五章已有介绍。位移法是通过向原结构中沿独立位移方向人为地添加约束，并引入未知位移作为首先解决的现象，当把未知的节点位移计算出来以后，剩下的问题就可以把杆件的杆端弯矩求出，从而又使问题成为静定结构的计算了。

值得说明，力法和位移法虽是计算超静定结构的基本方法，但是实践中往往由于需要解算未知元素很多的线性代数方程组，对于稍复杂的结构手算似难于完成。人们不得已代之以近似方法。

随着计算技术的进步，比如电子计算机的出现和计算方法的完善，解算大型线性代数方程组的困难已被克服。因此，力法和位移法在结构分析中获得了实践上的可能。近年来出现的“有限元法”或称“结构矩阵分析”，将上述经典方法从计算手段上给予了有力的完善，在结构分析的电子计算机算法中获得了广泛的应用。

由于本书的性质，在本节不拟介绍上述几种解决超静定结构的普遍方法，而是通过用一种叫做“弯矩分配法”的方法来研究建筑工程中大量出现的连续梁和刚架的计算。

弯矩分配法的物理概念明确，计算简单，而且可以直接从结果大致判断出正确与不正确，对于计算建筑工程中大量出现的连续梁和垂直荷载作用下的刚架等类型的超静定结构，很有实用价值。因而结构工程师乐于采用。

为了使读者对弯矩分配法的计算精确度心中有数，在本章的第五节介绍了本章第四节所有例题与用结构矩阵分析法电算结果的比较。通过比较，证明弯矩分配法的结果是令人满意的。

第四节　弯矩分配法计算连续梁和刚架及举例

一、名词解释

弯矩分配法在数学上属于逐次逼近法，但在力学中属于精确法的范畴，主要适用于连续梁和刚架的计算。在弯矩分配法中不需要解联立方程，而且是直接得出杆端弯矩。由于计算简便，弯矩分配法在结构设计中应用很广。下面先解释弯矩分配法中使用的几个名词。

（一）线刚度 i

杆件横截面的抗弯刚度 $E\cdot I$ 被杆件的长度去除，其结果就是杆件的线刚度 i：

$$i=\frac{E\cdot I}{l}$$

其来源和物理意义已经在第七章讨论过了，此处不予赘述。

图 8－6 的含义：

（a）当远端 B 为固定支座时，对于 A 点处，AB 杆的转动刚度 $S_{AB}=4i$；　　(8－1)

（b）当远端 B 为铰支座时，对于 A 点处，AB 杆的转动刚度 $S_{AB}=3i$；　　(8－2)

（c）当远端 B 为滑动支座时，对于 A 点处，AB 杆的转动刚度 $S_{AB}=i$；　　（8－3）

（d）当远端 B 为自由端时，对于 A 点处，AB 杆的转动刚度 $S_{AB}=0$。　　（8－4）

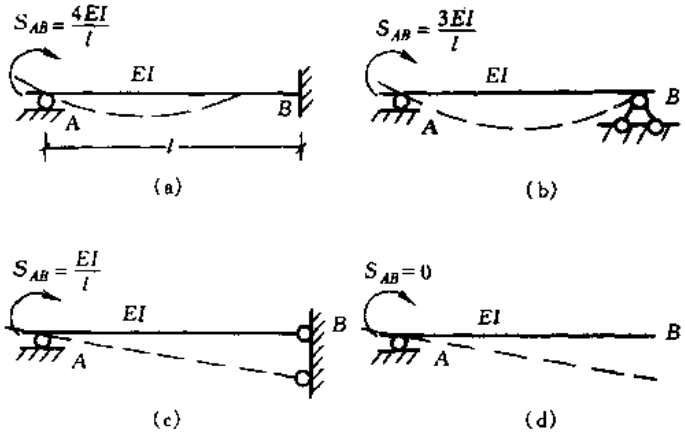


图 8－6　杆件的转动刚度仅与它的远端支承方式有关

（二）转动刚度 S

转动刚度表示靠近节点的杆件端部对该节点转动的反抗能力。杆端的转动刚度以 S 表示，等于使杆端产生单位转角需要施加的力矩，$S=M/\theta$，这与杆件刚度的定义是相似的。问题是要说明既然有了线刚度的概念，为什么还要引入转动刚度？它们之间有何联系？

图 8－6 示等截面杆件 AB，当 B 端为不同支承情况时，A 端的转动刚度的 S_{AB} 数值。这里需要指出的是，施力端只能发生转角，不能发生线位移。只要满足上述条件，不论施力端是铰支座、滚轴支座或者可转动的刚节点，或者说，除固定支座以外的节点，结果全是一样的。图 8－6 中 A 端只画了铰支的情况，是为了明确 A 端只能转动，不能移动。理论分析可以得出如图 8－6 相应的公式（8－1）～式（8－4），在计算中经常应用，应当记住。式中 $i=E\cdot I/l$。

我们由图 8－6 可以理解到转动刚度与杆件的线刚度之间的关系是，转动刚度 S 是对杆件线刚度 i 的一种数值上的修正。这种修正视所研究的节点 A 上各根杆件的远端支座形式而定。（注意与 A 端无关）。比如图 8－6 中式（8－3）相当于 AB 杆的转动刚度等于它的线刚度，式（8－2）比式（8－3）的抗弯能力强，因而它的转动刚度三倍其线刚度。

图中 S_{AB} 中的第一个角标 A 是表示 A 端，第二个角标 B 是表示杆的远端是 B。S_{AB} 表示 AB 杆在 A 端的转动刚度。以下关于弯矩 M 的角标含义相同。

（三）分配系数 μ

图 8－7 示三杆 AB、AC 和 AD 由刚节点 A 联结一起，为了便于说明问题，设 B 端为固定支座，C 端为滑动支座，D 端为铰支座。

设有外力 M 加于节点 A，使节点 A 产生转角 θ_A，然后达到平衡。试求杆端弯矩 M_{AB}、M_{AC} 及 M_{AD}。

由转动刚度的定义可知：

$$\left.\begin{aligned} M_{AB}&=S_{AB}\cdot\theta_A=4i_{AB}\cdot\theta_A\\ M_{AC}&=S_{AC}\cdot\theta_A=i_{AC}\cdot\theta_A\\ M_{AD}&=S_{AD}\cdot\theta_A=3i_{AD}\cdot\theta_A \end{aligned}\right\}\qquad(a)$$

利用节点 A（图 8－7b）的平衡方程 $\Sigma M=0$，得

$$M=S_{AB}\theta_A+S_{AC}\theta_A+S_{AD}\theta_A$$

因而得到 A 节点的转角为

$$\theta_A=\frac{M}{S_{AB}+S_{AC}+S_{AD}}=\frac{M}{\Sigma S}$$

其中 ΣS 表示各杆 A 端转动刚度之和。

将 θ_A 值代入式（a），得

$$\left.\begin{aligned}M_{AB}&=\frac{S_{AB}}{\Sigma S}\cdot M\\M_{AC}&=\frac{S_{AC}}{\Sigma S}\cdot M\\M_{AD}&=\frac{S_{AD}}{\Sigma S}\cdot M\end{aligned}\right\}\qquad(b)$$

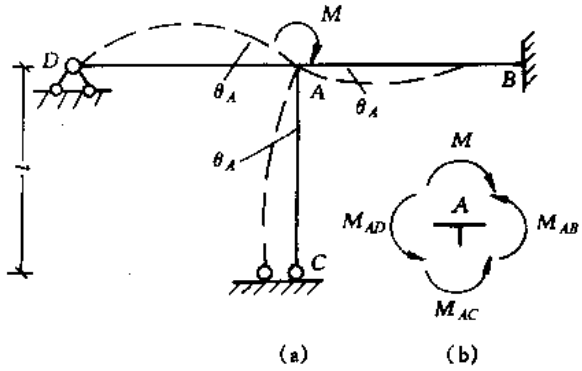


图 8－7　同一节点 A 上各杆的分配系数与各杆远端支承形式有关

由此看来，各杆 A 端所承担的弯矩与各杆 A 端的转动刚度成正比。可以用下列公式表示计算结果：

$$M_{Aj}=\mu_{Aj}\cdot M\qquad(8-5)$$

式中的角标 A 表示被研究的节点，j 表示某杆远端节点号，对图 8－7，j 可能是 B、C 或 D，式（8－5）中

$$\mu_{Aj}=\frac{S_{Aj}}{\Sigma S}\qquad(8-6)$$

μ_{Aj}称为分配系数，如 μ_{AB}表示杆 AB 在 A 端的分配系数。它表示 AB 杆的 A 端在节点诸杆中，承担反抗外力矩的百分比，等于杆 AB 的转动刚度与交于 A 点各杆的转动刚度之和的比值。

式（8－6）说明在计算同一节点上各杆的分配系数时，其结果将不大于 1。因为同一节点上各杆的分配系数之和有关系式：

$$\Sigma\mu_{Aj}=1$$

总之，加于节点 A 的外力矩，按各杆的分配系数分配于各杆的 A 端。

（四）传递系数 C

在图 8－7（a）中，外力矩 M 加于节点 A，使各杆的 A 端（或称为各杆的近端）产生弯矩。与此同时也将使各杆的另一端（或称远端）产生弯矩，以 A 节点各杆为例，它们有如下关系

$$M_{AB}=4i_{AB}\cdot\theta_A\quad M_{AC}=i_{AC}\cdot\theta_A\quad M_{AD}=3i_{AD}\cdot\theta_A$$
$$M_{BA}=2i_{AB}\cdot\theta_A\quad M_{CA}=-i_{AC}\theta_A\quad M_{DA}=0$$

由上述结果可知：

$$\frac{M_{ji}}{M_{ij}}=C_{ij}$$

这个比值 C_{ij}称为传递系数。传递系数表示当近端有转角（即近端产生弯矩）时，远端弯矩与近端弯矩的比值。

因此一般可由近端弯矩乘以传递系数 C 得出远端弯矩。对于等截面杆件说来，传递系

数 C 随远端的支座形式而有不同，数值如下：

当远端为固定的边支座或为非边支座 $C=\frac{1}{2}$ (8－7)

当远端为滑动边支座 $C=-1$ (8－8)

当远端为铰支边支座 $C=0$ (8－9)

式（8－7）～式（8－9）中的所谓边支座系指尽端的那个支座。

用下列公式表示传递系数的应用，

$$M_{BA}=C_{AB}\cdot M_{AB} \tag{8-10}$$

系数 C_{AB} 称为由 A 端至 B 端的传递系数。

现在把图 8－7（a）所示问题的计算方法归纳如下：

节点 A 作用的外力矩 M，按各杆的分配系数 μ 分配给各杆的近端；远端弯矩等于近端弯矩乘以传递系数。

（五）杆端弯矩

参见本书第二章图 2－1，支座 M 对悬臂梁起支持作用，这种支持作用实际上是内力的作用。支座对靠近支座的杆件这一端的内力之一——弯矩叫做杆端弯矩。严格地说，任何一种作用杆端的弯矩都可以叫做杆端弯矩，但是用弯矩分配法解题过程中所指的杆端弯矩是所有作用于杆端的中间计算过程的最后总的效果。

计算杆端弯矩的目的，是因为杆端弯矩一旦求出，则每相邻节点之间的“单跨梁”将可以作为一根静定的脱离体取出来进行该杆的内力分析。其上作用的荷载有外荷载，每一杆端截面上一般有一个剪力和一个弯矩，两端共有二个剪力和二个弯矩。这两个弯矩就是两端的杆端弯矩，既然它们已经求出，那么余下的两个剪力可由二个静力平衡方程解出。

上面步骤完成以后，每两个相邻节点之间的一段梁上的内力可以很方便地运用本书第二章的方法对它进行内力分析，逐段进行，就可以作出整个结构的内力图来。

应该指出，内力分析中，弯矩分析是重点，因为它对结构的强度往往起控制作用，同时也因为弯矩的求出可以为进一步求剪力等内力打下基础。

（六）近端弯矩和远端弯矩

解题过程中为了叙述方便而引入的名词。比如，对 AB 杆件，如果目前研究靠 A 端的节点，那么 A 端杆上的截面弯矩可叫近端弯矩，靠近 B 端的杆截面弯矩叫远端弯矩。

二、弯矩分配法的思路

在求杆端弯矩时，其主要的目标是：

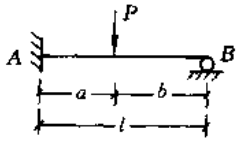
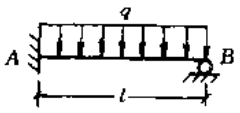
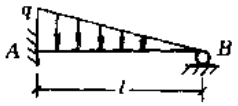
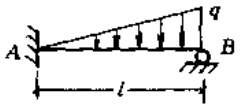
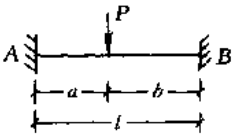
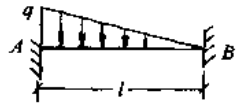
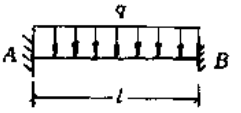
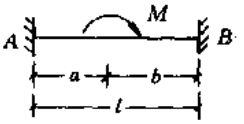
（1）由于节点上有两根或多根杆汇集，因此需确定每一根杆在维持节点不转动平衡过程中所作出的贡献。这需要用到分配系数 μ 以及与分配系数 μ 有关的转动刚度 S、线刚度 i、截面刚度 $E\cdot I$ 等值。前面已讨论过了。

（2）影响节点产生转动的力矩大小及方向。这需要涉及到单跨梁的固端弯矩 $\overline{M}$，它的含义是：将每相邻两节点之间的杆件视为一根两端支座为固定支座的单跨梁，这样的梁在各种外荷载作用下的杆端弯矩叫做固端弯矩。

固端弯矩 $\overline{M}$ 可以用力法等计算出来。但工程上在求解连续梁或刚架等超静定结构时，涉及求单跨梁的固端弯矩 $\overline{M}$，则往往使用现成的图表，将单跨梁按荷载和两端支座形式与该图表对号入座，按所给出的现成公式求出。本书亦采用这一方法，并将常用情况下单跨梁

的固端弯矩汇集于表 8－1。

表 8－1　等截面单跨梁的固端弯矩

编　号	梁的简图	固端弯矩	
		$\overline{M}_{AB}$	$\overline{M}_{BA}$
1		$-\frac{Pab\ (l+b)}{2l^2}$	0
2		$-\frac{1}{8}ql^2$ ……	0
3		$-\frac{1}{15}ql^2$	0
4		$-\frac{7}{120}ql^2$	0
5		$-\frac{Pab^2}{l^2}$ ……	$\frac{Pa^2b}{l^2}$
6		$-\frac{1}{12}ql^2$	$\frac{1}{12}ql^2$
7		$-\frac{1}{20}ql^2$ ……	$\frac{1}{30}ql^2$
8		$\frac{b(3a-l)}{l^2}\cdot M$	$\frac{a(3b-l)}{l^2}\cdot M$

注：编号 1、2、3、4 用于连续梁边跨且边支座为铰支时，编号 5、6、7、8 用于连续梁非边跨和当边支座为固定支座时的边跨。

三、弯矩分配法的方法和过程

为了使叙述条理化，从只有一个中间支座的两跨连续梁开始，如图 8－8（a）。

第一步，在节点 B 加上一组平衡力矩$\overline{M}_{BA}$、$\overline{M}_{BC}$和M_B，这组力矩的代数和为零，见图 8－8（b），它们有如下关系

$$M_B = \overline{M}_{BA} - \overline{M}_{BC}$$

由于它们平衡（即其代数和为零），所以加到节点 B 以后，并不会影响 B 原来的实际情况。

从理论上讲，这一组力矩各自的大小可以是任意的，只要它们的合力矩为零即满足要求。但是只选取其中的一组，即使 $\overline{M}_{BA}$和$\overline{M}_{BC}$分别是单跨梁 AB 和 BC 在 B 点相当于固定，在 A 点和 C 点仍按其原来的支座情况下的固端弯矩，如图 8－8（c）。之所以作这样选择，是因为我们将可以利用表 8－1 来求出各种荷载情况下的单跨梁的固端弯矩 $\overline{M}$。

注意 $\overline{M}_{BA}$作用于 B 节点左侧，$\overline{M}_{BC}$作用于 B 节点右侧。M_B 设作用于 B 节点上侧。

第二步，再在 B 节点加上另一组平衡力矩，或者说加上一组合力矩为零的力偶矩，如图 8－8（d），使这组力矩满足以下的关系：

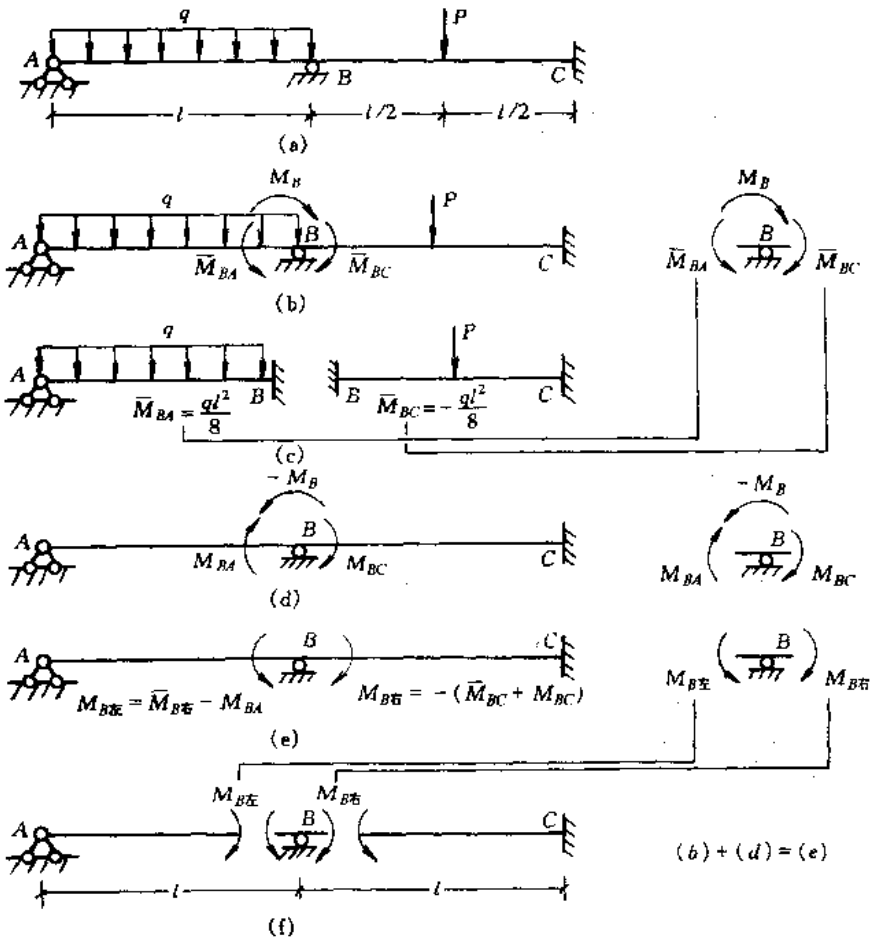


图 8－8　弯矩分配法的方法和过程

(1) 使 $-M_B$ 与第一步中的 M_B 大小相等但方向相反，即 $M_B+(-M_B)=0$；

(2) 使 M_{BA} 与 M_{BC} 的和与 $-M_B$ 平衡，即

$$M_{BA}+M_{BC}+(-M_B)=0$$

从理论上讲，M_{BA} 和 M_{BC} 的值有无数组，只要它们之和能与 $-M_B$ 平衡就可以满足要求。但是我们只选择其中的一组，使它们分别将 $-M_B$ 这样一个力矩按 BA 杆和 BC 杆的分配系数 μ 进行分配，也即按分配系数 μ_{BA} 和 μ_{BC} 进行分配。

注意第二步也是向节点 B 加上一组合力矩为零的力矩，因此并不影响原结构的实际情况。同时注意 M_{BA} 作用于 B 节点的左侧，M_{BC} 作用于 B 节点的右侧，$-M_B$ 我们仍设作用于 B 节点上侧。

第三步，将上面两组力矩按各自作用的位置（左、右和上侧）分别合并，即求代数和，如图 8-8 (e)。显然合并后的这组力矩也是平衡的，它们将仍然不影响节点 B 的实际情况。

这一步中，作用于 B 节点上侧的 M_B 与 $-M_B$ 互相抵消掉了，即

$$M_B+(-M_B)=0$$

同时，$\overline{M}_{BA}$ 与 M_{BA}，$\overline{M}_{BC}$ 与 M_{BC} 则按实际大小和转动方向分别求出两组代数和，即

左侧　　$M_{B左}=\overline{M}_{BA}+(-M_{BA})=\overline{M}_{BA}-M_{BA}$

右侧　　$M_{B右}=-\overline{M}_{BC}+(-M_{BC})=-(\overline{M}_{BC}+M_{BC})$

上两式中左边的 $M_{B左}$ 和 $M_{B右}$ 就是我们最后要求的两个结果。由于前面每一步加上去的都是一组自成平衡的力矩（或者说代数和为零的力矩），显然最后得出的 $M_{B左}$ 和 $M_{B右}$ 也是互相平衡的。即

$$M_{B左}+(-M_{B右})=0$$

这个等式可以用来检查用弯矩分配法求杆端弯矩时的数字运算是否正确。如果在同一节点的两侧弯矩代数和不为零，说明运算上有错。

第四步，对第三步中得出的节点 B 上的 $M_{B左}$ 和 $M_{B右}$ 作如下理解：

根据作用与反作用的定律，由于节点的 $M_{B左}$ 和 $M_{B右}$ 分别是与节点相邻的两根杆端部各自给予的，因此节点 B 的左、右两侧对与它们各自相连的杆端有反作用弯矩，见图 8-8 (f)，这就是一般结构力学书籍中所指出的杆端弯矩。

四、弯矩分配法的运算步骤

上述思路和过程是为了说明两跨连续梁用弯矩分配法解题时在数学上的特征，实际运算中并不需要有加在节点上侧的 M_B 和 $-M_B$，因此还可以来得更加条理一些。因此把两跨连续梁的弯矩分配法运算过程归结为下面几点：

(1) 根据各个“单跨”梁的荷载情况和支座特征与本章的表 8-1 对号入座，可以求出各“单跨”杆件在杆端的固端弯矩 $\overline{M}$，角标请读者视支座编码自加。这一点有两处需注意：

1) 固端弯矩是带符号的，对于本章表 8-1 所列的几种类型，可以用“左负右正”四个字来帮助记忆。即对每一“单跨”梁而言，左端的 $\overline{M}$ 取负值，右端的 $\overline{M}$ 取正值。

2) 当“单跨”的边支座为铰支座时，它不能抵抗杆件的转动，所以边支座为铰支座时的 $\overline{M}=0$；但对于所有非边支座，则一律视为固定端支座。

(2) 将同一支座两侧的固端弯矩 $\overline{M}$ 取代数和后反号按分配系数分配于支座的两侧杆端。这一步的注意点是将固端弯矩代数和反号再分配。

(3) 将分配得到的两个弯矩视该节点左、右远端支座特征决定是否向远端传递。用式(8－7) 至式 (8－10) 决定传递系数。

(4) 将上面三步运算之后的同一节点两侧杆端的固端弯矩、分配弯矩、传递弯矩分别按左、右侧求代数和，最后结果即为杆端弯矩。这一步的注意点是同一支座两侧的杆端弯矩代数和必定为零，否则说明计算上有错。

当然在进行以上的实际运算过程之前，需要首先求出分配系数 μ。

杆端弯矩的数值通过弯矩分配法求出来以后，由于它是带有正号或负号的，在画弯矩图时如何把它们的正号或负号与画图结合起来呢？稍后将结合例题 8－1 加以详细的说明。

通过以上运算，求出为两跨连续梁中间节点的杆端弯矩。只需对中间这个节点分配一次即告完成。

对于三跨以上的连续梁，它们的中间节点将有两个以上，基本思路仍然与两跨梁步骤相同。但是应对第三步略作变化如下：

(1) 此时所加上去的第二组力矩将不只三个，而且有从相邻节点上传递过来的力矩，因此按分配系数 μ 值确定节点左右两侧的分力矩时，被分配的力矩不仅要与第一步中的作用于节点上侧的力矩平衡，还应将相邻节点上传递过来的力矩也考虑进去。

(2) 由于有上述的所谓传递力矩，因此对两个以上中间节点（即三跨以上）的连续梁使用力矩分配法时，将可能要进行多次。这种次数只要进行的足够，从理论上讲将可以达到任意要求的精确度。但是工程实践上则只要进行 2～3 个循环即可满足正式结构设计的要求。

(3) 弯矩分配法不仅可以计算连续梁的杆端弯矩，而且可以计算刚架的杆端弯矩，基本步骤和思路完全相同，只是对于刚架节点来说，参加分配系数计算的不仅有梁，而且有柱而已。

下面通过例题说明弯矩分配法的基本运算步骤。实践中用列表方法既清楚又便于检查。

例 8－1 图 8－9 (a) 示一连续梁，用弯矩分配法作弯矩图。

解

(1) 求分配系数。

a. 杆 *AB* 和杆 *BC* 的线刚度 $i=\frac{E\cdot I}{l}$ 相等。

b. 转动刚度：$S_{BA}=4i$

$S_{BC}=3i$

c. 分配系数：

$$\mu_{BA}=\frac{4i}{4i+3i}=0.571$$

$$\mu_{BC}=\frac{3i}{4i+3i}=0.429$$

d. 校核：

$$\mu_{BA}+\mu_{BC}=1$$

分配系数写在节点 *B* 上面的方框内。

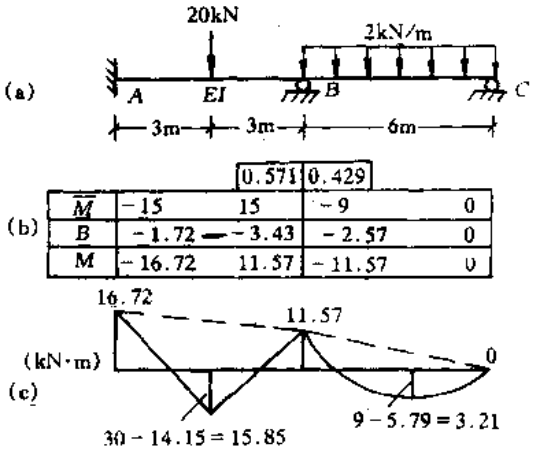


图 8－9 例题

(2) 求固端弯矩 $\overline{M}$，如图 8－9，把梁看成两根独立的单跨梁。由表 8－1 查出这两种单跨梁荷载情况下的固端弯矩：

$$\overline{M}_{AB}=-\frac{Pab^2}{l^2}=-\frac{20\times3\times3^2}{6^2}=-15\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{BA}=\frac{Pa^2b}{l^2}=\frac{20\times3^2\times3}{6^2}=15\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{BC}=-\frac{2\times6^2}{8}=-9\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{CB}=0$$

将以上结果写在相应杆端的下方，见图 8－9 (b)。

在节点 B，BA 梁与 BC 梁在 B 端的固端弯矩代数和为

$$M_B=\overline{M}_{BA}+\overline{M}_{BC}=15-9=6\text{kN}\cdot\text{m}$$

(3) 分配并传递，将节点 B 的固端弯矩代数和反号得被分配的弯矩为 $-6\text{kN}\cdot\text{m}$，此弯矩按分配系数分配于两杆的 B 端（见图 8－9）；并由于 A 端为固端边支座，所以由 BA 端杆的 B 端向 A 端传递去被分得于 B 弯矩的一半；C 端由于是铰支边支座，故传递系数为零，即不向 C 端传递。

a. 分配弯矩：

$$M_{BA}=0.571\times(-6)=-3.43\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC}=0.429\times(-6)=-2.57\text{kN}\cdot\text{m}$$

b. 传递力矩：当远端为固定的边支座或为非边支座时，传递系数 $C=\frac{1}{2}$；当远端为铰支的支座时，$C=0$。所以有

$$M_{AB}=\frac{1}{2}M_{BA}=\frac{1}{2}\times(-3.43)=-1.72\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CB}=0$$

将结果按图 8－9 写出，并用箭头表示弯矩传递的方向。

(4) 将以上结果竖向叠加，即得到最后的杆端弯矩。

实际演算时，可将以上计算步骤列表进行，按图 8－9 的格式演算。最下面一行表示最后结果。注意在节点 B 应满足平衡条件：

$$\Sigma M=11.57-11.57=0$$

注意 A 端是固定边支座，只有一根杆 AB，其分配系数为 1，故它虽有固端弯矩 $\overline{M}_{AB}=-15\text{kN}\cdot\text{m}$，但不存在分配或向 B 端传递的问题，可 A 端却可以接受从 B 端传递过来的弯矩。

(5) 跨中弯矩的计算。

所谓跨中弯矩，此处系指相邻两支座间梁中点处的弯矩，每一单跨段都可以按同样的原则来确定其跨中弯矩，以 AB 段为例说明之。

a. 将 AB 梁按简支梁画出计算简图，其上的荷载有两种，一是本来存在的集中荷载，二是在它两端按弯矩分配法算出的杆端弯矩，以集中力偶的形式作用于 A、B 两杆端处。见图 8－10 (a)。

b. 将 AB 梁按两端简支梁情况下，仅作用有集中荷载时求出在中点的弯矩，如图 8－10 (b)。

$$M_{中\cdot荷载}=10\times3=30\text{kN}\cdot\text{m}$$

c. 将 *AB* 梁按两端简支梁情况下，仅在两端分别有杆端弯矩作用下求出中点的弯矩，实际上是一个几何梯形的中位线长度纵坐标，如图 8－10（c）。

$$M_{中\cdot杆端}=-\frac{16.72+11.57}{2}=-14.15\text{kN}\cdot\text{m}$$

d. 跨中点的最后结果弯矩应为 *b*、*c* 两步纵坐标的代数和。显然，梁段上的其他任一点弯矩也可以参照以上方法求出，其中点为（图 8－10d）：

$$M_{跨中}=M_{简支}+M_{杆端}$$
$$=30-14.15=15.85\text{kN}\cdot\text{m}$$

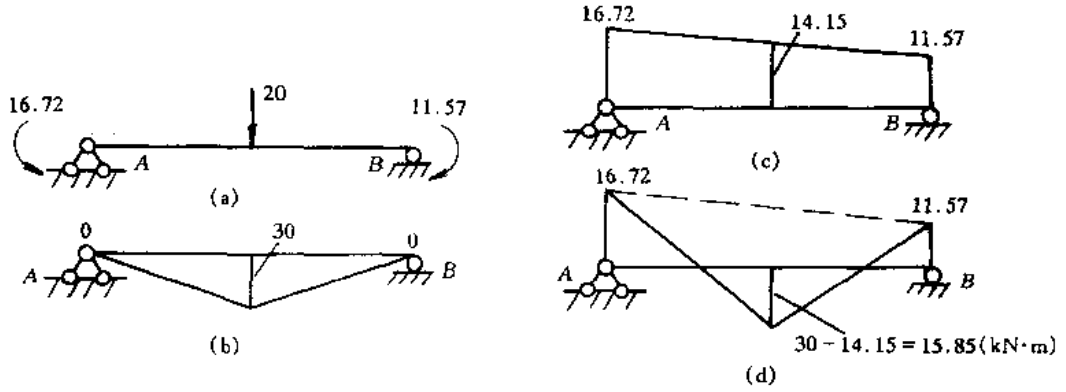


图 8－10　跨中弯矩求法示例

（6）这道例题有下面两个注意点：

a. 左端 *A* 点是固定端边支座，它的固端弯矩既不分配，也不向 *B* 端传递。但可接受 *B* 端传来的弯矩。

b. 右端 *C* 点是边铰支座，由于可以转动，所以它无杆端弯矩。也不接受 *B* 端传递过来的弯矩，或者说，*B* 端不向铰支座 *C* 传递弯矩。

在计算有多个节点的连续梁或刚架时，同样可以按上面的方法进行，不过技巧上还可以进一步将步骤合并。比如：

若将两个节点同时分配和传递，这两个节点既可相邻也可是被一个节点在当中隔开的形式。

若从不平衡力矩（即节点两侧固端弯矩的代数和）较大的节点开始，可使收敛较快。

以上方法可以使分配过程更快，分配次数减少。

（7）通过上面计算，已经把连续梁各跨的杆端弯矩和跨中弯矩算出来了。最后一步需要作出弯矩图。作图时要注意的是如何把带有正号或负号的弯矩数字表现出来它们有如下规律：

a. 用弯矩分配法列表算出的都是各杆带正号或负号的杆端弯矩，比如图 8－9 中 *AB* 杆：

在 *A* 端的杆端弯矩

$$M_{AB}=-16.72\text{kN}\cdot\text{m}$$

在 *B* 端的杆端弯矩

$$M_{BA}=11.57\text{kN}\cdot\text{m}$$

又比如 BC 杆在 B 端的杆端弯矩

$$M_{BC}=-11.57\text{kN}\cdot\text{m}$$

在 C 端的杆端弯矩

$$M_{CB}=0$$

b. 带 + 号（正号一般省略不写）的杆弯端矩使杆端作顺时针旋转，此时想象杆端往远端方向稍远一些的横截面固定不动。比如图 8－9 中 AB 杆在 B 端的杆端弯矩 $M_{BA}=+11.57\text{kN}\cdot\text{m}$，想象离 B 端稍往左处的杆截面固定不动，由于是正号杆端弯矩 $+11.57\text{kN}\cdot\text{m}$，所以它使 B 端绕这个想象中被固定的横截面作顺时针旋转。显然这个 $+11.57\text{kN}\cdot\text{m}$ 的杆端弯矩使 AB 上这小段杆件的上部纤维受拉，下部纤维受压。在第二章已经规定，我们总是把弯矩图画在杆件的受拉纤维一侧。因此 AB 杆在 B 端的杆端弯矩 $+11.57\text{kN}\cdot\text{m}$ 应画在杆的横线的上方。

c. 带负号的杆端弯矩使杆端作逆时针旋转，此时也同样想象离杆端往远端方向稍远一些的横截面固定不动。比如图 8－9 中 AB 杆在 A 端的杆端弯矩 $M_{AB}=-16.72\text{kN}\cdot\text{m}$，想象离 A 端稍往右处的杆截面固定不动，由于是负号杆端弯矩 $-16.72\text{kN}\cdot\text{m}$，所以它使 A 端绕这个现象中被固定的横截面作逆时针旋转。显然这个 $-16.72\text{kN}\cdot\text{m}$ 的杆端弯矩使 AB 上的这一“小段”杆件的上部纤维受拉，下部纤维受压。根据弯矩图总是画在受拉纤维一侧的规定，因此 AB 杆在 A 端的杆端弯矩 $-16.72\text{kN}\cdot\text{m}$ 也应画在代表杆的横线的上方。

d. 至于每一单跨上的跨中弯矩，只需凭弯矩图总是画在受拉纤维一侧这个规定和跨中弯矩的计算过程（比如图 8－10）就可以正确的决定它是画在代表杆的横线上方还是下方。比如图 8－9 中 AB 和 BC 杆的跨中弯矩就应都画在下方。

至此，对于每一单跨，都已定出了它的弯矩图上的三个点的位置，再参考本书第二章的一些例题，我们就可以正确地画出整个梁的弯矩图了。

（8）剪力的计算方法

每一单跨的杆端弯矩已用弯矩分配法求出并画出了整个结构的弯矩图以后，进一步求剪力是很容易的事情。按如下步骤进行：

a. 按每一单跨杆件分别取脱离体求剪力。把每一单跨梁看成第二章中所研究的简支梁，它的荷载有三种：

第一种是原来就作用在单跨上的荷载。比如图 8－9 中 AB 段的中点有一个 20kN 的集中力。它是已知的。

第二种是用弯矩分配法算出来的杆端弯矩。比如图 8－9 中 AB 段的 A 端有一个绕 A 端逆时针转（↺）的力偶；大小为 －16.72，负号表逆时针转，B 端有一个绕 B 端顺时针转（↻）的力偶，大小为 $11.57\text{kN}\cdot\text{m}$，正号表示顺时针转。这两个力偶也是已知的了。

第三是简支梁的两端两个支座反力，它们是未知的，由于脱离体可列出两个静力平衡方程，而支座反力也恰为两个，故可顺利解出。而这两个支座反力，就是我们要求的剪力。

杆端的剪力在这里起了“支座反力”的作用。因此，将“支座反力”用箭头表示，方向和大小假定，先不考虑它的真实指向和大小。

b. 按第一章所研究求简支梁支座反力的办法列出平衡方程可求出箭头所示力的大小和正负号。剪力大小即等于支座反力，从解方程直接得出，剪力的方向视箭头所示力的正负号

而定。

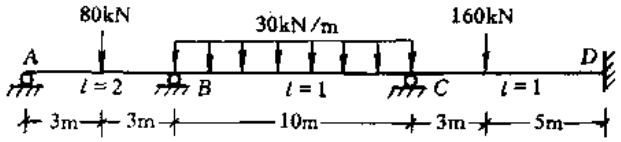
如果是正号，说明箭头指向就是真正的指向；如果是负号，说明与原假定的指向相反。

AB 段的计算简图类似本书第一章习题 1－8 中图 1－36（e），只不过跨中集中力和支座力偶的大小不一样。

c．将箭头真实指向画出后，此时的单跨梁将可以按第二章的方法作出它的剪力图。作剪力图时，杆端弯矩已无影响，故可不考虑。

关于剪力图的示例，限于篇幅从略。请读者根据上述步骤自行练习之。

例 8－2 试计算图 8－11 连续梁的杆端弯矩和跨中弯矩。并作弯矩图。



			0.6	0.4		0.5	0.5	
$\overline{M}$	0	+90.0	−250.0		+250.0	−187.5		+112.5
B		+96.0	−64.0	←	+32.0			
C			−23.6	←	−47.3	−47.3	→	−23.6
B		+14.2	+9.4	←	+4.7			
C			−1.2	←	−2.3	−2.3	→	−1.2
B		+0.7	+0.5	←	+0.25			
C					−0.125	−0.125		
M	0	+200.9	−200.9		+237.3	−237.3		+87.7

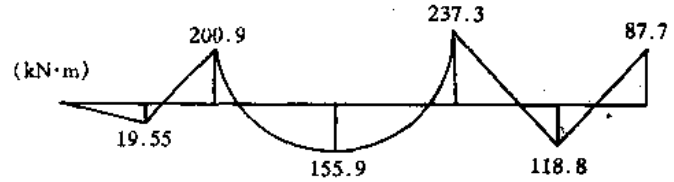


图 8－11 例题

解

（1）求固端弯矩：

$$\overline{M}_{BA}=\frac{80\times3\times3\times(6+3)}{2\times6^2}=90.0\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{BC}=-\frac{30\times10^2}{12}=-250.0\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{CB}=\frac{30\times10^2}{12}=250.0\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{CD}=-\frac{160\times3\times5^2}{8^2}=-187.5\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{DC}=\frac{160\times3^2\times5}{8^2}=112.5\text{kN}\cdot\text{m}$$

（2）求分配系数：

a．对节点 *B*，相邻两杆 *BA*、*BC* 的转动刚度：

$$S_{BA}=3i=3\times2=6$$

$$S_{BC}=4i=4\times1=4$$

所以

$$\mu_{BA}=\frac{6}{6+4}=0.6\text{（无单位）}$$

$$\mu_{BC}=1-0.6=0.4\text{（无单位）}$$

b．对节点 *C*，两相邻杆件 *CB*，*CD* 的转动刚度：

$$S_{CB}=4i=4\times1=4$$

$$S_{CD}=4i=4\times1=4$$

所以

$$\mu_{CB}=\frac{4}{4+4}=0.5\text{（无单位）}$$

$$\mu_{CD}=1-0.5=0.5\text{（无单位）}$$

（3）分配结果见图 8－11。

（4）求跨中弯矩：

a．对 *AB* 跨：

$$M_{跨中}=\frac{80\times6}{4}-\frac{0+200.9}{2}=19.55\text{kN}\cdot\text{m}$$

b．对 *BC* 跨：

$$M_{跨中}=\frac{30\times10^2}{8}-\frac{200.9+237.3}{2}=155.9\text{kN}\cdot\text{m}$$

c．对 *CD* 跨见图 8－12。

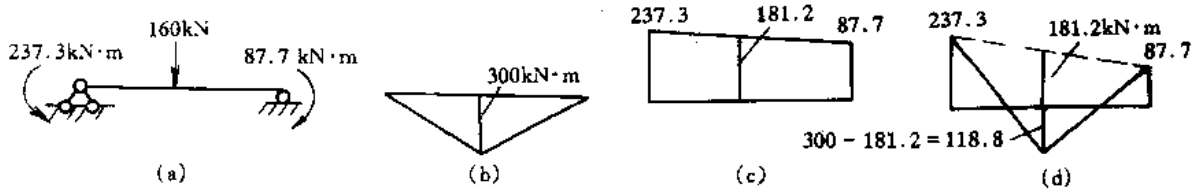


图 8－12　跨中弯矩求法示例

在集中力作用下，*CD* 跨的最大跨间弯矩发生在集中力 $P=160\text{kN}$ 作用点。

（*a*）在集中力作用下，该点的简支梁弯矩（图 8－12b）

$$M_1=\frac{160\times3\times5}{8}=300\text{kN}\cdot\text{m}$$

（*b*）在杆端弯矩作用下，该点的负弯矩为（图 8－12c）

$$M_2=-\left(87.7+\frac{5\times(237.3-87.7)}{8}\right)=-181.2\text{kN}\cdot\text{m}$$

（*c*）该点的弯矩为 M_1 与 M_2 的代数和（图 8－12d），图中两个纵坐标略有错动是为了标数方便而故意夸张的，实际上两个坐标在同一直线上。

$$M_{跨中}=300-181.2=118.8\text{kN}\cdot\text{m}$$

（5）作出连续梁的弯矩图如图 8－11。

例 8－3　求图 8－13 所示连续梁的杆端弯矩。为了简便，跨中弯矩未求，方法详见例 8－1和例 8－2。读者请自行完成。

解

(1) 求固端弯矩：

$$\overline{M}_{AB}=0$$

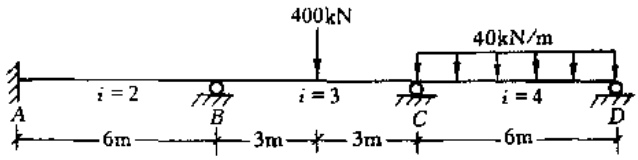
$$\overline{M}_{BA}=0$$

$$\overline{M}_{BC}=-\frac{400\times3\times3^2}{6^2}=-300\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{CB}=+\frac{400\times3^2\times3}{6^2}=+300\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{CD}=-\frac{40\times6^2}{8}=-180\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{DC}=0$$



		0.4	0.6		0.5	0.5	
M	0	0	−300	+300	−180	0
B	+60 ←	+120	+180	→ +90		
C			−52.5	→ −105	−105	
B	+10.5 ←	+21.0	+31.5	→ +15.75		
C			−3.94	→ −7.88	−7.88	
B	+0.79 ←	+1.58	+2.36	→ +1.18		
C			−0.30	→ −0.59	−0.59	
B	+0.06 ←	+0.12	+0.18	→ +0.09		
C			−0.02	→ −0.04	−0.04	
B		+0.01	+0.01			
M	+71.35	+142.71	−142.71	+293.51	−293.51	0

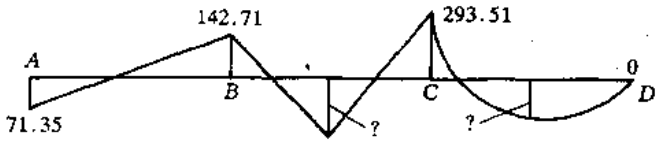


图 8－13 例题

(2) 求分配系数：

a.

$$\mu_{BA}=\frac{4\times2}{4\times2+4\times3}=0.4$$

$$\mu_{BC}=\frac{4\times3}{4\times2+4\times3}=0.6$$

b.

$$\mu_{CB}=\frac{4\times3}{4\times3+3\times4}=0.5$$

$$\mu_{CD}=1-0.5=0.5$$

(3) 分配结果如图示 8－13。

例 8－4 试用力矩分配法计算图 8－14 (a) 所示等截面连续梁的各杆端弯矩。并作弯矩图。已知各杆 EI 值为：AB 为 6，BC 为 4，CD 为 4，DE 为 6。

解 此梁的悬壁 EF 为一静定部分，该部分的内力根据静力平衡条件便可求得：$M_{EF}=-40\text{kN}\cdot\text{m}$，$V_{EF}=20\text{kN}$。若将该悬壁部分去掉，而将 M_{EF} 和 V_{EF} 作为外力作用于节点 E，

图 8－14 (b)，节点 E 便化为铰支端，整个计算即可按此考虑。计算分配系数时，其中

$$\mu_{DC}=\frac{4\times4}{4\times4+3\times6}=0.471$$

$$\mu_{DE}=\frac{3\times6}{4\times4+3\times6}=0.529$$

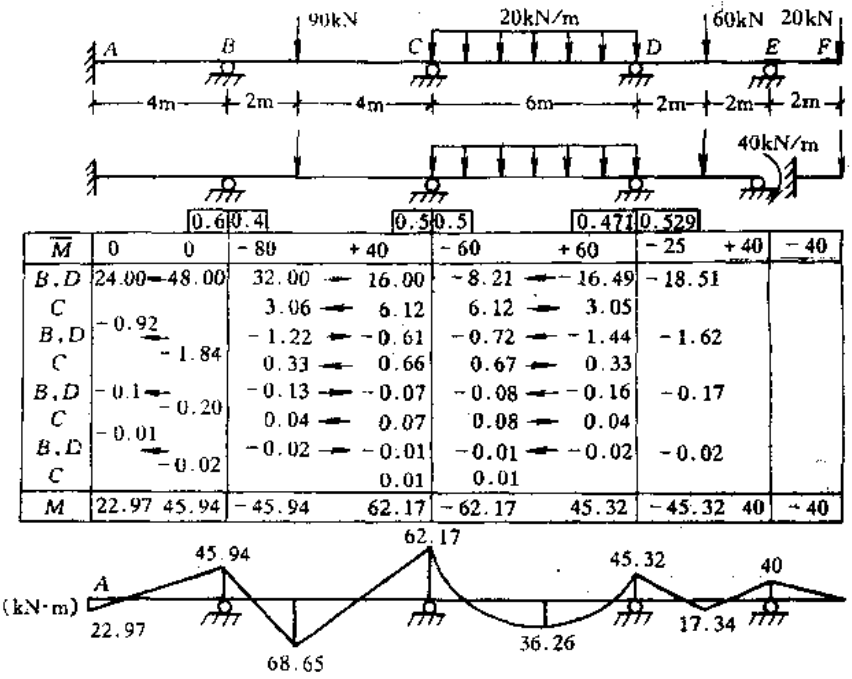


图 8－14　例题

计算固端弯矩时，对杆 DE，将相当于一端固定另一端铰支的单跨梁，除跨中受集中力作用外，并在铰支端 E 处受一集中力和一集中力偶的作用。其中作用在 E 端的集中力为支座直接承受，在梁内不引起弯矩，而 E 端的力偶 40kN·m 将使杆 DE 引起固端弯矩，其值为 DE 跨在 E 端的固端弯矩 $\overline{M}_{ED}$ 与 EF 跨在 E 端的固端弯矩 $\overline{M}_{EF}$ 之代数和，即

$$M_{DE}=-\frac{60\times2\times2\times(4+2)}{2\times4^2}+\frac{1}{2}\times40=-25\text{kN}\cdot\text{m}$$

至于其余的固端弯矩都可按表 8－6 求得，毋需赘述。分配及弯矩图详见图 8－14。

下面是用弯矩分配法解垂直荷载作用下刚架的例子。

例 8－5　求图 8－15 所示刚架的弯矩图。

解

(1) 转动刚度：

因　$i_{BA}=\dfrac{4}{4}=1$，　　故 $S_{BA}=3i_{BA}=3$

$i_{BC}=\dfrac{5}{5}=1=i_{CB}$，$S_{BC}=S_{CB}=4i_{BC}=4$

$i_{CD}=\dfrac{4}{4}=1$，　　$S_{CD}=3i_{CD}=3$

$i_{BE}=\dfrac{3}{4}$，　　$S_{BE}=4i_{BE}=4\times\dfrac{3}{4}=3$

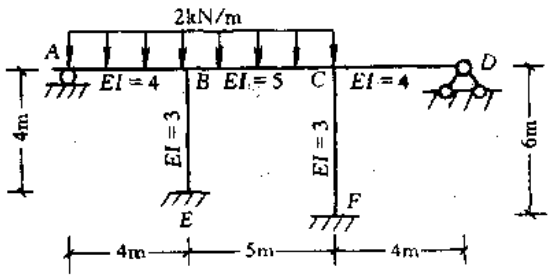


图 8－15　例题

$$i_{CF}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2},\qquad S_{CF}=4i_{CF}=4\times\frac{1}{2}=2$$

(2) 分配系数：

节点 B：$\Sigma S=S_{BA}+S_{BC}+S_{BE}=3+4+3=10$

$$\mu_{BA}=\frac{3}{10}=0.3,\ \mu_{BC}=\frac{4}{10}=0.4,\ \mu_{BE}=\frac{3}{10}=0.3$$

节点 C：$\Sigma S=S_{CB}+S_{CD}+S_{CF}=4+3+2=9$

$$\mu_{CB}=\frac{4}{9}=0.445,\ \mu_{CD}=\frac{3}{9}=0.333,\ \mu_{CF}=\frac{2}{9}=0.222$$

(3) 固端弯矩：由于只有梁有外荷载，故也只有梁才有固端弯矩，它们为

$$\overline{M}_{BA}=+\frac{ql^2}{8}=+\frac{2\times4^2}{8}=+4\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{BC}=-\frac{ql^2}{12}=-\frac{2\times5^2}{12}=-4.17\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{CB}=+4.17\text{kN}\cdot\text{m}$$

(4) 力矩分配：按 C、B 顺序分配两轮，计算见图 8－16 (a)，放松节点的次序可以任取，并不影响最后的结果。但为了缩短计算过程，最好先放松不平衡力矩较大的节点，在本例中，先放松节点 C 较好。

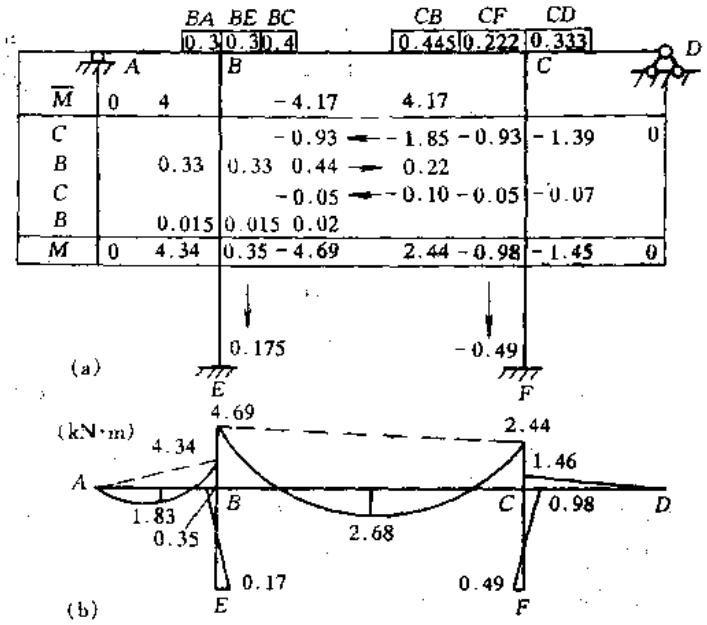


图 8－16 例题

(5) 作弯矩图，见图 8－16 (b)。

例 8－6 试求图 8－17 (a) 所示等截面刚架各杆的杆端弯矩。

解 首先算出各杆的固端弯矩：

$$\overline{M}_{BA}=\frac{1}{8}\times30\times4^2=60\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{BD}=-\frac{100\times3\times2^2}{5^2}=-48\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{DB}=\frac{100\times3^2\times2}{5^2}=72\text{kN}\cdot\text{m}$$

再算出各杆的分配系数（将转动刚度 S 合并在式中计算了）

$$\mu_{BA}=\frac{3\times2}{3\times2+4\times1.5+4\times2}=0.3$$

$$\mu_{BC}=\frac{4\times2}{3\times2+4\times1.5+4\times2}=0.4$$

$$\mu_{BD}=\frac{4\times1.5}{3\times2+4\times1.5+4\times2}=0.3$$

显而易见，汇交于任一节点的各杆的分配系数总和应等于 1，可据此进行校核。

力矩分配法的计算可列成表格进行，如图 8－17（b）所示。

刚架的弯矩图见图 8－17（c）。

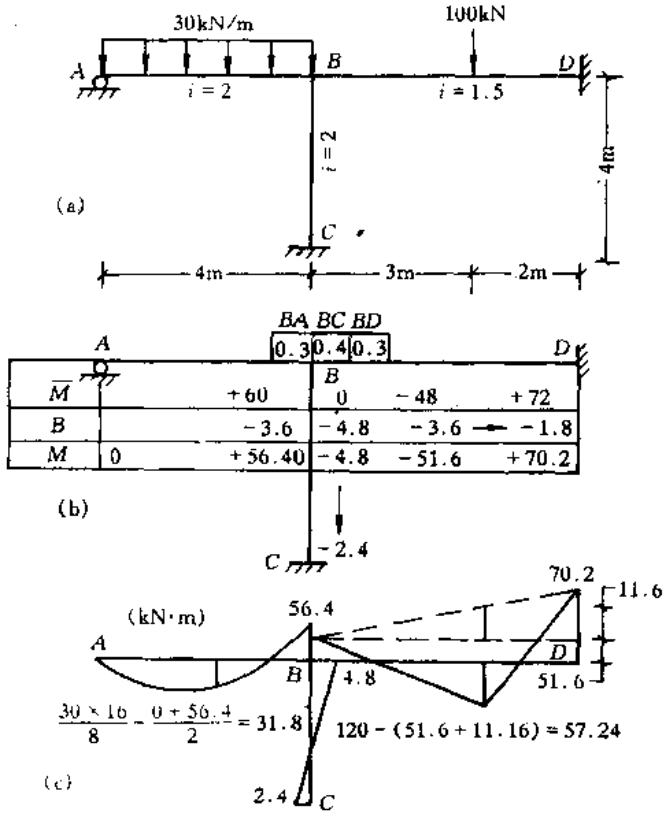


图 8－17　例题

例 8－7　用力矩分配法计算图 8－18 所示刚架各杆的杆端弯矩，并绘制弯矩图。E＝常数。

解　计算分配系数。

$$S_{BA}=3\times\frac{4}{4}=3$$

$$S_{BE}=4\times\frac{3}{4}=3$$

$$S_{BC}=S_{CB}=4\times\frac{5}{5}=4$$

$$S_{CF}=4\times\frac{3}{6}=2$$

$$S_{CD}=4\times\frac{4}{4}=4$$

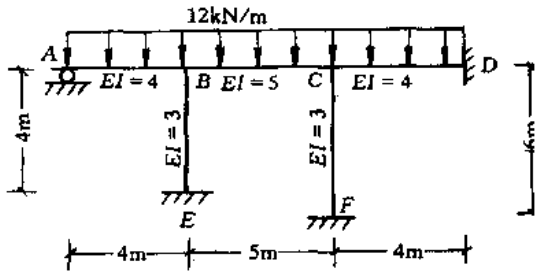


图 8-18 例题

所以

$$\mu_{BA}=\frac{2}{3+3+4}=0.3,\qquad \mu_{CB}=\frac{4}{4+2+4}=0.4$$

$$\mu_{BE}=\frac{3}{3+3+4}=0.3,\qquad \mu_{CF}=\frac{2}{4+2+4}=0.2$$

$$\mu_{BC}=\frac{4}{3+3+4}=0.4,\qquad \mu_{CD}=\frac{4}{4+2+4}=0.4$$

计算固端弯矩：

$$\overline{M}_{BA}=+\frac{12\times4^2}{8}=+24\text{kN·m}\qquad \overline{M}_{CD}=-\frac{12\times4^2}{12}=-16\text{kN·m}$$

$$\overline{M}_{BC}=-\frac{12\times5^2}{12}=-25\text{kN·m}\qquad \overline{M}_{DC}=+\frac{12\times4^2}{12}=+16\text{kN·m}$$

$$\overline{M}_{CB}=+\frac{12\times5^2}{12}=+25\text{kN·m}$$

弯矩分配见图 8-19（b）。

最后绘出弯矩图如图 8-19（c）。

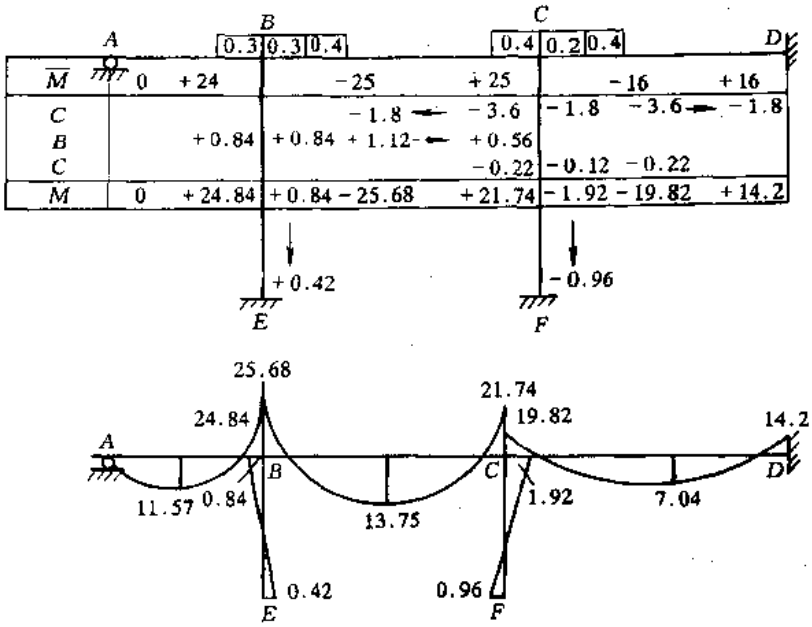


图 8-19 例题

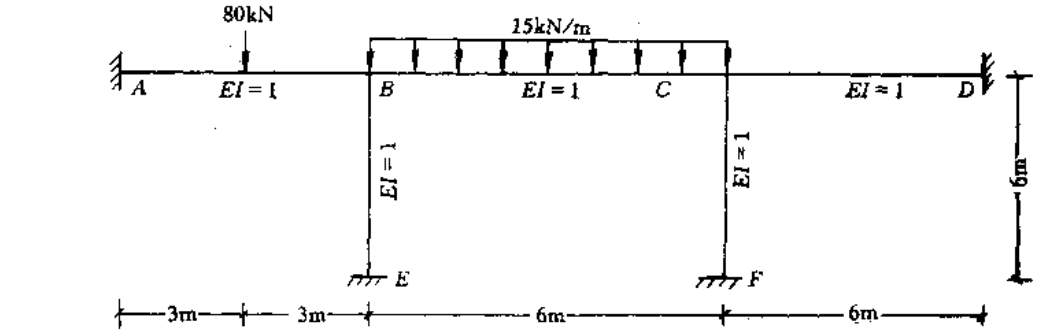
例 8-8 用力矩分配法计算图 8-20 所示刚架。已知 EI 各杆相同。

固端弯矩 $\overline{M}$、转动刚度 S 和分配系数 μ 求法读者已经熟悉，故从略。

五、讨论

用弯矩分配法分析刚架前，要画出结构计算简图，这就涉及到杆件在支座节点上的化

简。由于结构相邻部分是互为支座的（见本书第三章），支座的相互作用不仅取决于构造作法，也与它们的相对线刚度 i 有关系：



	1/3	1/3	1/3			1/3	1/3	1/3	
	A		B			C			D
$\overline{M}$	−60	+60	−45		+45				
C			−7.5	←	15.0	−15.0	−15.0	→	−7.5
B	−1.25	← −2.5	−2.5	−2.5	→ −1.25				
C			0.21	←	0.42	0.42	0.42	→	0.21
B	−0.04	← −0.07	−0.07	−0.07	→ −0.04				
C					0.01	0.01	0.01		
M	−61.29	+57.43	−2.57	−54.86	+29.14	−14.57	−14.57		−7.29

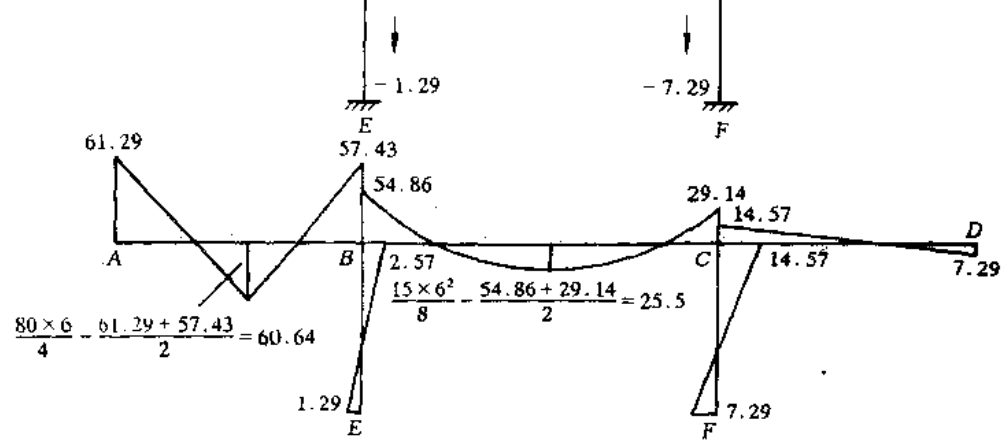


图 8－20　例题

（1）当刚架竖柱比横梁的线刚度大很多时，即 $i_{柱}\gg i_{梁}$，则 $\frac{i_{柱}}{\Sigma i_{柱}+\Sigma i_{梁}}$ 接近于 1（如 $i_{柱}\geqslant 20i_{梁}$，误差在 5% 以内）。杆端弯矩接近于固端弯矩。此时，竖柱对横梁而言，起固定支座的作用。也就是说，在这种情况下，每相邻两个节点之间的横梁，可以当作两端固定的单跨梁来计算，不必用弯矩分配法来求解了。

（2）当刚架横梁比竖柱的线刚度大很多时，即 $i_{梁}\gg i_{柱}$，则 $\frac{i_{柱}}{\Sigma i_{柱}+\Sigma i_{梁}}$ 接近于零（如 $i_{梁}\geqslant 20i_{柱}$，误差在 5% 以内）。端弯矩接近于零。此时，竖柱对横梁而言，起铰支座的作用。这种情况下，横梁的每个支座都将视作铰支座（习惯上是一个固定铰支座，其余则为活动铰支座），横梁演化为一根以柱为支点的连续梁，用弯矩分配法可求出每一杆端弯矩。

（3）当 $\frac{i_{柱}}{\Sigma i_{柱}+\Sigma i_{梁}}$ 介于上述两者之间时，其计算简图为刚架，用弯矩分配法求解。

第五节 弯矩分配法与电算结果的比较

在求连续梁和刚架在承受垂直荷载作用下的弯矩 M 时，读者必然会关心它的计算结果的精确度如何？为此，编者将本章的例题用结构矩阵分析法通过电子计算机分别算出了结果，按例题编号作对比如下，读者将发现用弯矩分配法的结果是令人十分满意的。

其中未加括号的弯矩数值是用弯矩分配法的计算结果，括号中的弯矩数值是电算结果。见图 8－21，单位均为 kN·m。

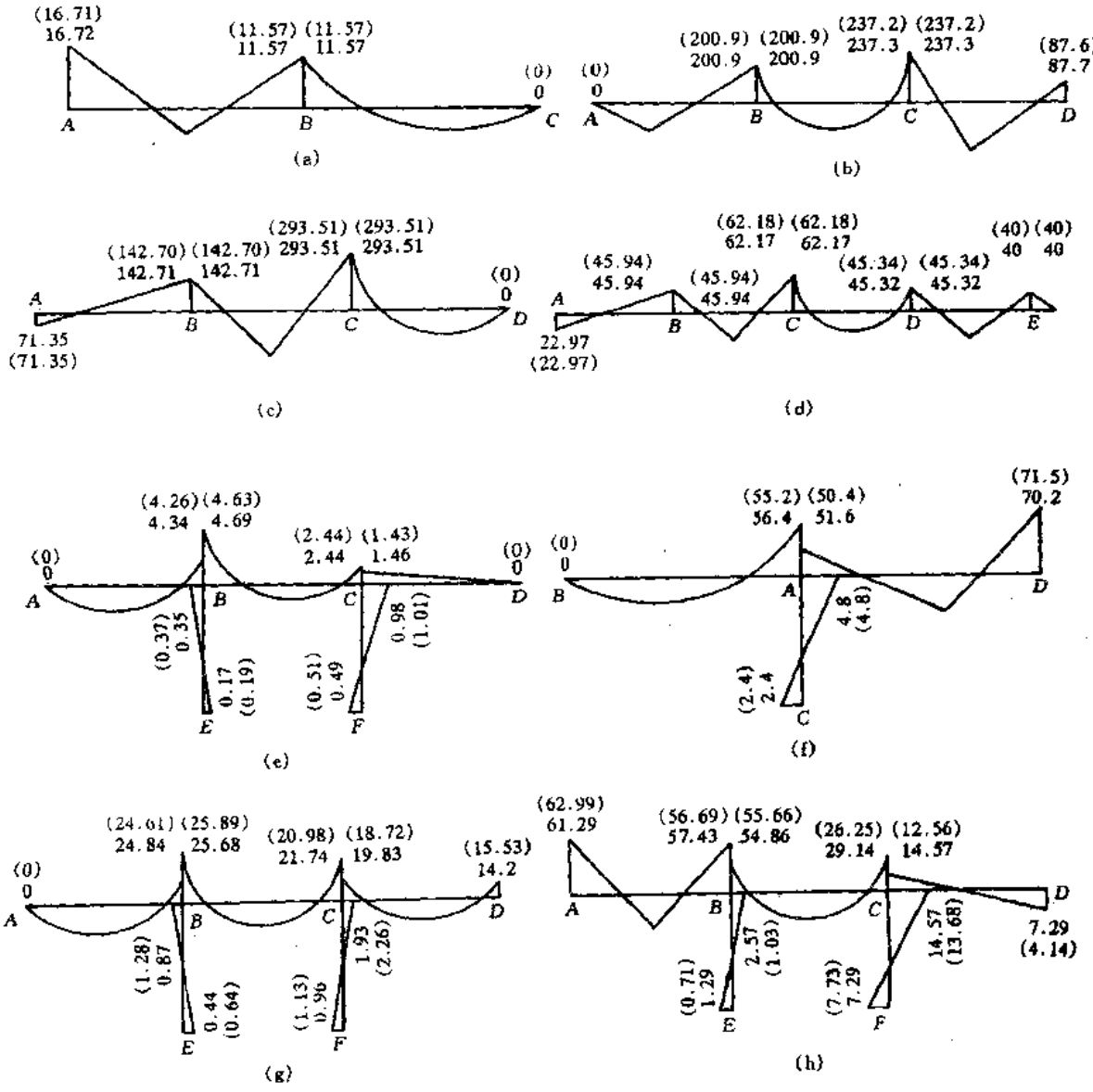


图 8－21 弯矩分配法与电算比较

(a) 例 8－1；(b) 例 8－2；(c) 例 8－3；(d) 例 8－4；(e) 例 8－5；(f) 例 8－6；(g) 例 8－7；(h) 例 8－8

第六节　等跨连续梁的内力查表计算及举例

在前节中，我们讨论了用弯矩分配法解连续梁弯矩问题。为了减少工程设计中的计算工作量，对于等跨连续梁（板）的内力计算，已根据这些方法，制成各种图表形式，本节将介绍等跨连续梁弯矩系数表的用法。

计算表格中的内力系数是根据等跨连续梁计算的，但对于近似等跨（即跨度相差不超过10%）的连续梁（板）仍可适用。不过在计算支座弯矩时，计算跨度应取相邻两跨跨度的平均值，计算跨中弯矩及剪力时，则分别取本跨的计算跨度。

为了计算内力，首先应确定结构的计算简图。现浇梁、板结构主要特点是板、梁往往多跨连续。现结合图8－22来讨论连续梁（板）结构的计算简图。

一、荷载

（1）对于现浇板，通常取宽度为1m的板带作为计算单元，见图8－22（b），将它作为一根以次梁为铰支座的连续梁来分析内力。此时这根连续梁上的荷载即为1m宽度的板上的荷载，它包括作用于板带上的永久荷载（如1m宽板的自重），板带上的均布或集中（如设备）性的可变荷载。

（2）对于现浇次梁 L_1，如图8－22（c）此时为单跨梁，由于两端支座并不十分刚性，故将其视为单跨简支梁。次梁上的荷载取相邻板跨中线所分割出来的面积作为它的受荷面积，上面的荷载为次梁自重及受荷面积上的板传来的荷载。

（3）对于主梁，图8－22（d）、（e），有两根，一根为三跨连续梁 L_2，另一根为单跨简支梁 L_3。主梁承受其自重及次梁传来的集中荷载。考虑到其自重虽为均布荷载（kN/m），但它与次梁传来的荷载相比较往往较小，为了简化计算，一般将均布的自重化为几个集中荷载，与次梁的集中荷载合并计算。

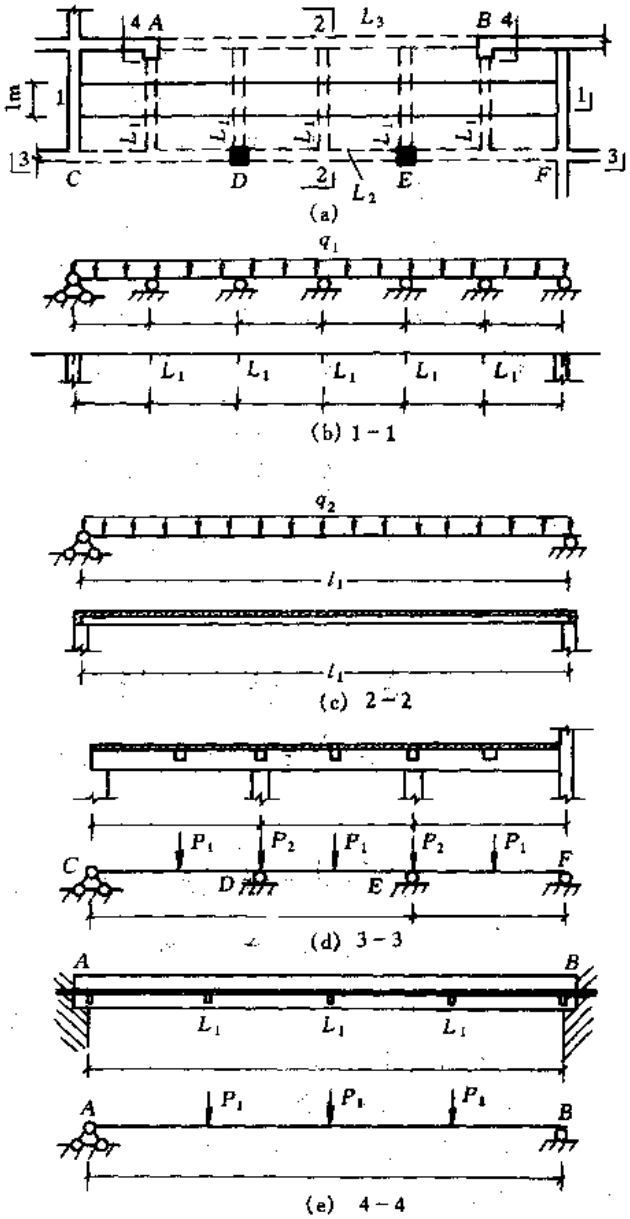


图8－22　梁、板计算简图

二、支座

板以次梁或墙为支座，次梁以主梁或墙为支座，主梁以柱或墙为支座。当支座是砖墙或砖柱时，支座可取为铰支座；当支座是钢

筋混凝土梁或柱时，支座的嵌固作用比以砖墙或砖柱为支座时要大，但为了简化计算，往往也取作铰支座。

三、计算跨度与跨数

在一般情况下，连续板，梁的计算跨度可采用两支座中心线之间的距离。

等跨度的梁、板，当跨数多于五跨（如图 8－22（b）中的板为六跨）时，可按五跨计算，即取两头各两跨及中间任一跨，并将中间这一跨的内力值作为原来各中间跨的内力值，这样既方便计算，且误差很小。

四、可变荷载最不利布置的原则

（1）对于连续梁，永久荷载是经常存在的，满布于各跨；可弯荷载则不是经常存在的，且不一定是满布于各跨。为了保证结构的安全，就需要研究活荷载在怎样的布置下，梁的跨中或支座将产生最大的内力，即所谓连续梁活荷载的最不利位置问题。

需要注意，可变荷载并不是每跨都作用时连续梁才产生最不利的内力。

（2）跨中最大正弯矩时的可变荷载位置：

欲求连续跨某跨跨中最大正弯矩时，除该跨应布置可变荷载外，其余各跨则隔一跨布置可变荷载，如图 8－23（a）、（b）所示的情况。

（3）支座最大负弯矩时的可变荷载位置：

欲求连续梁其支座的最大负弯矩时，除该支座左右相邻两跨布置可变荷载外，其余各跨则隔一跨布置可变荷载，如图 8－23（c）～（f）。

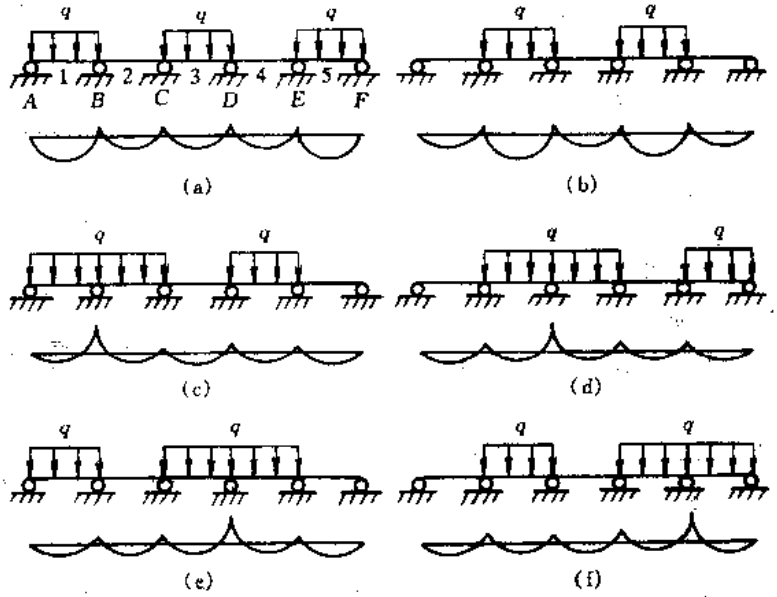


图 8－23 求跨中最大弯矩及支座最大负矩弯时的可变载荷最不利位置

由上面所叙述的求可变荷载作用下连续梁的最不利弯矩规律性很容易记忆，但是实际设计中由于计算要多步才能完成而显得麻烦，因此介绍下面的一种查表方法。

活荷载的最不利布置和恒载的满跨按实际情况布置，这样一个原则已包含在所制的表 8－2，表 8－3 中。

只要按表 8－2 和表 8－3 计算，所得出的弯矩和剪力结果就符合了本节第四条所述的可变荷载取不利布置。然后把连续梁在同一横坐标上的弯矩（由永久荷载和可变荷载产生的弯

矩）相加、剪力（由永久荷载和可变荷载产生的剪力）相加，就求出了连续梁最不利的弯矩之和。

表 8－2　2～5 跨连续梁的弯矩系数表

永久荷载	2～5 跨连续梁弯矩系数	可变荷载	2～5 跨连续梁的弯矩系数（已按最不利组合）
$W=ql$	0.125 0.070　0.070 0.100　0.100 0.080　0.025　0.080 0.107　0.107　0.107 0.077　0.036　0.036　0.077 0.105　0.079　0.079　0.105 0.078　0.034　0.046　0.034　0.078	$W=ql$	0.125 0.096　0.096 0.117　0.117 0.101　0.075　0.101 0.116　0.107　0.116 0.099　0.081　0.081　0.099 0.116　0.107　0.107　0.116 0.100　0.079　0.086　0.079　0.100
$W=P$	0.188 0.156　0.156 0.150　0.150 0.175　0.100　0.175 0.161　0.107　0.161 0.170　0.116　0.116　0.170 0.158　0.119　0.119　0.158 0.171　0.112　0.131　0.112　0.171	$W=P$	0.188 0.203　0.203 0.175　0.175 0.213　0.175　0.213 0.174　0.161　0.174 0.210　0.183　0.183　0.210 0.174　0.160　0.160　0.174 0.211　0.181　0.191　0.181　0.211
$W=2P$	0.167 0.111　0.111 0.134　0.134 0.122　0.033　0.122 0.143　0.096　0.143 0.119　0.056　0.056　0.119 0.141　0.106　0.106　0.141 0.120　0.050　0.061　0.050　0.120	$W=2P$	0.167 0.139　0.139 0.156　0.156 0.144　0.100　0.144 0.155　0.143　0.155 0.143　0.111　0.111　0.143 0.155　0.142　0.142　0.155 0.143　0.108　0.114　0.108　0.143

注：①计算公式 $M=$表中系数$\cdot W\cdot l$；

②横线上系数表支座负弯矩，横线下系数跨中正弯矩；

③可变荷载下的弯矩系数已考虑最不利组合，得出即为最不利弯矩。

按表 8－2 可求得 2～5 等跨连续梁在永久荷载或可变荷载作用下梁在每个单跨的最不利弯矩。其中横线上的数字是计算支座弯矩用的，横线下的数字是计算梁跨中弯矩用的。

计算公式为　　$M=$表中系数$\cdot W\cdot l$

按表 8－3 可求得 2～5 等跨连续梁在永久荷载或可变荷载作用下梁在每个单跨的最不利剪力。其中数字位置均表示梁的支座附近位置的剪力系数。

计算公式为　　$V=$表中系数$\cdot W$

例 8－9　试利用表 8－2、表 8－3 计算图 8－24 的三跨连续梁最大跨中正弯矩和最大支座负弯矩，同时计算每个支座两侧的最大剪力绝对值。已知永久荷载为作用于全长上的均布荷载 $q_{永久}=15\text{kN/m}$，可变荷载为按不利组合布置的均布荷载，$q_{可变}=7.5\text{kN/m}$。

解　最大支座负弯矩发生在 B 点或 C 点（表 8－2）

表 8-3 2~5 跨连续梁的剪力系数表

永久荷载	2~5 跨连续梁的剪力系数	可变荷载	2~5 跨连续梁的剪力系数（已按最不利组合）
$W=ql$	0.4 0.6 0.53 0.47 0.5 0.5 0.47 0.53 0.6 0.4 0.393 0.607 0.536 0.464 0.464 0.536 0.607 0.393 0.4 0.6 0.5 0.5 0.6 0.4 0.375 0.625 0.625 0.375	$W=ql$	0.45 0.62 0.6 0.58 0.59 0.59 0.58 0.6 0.62 0.45 0.45 0.62 0.6 0.57 0.57 0.6 0.62 0.45 0.45 0.62 0.58 0.58 0.62 0.45 0.44 0.63 0.63 0.44
$W=P$	0.34 0.65 0.54 0.46 0.5 0.5 0.46 0.54 0.65 0.34 0.34 0.66 0.55 0.45 0.45 0.55 0.66 0.34 0.35 0.65 0.5 0.5 0.65 0.35 0.31 0.69 0.69 0.31	$W=P$	0.42 0.69 0.65 0.62 0.64 0.64 0.62 0.65 0.69 0.43 0.42 0.68 0.65 0.61 0.61 0.65 0.68 0.42 0.43 0.68 0.63 0.63 0.68 0.43 0.41 0.7 0.7 0.41
$W=2P$	0.36 0.64 0.54 0.47 0.5 0.5 0.47 0.53 0.64 0.36 0.36 0.64 0.55 0.46 0.46 0.55 0.64 0.36 0.37 0.64 0.5 0.5 0.64 0.37 0.34 0.67 0.67 0.34	$W=2P$	0.43 0.66 0.63 0.6 0.62 0.62 0.6 0.63 0.66 0.43 0.43 0.66 0.64 0.6 0.6 0.64 0.66 0.43 0.44 0.66 0.61 0.61 0.66 0.44 0.42 0.67 0.67 0.42

注：①计算公式 $V=$表中系数$\cdot W$；

②表中系数表示支座附近的剪力绝对值；

③可变荷载下的剪力系数已按最不利组合，得出即为最不利剪力。

$$M_{支座max}=-0.100\times W_{永久}\cdot l-0.117\times W_{可变}\cdot l$$
$$=-0.100\times(15\times3)\times3-0.117\times(7.5\times3)\times3=-21.40\text{kN}\cdot\text{m}$$

最大跨中正弯矩发生在 AB 或 CD 跨中点（表 8-2）

$$M_{跨中max}=0.080\times W_{永久}l-0.101\times W_{可变}l$$
$$=0.080\times(15\times3)\times3+0.101\times(7.5\times3)\times3=17.62\text{kN}\cdot\text{m}$$

各支座最大剪力绝对值为（表 8-3）

$$V_{A右}=V_{D左}=0.4\times W_{永久}+0.45\times W_{可变}=0.4\times15\times3+0.45\times7.5\times3=28.125\text{kN}$$

$$V_{B左}=V_{C右}=0.6\times W_{永久}+0.62W_{可变}=0.6\times15\times3+0.62\times7.5\times3=40.95\text{kN}$$

$$V_{B右}=V_{C左}=0.5\times W_{永久}+0.58W_{可变}=0.5\times15\times3+0.58\times7.5\times3=35.85\text{kN}$$

例 8-10 试利用表 8-2，表 8-3 计算三跨连续梁，（图 8-25）支座最大负弯矩和跨中最大正弯矩，并求出全梁上的最大剪力。已知集中永久荷载 $P=10\text{kN}$ 作用于每跨跨中，集中可变荷载 $P=20\text{kN}$ 按不利组合作用于可能跨跨中。

解 支座最大负弯矩（表 8-2）

$$M_{支座max}=-0.150W_{永久}\cdot l-0.175W_{可变}\cdot l$$

$$= -0.150\times10\times3-0.175\times20\times3=-15\text{kN}\cdot\text{m}$$

跨中最大正弯矩（表 8－2）

$$M_{跨中max}=0.175W_{永久}\cdot l+0.213W_{可变}\cdot l$$
$$=0.175\times10\times3+0.213\times20\times3=18.03\text{kN}\cdot\text{m}$$

全长最大剪力发生在支座 $B_{左}$ 和 $C_{右}$（表 8－3）

$$V_{max}=0.65W_{永久}+0.68W_{可变}$$
$$=0.65\times10+0.68\times20=20.1\text{kN}$$

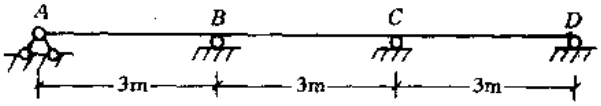


图 8－24　例题

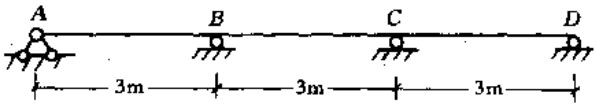


图 8－25　例题

例 8－11　将例 8－10 中的集中永久荷载 $P=10\text{kN}$ 作用于每跨的三等分点处，集中可变荷载按不利位置作用于可能跨的三等分点处，$P=20\text{kN}$。求最大正、负弯矩和剪力。

解　支座最大负弯矩发生在 B、C 两处（表 8－2），

$$M_{支座max}=-0.134W_{永久}\cdot l-0.156W_{可变}\cdot l$$
$$=-0.134\times(10+10)\times3-0.156\times(20+20)\times3=-26.76\text{kN}\cdot\text{m}$$

跨中最大正弯矩发生在 AB 跨和 CD 跨的中点（表 8－2），

$$M_{跨中max}=0.122W_{永久}\cdot l+0.144W_{可变}\cdot l$$
$$=0.122\times(10+10)\times3-0.144\times(20+20)\times3=24.6\text{kN}\cdot\text{m}$$

全梁的最大剪力发生在 $B_{左}$ 和 $C_{右}$（表 8－3），

$$V_{max}=0.64W_{永久}+0.66W_{可变}$$
$$=0.64\times2\times10+0.66\times2\times20$$
$$=39.2\text{kN}$$

第七节　小　　结

一、弯矩分配法是结构工程设计者十分乐于使用的一种方法，按下面步骤进行

（1）对于各节点按各杆的转动刚度 S 计算其分配系数 μ 并确定其传递系数 C。

1）分配系数 $\mu=\dfrac{S}{\Sigma S}=\dfrac{\text{某杆端的转动刚度}}{\text{同一节点上各杆端转动刚度之和}}$

转动刚度即杆件端截面转动一单位角度时所需的力矩值。

对远端相同的情况，分配系数可简化为

$$\mu=\frac{S}{\Sigma S}=\frac{i}{\Sigma i}$$

其中 $i=\dfrac{E\cdot I}{l}$，叫做线刚度。详见本书第七章。

2）注意对于端部是固定支座的节点不存在分配和向它端传递的问题，但可能有固端弯矩，也可接收传递过来的力矩。对于端部是铰支座的节点既无固端弯矩也不接受他端传递来的力矩。

（2）计算各杆的固端弯矩 $\overline{M}$，一般可以查表 8－1 求出。

(3) 逐次循环地放松各节点以使弯矩平衡。每平衡一个节点时，按分配系数将不平衡力矩反号分配于各杆端，然后将各杆端所得的分配弯矩乘以传递系数传递至另一端。将此步骤循环运用至各节点上的传递弯矩小到可以略去而不需传递时为止。工程上一般传两个循环。

(4) 将各杆端的固端弯矩与历次的分配弯矩和传递弯矩代数和相加，即得各杆端的最后弯矩。

(5) 将最后的计算结果画成弯矩图时，出现一个把带有正号或负号的杆端弯矩画在梁轴线的上侧或下侧的问题。请参阅例 8－1 中的详细说明。

(6) 弯矩分配法对计算垂直荷载作用下的连续梁和刚架的弯矩有很高的精确度。

二、与静定结构相比，超静定结构具有下列特性

(1) 在静定结构中，除荷载以外，其他因素如温度改变、支座移动，制造误差、材料收缩等，都不致引起内力。但在超静定结构中，则这些因素的影响都可能引起内力。这是因为超静定结构由于这些因素所引起的变形在其发生过程中，一般将遭受多余联系的约束，因而相应地产生了内力。

(2) 静定结构的内力只按静力平衡条件即可确定，其值与结构的材料性质和截面尺寸无关。超静定结构的全部反力和内力如只按静力平衡条件则无法确定，还必须同时考虑变形谐调条件（即各部分的变形必须符合原结构的联接条件和支承条件）才能得出确定的解答，故超静定结构的内力状态与结构的材料性质和截面尺寸有关。在荷载作用下，超静定结构的内力只与各杆刚度的相对比值有关，而与其绝对值无关；在温度改变、支座移动等因素影响下，超静定结构的内力则与各杆刚度的绝对值有关，并且一般是与各杆刚度的绝对值成正比的。

(3) 由于超静定结构是具有多余联系的几何不变体系，所以在其多余联系被破坏以后，仍能保持其几何不变性，并具有一定的承载能力；而静定结构在任一联系被破坏后，即成为几何可变体系，因而不能再承担荷载。所以超静定结构具有一定的抵御突然破坏的防护能力。

(4) 超静定结构的内力分布比静定结构要均匀些，内力的峰值也要小些。从结构的刚度来看，超静定结构的最大挠度值要比相应的静定结构的挠度小。

计算超静定结构的基本方法是力法和位移法，这两种方法通常都需要建立和求解联立方程，其基本未知量的多少是影响计算工作量的主要因素。

弯矩分配法是位移法的变体，它避免了建立和解算联立方程的工作，并且是直接计算杆端弯矩，又适合于手算，所以对于无节点线位移的刚架和连续梁来说是一种简捷而方便的方法。

在分析超静定结构时，计算方法的选择需根据具体的结构型式和其他条件来决定，尤其与所使用的计算工具有关。对非结构专业来说，特别是对建筑学专业，不可能花大量的精力去从事对超静定结构的矩阵分析，因此，弯矩分配法这样简明适用的方法就更有它的实际意义。一方面，弯矩分配法可以满足对一般正式结构设计的要求；另一方面，可以使建筑师加强对结构的概念设计。所以其优越性是显而易见的。

三、弯矩分配法在计算连续梁和刚架的杆端弯矩过程中，都涉及到要求单跨梁的固端弯矩 $\overline{M}$，请见表 8－1

习　题

8－1　什么叫杆件的单位刚度？什么叫转动刚度？两者之间有什么关系？在图 8－25 中，能否说由于杆 BC 的横截面较大，所以它的单位刚度和转动刚度必大于杆 AB？

8－2　什么叫弯矩分配系数？它与单位刚度或转动刚度有何关系，在计算分配系数时，在什么情况下杆件的单位刚度或转动刚度要调整？

8－3　什么叫传递弯矩和传递系数？传递系数是否必等于$\frac{1}{2}$。

8－4　试用弯矩分配法计算图 8－27 示连续梁各杆端弯矩，并绘出弯矩图。梁中各跨截面相同。

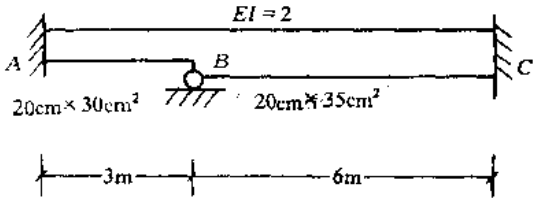


图 8－26　习题

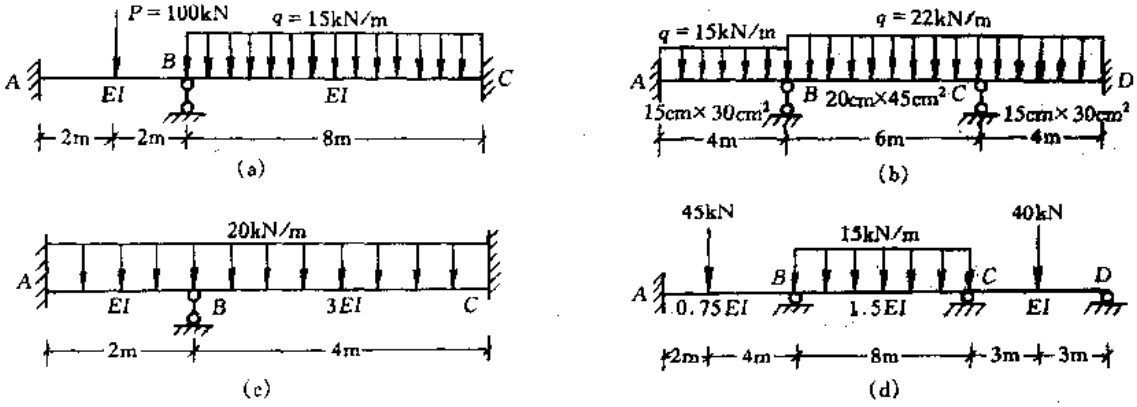


图 8－27　习题

8－5　试计算图 8－28 示连续梁，并画出 M 图。

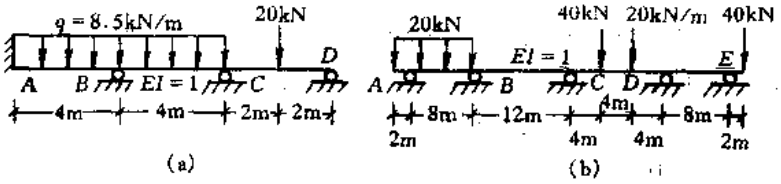


图 8－28　习题

8－6　试用弯矩分配法计算图示 8－29 刚架，并画出 M 图。

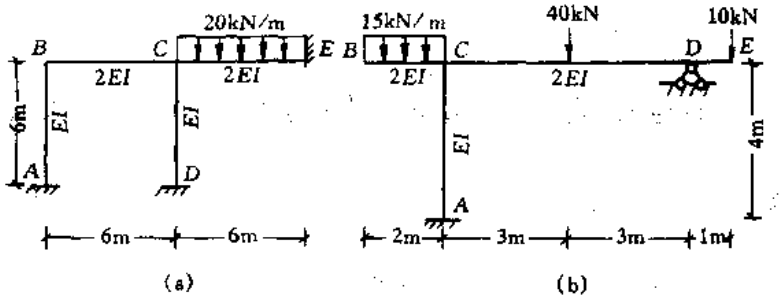


图 8－29　习题

第九章　近似计算

内　容　提　要

用第八章所讲的方法分析刚架时，一般来说，仍然要花费较多的劳动和时间，而且超静定结构的计算，往往还要进行反复修改和分析，因为超静定结构的内力和截面的尺寸有关，在进行分析之前，需要设出各个杆件截面的惯性矩或这些惯性矩的相对比值，当然这些数据一般可以从已有相类似结构的资料比较求得，但在缺少这种资料的情况下，就必须通过一定的计算工作才能确定。有了这样一个初步设计之后，有时还得进行分析并对截面的尺寸加以修改。

在现阶段，近似法计算超静定结构的内力，即使在实际的正式结构设计过程中，仍有它的意义和实用性。故结构设计者大都掌握有自己习惯上认为方便的这样或那样的近似法，并用它们来解决有关的设计问题。

同时，建筑师在设计过程中，需要较快地获得初步的结构分析成果，一般说来，不大可能去对结构进行精确的计算。

针对实际工程的这种要求，我们进一步介绍一些较为粗糙但却也更为省事的近似法。

(1) 有一类近似法与精确法相比较，有较好的精确度，经工程实践检验，证明可用于正式的结构设计中。

(2) 另有一类近似法的精确度较差，但是却有快速定性和大致定量的特点，虽不能用于正式结构设计的最后阶段，却能给建筑师和结构工程师以较大的方便。

(3) 近似法和精确法是相对而言的。严格地说，结构工程的设计，在从实际的建筑图纸抽象转化为结构设计的计算简图后，已是作了一次最大的近似。因此，没有理由拒绝近似法的正常使用。问题的关键在于，只要对近似法的来源清楚，对近似法可能形成的误差心中有数，那么近似法的使用范围就是十分广阔的了。

近似计算对于建筑师是一种极为有用的方法。笔者曾用它们解决了很多正式结构设计。更重要的是清楚结构近似计算概念能帮助建筑师出奇制胜，比起一些结构力度概念含混不清的建筑设计作品来，有可能技高一筹。

第一节　单层框架在竖向荷载作用下的近似计算及举例

单层框架在竖向荷载作用下，近似计算适用于建筑工程的初步设计阶段，其计算方法如下。

(1) 竖柱下端为固定的单跨单层刚架（图 9－1a)。在这种情况下，刚架的横梁 CD 相当于一两端弹性固定的梁。由于 C、D 两端的负弯矩的影响，刚架横梁 CD 的跨中正弯矩将小于承受同样荷载且跨度相等的简支梁的最大跨中弯矩 M^0_{max}，如图 9－1 (b)。另一方面，由于 C、D 两节点系弹性固定而非绝对固定，故横梁 CD 的杆端弯矩应小于承受同样荷载

且跨度相等的两端固定横梁的固端弯矩 $\overline{M}$（图 9－1c）。对于上述事实，可用公式表述如下：

跨中：
$$M_{max}=\alpha\cdot M^0_{max} \tag{9-1}$$

支座：
$$M_{min}=\beta_1\cdot\overline{M} \tag{9-2}$$

式中　M_{max}——刚架横梁的跨中弯矩；

M^0_{max}——刚架横梁视为简支时的最大跨中弯矩；

M_{min}——刚架横梁的杆端弯矩；

$\overline{M}$——横梁为单跨时的固端弯矩，由表 8－1 查得。

α 和 β_1 是两个小于 1 的系数，它们的数值随刚架横梁的线刚度 i_b 与竖柱的线刚度 i_c 的比值而变。

（2）当单跨单层刚架竖柱的下端为铰支（图 9－2）时，我们有下列相似的关系式：
$$M_{max}=\alpha\cdot M^0_{max} \tag{9-3}$$
$$M_{min}=\beta_2\cdot\overline{M} \tag{9-4}$$

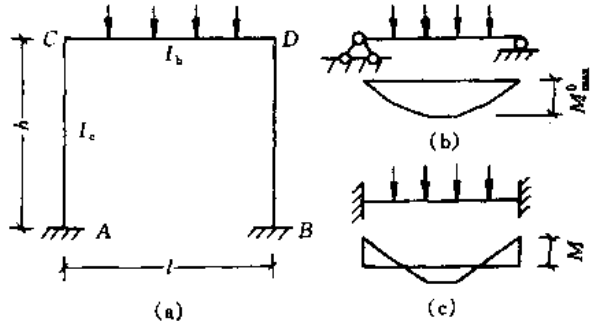


图 9－1　柱脚为固定时单跨单层刚架

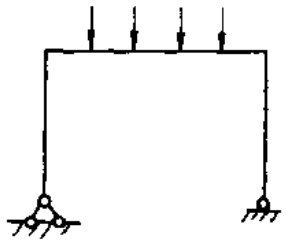


图 9－2　柱脚为铰支时单跨单层刚架

以上各式中的系数 α、β_1 及 β_2 可从表 9－1 中查得。

表 9－1

i_b/i_c	α	β_1	β_2
≥4	0.8	0.5	0.4
2	0.7	0.7	0.6
≤1	0.3	0.8	

（3）多跨单层刚架（图 9－3a）在竖向荷载作用下的近似计算法。在考虑刚架横梁的时候，可略去横梁与竖柱之间的刚性联接，而将它当作一根位于铰支座上的连续梁，如图 9－3（b），原刚架横梁的各中间跨的弯矩即可近似地取为等于此连续梁相应的弯矩。

原刚架各内柱顶端的弯矩可由上述连续梁相应的支座弯矩 $M_{支座}$，如图 9－3（b），乘以一修正系数 γ_1 求得，即
$$M=\gamma_1\cdot M_{支座} \tag{9-5}$$

原刚架两外柱顶端的弯矩可按下式计算：
$$M=\gamma_2\cdot\overline{M} \tag{9-6}$$

式中　$\overline{M}$——将横梁两边跨分别作为两端固定梁（图 9－3c）的固端弯矩；

γ_2——修正系数。

式（9－5）和式（9－6）中的修正系数 γ_1 及 γ_2 的数值取决于梁柱的线刚度比值 i_b/i_c，可由表 9－2 线性内插求得。

表 9－2

$\frac{i_b}{i_c}$	γ_1	γ_2
≥4	0.10	0.20
≤1	0.20	0.33

求出刚架两外柱顶端的弯矩之后，应使刚架横梁两外端节点的弯矩和外柱顶端的弯矩相平衡，同时，应该根据这个弯矩的数值将刚架横梁两边跨的弯矩图加以修改。

必须指出：以上所述的两种计算法是很近似的，只能用于初步设计中。

同时，上述方法只有在连续梁的计算可利用现成表格的情况下，才有实际价值。在其他情况下，用弯矩分配法直接计算原来的多跨单层刚架比计算上述由刚架横梁化出的连续梁并不多做工作，而所得结果却很精确，因此，此时是不必采用上述近似法的。

例 9－1 试用本节所述的近似法计算如图 9－4（a）所示的刚架，

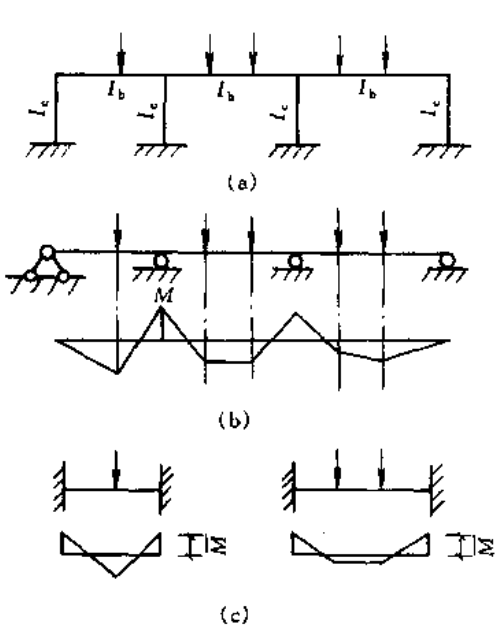


图 9－3 多跨单层刚架

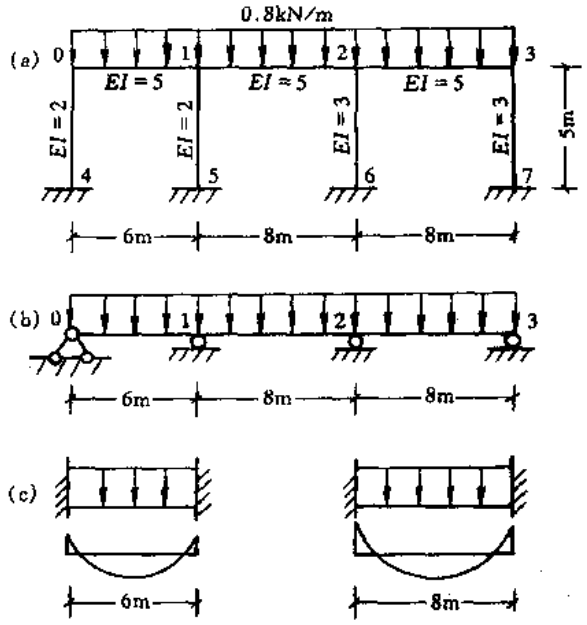


图 9－4 例题

解 如上所述，我们可按图 9－4（b）所示连续梁来计算刚架横梁的各跨中的弯矩。

对于图 9－4（b）所示的连续梁，我们可用第八章的弯矩分配法简捷地求得两支座弯矩如下：

$$M_1 = -3.63\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_2 = -5.49\text{kN}\cdot\text{m}$$

在其他情况下，如当连续梁具有更多的跨数时，则以运用弯矩分配法更为省事。

求出横梁的支座弯矩之后，即可按式（9－5）计算内柱顶端的弯矩。

求竖柱 1－5 顶端弯矩 M_{15}时，由于要查表 9－2 的系数，我们须先算出刚架横梁与竖柱

的线刚度的比值，其中横梁的线刚度应取柱顶左右两边的平均值，即

$$\frac{\left(\frac{i_{10}+i_{12}}{2}\right)}{i_{15}}=\frac{\left(\frac{5}{6}+\frac{5}{8}\right)}{2\times\frac{2}{5}}\approx 1.8$$

由表 9－2 线性内插求得系数 γ_1

$$\gamma_1=0.20-\frac{(0.20-0.10)}{(4-1)}\cdot(1.8-1)$$

$$\approx 0.17$$

再按式(9－5)可算得

$$M_{15}=\gamma_1\cdot M_1=0.17\times 3.63$$

$$=0.62\text{kN}\cdot\text{m}$$

同理，对于竖柱 2－6 顶端的弯矩 M_{26}，我们先算出

$$\frac{\left(\frac{i_{23}+i_{21}}{2}\right)}{i_{26}}=\frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{5}}\approx 1.0$$

据此查得　　$\gamma_1=0.20$

故　　$M_{26}=0.20\times 5.49$

$$=1.10\text{kN}\cdot\text{m}$$

为了求得外柱顶端的弯矩，我们将刚架横梁两边跨作为两端固定梁，如图 9－4（c），并由表 8－1 求得其固端弯矩如下：

$$\overline{M}_{01}=-\frac{0.8\times 6^2}{12}=-2.4\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M}_{32}=\frac{0.8\times 8^2}{12}=4.27\text{kN}\cdot\text{m}$$

求外柱 0－4 顶端的弯矩 M_{04}时，我们先算出

$$\frac{i_{01}}{i_{04}}=\frac{\frac{5}{6}}{\frac{2}{5}}\approx 2.1$$

再从表 9－2 按内插求得

$$\gamma_2=0.33-\frac{(0.33-0.20)}{(4-1)}\times(2.1-1)$$

$$=0.28$$

然后按式(9－6)求得

$$M_{04}=\gamma_2\cdot M_{01}=0.28\times(-2.4)$$

$$=-0.67\text{kN}\cdot\text{m}$$

同样地，对于外柱 3－7 顶端的弯矩，我们先计算

$$\frac{i_{23}}{i_{37}}=\frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{5}}\approx 1.04$$

据此查得 $\gamma_2=0.33$

故 $M_{37}=0.33\times4.27=1.41\text{kN}\cdot\text{m}$

考虑到在实际结构物中，各平面刚架之间受到支撑体系或其他纵向联系的作用，故通常对于竖向载荷均假定略去刚架的线变位，因而各竖柱下端的弯矩将等于其顶端弯矩的$\frac{1}{2}$。

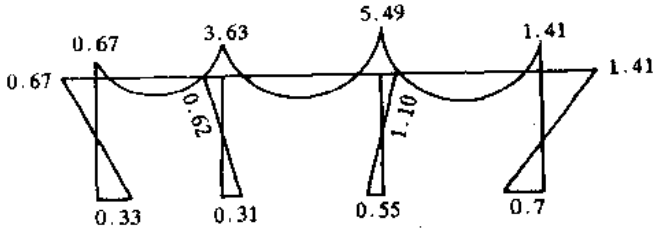


图 9－5

根据以上算出的数据，可以作出如图 9－5 所示的弯矩图，其中横梁两外端节点的弯矩各使之等于两外柱顶端的弯矩。因为横梁内的其他弯矩是按照连续梁计算的，故刚架的各中间节点不能满足弯矩平衡条件。但是，不要忘记这不过是一种近似计算。

第二节 多层框架在竖向荷载作用下的近似计算及举例

一、连续梁比拟法及举例

（一）应用范围

关于多层框架中任一层的横梁的计算，在垂直荷载下，也是把它作为连续梁来看待，如图 9－6。但在其边跨的外端应当考虑由于横梁与竖柱的刚性接合所产生的弯矩。在分析多层框架沿长轴方向的横梁时，结构设计师往往将此法用于正式的结构设计中。

（二）方法

（1）关于连续梁的弯矩分配法计算请参阅本书第八章。

（2）为了使竖柱内的弯矩比较精确一些，我们不采用本章第一节中的系数，而采取下述方法：即逐一取出与刚架任一节点相连之各杆，并近似地假定各杆之他端均为固定，使所取出部分变成一弯矩分配法的分配单元，可运用弯矩分配的概念进行计算。例如，当取出节点 A 相连之各杆，并假定 B、C、D、E 诸端均为固定时，我们获得如图 9－7 所示之弯矩分配单元。在计算这一分配单元的内力时，可先算出节点 A 之不平衡弯矩，在竖向荷载作用于横梁的情况下，它应等于

$$M_{A,\text{不平衡}}=\overline{M}_{AB}+\overline{M}_{AD}$$

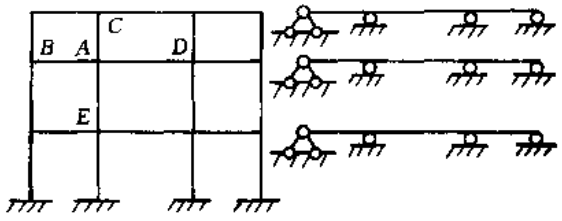


图 9－6 连续梁比拟法

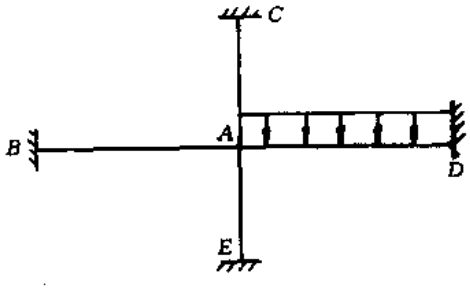


图 9－7 竖柱中柱的分配单元

式中 $\overline{M}_{AB}$、$\overline{M}_{AD}$——AB 和 AD 两段横梁的固端弯矩（第八章表 8－1 可以查出），均应计入正负号。

将不平衡弯矩 $M_{A,\text{不平衡}}$ 进行分配及传递，只进行一次，即可求出所取分配单元上的各杆端弯矩，不过，我们只采用竖柱的端弯矩作为设计之用，因为横梁的计算已按照前面说过的弯矩分配法进行。

为了使竖柱内的弯矩得到最大值，应使节点 A 的不平衡弯矩为最大，为此需将活载只放在两个横梁中较长的那个跨度上。

按上述方法进行近似计算时，同一竖柱，一般将为由其上、下两端节点所组成的两个分配单元所共用，故其弯矩需用两部分叠加求得：一是由于上层的荷载，一是由下层的荷载。

对于图 9－8 所示边柱，仍可依照上述方法计算，即先求出横梁的固端弯矩 $\overline{M}$，将此固端弯矩 $\overline{M}$ 作为不平衡弯矩按分配系数分配于竖柱并进行传递，即可求得外柱之弯矩。

应当注意：对于横梁靠边跨端的弯矩，既不能使它等于把横梁当作连续梁计算时所得到的零，也不能使它等于把边跨当作固端梁所得到的固端弯矩，而应当在求出竖柱的杆端弯矩之后根据外端节点的平衡条件酌情确定。

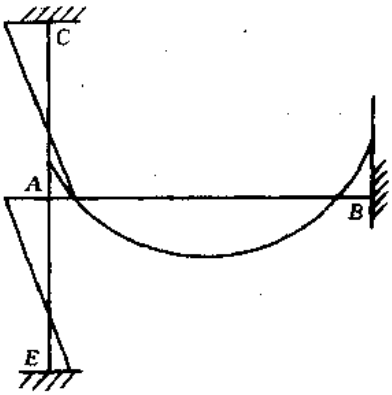


图 9－8　竖柱为边柱的分配单元

上面所述的近似法可用于正式结构设计。

例 9－2　图 9－9 所示为一承受竖向荷载的两层刚架，试用本节所述近似法计算节点 A 的各杆端弯矩。

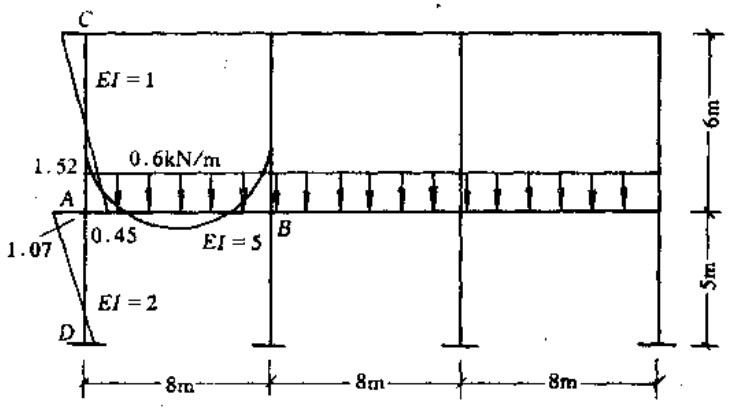


图 9－9　例题

解　先算出横梁 AB 的 A 端固端弯矩 $\overline{M}_{AB}$（见表 8－1）：

$$\overline{M}_{AB}=-\frac{0.6\times 8^2}{12}=-3.20\text{kN}\cdot\text{m}$$

它将作为不平衡弯矩按分配系数分配于两竖柱，得

$$M_{AC}=3.20\times\frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{8}+\frac{2}{5}+\frac{1}{6}}=0.45\text{kN}\cdot\text{m}\qquad(9-7)$$

$$M_{AD}=3.20\times\frac{\frac{2}{5}}{\frac{5}{8}+\frac{2}{5}+\frac{1}{6}}=1.07\text{kN}\cdot\text{m}$$

横梁 AB 的 A 端的杆端弯矩 M_{AB} 可由节点 A 的弯矩平衡条件求得，即

$$M_{AB}=-(1.07+0.45)$$
$$=-1.52\text{kNm},(\curvearrowright)$$

注意节点 A 的三个力矩代数和为零，但它并不等于横梁在 A 点的固端弯矩 $\overline{M}_{AB}=-3.20\text{kN}\cdot\text{m}$。

二、铰点法及举例

（一）应用范围

本法可用于垂直荷载下的多跨多层框架的内力分析，横梁的弯矩、剪力，竖柱的轴向力均可近似的快速得出。当各柱网的平面尺寸相近时，此法可获得一定的精确度。

本方法对快速估算或对正式结构内力分析的校核十分有用。但一般不用于正式的结构设计。

（二）方法

1．梁

a．初步设计时，多层框架的梁的内跨可以假设在离柱轴线 $0.2l$ 处形成铰点来进行分析，如图 9－10（a）。这种假设意味着可获得最大的跨中正弯矩和支座负弯矩的荷载图（图 9－10b）。

跨中为简支梁的跨中弯矩：$M_{\max}=\frac{q\cdot(1-0.4)^2\cdot l^2}{8}=0.045ql^2$　　(9－7a)

梁端为悬壁梁的支座弯矩：$M_{\min}=-q\times0.3l\times0.2l-\frac{1}{2}q\cdot(0.2l)^2=-0.08ql^2$　　(9－7b)

将该跨作为两端固定梁时的跨中弯矩 $0.041ql^2$ 和固端弯矩 $-0.083ql^2$ 进行对比，可见是很接近的。

对于内柱，可认为不受弯矩作用。

b．对于边跨，可以假定铰点在距外柱 $0.1l$ 处和距内柱 $0.2l$ 处（图 9－10c），其弯矩为

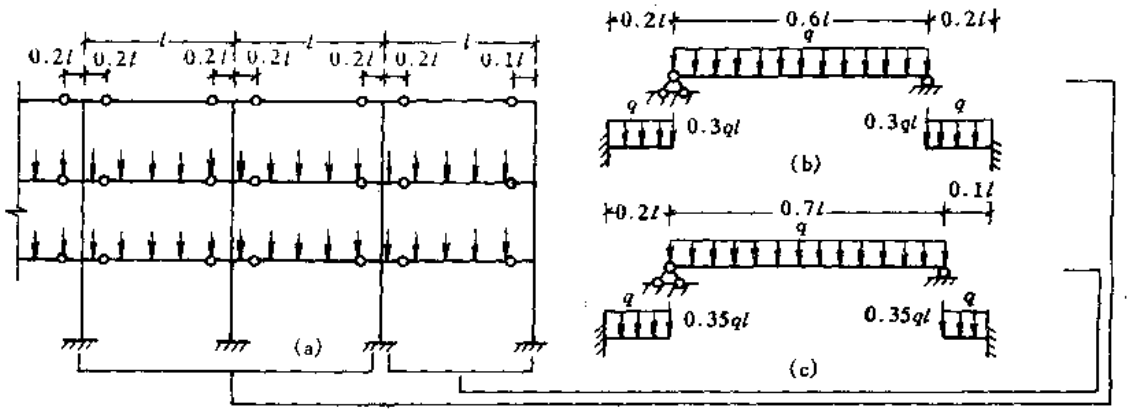


图 9－10　铰点法

跨中：
$$M_{max}=\frac{q\cdot(0.7l)^2}{8}=0.060ql^2$$

靠边柱梁端：
$$M_{min}=-q\times0.35l\times0.1l-\frac{q(0.1)^2}{2}=-0.040ql^2 \tag{9-8a}$$

靠内柱梁端：
$$M_{min}=-q\times0.35l\times0.2l-\frac{q(0.2l)^2}{2}=-0.09ql^2 \tag{9-8b}$$

这些值可与一端为固定、它端为简支的梁的跨中弯矩 $0.07ql^2$ 和支座固端弯矩 $-0.125ql^2$ 进行对比。

2. 柱

a. 内柱的最大荷载，由柱两边的梁在整跨都受荷载时获得，一般内柱的弯矩可以忽略不计，即按轴心受压看待，因为梁端的弯矩在柱顶节点处趋向于互相抵消，如图 9－11(b)所示。

b. 边柱要承受梁的弯矩，此弯矩根据上、下柱的线刚度比来分配，如图 9－11(a)。

高度和惯性矩都不相同的上、下柱，其所分配的弯矩以图 9－11(a)为例：

$$M_{BC}=M_{BE}\cdot\frac{i_{上}}{i_{上}+i_{下}} \tag{9-9}$$

$$M_{BA}=M_{BE}\cdot\frac{i_{下}}{i_{上}+i_{下}}$$

根据 B 点的弯矩平衡条件可得

$$M_{BA}+M_{BC}=M_{BE}$$

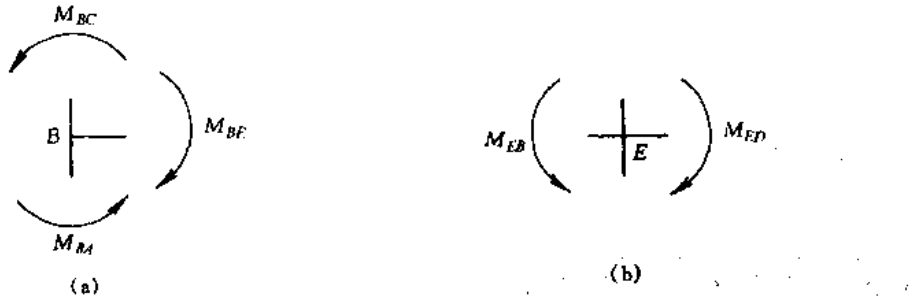


图 9－11　柱弯矩由梁的杆端弯矩求得

3. 柱的轴向力

假定每根柱子承担与之相连接的各根梁的荷载的一半。

例 9－3

求图 9－12 所示的两层框架房屋的弯矩和轴力。假定底层柱的惯性矩比二层柱的惯性矩大 50%，且柱自重不计。

解

(1) 求柱轴力：

Ⓐ轴柱

$$N_{DG}=2.23\times3.81=8.5\text{kN}$$

$$N_{AD}=8.5+3.72\times3.81=22.7\text{kN}$$

Ⓑ轴柱

$$N_{EH}=8.5+2.23\times2.28=13.6\text{kN}$$

$$N_{BE} = 13.6 + 3.72 \times (3.81 + 2.28) = 36.3\text{kN}$$

©柱轴

$$N_{FI} = 2.23 \times 2.28 = 5.1\text{kN}$$

$$N_{CF} = 3.72 \times 2.28 + 5.1 = 13.6\text{kN}$$

(2) 梁的弯矩：

跨中弯矩，由式 (9－8a)

$$M_{GH} = 0.06 \times 2.23 \times 7.62^2 = 7.77\text{kN·m}$$

$$M_{IH} = 0.06 \times 2.23 \times 4.56^2 = 2.79\text{kN·m}$$

$$M_{DE} = 0.06 \times 3.72 \times 7.62^2 = 12.96\text{kN·m}$$

$$M_{FE} = 0.06 \times 3.72 \times 4.56^2 = 4.64\text{kN·m}$$

支座弯矩，由式 (9－8b)

$$M_{GH} = 0.040 \times 2.23 \times 7.62^2 = 5.18\text{kN·m}$$

$$M_{IH} = 0.040 \times 2.23 \times 4.56^2 = 1.86\text{kN·m}$$

$$M_{DE} = 0.040 \times 3.72 \times 7.62^2 = 8.64\text{kN·m}$$

$$M_{FE} = 0.040 \times 3.72 \times 4.56^2 = 3.09\text{kN·m}$$

$$M_{HG} = 0.09 \times 2.23 \times 7.62^2 = 11.66\text{kN·m}$$

$$M_{HI} = 0.09 \times 2.23 \times 4.56^2 = 4.2\text{kN·m}$$

$$M_{ED} = 0.09 \times 3.72 \times 7.62^2 = 19.46\text{kN·m}$$

$$M_{EF} = 0.09 \times 3.72 \times 4.56^2 = 7\text{kN·m}$$

(3) 柱的弯矩可由梁的杆端弯矩进行节点平衡求出，参见图 9－13 和式 (9－9)：

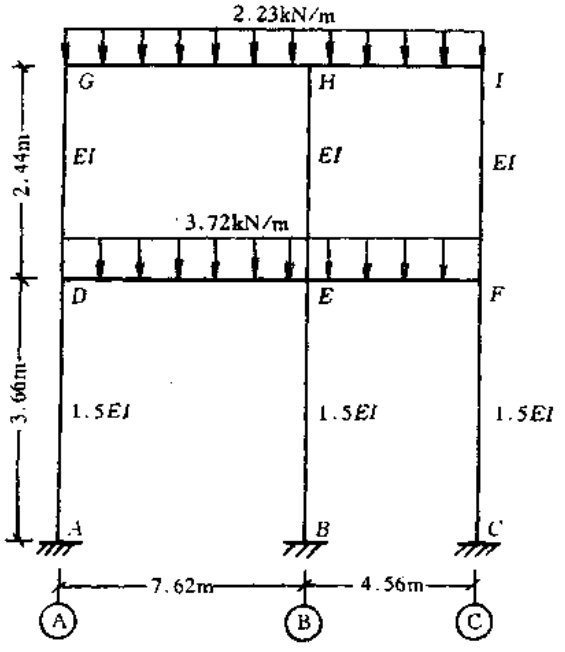


图 9－12 例题

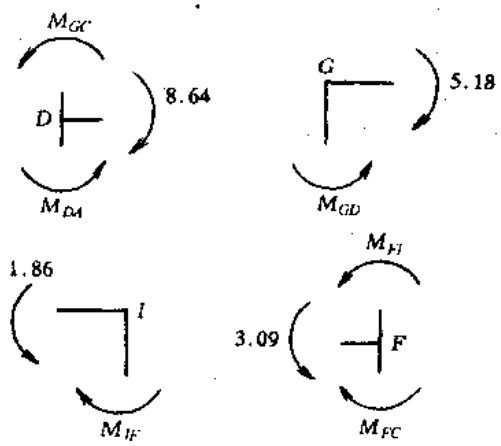


图 9－13 柱的弯矩由梁的弯矩求得

$$M_{DA}=8.64\times\frac{I_{DA}/3.66}{I_{DA}/3.66+I_{DG}/2.44}=8.64\times\frac{1.5/3.66}{1.5/3.66+1/2.44}$$
$$=8.64\times0.5=4.32\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$M_{DG}=8.64\times\frac{I_{DG}/2.44}{I_{DA}/3.66+I_{DG}/2.44}=8.64\times\frac{1/2.44}{1.5/3.66+1/2.44}$$
$$=8.64\times0.5=4.32\text{kN}\cdot\text{m}$$

校核：$\Sigma M_D=0$，

$$M_{DG}+M_{DA}-M_{DE}=4.32+4.32-8.64=0$$

节点 G 和 I 处弯矩必须平衡。

$\Sigma M_G=0$，　　$5.18-M_{GD}=0$，$M_{GD}=5.18\text{kN}\cdot\text{m}$

$\Sigma M_I=0$，　　$1.86-M_{IF}=0$，$M_{IF}=1.86\text{kN}\cdot\text{m}$

求节点 F 的柱弯矩的方法与用于节点 D 的方法相似。

$$M_{FC}=M_{FI}=0.5\times3.09=1.54\text{kN}\cdot\text{m}$$

一般在内柱处的梁端弯矩将互相抵消。可是，在本例的特殊情况下，由于开间尺寸不相等而荷载相等，在节点 E 将产生一个不平衡弯矩 $12.96-7.0=5.96$，如图 9－14（a）。此弯矩应由 EH 柱和 EB 柱来承担。利用与外柱同样的方法，可得

$$M_{EB}=M_{EH}=0.5\times5.96=3.0\text{kN}\cdot\text{m}$$

同理有　　$M_{HE}=11.66-4.2=7.46\text{kN}\cdot\text{m}$

求得的整个房屋框架的内力如图 9－14（b）

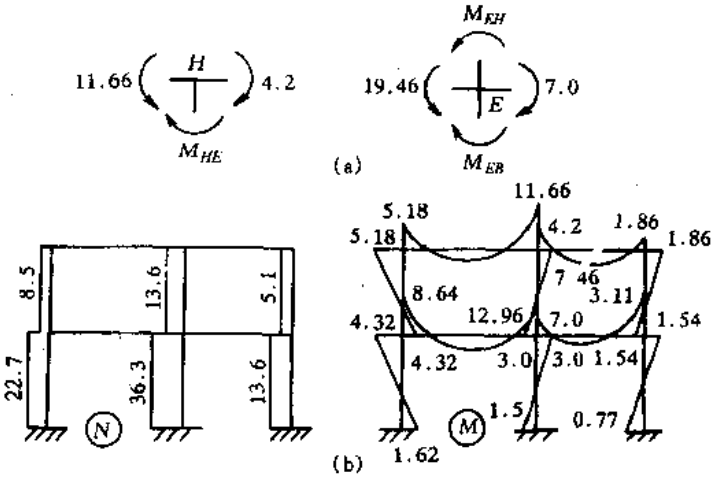


图 9－14　内力图

三、分层计算法及举例

（一）应用范围

本方法可应用于垂直荷载下的多跨多层框架的正式结构设计阶段。目前在结构工程师的实践工作中被大量使用。

（二）方法

对于如图 9－15（a）所示的多层多跨框架，在竖向荷载作用下，每一节点的水平和垂直线位移均很小，可作无线位移的框架计算。同时，鉴于每层横梁的荷载对其他层梁的影响

很小，于是就提出所谓“分层计算法”。分层计算法是将框架分成若干层来计算。如图 9－15（b）所示，它是将原来三层的框架分成三个单层框架，每个框架包括一层横梁和与它上下相连的柱子，而各柱的远端则视作固定端。各个框架可分别进行计算，计算结果，各框架横梁的弯矩即认为是原框架横梁的弯矩，而柱子因同时参加上下两个框架工作，所以应将上下两个框架同一柱子的弯矩相加，才是原框架柱的弯矩。

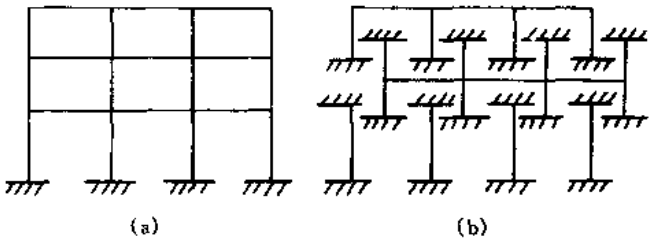


图 9－15　分层计算法

关于每层横梁的荷载对他层梁的影响很小而可忽略的理由，可从弯矩分配的概念去解释：因为某层梁的固端弯矩经过分配，一般将主要由梁来承担，柱顶的弯矩甚小，再由柱子传到其他层梁上时，其数值是很小的了，所以可忽略不计。特别是当横梁的线刚度 i 值比柱的线刚度大的时候，更是如此。

计算时由于不考虑节点的线位移，分层后的刚架形式又不复杂，所以一般用弯矩分配法计算。

这个方法认为任一层横梁上的荷载对于另一层横梁的内力影响很小，因此，我们可将多层框架（图 9－15a）沿其高度分解为数目与层数相等的敞口框架（图 9－15b），其中每一个框架都包含有一根横梁和相连的竖柱，而且对于竖柱的它端均假定为固定。这样分解出来的框架是彼此互不关联的，我们可分别进行计算，这样得出的各横梁内的弯矩即可作为其最终弯矩。但框架的每一个竖柱，除在最下一层者外，都曾参加了两个相邻框架的工作，所以其弯矩须在计算这两个框架以后，进行叠加才能得出其最后数值。

对于图示的各个敞口框架，计算时采用弯矩分配法。

因为竖柱的它端实际上不是固定端，为了在一定程度上修正所作的假定，有时也可将各竖柱的实际刚度均乘以系数 0.9；同时在作竖柱的弯矩图时，取传递系数等于$\frac{1}{3}$而不是$\frac{1}{2}$。

例 9－4　图 9－16 示一两跨两层框架，用分层计算法作框架的弯矩图。括号内的数字表示每杆的线刚度 $i=\frac{EI}{l}$。

解　各杆件的分配系数 μ、横梁的固端弯矩 $\overline{M}$ 计算从略。

计算是用弯矩分配法进行的。上层的计算见图 9－16（b），下层的计算见图 9－16（c）。上层各柱的线刚度都先用 0.9 乘过，然后再计算各点的分配系数。各杆的分配系数都写在节点处的小长方形以内。梁的固端弯矩由表 8－1 求出。各节点都只分配二次，下面画有横线的数字，即由分配结果得到的各杆杆端的弯矩。各柱远端的弯矩取等于各该柱近梁一端弯矩的$\frac{1}{2}$。

把图 9－16（b）和图 9－16（c）的结果相加，便得到了框架各杆最后的端弯矩。框架的 M 图见图 9－16（d）。可以看出，节点有不平衡的情形。

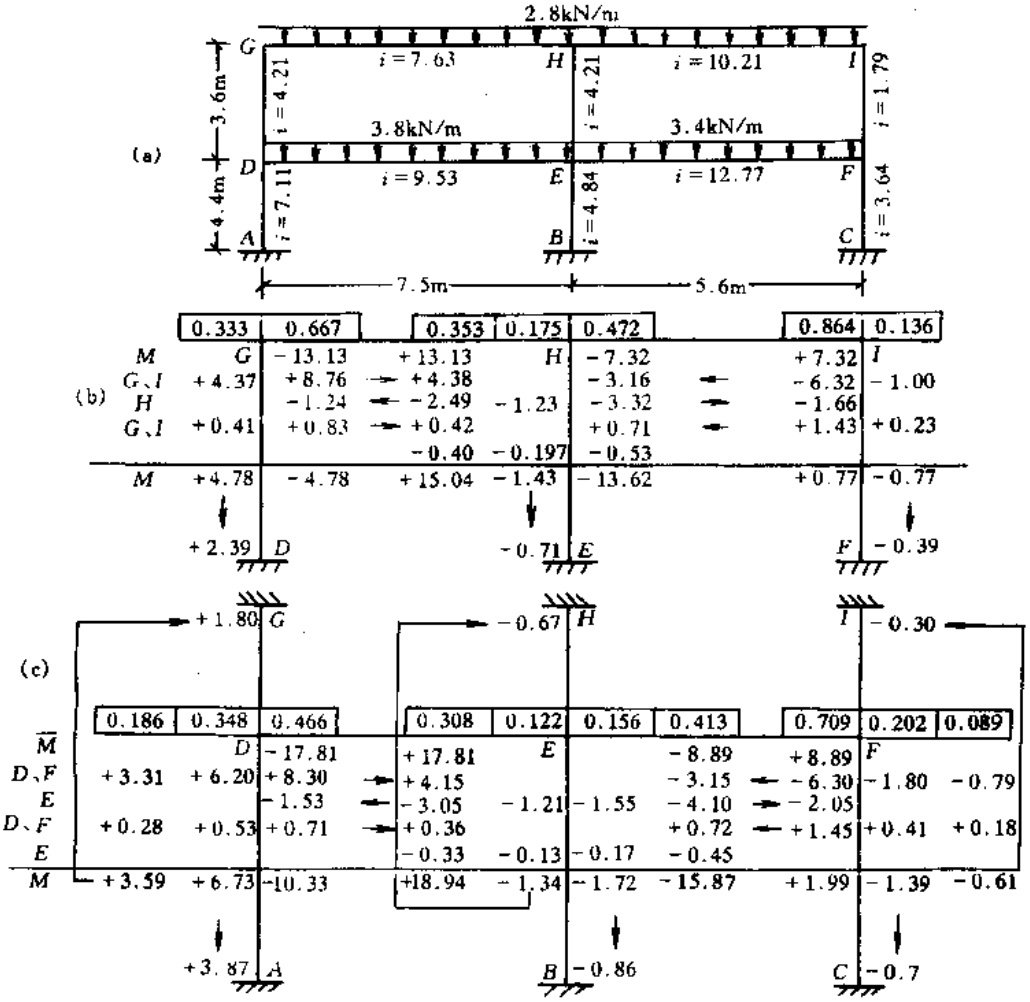


图 9－16　例题

第三节　多层框架在水平荷载作用下的近似计算及举例

一、反弯点法及举例

(一) 应用范围

当多层框架结构在水平荷载作用下，比如在风荷载或地震荷载作用下，不能用本章第二

节所述的方法求解。此时可用所谓的反弯点法。

显然，任何结构都将有竖向垂直荷载的作用，当垂直荷载与水平荷载同时发生的时候，目前工程上仍用叠加原理将两种荷载分别单独作用于结构，分别用不同的方法进行内力分析，最后将其内力进行组合。

用反弯点法对结构的内力分析，在一般情况下，当横梁的线刚度比柱线刚度大的时候（比如 $i_{梁}:i_{柱}\geqslant 3$），可用于正式的结构设计中。

（二）方法

先解释几个名词，扼要写出方法，然后用算例详加说明。

1. 名词

（1）反弯点：

当框架承受节点水平荷载时，在所求的杆件内力中，弯矩为零的截面叫反弯点。通常，弯矩为零的反弯点位置是在内力分析过程中求出来的。但是反弯点法与此相反，是先假定反弯点的近似位置，然后再进行内力分析。

（2）侧移刚度系数 $r_{侧}$：

这个侧移刚度系数 $r_{侧}$，其作用与线刚度不相同。它说明柱的抗剪能力大小，用来决定同一楼层中各柱按比例分配剪力。与第八章弯矩分配法决定杆件线刚度比较，它们在决定分配系数时的方法相似，但亦有不同。说明如下：

（a）线刚度 i 的作用是为计算杆件弯矩分配系数，它的表达形式为

$$i=\frac{EI}{l}$$

侧移刚度系数 $r_{侧}$ 的作用是为了计算柱的剪力分配系数，它的表达形式则用下式：

$$r_{侧}=\frac{12EI}{h^3}$$

或因为求相对值时分子的系数 12 将消去而写成

$$r_{侧}=\frac{EI}{h^3}$$

式中 EI 值与线刚度 i 中的 EI 值一样，但分母则取为柱高 h 的三次方。

当然，对于同一楼层各柱等高的情况下，h^3 均可用 h 代替之。

（b）弯矩分配法中的分配系数计算时尚需将梁或柱的线刚度 i 转换成转动刚度 S（详见第八章），但反弯点法中决定柱剪力比例时则直接用侧移刚度系数 $r_{侧}$。

（c）弯矩分配法中某一节点上的各杆分配系数计算时，包括该节点上所有的杆，是以节点为研究整体，比如框架某节点则包括了相连的梁和柱。但反弯点法中的柱的剪力与分配系数则以同一楼层各柱作为研究整体，不考虑梁，只考虑柱。

2. 假设

（1）框架在节点水平荷载作用下，当梁柱线刚度比值≥3 时，可采用反弯点法。

（2）设各层柱的反弯点在柱的中点。在多层框架中，底层柱的反弯点常设在柱的$\frac{2}{3}$高度处。

3. 方法要点

求柱剪力

（a）分层求柱的剪力，同层各柱的剪力之和与此层反弯点以上所有各层水平外力之和平衡，各层剪力和求出之后，同层各柱的剪力可按各根柱的侧移刚度系数 $r_{侧}$ 的比例分配剪力。这样求出的剪力，其位置作用在所求层上半段靠近反弯点处，其方向与水平外力相反，如图 9－17（a）。

（b）反弯点以下的半段柱的剪力由步骤（a）易推出，其位置在下半段柱靠近反弯点处，其方向恰与步骤（a）相反，其大小与步骤（a）相同。道理很明显，因反弯点的“上”和“下”实际上是同一截面，故服从作用与反作用定律。

（c）各柱在反弯点处的剪力求出之后，将各柱视为根部固定在楼板处的“悬臂”柱，其柱端作用一集中力，此集中力即为该柱分配到的剪力。据此，可作出所有各层柱的弯矩图，如图 9－17（b）。

（d）平衡各节点，即节点处的柱根部弯矩的代数和（此时为已知）应与梁根部弯矩的代数和平衡。据此，可求出梁的杆端弯矩。由于梁的中部未受荷载（注意仅研究反弯点法，其梁上的垂直荷载已用本章第二节的方法另外单独计算），故梁的弯矩图为直线，既然梁根部的两个杆端弯矩已如上述求出。故梁的弯矩图已告解决。这一步参见例题 9－5。

（e）将以上结果汇总成弯矩图。

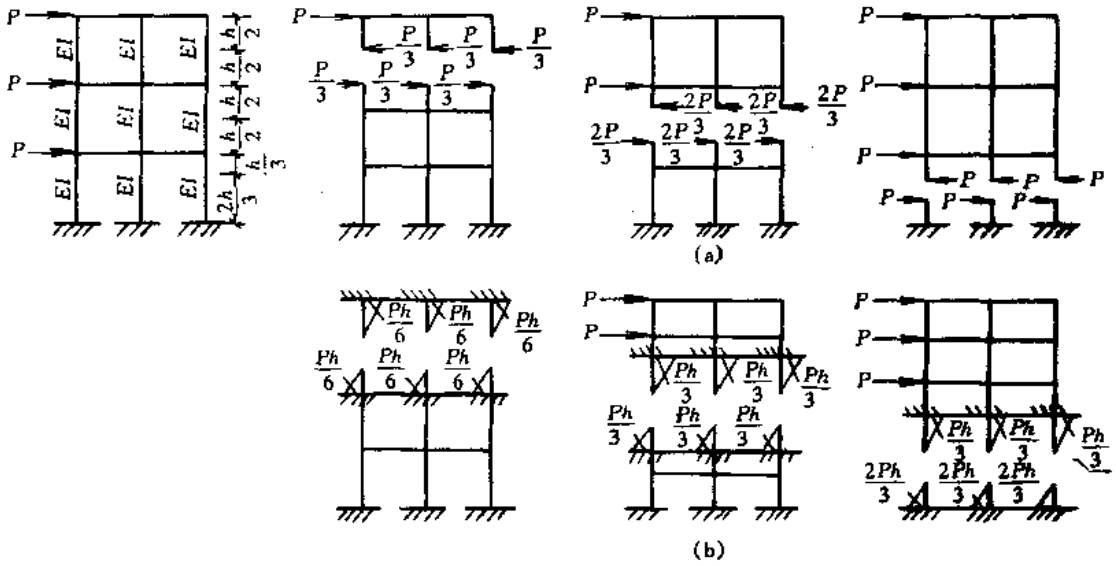


图 9－17　反弯点法

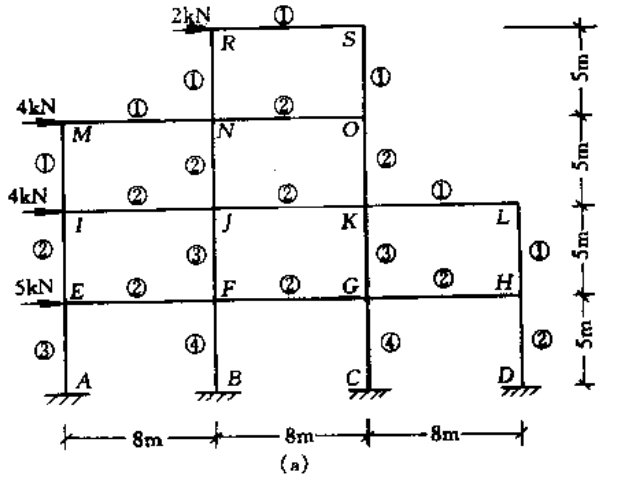
例 9－5　用反弯点法计算图 9－18（a）所示的框架并画出弯矩图。圆圈内数字为相对线刚度。

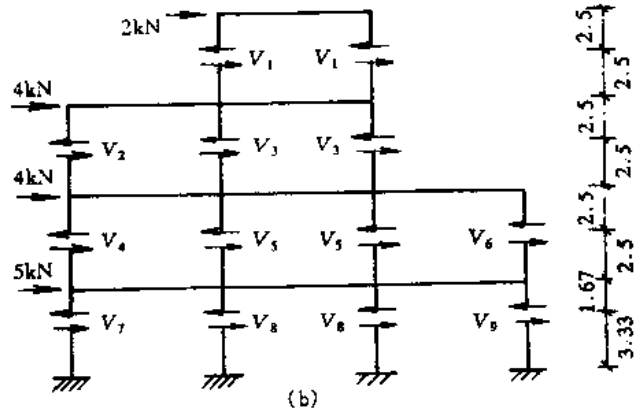
解　设底层柱的反弯点在 2/3 高度外，其他各层柱的反弯点在高度中点。在反弯点处将柱切开，隔离体见图 9－18（b）。为了绘图方便，本图将各层分别切开求剪力并成了一个图，其来源见图 9－17。

柱的剪力用公式

$$V=\frac{r_{侧}}{\Sigma r_{侧}}\cdot\Sigma P\quad（式中\ \Sigma P\ 表示某反弯点以上所有水平外力作用之和）$$

顶层剪力为 $V_1=\dfrac{1}{1+1}\times 2=1\text{kN}$





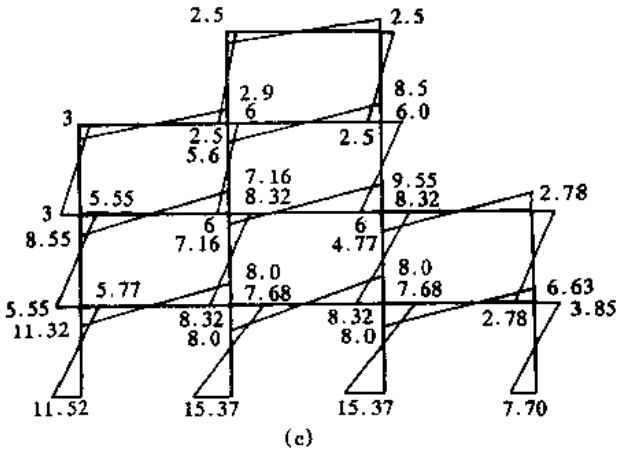


图 9－18 例题

第三层剪力为

$$V_2=\frac{1}{1+2+2}\times(2+4)=1.2\text{kN}$$

$$V_3=\frac{2}{1+2+2}\times(2+4)=2.4\text{kN}$$

第二层剪力为

$$V_4=\frac{2}{2+3+3+1}\times(2+4+4)=2.22\text{kN}$$

$$V_5=\frac{3}{2+3+3+1}\times(10)=3.33\text{kN}$$

$$V_6=\frac{1}{2+3+3+1}\times(10)=1.11\text{kN}$$

底层剪力为

$$V_7=\frac{3}{3+4+4+2}\times(2+4+4+5)=3.46\text{kN}$$

$$V_8=\frac{4}{3+4+4+2}\times(15)=4.61\text{kN}$$

$$V_9=\frac{2}{3+4+4+2}\times(15)=2.31\text{kN}$$

图 9－18（c）是刚架的 M 图。以节点 K 为例，说明柱端和梁端弯矩的计算。

柱：
$$M_{KO}=V_3\times2.5=2.4\times2.5=6\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$M_{KG}=V_5\times2.5=3.33\times2.5=8.32\text{kN}\cdot\text{m}$$

节点不平衡弯矩：
$$M_{KO}+M_{KG}=-6.0-8.32=-14.32\text{kN}\cdot\text{m}$$

梁：
$$M_{KJ}=\frac{2}{2+1}\times14.32=9.55\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$M_{KL}=\frac{1}{2+1}\times14.32=4.77\text{kN}\cdot\text{m}$$

二、力矩平衡法及举例

（一）应用范围

这种方法近似用来求水平荷载作用下，框架各层柱的轴向力，用于初步设计阶段。

（二）方法（参见图 9－19）

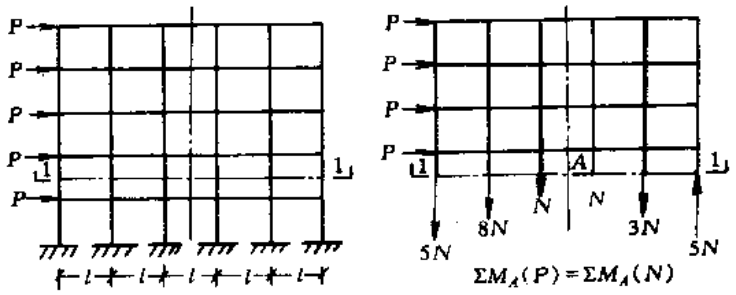


图 9－19　力矩平衡法

（1）利用力矩平衡　各层柱的轴向力对所选定的矩心的力矩之和应与该层以上各水平荷载对所选矩心的力矩之和平衡。可列一个方程。

（2）矩心位置　水平方向，矩心位于框架的中性轴 $y-y$ 上；垂直方向，位于各层柱的 $\frac{1}{2}$ 层高处。于是确定了各层唯一的一个点作为矩心。

（3）由于框架的柱有多列，每列柱的轴向力各不相同且为待求的未知力，它们分别对矩心取矩后产生了相应数目的未知力矩，但我们可列出的方程却只有一个，见步骤 a，所以无法定解。为此作如下假设：各柱的轴向力与该列柱距中性轴的距离成比例。比如，中性轴上

的柱列轴力为零，距中性轴某侧 6m 的柱列其轴力为同侧距中性轴 3m 柱列轴向力的 2 倍。

（三）注意点

（1）矩心的选择要灵活，对于柱列有对称轴的框架，对称轴就是中性轴；对于柱列无对称轴的框架，应按本书第三章有关内容求出中性轴的位置。

（2）中性轴两侧的柱列，其轴向力方向是不同的，它们分别为一拉一压，对中性轴上的矩心产生力矩之和与水平外荷载对矩心的力矩平衡。

例 9－6 求图 9－20 所示框架各层柱在水平荷载下的轴向力 N。设各层层高为 h。

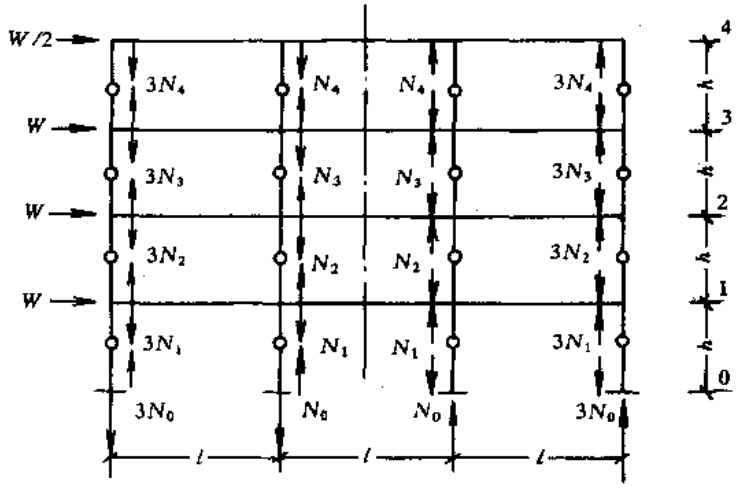


图 9－20 例题

解 与反弯点法类似在各层柱高的$\frac{1}{2}$处设为一个铰点，此铰点处的弯矩为零，仅有水平的剪力和垂直的轴向力。水平剪力已由反弯点法解出，不予重复。仅剩下柱轴向力，可用力矩平衡法解之。

标高 4：

$$\frac{W}{2}\times\frac{h}{2}=2\times\left(N_4\times\frac{l}{2}+3N_4\times\frac{3l}{2}\right)$$

所以

$$N_4=\frac{1}{40}\times\left(\frac{h}{l}\right)\cdot W$$

标高 3：

$$\frac{W}{2}\times\frac{3h}{2}+W\times\frac{h}{2}=2\times\left(N_3\times\frac{l}{2}+3N_3\times\frac{3l}{2}\right)$$

所以

$$N_3=\frac{5}{40}\times\left(\frac{h}{l}\right)\cdot W$$

标高 2：

$$\frac{W}{2}\times\frac{5h}{2}+W\times\frac{3h}{2}+W\times\frac{h}{2}=2\times\left(N_2\times\frac{l}{2}+3N_2\times\frac{3l}{2}\right)$$

所以

$$N_2=\frac{13}{40}\times\left(\frac{h}{l}\right)\cdot W$$

标高 1：

$$\frac{W}{2}\times\frac{7h}{2}+W\times\frac{5h}{2}+W\times\frac{3h}{2}+W\times\frac{h}{2}=2\times\left(N_1\times\frac{l}{2}+3N_1\times\frac{3l}{2}\right)$$

所以
$$N_1=\frac{25}{40}\times\left(\frac{h}{l}\right)\cdot W$$

按地平标高处的竖直平衡，得

$$N_0=N_1$$
$$3N_0=3N_1$$

第四节　近似计算的综合运用

工程中的结构形式是多种多样的，内力分析过程中碰到的问题也是复杂的。因此，有时需要将有关的知识加以灵活运用。

下面举几个例子加以说明。

(1) 框架——抗震墙高层建筑对水平荷载的抵抗力主要由抗震墙承担。

例 9－7　图 9－21 为 15 层房屋。横向框架的柱距如图所示，风压取 980Pa（即 980N/m^2），房屋中部两道 30.5cm 厚抗震墙加强，如图 9－21 (a) 所示。框架和抗震墙的材料弹性模量 $E=2.53\times10^7\text{kN/m}^2$。求框架和抗震墙各自承担风载的百分比。

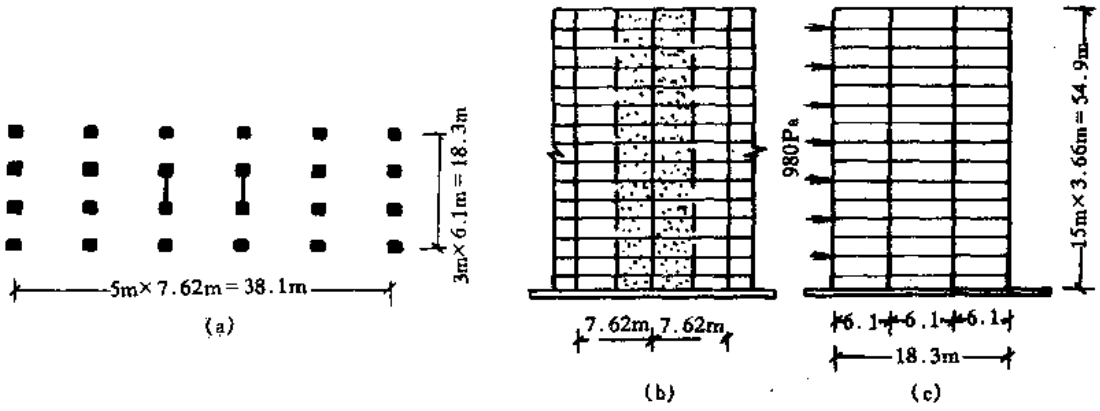


图 9－21

解

(*a*) 假定仅框架承受风力，一榀框架承受的荷载为

$$W_{框}=7.62\times54.9\times980=409\text{kN}$$

设框架在顶部的最大水平挠度约为其高度的 1/308（正式结构计算应遵从规范规定）

$$\Delta_{框}=0.178\text{m}$$

由本书第七章知，框架的刚度为

$$K_{框}=\frac{P}{\Delta}=\frac{409}{0.178}=2\ 300\text{kN/m}$$

(*b*) 假定由两片抗震墙单独承担全部风力，那么每片墙抵抗的荷载为

$$\frac{38.10\times980}{2}=18.669\text{kN/m}$$

把墙看作一根竖立的悬臂梁，则最大挠度由本书第五章知为

$$\Delta_{墙}=\frac{q\cdot l^4}{8E\cdot I}=\frac{18.669\times 54.9^4}{8\times 2.53\times 10^7\times\left(\frac{0.305\times 6.1^3}{12}\right)}=0.145\text{m}$$

因此每片墙面的刚度为

$$K_{墙}=\frac{P}{\Delta}=\frac{q\cdot l}{\Delta}=\frac{18.669\times 54.9}{0.145}=7\ 068\text{kN/m}$$

(c) 假定所承担的荷载与挠度成比例，由题意我们将不研究实际各自担负的荷载而只计算出各自承担的比例关系。

由两片墙和四榀框架所具有的房屋总刚度是

$$\Sigma K_{框}+\Sigma K_{墙}=4\times 2\ 300+2\times 7\ 068=23\ 328\text{kN/m}$$

假定楼面绝对刚性保证框架和墙共同工作，则墙所承担的风载百分比为

$$\frac{\Sigma K_{墙}}{\Sigma K_{墙}+\Sigma K_{框}}=\frac{7\ 068\times 2}{7\ 068\times 2+2\ 300\times 4}=\frac{14\ 136}{23\ 328}=60.6\%$$

可见总的风荷载中的60.6%由抗震墙承担，框架只承担39.4%。本题说明抗震墙在抵抗水平荷载时比框架要强得多。

(2) 对承受竖向对称节点荷载的空腹桁架，假定每跨的柱高中点和梁跨中点为铰节点(即反弯点)，在此基础上可以分析它的内力。

空腹桁架可应用于下面有大空间而本层又是小空间的楼层。图9-22为一个在楼层交替设置空腹桁架示意图。

例9-8

一幢三层的房屋由两上下弦平行的空腹桁架支承，如图9-23所示。求桁架各杆的剪力、弯矩和轴力。假定荷载作用在上弦的节点上。

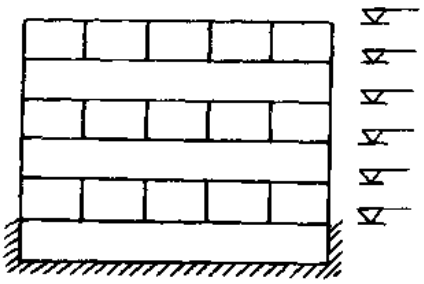


图9-22 空腹桁架的应用

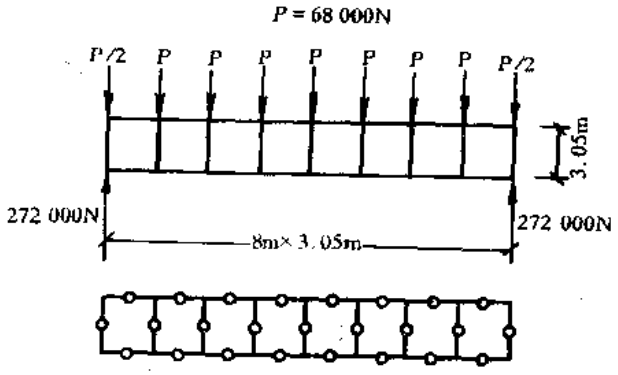


图9-23 例题

解 假定反弯点在每跨的跨中和半高处，如图9-23所示。由于荷载和几何图形的对称性，只需考虑半跨桁架。

(1) 上下弦杆的剪力和轴力的分析在弦杆的跨中（即弯矩零点）切开桁架，取出脱离体，那将只出现弦杆的剪力和弦杆的轴力。

对下弦铰点取力矩平衡可得上弦杆的轴向力（图9-24a)

$$\Sigma M_{铰}=0,\ 272\times 10.675-34\times 10.675-68\times 7.625-68\times 4.575-68\times 1.525-3.05N_{4上}=0$$

$$N_{4上}=527\text{kN}\ (压)$$

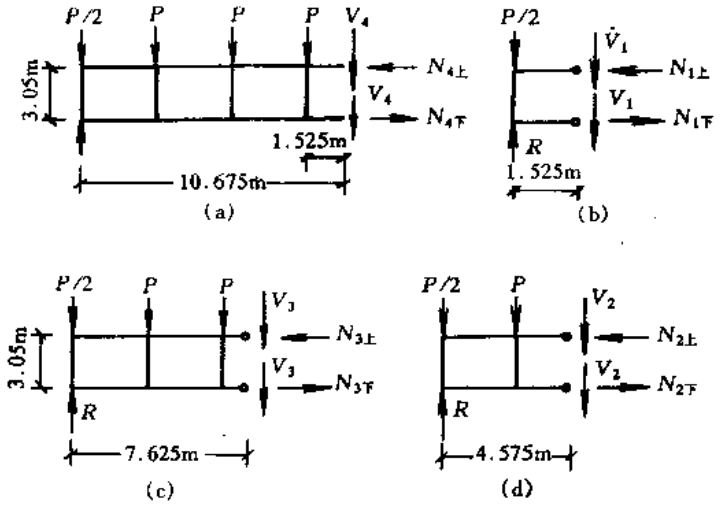


图 9－24　对各段弦杆在跨中的铰点取矩平衡

由水平力平衡条件可得下弦杆的轴向力：

$\Sigma X=0$，有　　$N_{4下}-527=0$，$N_{4下}=527\text{kN}$（拉）

由竖向力的平衡条件求得剪力：

$\Sigma Y=0$，有　　$272-34-3\times68-2V_4=0$，$V_4=17\text{kN}$

采用同样的步骤可求得其他弦杆的剪力和轴力，如图 9－24（b）、（c）、（d）。

$\Sigma M_{铰}=0$，　　$272\times7.625-34\times7.625-68\times4.575-68\times1.525-3.05N_{3上}=0$

$N_{3上}=459\text{kN}$（压）

$\Sigma X=0$，有　　$N_{3下}-459=0$，$N_{3下}=459\text{kN}$

$\Sigma Y=0$，有　　$272-34-2\times68-2V_3=0$，$V_3=51\text{kN}$

$\Sigma M_{铰}=0$，　　$272\times4.575-34\times4.575-68\times1.525-3.05N_{2上}=0$，

$N_{2上}=323\text{kN}$（压）

$\Sigma X=0$，有　　$N_{2下}-323=0$，$N_{2下}=323\text{kN}$（拉）

$\Sigma Y=0$，有　　$272-34-68-2V_2=0$，$V_2=85\text{kN}$

$\Sigma M_{铰}=0$，　　$272\times1.525-34\times1.525-3.05N_{1上}=0$，$N_{1上}=119\text{kN}$（压）

$\Sigma X=0$，有　　$N_{1上}=119$　　$N_{1下}=119\text{kN}$（拉）

$\Sigma Y=0$，有　　$272-34-2V_1=0$，$V_1=119\text{kN}$

（2）柱剪力和轴力以及弦杆和柱弯矩的分析

为了求得上述未知内力，将桁架再分成如图 9－25 所示的脱离体，每一构件在所假定的铰的位置上切开。

图 9－26 所示脱离体上的未知内力，可利用步骤（1）完成后已知的弦杆内力求出。

由水平力的平衡条件求得柱剪力

$\Sigma X=0$，有　　$119-V_1'=0$，$V_1'=119\text{kN}$

由竖向力的平衡条件求得柱的轴向力

$\Sigma Y=0$，有　　$34+119-N_1'=0$，$N_1'=153\text{kN}$

最大弯矩出现在弦杆和柱的相交点上，可根据这一点的转动平衡条件求解，也就是用剪

力对该点取矩求得，图 9－27。

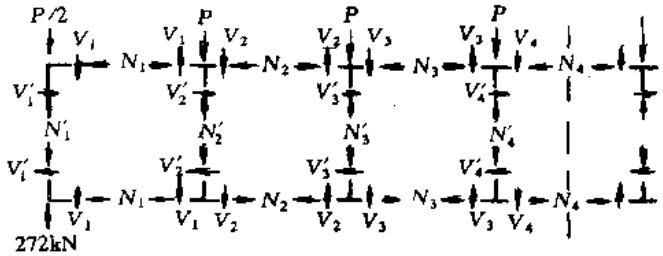


图 9－25 利用弦杆轴力求步骤（2）

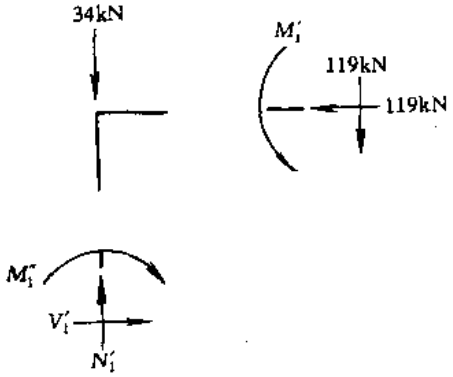


图 9－26 脱离体分析

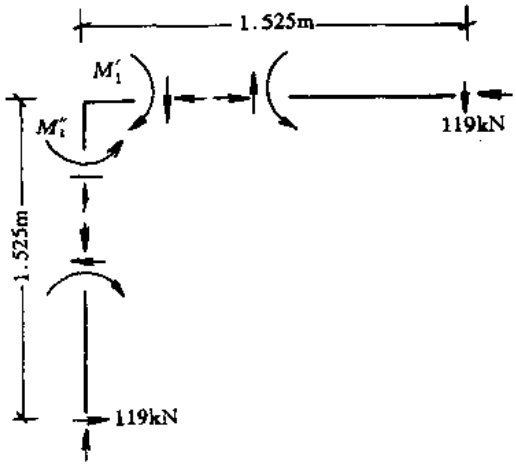


图 9－27 弯矩的节点平衡

$$M_1' = V_1 \cdot (1.525) = 119 \times 1.525 = 181.5\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_1'' = V_1' \cdot (1.525) = 119 \times 1.525 = 181.5\text{kN}\cdot\text{m}$$

利用节点的力矩平衡条件，进行校核。

$\Sigma M = 0$，有　　$181.5 - 181.5 = 0$　正确

对其余的脱离体也采用同样的步骤，力的方向表示在脱离体上，图 9－28。

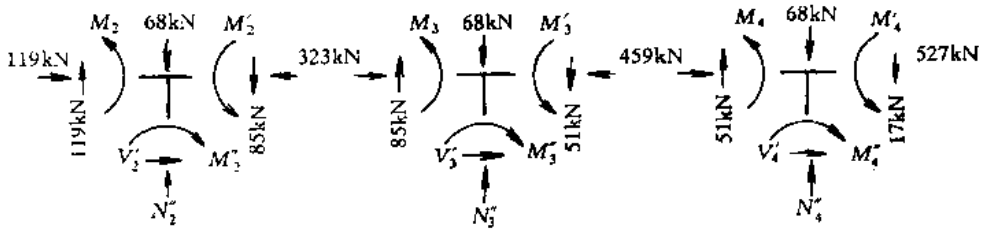


图 9－28 其余的脱离体分析

$\Sigma X = 0$，有　　$323 - 119 - V_2' = 0$，$V_2' = 204\text{kN}$

$\Sigma Y = 0$，有　　$68 + 85 - 119 - N_2' = 0$，$N_2' = 34\text{kN}$

$$M_2 = 119 \times 1.525 = 181.5\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_2' = 85 \times 1.525 = 129.6\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_2'' = 204 \times 1.525 = 311.1\text{kN}\cdot\text{m}$$

校核：　　$\Sigma M = -129.6 - 181.5 + 311.1 = 0$　正确

$\Sigma X = 0$，有　　$459 - 323 - V_3' = 0$，$V_3' = 136\text{kN}$

$\Sigma Y = 0$，有　　$68 + 51 - 85 - N_3' = 0$，$N_3' = 34\text{kN}$

$M_3 = 85 \times 1.525 = 129.6\text{kN·m}$

$M_3' = 51 \times 1.525 = 77.8\text{kN·m}$

$M_3'' = 136 \times 1.525 = 207.4\text{kN·m}$

校核：　　$\Sigma M = 207.4 - 77.8 - 129.6 = 0$　正确

$\Sigma X = 0$，有　　$527 - 459 - V_4' = 0$，　　$V_4' = 68\text{kN}$

$\Sigma Y = 0$，有　　$68 + 17 - 51 - N_4' = 0$，$N_4' = 34\text{kN}$

$M_4 = 51 \times 1.525 = 77.8\text{kN·m}$

$M_4' = 17 \times 1.525 = 25.9\text{kN·m}$

$M_4'' = 68 \times 1.525 = 103.7\text{kN·m}$

校核：　　$\Sigma M = 103.7 - 77.8 - 25.9 = 0$　正确

空腹桁架的所有内力见图 9－29。

3. 在下例中选用纽约 110 层的世界贸易中心大楼来说明在侧向荷载作用下筒体结构的性能。

例 9－9

图 9－30 为世界贸易中心的一个塔楼（平面为 63.5m×63.5m），可以设想成一巨大的箱形梁，由地面向上悬臂挑出 412m。密排的外围柱由刚性横隔的楼板加以联系，并将外围柱和中间核心筒联系在一起。

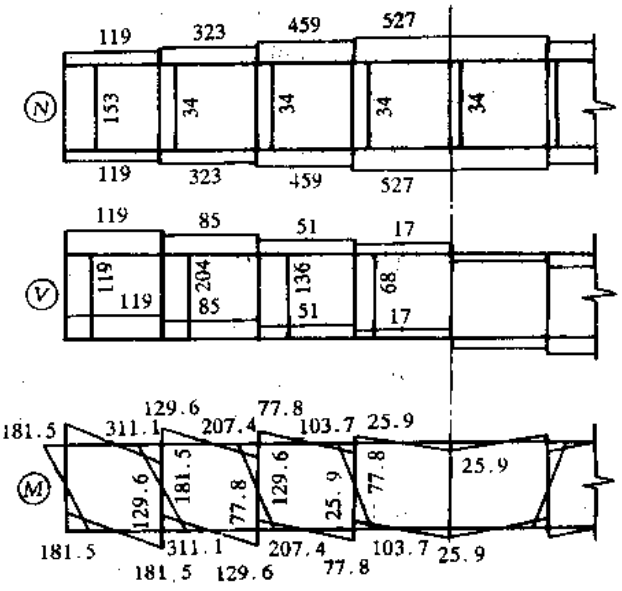


图 9－29　内力图

解　在以下的分析中，我们将假定仅由外围的柱来抵抗由于风力作用下房屋象一根空心口字形悬臂梁一样地产生的弯矩，这个弯矩将使外围柱产生正应力（请参见本书第三章）。之所以作这样的假定，是考虑到中间核心筒的平面尺度较小，因此其截面的抗弯刚度也较外围柱筒小得多而被忽略的缘故。

（1）在室外地面，柱距为 3.05m，典型的箱形柱（68.6cm×81.3cm）横截面有效面积假定为 $A = 2\,630\text{cm}^2$，由柱密集排列而成的每一个墙面，有 19 根柱。风力水平地平行于图 9－31中 $x-x$ 轴，并设风压沿高度作用均匀，其值为 $2\,200\text{N/m}^2$（即 2 200Pa），则悬臂筒体在地面处的最大弯矩为

$$M = \frac{2\,200 \times 63.5 \times 412^2}{2} = 11.86 \times 10^6\text{kN·m}$$

由本书第三章，可求出迎风和背风面每排柱对 $y-y$ 中性轴的惯性矩（图 9－3a）均为

$$I_{x-x}=\int y^2\cdot dA=\Sigma(A\cdot c^2)=n\cdot A\cdot c^2 \tag{a}$$

式中 A ——柱的有效横截面积；

n ——一排柱的数目；

c ——第 i 根柱对中性轴 $y-y$ 的距离。

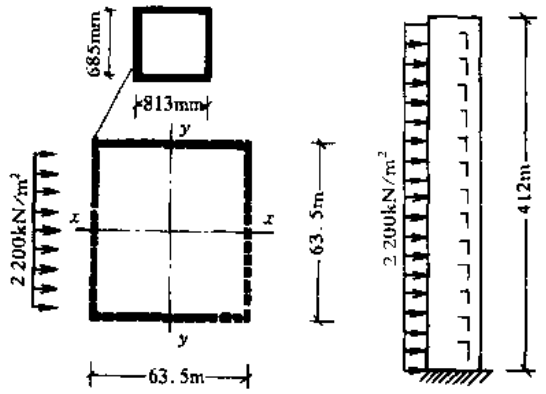


图 9－30 塔楼

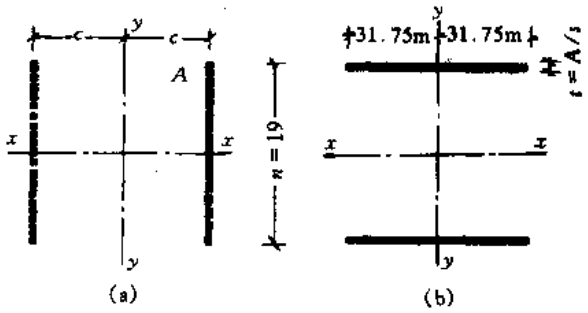


图 9－31 外围柱平面

以上分析对迎风和背风面柱相同。

(2) 但上式对平行于风向的两侧柱不太合理，因为两侧柱墙不是实心墙面，为此将它们折算成两块与柱列等面积的实心墙，只需将一根柱的面积 A 分布在相邻柱距 S 和等效墙厚 t 上，如图 9－31 (b)。

这样，两侧柱列折算成的房屋腹板墙对 $y-y$ 轴的惯矩为，见（图 9－31b)，

$$I_{y-y}=2\left(\frac{t\times(2c)^3}{12}\right)=2\left(\frac{2c^3\cdot A}{3s}\right) \tag{b}$$

根据式(a)和式(b)，房屋筒体对 $y-y$ 轴总的惯矩是

$$I_{总}=2A\cdot n\cdot c^2+2\left(\frac{2c^3\cdot A}{3s}\right)\text{或}I_{总}=2A\cdot c^2\cdot\left(n+\frac{2c}{3s}\right)$$

式中 n 是迎风和背风面上柱的数量（图 9－31)，

本例中：$A=2\ 630\text{cm}^2=0.263\text{m}^2$，　　$c=31.75\text{m}$，

$n=19$，　　$s=3.05\text{m}$，

因此房屋的总惯矩是

$$I_{总}=2\times0.263\times31.75^2\times\left(19+\frac{63.5}{3\times3.05}\right)=13\ 750\text{m}^4$$

迎、背风面柱的拉、压应力为

$$\sigma_{max}=\frac{M\cdot c}{I_{总}}=\frac{11.86\times10^6\times31.75}{13\ 750}=27.4\times10^6\text{Pa}$$

由此可得在室外地面一个典型柱的轴向力为

$$N_c=\sigma\cdot A=27.4\times10^6\times0.263=7.2\times10^6\text{N}=7\ 200\text{kN}$$

如果忽略两侧折算成的腹板墙的抵抗力，假定迎风面和背风面柱承担所有由风载产生的弯矩，显而易见，轴向力将更大：

$$N_c=\sigma\cdot A=\frac{M\cdot c}{n\cdot A\cdot c^2}\cdot A=\frac{M}{n\cdot c}=\frac{11.86\times10^6}{19\times63.5}=9\ 830\text{kN}$$

这表示大约20%的弯矩由平行于风力方向的两侧的柱承担。

承受均布荷载的悬臂梁的最大挠度为 $\Delta=\frac{ql_4}{8EI}$，设房屋筒体的惯矩是一个常数，于是，房屋的最大侧移为（设弹性横量 $E=2.04\times10^{11}$）：

$$\Delta=\frac{ql^4}{8EI}=\frac{2\,200\times63.5\times412^4}{8\times2.04\times10^{11}\times13\,750}=18\text{cm}$$

以上对房屋侧移的分析，只是非常粗糙近似的。

第五节　近似计算法与电算结果的比较

下面给出近似计算法这一章中几个例题与编者用电算结果的比较，供读者参考。从中可以看出两者之间的一些差别。当然，由于近似计算法的解题过程本身并无严密不变的规律，因此对于每一个不同的题目，即使用同一种近似法去计算，得出的误差大小也不会完全一致。

其中加了括号的数字表示电算结果，未加括号的数字表示用近似法计算的结果。

（1）与例9－3的比较结果如下，如图9－32。

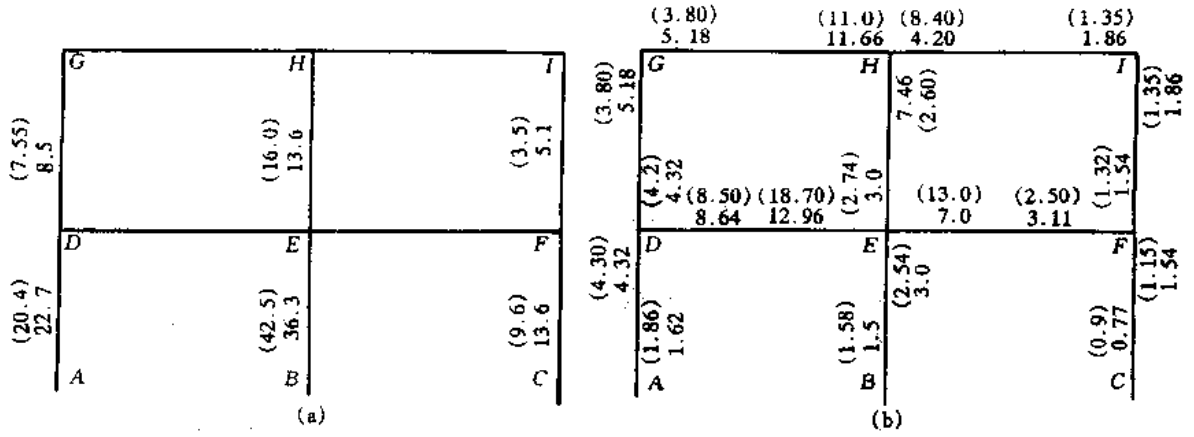


图9－32

（a）轴力图比较（kN）；（b）弯矩图比较（kN·m）

（2）与例9－4的比较，图9－33。

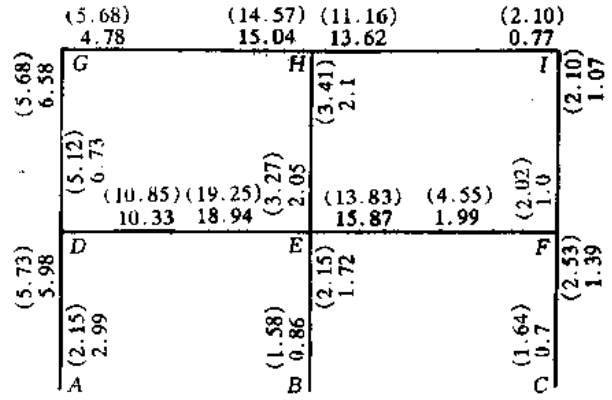


图9－33　（仅有弯矩比较，kN·m）

（3）与例 9－8 的比较，图 9－34。

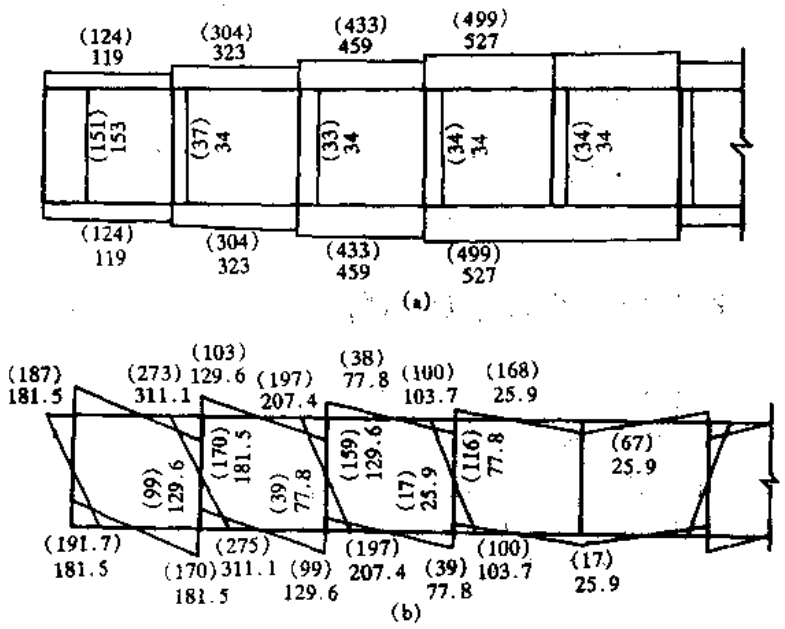


图 9－34

（a）轴力（kN）；（b）弯矩（kN·m）

第六节 小 结

一、本节通过例题介绍了几种建筑结构的近似计算方法。应该注意下面几点。

（1）近似计算法一般是有条件的，也就是说它是作了某些假定之后求导出来的比较粗略的方法，因此使用时要注意条件的相当。

（2）近似计算方法最适宜于初步设计时使用，因为它能比较快的定性，也能较粗略的定量，所以对近似设计很方便。

（3）有的近似计算方法不但可以用于初步设计，也可以用于最后的正式结构设计当中，只要我们概念清楚，对误差的来源有比较明确的理解，那么近似计算的用途就不仅仅限于初步设计阶段了。

二、近似计算总的原则是将复杂的计算简图简化为较简单的计算简图。

（1）将超静定结构向静定结构近似。

（2）将连续截面向铰节点近似。

（3）将荷载的不均匀性向均匀性近似。

（4）将未知的问题向已知的方法近似。

第十章　结构构件的强度计算

内　容　提　要

在本书第二章已经研究了静定结构的内力分析，第八章和第九章研究了常用的几种超静定结构的内力分析方法。因此，对于由杆系所组成的建筑结构，运用第六章有关结构计算简图的方法将实际的建筑结构简化为适当的结构计算简图后，就可以求出建筑结构的内力来。

求出结构的内力并不是结构设计的最终目的。还要根据这些内力，结合构件的材料组成和构造方法等，对每一个结构的构件进行强度、刚度和稳定性分析。请回忆第三章等章节。

(1) 所谓强度分析就是应力比较。构件在外力作用下的截面应力值不超过构件材料能允许的应力值，不致发生破坏而安全工作，这当然是最基本的要求。强度分析仅对构件的横截面进行，不涉及杆长的影响。

(2) 所谓刚度分析就是变形比较。构件在外力作用下发生的变形不超过规定的构件允许变形。理论分析和实践经验都表明，如果对构件的构造措施（相对于理论计算而言）上能够给予一定的保证，比如将梁的跨度和梁截面高度的比例限制在某一个范围内，就能保证梁的弯曲变形不致超过规定的某一范围，从而满足了刚度要求。

(3) 至于稳定性是对压杆而言，人们都有这样的经验，等截面的长压杆比短压杆容易破坏，但是如果从强度（即应力比较）来看，截面应力值$\left(\frac{N}{A}\right)$则是一样的！所以压杆的稳定性就是研究长度对受压构件的影响。

以上关于强度、刚度和稳定性的问题，本书第三、第四和第五章分别作了一般性的研究，但是由于各种构件的材料和组成方式不尽相同，因此，对构件的强度、刚度和稳定性也就呈现出了不完全相同的形式。但其总的原则是相同的。

因此，本章以后的各有关章节将分别对不同材料的构件按钢筋混凝土结构构件、砌体结构构件和钢、木结构构件等的强度进行专门研究，刚度则通过介绍构造措施解决，稳定性问题不单独进行，而是融合到强度计算之中，其原则可参见本书第四章。

本章对新规范《建筑结构设计统一标准》(GBJ68—84) 中的有关内容也作一些简单的介绍。

第一节　将结构分解为基本构件

一、基本构件

一幢房屋必须有它的骨架，骨架破坏，房屋就要倒塌。支撑房屋的骨架称为“房屋结构”，组成房屋结构的基本元件称为“基本构件”。

图 10－1 表示一栋预制构件组成的房屋骨架分解为基本构件的情况。

图 10－2 表示的是一栋刚架式棚子的骨架系由墙和刚架组成。

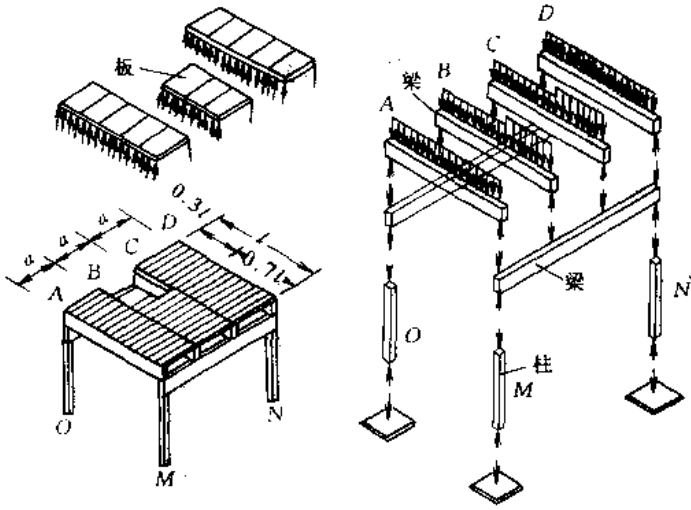


图 10－1 将房屋骨架分解为基本构件

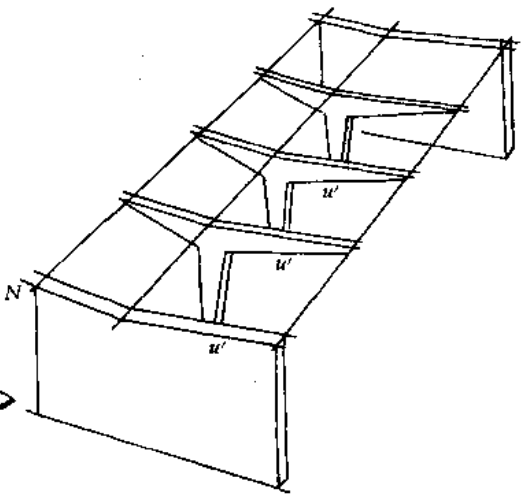


图 10－2 结构的分解

图 10－3 表示一个现浇梁板式楼板分解为基本构件的情况。

图 10－4 表示几栋高层建筑的骨架，显然它们分别都是由各种梁、柱或墙组成的。

从上面几个例子的示意图中可以看出，每一幢房屋的承重结构体系都是由若干个结构构件连接而成的；这些结构构件的形式虽然多种多样，但可以从中概括出几种典型的基本构件。

(1) 第一种基本构件是“梁”(图 10－5)。梁通常横放在支座上，上面承受荷载。梁受力后要发生弯曲，所以梁是一种“受弯构件”。一般梁在受弯的同时，还要受剪，有时也会受扭，但主要是受弯。

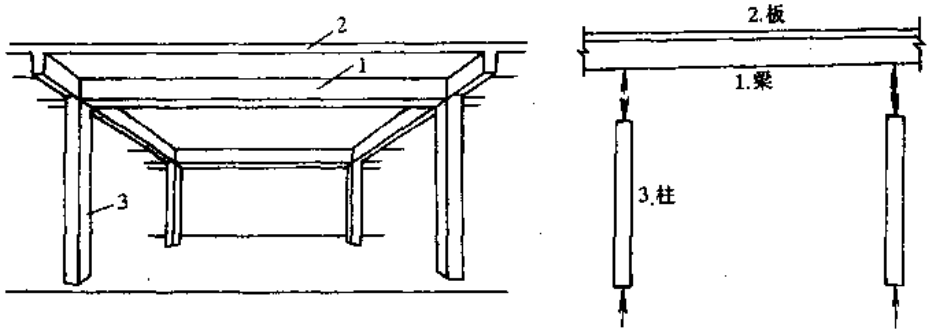


图 10－3 现浇梁板式楼板和柱的分解

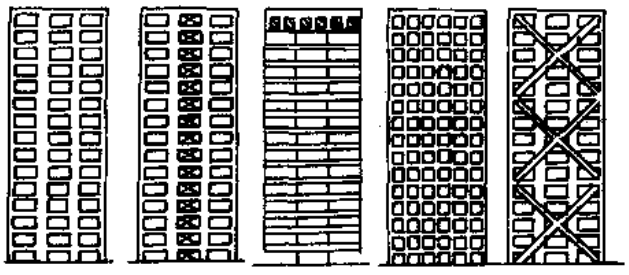


图 10－4 高层房屋的骨架

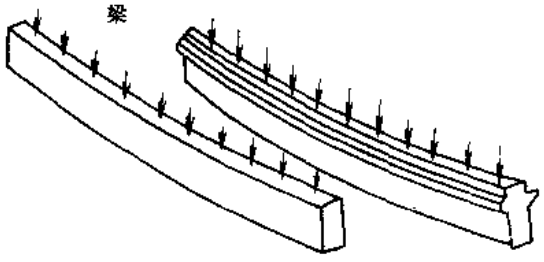


图 10－5 梁

(2) 第二种基本构件是“柱”(图 10－6)。柱通常是直立的，荷载自上向下作用，使柱受压，所以柱是一种“受压构件”。有时柱子也会受弯，但主要是受压。

柱与梁的受力特点有质的不同，梁主要受弯，柱主要受压。从荷载作用的方向看，梁所受的荷载是横向作用的，与构件（即梁）的纵轴线相垂直，如图 10－7。柱所受的荷载是纵向作用，与构件（即柱）的纵轴相平行，如图 10－8。这是梁与柱这两种基本构件的根本区别。至于梁横卧、柱竖立，从结构角度看，倒并不是区别梁与柱的唯一标志，因为有些梁(例如楼梯梁）是斜放的，有些柱也是倾斜的。

关于梁、柱的荷载情况，一般说来柱的自重有一个从上至下的积累过程，如图 10－8 (b)、(c)，而梁的自重没有这种特点。

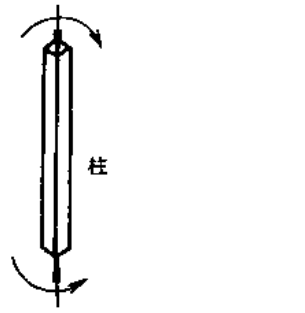


图 10－6　柱

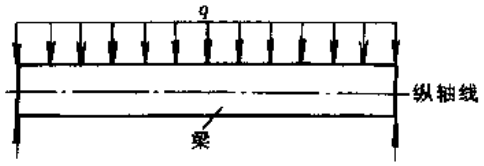


图 10－7　梁的荷载特点——荷载横向作用

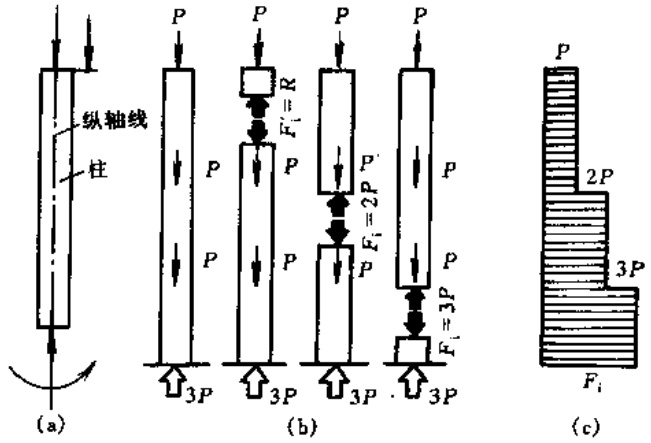


图 10－8　柱的荷载特点——荷载纵向作用
(a) 柱；(b) 柱的自重集聚；(c) 轴力图

与此类似墙的重量也有一个积累问题。墙的问题将随后谈到。

(3) 另一种构件是“拉杆”，见图 10－9。拉杆与柱的主要区别在于前者受拉，后者受压，其余特点两者基本相同。关于拉杆，工程中常见于桁架，本书第二章已经作了较为详细的介绍。

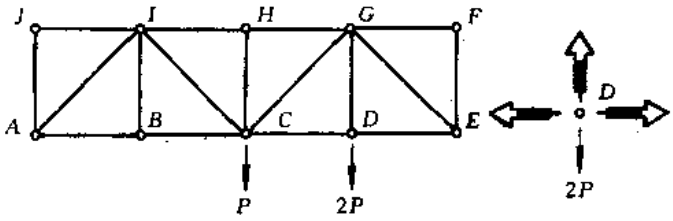


图 10－9　桁架中有拉杆

(4) 再一种基本构件是“板”。每一幢房屋都有楼板和屋面板。有些板，例如实心板、多孔板等，它们的受力特点与梁基本相同，只在一个方向发生弯曲，称为单向板（图 10－10），有时称为梁式板。梁式板与梁的区别在于它们的截面形式不同，板的截面宽而薄，梁的截面狭而高。板也是受弯构件。有些板在两个方向都要发生弯曲（图 10－11），称为双向板，它的特点与梁就不完全相同了。

(5) 还有一种基本构件是“墙”（图 10－12）。墙与柱的区别犹如板与梁的区别，前者的截面宽而薄，后者则不然。一般的墙与柱一样，都是受压构件。有时墙也受弯，但主要是

受压。

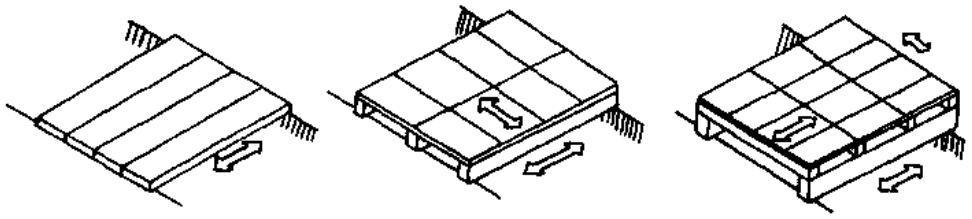


图 10－10 单向板

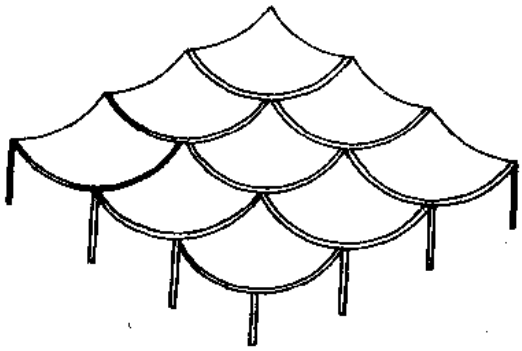


图 10－11 双向板

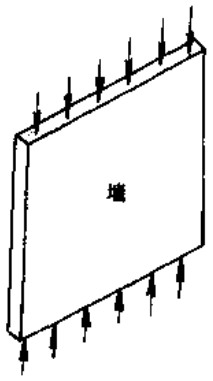


图 10－12 墙

二、构件组合

在实际房屋结构中，常看到以上几种基本构件组合而成的结构构件，主要有交叉梁、桁架及框架等。

(1) 图 10－13 表示由若干根梁交叉布置而成的“交叉梁”。所以交叉梁就是梁与梁的组合。

如梁上还有板，叫交梁楼面。交梁楼面中的梁，有时做成横截面不相同，称主、次梁体系，如图 10－13。有时还有图 10－14 所示的等截面的交梁体系。

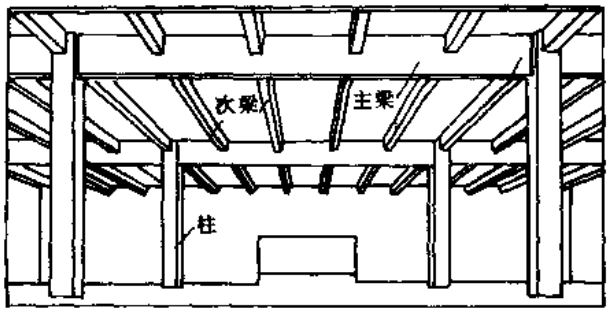


图 10－13 交叉梁之一——主、次梁体系

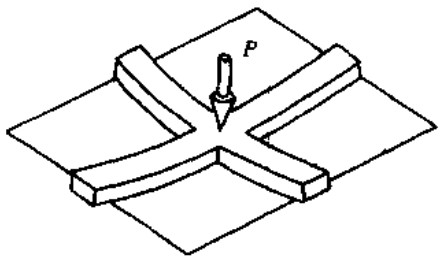


图 10－14 交叉梁之二——不分主次梁

(2) 图 10－15 的屋架称为“桁架”，实际上它是由若干根压杆与拉杆连接而成的。

(3)“框架”在房屋结构中经常采用，实际上它是若干个梁与柱的组合，见图 10－16，或者是若干个桁架与柱的组合。

(4) 以上列举的构件都是直线形的，梁和柱都是一根一根的直杆，板和墙都是一片一片

的平板；这些是在一般的房屋建筑中所大量采用的结构构件。有时也会遇到曲杆和曲板，比如“拱”（图 10－17）、“悬索”（图 10－18）及“薄壳”（图 10－19）。

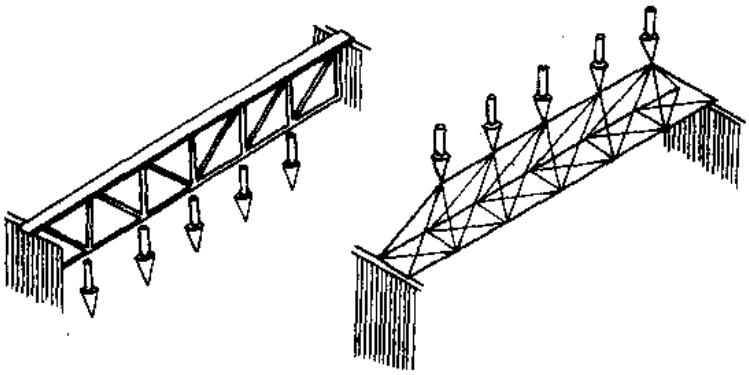


图 10－15　桁架

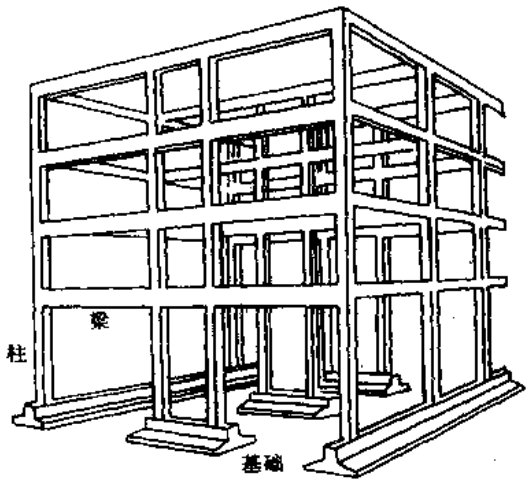


图 10－16　框架

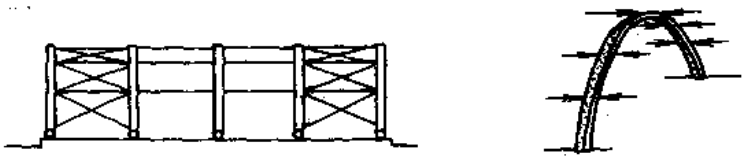


图 10－17　拱



图 10－18　悬索

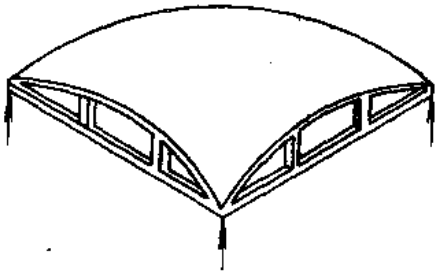
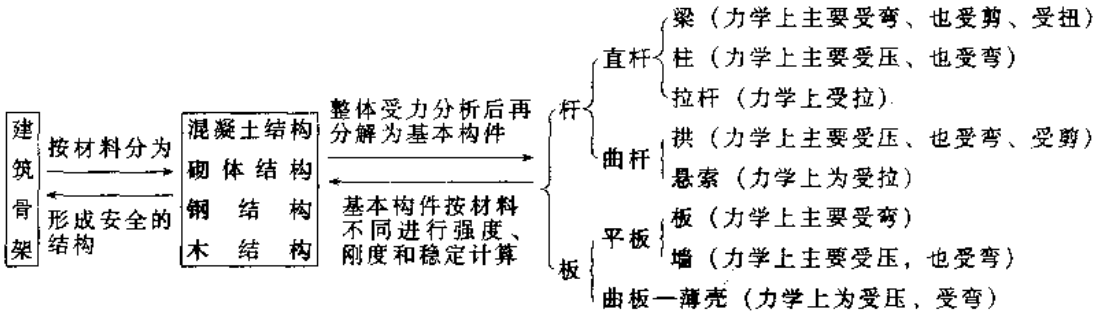


图 10－19　薄壳

三、建筑结构设计的基本过程



上面是建筑结构设计的基本过程图。可作为本节内容的小结。该过程图可以从两方面来理解：

(1) 建筑骨架可由不同的材料做成，比如钢筋混凝土、钢、木或砌体等。每一个整体骨架都可分解为若干构件，这些构件的种类虽多，但从力学上看，可以归结为一些力学性能相同或相似的基本构件。图中用右向箭头表示这一过程。

(2) 对各种不同材料和不同力学性能的基本构件分别进行强度设计、刚度的构造处理等阶段以后就可以构成安全的房屋骨架。图中用左向箭头表示这一过程。

第二节 内力与截面的对应

在第二、八和九章已经研究了求建筑骨架各个部件在任一指定截面的内力（即 M、V、N）。注意到构件的内力（M、V、N）一定是相应于某一指定截面而言的。比如图 10－20 (a) 的多层框架，我们已经用分层法近似地求出了它在垂直荷载下的弯矩图（图 10－20b）。

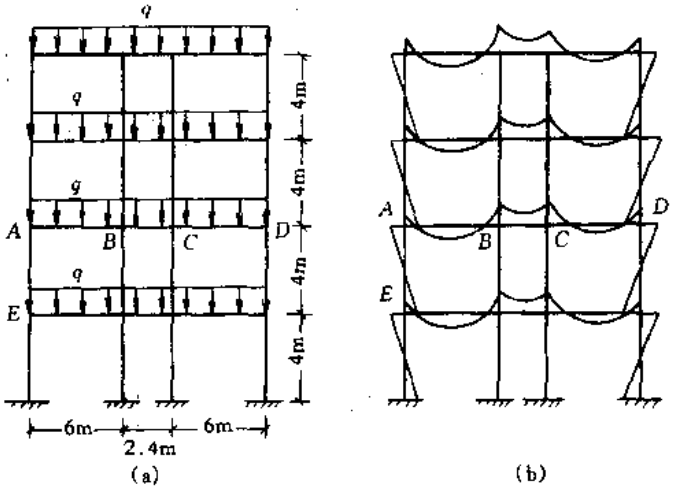


图 10－20 房屋按整体进行了内力分析
(a) 计算简图；(b) 弯矩图

以梁 $ABCD$ 为例，将它放大如图 10－21，那么当横坐标 x 为梁长某一数值，比如 $x=3$m 时的 1－1 截面，此处的弯矩值 $M=-2.5$kN·m，就是说，在 $ABCD$ 这根梁上，截面 1－1 上的弯矩是 －2.5kN·m，其中负号代表梁在此处向下弯，系为了与图中的 $x-y$ 直角坐标系吻合。但我们在结构设计中 y 坐标的指向恰与之相反，请见本书第二章。又以柱 AE 为例，将它放大如图 10－22，那么当 x 坐标即柱高为 1.5m 处，此处的弯矩值 $M=10$kN·m，仅仅是说，在截面 2－2 上的弯矩是 10kN·m，其值为正代表柱的内侧受拉。

设想如果 1－1、2－2 截面的材料分别能抵抗 2.5kN·m 和 1.0kN·m 以上的弯矩，那么，显然截面 1－1、2－2 将是安全的。以此类推，如果在一根构件的某一适当部位选定一个最不利的内力，以此内力作为构件在某一段长度范围内的“内力代表”，并按照此“内力代表”来满足构件的强度要求，那么确定出的构件将是安全的。这样就形成进行构件强度设计的基

本原则，即内力与截面对应。

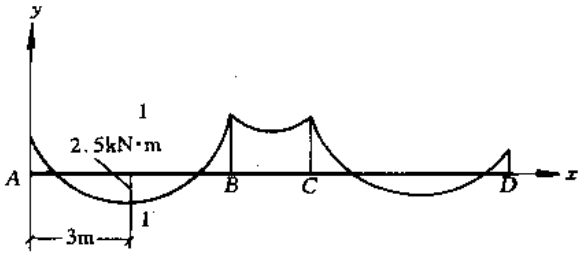


图 10－21　内力与截面的对应——梁弯矩图

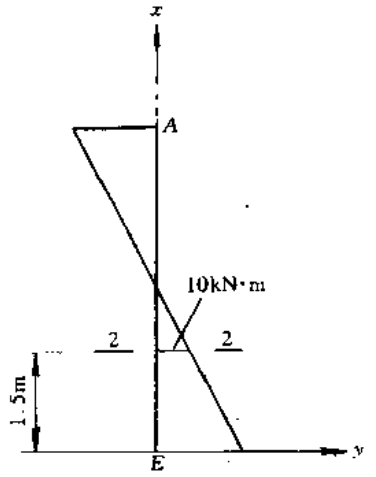


图 10－22　内力与截面对应——柱弯矩图

第三节　截面强度设计方程的数学实质

在进行基本构件的截面强度设计时，数学上往往可以归结为解如下的方程。

$$A \cdot x + B = 0 \tag{10-1}$$

$$A_1 \cdot x + B_1 \cdot y = C_1 \tag{10-2}$$

$$A_2 \cdot x^2 + B_2 \cdot x + C_2 = 0 \tag{10-3}$$

式中 A、B、A_1、B_1、C_1 和 A_2、B_2、C_2 代表某一个已知数，可由具体的问题给定的已知条件代入后加以演算、合并后形成。x 和 y 代表所求的未知数。比如可能是指一根钢筋混凝土梁的受拉钢筋的截面积和受压区混凝土的高度等。

砌体结构、钢结构和木结构构件的强度计算，一般归结为式（10－1），钢筋混凝土结构构件一般可归结为上面几个公式的组合求解，大部分情况下是式（10－2）与式（10－3），或者式（10－1）与式（10－2）的联解。

设计手册中关于各种构件的计算作了较多的公式演化，主要目的为便于编计算图表，但并不是原则上的演变。只要掌握了建立平衡方程的方法，对于它们的求解，原则上已经没有任何困难了。

还有一点需要说明，正如在解数学中的某些应用题时，有些根据方程解得的根，因不合题意而必须舍去。在研究方程式（10－3）的时候，也有一个根据已知条件（逻辑条件或实验结果）验根的问题。我们将在相应的问题中进行研究。

第四节　建筑结构构件设计准则概述

一、概率极限状态设计准则

这一准则或称为按可靠指标的设计原则。我国 1984 年公布的《建筑结构设计统一标准》(GBJ68—84）规定了今后结构设计均应以此标准作为依据。

下面对这个概念进行简述。

(1) 结构和构件是否受到破损

由该结构构件所承受的荷载效应 S 的大小和结构构件抗力 R 之间的相互关系而定。荷载效应 S 和构件抗力 R 的含义为：

1) 荷载效应 S　指由于荷载、地震、温度、支座不均匀沉降等因素使结构所产生的内力和变形（如轴力、弯矩、剪力、扭矩、挠度、转角和裂缝等）。由于有些作用荷载的不确定性，因而荷载效应往往是一个随机变量。

2) 结构抗力 R　指结构承受内力和变形的能力（如构件的承载能力、刚度等）。由于材料性能固有的变异性、构件几何特征的不同、计算方法一定程度上的经验性，所以由这些因素综合而成的结构抗力亦是一个随机变量。

(2) 因为施加在结构上的荷载等外部因素使构件所产生的荷载效应即为各个截面的内力，而代表结构内部所具有的结构抗力亦能表示成内力的量纲形式，所以荷载效应和结构抗力之间的统计关系可以表示为同一种单位的数量关系。比如荷载效应 S 在结构内产生的弯矩 M 用单位 kN·m 表示之，那末结构抗力 R 对弯矩 M 的抵抗能力也可以用 kN·m 表示之。从而 S 和 R 之间可以建立起一组比较大小的不等式或等式。

(3) 显然，当 $(R-S)>0$ 时结构是安全的，当 $(R-S)<0$ 时结构破坏，$(R-S)=0$ 时结构处于极限状态。

如上所述，结构构件安全可靠的基本条件是

$$R - S \geqslant 0 \tag{10-4}$$

此式即为结构的极限状态方程。

实践证明 R 和 S 是随机变量，所以 $R-S$ 亦是一个随机变量，是前两个随机变量的函数，它的统计特征值可写成如下形式

平均值　$\mu_g = \mu_R - \mu_s$

标准差　$\sigma_g = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$　(10-5)

变异系数　$\delta_g = \sigma_g / \mu_g$

式中　μ_R，μ_S ——抗力和效应的平均值；

σ_R，σ_S ——抗力和效应的标准差。

(4) 用下面的公式来定义结构的可靠度指标 β：

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \tag{10-6}$$

从上式可以看出，如所设计的结构，当 μ_R 和 μ_S 之差值愈大或者 σ_R 及 σ_S 值愈小时，可靠度指标 β 值就愈大，结构愈可靠。反之则结构愈不可靠。

合理解决结构设计问题，就是要使这个结构构件可能发生破坏的概率低于一个允许水平。当用可靠度指标来表示时，则为结构构件的可靠度指标 β 不得小于允许的可靠指标 $[\beta]$：

$$\beta \geqslant [\beta]$$

或

$$\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \geqslant [\beta] \tag{10-7}$$

在《建筑结构设计统一标准》中已对允许的可靠度指标作了具体规定。对结构构件在破

坏前有明显的变形或其它预兆的延性破坏，取 $[\beta]=3.2$。对结构构件在破坏前无明显变形和其它预兆的脆性破坏，取 $[\beta]=3.7$。当有充分根据时，$[\beta]$ 值可以作不超过 ± 0.25 的调整。对承受偶然作用或有特殊要求时，可以调整容许的可靠指标。

按可靠指标的设计准则是直接运用概率论的原理，但在确定可靠指标时，我们将效应和抗力作为两个独立的随机变量，只考虑其平均值和标准差，而没有考虑两者的联合分布特点等因素，计算中又作了一些简化，所以这个准则只能称为近似概率准则。

按可靠指标的设计准则在基本概念上比较合理，可以给出结构可靠度的定量概念，但计算过程比较复杂，而且需要掌握足够的实测数据，包括各种影响因素的统计特征值。这些仅在比较简单的情况下才可以确定。但有很多影响因素的不定性尚不能统计，因而这个方法还不能普遍用于实际工程中。也就是说，实际上并不直接按 β 值去进行设计。

二、按可靠度指标设计准则的具体形式

由于极限状态方程式（10－4）中所涉及的随机变量很多，除材料强度、几何尺寸和部分荷载可以有足够的实测数据进行统计分析，其它因素的实测数据往往不足，难于作统计分析，需要靠工程经验来解决，所以采用了以各基本变量标准值和分项系数来表达的实用设计式（类似于多系数法），即目前工程设计人员所习惯的半概率的极限状态设计准则。

在极限状态设计准则中，通过验算二种极限状态，即承载能力极限状态和正常使用极限状态，来保证结构的安全性和使用性。

（1）承载能力极限状态指的是结构构件及其联结因超过材料强度而破坏，或因过度塑性变形而不适于继续承载；结构或其一部分作为刚体失去平衡而丧失稳定；结构转变为机动体系；结构构件发生疲劳破坏等现象。由于它关系到结构的部分或全部的破坏或倒塌，将导致生命伤亡和大量经济损失，所以这类极限状态出现的概率应该极低。这种极限状态的核算，具体地说，是研究结构的强度。本书将对几种结构构件讨论这种极限状态。

（2）正常使用极限状态指的是结构在正常使用下产生过度的变形；产生过早或过宽的裂缝；产生不应有的振动现象等。由于它影响正常使用，影响结构的耐久性或使人们难于接受的感觉。结构到达这种极限状态时导致生命伤亡的危险性或经济损失均小于承载能力极限状态，可以允许有稍高的失效概率。这种极限状态，在以往的设计工作中表现为对构件进行挠度或裂缝开展方面的计算。本书将不直接介绍这样的方法，而是重点介绍设计经验中使用非常简单，而且行之有效的所谓构造措施来加以解决。

式（10－4）至式（10－7）的具体含义可用图 10－23 定性地进行理解。

图 10－23 中的斜线区域表示结构的抵抗能力 R 的可能范围，加点区域表示由于荷载产生在结构上的效应（或称内力）S 的可能范围。

在设计中采用较低的结构抗力 R^*（比如斜线区域的下限）和较高的荷载效应 S^*（比如加点区域的上限），保证 R^* 不低于 S^*，即

$$R^* \geqslant S^* \qquad (10-8)$$

显然，图中的 R^* 可以用抗力平均值 R_k 来除以一个大于 1 的系数加以缩小来表示，而 S^* 也可以用结构的平

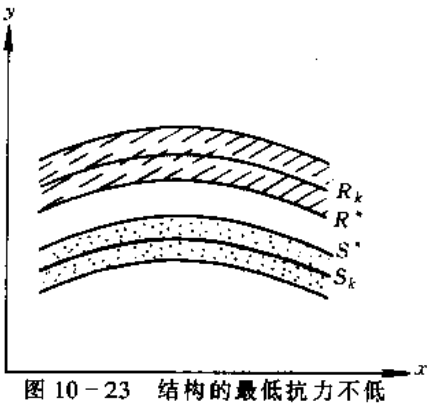


图 10－23　结构的最低抗力不低于荷载的最大效应

x——表示结构在使用年限以内；

y——表示力或力矩

均效应 S_k 乘以一个大于 1 的系数加以放大来表示。即

$$R^* = R_k/\gamma_R \qquad (10-9)$$

$$S^* = \gamma_S \cdot S_k$$

式中 R_k，S_K ——结构抗力和荷载效应的标准值，即统计学上的平均值；

γ_R，γ_S ——结构抗力和荷载效应的分项系数。前者小于 1.0 而后者大于 1.0；

R^*，S^*——结构抗力和荷载效应的设计值。R^* 又称为设计抗力。

荷载的设计值 $\gamma_S \cdot S_K$ 亦称设计荷载，大体上相当于结构在非正常使用情况下的最大值，其数值比荷载标准值大。

构件抗力的设计值 $\frac{R_K}{\gamma_R}$ 大体上相当于构件在非正常生产情况下的最小值。其数值比结构抗力标准值低。

承载能力极限状态设计就是使荷载效应的设计值不大于结构抗力的设计值，见图 10－23。它的表达式即为

$$\frac{R_K}{\gamma_R} \geqslant \gamma_S \cdot S_K \qquad (10-10)$$

除了上述的荷载分项系数 γ_S 和抗力分项系数 γ_R 外，有时考虑到建筑物破坏后果（危及人的生命、造成经济损失、产生的社会影响等）的严重性，根据建筑物的安全等级还可以采用第三个分项系数 γ_0（$\gamma_0 \geqslant 1.0$），称结构重要性系数，应用时将系数 γ_0 乘在 γ_S 上就可以了。此时式（10－10）演变为下面的普遍形式：

$$\frac{R_k}{\gamma_R} \geqslant \gamma_0 \cdot \frac{\gamma_S}{S_k} \qquad (10-11)$$

应该指出，式（10－11）的意义虽然明确，但是却需要经过大量的调整、统计工作之后才能得出。当然在实际设计工作中，式中的每一项都有明确的规定，所以虽然较之总安全系数方法多出了几个系数，但却更为科学和合理。

作为应用上的理解，R^* 与 S^* 的比值大体上相当于我们习惯上常说的总安全系数。

三、示例

实际上应用式（10－11）时，还需要更具体一些，下面举两个例子说明。

例 10－1

钢筋混凝土构件是由混凝土和钢材两种材料组成的，所以抗力的设计值要分解成下列的抗力函数：

$$\frac{R_k}{\gamma_R} \Rightarrow R\left(\frac{f_{ck}}{\gamma_c}, \frac{f_{sk}}{\gamma_s}, A\right) \qquad (10-12)$$

式中 f_{ck}、f_{sk}——混凝土和钢筋的强度标准值；

γ_c、γ_s——混凝土和钢筋的材料分项系数；

A——截面几何尺寸。

钢筋混凝土构件承载能力极限状态安全性的验算方法如图 10－24 所示。它是把材料的强度标准值 f_k 除以相应的材料分项系数 r_m 求得材料强度设计值 $\frac{f_k}{r_m}$，再由设计值求出截面的承载能力 R^*，必须确保 R^* 大于截面设计内力 S^*。设计内力 S^* 则是根据荷载的标准值

S_k 乘以荷载分项系数 r_s 后得出的荷载设计值。

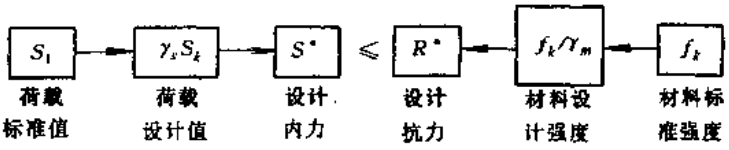


图 10－24　承载能力极限状态验算安全性的方法

例 10－2　某屋面板，板的自重、抹灰层等永久荷载引起的弯矩标准值 M_{ak} 为 1 600N·m，楼面可变荷载引起的弯矩标准值 M_{1k} 为 1 200N·m，雪荷载引起的弯矩标准值 M_{sk} 为 200N·m，安全等级为二级，求总荷载效应 M。

解

(1) 本例中的荷载效应标准值已经给出，由《建筑结构设计统一标准》规定，对于荷载分项系数 γ_s，尚应分别考虑永久荷载和可变荷载的不同，它们的值分别为

当永久荷载时（或称恒载）：

γ_S 以 γ_G 表示，$\gamma_G=1.2$；

当可变荷载时（或称活载）：

γ_S 以 γ_Q 表示，$\gamma_Q=1.4$；

(2) 建筑物的结构重要系数 γ_0 按下面数值取用：

当安全等级为一级时：

$$\gamma_0=1.1$$

当安全等级为二级时：

$$\gamma_0=1.0$$

当安全等级为三级时：

$$\gamma_0=0.9$$

(3) 所以，

$$M=\gamma_0\cdot(\gamma_G\cdot M_{gk}+\gamma_Q\cdot M_{1k}+\gamma_Q\cdot\psi_C\cdot M_{sk})$$
$$=1.0\ (1.2\times 1\ 600+1.4\times 1\ 200+1.4\times 0.6\times 200)=3\ 770\text{N}\cdot\text{m}$$

本例的要点是荷载效应（即内力）与荷载成一次方的线性关系，所以可以把荷载效应（即内力）的标准值直接乘以荷载分项系数而变为内力的设计值。雪荷载乘积中的 ψ_c 指雪载的组合系数，不考虑风荷时取 $\psi_c=0.6$。

第五节　小　　结

本章应着重掌握以下内容：

(1) 结构基本构件的类型及其内力特点；

(2) 构件上的内力与截面坐标一一对应的原则；

(3) 构件强度计算的数学实质系解算一组方程；

(4) 按可靠度进行结构设计的准则，几个分项系数的含义。

第十一章　钢筋混凝土受弯构件的强度计算

内　容　提　要

本章重点来研究钢筋混凝土梁的强度设计问题。

(1) 按照已经求出来的内力 M 和 V 设计钢筋混凝土梁，使它在某一截面的内力 M 和 V 作用下能够安全的工作，不发生破坏。这一过程通常叫做强度设计。在建造一根新的梁之前，都要有这个过程。

(2) 如果已经知道的是某一根已经存在的梁，那么它的截面大小和形状、混凝土强度等级、钢筋种类和面积都是已知的，需要核算该梁能承受的 M 和 V 有多大？这一过程叫截面的复核。在旧建筑改造，工程质量分析和鉴定时，往往要对截面强度进行复核。

从数学上，以上所谓强度设计和截面复核的不同之处仅在于同类方程中的已知条件和未知数不同而已。

上述的问题中，都涉及到内力“弯矩”和“剪力”，下面给出两个有关的名词解释。

正截面强度计算——与构件纵轴线相垂直的横截面叫做正截面，正截面在指定弯矩作用下能否安全工作叫做正截面强度计算。由第三章第一节，弯矩在正截面上的作用，实质上是正截面上将出现拉、压正应力，这些拉、压正应力分别对该截面中性轴取短，即力偶矩，其矩之和即弯矩。显然，正截面材料必然要有抵抗这些力偶的能力，如果材料所能产生的能力大于或等于这些力偶矩的作用，则该正截面是安全的，否则将被破坏。

同时可以看出，既然是抵抗正应力，那么正截面强度计算的实质也就归结到截面材料抵抗拉力和压力的问题。正好，混凝土抗压能力强，钢筋抗拉能力强，由这两种材料组成的正截面将具有很好的抵抗正应力的能力，这就是本章所要研究的钢筋混凝土正截面强度计算。

斜截面强度计算——在剪力 V 作用下，梁将沿与梁纵轴线成某一角度的斜截面破坏，研究梁的斜截面抵抗剪力的过程，叫做斜截面强度计算。

这一章，先研究正截面强度计算，然后再研究斜截面的强度计算。

关于钢筋混凝土受弯构件正截面和斜截面强度计算中的查表法，由于它们均由有关的方程式演化而来，道理和用法不讲自明，请读者直接参考有关的手册。

第一节　钢筋混凝土结构强度计算中的几个常用表格

(1) 混凝土的强度设计值，见表 11－1。表中的“强度等级”可理解为目前通用的“标号”。

(2) 钢筋的强度设计值，见表 11－2 (a)。

(3) 圆钢筋在各种直径和根数时的横截面面积，见表 11－2 (b)。所谓圆钢筋包括光面和螺纹圆钢筋，同样适用。

4．1m宽度内各种直径圆钢筋的根数、间距与它对应的横截面关系，见表11－2（c）。

表11－1　混凝土强度设计值（N/mm²）

强度种类	符　号	混凝土强度等级											
		C7.5	C10	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C55	C60
轴心抗压	f_c	3.7	5	7.5	10	12.5	15	17.5	19.5	21.5	23.5	25	26.5
弯曲抗压	f_{cm}	4.1	5.5	8.5	11	13.5	16.5	19	21.5	23.5	26	27.5	29
抗　拉	f_t	0.55	0.65	0.9	1.1	1.3	1.5	1.65	1.8	1.9	2	2.1	2.2

注：①计算现浇钢筋混凝土轴心受压及偏心受压构件时，如截面的长边或直径小于300mm，则表中混凝土的强度设计值应乘以系数0.8；当构件质量（如混凝土成型、截面和轴线尺寸等）确有保证时，可不受此限；

②离心混凝土的强度设计值应按有关专门规定取用；

③所谓混凝土的强度设计值，就是它的标准强度除以材料分项系数以后的值，在设计中就不必再考虑材料分项系数 γ 了。请与第十章式（10－12）对照；

④混凝土强度等级与现今习惯用的混凝土标号有如下关系

$$\text{强度等级}=\frac{\text{混凝土标号}}{10}-2$$

表11－2（a）　钢筋强度设计值（N/mm²）

种　类		f_y	f'_y	代　号
热轧钢筋	Ⅰ　级	210	210	Φ
	Ⅱ　级 $d\leqslant 25$ $d=28\sim 40$	 310 290	 310 290	Φ
	Ⅲ　级	340	340	Φ
	Ⅳ　级	500	400	Φ
冷拉钢筋	Ⅰ级（$d\leqslant 12$）	250	210	请参阅有关标准
	Ⅱ级 $d\leqslant 25$ $d=28\sim 40$	380 360	310 290	
	Ⅲ　级	420	340	
	Ⅳ　级	580	400	
热处理钢筋	40Si2Mn（$d=6$） 48Si2Mn（$d=8.2$） 45Si2Cr（$d=10$）	1000	400	

注：①在钢筋混凝土结构中，轴心受拉和小偏心受拉构件的钢筋抗拉强度设计值大于310N/mm²时，仍应按310N/mm²取用；其他构件的钢筋抗拉强度设计值大于340N/mm²时，仍应按340N/mm²取用；对于直径大于12mm的Ⅰ级钢筋，如经冷拉，不得利用冷拉后的强度；

②当钢筋混凝土结构的混凝土强度等级为C10时，光面钢筋的强度设计值应按190N/mm²取用，变形钢筋（包括月牙纹钢筋和螺纹钢筋）的强度设计值应按230N/mm²取用；

③构件中配有不同种类的钢筋时，每种钢筋根据其受力情况应采用各自的强度设计值；

④本书所有的章节，均以热轧钢筋作例子，不另行注明。

表 11－2（b） 钢筋的计算截面面积

直径 d (mm)	不同根数钢筋的计算截面面积（mm^2）								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	7.1	14.1	21.2	28.3	35.3	42.4	49.5	56.5	63.6
4	12.6	25.1	37.7	50.2	62.8	75.4	87.9	100.5	113
5	19.6	39	59	79	98	118	138	157	177
6	28.3	57	85	113	142	170	198	226	255
6.5	33.2	66	100	133	166	199	232	265	299
8	50.3	101	151	201	252	302	352	402	453
8.2	52.8	106	158	211	264	317	370	423	475
10	78.5	157	236	314	393	471	550	628	707
12	113.1	226	339	452	565	678	791	904	1 017
14	153.9	308	461	615	769	923	1 077	1 230	1 387
16	201.1	402	603	804	1 005	1 206	1 407	1 608	1 809
18	254.5	509	763	1 017	1 272	1 526	1 780	2 036	2 290
20	314.2	628	941	1 256	1 570	1 884	2 200	2 513	2 827
22	380.1	760	1 140	1 520	1 900	2 281	2 661	3 041	3 421
25	490.9	982	1 473	1 964	2 454	2 945	3 436	3 927	4 418
28	615.3	1 232	1 847	2 463	3 079	3 695	4 310	4 926	5 542
32	804.3	1 609	2 418	3 217	4 021	4 826	5 630	6 434	7 238
36	1 017.9	2 036	3 054	4 072	5 089	6 107	7 125	8 143	9 161
40	1 256.1	2 513	3 770	5 027	6 283	7 540	8 796	10 053	11 310

注：①表中直径 $d=8.2mm$ 的计算截面面积仅适用于有纵肋的热处理钢筋；

②例：当钢筋面积为 $A_s=1\ 250mm^2$，按上表可用 5 ⌀ 18，其实际面积 $A_{s实际}=1\ 272mm^2$；也可用 2 ⌀ 22＋1 ⌀ 25，其实际面积为 $A_{s实际}=1\ 259mm^2$；

③所谓钢筋的设计强度，就是它的标准强度除以材料分项系数以后的值，在设计中就不必再考虑材料分项系数 γ 了。请与第十章式（10－12）对照。

表 11－2（c） 每 m 板宽各种间距的钢筋截面面积表（mm^2）

直径 d (mm)	钢筋间距（m）															
	75	80	90	100	120	125	140	150	160	180	200	220	250	280	300	320
4	168	157	140	126	105	101	90	84	78	70	63	57	50	45	42	39
5	262	245	218	196	163	157	140	131	123	109	98	89	79	70	65	61
6	377	354	314	283	236	226	202	189	177	157	141	129	113	101	94	88
6/8	524	491	437	393	327	314	281	262	246	218	196	179	157	140	131	123
8	671	629	559	503	419	402	359	335	314	279	251	229	201	180	168	157
8/10	859	805	716	644	537	515	460	429	403	358	322	293	258	230	215	201
10	1 047	981	872	785	654	628	561	523	491	436	393	357	314	280	262	245
10/12	1 277	1 198	1 064	958	798	766	684	639	599	532	479	436	383	342	319	299

（续）

直径 d	钢筋间距（m）															
（mm）	75	80	90	100	120	125	140	150	160	180	200	220	250	280	300	320
12	1 508	1 414	1 257	1 131	942	905	808	754	707	628	565	514	452	404	377	353
12/14	1 780	1 669	1 483	1 335	1 113	1 068	954	890	834	742	668	607	534	477	445	417
14	2 052	1 924	1 710	1 539	1 283	1 231	1 099	1 026	962	855	770	700	616	550	513	481
16	2 682	2 513	2 234	2 011	1 676	1 608	1 436	1 340	1 257	1 117	1 005	914	804	718	670	628

注：①例：当一米宽板筋 $A_s=314mm^2$ 时，可用 $\phi3$ 间距 160mm 或 $\phi6$ 间距 250 加 $\phi8$ 间距 250mm，这两种规格的钢筋间隔放置；

②表中之所以采用每米板宽是因为板在计算强度时一般取 1m 宽的板带作代表，算出的钢筋面积 A_s 需分配到 1m 宽板中；

③表中第 1 列数字间加斜杠表示 2 种直径钢筋间隔放置。比如 6/8@100 表示 $\phi6$ 与 $\phi8$ 钢筋间隔放置，每两根之间的距离为 100mm。

第二节　单筋矩形梁正截面强度计算及例题

一、平衡图示及平衡方程

（1）正如第十章第二节指出，强度计算实质上就是截面上的应力比较。即是说，所研究的截面上的实际应力应小于该截面材料所容许的应力。

研究截面的应力比较，在数学上归结为解一组联立方程，见式（10－1）～式（10－3）。因此，正截面强度解题的思路易得，参照图 11－1。

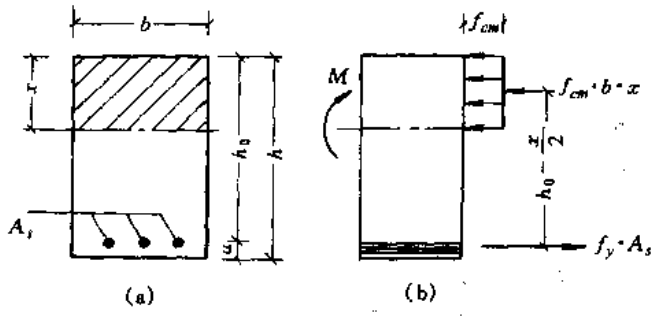


图 11－1　单筋矩形梁正截面的强度计算图式

1）取出截面，画出截面需承担的正应力，由于此正应力系弯矩分解而成，所以只需画出弯矩即可。弯矩表示在图 11－1 上用 M 表示之。

2）求出由相邻截面材料所提供的抵抗正应力，即材料所能产生的正应力。这些正应力拉、压成对，构成一系列的力偶，其产生的力偶矩抵抗外力产生的 M。拉应力由钢筋提供，在图 11－1 中用乘积 f_y、A_s 表示成合力。压应力由混凝土提供，在图 11－1 中用乘积 $f_{cm}\cdot b\cdot x$ 也表示成合力。

3）将以上（1）、（2）的条件组成方程并联解之。

以上是解题的总思路，下面结合图 11－1 具体导出。在此之前，先解释“单筋矩形截面”这个名词。

所谓“单筋”就是仅在截面的受拉区设置钢筋以抵抗拉应力，而在截面的受压区则利用

混凝土来抵抗压应力。矩形截面指梁的正截面形状为矩形。梁在弯矩作用下，单筋矩形截面的正截面强度计算根据图 11－1 导出一组平衡方程求解。

(2) 根据图 11－1，可写出截面的平衡方程：

1) 由图 11－1 (b) 可见，混凝土压应力的合力与钢筋拉应力的合力构成了一个力偶，此力偶与弯矩 M 构成了一个平面力偶系，此平面力偶系的平衡条件之一是上述两个合力所形成的力偶矩与弯矩 M 平衡，即它们的代数和应为零。

$\Sigma M=0$，

$$M = f_{cm} \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2}\right) \tag{11-1}$$

由式 (11－1)，一般可解出一个未知数 x，对照图 11－1 (a) 可知，x 表示该截面受压区混凝土的高度。

2) 由图 11－1 (b)，此平面力偶系的平衡条件之二是，压应力的合力与拉应力的合力在水平方向的代数和应为零。

$\Sigma x=0$，

$$f_{cm} \cdot b \cdot x = f_y \cdot A_s \tag{11-2}$$

式 (11－2) 的作用在于：

a. 与式 (11－1) 共同组成图 11－1 (b) 所示的平面力偶系的平衡条件；

b. 与式 (11－1) 联解可解出两个未知数，比如由式 (11－1) 解出该截面受压区混凝土的高度 x 后，与工程设计所需解决的问题尚无直接的联系，进一步再解式 (11－2)，则可求出受拉钢筋的横截面积，这正是工程中所需要的。

图 11－1 和式 (11－1)、式 (11－2) 中：

M ——由内力分析得出的截面上的弯矩，(N·mm)；

f_y ——纵向钢筋的抗拉强度设计值，(N/mm^2) 表 11－2；

f_{cm} ——混凝土的弯曲抗压强度设计值，(N/mm^2) 表 11－1；

A_s ——纵向钢筋的截面面积，(mm^2)；

b ——截面的宽度，(mm)；

x ——截面受压区的高度，(mm)；

h_0 ——截面的有效高度，即纵向钢筋拉力合力作用点至截面上边缘的距离，$h_0=h-a$，(mm)；

h ——截面的高度，(mm)；

a ——纵向受拉钢筋合力点至截面下边缘的距离 (mm)。如采用一排钢筋，$a=\frac{d}{2}+c$ (d 为纵向钢筋直径，c 为净保护层厚度)，一般 $a=35mm$；

式 (11－1)、式 (11－2) 称为单筋矩形截面受弯构件强度计算的基本公式。稍后在第三节中还将要讨论双筋矩形截面。

二、平衡方程的条件限制

由式 (11－1) 和式 (11－2) 看出，都有一个未知数 x。对照图 11－1 可知，x 是梁截面受压区混凝土的高度。科学实验证明，x 的高度不是可以为任意值的，它还必须符合下面条件才能保证梁能安全的工作：

$$\frac{x}{h_0} \leqslant \xi_b \tag{11-3}$$

否则即使 x 满足式（11－1）和式（11－2），但如果 x 的大小超出了式（11－3），梁仍然不安全。

式（11－3）的含义是：x 与截面的计算高度 h_0 的比值必须小于或等于数 ξ_b；关于 ξ_b 的取值，现行颁布的《混凝土结构设计规范》（GBJ10—89）以下简称混凝土规范，有一个计算公式。限于本书的篇幅，不作介绍，近似地提出如下方法：

（1）由实验分析知，对于普遍使用的非预应力钢筋，其 ξ_b 值约在0.5～0.6之间（表11－3）。

（2）在现行混凝土规范之前的我国应用的《钢筋混凝土结构设计规范》（TJ10—74），对 ξ_b 的取值统一定为0.55。

因此，在式（11－3）的使用中，较为精确的计算，可按表11－3取 ξ_b 值，一般情况下，可近似地取 $\xi_b=0.55$。

下面回到对式（11－3）的分析，由于 $\xi_b<1$，故式（11－3）说明，在受弯的梁中，其受压区混凝土的高度 x，只能占梁的有效高度 h_0 的一部分。在解方程式（11－1）中会碰到 x 的两个值（因其为一元二次方程），凭式（11－3）可以舍去其中一个不适用的根。

表11－3　非预应力混凝土构件配有屈服点钢筋的 ξ_b 值

钢　种	f_yN/mm²（MPa）	ξ_b
Ⅰ　级	210	0.614
Ⅱ　级	310	0.544
Ⅲ　级	340	0.528
Ⅳ　级	500	0.455

式（11－3）的另一个重要的用途在于，用它将可以限制梁内受拉钢筋 A_s 过多时引起受压区混凝土高度 x 的偏高。在 x 偏大的情况下，虽然梁抵抗的弯矩由式（11－1）将可以增加，但此时的梁将有一个很大的缺点，即梁的破坏属没有先兆的突然性破坏，这在工程上是不允许的。如果 x 值满足了式（11－3），梁在破坏前，将有一个明显的弯曲变形、裂缝增大的时间过程，从而可以减少相关的损失。

至于计算中 x 超出了式（11－3）的限制，其解决的办法是加大梁的有效高度 h_0，从而可以减小 $\frac{x}{h_0}$ 的比值。

三、计算方法及例题

在工程上，梁的正截面强度设计分为下列两个情况出现，它们均需联解式（11－1）、式（11－2）并且用式（11－3）检验。只不过随具体问题所提出的已知条件不同，联立方程中的未知数不同而已。

（一）截面的强度检验

这种情况是指对一根已经存在的梁进行安全验算，比如说对工程质量进行分析或对老建筑进行改造时，就属于这个问题。

（1）它的核心问题是：一根梁能抵抗多大的弯矩，或者能不能抵抗一个将要产生的弯矩。

(2) 已知条件：混凝土强度等级、钢筋品种和数量、梁的截面尺寸（分别说明已知条件为 f_{cm}、f_y、A_s、$b\times h$）。

(3) 未知条件：梁在此截面所能担负的弯矩 M。

(4) 方法：将上叙已知条件先代入式 (11－2)、式 (11－1)，可求出 x 及 M，并且用式 (11－3) 检验 x 是否满足。

例 11－1 一钢筋混凝土矩形梁，截面尺寸 $b\times h$ 为 200mm×500mm，如图 11－2，混凝土强度等级为 C20，配置Ⅱ级钢筋 3 ⌀ 22，求此梁能担负的弯矩 M 为多少？

解

(1) 查表：C20 等级混凝土　$f_{cm}=11\text{N/mm}^2$ (表 11－1)

Ⅱ级钢筋　$f_y=310\text{N/mm}^2$ (表 11－2a)

3 ⌀ 22 时　$A_s=11.4\times10^2\text{mm}^2$ (表 11－2b)

(2) 确定截面有效高度 h_0：

先定混凝土保护层厚度，$c=25\text{mm}$（参见本书第十二章第一节）

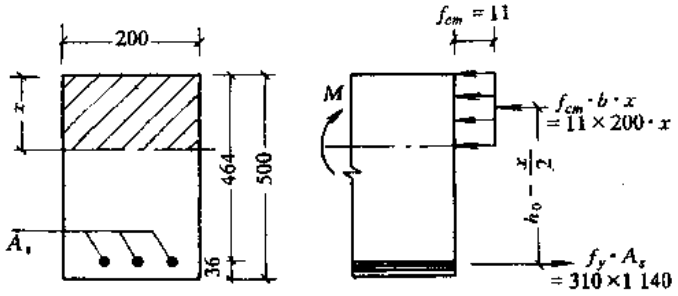


图 11－2　钢筋混凝土矩形梁

纵向钢筋总拉力作用点至截面下边沿的距离：

$$a=\frac{d}{2}+c=\frac{22}{2}+25=36\text{mm}$$

截面有效高度：$h_0=h-a=500-36=464\text{mm}$

(3) 由式 (11－2) 有

$$f_{cm}\cdot b\cdot x=f_y\cdot A_s$$

代入已知数据后有

$$11\times200\cdot x=310\times1\,140$$

解出

$$x=\frac{310\times1\,140}{11\times200}=161\text{mm}$$

(4) 由式 (11－1)，有

$$M=f_{cm}\cdot b\cdot x\left(h_0-\frac{x}{2}\right)=-\frac{1}{2}\cdot f_{cm}\cdot b\cdot x^2+f_{cm}\cdot b\cdot h_0\cdot x$$

代入已知条件后有截面能承担的最大设计弯矩为

$$M=11\times200\times161\times\left(464-\frac{161}{2}\right)$$

$$=1.36\times10^8\text{N}\cdot\text{mm}=1.36\times10^2\text{kN}\cdot\text{m}$$

(5) 本题在步骤 (3) 解出了 x 值后应立即进行式 (11－3) 的验算：

$$x=161\text{mm}$$

由表 11－3

$$\xi_b = 0.544,$$

所以

$$\xi_b \cdot h_0 = 0.544 h_0 = 0.544 \times 464 = 252\text{mm}.$$

可见

$$x < \xi_b \cdot h_0$$　　满足适用条件式（11－3）。

（6）工程实践中发现，电工喜欢将布线管预埋在梁内，由于管子的压应力与混凝土的压应力不同，故应注意施工位置的准确，不要将管子位于混凝土梁的受压区 x 范围内。同时注意 x 并不是所有情况下都是在梁的上部，请读者参阅本书第二、第八章。

注意本题在数学上实际是方程（10－1）与式（10－3）的联解，即

$$\begin{cases} A \cdot x + B = 0 \\ A_2 \cdot x^2 + B_2 \cdot x + C_2 = 0 \end{cases}$$

其中

$$\begin{cases} x = 161\text{mm} \\ C_2 = M = 1.36 \times 10^2 \text{kN} \cdot \text{m} \end{cases}$$

式中的 A、B、A_2、B_2 和 C_2 为代入已知条件后演算、合并而成的具体数值。比如本例中

$$A = f_{cm} \cdot b$$

$$B = f_y \cdot A_s$$

$$A_2 = -\frac{1}{2} \cdot f_{cm} \cdot b$$

$$B_2 = f_{cm} \cdot b \cdot h_0$$

$$C_2 = M$$

（二）截面强度设计

（1）它的核心问题是：按内力分析出的 M 去布置梁的纵向受拉钢筋数量。

（2）已知条件：截面上应负担的弯矩 M（由内力分析得出），混凝土标号、钢筋种类（由此即知 f_{cm} 和 f_y）和梁的截面尺寸 b、h（一般由经验确定）。

（3）未知条件：确定纵向受拉钢筋的数量。

（4）方法：将上述已知条件代入方程式（11－1）、式（11－2）联立求解出 x 和 A_s，并用式（11－3）检验 x 是否符合条件。

例 11－2　某大楼走廊现浇钢筋混凝土板，板厚 8cm，跨度为 2.3m，承受均布荷载 6kN/m²（包括板自重）（图 11－3），混凝土强度等级为 C15，采用Ⅰ级钢筋，要求确定钢筋数量。

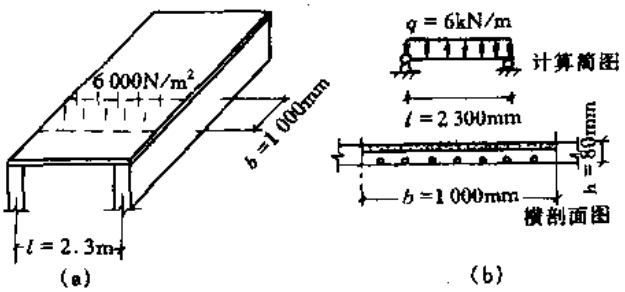


图 11－3

解

（1）求板中最大弯矩 M_{max} 沿垂直于板跨度方向取宽度为 $b=1\,000\text{mm}$ 的板带为代表（事实上 b 可取任意值，工程上一般取 $b=1\,000\text{mm}$ 宽），它实际上是一根扁而宽的矩形梁，跨度 $l=2.3\text{m}$，上面作用的均布荷载 q 应为

$$q = 6\text{kN/m}^2 \times 1\text{m} = 6\text{kN/m} = 6\text{N/mm}$$

跨中最大弯矩为

$$M_{max} = \frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2 = \frac{1}{8} \times 6 \times 2\,300^2 = 3.97 \times 10^6 \text{N} \cdot \text{mm}$$

(2) C15 混凝土的 $f_{cm} = 8.5\text{N/mm}^2$

Ⅰ级钢筋的 $f_y = 210\text{N/mm}^2$

板有效高度 $h_0 = 80 - 15 = 65\text{mm}$

(3) 由式 (11－2) 得

$$8.5 \times 1\,000 \cdot x = 210 \cdot A_s \qquad (A)$$

(4) 由式 (11－1) 得

$$3.97 \times 10^6 = 8.5 \times 1\,000 \cdot x \cdot \left(65 - \frac{x}{2}\right) \qquad (B)$$

由式 (A) 和式 (B) 解出

$$x = \begin{cases} 122\text{mm 舍去此根，因它不符合式 (11－3)} \\ 7.6\text{mm} \end{cases}$$

$$A_s = 308\text{mm}^2$$

根据 $A_s = 310\text{mm}^2$，由表 11－2c 选用 $\phi 8@130$ ($A_s = 387\text{mm}^2$)。

(5) 验算是否符合表 11－3 的限制条件

$$\frac{x}{h_0} = \frac{7.6}{65} = 0.116 < \xi_b = 0.614$$

(6) 本题数学上是方程 (10－2) 与式 (10－3) 联解。

先由式 (B) 求出 x，然后用式 (A) 求出 y：

$$\begin{cases} x = 7.6\text{mm} \\ y = A_s = 308\text{mm}^2 \end{cases}$$

由例 11－1 和例 11－2 可见，不论是对既有的梁进行强度检验还是去设计一根将要建造的梁，它们都是联解方程式 (11－1)、式 (11－2)，并且用式 (11－3) 去校验。只不过问题的已知条件不同，要求的未知数不同而已。因此，本章下面所研究的问题，就不再去区分是截面的强度检验还是截面的强度设计了。

例 11－3 已知矩形截面梁尺寸为 $b \times h = 250\text{mm} \times 500\text{mm}$，$a = 3.5\text{mm}$，由设计荷载产生的弯矩 $M = 171\,080\text{N} \cdot \text{m}$，混凝土强度等级为 C20，钢筋采用Ⅱ级钢。

求所需的受拉钢筋截面面积 A_s。

解

(1) 求截面有效高度 $h_0 = 500 - 35 = 465\text{mm}$

(2) 根据混凝土强度等级查表 11－1：$f_{cm} = 11\text{N/mm}^2$

根据钢号查表 11－2a：$f_y = 310\text{N/mm}^2$

(3) 按式 (11－1)：$11 \times 250 \times x = 310 \times A_s \qquad (A)$

(4) 按式 (11－2)：$171\,080\,000 = 11 \times 250 \times x \times (465 - x/2) \qquad (B)$

联解式 (A)、式 (B) 得

$$x = 162\text{mm}$$

$A_s=1437\text{mm}^2$，由表 11－2（b）选用 3 ⌀ 25

（5）验算适用条件

$$\frac{x}{h_0}=\frac{162}{465}=0.35<\xi_b=0.544 \quad \text{符合要求。}$$

例 11－4　已知：梁截面尺寸为 200×450mm，受拉钢筋 4 ⌀ 16（$A_s=804\text{mm}^2$）为Ⅱ级钢筋，混凝土强度等级为 C20，承受外弯矩 $M=88\ 000\text{N}\cdot\text{m}$。

验算此截面是否安全。

解

（1）
$$f_{cm}=11\text{N/mm}^2$$
$$f_y=310\text{N/mm}^2$$
$$h_0=450-35=415\text{mm}$$

（2）根据式（11－1）、式（11－2）：

$$x=\frac{f_y\cdot A_s}{f_{cm}\cdot b}=\frac{310\times 804}{11\times 200}=113\text{mm}$$

故
$$M=f_{cm}\cdot b\cdot x\cdot(h_0-x/2)$$
$$=11\times 200\times 113\times(415-113/2)$$
$$=89\ 123\ 100\text{N}\cdot\text{mm}=89\ 123\text{N}\cdot\text{m}>88\ 000\text{N}\cdot\text{m}$$

（3）验算适用条件

$$\frac{x}{h_0}=\frac{113}{415}=0.272<\xi_b=0.544$$

所以安全。

第三节　双筋矩形梁正截面强度计算及例题

一、概述

所谓“双筋”梁，指的是在截面受拉区和受压区都配置纵向钢筋的梁，见图 11－4。受拉区钢筋承受拉力，受压区钢筋协助混凝土承受压力。为什么要布置受压钢筋呢？在什么情况下采用双筋截面呢？

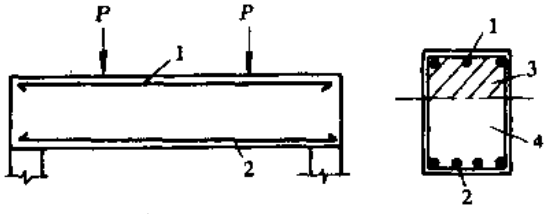


图 11－4　双筋矩形梁

1—受压钢筋；2—受拉钢筋；3—受压区；4—受拉区

当截面承受的弯矩较大，而截面尺寸因受建筑使用上的限制不能增大，如设计成单筋截面将使 $x>\xi_b\cdot h_0$，此时的混凝土受压区高度 x 与截面有效高度的比值将大于表 11－3 所列数值，x 处于这样的高度下工作，梁将发生不安全的混凝土脆性破坏，破坏前没有任何先兆，突然断裂。这在工程上是不允许的。

为了减小受压区 x 的高度，显然首先想到加高梁的断面。这的确是一个较好的办法。但在某些时候，比如梁的高度受到建筑层高的限制不容许再增加，只好另想办法。

我们从正截面方程式（11－1）和式（11－2）开始，由于受压区的合力由混凝土提供，但混凝土的允许压应力（即强度设计值）是一定的，不能改变，故从下面两个方面想办法：

(1) 加大断面宽度 b，这将引深为本章第四节关于 T 形断面梁的研究，本节从略。

(2) 在受压区设置比混凝土的设计强度高得多的钢筋，它与受压区混凝土共同工作，这就是本节所要研究的所谓双筋梁。

应该指出，一般情况下采用双筋截面是不经济的，同时因双筋梁的高度较小，变形将相应地增大，有时将不符合建筑审美要求。故应尽量避免采用，但负担正、负号弯矩的截面不在此限。

二、平衡图示及平衡方程

双筋矩形截面的平衡图示见图 11－5 (a)。与图 11－1 相比，在受压区增加了钢筋 A'_s；参照第二节单筋矩形截面的计算公式导出过程，可写出平衡条件如下：

(1) 截面上水平方向各力之和应等于零；

(2) 截面上受压区混凝土的合力和受压钢筋的合力对受拉钢筋截面形心的力矩之和应与内力分析出来的弯矩平衡。

即 $\Sigma X=0$，
$$f_{cm}\cdot b\cdot x+f'_y\cdot A'_s=f_y\cdot A_s \tag{11-4}$$

$\Sigma M=0$，
$$M=f_{cm}\cdot b\cdot x\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right)+f'_y\cdot A'_s\cdot(h_0-a') \tag{11-5}$$

式中 f'_y ——钢筋的抗压强度设计值，表 11－2a；

A'_s ——受压钢筋的截面积，(mm^2)，表 11－2b；

a' ——受压钢筋合力点至受压区混凝土边缘的距离，(mm^2)，一般 $a'=35mm$；

其余符号同式 (11－1)、式 (11－2)。

注意到图 11－5 (a) 可以理解为图 11－5 (b) 和图 11－5 (c) 两个图分别单独工作的结果相加。当受压和受拉钢筋的品种相同时，图 11－5 (c) 中的 A_{s2} 恰好与 A'_s 是相等的面积。

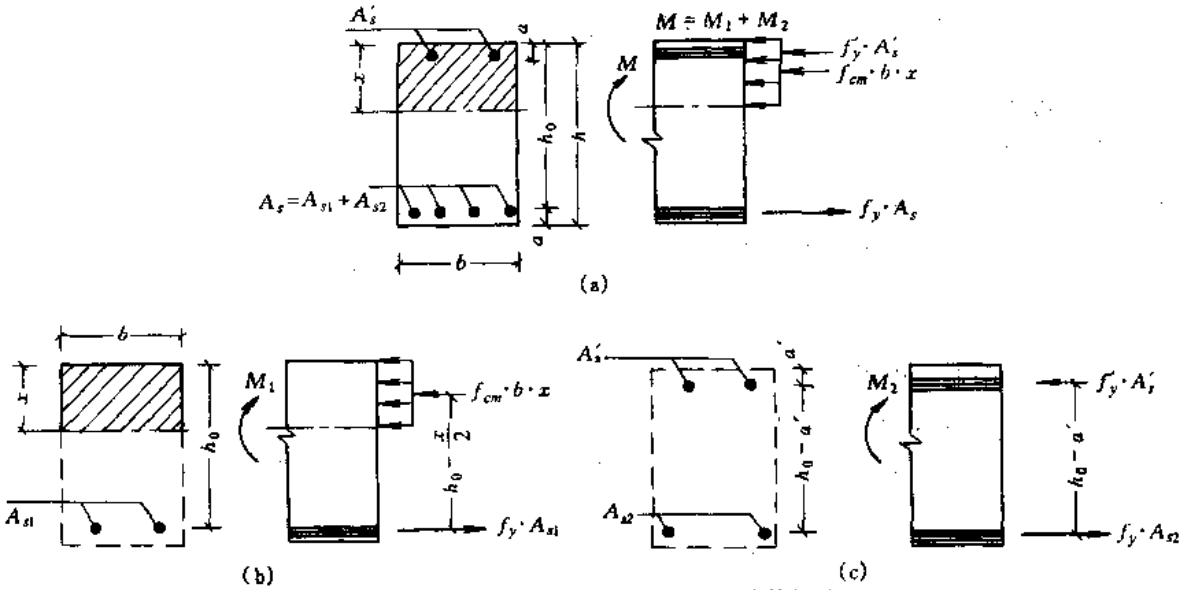


图 11－5 双筋矩形梁正截面的强度计算图式

(a) 双筋梁的正截面平衡条件图；(b) 单纯用受压区混凝土工作时可承担一部分弯矩 M_1；

(c) 单纯用受压钢筋工作时可承担其余的弯矩 M_2

适用条件仍然与单筋矩形截面相同，即式 (11－3)。

$$\frac{x}{h_0}\leqslant\xi_b$$

三、计算方法及例题

对双筋矩形梁正截面强度的计算式（11－4）和式（11－5），当受压区高度 x、受压钢筋面积 A'_s 和受拉钢筋面积 A_s 均待求时，数学上两个方程解三个未知数，无法定解。此时采取：使未知数 x 先成为已知，为此令 x 的高度正好符合条件式（11－3），使它变为等号。即令

$$\frac{x}{h_0}=\xi_b$$

由于式中的 ξ_b 可由表 11－3 查出，h_0 为已知，故 $x=\xi_b\cdot h_0$ 为已知。从而使两个方程可解出两个未知数 A'_s 和 A_s。

至于双筋截面在其他可能条件下的问题求解，一般仍为两个未知数，比如受压钢筋先确定为已知后，剩下的未知数就只有 x 和受拉钢筋 A_s 了。解联立方程就可以解决。

例 11－5　已知：弯矩 $M=208\ 000\text{N}\cdot\text{m}$；混凝土强度等级为 C20；钢筋用Ⅱ级钢；梁截面尺寸为 200mm×500mm。

求：受压钢筋面积 A'_s 和受拉钢筋面积 A_s。

解　这是一个有三个未知数 x、A'_s 和 A_s 的问题，因此需想法使 x 先成为已知，然后可用式（11－4）和式（11－5）联解出两个未知数 A'_s 和 A_s。

（1）$f_{cm}=11\text{N/mm}^2$，$f_y=f'_y=310\text{N/mm}^2$

假定受拉钢筋放两排，$a=60\text{mm}$（估计钢筋较多，故设放 2 排）

故　　$h_0=500-60=440\text{mm}$

又设　　$a'=35\text{mm}$

（2）定 x：

$\xi_b=0.544$　所以 $x=\xi_b\cdot h_0=0.544\times440=239\text{mm}$。

这一步使 x 成为已知了。

（3）将 $x=239$ 和步骤（1）所列已知条件代入式（11－4）和式（11－5）有如下一组方程：

$$11\times200\times239+310\cdot A'_s=310\cdot A_s \qquad (A)$$

$$208\ 000\times10^3=11\times200\times239\times\left(440-\frac{239}{2}\right)+310\cdot A'_s\times(440-35) \qquad (B)$$

联解式（A）、式（B）可得

$$A'_s=314\text{mm}^2$$

$$A_s=2\ 010\text{mm}^2$$

（4）本题 x 的导出已符合式（11－3），故不用验算。

（5）注意本题是式（10－1）和式（10－2）的联解。

例 11－6　已知：同例 11－5，但在受压区已配置 3 ⌀ 16（$A'_s=603\text{mm}^2$）。

求：受拉钢筋 A_s。

解　将已知条件代入式（11－4）和式（11－5）有

$$11\times200\cdot x+310\times603=310\cdot A_s \qquad (A)$$

$$208\ 000\times10^3=11\times200\cdot x\cdot\left(440-\frac{x}{2}\right)+310\times603\times\ (440-35) \qquad (B)$$

联解式（A）、式（B）得

$$x=169\text{mm}$$

$$A_s=1\ 802\text{mm}^2$$

验算适用条件：

$$\frac{x}{h_0}=\frac{169}{440}=0.384<\xi_b=0.544$$ 符合要求。

显然本例属于式（10－2），式（10－3）联解。

例 11－7 已知：混凝土强度等级为 C15，采用Ⅰ级钢筋（3 号钢），梁截面尺寸为 200mm×400mm，受拉钢筋 3Φ25（$A_s=1\ 473\text{mm}^2$），受压钢筋 2Φ16（$A'_s=402\text{mm}^2$），要求承受的弯矩为 $M=9.24\times10^4\text{N}\cdot\text{m}$。

验算此截面是否安全。

解

（1）已知

$$f_{cm}=8.5\text{N/mm}^2$$

$$f_y=f'_y=210\text{N/mm}^2$$

$$h_0=400-40=360\text{mm}$$

（2）由式（11－4）得

$$x=\frac{f_y\cdot A_s-f'_y\cdot A'_s}{f_{cm}\cdot b}=\frac{210\times1\ 473-210\times402}{8.5\times200}$$

$$=132.3$$

（3）由式（11－3）验算 x 是否合要求：

$$\xi=\frac{x}{h_0}=\frac{132.3}{360}=0.367<\xi_b=0.614$$（合要求）

（4）由式（11－5）得

$$M=f_{cm}\cdot b\cdot x\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right)+f'_y\cdot A'_s\cdot\ (h_0-a'_s)$$

$$=8.5\times200\times132.3\times\ (360-0.5\times132.3)\ +210\times402\times\ (360-35)$$

$$=93\ 500\ 000\text{N}\cdot\text{mm}$$

$$=93\ 500\text{N}\cdot\text{m}>92\ 400\text{N}\cdot\text{m}$$（安全）

本题属于式（10－1）的解法，一次一个未知数。

例 11－8 一矩形梁截面尺寸 $b\times h=200\times400$，（$h_0=400-60=340\text{mm}$），要求能抵抗弯矩 $M=110\text{kN}\cdot\text{m}$，混凝土强度等级为 C20，Ⅱ级钢筋，问该截面是否需要受压钢筋？共需钢筋（受压和受拉）多少？

解 本题用两种解法：

（1）如果不用受压钢筋 A_s，那么将由如下方程组联解：

$$f_{cm}\cdot b\cdot x=f_y\cdot A_s \qquad (A)$$

$$M=f_{cm}\cdot b\cdot x\left(h_0-\frac{x}{2}\right) \qquad (B)$$

因此可以先由式（B）代入已知条件后求出 x，再与式（11－3），即

$$\frac{x}{h_0}\leqslant\xi_b$$

相比较，如果符合式（11－3），则不需受压钢筋，反之则说明 x 过大，为了缩小 x，只有在受压区加受压钢筋帮忙才行。这种方法中式（A）没有起作用。解的过程如下：

将已知值代入式（B）：

$$110\times10^3\times10^3=11\times200\cdot x\cdot\left(340-\frac{x}{2}\right)$$

解出 x 有

$$\begin{aligned}x&=h_0\pm\sqrt{h_0^2-\frac{2M}{f_{cm}\cdot b}}\\&=340\pm\sqrt{340^2-\frac{2\times110\times10^6}{11\times200}}=340\pm124\\&=\begin{cases}464\text{mm}\\216\text{mm}\end{cases}\end{aligned}$$

由 x 的两个解判断，

$x=464$mm 不符合式（11－3），不合理舍去。

故取　　$x=216$mm

用式（11－3）检验之

$$\frac{x}{h_0}=\frac{216}{340}=0.635>\xi_b=0.544$$

故说明 x 过大，需要在受压区加钢筋 A'_s 才行。判断之后，可按例 11－5 的步骤将题解完。

（2）本例也可以用下面的方法来判别是否需要受压钢筋：

取 x 的允许最大值

$$x=0.544h_0=185\text{mm}$$

这部分混凝土最多能承担的弯矩 M_x 为

$$\begin{aligned}M_x&=11\times200\times185\times\left(340-\frac{185}{2}\right)\\&=100\times10^7\text{N}\cdot\text{mm}\end{aligned}$$

将 M_x 与要求承担的弯矩 M 比较

$$M_x=10\times10^7<M=11\times10^7$$

所以光靠受压区混凝土不能抵抗外来弯矩，应该配置受压钢筋 A'_s。

判断完了之后，按例 11－5 可解全题如下：

设 $\frac{x}{h_0}=\xi_b$，即取 $x=\xi_b\cdot h_0$ 的最大可能高度，这部分混凝土承担总弯矩的一部分后，剩下的弯矩由受压钢筋产生力矩来承担。也即在方程（11－4）、式（11－5）中消去了一个未知数 x，还有两个未知数，正好用两个方程联解求出。

$$x=\xi_b\cdot h_0=0.544\times340=185\text{mm}$$

代入式（11－4）和式（11－5）后有

$$11\times200\times185+310\cdot A'_s=310\cdot A_s\qquad(A)$$

$$110\times10^3\times10^3=11\times200\times185\times\left(340-\frac{185}{2}\right)+310\cdot A'_s\times(340-35)\qquad(B)$$

由式（B）解出 A'_s：

$$A'_s = \frac{110\times10^6 - 11\times200\times185\times\left(340-\frac{185}{2}\right)}{310\times305}$$

$$= 105\text{mm}^2$$

将 A'_s 代入式（A）可解出 A_s：

$$A_s = \frac{11\times200\times185+310\times105}{310} = 1\ 418\text{mm}^2$$

由于本题在选取 x 值时，已经符合了式（11－3）故不必再检验。

故最后答案为受拉，受压钢筋总面积需用

$$A_s + A'_s = 1\ 418 + 105 = 1\ 523\text{mm}^2$$

第四节 单筋T形梁正截面强度计算及例题

一、概述

由本章第二、三节，单筋矩形梁和双筋矩形梁的研究中，均未考虑 x 以下的受拉区混凝土参加工作。这是因为由矩形梁的试验，受拉区的混凝土在破坏前早已开裂，破坏时不能负担任何拉力，不参加梁的受弯工作。基于以上事实，设想可以把受拉区的混凝土除去一部分，只保留一小部分作为受压区与受拉区的联系并用以承担剪力和保护钢筋，这样就形成了T形截面的受弯构件，见图11－6。

T形截面的受弯构件在工程实践中应用很广泛。在现浇楼盖中（图11－7a），楼板与梁浇在一起，就自然形成了T形截面梁。

槽形板的一个肋与板结合在一起，形成倒L形截面(图11－7b)，可作为T形截面来计算。

对于预制构件，我们常有意识地设计成T形。例如T形檩条及T形吊车梁（图11－7c)。

由于T形截面的肋部较狭，所以纵向钢筋安排将比较密。但对于较大的梁，例如屋面大梁及吊车梁等，有时纵向钢筋会放不下，要做成工字形截面，见图11－7（c)；多孔板实际上也形成工字形截面（图11－7d)。由于工字形截面在破坏时受拉区混凝土不参加工作，因此都作为T形截面来计算。

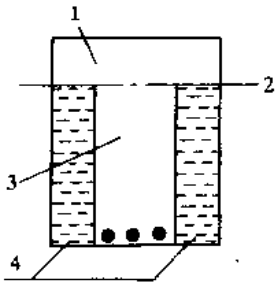


图11－6 单筋T形梁

1—受压区混凝土；2—中性轴；3—梁肋（已处于受拉区）；4—受拉区混凝土，去掉后不会影响强度

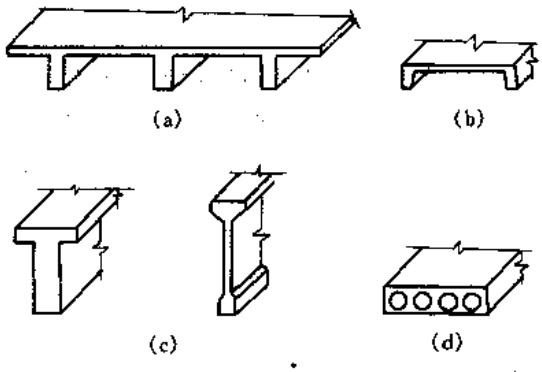


图11－7 T形、倒L型、工字形截面受弯构件

一般情况下，T形梁在受压区仅用加大梁宽 b 的办法来增加混凝土受压区的面积，但很少在受压区设置受压钢筋。因此，我们仅研究所谓的单筋T形梁。

二、试验研究结果

试验证明，T形梁的受力特点与矩形梁基本相同，当然，也有它自己的特殊性。

(1) T形截面由肋部及翼缘组成，见图11－8。要注意，肋高 h 指的是从截面的上边缘算到下边缘，不扣除翼缘的厚度 h'_f。

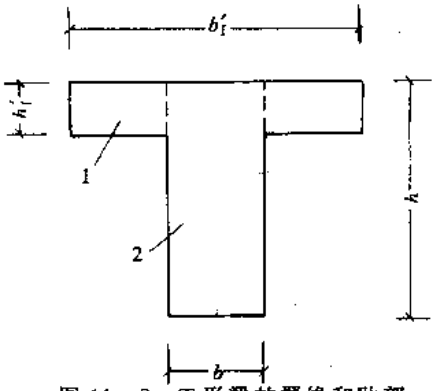


图11－8　T形梁的翼缘和肋部

1—翼沿；2—肋部

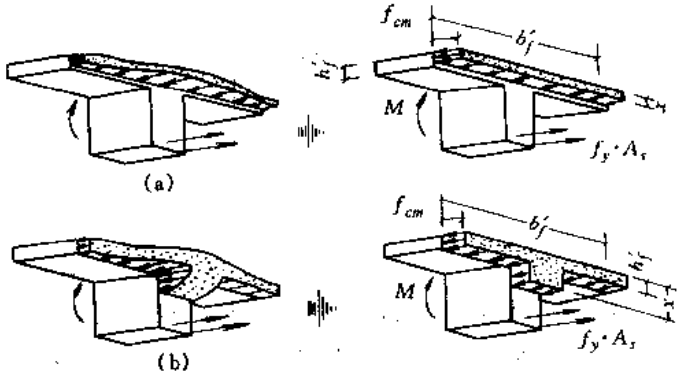


图11－9　两类T形截面梁

(a) 第一类T形截面梁；(b) 第二类T形截面梁

(2) 根据弯矩的大小及配筋的多少，T形梁破坏时中性轴的位置有高有低，或者说受压区高度 x 值有大有小。可分为两种类型。第一类，中性轴在翼缘内（图11－9a）；第二类，中性轴在肋部（图11－9b）。

三、平衡图示和平衡方程

T形截面一般都设计成单筋截面。根据中性轴位置的不同，可分为两种类型来计算。

(一) 第一类T形梁

中性轴通过翼缘，图11－10，即受压区高度 $x \leqslant h'_f$。

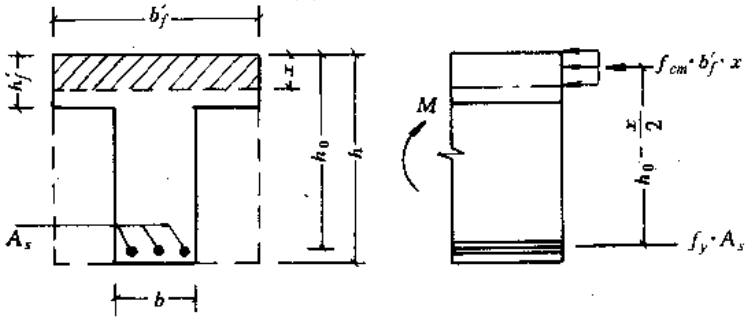


图11－10　第一类T形梁正截面强度计算图示

这一类梁的截面虽是T形，但因破坏时的中性轴或说 x 高度在翼缘内，受拉区混凝土早已开裂而不起作用，受压区的形状实际上并不是T形而是矩形，所以可作为如图11－10虚线所示的 $b'_f \times h$ 的矩形梁来计算。这样，单筋矩形截面受弯构件的强度计算式（11－1）和式（11－2）仍可以应用，但应将梁宽 b 改为 b'_f。

由平衡条件可得下列基本计算公式：

$$\Sigma X = 0, \qquad f_{cm} \cdot b'_f \cdot x = f_y \cdot A_s \qquad (11-6)$$

$$\Sigma M=0, \qquad M=f_{cm}\cdot b'_f\cdot x\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right) \tag{11-7}$$

解式（11－6）和式（11－7）可得两个未知数，其方法参见第二节的单筋矩形梁。

（二）第二类T形梁

中和轴通过肋部（图11－11），即受压区高度 $x>h'_f$。

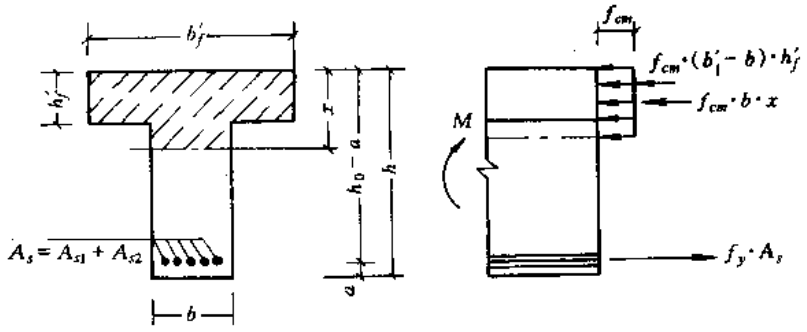


图11－11 第二类T形梁正截面强度计算图示

由于中和轴通过肋部，所以受压区横截面是真正的T形。按照图11－9（b）和图11－11，计算中将第二类T形梁的受压区看作由两部分组成，一是翼沿的两个扁矩形（图11－12b）；二是肋上的阴影区，也是一个矩形（图11－12a），我们可以写出平衡方程如下：

$$\Sigma X=0, \qquad f_{cm}\cdot(b'_f-b)\cdot h'_f+f_{cm}\cdot b\cdot x=f_y\cdot A_s \tag{11-8}$$

$$\Sigma M=0, \qquad M=f_{cm}\cdot(b'_f-b)\cdot h'_f\cdot\left(h_0-\frac{h'_f}{2}\right)+f_{cm}\cdot b\cdot x\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right) \tag{11-9}$$

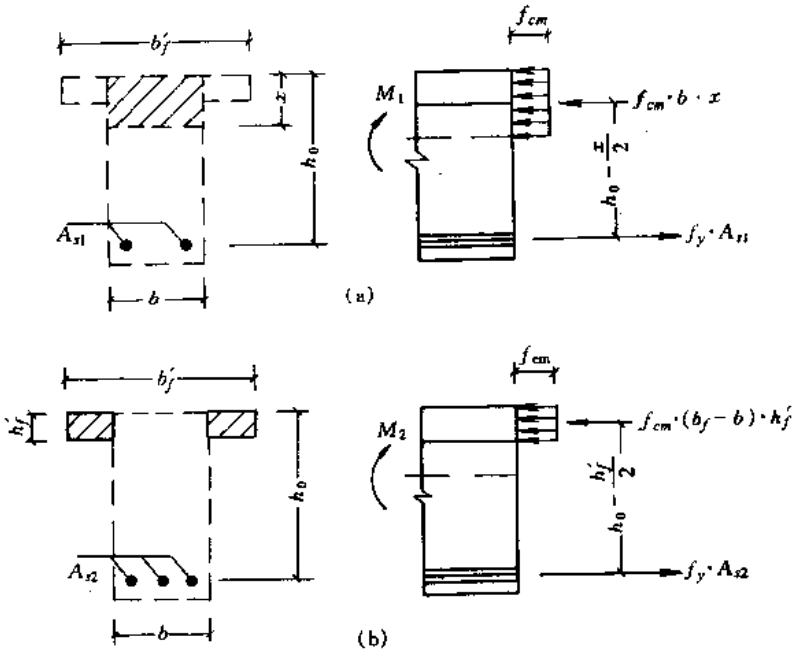


图11－12 第二类T形截面的分解

四、计算方法及例题

（一）复核截面

此时是对一根已经存在的梁进行的，因此，材料强度（f_{cm}，f_y）、截面尺寸（b'_f、h'_f、b、h）和配筋量（A_s）均为已知，要求截面所能担负的弯矩。

首先要判别是属于哪一类T形截面。如果中性轴正好通过翼沿的下边缘（图11－13），则有

$$f_{cm}\cdot b'_f\cdot h'_f=f_y\cdot A_s$$

所以，对于所给的截面，如

$$f_{cm}\cdot b'_f\cdot h'_f\geqslant f_yA_s \qquad (11-10)$$

即　　翼缘混凝土弯曲抗压合力≥受拉钢筋抗拉合力

则属于第一类T形梁。否则，属于第二类。

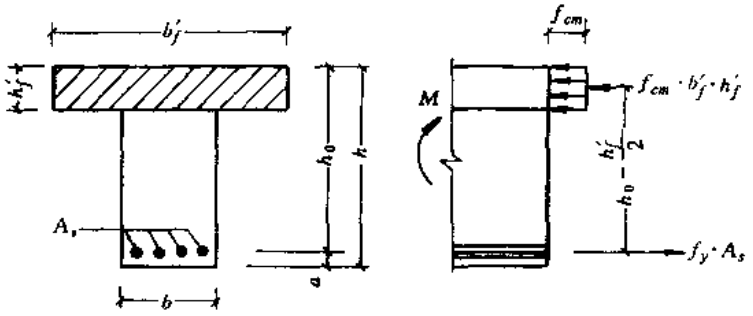


图11－13　两类T形截面的判别

确定了T形梁的类别后，即可按相应的式（11－6）、式（11－7）或用式（11－8）、式（11－9）联立求解来复核截面所能承受的弯矩。

（二）截面设计

这是对新设计一根梁进行的，已知截面弯矩（M）、材料强度（f_{cm}、f_y）及截面尺寸（b'_f、h'_f、b、h），要求确定配筋量（A_s）。

由于T形截面有两套不同的计算公式，所以首先就要判别要研究的截面是属于哪一类T形截面梁。设想如果中性轴正好通过翼缘的下边缘，见图11－13，则有

$$x=h'_f,\quad M=f_{cm}\cdot b'_f\cdot h'_f\cdot\left(h_0-\frac{h'_f}{2}\right)$$

显然，对所给定的截面尺寸如果符合：

$$M\leqslant f_{cm}\cdot b'_f\cdot h'_f\cdot\left(h_0-\frac{h'_f}{2}\right) \qquad (11-11)$$

即　　设计弯矩值≤翼缘混凝土对受拉钢筋合力点之矩

则属于第一类T形梁。否则，属于第二类。

之所以会有两个不同的判别式（11－10）和式（11－11），主要原因是在截面复核时，A_s是已知的，截面设计时M是已知的。第一个判别式根据$\Sigma X=0$列出，第二个则根据$\Sigma M=0$也列出。

回忆在本章第二、三节矩形截面梁（包括单筋梁和双筋梁），我们已经分析了不论是截面复核还是截面设计，都是联解方程（11－1）和式（11－2），并用式（11－3）检验，只不过联立方程中所表现的已知条件和未知数有所不同而已。本节所述的T形截面梁，则又提出了按截面复核和截面设计这两种类型的问题，主要是有一个真正的T形截面还是形式上是T形而实质上却是矩型截面的判别过程。T形截面的类型一旦确定，则对同一类型的T形截面，不论是截面复核还是截面设计，都是联解同一组方程，不必区别是“复核”还是“设计”了。

T形梁的类别一经确定，即可按相应的式（11－6）、式（11－7）、式（11－8）或式（11－9）联立求解来确定钢筋的数量。

例11－9 一钢筋混凝土T形梁截面尺寸如图11－14所示，要求负担弯矩 $M=110\text{kN}\cdot\text{m}$，混凝土强度等级为C20，采用Ⅱ级钢筋，试确定钢筋数量。

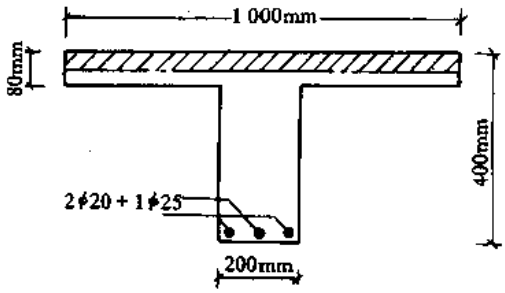


图 11－14

解

（1）已知 $f_{cm}=11\text{N/mm}^2$

$f_y=310\text{N/mm}^2$

$h_0=400-35=365\text{mm}$

（2）鉴别T形截面的种类，由于 M 已知，故用式（11－11）

$$f_{cm}\cdot b'_f\cdot h'_f\cdot\left(h_0-\frac{h'_f}{2}\right)=11\times1\,000\times80\times\left(365-\frac{80}{2}\right)$$
$$=2.86\times10^8\text{N}\cdot\text{mm}$$
$$=2.86\times10^2\text{kN}\cdot\text{m}$$
$$2.86\times10^2>M=1.10\times10^2\text{kN}\cdot\text{m}$$

属于第一类T形截面，即相当于一个宽×高＝1 000×400的矩形截面，因此可用式（11－6）、式（11－7）求解

$$f_{cm}\cdot b'_f\cdot x=f_y\cdot A_s$$
$$M=f_{cm}\cdot b'_f\cdot x\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right)$$

（3）将已知条件代入：

$$11\times1\,000x=310\cdot A_s \qquad (A)$$
$$110\times10^6=11\times1\,000x\cdot\left(365-\frac{x}{2}\right) \qquad (B)$$

（4）解式（B）有

$$x=h_0\pm\sqrt{h_0^2-2M/f_{cm}\cdot b'_f}$$
$$=365\pm\sqrt{365^2-2\times110\times10^6/11\times1\,000}$$
$$=365\pm335=\begin{cases}700\text{mm}\\30\text{mm}\end{cases}$$不符合式（11－3）故舍去。

（5）将 $x=30$ 代入式（A）

$A_s=11\times1\,000\times30/310=1\,064\text{mm}^2$（由表11－2b，选用2虫20＋1虫25）

注意到本题在数学上实际是方程（10－2）与式（10－3）的联解。

即
$$\begin{cases}A_1x+B_1\cdot y=C_1\\A_2\cdot x^2+B_2\cdot x+C_2=0\end{cases}$$

其中

$$\begin{cases}x=\begin{cases}30\text{mm}\\700\text{mm}>0.544h_0\ (\text{舍去})\end{cases}\\y=A_s=1\,064\text{mm}^2\end{cases}$$

例 11－10　已知：弯矩 $M=50.4\times10^4\text{N}\cdot\text{m}$，混凝土强度等级为 C20，采用Ⅱ级钢筋，梁截面尺寸 $b=300\text{mm}$，$h=700\text{mm}$，$b'_f=600\text{mm}$，$h'_f=120\text{mm}$。

求：所需受拉钢筋的截面面积 A_s。

解

（1）已知：　　$f_{cm}=11\text{N/mm}^2$，$f_y=310\text{N/mm}^2$

（2）判别类型：

假设受拉钢筋排两排（因 M 较大），取 $a=60\text{mm}$

$$h_0=700-60=640\text{mm}$$

$$f_{cm}\cdot b'_f\cdot h'_f\cdot\left(h_0-\frac{h'_f}{2}\right)=11\times600\times120\times\left(640-\frac{120}{2}\right)$$

$$=459\ 360\ 000\text{N}\cdot\text{mm}$$

$$=45.9\times10^4\text{N}\cdot\text{m}<M$$

所以属于第二种类型 T 形截面，其计算式为（11－8）、式（11－9）

$\Sigma X=0$，$f_{cm}\cdot[b\cdot x+(b'_f-b)\cdot h'_f]=A_s\cdot f_y$

$\Sigma M=0$，$M=f_{cm}\cdot b\cdot x\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right)+f_{cm}\cdot(b'_f-b)\cdot h'_f\cdot\left(h_0-\frac{h'_f}{2}\right)$

（3）将已知条件代入后有

$$11\times[300x+(600-300)\times120]=310\times A_s \qquad (A)$$

$$50.4\times10^4\times10^3=11\times300x\cdot\left(640-\frac{x}{2}\right)+11$$

$$\times(600-300)\times120\times\left(640-\frac{120}{2}\right) \qquad (B)$$

（4）由式（B）解出

$$x=640\pm493=\begin{cases}1\ 133\text{mm}\ (\text{舍去})\\146\text{mm}\end{cases}$$

（5）将 $x=146\text{mm}$ 代入式（B）

$$A_s=\frac{11\times(300\times146+300\times120)}{310}=2\ 832\text{mm}^2$$

（6）验证 x 的适用条件

$$\left|\frac{x}{h_0}\right|=\frac{146}{640}=0.228<\xi_b=0.544\quad\text{合适。}$$

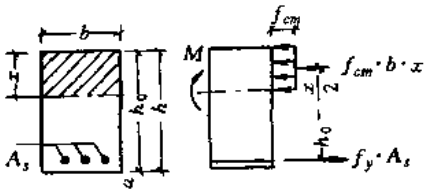
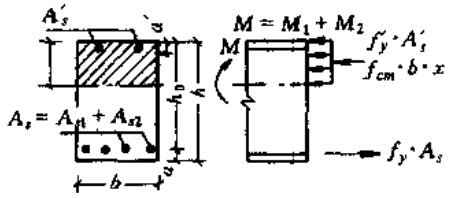
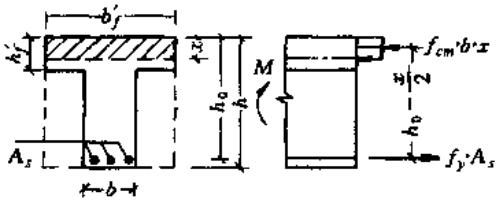
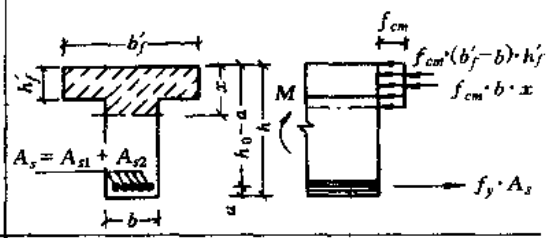
本题在数学上也是式（10－2）和式（10－3）的联解。

第五节　正截面强度计算小结

可用表 11－4 将以上单筋矩形、双筋矩形和 T 形截面的钢筋混凝土梁的正截面强度计算公式和方法作一个归纳。注意各种截面的异、同点。建议以双筋矩形截面作为基本公式。在此基础上，受压区无钢筋辅助受压时，双筋截面转化为单筋截面。受压区无钢筋，但将受压区梁宽加大，受拉区宽度仍不作改变时，双筋截面演化成为单筋 T 形截面。

十分注意条件式（11－3）的密切配合，它不是一个可有可无的方程。

表 11－4 钢筋混凝土梁的正截面强度计算公式

项次	①	②
名称	单筋矩形截面	双筋矩形截面
图形		
方程	$f_{cm}\cdot b\cdot x=f_y\cdot A_s$ $M=f_{cm}\cdot b\cdot x\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right)$	$f_{cm}\cdot b\cdot x+f'_y\cdot A'_s=f_y\cdot A_s$ $M=f_{cm}\cdot b\cdot x\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right)+f'_y\cdot A'_s\cdot(h_0-a')$
相互关系比较	将项次②去掉含 A'_s 的项即得到①	以双筋矩形截面梁作为基本方程，其它项次①、③和④可以化出
适用条件	$x/h_0\leqslant\xi_b$	$x/h_0\leqslant\xi_b$
代入已知条件后方程组的形式	$\begin{cases}A_1\cdot x+B_1\cdot y=0\\A_2\cdot x^2+B_2\cdot x+C_2=0\end{cases}$	$\begin{cases}A_1\cdot x+B_1\cdot y=0\\A_2\cdot x^2+B_2\cdot x+C_2=0\end{cases}$
列方程前要做的工作	无	无
项次	③	④
名称	单筋T形截面	
	第一类	第二类
图形		
方程	$f_{cm}\cdot b'_f x=f_y\cdot A_s$ $M=f_{cm}\cdot b'_f\cdot x\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right)$	$f_{cm}\cdot(b'_f-b)\cdot h'_f+f_{cm}\cdot b\cdot x=f_y\cdot A_s$ $M=f_{cm}\cdot(b'_f-b)\cdot h'_f\cdot\left(h_0-\frac{h'_f}{2}\right)+f_{cm}\cdot b\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right)$
相互关系比较	将项次①的 b 改为 b'_f 后即得到③	将项次②中含 A'_s 项代之以T形翼缘混凝土产生得到④
适用条件	同①	同①
代入已知条件后方程组的形式	同①	同①

（续）

项　次	③	④
名　称	单筋T形截面	
	第　一　类	第　二　类
列方程前要做的工作	T形截面类型判别	
	a．截面复核时，下列不等式各项为已知，代入后看是否满足： $f_{cm}\cdot b'_f\cdot h'_f \geqslant f_y\cdot A_s$，满足属一类，否则属第二类 b．截面设计时，下列不等式各项为已知，代入后看是否满足： $M \leqslant f_{cm}\cdot b'_f\cdot h'_f\cdot\left(h_0-\frac{h'_f}{2}\right)$，满足属第一类，否则属第二类	

在推导单筋矩形截面、双筋矩形截面和T形截面正截面强度计算式（11－1）至式（11－9）时，其中的式（11－2）、式（11－5）、式（11－7）和式（11－9）四个方程的等号左边统一用的是弯矩符号 M，此时应把 M 理解为梁在该截面所能产生的抵抗力矩。显然 M 应该大于或等于由外荷载在该截面所产生的弯矩 $M_{外}$，即

$$M \geqslant M_{外}$$

由于这一概念是显而易见的，故我们在推导时就不再严格区分 M 和 $M_{外}$ 的书写格式了。

下面就关于计算之外的其他几个问题进行小结。

（1）要注意梁的“跨高比”$\frac{l}{h}$值。

显然，增大截面高度将可以提高梁的承载力，但是如果将截面高度增加很多，以致梁的“跨高比”$\frac{l}{h}$值小于5，这时虽然不致有什么危险，但梁的受弯性质会发生改变，这种梁称为“深梁”，图11－15（a）。深梁的受力特点与一般梁不一样，一般梁可看作为由若干根水平压杆和拉杆所组成，它们只承受水平向的压应力或拉应力，各层水平杆（即水平纤维）之间不存在竖向的挤压应力。深梁就不同了，上一层杆与下一层杆之间存在着竖向的压应力，因此，所有前面的计算公式的推导前提对于深梁都不再适用。由于深梁在一般房屋中遇到不多，所以这里不再讨论。

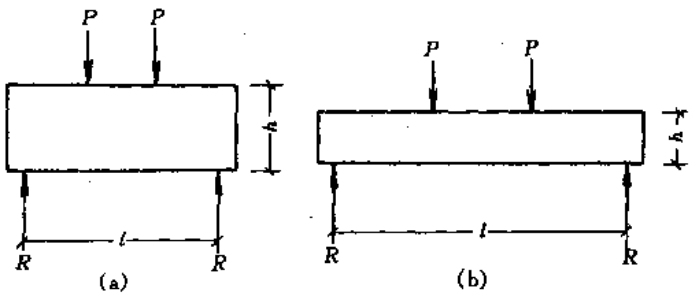


图11－15　深梁

（a）深梁$\frac{l}{h}<5$；（b）一般梁$\frac{l}{h}>5$

（2）由T形截面的启示，我们可以适当地减少梁靠近中性轴上下两边的混凝土，以达

到节省材料，减轻自重的目的。但是如果梁的上下两部分之间没有联系，是不可能共同工作的，荷载基本上由上面的混凝土承担，必然要断裂。可见将受拉混凝土过分节约而走到另一个极端，会使矛盾的性质转化，这是要特别注意的。至于受拉区混凝土应保留多少，主要取决于梁的斜截面强度，将在本章第六节详细讨论。

(3) 在梁截面积不变的条件下，减少梁宽 b、增大梁高 h 是合理的，但也有一个限度。如把梁截面做得太薄太高，则不但不能增加抵抗外力的能力，反而可能在不大的外力作用下，过早地使梁发生侧向翘曲，或称梁在侧向失去稳定，如图 11－16 所示，故通常钢筋混凝土矩形梁的“宽高比” $\frac{b}{h}$ 值不宜小于 $\frac{1}{5}$。

(4) 以上我们讨论的截面都有一根竖向对称轴，见图 11－17，当荷载及支座反力都作用在梁的竖向对称平面内，或者可以简化到这个竖向对称平面内时，则梁弯曲后，它的轴线将变成在这个对称平面内的一条曲线。这样的弯曲称为梁的“平面弯曲”。式 (11－1) 至式 (11－9) 都是建立在平面弯曲的实验上。

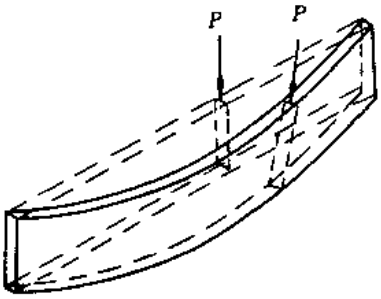


图 11－16 梁侧向失稳

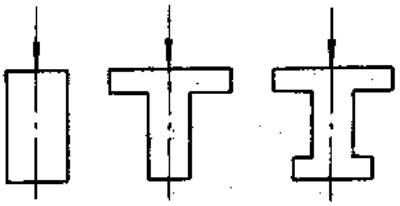


图 11－17 几种对称截面的形式

与截面纵向轴线成左右对称的概念相矛盾的是在式 (11－1) 至式 (11－9) 中，并未要求梁截面有一条竖向对称轴。以图 11－7 为例，如果将 T 形截面的肋部左、右移动，但 T 形截面的计算式 (11－8)、式 (11－9) 仍能满足。对此问题解决的方法如下：当梁截面以竖向对称轴为对称，且荷载也以竖向对称轴为对称时，这时梁呈现平面弯曲的假设，与公式的实验条件有较好的吻合，因而是比较理想的计算模型。但当梁截面不以竖向轴线为对称，且荷载也不对称时，则梁的弯曲与公式的实验条件不吻合，应尽量避免。或者从计算方法上加以全面考虑。一般地，此时的截面已是属于组合变形，请参见本书第三章第八节。

(5) 我们在单筋矩形截面、双筋矩形截面和 T 形截面列 $\Sigma M=0$ 这一个方程时，都是采用对下部受拉钢筋的合力点取矩来完成方程式 (11－1)、式 (11－5)、式 (11－7) 和式 (11－9)。理论上也可以采用对受压区 x 高度的中点取矩或对中性轴取矩来列出 $\Sigma M=0$ 的方程。不过这样做将与现今的所有教材和设计手册不一致且计算较繁，因而实际中未采用这样的形式。

(6) 关于 T 形截面翼缘宽度的取值问题。由式 (11－6)、式 (11－7) 或式 (11－8)、式 (11－9) 知，计算中 T 形截面翼缘的计算宽度 b'_f 越宽，则 T 形截面抵抗弯矩的能力越好。但是事情都是可以转化的，比如太宽的翼缘将不能保证翼缘区域的所有混凝土都参加工作，有时会在翼缘与肋部之间的交接处开裂，见表 11－5 及附图。

表 11－5　T形及倒L形截面受弯构件翼缘计算宽度 b'_f

项　次	考　虑　情　况		T形截面		倒L形截面
			肋形梁（板）	独立梁	肋形梁（板）
1	按跨度 l 考虑		$\frac{1}{3}l$	$\frac{1}{3}l$	$\frac{1}{6}l$
2	按梁（肋）净距 s_n 考虑		$b+s_n$	—	$b+\frac{s_n}{2}$
3	按翼缘高度 h'_f 考虑	当 $h'_f/h_0\geqslant 0.1$	—	$b+12h'_f$	—
		当 $0.1>h'_f/h_0\geqslant 0.05$	$b+12h'_f$	$b+6h'_f$	$b+5h'_f$
		当 $h'_f/h_0<0.05$	$b+12h'_f$	b	$b+5h'_f$

注：①表中 b ——梁的腹板（梁肋）厚度；

②如肋形梁在梁跨内设有间距小于纵肋间距的横肋时，见表图 11－4，则可不遵守表中项次 3 的规定；

③独立梁受压区的翼缘板面如在荷载作用下产生沿纵肋方向的裂缝，则计算宽度取用肋宽 b。

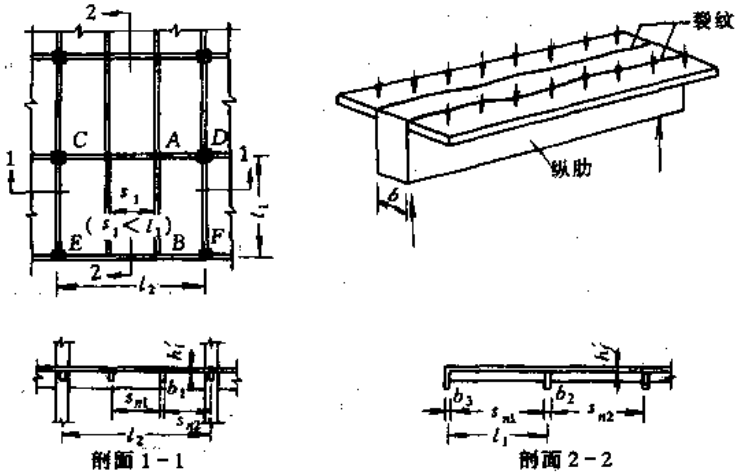


表 11－5　附图

举例：

$$\text{梁 } AB:\ b'_f\leqslant\begin{cases}\frac{1}{3}l_1\\ b_1+s_{n1}\\ b_1+12h'_f\end{cases}\ \text{取三者之较小值}$$

$$\text{梁 } CD:\ b'_f\leqslant\begin{cases}\frac{1}{3}l_2\\ b_2+s_{n2}\end{cases}\ \text{取二者之较小值}$$

$$\text{梁 } EF:\ b'_f\leqslant\begin{cases}\frac{1}{6}l_2\\ b_3+\frac{s_{n2}}{2}\end{cases}\ \text{取二者之较小值}$$

（梁 AB 考虑 1、2、3 三项；梁 CD、EF，因 $s_1<l_1$，故只考虑 1、2 两项）

当然翼缘的计算宽度也不是说取得越窄越好，因为一则不经济，同时还可能使计算图示与它实际的工作性能不一致而导致出现一些其他的问题。这就提出了一个 T 形梁翼缘计算宽度 b'_f 的合理取值问题。它包括了下面两种情况：一是对有些独立的 T 形梁翼缘计算宽度

应该如何取，二是对大量出现的现浇梁板楼盖中T形翼缘 b'_f 如何取值。

以上的T形翼缘计算宽度 b'_f 取值问题可用表11－5来加以统一。

(7) 关于钢筋混凝土梁、板的计算跨度，设计规范中有专门的规定。为方便计，本书一般取梁的轴线距离作板或次梁的计算跨度，而取柱的轴线距离作主梁的计算跨度。最大误差不超过±10%。

第六节 钢筋混凝土梁斜截面强度计算及例题

我们分析梁的剪力时注意到，剪力的作用面位于截平面上。又因为所取的截平面一般均为正截面，故得出的剪力也就位于正截面上。但是梁在剪力作用下的破坏，并不与剪力分析那样发生在正截面，而是发生在一个斜截面。设计钢筋混凝土梁时，除正截面的强度计算外，还必须进行斜截面的强度计算，它的主要目的是防止梁沿斜截面发生破坏，这就是本节标题的由来。从计算的角度看，是抵抗剪力的破坏作用，梁之所以发生沿斜截面破坏，可以认为是正截面材料抗剪能力不足引起，所以我们的计算，就仍归结到正截面上的剪力。

试验证明，为了保证斜截面的强度，应使梁具有一个合理的截面尺寸，并配置足够的箍筋。箍筋的配置，除通过计算外，还常配合构造要求来确定。

除了箍筋可以抵抗剪力之外，实践中有时还附加弯起钢筋来共同抵抗剪力。但由于弯起钢筋的制作和施工不太方便，因此有的设计人员干脆不用它。

图11－18表示了一根钢筋混凝土简支梁内设置的几种钢筋。其中箍筋由本节的斜截面强度计算决定；纵向受拉钢筋由本章第二至五节的正截面强度计算决定；斜钢筋（或称为弯起钢筋）一般亦由斜截面计算决定，但因其作用可用箍筋代替，一般不设；架立钢筋一般不作计算，比如用2ϕ10，以作施工时架设箍筋之用；纵向受压钢筋则由本章第三节的双筋矩形梁的计算决定，显然，受压钢筋在大多数情况下可以同时起架立钢筋的作用，故在配置受压钢筋的情况下就可以省去架立钢筋。

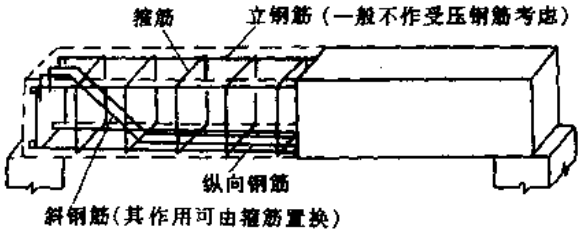


图11－18 钢筋混凝土梁内的钢筋

应该指出，图中的箍筋在外观上是由一个矩形框组成，但其抗剪的能力，则仅由其竖直的两个边上的钢筋承担，另外两条水平边上的钢筋并不抗剪。这是因为剪力的方向仅与箍筋的两条竖直边相同，因而作用力可以合成的缘故。

一、计算方法的导出

为了防止梁沿斜截面破坏，可在垂直于斜截面（即与斜拉应力平行）的方向布置斜钢筋。斜钢筋可由梁内的纵向钢筋弯起而形成，见图11－18，或者另行添加单独的斜钢筋。由于斜钢筋的直径较粗、根数有限、施工不便，所以往往仅配置箍筋来满足斜截面强度的需要。箍筋虽然与斜裂缝并不完全垂直其力学性能与斜钢筋比较，未能充分发挥，但它的直径细、间距小、根数多，对限制斜裂缝的宽度，防止斜截面的破坏，比较有效。在许多场合下，成为加强梁斜截面强度的主力，只在必要时再补充少量的斜钢筋。此外，箍筋同纵向钢筋和架立钢筋扎（或焊）在一起，能形成较为刚劲的钢筋骨架，使各种钢筋得以在施工时维

持在正确的位置，所以箍筋是梁内不可缺少的钢筋之一。下面，我们将只着重研究梁在配置箍筋后的抗剪能力。

对梁的斜截面强度计算（即梁在某一截面抵抗剪力计算），目前对实验的依赖性较大，下面介绍方法。

数学上，下面公式表示一条直线。

$$y = A + B \cdot x \tag{11-12}$$

如果式（11－12）中的斜率 B 和截距 A 为已知，则可由 x 求出 y。

实验研究表明对于配有钢箍的梁，如果 y 和 x 分别为

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{V}{f_c \cdot b \cdot h_0} \\ x &= \frac{n \cdot A_{sv1}}{b \cdot s} \cdot \frac{f_y}{f_c} \end{aligned}\right\} \tag{11-13}$$

式中　V ——斜截面上受压区混凝土和箍筋总的抗剪能力，(N 或 kN)；

n ——在同一个截面内箍筋的肢数；

A_{sv1}——单肢垂直箍筋的截面面积，(mm^2)，由表 11－2 (b) 查取；

s ——沿构件长度方向上箍筋的间距，(mm)；

f_y ——箍筋的抗拉设计强度，但取值不应大于 $310N/mm^2$，由表 11－2 (a) 查取；

f_c ——混凝土轴心抗压强度，(N/mm^2)，由表 11－1 查取；

b ——梁宽度，(mm)；

h_0——梁的计算高度，(mm)。

则 y 和 x 符合式（11－12）这样一条直线规律，国内外做过 278 根梁的实验，结果如图 11－19 所示。

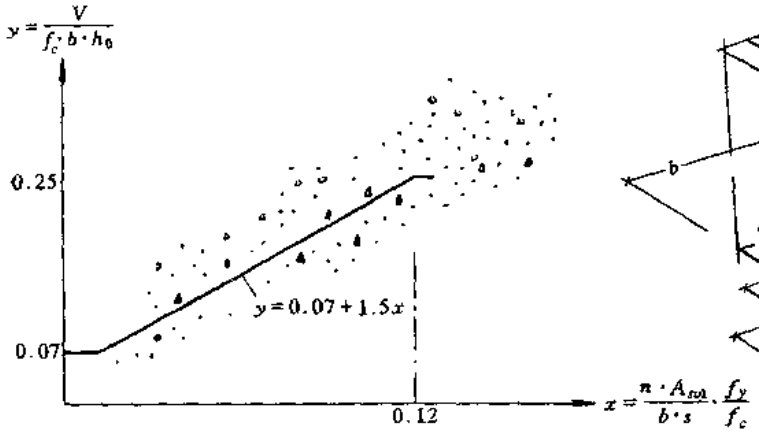


图 11－19　矩形截面梁抗剪能力实验数据示意图及由此得出的经验方程

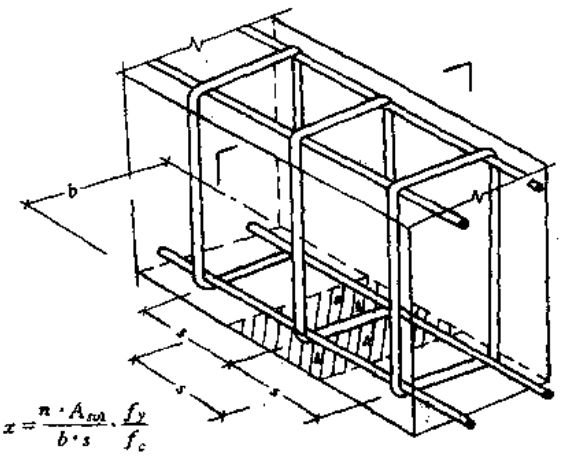


图 11－20　横坐标 x 的直观含义

值得注意的是图中的横坐标 $x = \frac{n \cdot A_{sv1}}{b \cdot s} \cdot \frac{f_y}{f_c}$ 有直观的几何意义。由图 11－20 可以看出，分子 $n \cdot A_{sv1}$ 表示图中在 s 长度范围内箍筋的总的横截面积，$n \cdot A_{sv1} \cdot f_y$ 是该范围内箍筋的总抗拉能力。分母 $b \cdot s$ 是图中的水平投影阴影面积，$b \cdot s \cdot f_c$ 是该面积范围混凝土的总轴心抗

压能力。因此，$\frac{n \cdot A_{sv1}}{b \cdot s}$表示在阴影面积范围内箍筋横截面积所占的百分率，$\frac{n \cdot A_{sv1}}{b \cdot s} \cdot \frac{f_y}{f_c}$则是阴影范围内箍筋总的抗拉能力与混凝土轴心抗压能力之比值。

设从图 11－19 中找出了 A 和 B，那么 y 和 x 的函数关系就可以确定，为了看得更清楚，请看下式：

$$y = A + B \cdot x$$

即

$$\frac{V}{f_c \cdot b \cdot h_0} = A + B \cdot \left(\frac{n \cdot A_{sv1}}{b \cdot s} \cdot \frac{f_y}{f_c} \right)$$

注意到上式左边分子项正是我们要找的梁在某一截面所能担负的剪力 V。

显然，A 和 B 的值成了问题的关键。根据实验结果，对照图 11－19，运用熟知的数理统计方法——最小二乘法可以方便地找出 A 和 B 值如下：

$$A = 0.07$$

$$B = 1.5$$

将 A、B 代入上式有

$$\frac{V}{f_c \cdot b \cdot h_0} = 0.07 + 1.5 \times \frac{n \cdot A_{sv1}}{b \cdot s} \cdot \frac{f_y}{f_c}$$

整理之

$$V = 0.07 f_c \cdot b \cdot h_0 + 1.5 \times \frac{n \cdot A_{sv1}}{b \cdot s} \cdot f_y \cdot h_0 \qquad (11-14)$$

这就是配了箍筋的梁在某一截面所能担负的剪力 V。值得指出，上式中的剪力 V 是指某一“正截面”上的值，这与我们在内力分析时（详见本书第二章）所用的截面法分析是统一的。

实际工程中往往是用力学分析求出了某一截面的 V 值，此时可由式（11－14）反过来设计箍筋的面积和间距。

这里要指出以下几点，可由式（11－14）直接看出：

（1）梁截面尺寸 b、h_0 愈大，则该截面抗剪能力愈强。

（2）材料强度 f_c、f_y 愈高，该截面抗剪能力也愈强。

（3）箍筋数量$\frac{n \cdot A_{sv1}}{s}$愈多，即箍筋根数 n 越多，箍筋的直径 A_{sv1}愈粗，每两只钢箍筋的间距 s 越小，都将使截面抗剪能力愈强。

以上三者（截面尺寸、材料强度及箍筋数量）是影响梁斜截面强度的主要因素，从理论上分析是合理的，从实验数据上，图 11－19 的规律也得到了证明。

二、计算公式的适用范围——上、下限值

以上讨论了梁的受剪计算基本公式。应该注意，梁的这种破坏叫做“剪压破坏”它是在一定的条件下发生的，因此这些公式有一个适用范围。下面来讨论基本计算式（11－14）的上、下限值。

在此之前，回忆在梁的正截面强度计算中，也提出了一个公式的适用范围，即式（11－3）。现在又提出了斜截面计算式（11－14）的适用范围。之所以出现这样的情况，主要是由于在推导公式过程中较多地依赖于实践数据，显然地，实验将有一定的条件限制，我们在应用中必须满足。

（一）上限值——最大抗剪强度

由图 11－19，当箍筋数量超过一定限度（即横坐标 $x>0.12$）时，不论箍筋用量再增加，纵坐标也不会再增加了，基本上维持在一个常数 0.25，此时截面的抗剪能力最大维持在 $0.25b\cdot h_0\cdot f_c$ 不再提高。

因为多配的箍筋不能充分发挥作用，故设计时应使纵坐标满足下列条件：

$$V\leqslant 0.25f_c\cdot b\cdot h_0 \tag{11-15}$$

这就是说，如果剪力较大，梁的截面尺寸不能做得太小，只要将式（11－15）改写一下就很清楚，截面尺寸 $b\times h_0$ 必须：

$$\frac{V}{0.25f_c}\leqslant b\cdot h_0$$

对于薄腹梁等斜裂缝开展较大的构件，上述条件还要控制得严一些，应改式（11－15）为

$$V\leqslant 0.2f_c\cdot b\cdot h_0$$

（二）下限值——最小配箍率

由图 11－19，不论横坐标如何小，那怕是零（意味着没有配箍，即横坐标分子为零），纵坐标也将有最小值 0.07。说明不配钢箍的梁截面仅凭混凝土也可以抵抗一定的剪力：

$$V\leqslant 0.07f_c\cdot b\cdot h_0 \tag{11-16}$$

所以如梁所受剪力较小而截面尺寸 $b\times h_0$ 较大，符合了式（11－16），

即
$$\frac{V}{0.07f_c}\leqslant b\cdot h_0$$

则可不必进行斜截面强度计算而直接按构造要求配置少量的钢箍，比如 ϕ8 间距 250。必须说明，构造钢箍在理论上可以不用，但实际上必须有，因为箍筋除了抗剪作用之外，对施工、抗温度应力等也是必须的。

将式（11－15）和式（11－16）综合一起考虑，就是梁截面进行斜截面抗剪强度计算之前，应有截面尺寸的合理性验算。即

$$0.07f_c\cdot b\cdot h_c\leqslant V\leqslant 0.25f_c\cdot b\cdot h_0$$

当不符合右边不等式时，应加大梁截面，否则即使配箍加多也无法解决。当不符合左边不等式时，说明截面本身抗剪能力足够，理论上不必配箍。当完全满足上面不等式组时，则通过配钢箍解决截面的抗剪能力不足。这就是下面我们要进一步研究的问题。

三、计算方法和例题

（一）计算方法

（1）需要指出，研究斜截面抗剪的式（11－14）只有一个方程。

$$V=0.07f_c\cdot b\cdot h_0+1.5\frac{n\cdot A_{sv1}}{s}\cdot f_y\cdot h_0$$

当进行斜截面抗剪强度的复核时，上式的右边均为已知，这时只要把计算出的右边，即混凝土和箍筋共同担负的剪力 V 与实际的外荷载引起的该截面的实际剪力 $V_{外}$ 进行比较，当满足

$$V\geqslant V_{外}$$

时即说明梁在满足抗剪要求方面是安全的。

（2）当进行梁的抗剪强度设计时，即由剪力来定箍筋时，此时是式（11－14）的右边第二项中的数团$\frac{n \cdot A_{sv1}}{s}$为未知，设计时，这个数团先看成一个未知量，这时方程（11－14）化为一个一元一次方程。即：令$x=\frac{n \cdot A_{sv1}}{s}$，并代入已知条件后，方程（11－14）将化成式（10－1）的形式。

$$A_3 \cdot x + B_3 = 0$$

因而可求出 x。

在$x=\frac{n \cdot A_{sv1}}{s}$这个数团中，有三个量，一个是 n，即箍筋的肢数，比如双肢为 2，四肢为 4；第二个是 A_{sv1}，它表示单肢（即单根）箍筋的横截面积；第三个是 s，它表示钢箍沿梁长度方向的间距。

在这三个量中，一般先选定箍筋肢数和箍筋的单肢面积（面积在计算中一般化为箍筋的直径），而去求解未知数 s 值。显然，这也是一个简单的一元一次方程问题。

（3）当然在进行抗剪复核或设计过程中，还要满足横截面积是不是合适，即按式（11－15）和式（11－16）去检验。一般而言，截面复核不能再改变截面形状和大小，因此，式（11－15）、式（11－16）用于截面设计时居多。

（二）例题

例 11－11 一钢筋混凝土简支矩形梁，已知条件如图 11－21 所示。采用强度等级为 C20 混凝土，Ⅰ级钢筋。求该梁斜截面破坏时能承担多少剪力和均布荷载？

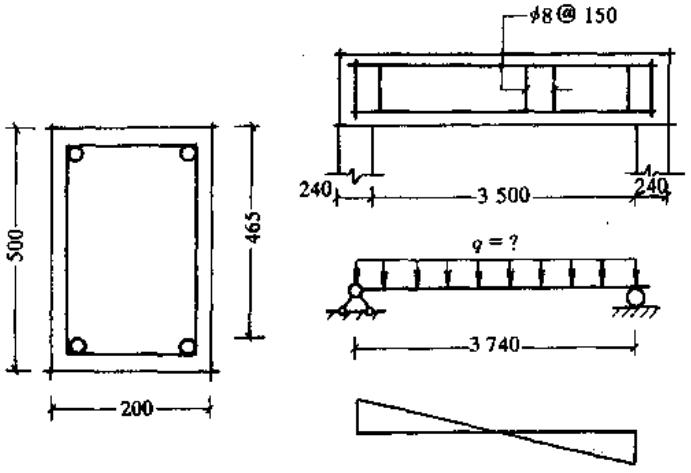


图 11－21 钢筋混凝土简支矩形梁

解 这是一个梁的截面复核，即该梁已经存在，因此方程式（11－14）的右边各项均为已知。

1. 斜截面破坏时的剪力 V

$$\begin{aligned} V &= 0.07 f_c \cdot b \cdot h_0 + 1.5 \frac{n \cdot A_{sv1}}{s} \cdot f_y \cdot h_0 \\ &= 0.07 \times 10 \times 200 \times (500 - 35) + 1.5 \times \frac{2 \times 50.3}{150} \times 465 \times 210 \\ &= 1.6 \times 10^5 \text{N} \end{aligned}$$

2. 斜截面破坏时的荷载

最大剪力发生在支座处，但最危险的斜截面实际上是在支座边，那里的剪力 V 值略小于支座处的剪力值，可按净跨度 l_0 计算，即

$$V=\frac{1}{2}ql_0$$

于是

$$\frac{1}{2}\cdot q\cdot 3\ 500=1.6\times10^5$$

所以

$$q=\frac{1.6\times10^5\times2}{3\ 500}=93\text{N/mm}=9.3\times10^4\text{N/m}$$

这就是梁斜截面破坏时所能负担的均布荷载值。

例 11－12　一钢筋混凝土 T 形截面简支梁，跨度为 4m，截面尺寸如图 11－22 所示，承受一集中设计荷载 540kN（因梁自重所占比例较小、已化为集中荷载考虑）；混凝土采用 C30（$f_c=15\text{N/mm}^2$），箍筋用Ⅰ级筋筋（$f_y=210\text{N/mm}^2$），纵筋用Ⅲ级钢筋（$f_y=340\text{N/mm}^2$）。

求：箍筋的数量。

解　根据混凝土规范规定，对集中荷载作用下 T 形截面梁，不考虑剪跨比影响，按式（11－14）计算。

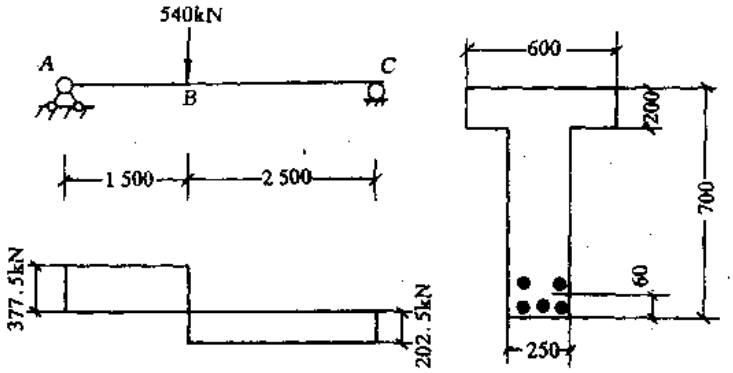


图 11－22　钢筋混凝土 T 形截面简支梁

（1）验算截面条件是否足够，由式（11－15）决定

$$0.25f_c\cdot b\cdot h_0=0.25\times15\times250\times640=600\ 000\text{N}>337\ 500\text{N}$$

截面尺寸满足要求。

（2）验算该截面是否需配箍，由式（11－16）决定

$$<337\ 500\text{N}$$

$$0.07f_c\cdot b\cdot h_0=0.07\times15\times250\times640=168\ 000\text{N}$$

$$<202\ 500\text{N}$$

需按计算配箍筋

（3）设选用双肢箍筋 $\phi8@100\text{mm}$，由表 11－2（c）知，此时的 $A_{sv1}=50.3\text{mm}^2$

$$V=0.07f_c\cdot b\cdot h_c+1.5f_y\cdot\frac{A_{sv}}{s}\cdot h_0$$

$$=168\ 000+1.5\times210\times\frac{2\times50.3}{100}\times640=370\ 810\text{N}>337\ 500\text{N}$$

（安全）

本例说明，T形梁在计算斜截面抗剪强度时，不考虑翼缘的作用，简化为一个以肋宽为式（11－14）中 b 值的矩形梁。

例 11－13 试核算某现绕走廊板的斜截面抗剪强度。设该板两端简支，跨度为 2.16m，承受均布荷载 6 000N/m^2（包括板重），板厚 80mm，C15 混凝土。

解

（1）剪力值在支座处最大（取板宽为 1m），

$$V=\frac{1}{2}\times 6\,000\times 2.16=6\,480\text{N}$$

（2）截面尺寸应按式（11－15）核算是否合乎要求。因为板是现浇的，跨长为 2.16m，但其板宽方向则为走廊的长度，为了计算方便，取板宽为 1m，

$$0.25f_c\cdot b\cdot h_0=0.25\times 7.5\times 1\,000\times 65=122\times 10^3\text{N}$$

大于该板实际承担的剪力 $V=6.48\times 10^3$N，故符合式（11－15），说明截面高度可以。

（3）按式（11－16）计算是否需配箍筋抗剪，

$$0.07f_c\cdot b\cdot h_0=0.07\times 7.5\times 1\,000\times 65$$
$$=3.41\times 10^4\text{N}>0.648\times 10^4\text{N}$$

符合式（11－16），说明不必配箍。

一般的实心平板（不包括空心板）所受剪力要小于 $0.07f_c\cdot b\cdot h_0$，斜截面抗剪强度单靠素混凝土已经足够，所以往往不必进行抗剪强度计算，也不必配置箍筋。

第七节 钢筋混凝土梁斜截面抗剪强度计算小结

一、斜截面抗剪强度计算

（1）矩形、T形和工字形截面的受弯构件，当仅配置钢箍时，斜截面抗剪强度按下式计算：

$$V=0.07f_c\cdot b\cdot h_0+1.5f_y\cdot\frac{n\cdot A_{sv1}}{s}\cdot h_0$$

注意情况为下面时，应对式（11－14）进行修正。

对集中荷载作用下的矩形截面受弯构件（包括集中荷载在计算截面产生的剪力值占该截面总剪力值 75% 以上的情况），当集中荷载作用点至支座之间的距离 $a\geqslant 1.4h_0$ 时，则式（11－14）改为

$$V=\frac{0.2}{\lambda+1.5}f_c\cdot b\cdot h_0+1.25f_y\cdot\frac{A_{sv}}{s}h_0$$

此处，计算截面取集中荷载作用点处的截面，λ 为计算截面的剪跨比，可取用 $\lambda=a/h_0$，a 为集中荷载到支座之间的距离，当 $\lambda>3$ 时取等于 3。此时，在计算截面至支座之间箍筋应均匀配置。

（2）式（11－14）在代入了已知条件后，数学上可化为一个一元一次方程，即式（10－1）。

（3）在斜截面抗剪强度计算之前，即在使用式（11－14）之前，应该用式（11－15）对截面尺寸大小进行校核，当由式（11－15）计算的值大于外荷引起的剪力 V 时，方可按式（11－14）接着进行。即梁截面应有

$$0.25f_c \cdot b \cdot h_0 > V$$

否则应该加大截面尺寸，重复这一步的校核。

(4) 当按下式计算值大于外荷引起的剪力 V 时，可不必计算式 (11－14)，而按构造配以少量箍筋即可。即当有

$$0.07f_c \cdot b \cdot h_0 > V$$

时，仅需配以构造钢箍筋，比如 ϕ6@200。

二、关于设计中对梁进行正、斜截面强度计算的顺序

(1) 对长高比较大（比如长/高＞5）的梁，M 常起控制作用，设计中一般先进行正截面强度计算，而后进行斜截面强度计算。也就是说，先配纵向受拉（或受拉与受压）钢筋，而后再配箍筋。

(2) 对长高比较小的梁，比如牛腿，剪力 V 常起控制作用，一般先进行斜截面强度计算，然后再进行正截面强度计算。也就是说先配箍筋，再配纵向受力钢筋。

习　题

11－1　一钢筋混凝土简支矩形梁，截面尺寸为 25cm×70cm，配置Ⅱ级钢筋 2 ⌀ 25，混凝土强度等级为 C20。(1) 问这个截面能负担弯矩 M 多少？(2) 如钢筋用量增加一倍，即采用 4 ⌀ 25，问这个截面能负担的弯矩是否也增加一倍？如钢筋再增加一倍，即采用 8 ⌀ 25，问这个截面能负担弯矩多少？

11－2　一预制钢筋混凝土矩形梁，要求负担弯矩 M＝150kN·m，截面尺寸为 20cm×60cm，采用 C20 混凝土及Ⅱ级钢筋。(1) 确定钢筋直径和根数。(2) 如弯矩减小一半，问钢筋用量是否也减少一半？

11－3　一钢筋混凝土简支矩形梁，承受均布荷载 40kN/m（包括梁自重），计算跨度为 5m，截面尺寸为 20cm×50cm。(1) 采用 C20 混凝土及Ⅰ级钢筋，试确定纵向钢筋的根数和直径。破坏时混凝土受压区的高度等于多少？请画出强度计算图式。(2) 如改用Ⅱ级钢筋，混凝土仍用 C20，受压区高度是否要改变？钢材能节省百分之几？(3) 如将混凝土标号提高到 C30 仍用Ⅰ级钢筋，受压区高度是否要改变？用钢量能减少百分之几？为了节约钢材，提高混凝土标号是不是一个有效的途径？

11－4　某办公楼走廊预制钢筋混凝土板如图 11－23 所示，活荷载为 2kN/m^2，采用 C20 混凝土及Ⅰ级钢筋。(1) 试确定纵向受拉钢筋的直径、根数和间距。(2) 如走廊板改为现浇，纵向钢筋的直径、根数、间距、有什么变化？(3) 如现浇板的厚度改为 8cm，用钢量将减少百分之几？

11－5　一钢筋混凝土简支矩形梁，跨度为 6.5m，承受均布荷载 45kN/m（包括梁自重），采用 C30 混凝土及Ⅱ级钢筋，试确定梁截面尺寸和配筋量。

11－6　一钢筋混凝土简支矩形梁，跨度为 7.5m，在三分点处负担两个集中荷载各 65kN（包括梁自重），采用 C20 混凝土及Ⅱ级钢筋，试确定梁截面尺寸和配筋量。

11－7　某工程的图纸上有一根钢筋混凝土梁的截面尺寸为 30cm×50cm，混凝土标号为 C30，受拉区采用Ⅱ级钢筋 3 ⌀ 20，受压区采用Ⅰ级钢筋 2 ⌀ 12，问这根梁最大能负担弯矩多少？

11－8　已知一钢筋混凝土梁，h＝800mm，b＝300mm，混凝土强度等级选用 C25，钢筋用Ⅱ级。该梁在所计算的截面中承受设计弯矩 M＝568.2kN·m，试用基本方程式计算所需的受拉钢筋截面面积。

11－9　一根钢筋混凝土矩形截面梁，b＝250mm，h＝700mm；混凝土强度等级为 C20，钢筋用Ⅱ级。

(1) 当配置的纵向受拉钢筋为 2 ⌀ 25 时，试用基本平衡方程式计算截面所能承担的弯矩 M。

(2) 试计算钢筋用量增大一倍，即为 4 ⌀ 25 时，以及再增大一倍，即为 8 ⌀ 25 时（此时应按受拉纵筋布置成两排考虑）截面所能承担的弯矩 M，并用基本方程式所表达的关系论证 M 是否与钢筋截面面积 A_s 成比例地增长。

11－10 如图 11－24 所示，一钢筋混凝土雨篷板的挑出长度 $l=0.8$m，板厚在其根部为 70mm，在悬臂端为 50mm。作用在板上的荷载除防水层自重、板自重和板下抹灰层自重外，在板的悬臂端的任意点处还作用一个施工检修荷载 $P=1$kN。若假定这个集中荷载产生的弯矩在板根部截面将由 1 米宽的板来承担，试计算雨篷板所需的受拉钢筋截面面积（混凝土强度等级为 C15，钢筋为Ⅰ级）。

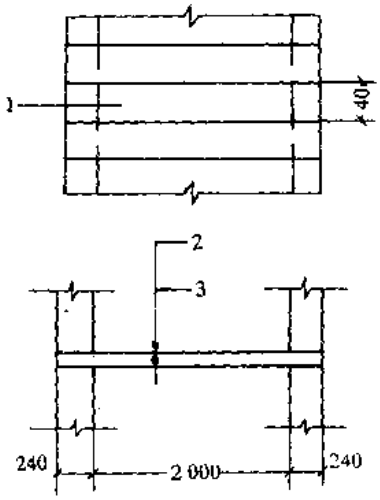


图 11－23 预制钢筋混凝土板
1—走道板；2—30 厚水泥砂浆（20kN/m³）；3—70 厚预制钢筋混凝土板（25kN/m³）

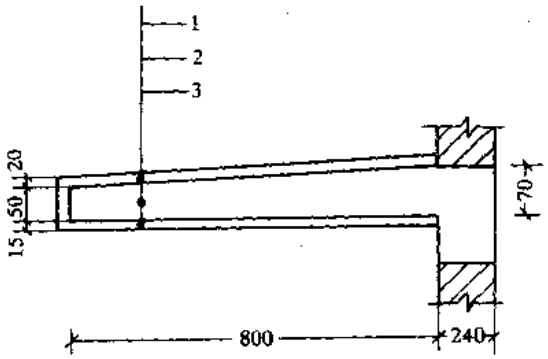


图 11－24 钢筋混凝土雨篷板
1—20 厚防水砂浆（20kN/m³）；2—现浇钢筋混凝土板（25kN/m³）；3—15 厚抹灰（17kN/m³）

11－11 试计算下表中所给的五种情况中截面所能承担的弯矩 M，并分析提高混凝土强度等级、提高钢筋级别、加大截面高度和加大截面宽度这几种措施对提高截面抗弯能力的效果。其中哪种措施效果较为显著，哪种措施效果不明显，并说明其原因。

序 号	情 况	梁 高 h（mm）	梁 宽 b（mm）	A_s（3 ⌀ 20）（mm²）	钢筋级别	混凝土强度等级	M
1	原情况	500	200	940	Ⅰ级	C20	
2	提高混凝土强度等级	500	200	940	Ⅰ级	C30	
3	提高钢筋级别	500	200	940	Ⅱ级	C20	
4	加大截面高度	600	200	940	Ⅰ级	C20	
5	加大截面宽度	500	250	940	Ⅰ级	C20	

11－12 一钢筋混凝土矩形截面简支梁，计算跨度为 5m；承受均布荷载 $q=78.08$kN/m（已考虑了荷载分项系数，而且已包括了梁的自重）。因受建筑净空限制，梁截面高度 h 只能取 450mm，$b=200$mm。若混凝土强度等级选为 C30，钢筋为Ⅲ级，$a=60$mm：

（1）试计算截面所需的受拉钢筋和受压钢筋的截面面积；

（2）如果受压区已配置了 3 ⌀ 20 的受压钢筋（$a'=35$mm），试计算所需的受拉钢筋截面面积。

11－13 已知一矩形截面梁，截面尺寸 $b=300$mm，$h=600$mm。混凝土强度等级为 C30，钢筋用Ⅱ级。在受压区已配置 2 ⌀ 12 受压钢筋。当梁需要承担的设计弯矩 $M=158.8$kN·m 时，试计算所需要的受拉钢筋截面面积，并选择其直径及根数。

11－14 有三根钢筋混凝土单筋梁，其截面如图 11－25 所示。它们所采用的混凝土强度等级、钢筋级别和所承受的弯矩（其中包括自重产生的弯矩在内）均相同。试问哪一根梁所需的受拉钢筋最少？哪根最多？为什么？

11－15 某肋形楼盖次梁，截面尺寸如图 11－26 所示。翼缘计算宽度为 $b'_f=1\,600$mm。混凝土强度等级为 C15，钢筋用Ⅰ级。若截面须承担的设计弯矩 $M=121$kN·m，试计算所需的受拉钢筋截面面积，并选定其直径及根数。

11－16 已知某形 T 截面梁，截面尺寸如图 11－27 所示。混凝土强度等级为 C30，钢筋用Ⅲ级。当作

用在截面中的设计弯矩 $M=105\text{kN}\cdot\text{m}$ 时，试计算受拉钢筋的截面面积。

11－17　一T形截面伸臂梁，计算简图及梁截面尺寸如图 11－28 所示。梁上承受均布荷载 $q=60\text{kN/m}$（已考虑了荷载分项系数，并已包括了梁自重），混凝土强度等级为 C20，钢筋用Ⅱ级，试计算 AB 跨内最大正弯矩截面及 B 支座最大负弯矩截面的纵向受拉钢筋。

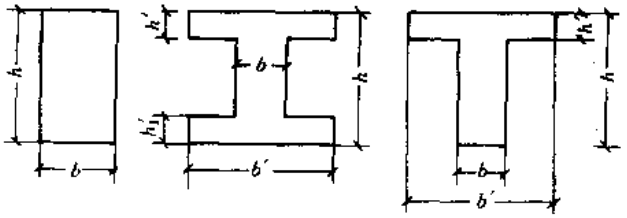


图 11－25　钢筋混凝土单筋梁

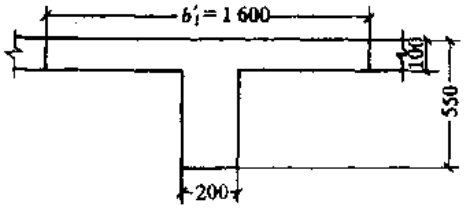
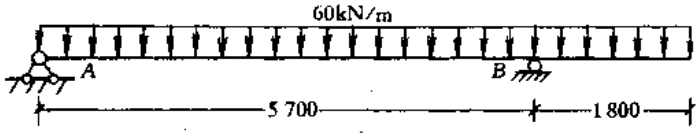


图 11－26　楼盖次梁



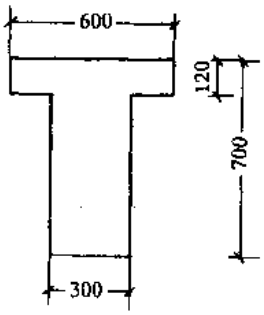


图 11－27　T截面梁

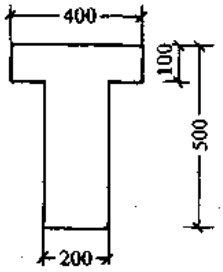


图 11－28　T形截面伸臂梁

11－18　某教学楼现浇钢筋混凝土楼盖，由板、次梁和主梁组成，平面尺寸见图 11－29，墙厚为 24cm；次梁截面尺寸为 18cm×35cm；板厚 8cm，上做水泥砂浆面层厚 2cm；可变荷载在教室部分为 $2\,000\text{N/m}^2$，在走廊部分为 $2\,500\text{N/m}^2$。主梁是一外伸梁，截面尺寸在教室部分为 20cm×55cm，在走廊悬臂段为 20cm×

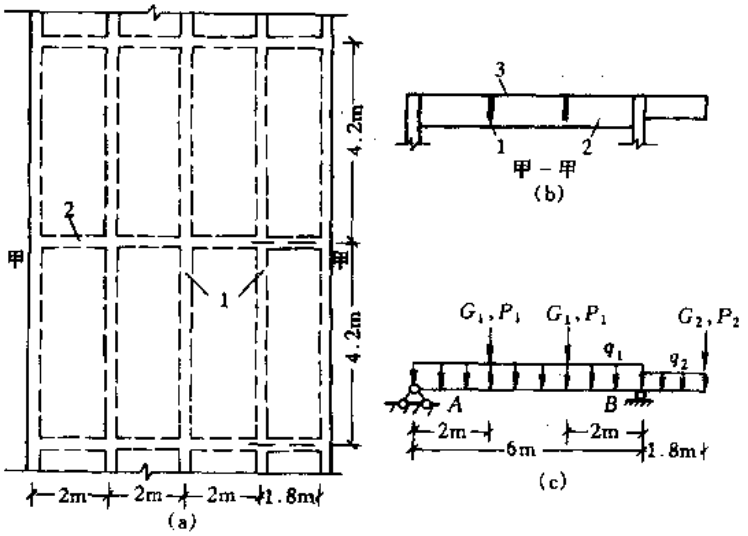


图 11－29　钢筋混凝土楼盖

1—次梁；2—主梁；3—板

40cm；其计算简图如图（c）所示；主梁自重为均布荷载，$q_1=2\ 350$kN/m，$q_2=1\ 600$kN/m；面层、板和次梁的自重按集中荷载传给主梁，$G_1=25.3$kN，$G_2=15.1$kN，活荷载也按集中荷载传给主梁，$P_1=16.8$kN，$P_2=9.5$kN。采用C20混凝土及Ⅱ级钢筋。试确定主梁AB跨中及支座B处的纵向受力钢筋的数量（直径和根数），要考虑活荷载的最不利分布。

11－19 一钢筋混凝土简支矩形梁如图11－30，两端搁置在厚24cm的砖墙上，跨度为8m（指支座中到中），截面尺寸为20cm×60cm，承受均布荷载17.5kN/m（自重已包括在内），采用C20混凝土，纵向钢筋用Ⅱ级钢筋，箍筋用Ⅰ级钢筋，试确定梁的纵向配筋和箍筋的数量。

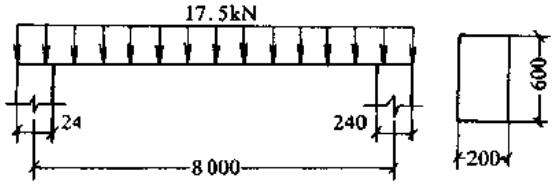


图11－30 钢筋混凝土简支矩形梁

11－20 对习题11－19的梁，如跨度缩小一半，即改为4m，荷载增大到4倍，即70kN/m。求①梁的纵向钢筋将如何改变？②计算箍筋直径及数量。图11－31。

11－21 对习题11－20的梁，如将全部均布荷载折成两个相等的集中荷载，如图11－32所示。梁的纵向钢筋、箍筋应如何布置？

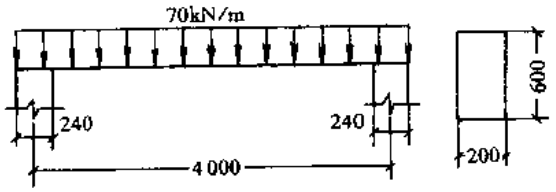


图11－31 跨度缩小一半的习题11－19的梁

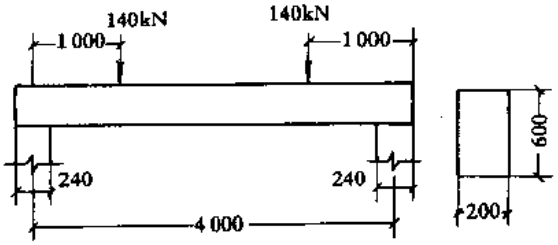


图11－32 如同11－20的梁

11－22 对习题11－21的梁，如将全部均布荷载折成一个集中荷载，如图11－33所示，试确定梁的配筋量（包括纵向钢筋和箍筋）。

11－23 一钢筋混凝土矩形截面简支梁，其截面尺寸$b=250$mm，$h=500$mm，计算简图如图11－34所示。集中荷载$P=40$kN（包括梁自重），集中荷载的荷载分项系数为$\gamma=1.35$。混凝土的强度等级为C20，箍筋钢筋为Ⅰ级。试仅配置箍筋（要求选定箍筋直径及间距）进行斜截面抗剪强度计算。

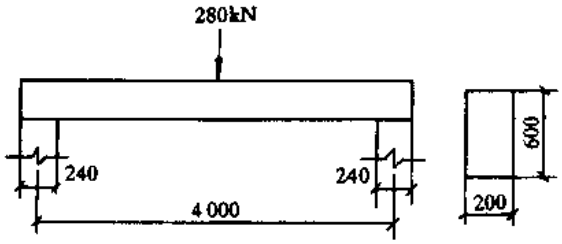


图11－33 如同11－21的梁

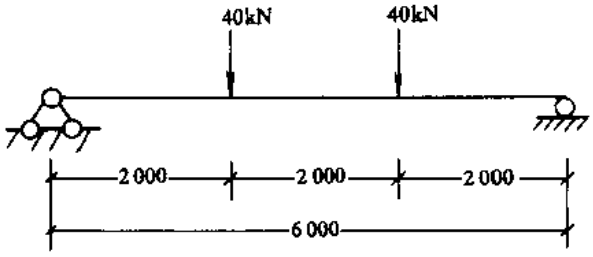


图11－34 钢筋混凝土矩形截面简支梁

第十二章　钢筋混凝土梁、板的构造措施

内　容　提　要

本章研究的构造措施，包括两个方面的内容。

(1) 第十一章介绍了梁、板的强度计算，通过计算，可以确定截面尺寸以及纵向钢筋、箍筋的数量。但是，实际的结构构件往往要涉及多方面的问题，理论计算只解决那些主要的问题，有些问题虽属相对次要，但也不容忽视，不可能或不必要全部通过理论计算来解决，因此，人们根据长期的实践和试验研究结果，并考虑到施工的可能与方便，将有些内容总结为“构造措施”，以解决那些未能反映在计算理论与公式中的各种问题，构造措施在结构和构件的设计中是很重要的，不采取合理的构造措施，非但不能施工，而且也设计不出合格的结构构件。

理论计算与构造措施，是设计工作的两个方面，缺一不可。由于构件在施工及使用过程中的受力情况是复杂的，虽然在设计计算时，对构件的安全度作了一定的考虑，但是如果不辅以相应的构造措施，即不充分估计到施工阶段可能出现的各种降低构件安全度的可能性，是难以保证使用质量的。

本章介绍有关钢筋混凝土梁、板设计中的一些构造措施。其中有些构造措施是混凝土规范中所规定的；有些则是设计人员多年来在实践中所采用的。

(2) 本书所指的构造措施，还有一个重要的含义在内，就是用规定一些构件的几何尺寸关系来满足钢筋混凝土构件对变形（即刚度）方面的要求。主要是基于以下几个方面的原因：

1) 工程实践中的设计工作一般都是按构造措施先定构件的几何尺寸，然后再进行强度设计的，实践表明只要满足了这些构造措施，就可以将构件的变形限制在允许的范围内。而不必去核算构件的真实变形是多少。

2) 这些构造措施对于建筑设计和结构设计起到了一个统一的作用，对于建筑师选用合理的结构型式也是很重要的。

因此，本章所指的构造措施，就从上面两个方面进行。

第一节　梁、板的一般构造措施

一、混凝土强度等级及钢筋类别的选择

钢筋混凝土结构的混凝土不宜低于C15；当采用Ⅱ、Ⅲ级钢筋时，混凝土不宜低于C20；对承受重复荷载的构件，混凝土不得低于C20。

钢筋混凝土结构中的钢筋宜采用Ⅰ级、Ⅱ级、Ⅲ级钢筋和乙级冷拔低碳钢丝。

二、混凝土保护层

(1) 混凝土保护层用来保护钢筋不致锈蚀和使钢筋在混凝土中有足够的粘结力。它的厚度是指从钢筋表面至构件外边缘的距离，如图 12－1 中的 c 值。梁、板的保护层厚度 c 应遵守表 12－1 的规定。

(2) 在研究梁、柱的强度设计时，要用到受拉或受压纵向钢筋合力中心到构件外表面的距离 a 值（图 12－1），a 值视纵向钢筋的排列多寡而定。

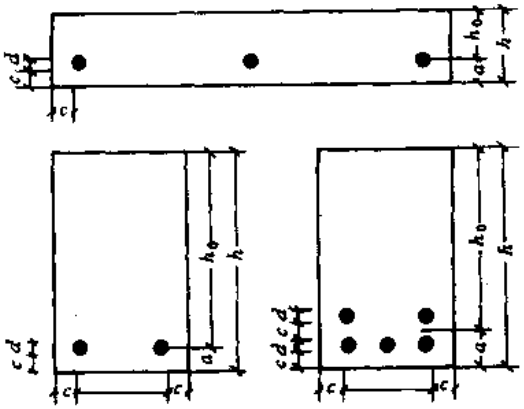


图 12－1 梁、板的保护层厚度

表 12－1 混凝土保护层最小厚度 c

项次	构件名称		c (mm)
1	板和墙	截面厚度 $h\leqslant 100$mm	10
		截面厚度 $h>100$mm	15
2	梁和柱		25

当纵向钢筋为一排时，$a=c+\frac{d}{2}$（d 为钢筋直径）；

当纵向钢筋为两排时，$a=c+d+\frac{c}{2}$。

一般情况下，不必按上面的公式计算，而是按表 12－2 取值，很好记忆。

表 12－2 a 值

项次	构件名称		a (mm)
1	板和墙	$h=60$mm～100mm	15
2	梁和柱	一排纵向钢筋	35
		两排纵向钢筋	60

第二节 板的构造要求

一、板的最小厚度

(1) 现浇板：一般楼、屋盖不小于 60mm；

密肋楼盖不小于 30mm；

(2) 预制板：应满足钢筋保护层厚度的要求，可与现浇板薄比。

(3) 板的截面厚度（或肋形板的肋高）如不小于表 12－3 的数值时，在一般情况下可不进行挠度验算。

表 12－3　不需作挠度验算的板最小厚度表

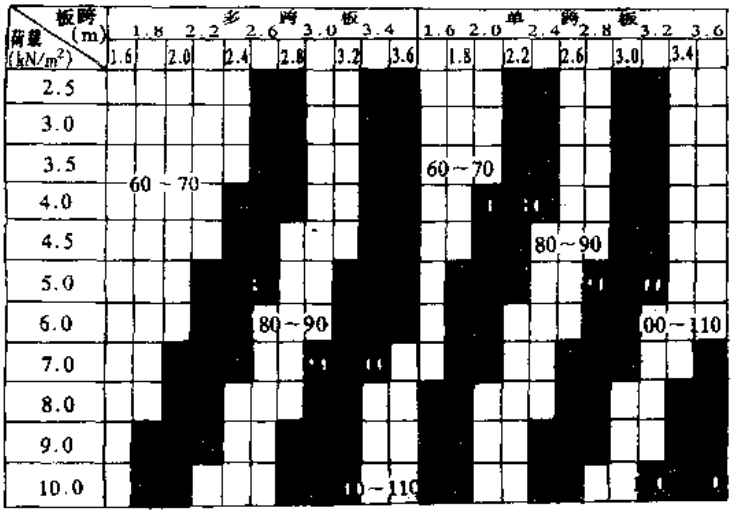
构件名称		简支	连续	悬臂
平板	单向	l/30	l/30	l/10
	双向	l/40	l/45	
肋形板（包括空心板）		l/20	l/25	l/10

注：l 为板的计算跨度（双向板为短向计算跨度）。

二、常用单向板的厚度

常用单向板的厚度可参考表 12－4 选用，它比表 12－3 来得更精确一些。

表 12－4　单向板厚度参考表



注：荷载值未包括板自重

三、板的受力钢筋

（1）受力钢筋直径，通常采用 6mm、8mm、10mm。板厚度 $h \leqslant 40$mm 时，可用 3mm、4mm、5mm 或 2.5mm 的高强钢丝。在不增加钢筋用量的情况下，宜优先采用较大直径钢筋作负筋。肋形板中肋的受力钢筋按梁的要求配置。

（2）采用绑扎配筋时，受力钢筋的间距一般不小于 70mm；当板厚度 $h \leqslant 150$mm 时，不应大于 200mm；$h > 150$mm 时，不应大于 $1.5h$，且每米宽度内不应少于三根。板中伸入支座的钢筋，在每米宽度内不应少于三根，其截面面积不应小于跨中受力钢筋截面面积的 1/3。

（3）板内的受力钢筋，一般距墙或梁边 50mm～100mm 开始配置，图 12－2。

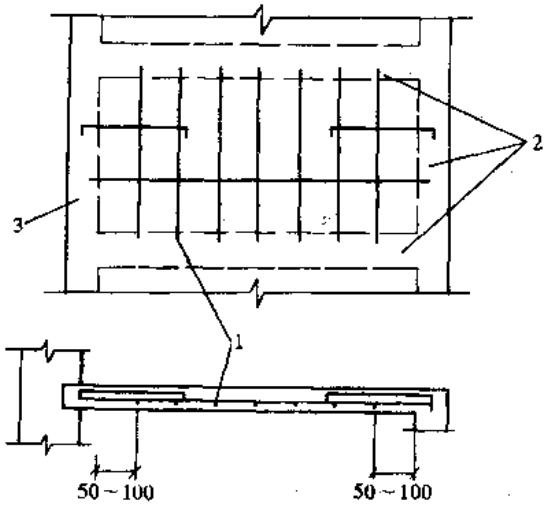


图 12　2

1—受力钢筋；2—梁；3—梁

四、板的分布钢筋

板的分布钢筋按构造装置，其作用是将集中荷载更好地分布给受力钢筋，在浇灌混凝土时起固定受力钢筋位置及抵抗收缩和温度变化所产生的拉应力。

(1) 单向板中全部受力钢筋弯折处及其直线段上应配置分布钢筋，但梁的范围内可不配置。

(2) 板的单位长度上分布钢筋的截面面积不应小于受力钢筋截面面积的10%，且每米长度内不少于三根。

(3) 分布钢筋的直径及间距可参考表12－5选用。

表12－5 分布钢筋的直径及间距参考表（mm）

使用范围	直径及间距
楼板	ϕ6@250
屋顶	ϕ6@200

五、板的支承长度

(1) 板的支承长度应满足板受力钢筋在支座内的锚固要求。

(2) 整体式平板的支承长度一般不小于板厚度，且不小于120mm（1/2转）。

(3) 跨度不大于6m的屋面板的支承长度，在钢屋架上不宜小于50mm；在钢筋混凝土屋架或屋面梁上不宜小于60mm；在砖墙上不小于100mm。

六、板上开洞

(1) 当b（或d，b为孔洞垂直于板跨度方向的宽度，d为圆孔直径）不大于300mm时，可不设附加钢筋，板上受力钢筋可绕过孔洞边，不需切断。

(2) 当b（或d）大于300mm，但小于1 000mm时，应在洞边每侧配置加强钢筋，其面积应不小于洞口宽度内被切断的受力钢筋面积的1/2，且不小于2ϕ8。如按构造配置时，每侧可加2ϕ8～2ϕ12钢筋，图12－3。

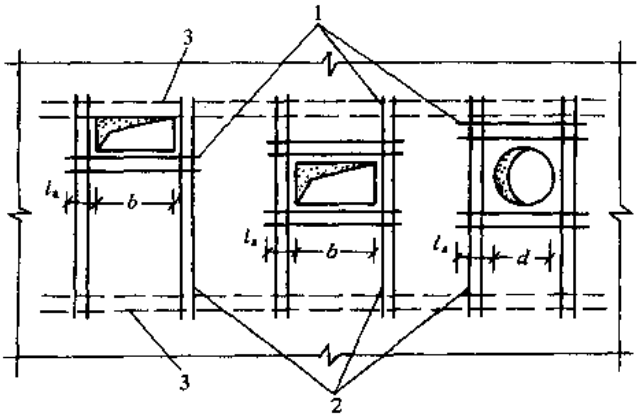


图12－3

1—放在2的上部钢筋；2—下部钢筋；3—梁

(3) 当b（或d）大于1 000mm，且无特殊要求时，宜在洞边加小梁（图12－4）。

(4) 板上预留小孔或预埋管时，孔边或管壁至板的边缘净距一般应不小于40mm，图12－5。

(5) 板内预埋水平的小口径电线管时，不要位于板的受压区。

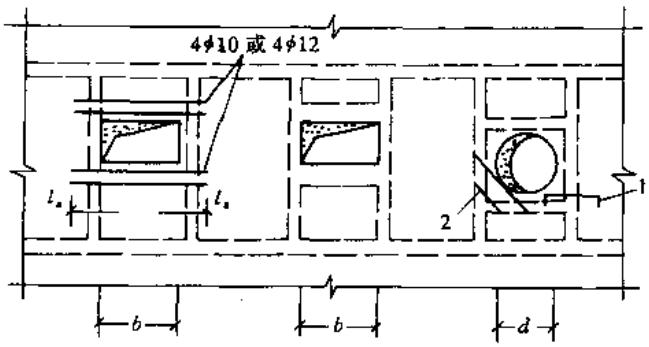


图 12－4

1—上部负筋；2—下部筋

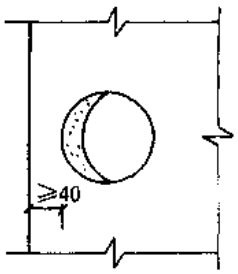


图 12－5　例题

第三节　梁的构造要求

一、截面选用

（1）截面形状　梁有各种形状的截面，如矩形、丁字形、倒丁字形、花篮形、工字形、空心形和双肢形等（图 12－6）。在选择梁截面形式时，应根据不同要求，采用不同的形状。如在整体结构中，为了方便施工，常用矩形和丁字形截面；在装配式楼盖中，为了搁置板可用倒丁字形或花篮形截面。

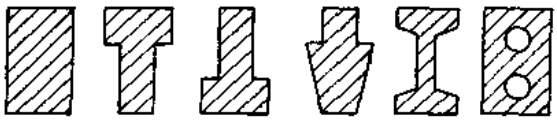


图 12－6　梁的截面形状

（2）梁的高度如不小于表 12－6 中的数值时，在一般情况下可不进行挠度验算。

表 12－6　不需作挠度验算的梁截面最小高度表

项　次	构件种类		简　支	两端连续	悬　臂
1	整体肋形梁	次　梁	$l/12$	$l/15$	$l/6$
		主　梁	$l/10$	$l/12$	$l/5$
2	独立梁		$l/10$	$l/12$	$l/5$

注：①l 为梁的计算跨度；

②如构件跨度大于 9m 时，表中的数值应乘以系数 1.2。

（3）梁的截面高度也可以按表 12－7 选用，它比表 12－6 更精确。

此时需要先估算出梁的荷载，然后对号入座定出梁的截面高度。关于表 12－7 的使用，请参阅表后的说明和例题进行。

表 12－7　梁的跨高比 $\frac{l}{h}$

$\frac{q}{l}$ (N/m²)（q 包括梁自重）	悬臂梁		简支梁		连续梁	
	矩　形	T　形	矩　形	T　形	矩　形	T　形
250	15	18	22	26	25	30
500	14	16	19	23	21	25
1 000	12	14	17	20	19	22

（续）

$\frac{q}{l}$（N/m²）（q 包括梁自重）	悬臂梁		简支架		连续梁	
	矩形	T形	矩形	T形	矩形	T形
2 000	10	11	15	18	17	20
3 000	9	10	14	16	15	18
4 000	8	9	12	15	14	16
6 000	7	8	11	13	12	14
8 000	6	7	10	11	11	13
10 000	6	7	9	10	10	12
15 000			8	9	9	10
20 000			7	8	8	9
25 000			6	7	7	8

查表 12－7 时，要按以下方法进行：

1）梁的荷载应为 N/m²，不是习惯上使用的线荷载 N/m，而是估算出线荷载后，再被梁的跨度去除一下，所以表头中梁的荷载以 N/m² 出现。

2）当梁上有集中荷载作用时，与表头要求的荷载单位不符，此时可按等效弯矩的办法折算集中荷载为均布荷载。原则是使梁在两种荷载作用下的跨中最大弯矩有相同的值。折算系数见图 12－7。

以中点作用一集中力 P 为例，推导出图 12－7 的折算系数 β

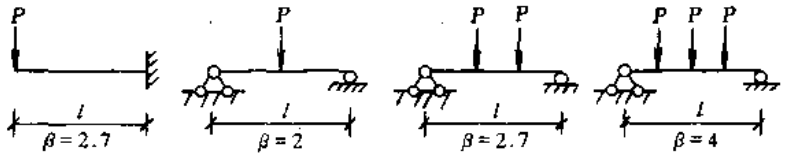


图 12－7 集中荷载折算为均布荷载

总的原则为梁在跨中的简支弯矩相等。具体演算如下：

$$M_{q\cdot 中点} = M_{P\cdot 中点}$$

即
$$\frac{1}{8}\cdot ql^2 = \frac{1}{4}P\cdot l$$

因此
$$q = \frac{8\cdot P}{4\cdot l} = 2\cdot\frac{P}{l}$$

写成折算公式为 $q = \beta\cdot\frac{P}{l}$，（$\beta$ 按图 12－7 查出）。

3）表中的荷载 q 包括梁的自重在内，楼面可变荷载也包括在内。

4）表中的 T 形梁，指的是翼缘 b'_f 较宽的 T 形梁，例如现浇楼面中的次梁和主梁；如果 T 形梁的翼缘 b'_f 较小，它的跨高比可取表中大于矩形梁但小于 T 形梁的数值。

5）倒 T 形梁的跨高比可取 T 形梁略小但比矩形梁为大的数值。

6）表中梁的跨高比适用于允许挠度 $f = \frac{l}{200}$ 的梁；如梁的跨度较大（$l \geqslant 7$m），以致允许挠度 $f = \frac{l}{250} \sim \frac{l}{400}$，且荷载 $\frac{q}{l} \leqslant 3\,000$N/m² 时，则由表中查得的跨高比 $\frac{1}{h}$ 应乘以表 12－8

中修正系数：

表 12－8

允许挠度（f）	$\frac{1}{250}l$	$\frac{1}{300}l$	$\frac{1}{400}l$
修正系数	0.90	0.84	0.77

例 12－1　一简支 T 形截面梁，跨度 6m，跨中受一集中力 $P=50\text{kN}$，试决定截面尺寸。

解

1）当要求不很准确时，按表 12－6 有：$h=\frac{l}{10}$，$b=\frac{h}{2}$

故有

$$h=\frac{6\,000}{10}=600\text{mm}$$

$$b=\frac{600}{2}=300\text{mm}$$

2）按表 12－7 决定 h，然后按 $b=\frac{h}{2}$决定 b。

a．折算集中力 P 为均布力：$q=\beta\cdot\frac{P}{l}=2\times\frac{50\,000}{6}\doteq17\,000\text{N/m}$

b．计算$\frac{q}{l}$值（查表需要）：$\frac{q}{l}=17\,000/6\doteq2\,830\text{N/m}^2$

c．根据$\frac{q}{l}=2\,830\text{N/m}^2\approx3\,000\text{N/m}^2$，查表得

$$\frac{l}{h}=16,\text{故}\quad h=\frac{l}{16}=\frac{6\,000}{16}\doteq375\approx400\text{mm}$$

$$b=\frac{h}{2}=\frac{400}{2}=200\text{mm}$$

但上述过程未考虑梁的自重在内，而表 12－7 要求考虑自重包括在荷载之内，因此，此时可按如下方法综合决定：

a．按 $h=\frac{l}{10}$，$b=\frac{h}{2}$估算梁截面及自重。

已算出 $h=600\text{mm}$，$b=300\text{mm}$，所以梁自重可知：

$$q_{自重}=25\,000\text{N/m}^3\times0.6\times0.3\times1=4\,500\text{N/m}$$

b．将荷载的均布力 $q_{荷载}$加上梁自重 $q_{自重}$作为查表用的荷载 $q_{查表}$：

$$q_{查表}=q_{荷载}+q_{自重}=17\,000+4\,500=21\,500\text{N/m}$$

c．求 q/l：

$$\frac{q}{l}=\frac{21\,500}{6}=3\,583\text{N/m}^2\approx4\,000\text{N/m}^2$$

d．查表求 h：

$$h=\frac{l}{15}=\frac{6\,000}{15}=400\text{mm}$$

$$b=\frac{h}{2}=200\text{mm}$$

由上例可见一般按表 12－6 决定梁截面尺寸是偏大的。

(4) 矩形梁截面的高宽比值通常在2.0～3.5，丁字形梁在2.5～4.0的范围内。在选择梁的高宽比时，除考虑梁的受力性能外，还与构造及使用等方面要求有关，故可以或大或小地超出这个范围。

(5) 梁腰一般不宜开洞；如需开洞，洞的位置不能设在混凝土受压区，同时要进行抗剪强度验算，因为即使设于受拉区的洞不影响正截面强度，但由于减小了混凝土截面积，故影响斜截面抗剪能力。

二、纵向受力钢筋

1. 纵向受力钢筋的直径及伸入支座最少的根数见表12－9。

表12－9 纵向受力钢筋的直径及伸入支座根数表

梁 宽 (mm)	直 径 (mm)	伸 入 支 座 根 数
≥150	≥10	≥2
<150	≥8	≥1

注：当为简支梁时，伸入支座的钢筋不宜小于跨中全部纵向受力钢筋截面面积的一半。

2. 纵向受力钢筋的排列　受力钢筋应尽可能地沿梁宽均匀排列，通常可排成一排或两排，钢筋间应有足够的净距，以便混凝土能四面包住钢筋，见图12－8。

三、箍筋

1. 箍筋的设置：

按计算不需要设置箍筋时：梁高大于300mm，一般沿梁全长设置；梁高为150mm～300mm，可仅在梁端部各1/4跨度范围内设置；梁高小于150mm，可不设置。

支座处箍筋的起始位置见图12－9。

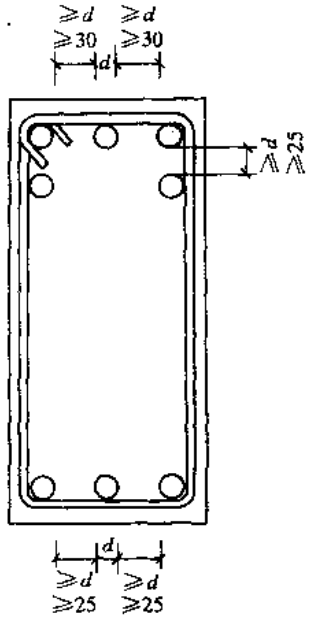


图12－8 纵向受力钢筋周围应有足够的混凝土围裹

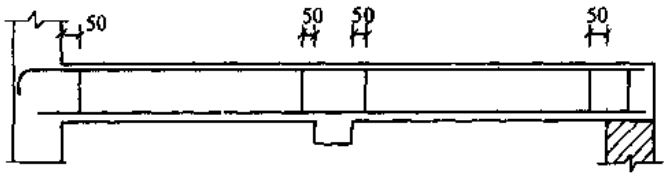


图12－9 支座旁箍筋的起点

2. 箍筋直径：

$h \leqslant 250$mm（h 为梁高），以及密肋梁和空心板，不应小于3mm。

250mm＜h≤800mm，不宜小于 6mm。

h＞800mm，不宜小于 8mm。

梁中配有按计算设置的受压纵向筋钢筋时，箍筋直径≥$\frac{d}{4}$，（d 为纵向钢筋的直径）

（3）梁中箍筋的最大间距见表 12－10。

（4）对地震设防区，梁在支座旁的至少 $h/4$（h 为梁高）范围内箍筋直径不小于 8mm，间距为 100mm。

表 12－10　梁中箍筋的最大间距（mm）

项　次	梁　高　h（mm）	$V>0.07f_c\cdot b\cdot h_0$	$V\leqslant 0.07f_c\cdot b\cdot h_0$
1	150＜h≤300	150	200
2	300＜h≤500	200	300
3	500＜h≤800	250	350
4	h＞800	300	500

5．箍筋肢数

梁宽 b＜350mm 时，双肢，见图 12－10（a）、（b），其中（b）不常用；

梁宽 b≥350mm 时，四肢，图 12－10（c）、（d），其中（c）不常用；

梁配有受压钢筋时，宜用四肢箍筋，并将受压筋隔开，见图 12－10（e）。

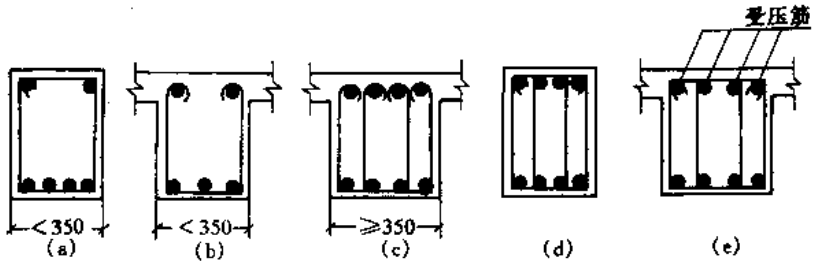


图 12－10　梁的箍筋

四、纵向构造钢筋

（一）架立钢筋

一般梁应设置架立钢筋。但当梁高小于 150mm 且没有设置箍筋时，不要架立钢筋。架立钢筋直径一般不宜小于 10mm。

（二）梁侧构造钢筋及拉筋

当梁高超过 700mm 时，在梁的侧面沿高度每隔 300mm～400mm 应设置一根直径不小于 10mm 的纵向构造钢筋；当梁高 1 600mm 及以上时，纵向构造钢筋的直径不宜小于 12mm。纵向构造钢筋一般不做弯钩。

梁侧构造钢筋以拉筋联系。拉筋直径一般与箍筋相同；间距 500mm～700mm，常为箍筋间距的倍数，见图 12－11。

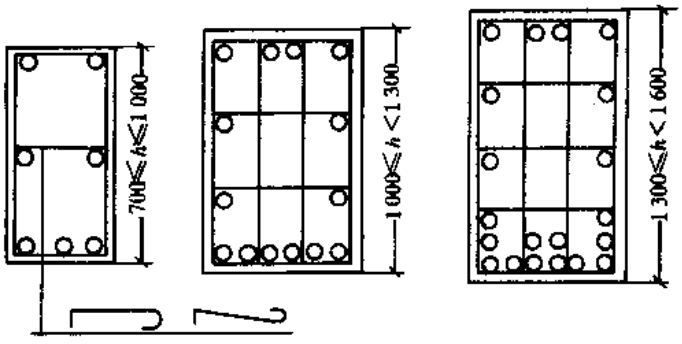


图 12－11　梁侧构造钢筋及拉筋

第十三章　钢筋混凝土柱的强度计算及构造措施

内　容　提　要

柱是一种受压（习惯上叫轴心受压）或主要受压兼有受弯（习惯上叫偏心受压）的构件。

柱可以由不同材料组成。使用中出现最多的是钢筋混凝土柱，本章研究钢筋混凝土柱的强度设计和构造措施。

至于钢柱和木柱的设计，一般可以参考第三章、第四章、第十七章和第十八章。砖柱则可参考第十六章。

由第十章知，对多层房屋的柱，一般是把各层的柱分别当作一个构件来设计的。

总的来说，柱的计算包括有强度计算和稳定计算两项内容。

本章研究钢筋混凝土柱，按以下思路。

一、轴心受压柱

1. 出现场合

(1) 当柱仅承受轴向压力时；

(2) 当柱虽承受弯矩，但弯矩很小时，可近似地当作轴心受压柱处理。

2. 要点

(1) 考虑柱的长细比对截面承载力的影响（请参考本书第四章）

(2) 截面上有混凝土和受压钢筋共同承担轴向力。

二、偏心受压柱

1. 出现场合

轴心受压柱以外的柱，绝大部分情况下都属于偏心受压柱，截面上不仅有轴向力，而且有弯矩。

2. 要点

(1) 由于截面上有弯矩作用，故在截面上将有中性轴，在中性轴一侧将出现压应力，另一侧将出现拉应力。

(2) 由于柱截面弯矩的方向往往可能是正、反作用的（比如房屋受水平地震荷载或风荷载），因此截面上的拉、压应力也就可能是交互变化的。为此，柱截面的配筋一般以中性轴呈对称形式。

(3) 根据实验，柱截面强度计算分为大偏心受压与小偏心受压两类。其判别原则根据该截面弯矩与轴向力之比值$\frac{M}{N}$决定。对本节所研究的矩形截面对称配筋情况，其确定原则演变为轴向力与该截面全部有效面积弯曲抗压的合力大小之比，即$\frac{N}{f_{cm}\cdot b\cdot h_0}$来决定。

(4) 矩形截面对称配筋大偏心受压柱的计算图示与本书第十一章第三节所述的双筋矩形

截面基本相似。其不同点有：

a．柱截面上增加了轴力 N；

b．柱截面上拉、压区的纵向钢筋呈对称。

其计算方法将双筋矩形截面作 a、b 两点考虑后可以很方便地导出。

(5) 矩形截面对称配筋小偏心受压柱的计算比较繁琐；为此，混凝土规范（GBJ10—89）提出了近似计算方法。因此，本章主要介绍该规范提出的近似方法。

考虑到原《钢筋混凝土结构设计规范》即（TJ10—74）对小偏心受压柱的计算方法相对比较明确、简易，因此，本书也将其作适当介绍。

(6) 至于偏心受压柱计算中长细比的影响，将此因素归并到偏心影响系数 η 之中了，未单独作为一个因素来计算。

第一节　钢筋混凝土轴心受压柱的强度计算

轴心受压构件客观上是不存在的，即使在严格的试验室条件下，由于混凝土的不均匀性等原因，也很难真正做到轴心受压。在工程实际中，由于制作时钢筋位置和几何尺寸的误差、构件截面混凝土质量不均匀、荷载实际作用位置的偏差等的存在，更不可能有真正的轴心受压构件。

但是由于下列各种原因仍然有轴心受压柱的概念：

(1) 可以使某些接近轴心受压的构件计算简化；

(2) 可以用轴心受压柱的概念来决定初步设计中的柱截面尺寸；

(3) 在偏心受压柱的弯矩作用平面外的柱强度验算可按轴心受压柱进行。

本节讨论钢筋混凝土轴心受压柱的强度、稳定、设计方法和构造措施。钢筋混凝土轴心受压柱的计算方法虽然比较简单，但要理解它的物理概念，并重视它的构造要求。

细长的轴心受压柱往往因丧失稳定而破坏。要求结合第四章压杆失稳的物理意义和临界力计算公式来理解，注意各种因素对临界力的影响，以及不同支承情况下的压杆具有不同的计算长度。

一、轴心受压柱的强度计算

图 13－1 (a) 所示屋架的腹杆 AB，它主要承受轴向压力，即腹杆的两端承受一对压力，其作用线通过构件的轴线，所以称为轴心受压构件。图 13－1 (b) 所示等跨房屋的内柱，受力情况与上述腹杆相仿，称为轴心受压柱，也是轴心受压构件。本章讨论钢筋混凝土轴心受压柱的计算方法和构造要求。

在实际工程中，许多柱子或压杆受压力不一定恰好通过构件的纵轴线，而存在一定的偏心，称为偏心受压柱。有的压杆虽然主要的承受轴向压力 N，但也同时受到一定的弯矩 M，称为压弯构件。

“偏心受压”柱或“压弯”构件本质上属于同一类力学性质的构件。它们将在本章稍后研究。

按照构件长度的不同，轴心受压柱可分为短柱和长柱两种，它们的受力、变形和破坏特点有质的不同，下面分别进行讨论。

短柱不论荷载大小，全部截面都受压，沿柱长不发生弯曲。

长柱在荷载加大时，全部截面也是受压，但由于发生弯曲，凹侧压应力较大，凸侧较小。随荷载的增加，特别在破坏前，横向挠度增加得很快，使长柱的破坏来得比较突然。称为失稳破坏。一般说来，长柱的破坏荷载要小于短柱。

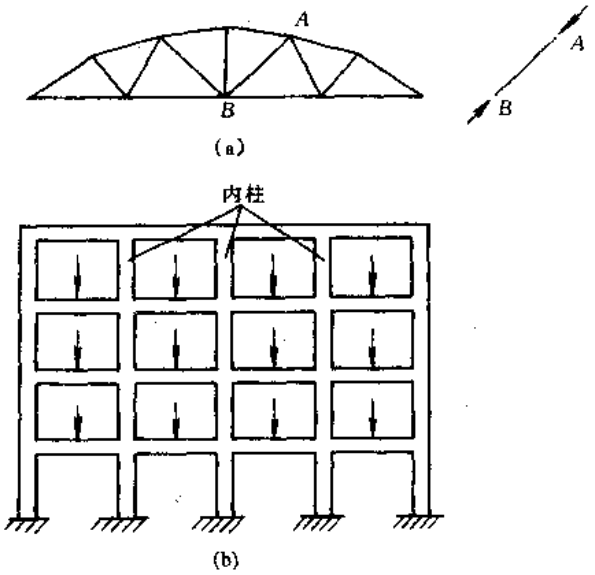


图 13－1 轴心受压柱

(a) 屋架的腹杆；(b) 等跨柱网的内柱

更精确的试验结果表明：

(1) 短柱从开始加荷到破坏，全部截面均为受压，破坏时钢筋的压应力达到已知参数 f'_y，混凝土的压应力达到已知参数 f_c。

(2) 短柱总是强度破坏，长柱则是失稳破坏。长柱的承载能力要小于相同截面、配筋、材料的短柱的承载能力。换句话说，将短柱的破坏荷载乘以一个折减系数就可得到相同截面、配筋、材料的长柱的破坏荷载。这个折减系数也称为纵向弯曲系数并以 φ 表示。

纵向弯曲系数 φ 实际上是一个折减系数，需根据实验研究和实践经验来确定。图 13－2 表示国家建委建筑科学研究院所做的 41 根上下端均为不动铰支座的钢筋混凝土柱子的试验结果为依据，经数理统计后得出的图表。纵坐标为纵向弯曲系数 φ，横坐标为柱子的长细比 $\frac{l_0}{b}$，l_0 为柱子的计算长度，b 为矩形柱子横截面的短边尺寸。

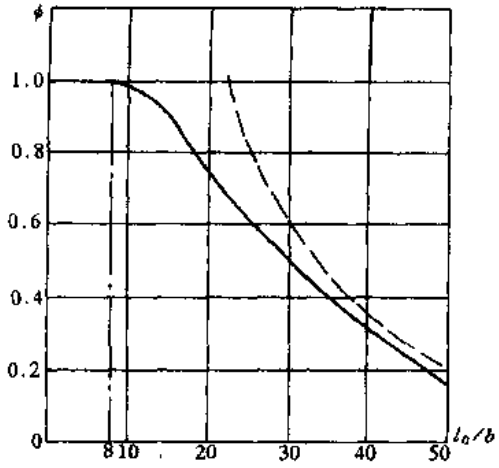


图 13－2 纵向弯曲系数 φ

由图 13－2 可看到一个重要的规律，即纵向弯曲系数随柱子长细比的增加而减小；换句话说，柱子愈细长，它失稳破坏时的承载能力愈小。当长细比小于 8 时，承载能力不再降低；或者说，长细比 $\frac{l_0}{b}$ 小于 8 的钢筋混凝土柱可称为短柱，大于 8 的称为长柱。

做一个小试验：取两根截面相同、长短不同的木棒，分别用手压其两端，使木棒受到压力（图 13－3）。短木棒能承受较大的压力而基本上维持直线状。长木棒开始时尚能保持直线状。但随压力的增大，它会突然发生弯曲，最后将被弯断。木棒愈长，则能承受的压力愈小，愈容易弯断。由此可见，压杆的长度不同，它的受力和变形特点也不同，承载能力也不同。

综上所述，可以把长短柱在轴心压力作用下截面强度计算统一写成一个式（13－1），见图 13－4。

$$N \leqslant \varphi \cdot (f_c \cdot A + f'_y \cdot A'_s) \qquad (13-1)$$

式中 N ——柱横截面所能担负的轴心压力；

f'_y——纵向钢筋的抗压设计强度，表 11－2（a）；

A'_s——纵向钢筋的截面面积，mm^2；

f_c——混凝土的轴心抗压设计强度，表 11－1；

A——柱子的截面面积，mm^2；

φ——纵向弯曲系数，按图 13－2 采用，这时需先确定柱子的长细比$\frac{l_0}{b}\left(\text{或}\frac{l_0}{d}\text{或}\frac{l_0}{i}\right)$，$l_0$ 按下列规定采用：

当两端铰支时，$l_0=l$；

当两端固定时，$l_0=0.5l$；

当一端固定、一端自由时，$l_0=2l$；

当一端固定、一端铰支时，$l_0=0.7l$。

式中 l 为柱子的实际长度；d 为圆形截面柱子的直径；i 为柱子截面的最小回转半径。

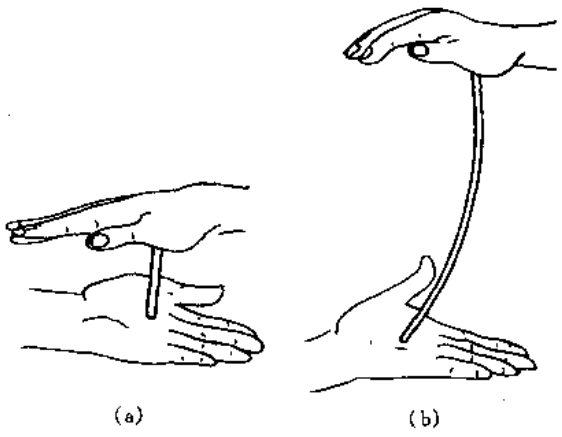


图 13－3　长短不同的木棒受压

（a）短木棒　（b）长木棒

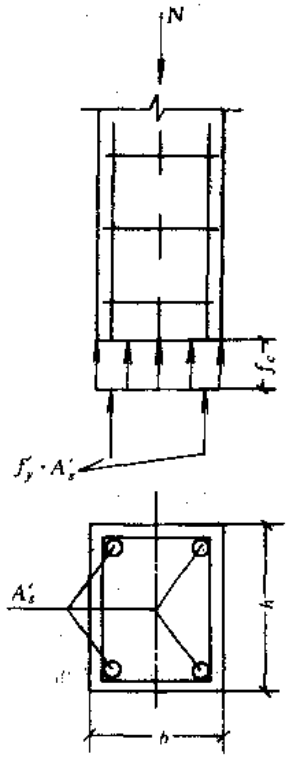


图 13－4　轴心受压柱计算图示

注意到式（13－1）右边括号内代表短柱承载力，即截面承载力，φ 代表长柱时的折减系数，此式实际上把长柱和短柱合并为一个公式，当为短柱时，$\varphi=1$；当为长柱时，φ 按图 13－2 查取。

二、轴心受压柱的构造措施

1. 材料强度等级

通常钢筋混凝土柱的混凝土强度等级采用 C15 或 C20。对于屋架，为了减轻自重，通常整榀屋架采用 C30～C40 号的混凝土。

钢筋可以根据具体情况选用Ⅰ级或Ⅱ级钢筋。

2. 截面形式及尺寸

轴心受压构件的截面有方形、矩形、多边形、圆形以及环形等形式。方形、矩形构造简单，施工方便，其他形式省料但费工。选择时除了考虑受力性能外，还应根据建筑使用要求、经济、施工条件及接头构造方便等因素全面考虑而决定。目前一般都做成方形或矩形。

截面尺寸主要根据内力的大小，构件的长度以及构造等条件来确定。对于柱子来讲，压力较大，高度较高，故截面尺寸需要定得大一些。一般宜大于 250mm×250mm。对于多层厂房柱，宜取 $h \geqslant \frac{l_0}{25}$ 和 $b \geqslant \frac{l_0}{30}$。对于屋架受压腹杆来讲，它的压力较小，长度较短，构造也较简单，尺寸可以定得小一些，但为了施工方便，也不宜做得太小，一般不小于 100mm×100mm。

3. 纵向钢筋

柱中纵向钢筋应沿柱截面四周均匀地放置（图 13－5），不应放在中央，以利于纵向钢筋能承担计算中未能考虑到的而实际上又是可能产生的弯矩（如外力的微小偏心等）。

纵向钢筋的根数不得少于 4 根，并最好取为双数，即 4、6、8、10、12 根等。纵向钢筋的直径不宜小于 12mm。

纵向钢筋的净距不应小于 50mm，其中距不应大于 350mm。对于在水平位置浇捣的预制柱，纵向钢筋的最小净距可参照梁的要求。钢筋的保护层一般为 25mm。

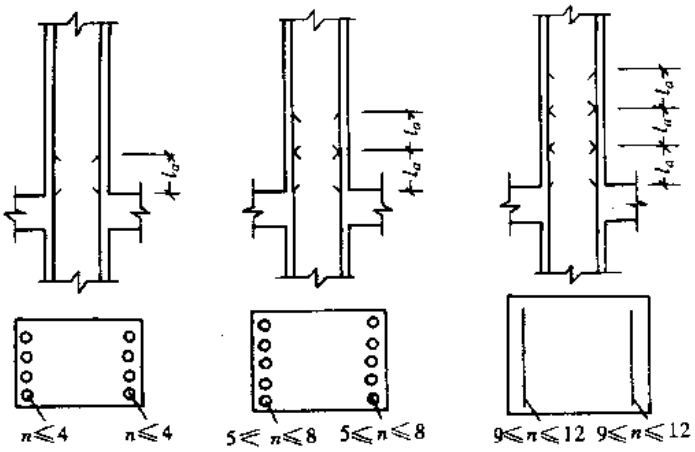


图 13－5 柱的钢筋接头

另外，在多层房屋中采用现浇柱时，为了施工方便，上、下层柱中的纵向钢筋，不可能用一根长的钢筋直通上、下层，所以往往在各层楼面水平处做成接头，如图 13－5 所示，将下层柱的纵向钢筋伸出楼面一个搭接长度。最小搭接长度 l_a 对Ⅰ级钢筋不小于 $20d$；对Ⅱ级钢筋不小于 $25d$，亦不小于 200mm，搭接处箍筋的间距不大于 $10d$，（d 为纵向钢筋直径）。

4. 箍筋

柱中必须配置箍筋，其作用是防止当纵向钢筋外围混凝土保护层剥落后，纵向钢筋不至发生失稳而破坏，同时又使纵向钢筋定位，组成整体骨架。因此，箍筋要做成封闭式。当柱子短边大于 400mm，而纵向钢筋多于三根时，为了防止中间纵向钢筋的失稳，还须增加附加箍筋。图 13－6 表示了几种箍筋的形式。实践工程中，在垂直荷载作用下的柱，箍筋一般按经验放置，一般不大于 20 倍箍筋的直径。而箍筋的直径常选用 ϕ6 或 ϕ8mm。在水平荷载作用下，我国的老规范也不是按抗剪计算来确定箍筋，而是同样地按经验配置箍筋。但现行混凝土规范则考虑按抗剪配箍。

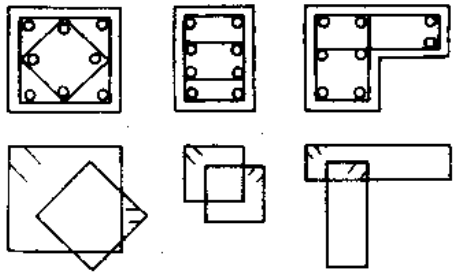


图 13－6　轴心受压柱的纵向钢筋及箍筋

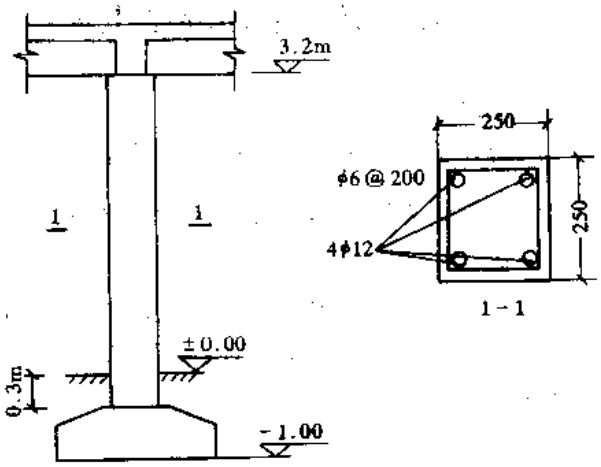


图 13－7　现浇钢筋混凝土轴心受压柱

三、计算例题

例 13－1　有一现浇钢筋混凝土轴心受压柱，如图 13－7 所示。已知截面尺寸为 25cm×25cm；纵向钢筋采用 4φ12 的Ⅱ级钢筋；混凝土强度等级为 C20；柱顶标高为 3.20m，柱底离室内地面 30cm；下端作为固定，上端作为铰接。试求该柱所能承受的轴心压力值。

解

（1）材料的设计强度：

由表 11－1 及其注解：

$$f_c = 0.8 \times 10 = 8\text{N/mm}^2$$

由表 11－2a：

$$f'_y = 310\text{N/mm}^2$$

（2）截面面积为

钢筋的截面面积（4φ12）：

$$A'_s = 4.52\text{cm}^2 = 452\text{mm}^2$$

柱的截面面积：

$$A = 25 \times 25 = 625\text{cm}^2 = 62\,500\text{mm}^2$$

（3）纵向弯曲系数 φ 为

柱的一端固定、一端铰支，则

$$l_0 = 0.7l = 0.7 \times (3.2 + 0.3) = 2.45\text{m}$$

$$\frac{l_0}{b} = \frac{2.45}{0.25} = 9.8$$

查图 13－2，得 $\varphi \doteq 0.98$

（4）将上述数据代入式（13－1），即得柱截面承载能力为

$$N = \varphi \cdot (f_c \cdot A + f'_y \cdot A'_s) = 0.98 \times (8 \times 62\,500 + 310 \times 452) = 6.27 \times 10^5\text{N}$$

$$\doteq 627\text{kN}$$

上面的 $N = 627\text{kN}$ 是设计荷载产生的轴向压力。

第二节 钢筋混凝土偏心受压柱的强度计算方法

一、概述

受压的柱子，当压力 N 的作用线偏离柱的轴线时（图 13－8），称为偏心受压柱或称偏心受压构件。偏心压力 N 的作用点离柱截面形心的距离 e_0 称为偏心距。注意 $e_0=\frac{M}{N}$（参阅本书第一章）。

当已知截面上的弯矩 M 和轴压力 N 时，也可以转化为偏心受压情形。关于图 13－8 两种力系的互相转化请参见第一章有关内容。

根据力的平移法则，截面承受偏心距为 e_0 的偏心压力 N 相当于承受轴心压力 N 和弯矩 M（$=N\cdot e_0$）的共同作用。之所以作图 13－8 这样的演化，是因为内力分析得出的是形式（b），但是对柱进行强度计算的图式中使用的是形式（a），但这两种形式本质上是相同的。

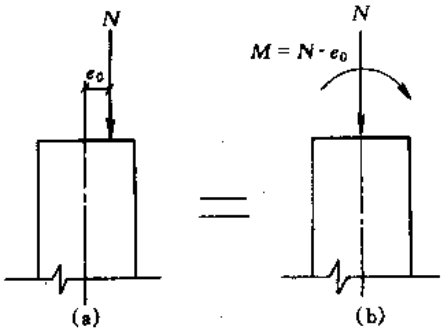


图 13－8 偏心受压柱内力的转换

钢筋混凝土偏心受压（即压弯）构件在生产实践中遇到的机会很多。图 13－9（a）的单层厂房柱，由于屋面重量、吊车轮压和风力等荷载的共同作用，在柱子截面上存在着轴心压力和弯矩；屋架上弦杆 AB 主要承受轴心压力，但由于在节点 A 与 B 之间还有集中力 P_1 的作用，使上弦杆 AB 的截面上同时存在着弯矩；它们都是偏心受压构件。图 13－9（b）的地下室墙壁，在地面上房屋墙壁传来的压力、土压力和地面荷载等作用下，截面上同时负担轴心压力和弯矩。其他如框架柱，见图 13－9（c），也是偏心受压构件，图 13－9（d）、（e）是 AB 柱的轴力图和弯矩图。可以说，偏心受压柱无处不有。

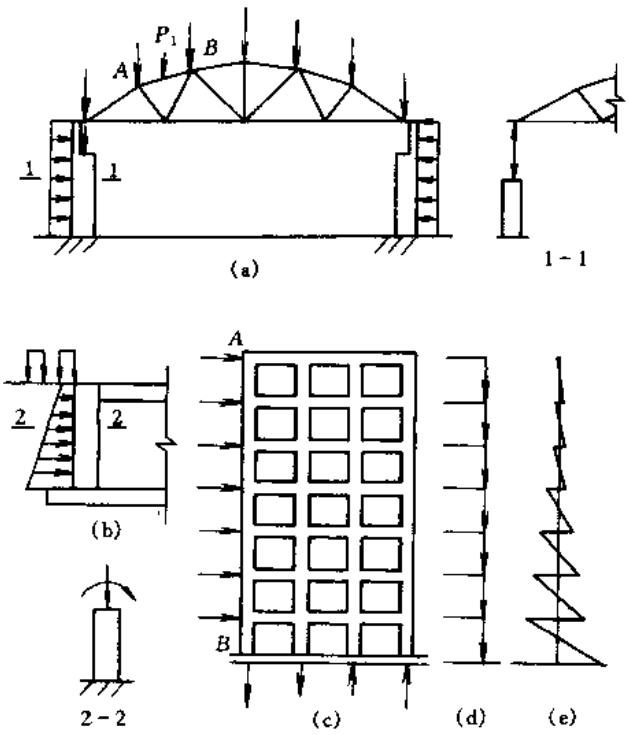


图 13－9 偏心受压柱实例

（a）单层厂房柱；（b）地下室墙壁；（c）高层框架；（d）高层框架 AB 柱的 N 图；（e）高层框架 AB 柱的 M 图

钢筋混凝土偏心受压柱的截面形式有矩形、T 形、工字形和环形等几种，本章只讨论矩形截面。

在钢筋混凝土偏心受压柱中，布置两种钢筋：纵向钢筋和箍筋（图 13－10）。纵向钢筋放在压力偏心方向的两对面，其数量通过强度计算确定。箍筋的作用与轴心受压柱中的箍筋基本相同；此外，偏心受压柱中还存在着一定的剪力，可由箍筋负担，但我们只侧重介绍柱中纵向受压和

受拉钢筋的计算，对柱中箍筋抗剪的计算从略。

钢筋混凝土偏心受压柱也有短柱和长柱之分。计算实践中它又要分为大偏心受压和小偏心受压两种情况。故有四种可能的组合。为了叙述方便，本节按以下顺序讨论：首先讨论大偏心矩形截面短柱，然后讨论小偏心矩形截面短柱，至于长细比对柱的影响，作为一个问题讨论，而不区分大、小偏心的情况。

之所以将偏心受压柱按大、小偏心两种情况，是因为它们的受力工作状况有很大的差别。下面将会说明。

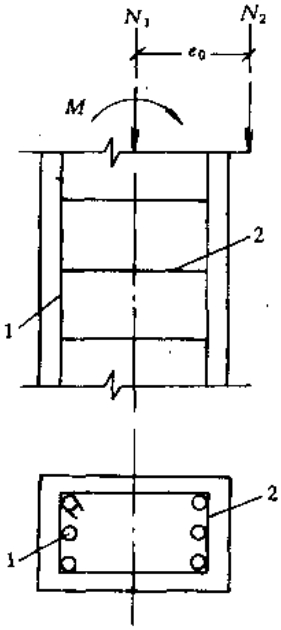


图 13－10　偏心受压柱

1—纵向钢筋；2—箍筋

二、矩形截面大偏心受压短柱的平衡方程

(1) 所谓大偏心受压，就是压力 N 的原始偏心距 e_0 较大。我们知道，$e_0=\frac{M}{N}$，所以大偏心受压也就是弯矩 M 较大而压力 N 较小的情况。其分界值后述。

(2) 试验结果表明，大偏心受压短柱的受力、变形特点和双筋梁类似。它的计算图式画在图 13－11，并由此图写出大偏心受压短柱的平衡方程如下（注意在图中使用了图 13－8 (a) 的形式）：

由 $\Sigma Y=0$，有

$$N = f_{cm} \cdot b \cdot x + f'_y \cdot A'_s - f_y \cdot A_s \qquad (13\text{-}2)$$

由 $\Sigma M=0$，有（对受拉钢筋合力点取矩）

$$N \cdot e = f_{cm} \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + f'_y \cdot A'_s \cdot (h_0 - a') \qquad (13-3)$$

式中　N——柱截面承担的轴心压力，N；

e——压力 N 与受拉钢筋 A_s 之间的距离，mm；

$$e = e_0 + \frac{h}{2} - a \quad （参见图 13－11）$$

$$e_0 = \frac{M}{N} \quad （M 为该截面上的弯矩）$$

A'_s——靠近偏心压力一侧的钢筋截面面积，mm^2，为受压钢筋；

A_s——远离偏心压力一侧的钢筋截面面积，mm^2，为受拉钢筋；

其余符号意义同图 11－1。

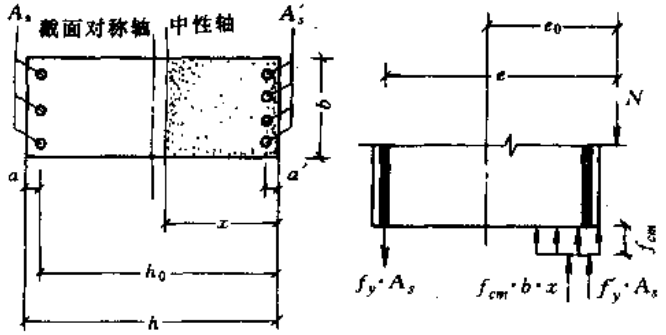


图 13－11　大偏心受压柱正截面强度计算图示

三、矩形截面小偏心受压短柱的平衡方程

所谓小偏心受压，就是压力 N 的原始偏心距 e_0 较小。由于 $e_0=\frac{M}{N}$，所以小偏心受压也就是弯矩较 M 小而压力 N 较大的情况。其分界值后述。

根据实验，小偏心受压时截面受压区有两种情况，见图 13－12（a）、（b），一种是截面全部受压，另一种是有大部分受压，小部分受拉。它们的共同特点是：受压区混凝土总是压应力到达一个已知值 f_c，受压区钢筋的压应力也是已知值 f'_y；但是另一侧的钢筋不论是处于图 13－12 中的（a）还是（b），均达不到它的设计强度 f_y，是一个在计算前不能事先确定的未知数（记作 σ_s），即虽然钢筋品种已知，但使用表 11－2（a）不能查出。由图 13－12 建立如下的平衡方程，即式（13－4）和式（13－3）：

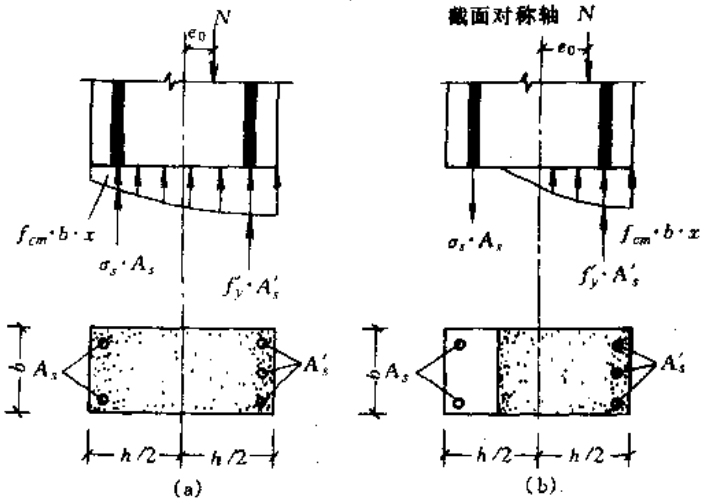


图 13－12 小偏心受压柱正截面强度计算图示

$\Sigma Y=0$ 有

$$N = f_{cm} \cdot b \cdot x + f'_y \cdot A'_s - \sigma_s \cdot A_s \tag{13-4}$$

$\Sigma M=0$ 与式（13－3）同有（对受拉钢筋合力点取矩）

$$N \cdot e = f_{cm} \cdot b \cdot x\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + f'_y A'_s \cdot (h_0 - a')$$

注意到大、小偏心受压短柱的平衡方程的差别和相同点：

（1）小偏心公式之一的式（13－4）与大偏心公式之一的式（13－2）相比，是公式右边第三项中的钢筋应力有原则上的不同，即：

大偏心的受拉钢筋应力取为弯曲抗拉设计强度 f_y，可由表 11－2（a）查出，小偏心的受拉钢筋 A_s 应力却不能也取为 f_y，这是因为小偏心柱的应力 σ_s 此时并未能达到 f_y 这么大，而是一个不能事先确定的未知数，至于在计算中到底取多大，尚需进一步研究才能解决。

（2）小偏心公式之二与大偏心公式之二的方程相同式（13－3）。这是因为已经把图中左边的钢筋 A_s 的位置作为矩心，A_s 与 σ_s 的乘积（合力）作用在矩心上，所以它产生的力矩为零，因此虽有 σ_s 这个未知数，但在方程中反映不出来。

四、偏心（包括大、小偏心）受压长柱偏心距增大因素的计算

事实上式（13－2）、式（13－3）和式（13－4）要用于计算，还应考虑如下问题（因它们是在“短柱”的情况下建立的）：

偏心受压长柱受力后将要产生显著的水平偏移，因此这使得原始偏心距 e_0 增大（所谓原始偏心距 e_0 乃是将图 13－8 的情形（b）变形情形（a）进行等价变换时的一个计算数值，即 $e_0=M/N$）。使得实际的偏心距将要在 e_0 的基础上给以加大，才能真正保证方程的正确性。为此引入一个偏心距增大系数 η 和附加偏心距 e_a 这个修正系数，目的是对 e_0 进行合理的增大，使方程（13－3）反映出的计算因素更加合理。

以上所述的具体方法是这样的：

（1）将原始偏心距 e_0 加上一个附加偏心距 e_a，用 e_i 表示结果

$$e_i = e_0 + e_a \tag{13-5}$$

式中

$$e_0 = M/N \tag{13-6}$$

$$e_a = 0.12(0.3h_0 - e_0) \quad \text{但 } e_a < 0 \text{ 时取 } e_a = 0 \tag{13-7}$$

（2）将 e_i 再乘以一个偏心距增大系数 η 后就基本上可以比较正确的表示出原始偏心距增大的最后可能值。即

$$\eta \cdot e_i = \eta \cdot [e_0 + 0.12(0.3h_0 - e_0)] \tag{13-8}$$

（3）工程实践中的 η 值可以用公式或图表查出，一般经常出现的范围为 $\eta=1.0\sim1.4$。读者注意，我们已经把长柱和短柱的区别隐含在系数 η 之中了。故后面将不再区分长柱和短柱。

特别指出，对于建筑工程中的钢筋混凝土柱，长、短柱的区分界线是 8，当柱的计算长度与柱横截面短边长之比大于 8 时为长柱，否则为短柱。对于短柱，$\eta=1.0$；比如框架层高 4m，柱截面 500mm×500mm，此时 $\eta=1.0$。

五、矩形截面对称配筋柱的强度计算（工程中最常用的柱）

上面几节的内容是针对图 13－11 和图 13－12 而给出的，一个显著的特征是柱中钢筋面积 A'_s（受压）和 A_s（受拉）不相等。同时组成 A'_s 和 A_s 的钢筋品种（即材料的强度）可不相同。这种情形习惯上叫作不对称配筋方案。

工程实践中一般很少使用不对称配筋方案，其原因有下面两个：

一是柱的偏心荷载作用并不只是从一个方向作用，还有可能从相反的方向作用。

二是施工不对称配筋柱容易出差错。

因此，一般都把柱设计成两侧钢筋对称的办法，不但其面积相同，而且钢筋种类也一样。这样的方案习惯上叫做对称配筋。

对称配筋的矩形截面偏心受压柱的计算公式可以直接从式（13－2）、式（13－3）和式（13－4）加以简化然后导出。

与不对称配筋柱一样，对称配筋柱也分为大、小偏心两种情况。

1. 大偏心受压的矩形截面对称配筋

其平衡方程可由式（13－2）和式（13－3）导出。由于对称配筋，所以两侧钢筋的拉、压力抵消：

$$f'_y \cdot A'_s = f_y \cdot A_s$$

故式（13－2）演化为

$$N = f_{cm} \cdot b \cdot x \tag{13-9}$$

式（13－3）照写为

$$N \cdot e \cdot = f_{cm} \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + f'_y \cdot A'_s \cdot (h_0 - a')$$

注意到式（13－3）仍然是原形式，因为不涉及到受压钢筋与受拉钢筋的互相抵消问题。

把上面大偏心受压柱的平衡方程写成下面的方程组形式而便于查阅和叙述：

$$\begin{cases} \Sigma Y = 0, N = f_{cm} \cdot b \cdot x & (13-9) \\ \Sigma M = 0, N \cdot e = f_{cm} \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + f'_y \cdot A'_s \cdot (h_0 - a') & (13-3) \end{cases}$$

上面的方程将已知条件代入后可解出两个未知数。

2．小偏心受压的矩形截面对称配筋

其平衡方程亦可由式（13－4）和式（13－3）导出。但是采取的方法与大偏心受压完全不同。最后的形式也与大偏心有很大的差别。

我们把不对称配筋的小偏心柱的式（13－4）和式（13－3）也重写在下面：

$$\begin{cases} \Sigma Y = 0, N = f_{cm} \cdot b \cdot x + f'_y \cdot A'_s - \sigma_s \cdot A_s & (13-4) \\ \Sigma M = 0, N \cdot e = f_{cm} \cdot b \cdot x\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + f'_y \cdot A'_s \cdot (h_0 - a') & (13-3) \end{cases}$$

前已指出小偏心柱与大偏心柱的平衡式（13－4）与式（13－9）有原则的不同，由于大偏心受压柱在一开始就可以给定受拉边钢筋的应力值为一个固定的 f_y，是一个已知数，因此立即可以由式（13－2）得出式（13－9）。

但是对于小偏心受压柱，却不能有式（13－9）那样的结果，这是由于在方程（13－4）中的未知元素，即受拉边的钢筋应力仍然是一个未知数 σ_s 故式中的 $f_y \cdot A'_s$ 与 $\sigma_s \cdot A_s$ 不能抵消。同时一般工程上的问题在式中的未知数还有 x 和 A_s 尚需求解，这样导至小偏心受压柱在两个方程中出现三个未知数的矛盾仍然存在。

解决问题的思路分以下两种方法。

第一，混凝土规范（GBJ10—89）的方法

将式（13－4）中的 x 求出近似解，然后代入式（13－3）中，即可求出受压钢筋的截面积 A'_s。

关键在于获得 x，混凝土规范（GBJ10—89）用一个关系式来获得它的近似值，经演化后写为

$$x = \left[\frac{N - \xi_b \cdot f_{cm} \cdot b \cdot h_0}{\dfrac{N \cdot e - 0.45 f_{cm} \cdot b \cdot h_0^2}{(0.8 - \xi_b) \cdot (h_0 - a')} + f_{cm} \cdot bh_0} + \xi_b\right] \cdot h_0 \qquad (13-10)$$

式（13－10）貌似繁琐，但只要分析一下它的各项符号，就可以找出一个大致的规律，逐项解释如下：

第一类数据与内力有关：

N——该截面的轴向力，N 由内力分析得出；

$N \cdot e$——此乘积实际上是与弯矩 M 有关的量，请参阅式（3－5）至式（3－8）。M 由内力分析得出。

第二类数据与截面材料性能有关：

f_{cm}——混凝土的弯曲抗压设计强度，f_{cm} 由表 11－2a 查出；

ξ_b——截面混凝土受压区高度与有效高度h_0的允许最大比值，虽然是几何量，但与材料有关，故将其归为此类。请参考表11－3具体数值。作为近似计算，建议取0.55。

第三类数据与截面的几何尺寸有关：

b——矩形截面的柱宽，可直接获得；

h_0——矩形截面的有效高度，可直接获得；

a'——受压区钢筋合力点至受压区边缘的距离。也可直接获得。

关于x值的来源，比较复杂，故不作介绍。x值一经确定，代入式（13－3）即求出了A'_s。考虑到对称配筋$A_s=A'_s$，故有

$$A'_s = A_s = \frac{N \cdot e - f_{cm} \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2}\right)}{f'_y \cdot (h_0 - a')} \tag{13-11}$$

这就是小偏心受压矩形截面对称配筋柱的公式，它与式（13－10）联解可以解出两个未知数。

第二，89年前的规范（TJ10—74）关于小偏心柱的计算方法

其基本思路与规范（GBJ10—89）所介绍的近似法很相近，即从式（13－3）直接求取A'_s，由于对称配筋，故A_s即也可求出$A_s=A'_s$。

但式（13－3）中亦有未知数x，因此问题的关键仍是要解决x。

此法的特点与混凝土规范（GBJ10—89）不同之处是，干脆不再求x，将式（13－3）中的含x项当作一个只与截面几何尺寸有关的常数处理。即此时的式（13－3）呈现如下的形式：

$$N \cdot e = f_{cm} \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + f'_y \cdot A'_s \cdot (h_0 - a')$$

上式右边第一项用常数C表示，即

$$N \cdot e = C + f'_y \cdot A'_s \cdot (h_0 - a')$$

显然，含x项被当作常数C处理以后，式（13－3）中的A'_s已被解出。

关于常数C的来源，主要是建立在实验的基础上，此实验结果认为：在小偏心受压柱中，不管受压区x的高度为多少，受压区混凝土这块面积乘以弯曲抗压设计强度后形成的合力对受拉钢筋合力点的矩总是等于整个柱截面有效面积乘以轴心抗压设计强度后形成的合力对受拉钢筋合力点的矩，即

$$f_{cm} \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2}\right) = f_c \cdot b \cdot h_0 \cdot \frac{h_0}{2}$$

上式的右边由于与受压区的高度x无关，很显然是一个可以直接算出的常量。即

$$C = f_c \cdot b \cdot h_0 \cdot \frac{h_0}{2} = \frac{1}{2} f_c \cdot b \cdot h_0^2$$

将其代入式（13－3）有

$$N \cdot e = \frac{1}{2} \cdot f_c \cdot b \cdot h_0^2 + f'_y \cdot A'_s \cdot (h_0 - a')$$

立即可解出

$$A'_s = \frac{N \cdot e - \frac{1}{2} \cdot f_c \cdot b \cdot h_0^2}{f'_y (h_0 - a')}$$

当对称配筋时，上式即为

$$A'_s = A_s = \frac{N \cdot e - \frac{1}{2} f_c \cdot b \cdot h_0^2}{f'_y \cdot (h_0 - a')}$$

请将此式与式（13－11）对比，它们是很相似的。

第三节 矩形截面对称配筋偏心受压柱的强度计算步骤和例题

一、步骤

本章第二节已经介绍了矩形截面对称配筋偏心受压柱的强度计算方法。本节将其用表13－1作一个总结，计算时可按表中所列步骤逐一进行。

表13－1 矩形截面对称配筋偏心受压柱强度计算步骤

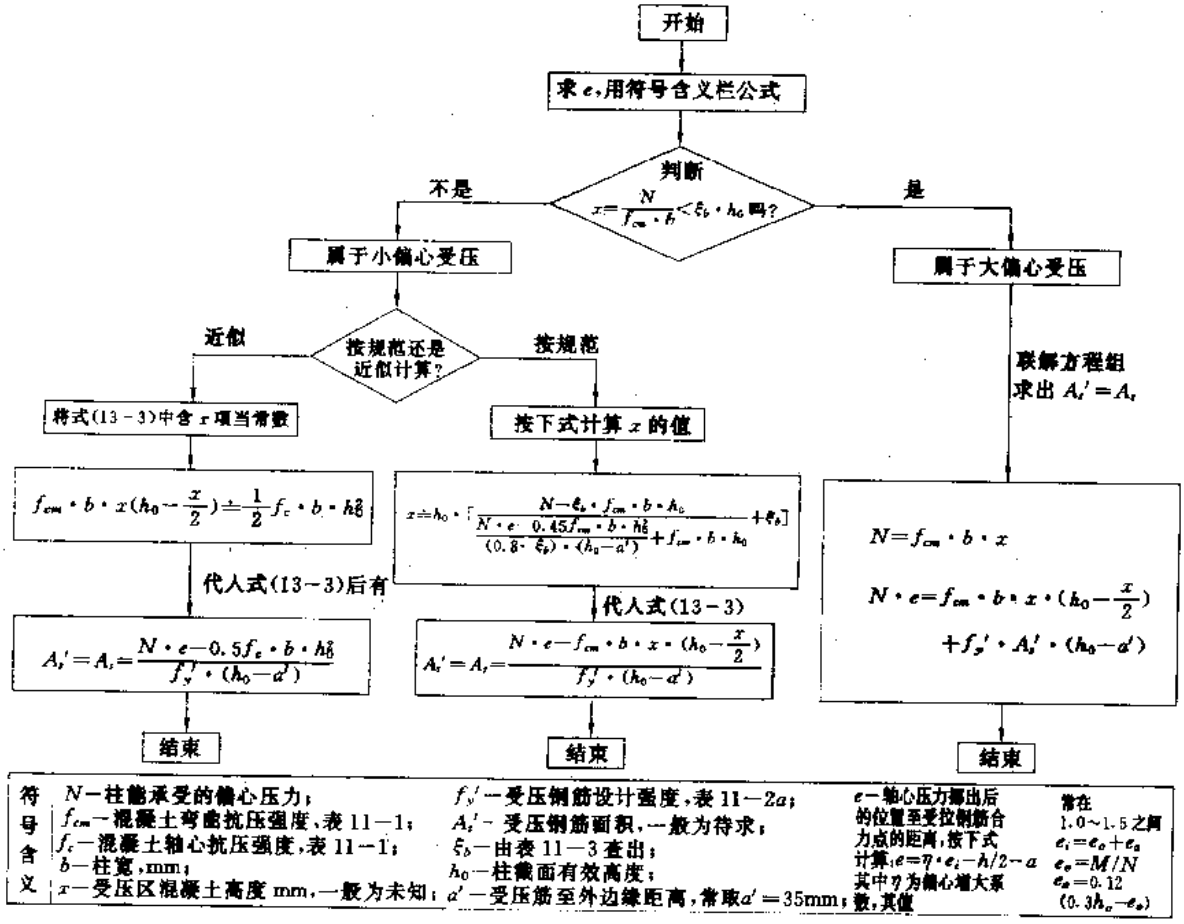


表13－1的菱形判断框是用 $x=\frac{N}{f_{cm}\cdot b}\leqslant\xi_b\cdot h_0$ 来作为大、小偏心柱的分界线的，但是当判断其属于小偏心以后，又重新计算 x 的值来求钢筋 A'_s、A_s 的依据。也就是说，x 的值

到底是用哪一个？为什么会出现上述自相矛盾的现象？原因如下：

菱形框的 $x=\frac{N}{f_{cm}\cdot b}$ 是针对大偏心对称配筋截面导出的，当 $x-\frac{N}{f_{cm}\cdot b}\leqslant\xi_b\cdot h_0$ 时属大偏心，此时 x 是精确值；并由该不等式将 $x=\frac{N}{f_{cm}\cdot b}>\xi_b\cdot h_0$ 的情况判断为小偏心，这也是正确的。但是读者注意到小偏心矩形截面对称配筋式（13－4）中的 x 的精确值却并不是 $x=\frac{N}{f_{cm}\cdot b}$，也就是说一旦小偏心判断成立，为了求解方程组（13－4）与式（13－3），还必须重新求出 x 的值来。

二、例题

例 13－1　钢筋混凝土柱的截面尺寸 $b\times h=400\text{mm}\times500\text{mm}$。控制截面的设计轴向力 $N=500\text{kN}$，设计弯矩 $M=250\text{kN}\cdot\text{m}$。采用混凝土强度等级为 C25（$f_{cm}=13.5\text{N/mm}^2$，$f_c=12.5\text{N/mm}^2$），钢筋为Ⅱ级（$f_y=f'_y=310\text{N/mm}^2$）。$a=a'=35\text{mm}$，采用对称配筋，试确定纵向钢筋面积。设 $\eta=1.066$。

解　按表 13－1 进行

（1）求 e，请参阅第二节，

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{250\times10^3\times10^3}{500\times10^3}=500\text{mm}$$

$$e_a=0.12\times(0.3h_0-e_0)=0.12\times(0.3\times465-500)<0$$

故取　$e_a=0$

$$e_i=e_0+e_a=500+0=500\text{mm}$$

最后可用下式求 e

$$e=\eta\cdot e_i+\frac{h}{2}-a=1.066\times500-\frac{500}{2}-35=746.5\text{mm}$$

（2）判断大、小偏心：

$a.\ x=\frac{N}{f_{cm}\cdot b}=\frac{500\times10^3}{13.5\times400}=92.6\text{mm}$

$b.\ \xi_b\cdot h_0=0.544\times(500-35)=253\text{mm}$

$c.$ 显然 $x<\xi_b\cdot h_0$，故该截面属大偏心

（3）列方程并解 A'_s：

$a.$
$$\begin{cases}N=f_{cm}\cdot b\cdot x & (A)\\ N\cdot e=f_{cm}\cdot b\cdot x\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right)+f'_y\cdot A'_s\cdot(h_0-a') & (B)\end{cases}$$

$b.$ 由上式（A）已得 $x=92.6\text{mm}$

$c.$ 将 $x=92.6\text{mm}$ 代入上式（B）可得 A'_s

$$A'_s=A_s=\frac{N\cdot e-f_{cm}\cdot b\cdot x\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right)}{f'_y\cdot(h_0-a')}$$

$$=\frac{500\times10^3\times746.5-13.5\times400\times92.6\times\left(465-\frac{92.6}{2}\right)}{310\times(465-35)}$$

$$= 1230\text{mm}^2$$

例 13－2 已知图 13－13 中偏心受压柱 FD，截面尺寸 $b \times h = 400\text{mm} \times 600\text{mm}$，$a = a' = 35\text{mm}$。设计轴向力 $N = 2.5 \times 10^3\text{kN}$，设计弯矩 $M = 80\text{kN}\cdot\text{m}$，采用 C20 混凝土，Ⅱ级钢筋，截面为对称配筋。试求钢筋面积 $A_s = A'_s$，设 $\eta = 1.36$。

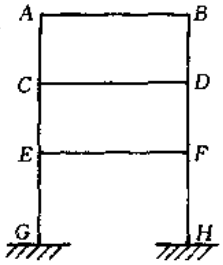


图 13－13 例题

解 按表 13－1 进行

(1) 求 e：

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{80 \times 10^3 \times 10^3}{2.5 \times 10^3 \times 10^3} = 32\text{mm}$$

$$e_a = 0.12 \times (0.3h_0 - e_0) = 0.12 \times (0.3 \times 565 - 32) = 16.5\text{mm}$$

$$e_i = e_0 + e_a = 32 + 16.5 = 48.5\text{mm}$$

故

$$e = \eta \cdot e_i + \frac{h}{2} - a' = 1.36 \times 48.5 + \frac{600}{2} - 35 = 331\text{mm}$$

(2) 判断大、小偏心：

a．$x = \dfrac{N}{f_{cm} \cdot b} = \dfrac{2.5 \times 10^3 \times 10^3}{11 \times 400} = 568\text{mm}$

b．$\xi_b \cdot h_0 = 0.544 \times 565 = 307\text{mm}$

c．因为 $x > \xi_b \cdot h_0$，故属于小偏心

(3) 由表 13－1，小偏心受压柱可有混凝土规范方法和近似计算方法，分别解出如下，供对照参考。

(1) 按规范方法：

a．求 x 的值

$$x = h_0 \cdot \left[\frac{N - \xi_b \cdot f_{cm} \cdot b \cdot h_0}{\dfrac{N \cdot e - 0.45 f_{cm} \cdot b \cdot h_0^2}{(0.8 - \xi_b)(h_0 - a')} + f_{cm} \cdot b \cdot h_0} + \xi_b \right]$$

$$= 565 \times \left[\frac{2.5 \times 10^6 - 0.544 \times 11 \times 400 \times 565}{\dfrac{2.5 \times 10^6 \times 331 - 0.45 \times 11 \times 400 \times 565^2}{(0.8 - 0.544) \cdot (565 - 35)} + 11 \times 400 \times 565} + 0.544 \right] = 565 \times [0.953] = 538\text{mm}$$

b．将 x 代入式 (13－3) 可解出 A'_s

$$A'_s = A_s = \frac{N \cdot e - f_{cm} \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \dfrac{x}{2}\right)}{f'_y \cdot (h_0 - a')}$$

$$= \frac{2.5 \times 10^6 \times 331 - 11 \times 400 \times 538 \times \left(568 - \dfrac{538}{2}\right)}{310 \times (565 - 35)}$$

$$= \frac{8.275 \times 10^8 - 7.078 \times 10^8}{1.64 \times 10^5} = 730\text{mm}^2$$

(2) 用表 13－1 中的近似方法：

a. 求含 x 项常数 C

$$C = \frac{1}{2} \times f_c \cdot b \cdot h_0^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 400 \times 565^2 = 6.384\,5 \times 10^8$$

b. 将常数 C 取代式（13－3）中含 x 项，可求出 A'_s

$$A'_s = A_s = \frac{N \cdot e - C}{f'_y \cdot (h_0 - a')} = \frac{2.5 \times 10^6 \times 331 - 6.384\,5 \times 10^8}{310 \times (565 - 35)} = 1\,151\text{mm}^2$$

对比近似法与规范法，误差还是较大的。同时因为本例的近似法数值比规范法较大，请不要误以为所有结果都服从这一现象，以防不测。

第四节　钢筋混凝土柱的构造经验

一、截面尺寸参考表

矩形截面偏心受压柱的截面尺寸，即宽度 b 和高度 h，可参考已有的设计实践经验确定，或者参考表 13－2。

表 13－2　一般框架结构柱截面的选择（单位：mm）

开间尺寸	3 000				4 000				5 000				6 000			
混凝土强度等级	C15	C20	C30	C40	C15	C20	C30	C40	C15	C20	C30	C40	C15	C20	C30	C40
顶层	300	300			300	300			300	300			300	300		
14 层	300	300			300	300			300	300			300	300		
13 层	300	300			300	300			350	350			350	350		
12 层	300	300			350	350			400	350			400	400		
11 层	350	350			400	350			450	400			450	450		
10 层	400	350			450	400			450	450			500	450	400	
9 层	400	400			450	450			500	450	400		550	500	400	
8 层	450	400			500	450	400		550	500	400		600	550	450	400
7 层	450	450	400		500	500	400		550	550	450	400	600	550	500	450
6 层	500	450	400		550	500	450	400	600	550	450	450	650	600	500	450
5 层	500	500	400		600	550	450	400	650	600	500	450	700	650	550	500
4 层	550	500	400		600	550	500	450	650	600	500	450	700	650	550	500
3 层	550	550	450	400	650	600	500	450	700	650	550	500	750	700	600	550
2 层	600	550	450	400	650	600	500	450	700	650	550	500	750	750	600	550
底层	600	550	500	450	650	650	550	500	700	650	600	500	750	750	650	550

注：本表适用于非地震区。

二、截面尺寸的公式估计

当用公式估算截面尺寸时，可用表 13－3

表 13－3

	轴压比 $\left(\frac{N}{f_c \cdot b \cdot h}\right)$
框架柱	0.6～0.75

注：①本表可用于地震区；

②柱净高与截面长边尺寸比小于 4 时，最大轴压比值应减小，并采取加强混凝土约束措施；

③轴压比按下式计算：$N/f_c \cdot bh$，式中 N 为柱的计算轴向压力，f_c 按表 11－1 查取，$b \times h$ 为柱断面。

举一例说明表 13－3 的使用：

例 13－3 某一钢筋混凝土框架柱网平面尺寸为 6m×6m 高度共有 8 层，试决定柱截面尺寸。

解

(1) 柱在每层的受荷面积为 $36m^2$，按每层楼盖重量 $12kN/m^2$ 估计，该柱底层截面共约承受轴心压力为

$$N = 12 \times 36 \times 8\text{层楼盖(包括屋顶)} = 3\,456kN$$

(2) 设用 C20 混凝土，轴心受压强度设计值为 $f_c = 10N/mm^2$，表 11－1；

(3) 用表 13－2 估算截面，

取 $$\frac{N}{f_c \cdot b \cdot h} = 0.65$$

故 $$b \cdot h = \frac{N}{f_c \times 0.65} = \frac{3\,456 \times 10^3}{10 \times 10^6 \times 0.65} = 0.532m^2$$

设为方柱，即 $b = h$，则 $b = h = \sqrt{0.532} = 0.73m$

(4) 分析：估算底层柱截面似嫌太大，故对它再估算一次，

取 $$\frac{N}{f_c \cdot b \cdot h} = 0.75$$

故 $$b \cdot h = \frac{3\,456 \times 10^3}{10 \times 10^6 \times 0.75} = 0.461m^2$$

故 $$b = h = 0.68m \approx 0.7m$$

(5) 在 3～4 层对柱截面缩小，此时的轴心压力 N 变小，其余不变，过程简写如下：

$$b \cdot h = \frac{N}{f_c \times 0.75} = \frac{12 \times 36 \times 6 \times 10^3}{10 \times 10^6 \times 0.75} = 0.345\,6m^2$$

故 $$b = h = 0.58 \approx 0.6m$$

(6) 在 5 层以上再缩小一次，

$$b \cdot h = \frac{12 \times 36 \times 4 \times 10^3}{10 \times 10^6 \times 0.75} = 0.23m^2$$

故 $$b = h = 0.48m \approx 0.5m$$

(7) 该框架柱截面尺寸初选如下：

层　　数	1～2	3～4	5 层以上
柱　截　面　m×m	0.7×0.7	0.6×0.6	0.5×0.5

(8) 上面的估算值请与表 13－2 对照，基本上相同。

三、柱内箍筋

1. 箍筋形式

(1) 轴心受压和小偏心受压柱参见图 13－14。

(2) 大偏心受压柱参见图 13－15。

2. 箍筋直径

(1) 当采用热轧钢筋时，直径不小于 $\frac{1}{4}d$（d 为主筋直径）及不小于 6mm。

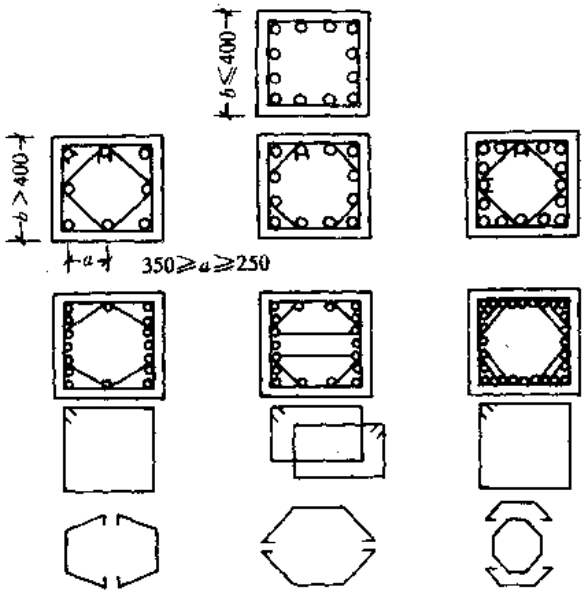


图 13－14　轴心受压和小偏心受压柱的箍筋形式

（2）当采用冷拔钢丝时，直径不小于$\frac{1}{5}d$及不小于 5mm，小型柱子可采用 3mm～4mm 的冷拔钢丝。

（3）当纵向钢筋百分率大于 3%时，直径不小于 8。

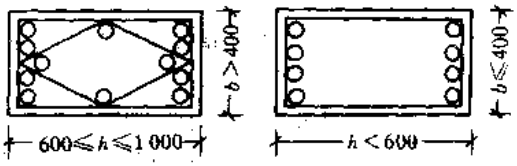


图 13－15　大偏心受压柱箍筋形式

3．箍筋间距

当采用绑扎骨架时，间距不大于 15d，及不大于 400mm。一般情况下间距为 100mm～200mm。需要说明，多年来的柱箍筋一直是采用构造配置，不作计算。最近修订的混凝土规范有箍筋的计算条文。对要求不十分严格的场合建议仍按构造配箍。经验证明可以保证安全。

四、柱内纵向钢筋

（1）柱中纵向受力钢筋的直径不宜小于 12mm，纵向受力钢筋的净距不应小于 50mm。在水平位置上浇捣的装配式柱，其纵向钢筋的最小净距可参考梁的规定。

配置在垂直于弯矩作用平面的纵向钢筋，其净距不应大于 350mm。

（2）纵向构造钢筋，如偏心受压柱的截面高度 $h \geqslant 600$mm 时，则截面的长边应布置纵向构造钢筋，见图13－15，其直径为 10mm～16mm。此外，还要相应地设置 S 形拉筋。

第五节　钢筋混凝土结构的伸缩缝

钢筋混凝土的整体房屋长度受到表 13－4 的限制，否则应在适当部分设置伸缩缝。此时地面以上的结构应在伸缩缝处断开，但地面以下的基础可以不断开。如伸缩缝与沉降缝合用时，此时的基础当然也就应该断开。

表 13－4

项　次	结构类别		室内或土中	露　天
1	排架结构	装配式	100（m）	70（m）
2	框架结构	装配式	75（m）	50（m）
		现浇式	55（m）	35（m）

习 题

13－1. 已知一钢筋混凝土柱的截面为正方形，边长为 350mm，其计算长度 $l_0=6.4$m。混凝土 C20 级，纵向受压钢筋为Ⅱ级，箍筋为Ⅰ级。当柱承受的轴向压力为 $N=1\ 153$kN 时，试计算所需的纵向受压钢筋数量，确定其直径及根数，并按构造要求选定其箍筋直径及间距。

13－2. 如图 13－16 所示的某建筑物底层的钢筋混凝土柱，近似按轴心受压构件进行设计。由上面一层柱及一层楼盖传下来的总轴向压力 $N=985$kN（已考虑荷载分项系数，但不包括本层柱自重），试自行选定截面尺寸、材料等级，然后确定柱内的全部配筋。柱的计算长度 l_0 可按 $1.0H$ 考虑，其中 H 为从基础顶面到一层楼盖顶面的距离。

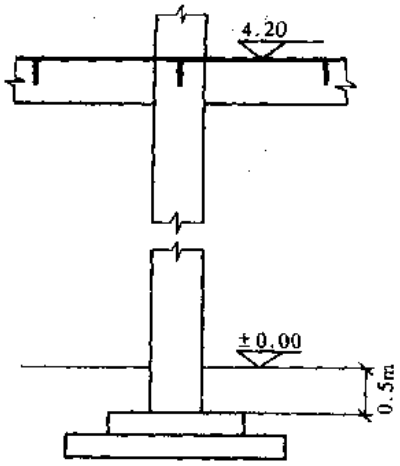


图 13－16 习题

13－3. 一钢筋混凝土偏心受压截面，其尺寸为 $b=300$mm，$h=500$mm，$a'=a=35$mm，计算长度为 3.9m。混凝土强度等级为 C20，受力钢筋为Ⅱ级。承受的设计轴向力 $N=304.8$kN，设计弯矩 $M=279.4$kN·m。试计算当采用对称配筋时的 A_s 和 A'_s。

13－4. 一钢筋混凝土柱，截面为矩形，截面尺寸为 $b=400$mm，$h=500$mm，混凝土选用 C20 级，受力钢筋为Ⅱ级。在该柱的控制截面中作用的设计轴向压力 $N=315$kN，设计弯矩 $M=155$kN·m。试计算对称配筋所需的 A_s 和 A'_s，并绘出截面配筋图。设 $\eta=1.0$。

13－5. 一偏心受压构件，截面为矩形，$b=250$mm，$h=550$mm，$a'=a=40$mm。计算长度 $l_0=4.2$m。混凝土选用 C20 级，受力钢筋为Ⅱ级。当其控制截面中作用的设计轴向压力 $N=1\ 582$kN，设计弯矩 $M=98.3$kN·m 时，试计算对称配筋所需的 A_s 和 A'_s，并绘出截面配筋图。

13－6. 已知某矩形截面偏心受压构件的截面尺寸为 $b=350$mm，$h=500$mm，$a=a'=35$mm。混凝土为 C20 级，钢筋为Ⅱ级，$A_s=A'_s$ 为 4ϕ20，计算长度 $l_0=4$m。若作用的设计轴心压力 $N=1\ 827$kN，试求截面所能承担的设计弯矩 M。

13－7. 某钢筋混凝土偏心受压柱的截面为矩形，$b=300$mm，$h=400$mm，混凝土用 C20 级，受力钢筋为Ⅱ级，计算长度 $l_0=3.6$m。截面采用对称配筋。该柱的控制截面中作用有以下两组设计内力：

第一组 $N=564$kN，$M=151$kN·m

第二组 $N=325$kN，$M=142$kN·m

计算确定出两组内力分别作用下各自所需的受力钢筋面积。

13－8. 某钢筋混凝土矩形截面偏心受压柱，已知：$N=480$kN，$M=220$kN·m，$\eta=1$，$b=30$cm，$h=50$cm，$a=a'=3.5$cm，用 C20 混凝土和Ⅱ级钢筋，采用对称配筋，求 A'_s 和 A（要选定钢筋直径和根数）。

13－9. 已知：$N=670$kN，$M=290$kN·m，$\eta=1.2$，截面尺寸 $b\times h=40$cm$\times 60$cm，$a=a'=3.5$cm，用 C20 号混凝土和Ⅱ级钢，A'_s 用 4ϕ22，A_s 也用 4ϕ22，问此截面是否安全？

13－10. 已知：$N=1\ 300$kN，$M=330$kN·m，$\eta=1$，截面尺寸 $b\times h=40$cm$\times 60$cm，$a=a'=3.5$cm，用 C20 号混凝土和Ⅱ级钢，采用对称配筋，每侧用 3ϕ22＋2ϕ25。问这是大偏心还是小偏心？此截面是否安全？

13－11. 已知：$N=600$kN，$M=50$kN·m，$\eta=1.1$，$b=30$cm，$h=50$cm，$a=a'=3.5$cm，用 C20 混凝土和Ⅱ级钢筋，采用对称配筋，试确定钢筋的直径和根数。这是大偏心还是小偏心？这个设计有什么缺点？

13－12. 某单层厂房柱截面尺寸为 $b\times h=30$cm$\times 50$cm，$a=a'=3.5$cm，用 C20 混凝土和Ⅱ级钢筋，采用对称配筋，承受三组不同的内力如下：(1) $N=400$kN，$M=200$kN·m；(2) $N=1\ 300$kN，$M=100$kN·m；(3) $N=1\ 000$kN，$M=180$kN·m。要求确定纵向钢筋的直径和根数，$\eta=1.0$。

第十四章　钢筋混凝土平面楼盖

内　容　提　要

楼盖是房屋建筑的重要组成部分，常用的楼盖大多采用钢筋混凝土结构。在混合结构房屋中，楼盖（屋盖）的造价约占房屋总造价的30%～40%，其中钢材大部用在楼盖中。在6层到12层的框架结构中，楼盖的用钢量约占30%～50%。因此，合理地选择楼盖结构的形式和正确地进行设计，将在较大程度上影响整个建筑物的技术经济指标。

楼盖的分类如下：

(1) 按楼盖外形和力学特征分为

楼盖
- 交梁楼盖
  - 单向板交梁楼盖
  - 双向板交梁楼盖
- 无梁楼盖
- 密肋式楼盖

所谓交梁楼盖是指组成楼盖的梁成交叉，互相搭接。其中又按梁格的形状分为：

a. 单向板交梁楼盖是指覆盖在交梁区格上的板成单向板式。关于单向板的力学特征，请参见本书第六章。

b. 双向板交梁楼盖则是指覆盖在交叉梁区格上的板呈双向板式。亦请参见本书第六章。

无梁楼盖是将楼板直接支承在柱上，而不设梁的楼盖。

密肋楼盖中的梁以高而窄的小梁密铺（间距在1.2m左右），所以叫密肋式楼盖。

(2) 按施工方法分为

楼盖
- 现浇楼盖（也叫整体式楼盖）
- 装配式楼盖
- 装配整体式楼盖

现浇楼盖是指在工地先将整个楼盖的模板支好，绑扎好钢筋，最后将搅拌好的稠状混凝土浇灌，等干燥后拆掉模板。施工完后的楼板成一个与模板相同的整板。

装配式楼盖是预先将梁、板在工厂预制好，运到工地，吊装、拼接、焊牢而成。

装配整体式即将上述两种方法结合起来进行的施工方法。

应该指出，所谓按施工方法分类，实际上是设计上决定的，即设计成现浇式还是装配式，施工时按图进行。

本章介绍几种常用的楼盖形式及其计算和构造要点，其中以现浇单向板交梁楼盖为重点，因为通过它对前面学习过的梁、板等章节的内容是一个全面的复习和应用。

(3) 楼盖的计算和结构计算简图密不可分。首先应将楼盖的实际形式用结构计算简图来代替。

第一节 现浇单向板交梁楼盖

一、概述

现浇楼盖具有整体性好和适应性强的优点。对于楼面荷载较大，平面形状复杂或管线较多的建筑物，对于防渗、防漏或抗震要求较高的建筑物，或在构件运输和吊装有困难的场合，宜采用现浇交梁楼盖。现浇楼盖的缺点是模板用量较多，现场工作量大。

现浇交梁楼盖是钢筋混凝土楼盖结构中最普遍的形式，它既可以作为楼面和屋面，也可用作整片式基础以及桥梁、挡土墙、储水池的池顶和池底等结构，因此交梁楼盖的计算原理和构造措施在工程结构中具有较普遍的意义。

现浇交梁楼盖是由板、次梁和主梁（有时没有次梁）组成，三者整体相连，见图 14－1。

交梁楼盖的板一般四边都有支承，板上荷载通过双向受弯传到支座上。但当板的长边尺寸 l_2 与短边尺寸 l_1 的比大于 2（$l_2/l_1>2$）时，板在楼面荷载作用下，主要沿短边方向弯曲（图 14－2a），长边方向的弯曲很小，可以忽略不计，因而可以认为板是单向受弯的，板上荷载绝大部分沿短边方向传至次梁，这种板叫单向板。由于它的工作与梁相同，所以也叫梁式板。楼板为单向板的楼盖称单向板交梁楼盖。

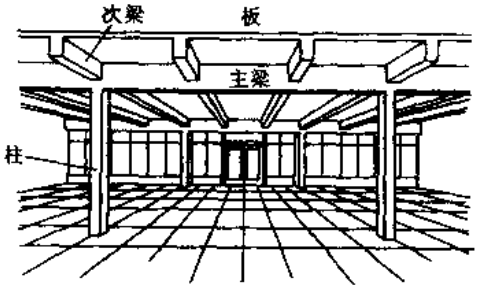


图 14－1 现浇钢筋混凝土交梁楼盖

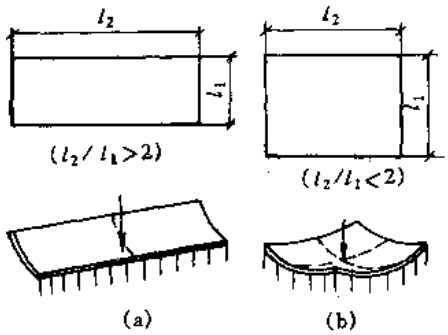


图 14－2 单向板与双向板的弯曲特点
（四周均有支承）
(a) 单向板；(b) 双向板

当板的长边尺寸与短边尺寸的比小于 2（$l_2/l_1<2$）时，板的长边方向的弯曲不可忽略，如图 14－2（b），板是双向受弯的，板上的荷载沿两个方向传到梁上，这种板叫双向板。由于双向板四边支承都受力，所以双向板也叫四边支承板。由双向板组成的楼盖叫双向板交梁楼盖。

需要强调，单向板的四边都可以有支承的梁，只是由于板只沿一个方向传递力，故在某一对边的两根梁呈不受力状态而已。

单向板交梁楼盖的荷载传递途径为：板→次梁→主梁→柱或砖墙。次梁的间距即为板的跨度，主梁的间距为次梁的跨度。

由于板、次梁和主梁是整体浇灌的，因而这些构件往往是多跨连续的，这是现浇式楼盖的主要特点。

如何合理地布置柱网和梁格，是楼盖设计中的首要问题。因为这对建筑物的使用、造价和美观等方面都有很大的影响。为此，在柱网和梁格的布置时，应考虑下列几点：

（1）一般而言，所有的柱顶一般有垂直相交的梁通过，边柱顶则有丁字相交的梁通过。

（2）柱网的布置除应满足工艺及使用要求外，还应与梁格统一考虑。柱网的柱距决定主梁和次梁的跨度。梁的跨度过大会造成梁的截面过大而增加材料的用量；反之若柱距过小，则会影响房屋的使用。因此在柱网布置中，应综合考虑房屋的使用要求及梁的合理跨度。通常主梁的跨度取 5m～8m，次梁的跨度取 4m～7m。

（3）在梁格布置中，除了规划梁的跨度之外，还应当着重考虑主梁布置方向和次梁的间距，并与柱网布置相协调。主梁可以沿房屋纵向布置，也可以沿房屋横向布置。当主梁沿纵向布置时，房屋横向刚度较差，且次梁可能搁置在窗洞上，降低了窗洞的高度。主梁横向布置时，房屋的横向刚度较大；由于主梁搁置在纵墙的窗间墙上，因而便于开大窗洞，但增大了窗间墙的负荷。

次梁的间距决定板的跨度及次梁的数量。次梁的间距增大，可使次梁的数量少一些，但会增加板的跨度，从而导致板厚的增加。由于板是满铺于整个楼盖的，其混凝土用量占整个楼盖的 50%～70%，板厚每增加 1cm，整个楼盖的混凝土用量就会增加很多。因此，最合理的次梁间距（即板的跨度）应当是在满足板的刚度、强度要求的同时，使板厚接近于构造所要求的最小厚度。常用的次梁间距（即板的跨度）为 1.7m～2.5m。

此外，在遇有隔墙和大型设备及其它较大的集中荷载或震动荷载时，应避免将它们直接作用在楼板上。

（4）梁格及柱网布置得愈整齐，则愈能符合适用、经济、美观的原则。为此，柱网布置宜为正方形或长方形，梁、板应尽量布置成等跨度的，板厚及梁截面尺寸应尽量统一。

图 14－3 是单向板交梁楼盖结构布置的几个例子。如果房间进深不大，梁可沿一个方向布置（图 14－3a）；当房间进深较大时，可加设一排或两排柱子，主梁可平行于纵墙（图 14－3b）或垂直于纵墙（图 14－3c、d）；当房屋中间有纵向承重墙时，可不另设立柱（图 14－3e）。图 14－3f 为框架结构房屋的楼盖布置示例。

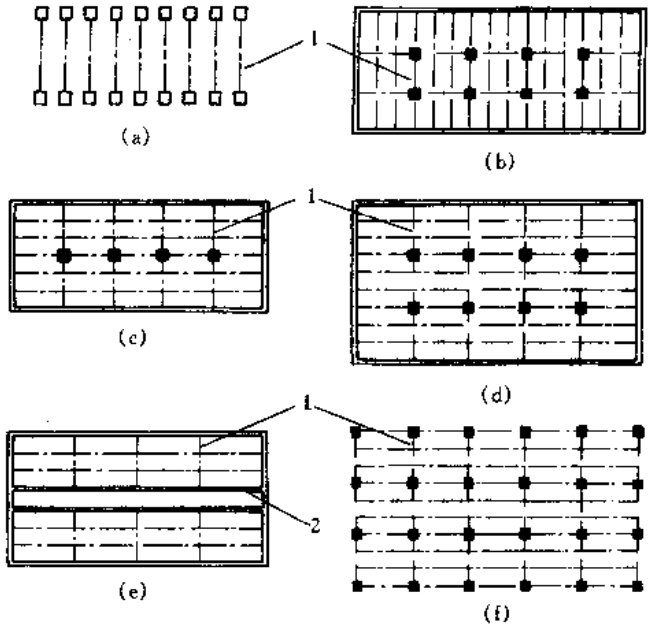


图 14－3　单向板交梁楼盖的结构布置
1—主梁；2—内墙

为布置梁格参考，以及为预先计算构件的自重荷载和确定计算简图，需要初步估算梁、板的截面尺寸。多跨连续梁常用的截面高度为，次梁 $h = l/15$，主梁 $h = l/10 \sim l/12$，梁宽 $b = h/2 \sim h/3$。现浇楼盖的板厚，除满足刚度要求，一般取 $l/30$ 外，还应满足构造上的要求：一般屋盖板的厚度不小于 6cm，楼盖板的厚度不小于 7cm，工业房屋及荷载较大的民用房屋楼板的最小厚度还应适当加大。上叙梁板参数 l 为各自的跨度。

二、计算简图

在内力计算前，应首先确定构件的计算简图。计算简图中应表示梁或板的跨数，各跨的跨度，支座化简情况和荷载的形式、位置及大小等。

图 14－4 表示了单向板交梁楼盖平面上的荷载划分及构件的计算简图。

(1) 对于板，通常取 1m 宽的板带作为计算单元。即在简图中将此 1m 宽的板带当作一根“梁”一样来标出其纵剖面图，次梁为其铰支座，板厚为“梁”高，1m 为梁宽。它的荷载通常为均布荷载形式，其计算方法为：

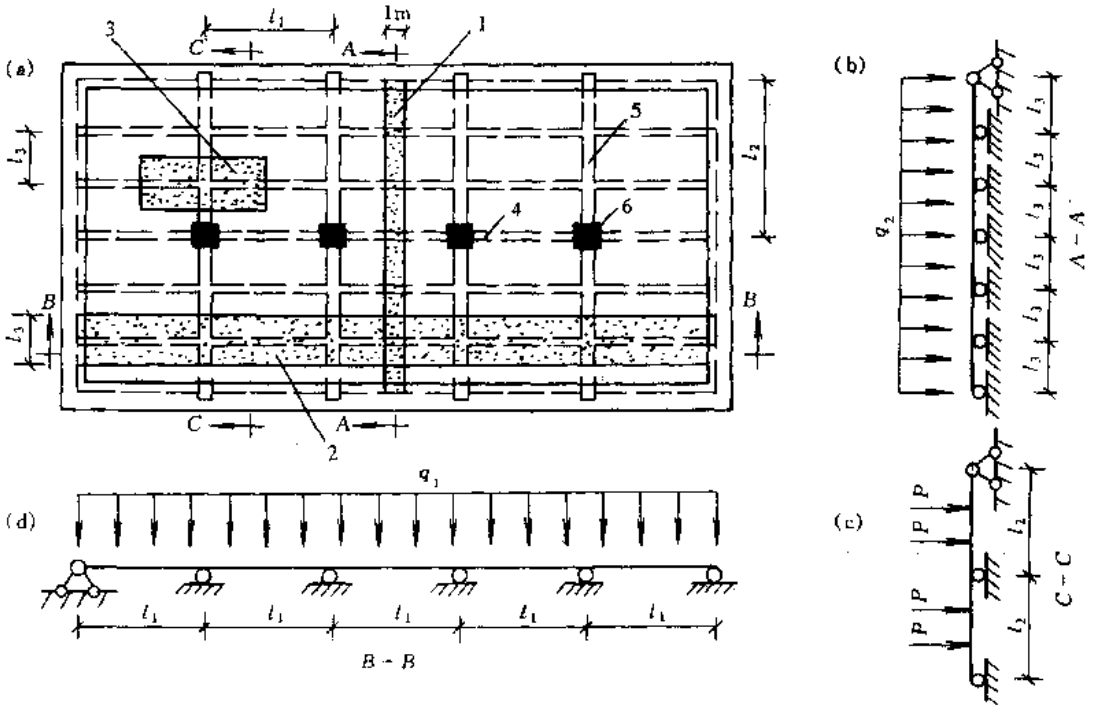


图 14－4 单向板交梁楼盖的计算简图

1—板的受荷面积；2—次梁的受荷面积；3—主梁的受荷面积；4—次梁；5—主梁；6—柱；
A—A. 板计算简图；B—B. 次梁计算简图；C—C. 主梁计算简图

a. 首先计算每 m^2 上的板自重（包括饰面、吊顶等），此即永久荷载，或称为恒载。

b. 按《建筑结构荷载规范》(GBJ8—87) 查出各类建筑楼盖上每 m^2 上的荷载。这是一种由大量的调查、统计得出的可能性荷载，它具有可移动性。这种可移动性是指，它将对板构成最不利的内力组合的可能性（请参阅本书第八章第六节）。所以这种荷载叫做可变荷载，也叫做活荷载。

c. 由以上两步得出的荷载都是 kN/m^2 为单位，但由于计算简图将其视为一种沿板长度方向均匀分布的荷载，故作以下工作：

(*a*) 先将每 m^2 上的荷载换成一个集中力：

$$kN/m^2 \times 1m \times 1m = kN$$

(*b*) 假想将此集中力沿板跨均匀分布到 1m 的长度上去，则化为了每米长度上的连续分布的均布荷载：

$$kN/1m = kN/m$$

这就是板上荷载的最后单位。

(2) 次梁沿其纵向视为一根梁，主梁为其铰支座。次梁承受板传来的均布荷载，还有它的自重。荷载的计算原则上与板相似。所不同的地方，板荷载取 $1m^2$ 上的面积来计算，但次梁则应取一个矩形面积上的荷载来计算，比如图 14－4 中，次梁的均布荷载面积为 $l_3 m \times 1m$。

注意：次梁上一般也分为永久荷载与可变荷载。

（3）主梁沿其纵向也视为一根梁，柱（有时可能是墙，见图 14－3）为其支座。主梁的荷载特点如下：

一般将其受荷面积上的板和次梁的荷载当作集中荷载加到主梁上，受荷面积见图 14－4；其中一个集中力 P 的荷载面积为 $l_1\text{m}\times l_3\text{m}$。另外，主梁自重一般也可将它折算成集中荷载合并到板、次梁传来的集中荷载中。当然，也有人愿意将主梁自重作为均布荷载处理的。

（4）板、次梁和主梁的支座，计算跨度。

如梁、板支承在砖墙或砖柱上，可取为铰支座；如梁、板的支座是与板或梁整体连接的钢筋混凝土梁或柱时，支座对梁、板具有一定的约束作用，但为了简化计算，除对刚度较大的框架柱（横梁与柱的线刚度之比小于 4～5）支座外，仍近似地取为铰支座并忽略支座宽度的影响。

连续梁、板的计算跨度均近似取为相邻两支座反力作用点间的距离。

如连续梁、板的各跨跨度不等，但相差不超过 10%，可仍按等跨计算。此时，当求支座弯矩时，计算跨度可取相邻两跨度的平均值；当求跨中弯矩时，用各该跨度的计算值。

三、连续梁的内力计算方法索引

选用了合理的计算简图之后，按本书第八章所介绍的弯矩分配法或查表法求出梁、板在各个截面的弯矩和剪力。此外，对钢筋混凝土的板和次梁，本章还要介绍一种更为简捷而可行的方法求 M 和 V，稍后再述。

第二节　现浇双向板交梁楼盖

双向板交梁楼盖的梁格可以布置成正方形或接近正方形，外观整齐美观，常用于民用房屋的较大房间及门厅处；当楼盖为 5m 左右方形区格且使用荷载较大时，双向板楼盖比单向板楼盖经济，所以也常用于工业房屋的楼盖。

一、双向板的受力特点

双向板的工作特点是两个方向同时工作，在荷载作用下，荷载分配给两个方向承担，板为双向受弯。两个方向的荷载及弯矩与板的边长比有关，板的短跨方向的荷载及弯矩均较大。当边长比小于 2 时，即为双向板。

图 14－5 为受均布荷载 q 作用的四边简支板，两方向的跨度（边长）为 l_1 及 l_2，设 $1\leqslant\frac{l_2}{l_1}<2$，板沿 l_1 及 l_2 方向同时受弯。如以其两个方向的中央板带（l_1 板带及 l_1 板带）进行对比，两条板带在交点（中点）处挠度 v 相同，因为 $l_2>l_2$，对比之下，l_2 板带的曲率要比 l_2 板带大，相应地 l_1 板带所受的弯矩也就大。换言之，由短跨方向板带所承担的部分表面荷载亦多。当 $l_2\geqslant 2l_1$ 时，荷载几乎全由短跨方向承受，长跨

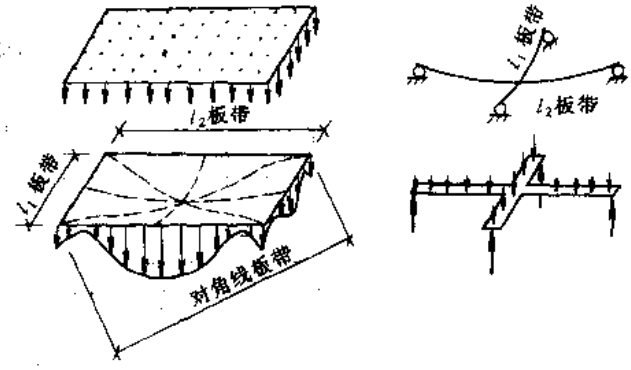


图 14－5　双向板的受力特点

方向所受的弯矩可以忽略不计，这时板变为单向板。

双向板在受力之后还有个现象，就是板的四角有上翘的趋势，但它的周边有整体相连的梁或是有墙压住，不容许上翘，受荷载前后板边始终保持平直状态，结果使板边的支座反力不能均匀分布，中间部分向上，四角部分向下，反力值在中间处最大（图 14－5）。

综上所述，双向板比单向板优越，受力好，板的刚度也好。故双向板的跨度可做到 5m 左右（单向板的常用跨度为 1.7m～2.5m）；双向板板厚也较同跨度的单向板为薄，它们的最小板厚 h 可对比如下：

类　　别	双　向　板	单　向　板
单跨简支板	$h\geqslant\frac{l^*}{45}$	$h\geqslant\frac{l}{35}$
多跨连续板	$h\geqslant\frac{l^*}{50}$	$h\geqslant\frac{l}{40}$

注：l^* 值为双向板的短边跨度。

二、双向板楼盖中的荷载

（一）板的荷载

双向板与单向板荷载的不同之处，双向板按单位面积计算即 kN/m^2，单向板一般按单位长度计算即 kN/m。

（二）梁的荷载

双向板沿两个方向将荷载传递到梁上。梁所受荷载一般可近似地按下述方法确定：自每一区格板的四角作 45°线，使与平行长边的中线相交，将每一区格分成四块小面积，每块面积内的荷载即分配至其相邻的梁上，如图 14－6 所示。因此短梁上的荷载分布为三角形，长梁上的荷载分布为梯形。

等跨连续梁承受三角形或梯形荷载时的内力，可直接从有关设计手册中查出内力系数。

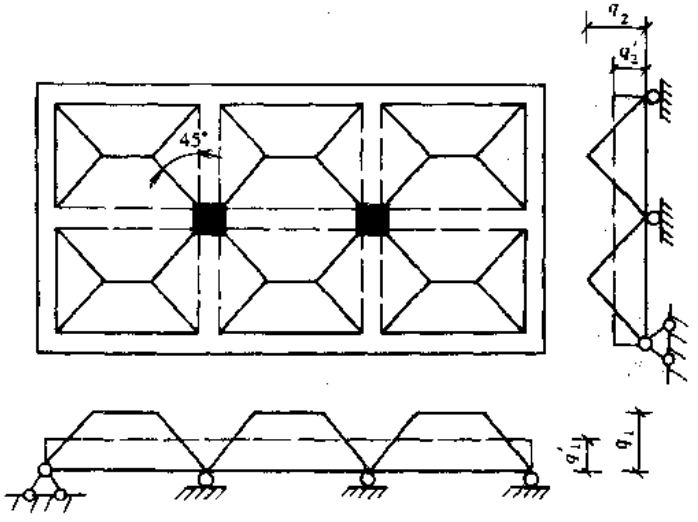


图 14－6　双向板楼盖梁的荷载

在求得连续梁的支座弯矩之后，再按照实际的荷载分布（三角形分布或梯形分布），以支座弯矩作为梁端弯矩，按单跨简支梁减去支座弯矩影响后即得各跨的跨中弯矩。参见本书第八章的例题。作为近似计算，三角形或梯形荷载亦可折算成均布荷载，其方法可参考第十

二章关于梁的构造措施一节。

各个控制截面比如支座和跨中的内力最大值求出以后，应用第十一章至十四章的知识就可以把梁、板或柱的配筋算出来了。

第三节　楼盖荷载的因素

楼盖结构设计的第一个步骤，就是要将作用在结构上的荷载正确地计算出来。现行的荷载规范将荷载分为永久荷载和可变荷载两类。在这两类荷载中又分别有它们相应的标准值和设计值。

从计算的程序上说，一般是先算出某一构件上作用的荷载的标准值，它们分别称为永久荷载标准值和可变荷载标准值。然后将标准值分别乘以一个大于1.0的分项系数以保证其安全度，永久荷载分项系数（记作 γ_G）一般取1.2，可变荷载分项系数（记作 γ_Q）一般取1.4。经过以上过程以后的荷载值即可正式用于设计计算，因此分别视为永久载荷的设计值和可变荷载的设计值。

以荷载的设计值作为依据求出某一结构的内力称为荷载效应，一般情况下有弯矩 M、剪力 V 和轴力 N。

值得指出，由于荷载效应（M、V 和 N）与荷载值成线性关系，因此用荷载的标准值求出荷载效应（M、V 和 N）之后再分别乘以荷载分项系数也可以得到相同的结果。

下面简单说明结构上标准荷载的计算，读者可以依此类推地求出设计荷载。

楼盖中板和梁荷载因素简述如下：

楼板自重是按照它的实际重量算出来的。

（1）在荷载规范中有各种建筑材料的容重表，表示在单位体积时材料的重量，因此，只要能求出材料的体积，其重量便可求出。

（2）求楼板自重时的体积计算一般取 $1m^2$ 的材料层厚与其容重相乘即得；当楼板为多层组合时，分别计算出各层的自重然后相加。

以80mm厚实心现浇平板为例

$$\begin{aligned}\text{板自重} &= 1m \times 1m \times \text{板厚} \times 25\,000N/m^3 \\ &= 1 \times 1 \times 0.08 \times 25\,000 \\ &= 2\,000N\end{aligned}$$

由于是每 m^2 上的重量，因此，板自重也可以认为是 $2\,000N/m^2$，这在以后的荷载相加或与结构计算简图配合时是很方便的。同时在上式自重计算时 $1m \times 1m$ 就不再写了。

（3）楼面可变荷载的取值。

由于楼面的根本目的还在于使用，因此楼面上的荷载除了自重之外，还有使用荷载；此外，在施工时还有施工荷载等。这样的荷载均可从荷载规范中查得，随楼面的使用性质不同而数据各异。

值得说明的是这种荷载规范中的使用荷载或施工荷载均以每 m^2 上的荷载为单位给出。这就说明在楼板自重计算时取 $1m^2$ 为单位的原因。因为单位的统一可以方便计算（比如说相加）。

（4）主、次梁的自重。

有两种方法，一种方法是将梁的自重化为一个区格（比如柱网为 6m×6m）内楼板的折合重量。比如区格内某一根梁长为 6m，其横截面 $b\times h=250\text{mm}\times600\text{mm}$，则其自重为

$$\begin{aligned}\text{梁自重}&=\text{梁体积}\times\text{材料容重}\\&=0.25\times0.6\times6\times25\ 000\\&=22\ 500\text{N}\end{aligned}$$

折合为区格内每 m^2 的重量为

$$\begin{aligned}\text{梁折合重}&=\text{梁自重}/\text{区格面积}\\&=\frac{22\ 500}{6\times6}\\&=625\text{N}/\text{m}^2\end{aligned}$$

显然这种方法有时会带来方便。比如求每层楼面的平均重量以供初算柱截面尺寸或估算地基耐力是否适应等。

另一种方法是实际的按每根梁去逐一进行。此时，一般是将梁自重写成单位长度上的梁段自重，比如长度取 1m，表现为荷载形式显然是一种均布线型荷载，如 N/m，kN/m 等。

总之，楼面的荷载计算一要准确，二要便于结构内力分析的进行。

必须指出，上述的荷载计算取的是标准值，在转化为设计荷载时，还必须乘以一个有关的放大系数，参见荷载规范。

当然，由于内力与荷载的线性关系，故在用标准荷载求出内力后，再乘以放大系数也是可以的。

第四节 双重井式楼盖的特点及计算

一、特点

双重井式楼盖是由板与两个方向的井字交叉梁组成，这些梁不分主梁与次梁，而是互相协同工作，共同承受板上传来的荷载（图 14－7）。这种楼盖除了楼板是四边支承在梁上的双向板之外，其两个方向的梁又各自支承在四边的墙（或周边大梁）上，整个梁格成为四边支承的双向受弯结构体系，楼盖如同一块双向带肋的大型双向板，所以这种形式的楼盖叫做双重井式楼盖。

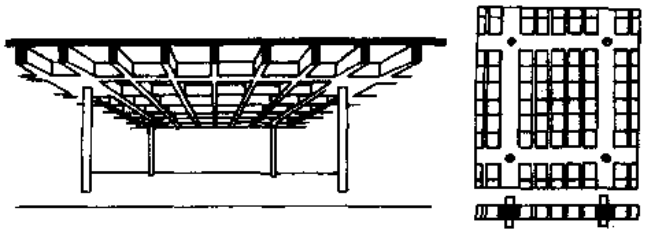


图 14－7 井式楼盖

双重井式楼盖在平面上宜做成正方形。如必须做成矩形，则长边与短边之比不宜大于 1.5。楼面的四周设墙，以使两个方向的梁都支承在均匀沉陷的支座上，如不能设墙则要求大梁有足够的刚度。

双重井式楼盖梁的跨度可以做得较大，梁的截面却不一定很大且尺寸相同，梁格布置亦

均匀，因而外形美观，能满足建筑上对天棚装修的要求。但造价较高，木材消耗量大，不宜多用。

双重井式楼盖当板厚在8cm时，梁区格的短边长度可控制在3.6m左右，梁区格的长短边长之比一般不大于1.5，当平面为正方形或接近正方形时，一般可取梁高 $h=\frac{l}{18}$，梁宽 $b=\frac{h}{4}$，l 为房间平面的短边尺寸。

二、井式楼盖梁的计算

井式楼盖梁可采用近似计算。近似计算时井式楼盖应符合如下条件：

a. 井式梁间距较密时，比如小于或等于1.2m时。这时的楼盖一般称为双向密肋楼盖，板厚可取30mm。

b. 设计和施工均按现浇整体方法进行。

井式楼盖梁的计算方法如下：

a. 将井式楼盖视为一块大平板，板厚相当于梁高，板的尺寸为井式楼盖周边的尺寸界(图14－8b)。

b. 按双向平板方法可求出其内力。方法是利用现成的双向板内力分析表格，比如《建筑结构静力计算手册》，可以很方便地查出。

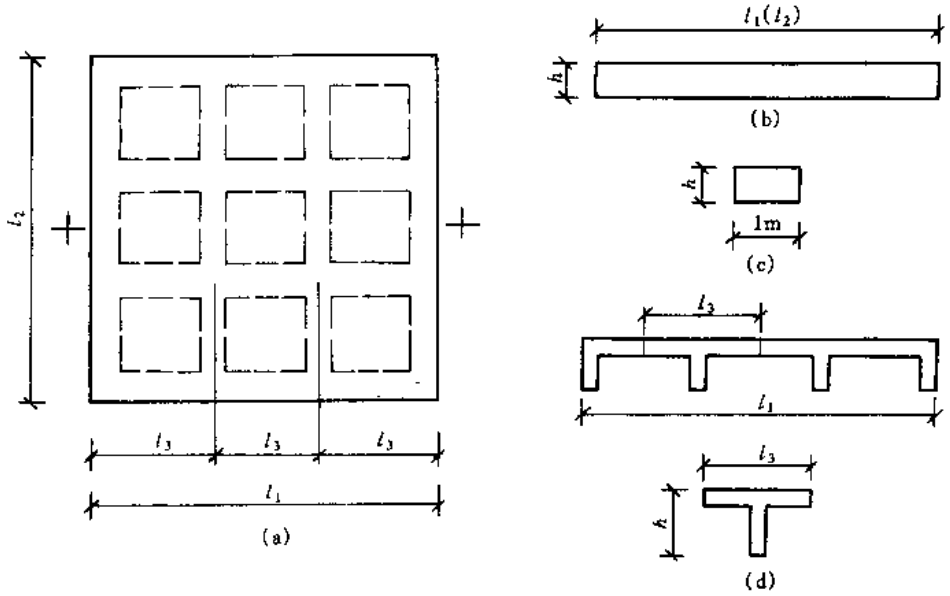


图14－8　井式梁的近似分析

(a) 结构平面；(b) 内力分析时视为一块平板；(c) 取1m宽的板带求内力；(d) 配筋时的实际梁截面

c. 此近似法的关键在于：内力分析时板条宽度按1m计算，因此，是指板宽为1m，板高为井式梁高度 h 的一个横截面，如图14－8 (c)。但在对其配筋时，则按井式梁的实际截面计算，此时的梁横截面呈T形，见图14－8 (d)。T形翼缘宽度为相邻两根梁的中心分界线，如图14－8 (d) 中的 l_3 所示。故在正截面和斜截面强度计算时，其相应的内力值 M、V 应在对板进行内力分析的结果基础上乘以一个T形翼的宽度值。为清楚计，略写如下：

设在截面如图14－8 (c) 中所得内力为 M_1、V_1，

则在截面如图 14－8（d）中所应有的 M_{l3}、V_{l3}与 M_1、V_1 的关系为

$$M_{l3} = M_1 \cdot l_3$$

$$V_{l3} = V_1 \cdot l_3$$

第五节　现浇无梁楼盖的受力与构造特点

无梁楼盖的特点是，楼盖板直接支承在柱上，而不设主梁和次梁，见图 14－9。为了改善板的受力条件，加强柱对板的支承作用，应在每层柱的上部设置柱帽，用以作为板的支座。当然也有不设柱帽的。

无梁楼盖的柱网通常布置成正方形或矩形，以正方形最为经济。楼盖的四边可支承在墙上或支承在边柱的圈梁上，或悬臂伸出边柱以外，见图 14－10。采用后一种方法能使边区格的弯矩与中间区格的接近，以节省材料并能减少柱和柱帽的型式，但房屋四周形成一条狭窄空间。

无梁楼盖有许多优点。在同样净空高度的要求下，无梁楼盖的建筑高度较一般交梁楼盖小，因而可以减小房屋的体积和节省墙体结构。无梁楼盖具有平整的天棚，故采光、通风及卫生条件较好，且由于模板简单，可节省模板用量和简化施工。当楼面活荷载≥5 000N/m^2 跨度在 6m 以内时，无梁楼盖较单向板交梁楼盖经济。若采用升板法施工，则还可以节约大量的模板。

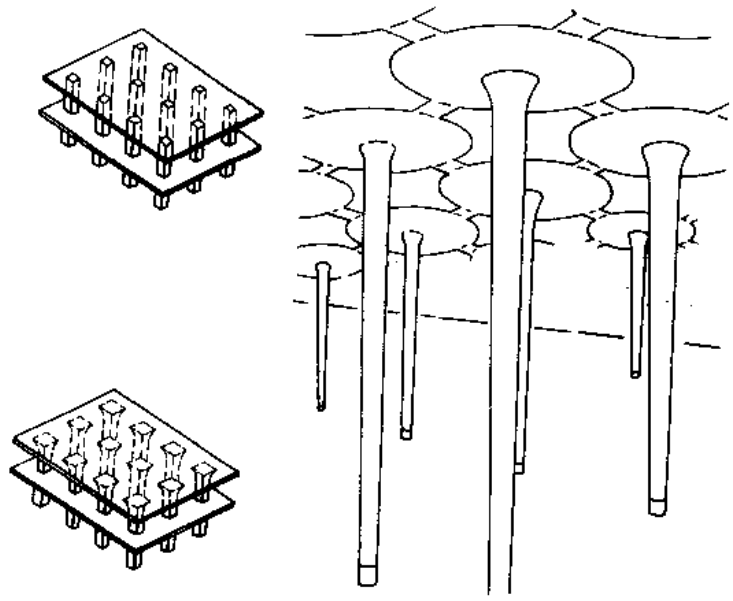


图 14－9　无梁楼盖

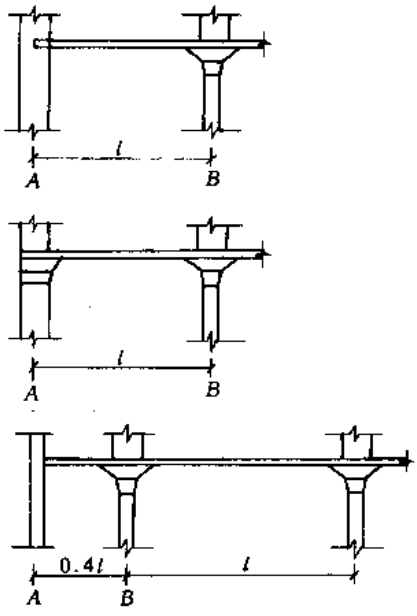


图 14－10　无梁楼盖周边的形式

图中Ⓐ为边轴线；Ⓑ为与边轴相邻的轴线

无梁楼盖适用于多层厂房、仓库、商场等建筑，但当有很大的集中荷载时则不宜采用。

无梁楼盖的板厚不得小于 12cm，一般为 16cm～20cm。

在竖向荷载作用下，无梁楼盖相当于受点支承的平板，根据无梁楼盖板的静力工作特

点，可将楼板在纵向和横向各分为两种板带：柱上板带 1 及跨中板带 2。跨中板带以柱上板带为支托，柱上板带则通过柱帽支承在柱上（图 14－11）。在荷载作用下各板带的弯曲变形和弯矩分布如图 14－12 所示。不论柱上板带或跨中板带，其跨中均产生正弯矩，其支座均产生负弯矩。这种方法实际上是将柱上板带视为跨中板带的支座。

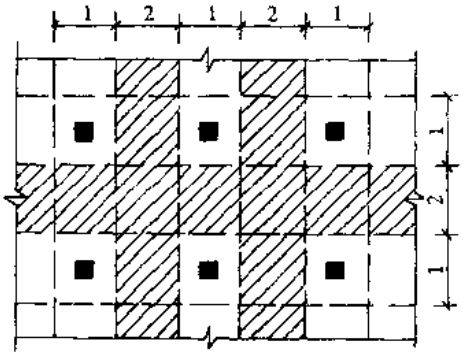


图 14－11　无梁楼盖计算时板带的划分
1—为柱上板带；2—为跨中板带

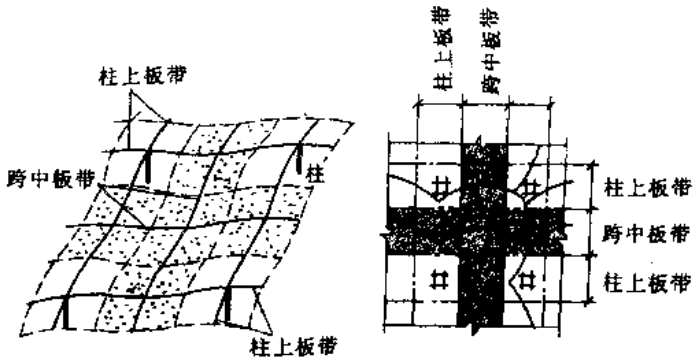


图 14－12　无梁楼盖板带的弯曲变形及其弯矩图形状

柱帽是无梁楼盖的重要组成部分，它扩大了板在柱上的支承面积，避免板被柱冲切破坏（图 14－13a）；它还可以减少板的跨度以减少板的弯矩；由于柱帽的固结作用，楼板和柱的联系增强，从而增加了房屋的刚度。

柱帽的型式和尺寸受板面混凝土抗冲切强度的控制。常用的柱帽型式如图 14－9 和图 14－13 所示。柱帽中的压应力及拉应力均很小，所以钢筋可按构造放置。

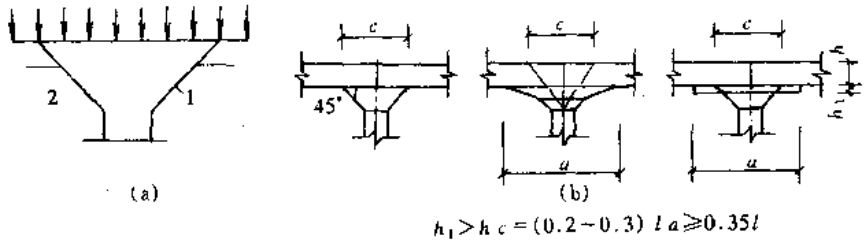


图 14－13　柱帽的形式
(a) 图中 1. 柱帽；2. 冲切破坏面；(b) 图中 l 为柱间距

第六节　装配铺板式楼盖

采用装配式钢筋混凝土结构，有利于房屋建筑标准化，构件生产工厂化，施工机械化；能加快施工进度、节省劳动力、节约模板和降低造价。因为楼盖结构构件的重复性很大，采用装配式结构更具有现实意义。

装配式楼盖结构的设计，应着重解决以下问题，即合理地选择楼盖构件的型式，合理地布置楼盖结构构件，可靠地处理构件之间的联结。

装配式楼盖的型式有铺板式、无梁式及密肋式。铺板式楼盖是最常用的，它由单跨简支预制板铺设在支承梁上或砖墙上而构成。

一、预制板的型式

常用的铺板有平板、空心板、槽形板。民用建筑中多用空心板，可以取得平整的天花，工业建筑中则多用槽形板，它的自重比空心板轻。

1. 平板

平板为矩形实心板，其上下板面平整，制作简单。钢筋混凝土平板的自重很大，且浪费材料，只宜用在小跨度上，通常用作走廊板、楼梯平台板，地沟盖板等。一般板厚为6cm～10cm，跨度在2.40m以内，预应力混凝土平板的厚度可作得小一些，为4cm～6cm。

2. 空心板

空心板具有工形截面受弯构件的优点。与实心平板相比，空心板保留了上下板面平整的优点；在板厚相同的情况下，节省材料，自重小，隔音效果也有所改善；在混凝土用量相同的情况下，空心板有较高的截面，较好的刚性，钢筋用量少。但空心板的制作比实心平板复杂些。

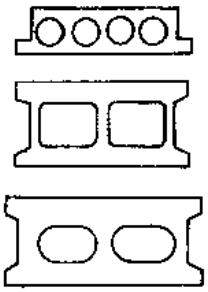


图14－14 空心板

空心板孔洞的形状有圆形、矩形和椭圆形等，见图14－14。其中以圆孔板的制作比较简单，可用无缝钢管作芯管，浇注混凝土后即可抽芯，这种板当前在国内外应用最广泛。

我国大部分省、市均编有空心板的定型图。在现有的图集中，普通钢筋混凝土空心板的规格一般为：当板跨为2 400mm～3 000mm时，板厚为110mm或120mm；当板跨为3 300mm～4 800mm时，板厚180mm。预应力混凝土空心板的规格一般为：当板跨为2 400mm～4 200mm时，板厚为110mm或120mm；板跨4 200mm～6 000mm时，板厚为110mm或120mm；板跨4 200mm～6 000mm时，板厚180mm。板跨的级差为300mm；板宽的规格各地不一，如有的地方采用600mm、900mm及1 200mm，此外为调节铺板在宽度方向的尺寸，有的定型图上还附有宽度较小的调缝板。

在布置楼盖铺板时，如果制作、运输及吊装条件允许，宜优先选用宽度较大的铺板，以减少构件的数量，加速施工进度，经济指标也较好。如果采用一个房间一块的大型铺板，则除了具有上述优点外，还可在吊装前作好地面，减少现场作业，大型板的天棚亦比小型板的平整。

3. 槽形板

槽形板也是常用的一种预制铺板，有正槽形板及反槽形板两种，其横断面为⊓或⊔形。

正槽形板的受力是很合理的，它的上部充分地利用了混凝土的抗压性能，下部扣除了多余的混凝土。槽形板的制作可以采用翻转脱模的方法，因此它和空心板比较，具有自重轻、节省材料、制作简单、造价低廉和便于开孔等优点。但它的截面形状不封闭，不能提供平整的天棚，因而不符合卫生和美观的要求。另外板面很薄，隔音性能很差。正槽板一般用在厨房、卫生间、仓库及厂房等房屋中。

反槽形板的受力性能及经济指标比正槽形板差，但它能提供平整的天棚，所以也用作楼盖及屋盖结构。反槽形板还可与正槽形板组成双层屋盖，在两层槽板间铺以保温层，用作寒冷地区的保暖屋盖。

为了节约材料、提高板的刚度，应尽量采用预应力混凝土槽板。目前我国各地区均编有槽板的定型图，对工业的多层厂房槽形板已有全国通用图。

二、楼盖大梁的型式

装配式楼盖的梁、柱系统有两种做法。

第一种做法是梁和柱均为预制构件，在工厂或工地预先加工好。然后吊装就位，关键是焊接，必须保证将柱、梁焊接牢固，满足设计要求。由于此工作有一定难度，故目前工程实践中并不多见。但当用砖墙承重而不用钢筋混凝土柱时，则楼盖梁都采用预制或现浇的钢筋混凝土制作，两端一般成简支梁般的放置在砖墙或砖柱上。

第二种做法是为现浇的整体式梁、柱系统，拆模板后即可将预制板构件安装定位。这种施工形式目前使用的最多。至于梁、柱系统的计算，一般均可按本书前面有关章节的内容给以解决。

梁的形式有矩形、工形、T形、倒T型、十字形及花篮形等，如图14－15。矩形截面梁的外形简单，施工方便，应用广泛。当梁高较大时，为了不致过多地影响房屋净空，可采用十字形梁或花篮梁。楼盖梁还可做成叠合式的，即梁的一部分先行预制，在楼盖吊装就位后，再对梁的上部在现场浇灌混凝土（图14－16）。这种做法，由于梁的现浇部分与其他构件有较好的连接，因而增强了楼盖的整体性，故其楼盖叫作装配整体式楼盖。但施工工序增多。

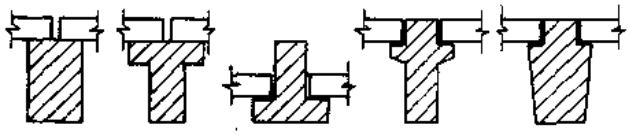


图14－15　装配式楼盖中梁的形状

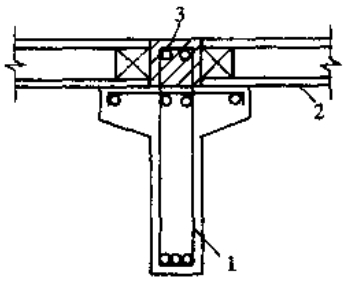


图14－16　装配式楼盖中花篮梁的后浇层
1—花篮梁；2—空心板；3—后浇混凝土层

三、铺板式楼盖结构中板的布置

由于装配式楼盖设计中的梁、柱一般都为现浇，按框架分析，故其板的设计的关键是铺板方案。

铺板式楼盖结构就其铺板的铺设方向，有沿房屋纵向布置，横向布置，或纵、横向混合布置。其布置方案的确定必须根据墙体结构和柱网的布置，并结合楼盖构件的选型综合考虑。

现以某试验室工程的装配式楼盖为例，简要地说明铺板式楼盖结构方案的选择。

图14－17为该试验室标准单元

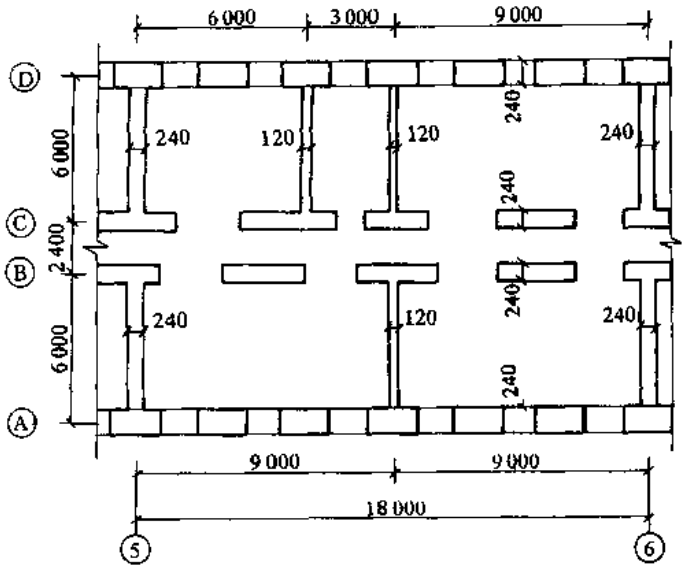


图14－17　某试验室平面局部

平面图。墙体结构采用纵墙承重方案。承重墙为红砖砌体，外墙厚370mm，内墙厚240mm，隔墙为焦渣砌体（容重14 000N/m³），厚度120mm。楼面活荷载为2 000N/m²，楼层高度为4 200mm。

楼盖布置考虑了二个方案。

第一方案　楼板横向布置，见图14－18（a）。

共用了三种规格的板，即YKB－4，YKB－5和YKB－6。YKB－4型板长2 400mm，YKB－5型板长3 000mm，YKB－6板也是长3 000mm。板长的选择是这样的原则：使板两端支在梁或墙上不小于100mm即可。板宽则需要根据所覆盖的面积宽度酌情安排，如一种规格宽度的板不能正好合适，则可以布置两种规格宽度的板来使总的板宽之和正好能排满所需的尺度。

考虑到120厚隔墙自重较大及房屋的进深大，所选空心板不能承受隔墙荷载，因此在120墙下另设预制隔墙梁，以承受隔墙荷载，图中的隔墙梁未标出。

第二方案　楼板沿纵、横方向混合布置（以纵向布置为主），其布置见图14－18（b），其中进深梁为沿房屋进深方向的预制梁，采用普通钢筋混凝土空心板。

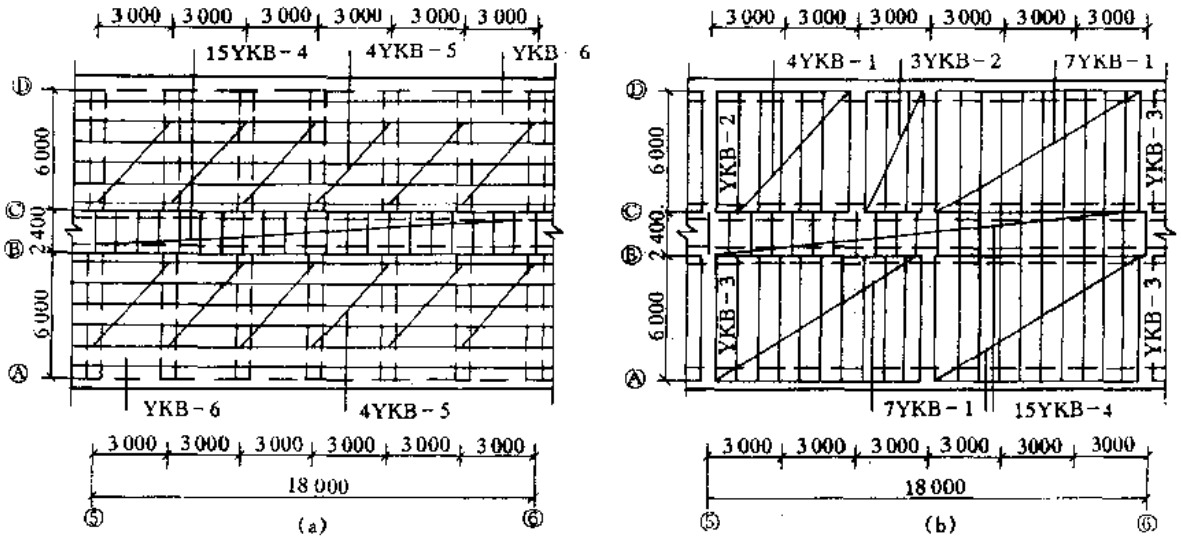


图14－18　某试验室的铺板方案

（a）为第一方案；（b）为第二方案

此种方案共用了四种规格的板，即YKB－1、YKB－2、YKB－3和YKB－4。布板原则与第一方案相同。

考虑到房屋的使用要求，楼盖应有平整的天棚和具有一定的隔音性能，因此在上述方案中，楼板一律采用空心板。

四、铺板布置中的几个问题

1. 铺板的标志尺寸与实际尺寸

铺板的标志尺寸是根据建筑平面尺寸按模数关系而定下的名义尺寸。考虑到构件在制作时可能发生的正公差，如果铺板的实际尺寸采用标志尺寸，则在按建筑平面安装铺板时，有可能铺放不下，因此板的设计尺寸应比标志尺寸小一些，这个尺寸叫作实际尺寸（图14－19）。一

般预制板的实际宽度比标志宽度小 5mm～10mm，实际长度比标志长度小 10mm～20mm。

2．板间缝的处理

房屋平面各轴线间的尺寸一般是符合模数的，但房屋的墙体间的平面净尺寸往往是不符合模数的，也不一定是板宽的整倍数，因此在布置铺板时，最后可能留下较大的板缝或构成铺板排列不下的现象。为此，除采用不同宽度的板搭配外，还可采用其他措施加以解决，如：

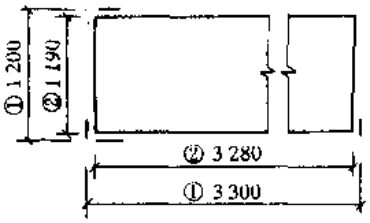


图 14－19　预制铺板的标志尺寸与实际尺寸

①为标注尺寸；②为板的实际尺寸

（1）采用调缝板　这种板是专为调节板缝而用的窄板。如某定型图中，其标准板的宽度有 600mm、900mm 及 1 200mm 三种尺寸，为了调节板缝，增设宽度为 400mm 的调缝板。

（2）扩大板缝　预制板的标志宽度与构造宽度之差值即为设计的板缝宽度，一般为 5mm～10mm；为调节板间缝，必要时可将板缝宽度扩大至 20mm～30mm。板缝过宽时则需考虑配筋。

（3）挑砖或压墙　当排板剩下的板间缝较大时，可用挑砖的办法来解决，但挑砖不得大于 120mm，见图 14－20（a）。这种作法的坚固性和耐久性都较差，只适用在一般混合结构。当排板尺寸稍大于房屋净尺寸时，可将板的一部分嵌入墙内，但板下应注意用灰浆填实，一般不宜这样作。

（4）局部现浇　当板间缝较大时，可采用现浇钢筋混凝土板填缝，其模板可吊在相邻的已安装就位的铺板上，图 14－20（b）。

3．楼板穿管的处理

立管的处理：厨房和卫生间的上、下水道在穿越楼板时，如立管的直径较小，位置又比较分散，则可在板上凿洞穿管，凿洞时不得伤板肋；如立管直径较大或位置比较集中，则宜采用槽形板，或局部采用现浇楼板。

水平管的处理：当有照明、动力管道在楼盖水平内敷设而又要求不外露时，可将管道敷设在预制板间留出的缝隙中，如图 14－20（b），或降低楼板的标高将管道埋设在较厚的后浇面层中，（图 14－20c）。

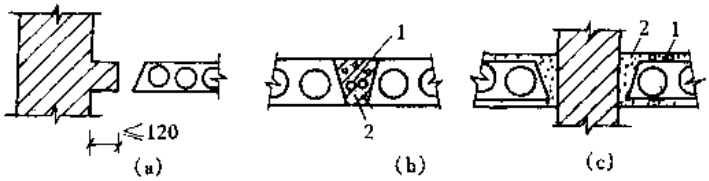


图 14－20　板缝的处理和利用

1—水平管道；2—后浇的混凝土

4．隔墙的处理

当楼盖结构上有非承重的轻质隔墙或半砖厚隔墙时，应根据其荷载的大小，通过强度及刚度的验算作局部的处理。当荷载较小或板跨不大时，可将隔墙直接搁在楼板上，并在垂直于板跨方向的普通半砖隔墙下加设构造钢筋（图 14－21）；当荷载较大或板跨较大时，可在隔墙下设承墙梁或采取其它的有效措施。承墙梁多为预制的（图 14－22），也可作成整浇梁或整浇板带。图 14－22 中的隔墙就是支承在预制承墙梁上的。

楼盖布置中还有很多问题需要解决，如阳台或檐头的固定，烟囱及其他垂直管道的通过

等，在此不能一一述及，设计时可参阅有关资料。

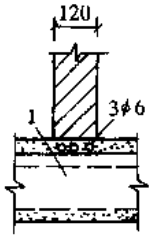


图 14－21 半砖隔墙下板上的构造钢筋
1—为预制空心板



图 14－22 承墙梁

第七节 现浇交梁楼盖的设计及举例

一、等跨连续板、等跨连续梁在均布荷载作用下的内力调整规律

在第八、九章，分别介绍了超静定结构的内力计算方法和近似计算方法。这些方法的计算结果用于钢筋混凝土构件的强度设计时，通常认为该构件处于弹性工作状态。就是说，在构件的受拉区不出现任何细小的裂缝。但是第十章、十一章、十二章进行有关钢筋混凝土板、梁、柱的强度设计时发现，这些计算都是基于板、梁或柱的受拉区混凝土处于不能承担任何拉力的所谓已经开裂的状态（当然这些裂缝与用肉眼观察的宏观裂缝概念并不一定完全吻合）。

以上说明了内力分析和钢筋混凝土强度设计的条件不完全一致。理论分析表明，对于超静定的钢筋混凝土结构，比如连续梁、板来说，当按强度设计的条件，即受拉区混凝土处于开裂状态时，梁或板的实际内力已经与用第八章所计算出来的理论内力有所调整，这种自身调整后的内力以一种更为规则的状态出现。根据这一事实，对工程中常用的均布荷载作用下的等跨板、次梁的最不利的弯矩、剪力图做了适当的调整后，给出了控制截面弯矩、剪力的计算公式如下：

$$M = \alpha \cdot (g + q) \cdot l^2 \qquad (14-1)$$

$$V = \beta \cdot (g + q) \cdot l_0 \qquad (14-2)$$

式中 α——弯矩系数，按图 14－23 取值；

β——剪力系数，按图 14－24 取值。

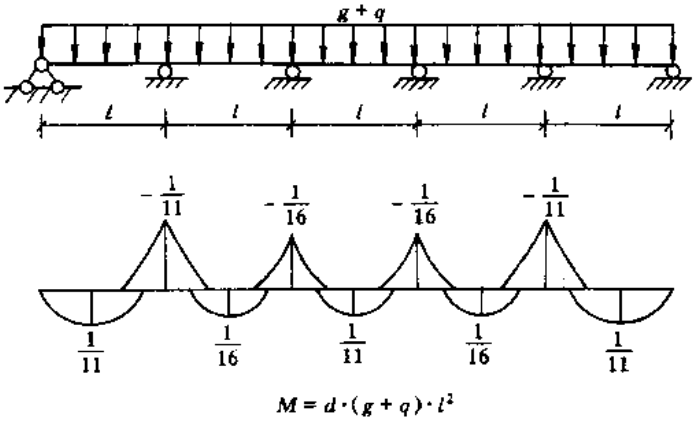


图 14－23 多跨连续梁、板在均布荷载下的弯矩系数
g—均布永久荷载；q—均布可变荷载

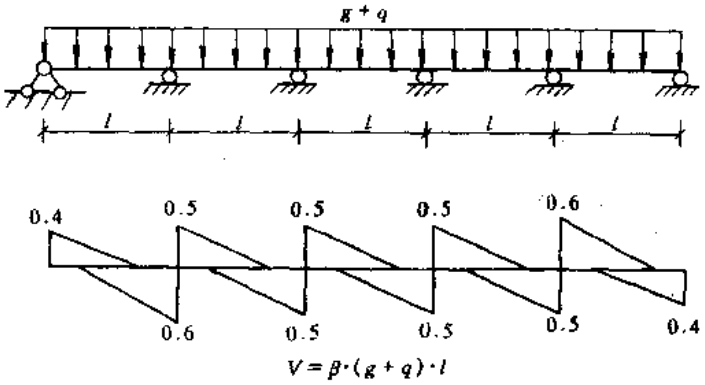


图 14－24　多跨连续梁、板在均布荷载下的剪力系数

g—均布永久荷载；q—均布可变荷载

所谓控制截面的含义是这样的：

（1）支座处出现的负弯矩（即梁上部受拉）作为控制各支座的正截面强度设计依据；

（2）各跨的梁截面下部可能出现的正弯矩（即梁的下部受拉）作为控制各跨中点的正截面强度设计依据；

（3）各支座附近两侧作为剪力可能出现的最不利处，故用它作为斜截面强度设计的依据。

当选择控制截面的内力对梁进行了强度设计后，梁在全长上都将是安全的。

关于图 14－23、图 14－24 的内力系数使用，有如下注意事项：

（1）荷载是均布的，而且是永久荷载与可变荷载之和。当集中力分布比较均匀，比如各跨范围内均匀作用有相同的集中力二个以上，此时可考虑将集中力转换为均布力。方法见本书第十二章。

（2）跨度取值，本书一律取为各跨支座的轴线距离，目的是为了便于记忆。事实上关于计算跨度有专门的规定。当然两者有一定的误差，因误差在±5%以内。作为近似设计是允许的。

（3）计算跨度相差不超过 10% 的不等跨板和次梁，也可近似按上述等跨连续梁板内力计算公式计算其弯矩、剪力，只是在计算支座负弯矩时，计算跨度 l 应按左右两跨中的较大跨度取用。而在计算跨中弯矩和各支座剪力时，仍应按本跨的计算跨度和净跨度计算。

（4）主梁为楼盖中最重要的支承构件，使用中一般不允许出现裂缝，因此，主梁的设计内力不用上述方法分析，仍然用第八章的弯矩分配法或查表法进行。

读者应注意到图 14－23 和图 14－24 中的内力调整时，其荷载是将永久荷载和可变荷载的设计值加在一起来计算内力的；这与第八章查表法求最不利内力时，可变荷载按所谓的最不利位置作用有很明显的区别。

按照图 14－23、图 14－24 设计计算连续板和连续次梁的特点是：

（1）计算简便；

（2）可以使配筋更加规则化，同时使配筋量有一定程度的减低；

（3）要注意此法不适应于主梁或不允许出现裂缝的构件。比如在化工厂等有腐蚀性的车间就不宜出现裂缝；此外湿度大的房屋也不宜用，比如浴室等。

二、截面计算的一些有关因素

单向板交梁楼盖在进行结构截面设计时应考虑如下各点：

(1) 多跨连续板在外载作用下将于板跨中部下表面和支座附近上表面形成一系列裂缝，使受拉区混凝土退出工作。如果我们就会发现受压混凝土沿板跨方向为一拱形分布，实际上形成了一个拱（图14－25），它将使作用于板上的一部分荷载通过这一拱作用直接传给次梁，为了考虑这一有利作用，有人建议对于周边与梁整体连接的多跨连续板的中间跨中和中间支座，其计算弯矩可降低20%。但对于边跨跨中和第一内支座，由于边梁侧向刚度不大，难以提供足够的反推力，故为安全起见计算弯矩不予降低。但本书建议一律不作调整和降低。

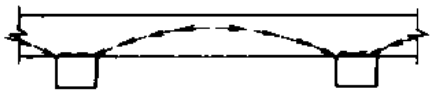


图14－25 多跨连续板的内拱作用

(2) 板的宽度较大而外载相对较小，一般仅混凝土就足以负担剪力，故斜截面抗剪强度一般无须验算，也不必配置抗剪钢筋。但对荷载极大的情况，如人防工程中的地下室顶板则属例外。

(3) 在进行梁的截面强度计算时，梁在跨中截面由于梁处于负弯矩区而一般为正弯矩区，故应按T形截面计算，翼缘宽度按第十一章表11－4确定；支座截面则应按矩形截面计算。

(4) 在进行梁支座截面的强度计算时，次梁与主梁受拉钢筋的保护层厚度 a 值，应考虑钢筋的实际位置（通常次梁负弯矩钢筋放在主梁负弯矩钢筋之上）确定，如图14－26所示，次梁受拉钢筋的 a，当为一排筋时 $a=35\text{mm}$，两排筋时 $a=60\text{mm}$；主梁受拉钢筋的 a，当为一排筋时 $a=50\text{mm}\sim60\text{mm}$，两排筋时 $a=70\text{mm}\sim80\text{mm}$。

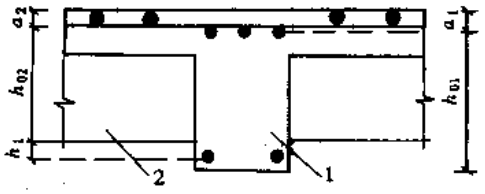


图14－26 支座截面次梁与主梁的 a 值

1—主梁；2—次梁；a_1、h_{01}—用于主梁；a_2、h_{02}—用于次梁

(5) 在次梁与主梁的交接处，由于次梁在负弯矩作用下将于主梁侧面的上部开裂，因而次梁上的全部荷载只能通过受压区混凝土以剪力的形式传给主梁，故该力将作用于主梁高度的中、下部，有可能使主梁下部混凝土产生八字形裂缝。为使次梁荷载可靠地传给主梁，应设置吊筋或附加箍筋使次梁传来的力传至主梁截面上部的受压区。附加箍筋数量可按下式计算：

$$F \leqslant m \cdot n \cdot A_{sv1} \cdot f_y \tag{14-3}$$

式中 F——两侧次梁传给主梁的集中荷载，N；

m——在宽度 $s=3b+2h_1$ 范围内的附加箍筋总数，b 为次梁宽；h_1 含义见图14－26；

n——同一截面内附加箍筋的肢数；

A_{sv1}——附加箍筋的单肢截面积，mm^2；

f_y——附加箍筋的抗拉设计强度，由表11－2 (a) 查出。

计算出的附加钢筋应排列在 s 范围内，s 可近似取4倍到5倍次梁宽度，一般从次梁横截面中心线两侧平分排列于主梁上。

三、举例

为了对楼盖结构的设计有一个全面了解，下面举一例说明。它实际上包括了钢筋混凝土梁和板的几乎全部设计内容。

为了进行比较，对板和次梁按弹性阶段和内力调整阶段这两种情况算出，但主梁由于一般不允许有裂缝，故仅按弹性阶段设计。另外，为了方便起见，所有的计算跨度均按支座中距计算，其所引起的误差约在±5%以内。用于正式工程设计时可适当予以调整即可。

例 14－1

设计资料

(1) 某车间，楼面标准使用可变荷载为 8.0kN/m²。

(2) 楼面面层为 20mm 厚水泥砂浆抹面，梁板的天花抹灰为 15mm 厚混合砂浆。

(3) 材料选用：

混凝土　采用 C20（$f_c=10\text{N/mm}^2$，$f_{cm}=11\text{N/mm}^2$）。

钢　筋　梁中受力纵筋采用Ⅱ级钢筋（$f_y=310\text{N/mm}^2$），其它钢筋一律采用Ⅰ级钢筋（$f_y=210\text{N/mm}^2$）。

(4) 楼面梁格布置如图 14－27 所示（楼梯间在此平面之外）。

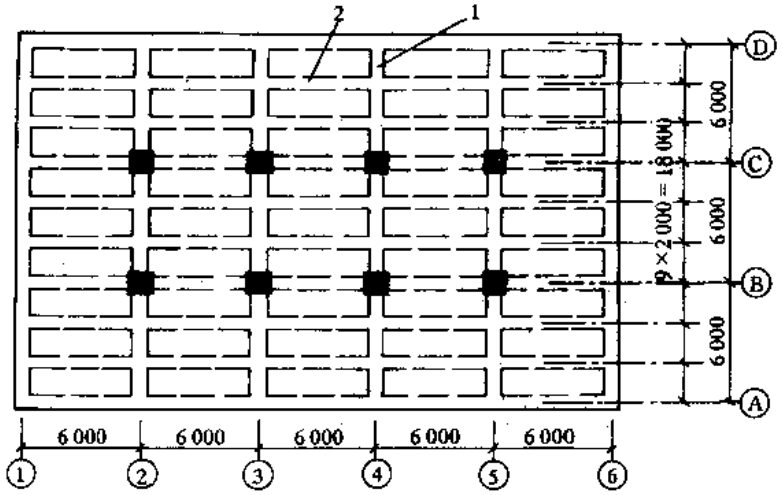


图 14－27　结构平面图

1—主梁；2—次梁

解

(一) 按弹性方案设计

1. 板的截面和配筋计算

板厚按不验算刚度条件取 $\frac{l}{30}\approx\frac{2\,000}{30}=67\text{mm}$，此值小于工业房屋楼面最小厚度 80mm 的构造规定。故取板厚 $h=80\text{mm}$。取次梁截面高 $h=\frac{l}{13}=\frac{6\,000}{13}=461$，取 $h=450$，截面宽 $b=200\text{mm}$。

板的几何尺寸和计算简图如图 14－28 所示。

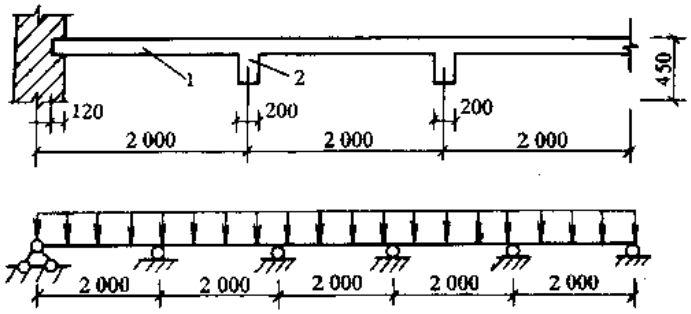


图 14－28　板的计算简图

1—板；2—次梁

(1) 荷载：

永久荷载

板自重　　$1.2\times0.08\times25=2.4\text{kN/m}^2$（1.2 为永久荷载分项系数）

面层　　$1.2\times0.02\times20=0.48\text{kN/m}^2$

天花抹灰　　$1.2\times0.015\times17=0.31\text{kN/m}^2$

永久荷载小计　　$g_{永久}=3.19\text{kN/m}^2$

可变荷载　　$q_{可变}=1.3\times80=10.4\text{kN/m}^2$（1.3 为可变荷载分项系数）

(2) 内力计算：

取 1m 宽板带作计算单元，为简化起见，各跨的计算跨度均取 2 000mm；按等跨连续梁查表 8－2 计算弯矩。由第十一章知，板的抗剪能力足够，不必核算。同时由第十一章例题知道，实心平板由于满足不需作抗剪切破坏验算的条件，因此，仅计算其弯矩。由于板的跨数为 9 跨，大于 5 跨，所以可以按 5 跨连续板计算其内力。

所谓 5 跨，即在板两尽端各取相邻两跨，其余各跨，按中间跨考虑。图 14－29 是取 5 跨梁的示意图。

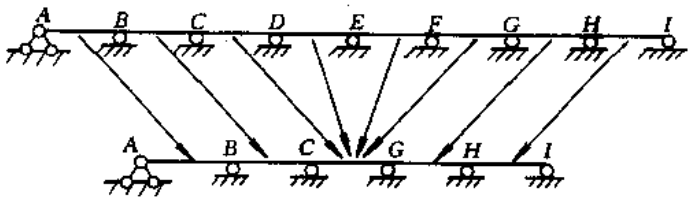


图 14－29　连续梁、板多于 5 跨时按 5 跨计算

板的弯矩计算，配筋计算见表 14－1。

表 14－1　按弹性阶段计算板的弯矩和配筋（内力系数由表 8－2 查取）

截　　面	*AB* 跨中 *IJ* 跨中	*B* 支座 *I* 支座	*BC* 跨中 *HI* 跨中	*C* 支座 *H* 支座	*CH* 跨中
在 $g_{永久}$ 作用下的 M（kN·m）	$0.078\times3.19\times2^2$ $=0.995$	$-0.105\times3.19\times2^2$ $=1.34$	$0.034\times3.19\times2^2$ $=0.434$	$-0.079\times3.19\times2^2$ $=1.00$	$0.046\times3.19\times2^2$ $=0.587$
在 $q_{可变}$ 作用下的 M（kN·m）	$0.100\times10.4\times2^2$ $=4.16$	$-0.116\times10.4\times2^2$ $=-4.83$	$0.079\times10.4\times2^2$ $=3.290$	$-0.107\times10.40\times2^2$ $=-4.45$	$0.086\times10.4\times2^2$ $=3.58$
最大 M（kN·m）	$0.995+4.16$ $=5.155$ （下部受拉）	$1.34+4.83$ $=-6.17$ （上部受拉）	$0.434+3.29$ $=3.724$ （下部受拉）	$1.00+4.45$ $=-5.45$ （上部受拉）	$0.587+3.58$ $=4.165$ （下部受拉）
按弯矩 M 配筋的方程	方程：$\begin{cases} f_{cm}\cdot b\cdot x=f_y\cdot A_s & \dfrac{x}{h_0}\leqslant\xi_b \\ M=f_{cm}\cdot bx\cdot\left(h_0-\dfrac{x}{2}\right) \end{cases}$				
$x=h_0\pm\sqrt{h_0^2-\dfrac{2M}{f_{cm}\cdot b}}$	$65\pm57=\begin{cases}122\text{ 舍去}\\8\end{cases}$	$65\pm55=\begin{cases}130\text{ 舍去}\\10\end{cases}$	$65\pm59=\begin{cases}124\text{ 舍去}\\6\end{cases}$	$65\pm56=\begin{cases}121\text{ 舍去}\\9\end{cases}$	$65\pm59=\begin{cases}124\text{ 舍去}\\6\end{cases}$

（续）

截　　面	AB 跨中 1/J 跨中	B 支座 I 支座	BC 跨中 HI 跨中	C 支座 H 支座	CH 跨中
$A_s=\frac{f_{cm}\cdot b\cdot x}{f_y}$ (mm^2)	419	523	314	471	314
由表 11－2(c)选板筋	ϕ8@120 实际 $A_s=419$	ϕ8/ϕ10@120 间放 实 $A_s=537$	ϕ8@160 实 $A_s=314$	ϕ8/ϕ10@130 间放 实 $A_s=495$	ϕ8@150 实 $A_s=335$

板的实际配筋图见图 14－30。

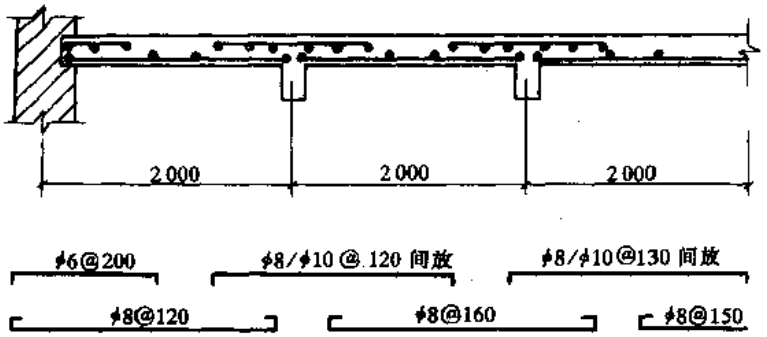


图 14－30　板配筋图及板筋的详图

2．次梁的截面和配筋计算

首先取次梁的梁高 $h=450$mm，梁宽 $b=200$mm。

次梁截面几何尺寸与支承情况见图 14－31。

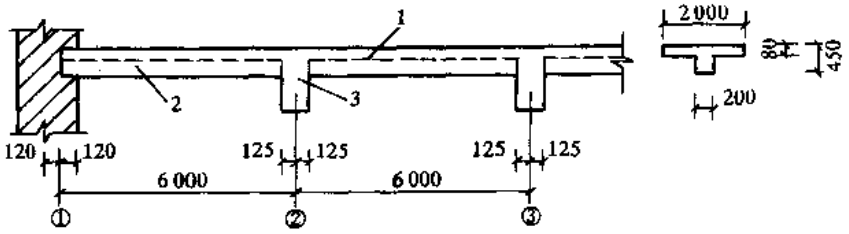


图 14－31　次梁的简图

1—板；2—次梁；3—主梁

（1）荷载：

永久荷载

由板传来　　$3.19\times2=6.38$kN/m

次梁自重　　$1.2\times25\times0.2\times(0.45-0.08)=2.22$kN/m

梁侧抹灰　　$1.2\times17\times(0.45-0.08)\times2\times0.015=0.23$kN/m

永久荷载小计　　$g_{永久}=8.83$kN/m

可变荷载　　$q_{可变}=1.3\times8.0\times2=20.80$kN/m

（2）内力计算：

内力计算按表 8－2 和表 8－3 进行，计算跨度均取 6 000mm（图 14－32），按等跨连续梁计算。

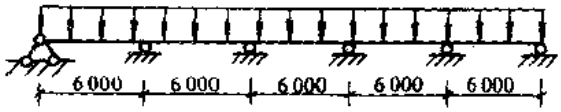


图 14－32 次梁的计算简图

次梁的内力计算见表 14－2。

表 14－2 按弹性阶段计算次梁的弯矩（弯矩系数由表 8－2 查出）

截面	①—② ⑤—⑥跨中	② ⑤支座	②—③ ⑤—④跨中	③ ④支座	③—④跨中
$g_{永久}$作用下的 M (kN·m)	$0.078\times8.83\times6^2$ $=24.8$	$0.105\times8.83\times6^2$ $=33.4$	$0.034\times8.83\times6^2$ $=10.8$	$0.079\times8.83\times6^2$ $=25.1$	$0.046\times8.83\times6^2$ $=14.6$
$q_{可变}$作用下的 M (kN·m)	$0.100\times20.8\times6^2$ $=74.9$	$0.116\times20.8\times6^2$ $=86.9$	$0.079\times20.8\times6^2$ $=59.2$	$0.107\times20.8\times6^2$ $=80.1$	$0.086\times20.8\times6^2$ $=64.4$
最大 M (kN·m)	99.7 (下部受拉)	120.3 (上部受拉)	70 (下部受拉)	105.2 (上部受拉)	79 (下部受拉)

续表 按弹性阶段计算次梁的剪力（剪力系数由表 8－3 查出）

截面	边支座	②轴左 ⑤轴右	②轴右 ⑤轴左	其余支座
在永久荷载作用下的 V (kN)	$0.4\times8.83\times6$ $=21.2$	$0.61\times8.83\times6$ $=32.3$	$0.53\times8.83\times6$ $=28.1$	$0.5\times8.83\times6$ $=26.5$
在可变荷载作用下的 V (kN)	$0.45\times20.8\times6$ $=56.16$	$0.62\times20.8\times6$ $=77.3$	$0.6\times20.8\times6$ $=75$	$0.59\times20.8\times6$ $=73.6$
最大剪力 (kN)	77.36	109.6	103.1	100.1

表 14－3 次梁正截面强度计算

截面	①—② ⑤—⑥跨中(按 T 形)	② ⑤支座(按矩形)	②—③ ⑤—④跨中(T 形)	③ ④支座(矩形)	③—④跨中 (T 形)
按 M 配筋的方程	$f_{cm}\cdot b_f'\cdot x=f_y\cdot A_s$ (A) $M=f_{cm}\cdot b_f'\cdot x\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right)$ (B) $\frac{x}{h_0}\leqslant\xi_b$ (C)	将左面式中的 b_f' 改为 b，其余相同	同<①—② ⑤—⑥跨中	同<② ⑤支座	同<①—② ⑤—⑥跨中
解法	1. 由式(B)解出 x 2. 由式(C)检验(x) 3. 将 x 代入(A)求出 A_s	将左面解法中的 b_f' 改为 b，其余相同	同①—②跨中	同<② ⑤支座	同①—②跨中
x (mm)	$415-404=11$	$415-250=165$	$415-407=8$	$415-276=139$	$415-406=9$

（续）

截　面	①—② ⑤—⑥跨中（按T形）	② ⑤支座（按矩形）	②—③ ⑤—④跨中（T形）	③ ④支座（矩形）	③—④跨中 （T形）
A_s（mm²）	780	1 171	567	986	638
由表11·2（b）选次梁钢筋	2 ⌀ 20+1 ⌀ 16 A_s=829	2 ⌀ 22+1 ⌀ 24 A_s=1 212	3 ⌀ 16 A_s=603	2 ⌀ 22+1 ⌀ 18 A_s=1 014	3 ⌀ 18 A_s=763

（3）正截面强度计算

次梁跨中截面按T形截面进行强度计算，其翼缘宽度由表11－4取下面二者中之小者：

$$b_f' = \frac{l}{3} = \frac{6.00}{3} = 2.00\text{m}$$

$$b_f' = b + s_n = 0.2 + 1.80 = 2.0\text{m}$$

故取 $b_f' = 2.00\text{m}$。

判别各跨中截面属于哪一类T形截面，取 $h_0 = 450 - 35 = 415\text{mm}$，则

$$f_{cm} \cdot b_f' \cdot h_f' \cdot \left(h_0 - \frac{h_f'}{2}\right) = 2\,000 \times 80 \times 11 \times \left(415 - \frac{80}{2}\right)$$

$$= 660\,000\,000\text{N} \cdot \text{mm}$$

$$= 660\text{kN} \cdot \text{m} > 99.7\text{kN} \cdot \text{m}$$

故各跨跨中截面均属于第一类T形截面。

支座截面按矩形截面计算，按一排筋考虑，取 $h_0 = 450 - 35 = 415\text{mm}$。

次梁正截面强度计算见表14－3，斜截面强度计算见表14－4。

表14－4　次梁斜截面强度计算（均按矩形截面）

截　面	边支座	第一内支座（左）	第一内支座（右）	中间支座
V（N）	77 360	109 600	103 100	100 100
$0.25bh_0f_c$（N）	$0.25\times200\times415\times10$ ≈207 500＞V	$0.25\times200\times415\times10$ =207 500＞V	207 500＞V	207 500＞V
$0.07bh_0f_c$	$0.07\times200\times415\times10$ =58 100＜V	$0.07\times200\times415\times10$ =58 100＜V	58 100＜V	58 100＜V
箍筋肢数、直径	2⌀6	2⌀6	2⌀6	2⌀6
$A_{sv}=n\cdot A_{sv1}$（mm²）	2×28.3=56.6	56.6	56.6	56.6
$s=\dfrac{1.5f_y\cdot A_{sv}\cdot h_0}{V-0.07bh_0\cdot f_c}$（mm）	$\dfrac{1.5\times210\times56.6\times415}{77\,360-58\,100}$ =384	$\dfrac{1.5\times210\times56.6\times415}{109\,600-58\,100}$ =144	$\dfrac{1.5\times210\times56.6\times415}{103\,100-58\,100}$ =164	$\dfrac{1.5\times210\times56.6\times415}{100\,100-58\,100}$ =176
实配箍筋间距 s（mm）	100	100	120	125

次梁配筋示意图见图14－33，实际配筋施工图见图14－34。

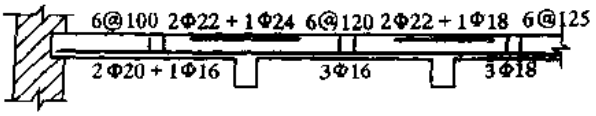


图14－33　次梁的配筋示意图

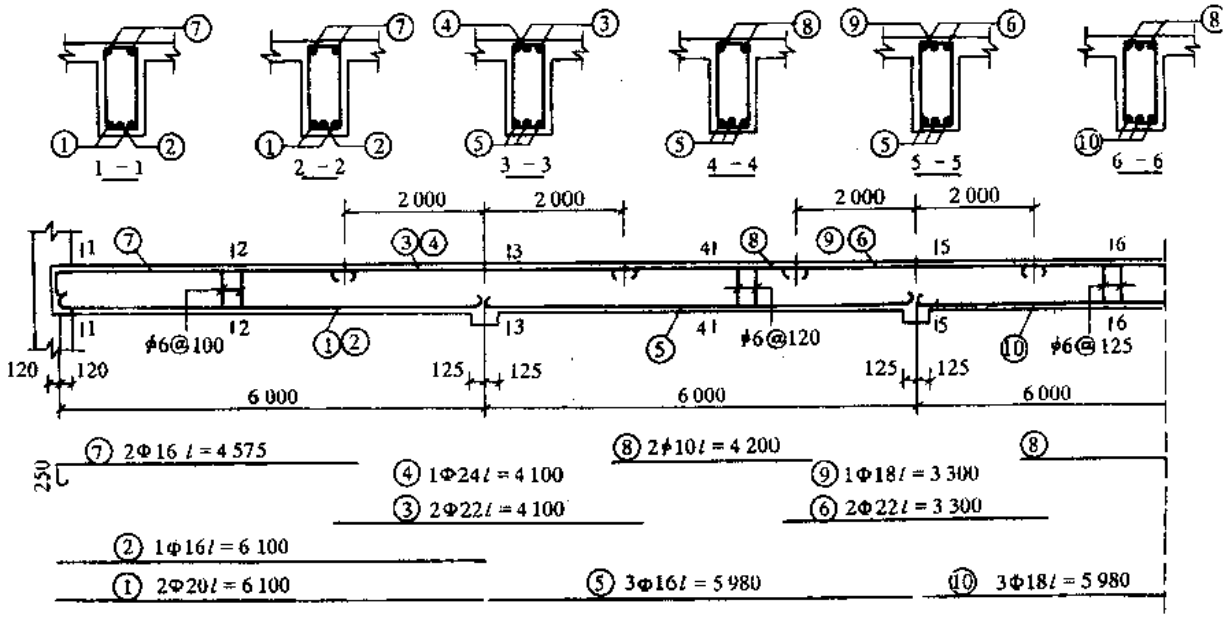


图 14－34 次梁的配筋施工图

3. 主梁的截面和配筋计算

按表 8－2 计算弯矩和表 8－3 计算剪力，主梁截面尺寸 $h=\frac{l}{9}=\frac{6\,000}{9}=666\text{mm}$，取 $h=650\text{mm}$，$b=250\text{mm}$。

设柱截面尺寸为 300mm×300mm。主梁的截面几何尺寸与支承情况如图 14－35。

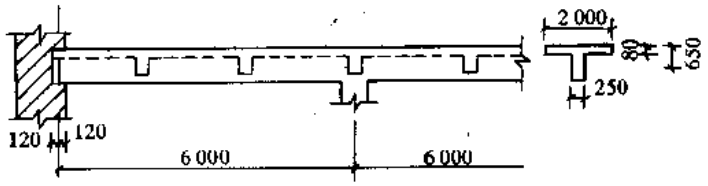


图 14－35 主梁简图

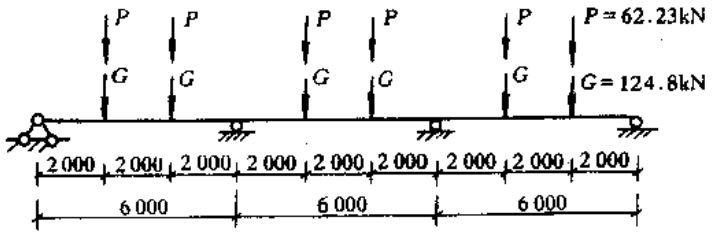


图 14－36 主梁的计算简图

(1) 荷载：

永久荷载

由次梁传来 $8.83\times6=52.98\text{kN}$

主梁自重（折算为集中荷载） $1.2\times0.25\times(0.65-0.08)\times2.0\times25=8.55\text{kN}$

（式中 2.0 为折算为集中荷载的主梁长度）

梁侧抹灰（折算为集中荷载） $1.2\times2\times(0.65-0.08)\times2\times0.015\times17=0.70\text{kN}$

永久荷载小计　　$P_{永久}=62.23\text{kN}$

可变荷载　　$g_{可变}=20.8\times6=124.8\text{kN}$

(2) 内力计算：

计算简图如图 14－36，内力分析见表 14－5。配筋图见图 14－37。

表 14－5　按弹性阶段计算主梁的弯矩 M（由表 8－2 查出）

截　　面	Ⓐ—Ⓑ跨中 Ⓓ—Ⓒ跨中	Ⓑ支座 Ⓒ支座	Ⓑ—Ⓒ跨中
在 $P_{永久}$ 荷载作用下的 M（kN·m）	$0.122\times62.23\times2\times6.00=91.4$	$0.134\times62.23\times2\times6.00=100.4$	$0.033\times62.23\times2\times6.0=24.7$
在 $g_{可变}$ 荷载作用下的 M（kN·m）	$0.144\times124.8\times2\times6.00=215.6$	$0.156\times124.8\times2\times6.00=234$	$0.100\times124.8\times2\times6.0=150$
最大 M（kN·m）	307	334.4	175.0

续表 14－5　按弹性阶段计算主梁的剪力 V（由表 8－3 查出）

截　　面	边　支　座	Ⓑ轴左 Ⓒ轴右	Ⓑ轴右 Ⓒ轴左
在永久荷载作用下的 V（kN）	$0.37\times62.23\times2=46$	$0.64\times62.23\times2=79.7$	$0.5\times62.23\times2=62.23$
在可变荷载作用下的 V（kN）	$0.44\times124.8\times2=110$	$0.66\times124.8\times2=164.7$	$0.61\times124.8\times2=152.3$
最大的 V（kN）	156	244.4	214.53

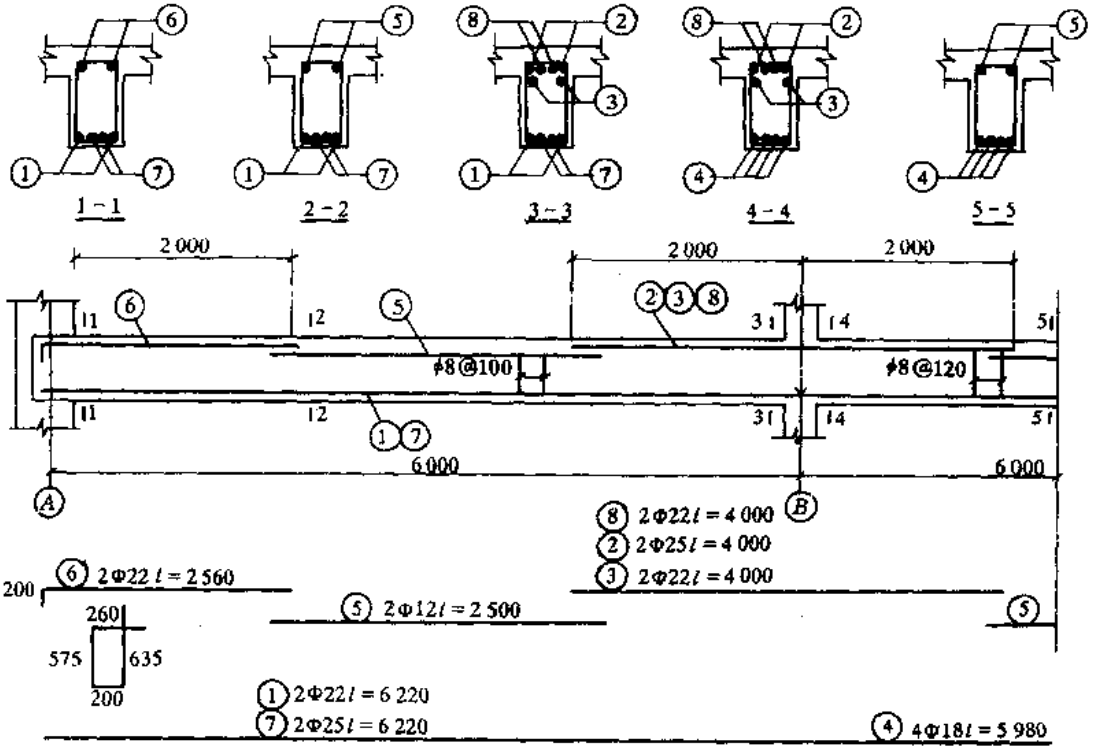


图 14－37　主梁的配筋施工图

（3）截面强度计算：

主梁跨中截面按T形截面计算，其翼缘宽度由表11－4取下列二值中小者：

$$b_f' = \frac{l}{3} = \frac{6.0}{3} = 2.0\text{m}$$

$$b_f' = b + s_n = 6.0\text{m}$$

故取 $b_f' = 2\,000\text{mm}$，并取 $h_0 = 650 - 35 = 615\text{mm}$。

判别T形截面类别：

$$f_{cm} \cdot b_f' \cdot h_f' \cdot \left(h_0 - \frac{h_f'}{2}\right) = 2\,000 \times 80 \times 11 \times \left(615 - \frac{80}{2}\right) = 101.2 \times 10^6\text{N}\cdot\text{mm}$$

$$= 101.2\text{kN}\cdot\text{m} > M = 307.8\text{kN}\cdot\text{m}$$

故各跨中截面均属于第一类T形截面。

主梁支座截面按矩形截面计算，取 $h_0 = 650 - 70 = 580\text{mm}$（因支座弯矩较大考虑布置两排筋，并布置在次梁主筋下面）。

表14－6 主梁按 M 进行正截面强度计算

截面	Ⓐ—Ⓑ Ⓓ—Ⓒ跨中（按T形）	Ⓑ Ⓒ支座（按矩形）	Ⓑ—Ⓒ跨中（按T形）
方程	$f_{cm} \cdot b_f' \cdot x = f_y \cdot A_s$ （A） $M = f_{cm} \cdot b_f' \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2}\right)$ （B） $\frac{x}{h_0} \leqslant \xi_b$ （C）	将左边式中的 b_f' 改为 b，其余相同	同Ⓐ—Ⓑ Ⓓ—Ⓒ跨中
解法	1. 由（B）解出 x 2. 用（C）检验 x 3. 将 x 代入（A）求出 A_s	同左	同左
x（mm）	$615 \pm 591 = \begin{cases} 1\,206\text{（舍去）} \\ 24 \end{cases}$	$580 \pm 305 = \begin{cases} 885\text{（舍去）} \\ 275 \end{cases}$	$615 \pm 601 = \begin{cases} 1\,216\text{（舍去）} \\ 14 \end{cases}$
A_s（mm^2）	1 703	2 439.5	994
由表11－2（b）选主梁纵向钢筋	2 ⌀ 22＋2 ⌀ 25 实 $A_s = 1\,742$	2 ⌀ 22＋2 ⌀ 25＋2 ⌀ 22 实 $A_s = 2\,502$	4 ⌀ 18 实 $A_s = 1\,017$

表14－7 主梁按 V 进行斜截面强度计算

截面	边支座（按矩形）	支座 B（左）（按矩形）	支座 B（右）（按矩形）
V（N）	156 000	244 400	214 550
$0.25bh_0f_c$（N）	$0.25 \times 250 \times 615 \times 10$ $= 384\,375$	$0.25 \times 250 \times 580 \times 10$ $= 362\,500$	362 500
$0.07bh_0f_c$（N）	$0.07 \times 250 \times 615 \times 10$ $= 107\,625$	$0.07 \times 250 \times 580 \times 10$ $= 101\,500$	101 500

（续）

截　　面	边支座（按矩形）	支座 B（左）（按矩形）	支座 B（右）（按矩形）
箍筋肢数、直径	2ϕ8	2ϕ8	2ϕ8
$A_{sv}=nA_{sv1}$ (mm^2)	$2\times50.3=100.6$	100.6	100.6
$s=\dfrac{\alpha f_yA_{sv}h_0}{V-0.07bh_0f_c}$ (mm)	$\dfrac{1.5\times210\times100.6\times615}{156\,000-107\,625}$ $=403$	$\dfrac{1.5\times210\times100.6\times580}{244\,400-101\,500}$ $=129$	$\dfrac{1.5\times210\times100.6\times580}{214\,550-101\,500}$ $=163$
实配箍筋间距 s (mm)	100	100	120

主梁的截面强度复核与配筋计算见表 14－6 和表 14－7，配筋图见图 14－37。

（4）次梁搁置处，主梁应加箍筋：

由于在搁置次梁的位置处，主梁实际上受集中剪切作用，因此此处用箍筋加强。

由式 14－3 计算配置主梁支承次梁处的附加钢箍筋，由表 14－3 知次梁对主梁的最大剪力发生在次梁的②或⑤支座。

$$F=(109.6+103.1)=212\ 700\text{N}$$

设用 ϕ8 箍筋加强，照式（14－3）计算有如下方程：

$$F=m\cdot n\cdot A_{sv1}\cdot f_y$$

即
$$212\ 700=m\cdot2\times50.3\times210$$

所以
$$m=\frac{212\ 900}{2\times50.3\times210}=10\text{（只）}$$

分布范围为 $s=3b+2h_1=3\times200+2\times(615-450)=930\text{mm}$，实际用 ϕ8 双肢箍于次梁两侧，每边 5 只，如图 14－38。

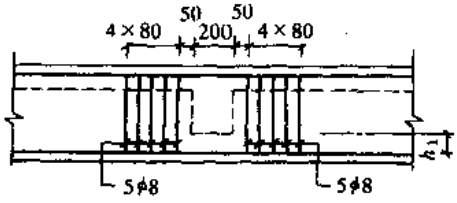


图 14－38　主梁在次梁搁置处加箍筋

（二）按图 14－23、图 14－24 设计

已知条件同例 14－2，但板和次梁按内力调整后的方法即按照图 14－23、图 14－24 计算，主梁仍按弹性阶段计算。因此，主梁的计算与例 14－2 相同，仅将板和次梁的内力计算结果列表给出，配筋计算从略。

板的弯矩计算见表 14－8，按图 14－23 和图 14－24 计算。为了比较，将按弹性阶段的结果也列在表的下部。

表 14－8　用两种方法计算板的 M 比较表

截　　面	边　跨　中	第一内支座	其他跨中	其他支座
按图 14－23 的计算结果(kN·m)	$\dfrac{1}{11}(g_{永久}+q_{可变})\cdot l^2$ $=\dfrac{1}{11}\times(3.19+10.4)$ $\times2^2=4.94$ （下部受拉）	$\dfrac{-1}{1}(g_{永久}+q_{可变})\cdot l^2$ $=\dfrac{-1}{1}(3.19+10.4)$ $\times2^2=-4.94$ （上部受拉）	$\dfrac{1}{16}(g_{永久}+q_{可变})l^2$ $=\dfrac{1}{16}\times(3.19+10.4)$ $\times2^2=3.39$ （下部受拉）	$-\dfrac{1}{16}(g_{永久}+q_{可变})\cdot l^2$ $=\dfrac{-1}{16}\times(3.19+10.4)$ $\times2^2=-3.39$ （上部受拉）

（续）

截　　面	边　跨　中	第一内支座	其他跨中	其他支座
表 14－2 按弹性阶段的计算结果(kN·m)	5.155(下部受拉)	－6.17(上部受拉)	3.724 4.165 (下部受拉)	－5.45(上部受拉)

由表 14－9 和表 14－2 的结果比较，可知跨中弯矩比较接近，但支座弯矩则按弹性阶段计算的结果比按内力调整后的计算结果大的较多。

次梁的弯矩和剪力计算见表 14－9 和表 14－10，按图 14－23 和图 14－24 计算。

结果可见跨中 M 接近，但支座 M 则相差较大，但按内力调整后的结果用于工程上仍然是安全的。

总之，由表 14－8、表 14－9 和表 14－10 可见，按内力调整后的计算方法所得结果均比按弹性阶段的计算结果为小。但是它应用于工程实践上仍然是安全的。而且在计算中不需要将可变荷载按不利位置去进行荷载组合，计算用的系数也很容易记忆，规律性较强。反应在配筋上也有较强的规律，施工方便。同时由于内力经调整后较小，故可节省一定数量的钢材。

工程实践中为了记忆方便，在计算板和次梁的弯矩时，跨中和支座一律按 $\alpha=\frac{1}{10}$；在计算次梁的剪力时，各支座附近截面一律按 $\beta=0.5$，而在第一内支座左予以适当加强即可。

表 14－9　用两种方法计算次梁的 M 比较表

截　　面	边　跨　中	第一内支座	其它跨中	其它支座
按图 14－23 的计算结果(kN·m)	$\frac{1}{11}(q_{永久}+q_{可变})\cdot l^2$ $=\frac{1}{11}\times(8.83+20.8)$ $\times 6^2=96.97$ (下部受拉)	$-\frac{1}{11}(q_{永久}+q_{可变})\cdot l^2$ $=-\frac{1}{11}\times(8.83+$ $20.8)\times 6^2=-96.97$ (上部受拉)	$\frac{1}{16}(q_{永久}+q_{可变})\cdot l^2$ $=\frac{1}{16}\times(8.83+20.8)$ $\times 6^2=66.66$ (下部受拉)	同　左 $=66.66$ (上部受拉)
表 14－3 按弹性阶段的计算结果 M (kN·m)	99.7 (下部受拉)	120.3 (上部受拉)	70 79 (下部受拉)	105.2 (上部受拉)

表 14－10　用两种方法计算次梁的 V 比较表

截　　面	边支座附近	第一内支座左附近	第一内支座右附近	其他支座附近
按图 14－24 的计算结果(kN)	$0.4\times(q_{永久}+q_{可变})\cdot l$ $=0.4\times(8.83+20.8)$ $\times 6=71.11$	$0.5(q_{永久}+q_{可变})\cdot l$ $=0.5\times(8.83+20.8)$ $\times 6=88.89$	$0.6(q_{永久}+q_{可变})\cdot l$ $=0.6\times(8.83+20.8)$ $\times 6=106.67$	$0.5(q_{永久}+q_{可变})\cdot l$ $=0.5\times(8.83+20.8)$ $\times 6=88.89$
表 14－3 按弹性阶段的计算结果 V(kN)	77.36	109.6	103.1	100.1

第八节　小　　结

本章讲述了几种常用的楼盖设计计算方法或有关的做法。重点介绍了现浇整体单向板交梁楼盖。

楼盖的设计，实际上包含了板和梁设计的全部内容。

(1) 第一步就是选择合理的楼盖形式，既要考虑建筑效果，也要充分考虑它的结构设计是否合理和施工的可行性。

(2) 楼盖设计的过程大致如下：

1) 画计算简图，要注意支座的合理简化，荷载的合理传递。

2) 选择计算方法，一般说来，交梁楼盖中板和次梁可以考虑内力调整后的方法，按图14－23、图14－24进行。主梁则应按弹性方案，如本书上册第八章介绍的弯矩分配法或按表8－2、表8－3进行。

3) 进行钢筋混凝土的板、梁基本构件强度设计。

(3) 关于楼盖与柱的关系，如果楼盖主梁计算简图中支座是按铰支座考虑时，则此时的柱近似考虑为轴心受压柱。对于平面柱网比较规则和立面楼层布置也比较规则的情况，在计算垂直荷载作用下的整体交梁楼盖对柱的内力影响时，按轴心受压柱考虑可获得较满意的精确度。即使在柱网不完全规则以及立面有少量错层的情况下，垂直荷载下的楼盖梁对柱的内力影响按轴心受压柱考虑，有时也可以满足设计要求。

显然，对于水平荷载作用下的柱与楼盖主梁之间的内力影响不在上述之列。

第十五章　楼梯、过梁及雨篷

内　容　提　要

(1) 楼梯虽然外形上是斜的，在计算上一般将它与水平梁类比。

(2) 过梁的设计，理论上应与它上面的墙体协同作用。实践中可简化为过梁本身。

(3) 雨篷的本质是一根受弯的梁。雨篷梁则兼有弯、扭特性。

第一节　楼　　梯

一、型式

楼梯是多层房屋及高层房屋的竖向通道，它由梯段和休息平台组成。为了满足承重及防火要求，楼梯最好采用钢盘混凝土结构。楼梯的型式，按其平面布置可分为单跑楼梯、双跑楼梯、三跑楼梯及其他型式楼梯。按施工方法可分为整体式楼梯与装配式楼梯。按结构构造分，有板式楼梯（图 15－1），双梁式楼梯（图 15－2a），单梁式楼梯（图 15－2b）。



图 15－1　板式楼梯

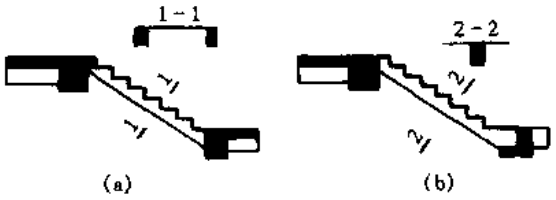


图 15－2　梁式楼梯

(a) 双梁楼梯；(b) 单梁楼梯

现在，随着建筑艺术的发展，楼梯的外观也日益丰富。比如空间曲线外形的螺旋式楼梯就是其中的一种。

一般而言，楼梯外观虽然复杂，除了空间结构形式的以外，绝大部分楼梯都将可以转化为平面楼梯计算简图。

工程实践中，几乎所有的平面楼梯都是作为静定简支结构来研究的。一般都归结为板式、梁式两种类型来设计。

二、计算方法

(一) 梁式楼梯（简称梁梯）

一般归结为下面三种构件的设计：

1. 踏步板

a. 双梁梯的踏步板　将其中的一级踏步板视为两端简支搁置在边梁上的梁，梁的跨度为边梁的中线距离，梁的横断面为梯形，为了方便计算，工程中将它折算为矩形，见

图 15－3。

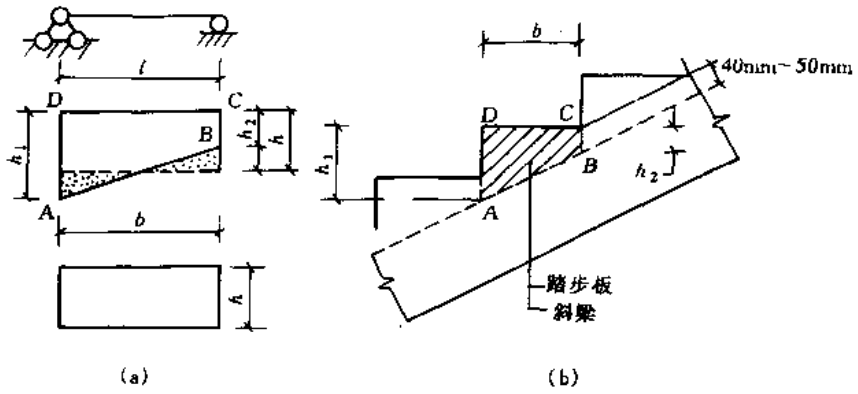


图 15－3　双梁楼梯的踏步板

(a) 踏步板折算为矩形截面；(b) 梯形踏步板和斜梁

b. 单梁梯的踏步板　这种楼梯只有一根斜梁摆在踏步板的正中，见图 15－4。

踏步板的计算简图与双梁梯不同，单梁梯的踏步板以斜梁为固定支座向两边挑出，每一级踏步都可化为中点固定在斜梁上的悬臂梁，悬挑的长度可取整个踏步板长的一半，见图 15－4。

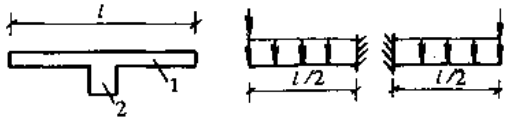


图 15－4　单梁式楼梯的踏步板

其余的特点与双梁梯踏步板相同。

总之，不管是双梁梯还是单梁梯，它们的踏步板的截面为梯形，踏步下斜板厚度 δ 一般为 40mm。计算时，取一个踏步为计算单元，按等截面面积的原则化作同宽度的矩形截面（$b \times h$），见图 15－3。

踏步板上的荷载有两种：其一是一个踏步的自重，单位为沿踏步板长，均匀分布的 kN/m；其二是上面的可变荷载，按规范查取，单位为 kN/m^2，实际上踏步板的宽度不足 1m，故此查得的可变荷载将只有一部分作用在一个踏步上，即将可变荷载乘以踏步的宽度 b，b 的含义见图 15－3 (a)。

2. 斜梁

斜梁为支承在上、下平台梁上的简支梁，承担踏步传来的荷载。

为了计算上的方便，斜梁一般化成水平梁来求其内力。其来源可参见图 15－5 (a)，由于支座反力和均布荷载对斜梁任一截面的矩只与该截面与支座的水平距离 x 有关，故通常化为水平梁来简化计算。

由斜梁化成水平梁来计算时，荷载有如下两种：

a. 由于踏步板搁置在斜梁上，故踏步板自重和上面的可变荷载直接传到斜梁，如果是双梁梯，一般每根边梁承担楼梯宽度一半的踏步板荷载。这种荷载正好成水平分布，与斜梁化为水平梁的计算简图 15－5 (c) 正好相符。永久荷载和可变荷载同时作用上去；

b. 斜梁的自重引起的永久荷载。

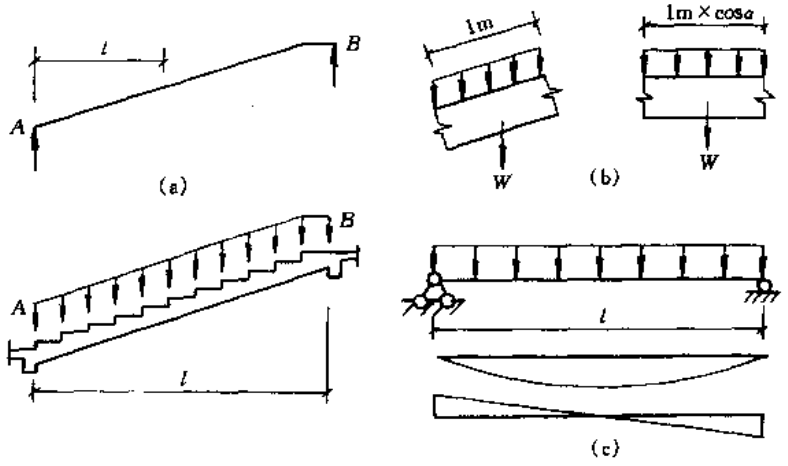


图 15－5 斜梁的内力分析

(a) 支座反力对斜梁取矩；(b) 斜梁自重化为水平自重；(c) 斜梁的计算简图和内力图

斜梁的自重一般按沿斜梁长为均布荷载，但在对斜梁进行内力分析时却一般折算为水平投影梁来进行。故它的折算水平自重均布荷载密度加大，见图 15－5 (b)。其关系为

$$q_{水平自重} = W/\cos\alpha$$

式中 W ——1m 长斜梁的自重；

α ——斜梁与水平面的倾角。

斜梁的内力，有如下规律：

斜梁可化作水平梁计算，计算跨度按斜梁的水平投影长取值，荷载亦同时化作沿斜梁的水平投影长度上的均布荷载（这里主要是指梯段自重荷载，踏步上的荷载值本来就是以单位水平面积取值的）；斜梁的跨中弯矩等于水平梁的跨中弯矩，斜梁的剪力发生在两端，其值为水平梁的剪力乘以斜梁的倾斜角度的余弦值。

$$M_{斜} = M_{水平简支}$$

$$V_{斜} = V_{水平简支} \cdot \cos\alpha$$

这里有三点需加以说明：

(a) 上式是指斜梁和水平简支梁在某一相同截面上的 M 和 V。

(b) 斜梁不管是只有一个倾斜段也好；还是既有倾斜段，又有水平段的折线形也好（可有多个折角），都可简化为与它跨度相同的水平梁按上式计算内力 M 和 V。

(c) 现浇的钢筋混凝土楼梯斜梁可视为 T 形截面来配筋。此时的截面高度取垂直于梁轴线的截面高度。

3. 平台梁

平台板和平台梁的计算及构造与一般整体式楼盖相仿，平台梁为承受由平台板传来的均布荷载及斜梁传来的集中荷载的简支梁。

(二) 板式楼梯（简称板梯）

板梯与梁梯的不同之处：

(1) 从外观上，板梯不设梁、从底部看它是一块斜平板。从上部看，它由踏步级构成。

(2) 从结构上，板梯实际上相当于梁梯的斜梁，只不过前者是一根宽而扁的梁，后者是

窄而高的梁。

既然板梯有以上特点，我们很容易得出它的计算方法：

a. 将斜板看成一根两端简支在平台梁上的宽梁，梁的宽度为板式楼梯的宽度。梁高问题需要略作强调，由于板梯的上部为踏步形状，下部为平板状，故其计算高度应取最薄的尺寸 h，见图 15－6 (a)。

b. 板梯上的荷载有两种：

(*a*) 自重　与斜梁自重类似，需折算为水平方向的荷载，即将沿斜板的均布荷载值除以板梯与水平面的夹角的余弦函数。

(*b*) 可变荷载　由于按规范查得的可变荷载已是水平方向的值，故可与折算后的板梯自直接重叠加之。

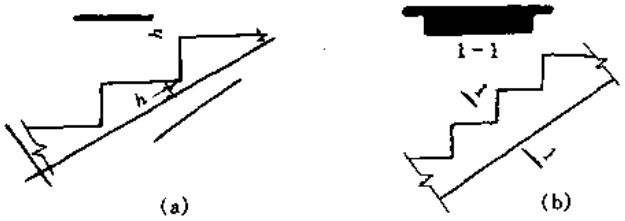


图 15－6　板梯的厚度和宽梁式楼梯

c. 板梯的内力分析与梁梯的斜梁完全相同。

d. 板梯构造简单、支模方便、外形美观。梯段板的厚度一般为$\frac{1}{30}$水平跨度，其水平投影跨度一般在 3 m～3.3m 以下，否则宜做成梁梯。

有时，为了建筑要求，也可以考虑做成宽梁式（图 15－6b），这种宽梁式梯段实质上是宽肋的扁 T 形截面，两侧的翼缘仍保持薄板的厚度。它的配筋及模板略为复杂，但沿梁长方向则应视为一根 T 形截面梁来分析和配筋。大部分情况下属于第二类 T 形截面。

三、装配式钢筋混凝土楼梯

装配式钢筋混凝土楼梯可分为大型构件装配式楼梯与小型构件装配式楼梯。设计时应根据制作、运输和吊装的条件选用。在一些设计单位有通用图可供选用。本书从略。

四、楼梯的内力计算

(1) 梁梯（以双梁梯为例）和板梯的构成特点和荷载图分别见图 15－7、图 15－8。这两个图均将楼梯分解成了基本构件的计算简图，比较直观。

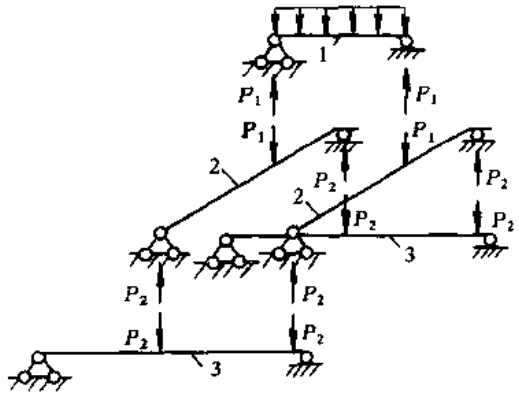


图 15－7　梁式楼梯的构成和荷载

1—踏步板；2—斜梁；3—平台梁

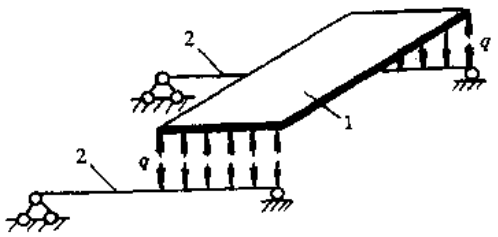


图 15－8　板式楼梯的构成和荷载

1—踏步板兼斜梁；2—平台梁

（2）楼梯的计算，关键是斜梁，下面专门研究一下斜梁的内力。

图 15－9（a）示一斜梁，A 端为固定铰支座，B 端为滚轴支座，斜梁的倾角为 α，水平跨度为 l，沿水平线每单位长度内作用有竖向荷载 q（kN/m），求作斜梁的内力图。

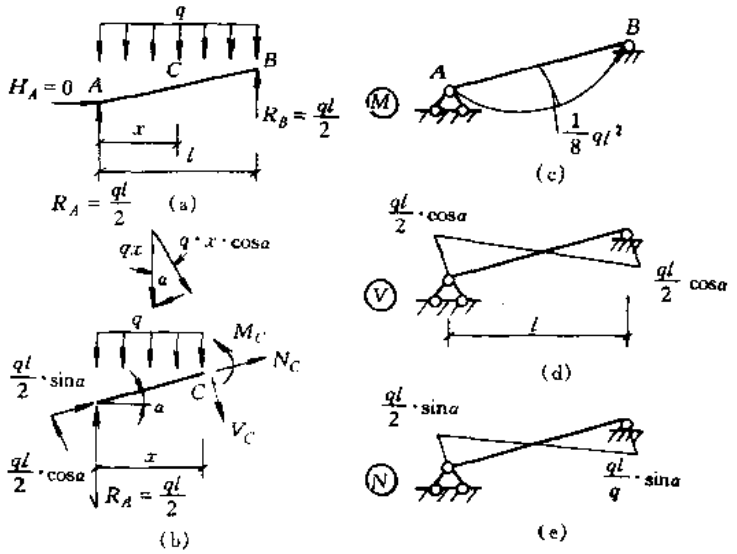


图 15－9　斜梁的内力分析

注：水平均布荷载 q 已包括了由规范查得的可变荷载和由梁自重折算成的水平荷载

1）利用整体平衡条件，求得支座反力如下（图 15－9a）：

$$H_A=0,\quad R_A=R_B=\frac{ql}{2}$$

2）为了求得任一截面 C 的内力，在 C 点切开，脱离体如图 15－9（b）所示。这里，N_C 和 V_C 方向都与截面方向有关，注意到截面与楼梯斜梁的纵轴线垂直。

求弯矩时，用 C 点的力矩平衡方程 $\Sigma M_C=0$，得

$$M_C=R_Ax-qx\cdot\frac{x}{2}=\frac{q}{2}(lx-x^2)$$

3）M 图为一抛物线，将 $x=\frac{l}{2}$ 代入上式，得跨中弯矩为 $\frac{ql^2}{8}$，如图 15－9（c）所示。由此看出，斜梁在竖向荷载下的弯矩图与相应的水平梁（荷载相同、水平跨度相同）的弯矩图是相同的。

4）求轴力和剪力时将反力 R_A 和荷载 qx 沿斜梁纵向轴线的切线方向和法线方向进行分解，然后利用该方向的投影平衡方程可求出 N 和 V：

纵轴方向　　$N=-R_A\sin\alpha+qx\sin\alpha=-q\left(\frac{l}{2}-x\right)\sin\alpha$

垂直于纵轴方向　　$V=R_A\cos\alpha-qx\cos\alpha=q\left(\frac{l}{2}-x\right)\cos\alpha$

将 $x=0$、$x=\frac{l}{2}$、$x=l$ 分别代入上面两式后，可得 N 图和 V 图示于图 15－9（e）和（d）。

5）注意到上面两个等式右边的数值 $q\cdot\left(\frac{l}{2}-x\right)$ 实际上就是相应水平梁的剪力。设：

$$V_{水平}=q\cdot\left(\frac{l}{2}-x\right)$$

可把上面对斜梁的计算归纳如下：

$$M_{斜梁}\approx M_{水平简支}$$

$$V_{斜梁}=V_{水平简支}\cdot\cos\alpha$$

$$N_{斜梁}=-V_{水平简支}\cdot\sin\alpha$$

至于相应水平梁的内力 $M_{水平简支}$ 和 $V_{水平简支}$ 的计算，在第二章已经研究过了，不必赘述。

但要强调一点：水平梁的均布荷载由下面两部分组成

$$q_{水平}=q_{永久}+q_{可变}$$

右边的 $q_{永久}$ 中有一部分是斜梁的自重，这一斜梁自重应该转换成沿水平分布，在计算上表现为将斜梁自重除以 $\cos\alpha$，即将其放大。

另外有少数楼梯支座形式并不完全是在图 15－9（a）中所描述的那样。由于斜梁的内力与支座反力的大小和指向有关，因此在这样的情况下，就需要根据实际情况来定出支座反力，图 15－10 表示了几种不同情况下的支座，读者请自行研究。当然在大多数情况下，支座如图 15－10（c）所示。

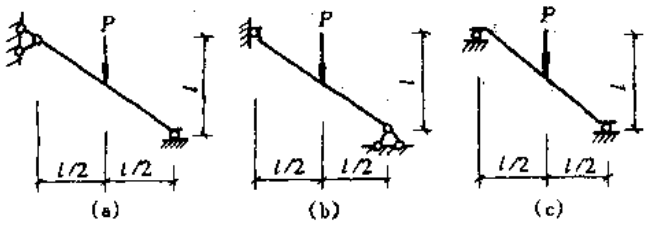


图 15－10　楼梯的支座

通过例题 15－1 来说明楼梯的结构设计过程。绝大部分楼梯的计算均与此相似。

五、举例

例 15－1　现浇整体梁式楼梯设计。

解

（1）设计资料：

a．某办公楼楼梯使用可变荷载为 2.0kN/m^2。

b．踏步面层采用 30mm 厚水磨石，底面为 20mm 厚混合砂浆抹灰。

c．材料：

混凝土　采用 C20（$f_c=10\text{N/mm}^2$，$f_{cm}=11\text{N/mm}^2$）

钢筋　平台梁中纵向受力筋采用Ⅱ级钢钢筋（$f_y=310\text{N/mm}^2$），其余钢筋均采用Ⅰ级钢钢筋

（$f_y=210\text{N/mm}^2$）

d．楼梯布置如图 15－11 所示。

（2）踏步板计算（由于为双梁式，故视为一根两端支于斜梁上的水平简支梁）：

a．荷载，见图 15－12 的尺寸。

永久荷载：

踏步板自重　$1.2\times\dfrac{0.195+0.045}{2}\times0.3\times25=1.08\text{kN/m}$，（1.2 为永久荷载分项系数）

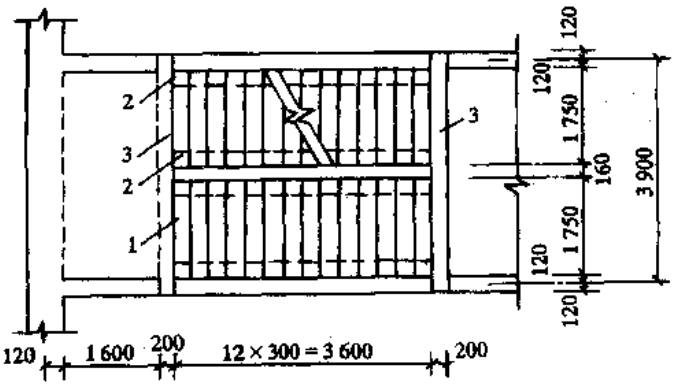
踏步抹面重 $1.2\times(0.3+0.15)\times0.03\times22=0.35\text{kN/m}$

底面抹灰重 $1.2\times0.3\times\frac{\sqrt{5}}{2}\times0.02\times17=0.14\text{kN/m}$，$\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\text{为将斜长折算为水平荷载}\right)$；

永久荷载小计 $q_{永久}=1.57\text{kN/m}$

使用可变荷载 $q_{可变}=1.4\times2.0\times0.3=0.84\text{kN/m}$，(1.4 为可变荷载分项系数)；

合计 $q_{总}=2.41\text{kN/m}$



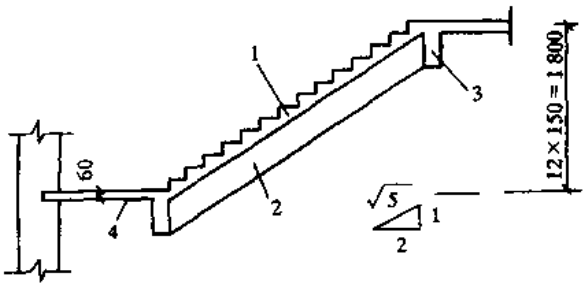


图 15－11

1—踏步板；2—斜梁；3—平台梁；4—平台板

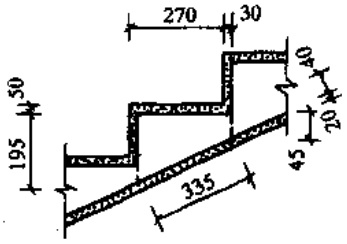


图 15－12 踏步板的横断面

b. 内力计算：

设取斜梁截面几何尺寸 $b\times h=150\text{mm}\times400\text{mm}$，$\left(\frac{h}{l}=\frac{400}{3\,800}=\frac{1}{9.5}>\frac{1}{10}\right)$。踏步板的计算跨度取两端边梁的中线距离，有

$$l=1\,750-150=1\,600\text{mm}$$

踏步板的跨中最大弯矩为：(l 为水平踏步板的计算长度，踏步板是一根跨度为 l 的水平简支梁)。

$$M=\frac{1}{8}\cdot q_{总}\cdot l^2=\frac{1}{8}\times2.41\times1.60^2=0.77\text{kN}\cdot\text{m}$$

c. 截面强度计算：

需将梯形折为矩形（图 15－12)。取 $h=\frac{195+45}{2}=120\text{mm}$，$h_0=h-a=120-20=100\text{mm}$，按 $b\times h=300\times120$ 单筋矩形截面计算有

$$\begin{cases}f_{cm}\cdot b\cdot x=f_y\cdot A_s & (A)\\ M=f_{cm}\cdot b\cdot x\cdot\left(h_0-\frac{x}{2}\right) & (B)\end{cases}$$

由式（B）解出 x，并代入已知条件有

$$x = h_0 \pm \sqrt{h_0^2 - \frac{2M}{f_{cm} \cdot b}}$$

$$= 100 \pm \sqrt{100^2 - \frac{2 \times 0.77 \times 10^6}{11 \times 300}}$$

$$= 100 \pm 97.6 = \begin{cases} 197.2 \text{（舍去）} \\ 2.4 \end{cases}$$

将 x 代入式（A）并将其它已知条件代入有

$$A_s = \frac{11 \times 300 \times 2.4}{210} = 38\text{mm}^2$$

选用 2ϕ6（$A_s = 56.6\text{mm}^2$）

（3）楼梯斜梁计算：

在作斜梁的内力分析时，将沿斜向分布的梁自重荷载折算为水平分布的荷载，然后按水平投影长度这样一根两端简支在平台梁上的简支水平梁分析。

a．荷载：

踏步板传来荷载：$\frac{1}{2} \times 2.41 \times 1.75 \times \frac{1}{0.3} = 7.03\text{kN/m}$（0.3 为踏步板宽）

梯段梁自重　$1.2 \times (0.4 - 0.04) \times 0.15 \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times 25 = 1.81\text{kN/m}$

梯段梁抹灰重　$1.2 \times (0.4 - 0.04) \times 2 \times 0.02 \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times 17 = 0.33\text{kN/m}$

楼梯栏杆重　$1.2 \times 0.10 = 0.12\text{kN/m}$

永久荷载与可变荷载之和：$q_{总} = 9.29\text{kN/m}$

上面第二和第三步式中均乘了一个$\frac{\sqrt{5}}{2}$，为梯梁与水平面倾角余弦的倒数，作用是将沿斜向分布的荷载化成沿水平向分布的荷载。另外，踏步板传来荷载中包括了可变荷载和永久荷载在内。

b．内力计算：

取楼梯平台梁截面几何尺寸 $b \times h = 200 \times 450\text{mm}$，$\left(\frac{h}{l} = \frac{450}{3\,900} = \frac{1}{8.67} \geqslant \frac{l}{20}\right)$，斜梁的水平投影计算跨度取 2 根支撑它的平台梁的中距

$$l = 3.6 + 0.2 = 3.8\text{m}$$

梯段梁的跨中最大弯矩为

$$M = \frac{1}{8} q_{总} \cdot l^2 = \frac{1}{8} \times 9.29 \times 3.8^2 = 16.77\text{kN} \cdot \text{m}$$

支座边的最大剪力为

$$V = \frac{1}{2} q_{总} \cdot l_0 \cdot \cos\alpha = \frac{1}{2} \times 9.29 \times 3.6 \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 14.96\text{kN}$$

c．截面强度计算：

取 $h_0 = h - a = 400 - 35 = 365\text{mm}$

（a）正截面强度计算：

按 T 形截面计算，翼缘宽度则按倒 L 形截面取下列二值中小者：

$$b_f' = \frac{l}{6} = \frac{3\,800}{6} = 633\text{mm}$$

$$b_f' = b + \frac{s_n}{2} = 150 + \frac{1\,350}{2} = 825\text{mm}$$

故取 $b_f' = 633\text{mm}$。

判别 T 形截面类别：

$$f_{cm} \cdot b_f' \cdot h_f' \cdot \left(h_0 - \frac{h_f'}{2}\right) = 11 \times 633 \times 40 \times \left(365 - \frac{40}{2}\right)$$

$$= 96\,090\,000\text{N} \cdot \text{mm} \approx 96.1\text{kN} \cdot \text{m} > M$$

$$= 16.77\text{kN} \cdot \text{m}\left(\text{式中 } 40 = 45 \times \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$$

属于第一类 T 形截面，可按宽为 633mm 的单筋矩形截面计算，

$$f_{cm} \cdot b_f' \cdot x = f_y \cdot A_s \qquad (A)$$

$$M = f_{cm} \cdot b_f' \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2}\right) \qquad (B)$$

由式（B）得，

$$x = h_0 \pm \sqrt{h_0^2 - \frac{2M}{f_{cm} \cdot b_f'}} = 365 \pm \sqrt{365^2 - \frac{2 \times 16.77 \times 10^6}{11 \times 633}} = 365 \pm 358$$

$$= \begin{cases} 723\ (\text{舍去}) \\ 7 \end{cases}$$

将 $x = 7$ 代入式（A）并代入其它已知条件

$$A_s = 11 \times 633 \times 7/210 = 232\text{mm}^2$$

选 $2\phi12$（$A_s = 226\text{mm}^2$）。

（b）斜截面强度计算：

无箍筋梁的斜截面抗剪能力为

$$0.07 \cdot b \cdot h_0 \cdot f_c = 0.07 \times 150 \times 365 \times 10 = 38\,325\text{N} = 38.3\text{kN} > V = 14.96\text{kN}$$

按计算无需配置箍筋，所以箍筋按构造要求配置，择用双肢箍 $\phi6@300$。

（4）平台梁计算（按两端支在墙上的水平简支梁计算内力）：

a. 荷载：

由梯段梁传来集中荷载（永久＋可变） $P = 9.29 \times \frac{3.6}{2} = 16.72\text{kN}$（集中荷载）

由平台板传来均布永久荷载 $1.2 \times (0.03 \times 22 + 0.06 \times 25 + 0.02 \times 17) \times \left(\frac{1.6}{2} + 0.2\right)$

$= 3.0\text{kN/m}$

由平台板传来均布可变荷载 $1.4 \times 2.0 \times \left(\frac{1.6}{2} + 0.2\right) = 2.80\text{kN/m}$

平台梁自重 $1.2 \times 0.20 \times (0.45 - 0.06) \times 25 = 2.34\text{kN/m}$

平台梁侧抹灰重 $1.2 \times 2 \times (0.45 - 0.06) \times 0.02 \times 17 = 0.32\text{kN/m}$

永久荷载与可变荷载之和 $q = 8.45\text{kN/m}$（均布荷载）

b. 内力计算：

平台梁的计算跨度取两边墙中距

$$l = 3.90\text{m}$$

平台梁的计算简图如图 15－13 所示。

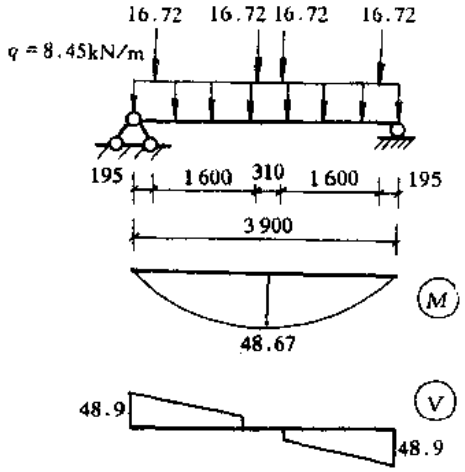


图 15－13　平台梁计算简图

将跨中两集中力近似地当作一个集中力作用于中点后，平台梁跨中最大弯矩近似为

$$M = \frac{1}{8}\cdot q\cdot l^2 + \frac{1}{4}\cdot P\cdot l\cdot 2$$

$$= \frac{1}{8}\times 8.45\times 3.9^2 + \frac{1}{4}\times 2\times 16.72\times 3.9$$

$$= 48.67\text{kN}\cdot\text{m}$$

平台梁端最大剪力为

$$V = \frac{1}{2}\cdot q\cdot l + 2P$$

$$= \frac{1}{2}\times 8.45\times 3.66 + 2\times 16.72 = 48.90\text{kN}$$

c．截面强度计算：

取 $h_0 = h - a = 450 - 35 = 415\text{mm}$

（*a*）正截面强度计算：

按 T 形截面计算，翼缘宽度按倒 L 形取下面二值中小者取：

$$b_f' = \frac{l}{6} = \frac{3\,900}{6} = 650\text{mm}$$

$$b_f' = b + \frac{s_n}{2} = 200 + \frac{1\,600}{2} = 1\,000\text{mm}$$

故取 $b_f' = 650\text{mm}$，判别 T 形截面类别：

$$f_{cm}\cdot b_f'\cdot h_f'\left(h_0 - \frac{h_f'}{2}\right) = 650\times 60\times 11\times\left(415 - \frac{60}{2}\right)$$

$$= 16\,5000\,000\text{N}\cdot\text{mm} = 165\text{kN}\cdot\text{m} > M$$

$$= 48.67\text{kN}\cdot\text{m}$$

属于第一类 T 形截面，按单筋矩形截面计算：

$$f_{cm}\cdot b\cdot x = f_y\cdot A_s \qquad (A)$$

$$M = f_{cm}\cdot b\cdot x\cdot\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) \qquad (B)$$

由式（*B*）

$$x = h_0 \pm \sqrt{h_0^2 - \frac{2M}{f_{cm}\cdot b}}$$

$$= 415 \pm \sqrt{415^2 - \frac{2\times 48.67\times 10^6}{11\times 650}} = 415 \pm 397$$

$$= \begin{cases} 812\ (\text{舍去}) \\ 18 \end{cases}$$

将 $x = 18$ 和其他已知条件代入式（*A*）

$$A_s = \frac{f_{cm}\cdot b\cdot x}{f_y}$$

$$= \frac{11 \times 650 \times 18}{310}$$

$$= 415\text{mm}^2$$

选用 $2\phi18$（$A_s = 509\text{mm}^2$）

（b）斜截面强度计算：

无腹筋梁的抗剪强度为

$$0.07 \cdot b \cdot h_0 \cdot f_c = 0.07 \times 200 \times 415 \times 10 = 55.2\text{kN} > V = 31.55\text{kN}$$

按计算不需配箍筋，箍筋按构造配置，选用 $\phi6$@300。

楼梯的配筋见图 15－14。

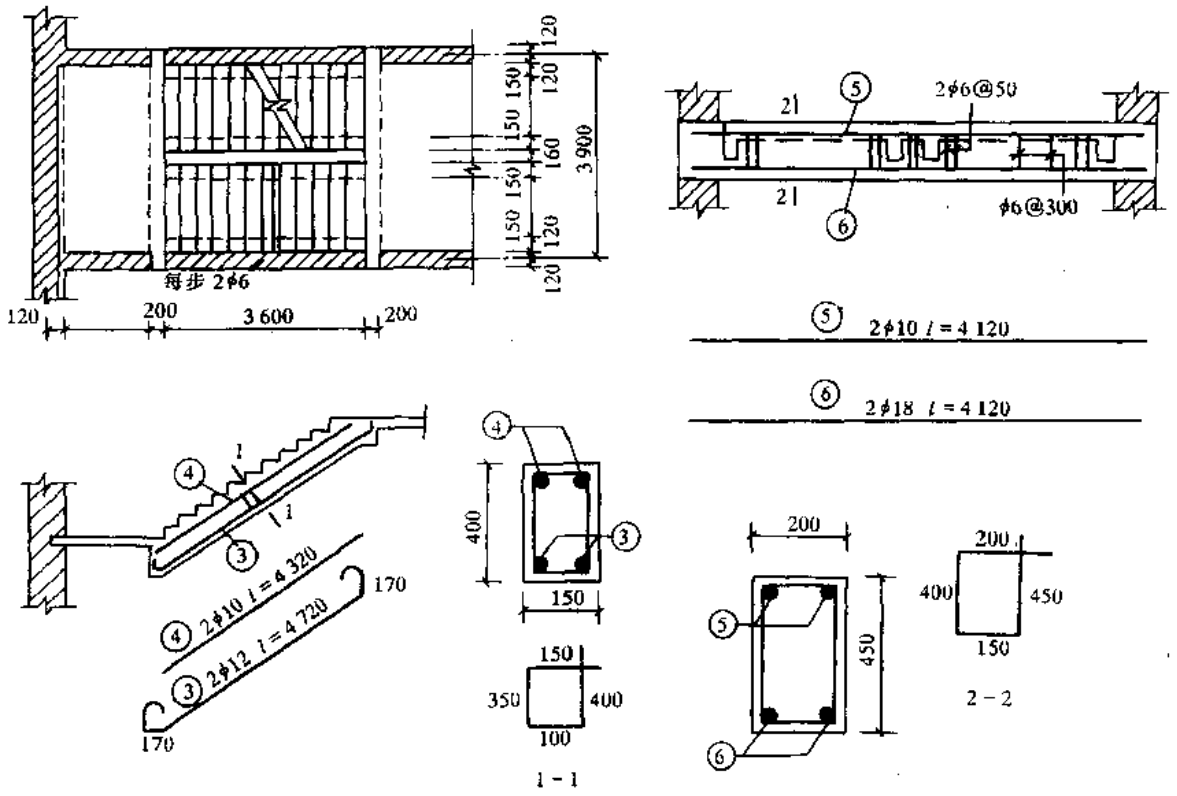


图 15－14 楼梯的配筋

第二节 过 梁

过梁一般指用于门、窗或墙洞上口的横梁。

一般混合结构房屋中，常见的过梁有砖砌平拱、钢筋砖过梁和钢筋混凝土过梁。砖砌平拱的跨度不宜超过 1.8m，钢筋砖过梁的跨度不宜超过 2.0m，对有较大振动荷载或可能产生不均匀沉降的房屋，应采用钢筋混凝土过梁。

钢筋混凝土过梁由于可以浇注成比较复杂的立面形状，而且可以跨越很大的跨度，所以使用非常广泛。

当过梁的门洞或窗洞上需要作雨篷或遮阳板时，过梁就和这些构件联为一个整体。

关于钢筋混凝土过梁的强度设计，与一般的楼面梁相同，但是过梁上的荷载却与楼面梁不完全一样，这是要特别注意的。

大量的生产实践和科学实验说明，由于过梁上的砌体和窗间墙的砌体连成一片，砌体本身具有一定的抗弯作用，因此过梁和过梁以上的砌体实际上是共同工作的，即该砌体帮助过梁受弯，成为两种材料组成的“组合梁”。“组合梁”的计算较复杂，为简化起见，通常过梁按单独受弯构件（简支梁）计算，但在确定作用在过梁上的荷载时，应考虑“组合梁”的有利因素。

国内外的试验资料表明，当过梁上的砌体高度愈高，“组合梁”的作用就愈大，此时其它荷载的增加对过梁弯矩的影响就较小。

一、梁板荷载

当过梁上面的某一高度范围内有楼板或梁搁置时，楼板或梁的荷载是否通过过梁上面的墙体传递给过梁呢？这取决于楼板或梁距离过梁的高度。具体的规定是：

当梁、板下的墙体高度 $h_w < l_n$ 时（l_n 为过梁的净跨），按梁、板传来的荷载（分别以 P、q 表示）采用，当梁、板下的墙体高度 $h_w \geqslant l_n$ 时，则梁板荷载不予考虑，见图 15－15（a）。

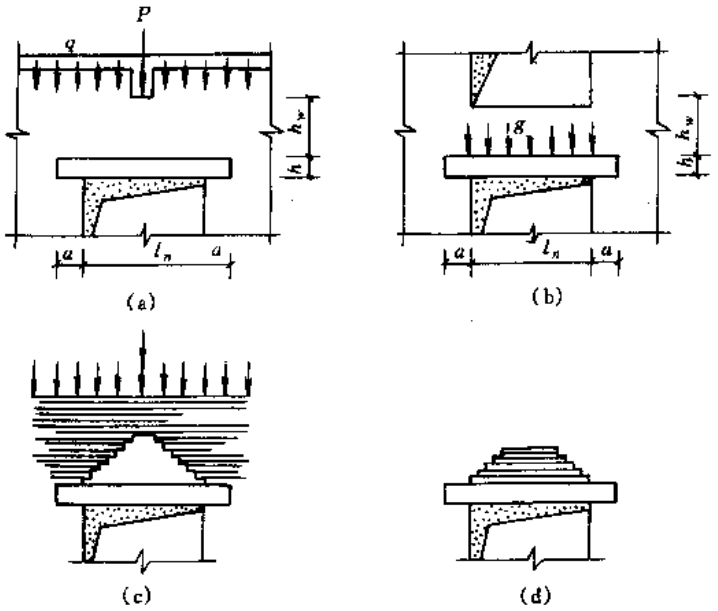


图 15－15　过梁上的荷载

（a）梁、板荷载的传递规定：当 $h_w \geqslant l_n$ 不考虑 P 和 q，$h_w < l_n$ 应考虑 P 和 q；

（b）砌体荷载的传递规定：当 $h_w \geqslant \frac{l_n}{3}$ 按 $h_w = \frac{l_n}{3}$ 墙重考虑，$h_w < \frac{l_n}{3}$ 按 h_w 的实际高度考虑；

（c）梁、板荷载是否传递，取决于砖拱桥的作用；

（d）墙体荷载传递多少，也取决砖拱桥的作用

对于此规定的理解可参见图 15－15（c），即由于砖墙有拱桥的作用，使图中三角形区相当于一个空洞。所以当梁、板的荷载位于拱桥以上时，由拱桥将它们承担了，不再传递给过梁。但如果梁板荷载位于拱桥高度以下时，则拱桥无法起到承载作用。显然，梁、板荷载

将直接传递给过梁。

二、墙体重量

墙体重量是指过梁上部的墙砌体荷载，它是怎样传递到过梁的？具体的规定如下：

墙体重量的采用与梁板荷载的位置无关；当过梁上墙体高度 $h_w<\frac{l_n}{3}$ 时，按全部墙体的均布重量（g）采用，当墙体高度 $h_w\geqslant\frac{l_n}{3}$ 时，则按高度为 $\frac{l_n}{3}$ 墙体的均布重量采用，见图 15－15（b）。

作为对以上规定的理解，可参见图 15－15（d），关键是过梁上面那块三角形区是否可以形成。如果可以形成，意味着砖拱桥作用已经形成，故只有相当于此三角形的墙体直接作用于过梁。如果不能形成，则按上面墙体的实际高度的重量采用。

第三节 雨 篷

雨篷、挑阳台、挑廊、挑檐等都是房屋建筑工程中常见的悬挑构件。

雨篷由雨篷板和雨篷梁两部分组成（图 15－16）。雨篷梁除支持雨篷板外，还兼有过梁的作用。民用房屋雨篷板的挑出长度 B 通常为 60cm～100cm，板厚（根部）为 7cm（约为板挑出长度的 $\frac{1}{10}\sim\frac{1}{12}$），板端部至少厚 5cm。雨篷梁宽度 b 取墙厚，梁高 h 除参照一般梁的高跨比外，尚需要考虑雨篷板下装灯的要求。为防止板上雨水沿墙缝渗入墙内，梁顶可加做高过板顶 6cm 的凸块，但此凸块在梁的正、斜截面设计中不考虑。

雨篷的破坏有三种情况：(1) 雨篷板在支座处裂断（图 15－17a）；(2) 雨篷梁受弯受扭破坏（图 15－17b）；(3) 整个雨篷倾覆（图 15－17c）。因此，雨篷的计算包括雨篷板、雨篷梁和雨篷倾覆三部分。

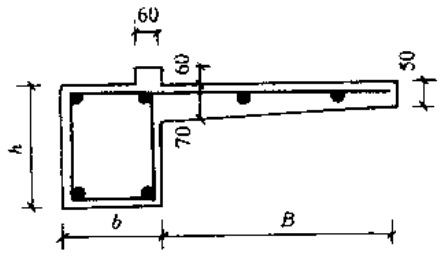


图 15－16 雨篷的构造

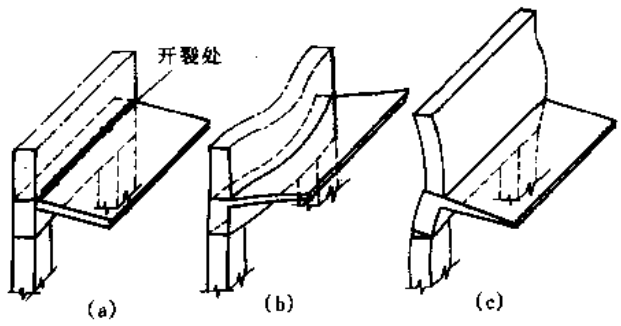


图 15－17 雨篷的破坏

(a) 雨篷板断裂板的强度不够；(b) 雨篷梁的弯扭梁的强度不够；(c) 雨篷的倾覆，墙段太轻或雨篷挑出太大

一、雨篷板的受力特点

雨篷板是一块固定在雨篷梁上的悬臂板，其强度计算时截面按单筋矩形截面，只不过由于上部受拉，其纵向钢筋将布置在板的上侧。计算过程大家已经熟悉，不再重复了。

二、雨篷梁的受力特点

普通的梁承受弯矩和剪力，雨篷梁和普通梁比较有无区别呢？

雨篷梁除像过梁那样，承受梁上的砌体重量和可能有的梁板荷载外，还支持着雨篷板上的荷载。

(1) 图 15－18 (a) 为雨篷板自由端上作用着集中荷载 P。由本书第一章力的平移法则，我们将 P 移至过梁上时，需要附加上一个力偶矩 M_P，其大小

$$M_P = P \cdot \left(B + \frac{b}{2}\right)$$

(2) 图 15－18 (b) 为雨篷板上作用的均布荷载 q，为了方便计算将 q 折算为一集中 P，其大小为

$$P_{折算} = q \cdot B$$

然后与步骤 1 相同，将 $P_{折算}$ 挪至雨篷梁上，显然也将附加一个力偶矩 M_q，大小为

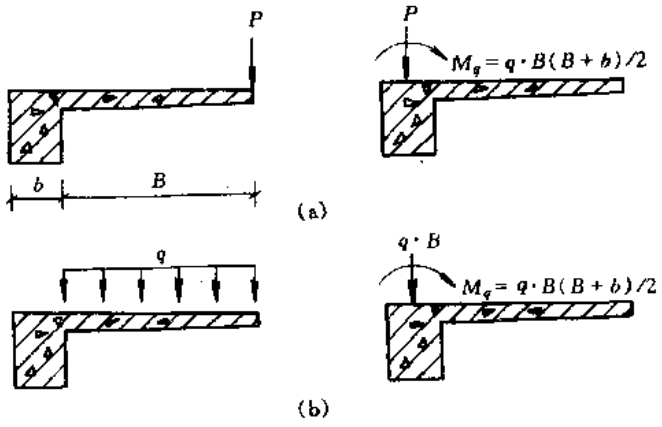


图 15－18　雨篷梁上的荷载分析

(a) 板端集中力挪至雨篷梁上；(b) 板上均布力挪至雨篷梁上

$$M_q = P_{折算} \cdot \frac{B+b}{2} = q \cdot B \cdot \frac{B+b}{2}$$

总之，由以上分析知，雨篷梁上的荷载除了有我们以前熟知的使之弯曲的荷载 P 和 $P_{折算}$ 之外；还有力偶矩 M_P 和 M_q，由本书第三章，此力偶矩将使雨篷梁产生扭转。

因此，雨篷梁的受力特点是既受弯又受扭。对这类构件，目前是将受弯和受扭分开来进行计算的，即先按受弯构件确定梁的纵向钢筋和箍筋，然后再按受扭构件确定需要附加的纵向钢筋和箍筋。雨篷梁的受弯计算同门、窗过梁相似，下面就说明受扭计算的方法。

三、雨篷梁的受扭问题

由雨篷板上的荷载对雨篷梁引起的力矩要使雨篷梁转动，而雨篷梁的两端由于上、下砌体的嵌固，阻止雨篷梁的转动，如图 15－19 (a) 所示。这样梁的内部就产生抵抗转动的内力，这个内力就称为扭矩 M_T。

雨篷板上的荷载（永久荷载和可变荷载）对雨篷梁引起的均布力矩，沿梁的长度方向单位长度力矩值为 M_q，则 M_q 与扭矩 M_T 的关系，同均布荷载 q 与剪力 V 的关系是相似的。因此，雨篷梁的扭矩在支座处为最大值，即 $M_T = \frac{1}{2} M_q l$，然后向跨中按直线比例逐渐减小，在跨中扭矩为零，如图 15－19 (b) 所示。

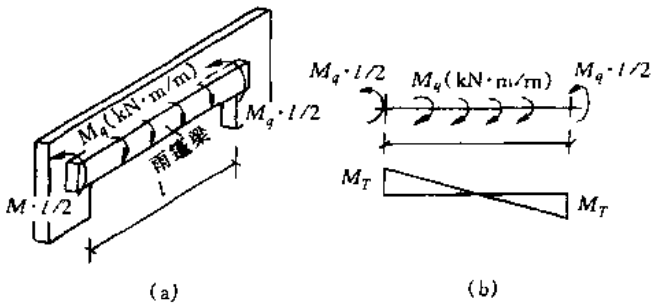


图 15－19　雨篷梁上的扭矩

扭矩 M_T 求得后，雨篷梁可按扭弯构件强度计算公式确定抗扭纵向钢筋和箍筋。

四、雨篷的倾覆计算

雨篷除了雨篷板的受弯破坏或雨篷梁的受弯、受扭破坏外，还可能是雨篷板上的荷载使整个雨篷梁绕底外缘（图 15－20 中的 O 点）转动而倾覆翻倒。因此，对于悬挑构件除作强

度计算外，还必须进行倾覆验算。

倾覆与抗倾覆力量的大小以力矩表示。倾覆力矩应按雨篷最不利的受力情况考虑，即 $M_{倾}$ 应计入作用于雨篷板上的全部永久荷载（包括板自重、面层等）及可变荷载（集中或均布）对 O 点的力矩（图 15－20）。抗倾覆力矩 $M_{抗}$ 应按可能出现的最小力矩值计算，故计算时只考虑结构自重（如雨篷梁的自重、梁上砌体重量等）对 O 点的力矩，而不考虑可变荷载的影响。当 $M_{倾}>M_{抗}$ 时，雨篷就会倾覆翻倒。为此，对于悬挑构件，应保证有足够的抗倾覆能力，在倾覆验算时应满足下列要求：

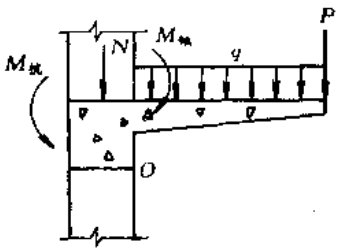


图 15－20 雨篷倾覆示意图
注：由 N 对点 O 的力矩应大于由 q 和 P 对点 O 的力矩之和

$$\frac{M_{抗}}{M_{倾}}\geqslant K$$

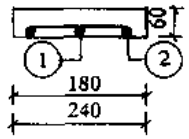
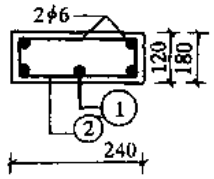
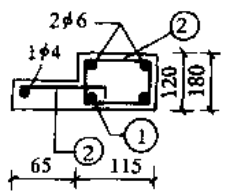
式中 K ——倾覆安全系数，采用 1.5。

如经计算不满足上式的要求，则应采取加固措施。例如，对于雨篷应增加雨篷梁砌入墙内的长度，以增加压在梁上的砌体重量，或使雨篷梁与周围的结构联结等等。

第四节 过梁和雨篷设计参考表

表 15－1 是某设计单位的钢筋混凝土过梁结构图，表 15－2 和图 15－23 是雨篷结构计算表和图。可供设计选用。

表 15－1 过梁断面及配筋

断面 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)	设计弯矩 (N·m)	设计剪力 (N)	①号主筋	②号箍筋
	60	180	340	5 200	3φ4	φ4@250
			710	5 200	3φ6	φ4@250
		240	340	6 900	3φ4	φ4@250
			730	6 900	3φ6	φ4@250
	120	240	2 950	12 000	3φ8	φ4@200
			4 450	16 000	3φ10	φ4@150
			5 750	24 000	4φ10	φ4@100
	180		7 400	27 950	3φ10	φ4@200
			9 800	32 200	4φ10	φ4@150
			13 250	39 350	4φ12	φ4@100
	120	65＋115	1 900	5 750	2φ8	φ4@200
			3 800	11 500	2φ12	φ4@100
	180		4 900	19 650	2φ10	φ4@150
			6 700	27 400	2φ12	φ4@100

（续）

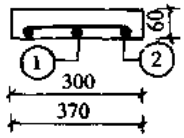
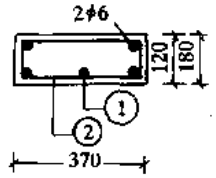
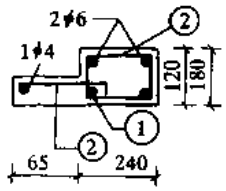
断面（mm）	高（mm）	宽（mm）	设计弯矩（N·m）	设计剪力（N）	①号主筋	②号箍筋
	60	300	450	8 650	4φ4	φ4@250
			970	8 650	4φ6	φ4@250
		370	460	10 350	4φ4	φ4@250
			990	10 350	4φ6	φ4@250
	120	370	3 050	18 500	3φ8	φ4@200
			6 450	24 650	3φ12	φ4@150
			10 450	30 650	3φ16	φ4@100
	180		10 750	34 700	3φ12	φ4@200
			13 350	34 700	3φ14	φ4@200
			18 000	40 000	3φ16	φ4@150
	120	65 + 240	2 950	12 000	3φ8	φ4@200
			4 450	16 000	3φ10	φ4@150
			5 750	24 000	4φ10	φ4@100
	180		7 400	27 950	3φ10	φ4@200
			9 800	32 200	4φ10	φ4@150
			13 250	39 350	4φ12	φ4@100

表 15－2　钢筋混凝土雨篷表

门洞宽（mm）	雨篷挑出长度 B（mm）	梁主筋①	箍筋②	板分布筋③
1 000	600	2φ8	φ6@200	2φ6
1 200	600	2φ8	φ6@200	2φ6
1 500	600	2φ10	φ6@200	2φ6
1 600	800	2φ10	φ6@200	3φ6
1 800	800	2φ12	φ6@200	3φ6
2 000	800	2φ12	φ6@200	3φ6
2 200	800	2φ12	φ6@200	3φ6
2 500	1 000	2φ14	φ6@150	4φ6
2 800	1 000	2φ16	φ6@125	4φ6
3 000	1 000	2φ16	φ6@125	4φ6

注：①混凝土 C20 号，Ⅰ级钢筋；

②混凝土保护层，雨篷板 10 厚，梁 25 厚；

③梁的配筋仅考虑了雨篷梁、板自重、板的可变荷载以及墙重。墙重按高度为 $l_n/3$ 墙体的均布重量考虑（包括内外粉刷），l_n 为雨篷梁净跨。

例 15－1　如图 15－15（b），$a=37\text{cm}$，$l=1.5\text{m}$，$h_w=1\text{m}$，墙厚 24cm，试按表 15－1 选择过梁断面。

解 对照图 15－15（b），因为 $h_w=1\text{m}$，$\frac{1}{3}l_n=\frac{1}{3}\times1.5\text{m}=0.5\text{m}$，所以 $h_w>\frac{1}{3}l_n$，应按 $h_w=\frac{l_n}{3}$ 的墙重考虑荷载，如图 15－21 所示。注意除墙重之外，还应考虑过梁本身的自重。

因为

$$q=q_w+q_{自重}$$

$$q_w=1.2\times\frac{1.5}{3}\times0.24\times20=2.88\text{kN/m}$$

$$q_{自重}=1.2\times0.24\times0.12\times25=0.864\text{kN/m}$$

所以

$$q=2.88+0.864=3.744\text{kN/m}$$

$$M_{max}=\frac{1}{8}q\cdot l^2=\frac{1}{8}\times3.744\times1.87^2=1.64\text{kN/m}$$

$$=1\ 640\text{N}\cdot\text{m}$$

$$V_{max}=\frac{1}{2}\cdot q\cdot l^2=\frac{1}{2}\times3.744\times1.87=3.5\text{kN}$$

$$=3\ 500\text{N}$$

故选用如图 15－22 的过梁。

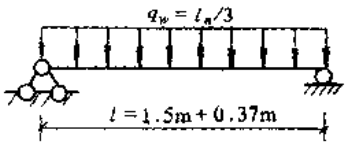


图 15－21 例题

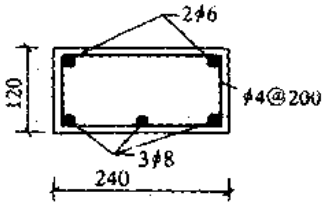


图 15－22 过梁的横断面

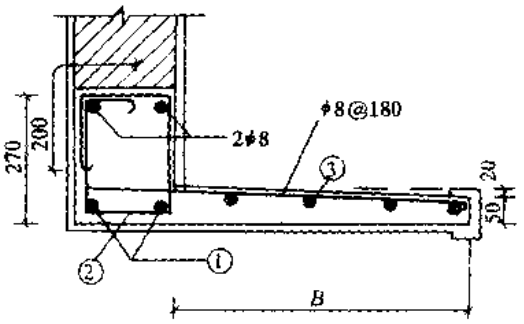


图 15－23 雨篷选用图

第十六章　砌体房屋

内　容　提　要

我国采用各种地方材料比如砖、瓦、砂、石砌筑房屋已有悠久的历史，几千年来劳动人民积累了丰富的经验。以这类材料建筑的房屋统称为砌体房屋。

本章将介绍砌体房屋结构构件的设计计算方法，包括构件的高厚比验算，构件截面的强度计算和砌体的局部受压问题。

目前，在大中型公共建筑中，砌体用作承重结构已经越来越少，逐渐地被钢筋混凝土柱所代替。在这些建筑中，砌体一般被作为不承受外荷载的填充墙或内隔墙，设计时考虑的因素主要是高厚比。

但在大量的居住建筑和小型的公共建筑中，砌体用作承重墙大量出现。在这些建筑中，砌体承受外荷载（比如楼板）的作用。设计时考虑的因素有两个：一是高厚比，二是砌体水平横截面的强度。另外，当有大梁等集中力直接作用在砌体上时，还需验算大梁下砌体的局部受压问题。

总之，对砌体房屋，结构设计的步骤为：

(1) 对所有的砌体，包括承重的和非承重的砌体，都要受高厚比的控制。首先必须核算其高厚比是否满足要求。

(2) 对承重墙、柱，增加核算墙或柱的水平横截面强度。此项工作在高厚比核算之后进行。

(3) 大梁等，集中力下的墙、柱再增加局部受压强度验算。

步骤 2 和 3 的区别在于，步骤 2 是保证整个高度范围内的墙、柱不出问题；步骤 3 是保证集中力直接作用下的那个水平横截面不被压碎。

鉴于构造和经验是砌体结构成功的重要因素之一，所以也较多地引用了一些行之有效的构造措施或经验，供初步设计时参考。但是作为正式的砖石结构的构造措施，请参照《砌体结构设计规范》(GBJ3—88) 执行。以下简称砌体规范。

本章所指的砌体房屋，主要是指砖砌体房屋，其方法也可用于石块等砌体房屋。

本章介绍了建筑物的变形缝，包括 1. 沉降缝，2. 伸缩缝，3. 防震缝。无论在注册建筑师考试或是在建筑设计中，都是很重要的，最好能熟记。

第一节　墙、柱高厚比的验算

一、名词解释

(一) 墙、柱的高厚比的定义

墙、柱的高厚比的验算是保证砌体结构稳定性的重要构造措施之一。

所谓高厚比是指墙、柱的计算高度 H_0 与墙的厚度 h（或矩形柱的短边长）的比值，用 β 表示：

$$\beta=\frac{H_0}{h} \tag{16-1}$$

式中的计算高度 H_0 和厚度 h 在后面有详细的说明。

应该指出，对砖石结构进行高厚比的验算要在它的强度验算之前进行，是一项必不可少的内容。

高厚比 β 与受压构件长细比有类似的物理概念。墙、柱的高厚比愈大，其稳定性就愈差，容易在砌筑时因墙身略有歪斜，或受到偶然的撞击和振动等影响而产生倒塌的危险。因此，在进行墙体设计时，必须首先作高厚比的验算。

但是受压构件的长细比计算，是将它的长细比 $\lambda=\frac{l_0}{i}$ 作为一个中间数据来加以考虑，并未对 λ 作数值上的限制。每一个长细比 λ 都可以在临界应力点图上对应一个相应的临界应力（见本书第四章）。而砖石结构的高厚比验算则规定了它的 $\beta=\frac{H_0}{h}$ 必须小于或等于某一个规定了的数值范围，否则就不允许。

（二）规范规定的墙、柱允许高厚比[β]

墙、柱的允许高厚比用[β]表示

对高厚比进行控制是一个综合性的技术措施。砌体规范规定的允许高厚比的具体数值是根据我国以往的设计经验和现阶段的材料质量及施工技术水平，在全面考虑了以下几方面要求的基础上确定的。

（1）通过对高厚比进行控制，使墙、柱在满足强度验算要求之外还具有足够的稳定性。即保证构件不致由于过于细长而在荷载作用下发生失稳破坏。

（2）通过对高厚比进行控制，使墙柱在使用阶段具有足够的刚度，以避免出现过大的侧向挠曲变形。

（3）通过对高厚比进行控制，使墙、柱在施工中可能出现的轴线偏差（如柱轴线的弯曲、墙面鼓出以及墙和柱的倾斜等）不致过大。

具体的墙、柱高厚比[β]见表 16－1。

表 16－1 墙、柱的允许高厚比[β]值

砂浆强度等级	墙	柱
M0.4	16	12
M1	20	14
M2.5	22	15
M5	24	16
≥M7.5	26	17

注：①空斗墙和中型砌块墙、柱的允许高厚比应按表中数值降低 10％采用；毛石墙、柱的允许高厚比应按表中数值降低 20％采用。

②纵向配筋的组合砖砌体构件的允许高厚比可按表中数值提高 20％取用，但不得大于 28％；

③表中的 M 符号表示砂浆标号、$M_{0.4}$ 表示习用的 4 号砂浆，M_5 表示 50 号砂浆，以此类推。

（三）墙、柱的计算高度 H_0

墙、柱是受压或受压兼受弯构件，在核算其高厚比时，它的计算高度 H_0 可由表 16－2（a）查出。表中的所谓“弹性”或“刚性”方案等名词含义由表 16－2（b）给出。

表 16－2（a）　受压构件的计算高度 H_0

房屋类别			柱		带壁柱墙或周边拉结的墙		
			排架方向	垂直排架方向	$s>2H$	$2H>s>H$	$s\leqslant H$
有吊车的房屋	变截面柱上段	弹性方案	$2.5H_u$	$1.5H_u$	$2.5H_u$		
		刚性、刚－弹性方案	$2.0H_u$	$1.25H_u$	$2.0H_u$		
	变截面柱下段		$1.0H_1$	$0.8H_1$	$1.0H_1$		
无吊车的房屋	单跨	弹性方案	$1.5H$	$1.0H$	$1.5H$		
		刚－弹性方案	$1.2H$	$1.0H$	$1.2H$		
	两跨或多跨	弹性方案	$1.25H$	$1.0H$	$1.25H$		
		刚－弹性方案	$1.1H$	$1.0H$	$1.1H$		
	刚性方案		$1.0H$	$1.0H$	$1.0H$	$0.4s+0.2H$	$0.6s$

注：①表中各符号的含义如下：

s——相邻横墙间的距离，这里所说的横墙是指与所验算的周边拉结的墙或带壁柱墙相垂直的墙；

H_u——变截面柱的上段高度；

H_1——变截面柱的下段高度；

H——构件高度。在房屋中即为楼板或其它水平支点间的距离。在单层房屋或多层房屋的底层，构件下端支点的位置一般可取在基础顶面；当基础埋置较深时，可取在室内地坪或室外地坪下 300mm～500mm 处。山墙的 H 可取层高加山墙尖高度的一半；山墙壁柱的 H 则可取等于壁柱处的山墙高度。

②对有吊车的房屋，当不考虑吊车的作用时，变截面柱的上段仍按表中规定采用；下段的计算高度可按下列规定采用。

（a）当 $H_u/H\leqslant 1/3$ 时，取等于无吊车房屋的 H_0；

（b）当 $1/3<H_u<H<1/2$ 时，取等于无吊车房屋的 H_0 乘以修正系数 μ

$$\mu=1.3-0.3\frac{I_u}{I_1}$$

其中 I_u、I_1 分别为变截面柱上段和下段的惯性矩；

（c）当 $H_u/H\geqslant 1/2$ 时，H_0 按无吊车房屋取用。但在确定 β 值时采用上柱截面。

上述规定也适用于无吊车房屋中的变截面柱。

③上端为自由端的构件，$H_0=2H$。

④独立砖柱，当无柱间支撑时，柱在垂直排架方向的 H_0 应按表中数值乘以 1.25 后采用。

⑤影响房屋结构空间工作性能的主要因素是屋盖和楼盖的结构类型和横墙间距，根据这两个因素由表 16－2（b）可以确定表 16－2（a）中的所谓刚性、弹性和刚－弹性方案等三个名词的具体含义。由表中可以看出，其决定因素是横墙的间距。

表 16－2（b）　决定刚性、刚弹性和弹性方案时房屋的横墙间距 s（m）

屋盖类别	刚性方案	刚弹性方案	弹性方案
整体式、装配整体式和装配式无檩体系钢筋混凝土屋盖	$s<32$	$32\leqslant s\leqslant 72$	$s>72$
装配式有檩体系钢筋混凝土屋盖、轻钢屋盖和有密铺望板的木屋盖	$s<20$	$20\leqslant s\leqslant 48$	$s>48$
冷摊瓦木屋盖和石棉水泥瓦轻钢屋盖	$s<16$	$16\leqslant s\leqslant 36$	$s>36$

注：①有檩体系钢筋混凝土屋盖系指在屋架之间，由钢筋混凝土檩条支承各类瓦屋面的结构体系；无檩体系钢筋混凝土屋盖则是指在屋架或屋面大梁之间，铺设钢筋混凝土屋面板的结构体系。

②横墙是保证房屋的抗侧向力结构具有所需水平刚度的重要部件，故这些横墙必须同时满足下列几项基本要求：

ⓐ当横墙中开有孔洞时（如门、窗、走道），洞口的水平截面面积应不超过横墙截面面积的 50%；

ⓑ横墙的厚度一般应不小于 180mm；

ⓒ单层房屋的横墙长度应不小于房屋高度；多层房屋的横墙长度应不小于房屋总高度的 1/2。

二、墙、柱高厚比验算

（一）墙、柱高厚比验算的含义和计算公式

计算出的高厚比 β 应小于按砌体规范所查得的允许值$[\beta]$与有关修正系数 μ_1、μ_2 之乘积。用下面公式表示

$$\beta=\frac{H_0}{h}\leqslant\mu_1\mu_2[\beta] \tag{16-2}$$

式中 H_0——墙、柱的计算高度，应按表 16－2（a）采用；

h——墙厚或矩形柱与 H_0 相对应的边长；

μ_1——非承重墙允许高厚比的修正系数，$\mu_1\geqslant1.0$；

μ_2——有门窗洞口墙允许高厚比的修正系数，$\mu_2\leqslant1.0$；

$[\beta]$——墙、柱的允许高厚比，应按表 16－1 采用。

注：①当墙高 H 大于或等于相邻横墙或壁柱间的距离 S 时，应按计算高度 $H_0=0.6s$ 验算高厚比；

②当与墙连接的相邻两横墙间的距离 $s\leqslant\mu_1\mu_2[\beta]h$ 时，墙的高度可不受本条限制。

关于式(16－2)的具体运用，尚需说明两点：

式(16－2)中修正系数 μ_1、μ_2 按下面取值

(1) 厚度 $h\leqslant240$mm 的非承重墙的系数 μ_1；

当 $h=240$mm　　$\mu_1=1.2$；

当 $h=90$mm　　$\mu_1=1.5$；

当 240mm$>h>$90mm　　μ_1 可按插入法取值。

显然，对承重墙或厚度 $h>240$mm 的非承重墙，$\mu_1=1.0$。

(2) 对有门窗洞口的墙，允许高厚比应按表 16－1 所列数值乘以降低系数 μ_2；

$$\mu_2=1-0.4\frac{b_s}{s}$$

式中 b_s——在宽度 s 范围内的门窗洞口宽度；

s——相邻窗间墙或壁柱之间的距离。

当按上式算得的 μ_2 值小于 0.7 时，应采用 0.7。当洞口高度等于或小于墙高的 1/5 时，可取 μ_2 等于 1.0。

（二）带壁柱墙的高厚比验算

一般单层或多层房屋的纵墙，往往带有壁柱。对于带壁柱的墙体，需要分别进行带壁柱墙和壁柱间墙体的高厚比验算两种情形。这是与不带壁柱的片式墙体有区别的。

1. 带壁柱墙的高厚比验算

为保证两横墙之间的整体墙身（包括壁柱在内）的稳定性，故高厚比验算时，以横墙作为不动支点，墙身长度就是横墙间的距离。由此可以确定出是属于刚性方案还是其它两种方案之一。

带壁柱墙一般采用 T 形和十字形截面，因此，直接按矩形截面墙体高厚比式(16－1)无法验算，应把 T 形和十字形截面折算成矩形截面，即式(16－1)中的 h 改用带壁柱墙的折算厚度 h_T。

由于高厚比 $\frac{H_0}{h}$ 和压杆的长细比 $\frac{H_0}{i}$ 有类似的物理意义，故对于折算厚度 h_T 可以从 T 形（十字形）截面与矩形截面回转半径相等的概念求得。

对于折算矩形截面：　$i'=\sqrt{\dfrac{I'}{A'}}=\sqrt{\dfrac{\left(\dfrac{b\cdot h_T^3}{12}\right)}{b\cdot h_T}}=\dfrac{h_T}{\sqrt{12}}=\dfrac{h_T}{3.5}$

T形截面：　$i=\sqrt{\dfrac{I}{A}}$

现把T形截面厚度折算成矩形截面厚度（图16－1），即要求：

$$i=i'$$

则　$$i=i'=\frac{h_T}{3.5}$$

故有　$$h_T=3.5i$$

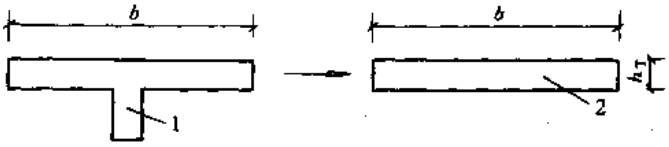


图16－1　T形截面厚度折算成矩形截面厚度

1—T形截面；2—矩形截面

对于十字形或其它型式的截面，亦可先算出其回转半径 i，并取 $h'=3.5i$。惯性矩 I 值请参阅本书第三章。

这样，对于带壁柱墙的高厚比，式(16－1)可改写为

$$\beta=H_0/h_T \qquad (16-1a)$$

式中　h_T——带壁柱墙的折算厚度；

i——带壁柱墙截面的回转半径。

2．壁柱之间墙片的高厚比验算

带壁柱壁，除上述需对横墙间的整段墙体验算高厚比之外，还应对壁柱之间的墙壁片（此时为一矩形截面，壁厚 h）进行高厚比验算。这时，在确定高厚比的限值[β]时，横墙间距取为壁柱间距 s。当壁柱间的墙较高、较薄以致结果超过高厚比[β]限值，但按式(16－1a)却满足[β]前提时，可在墙高范围内设置钢筋混凝土圈梁加以解决。若圈梁宽度 b 和壁柱间距 s 的比例 $\dfrac{b}{s}\geqslant\dfrac{1}{30}$ 时，则圈梁可作为墙的不动铰支点，这样墙高（图16－2）就降低为由基础顶面至圈梁底面的高度。

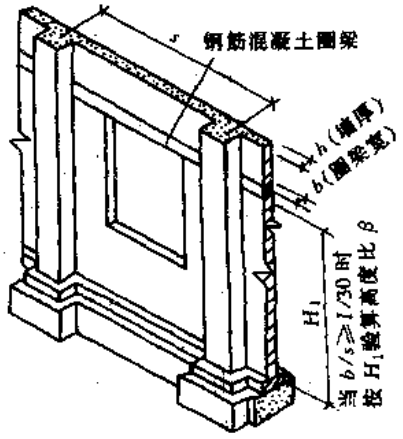


图16－2　壁柱间墙体的高厚比验算图式

这一步验算的墙厚 h 即为墙的真正厚度，不存在折算厚度的概念，因为壁柱间的墙体横截面是一个矩形。

第二节　墙、柱等砌体构件的强度计算

一、强度计算公式及举例

（一）对墙、柱等构件，除了要验算高厚比 β 之外，还要进行强度的核算

对于非承重的墙、柱，一般仅可计算高厚比 β，而不必进行强度核算，当然特殊情况例

外，比如砌块的强度等级和砂浆强度等约均特别低的情况。

砌体受压的强度计算公式为

$$N \leqslant \varphi f A \tag{16-3}$$

式中 N——荷载设计值产生的轴向力；

φ——高厚比β和轴向力的偏心距e对受压构件承载力的影响系数，可按随后叙及的公式计算；

f——砌体抗压强度设计值；

A——截面面积，对各类砌体均可按毛截面计算。

（二）偏心受压稳定系数 φ

$$\varphi = \frac{1}{1 + 12\left(\frac{e + e_i}{h}\right)^2} \tag{16-4}$$

由于上式中附加偏心矩 e_i 通过理论和实验验证可取：

$$e_i = \frac{h}{\sqrt{12}}\sqrt{\frac{1}{\varphi_0} - 1}\left[1 + 6\frac{e}{h}\left(\frac{e}{h} - 0.2\right)\right]$$

由此，稳定系数演化为

$$\varphi = \frac{1}{1 + 12\left\{\frac{e}{h} + \sqrt{\frac{1}{12}\left(\frac{1}{\varphi} - 1\right)}\left[1 + 6\frac{e}{h}\left(\frac{e}{h} - 0.2\right)\right]\right\}^2} \tag{16-5}$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{1 + \alpha\beta^2} \tag{16-6}$$

式中 e——轴向力的偏心距；

h——矩形截面的轴向力偏心方向的边长；

α——与砂浆强度等级有关的系数：

当砂浆强度等级大于或等于 M5 时，$\alpha = 0.001\ 5$；

当 M2.5 时，$\alpha = 0.002$；

当 M1.0 时，$\alpha = 0.003$；

当 M0.4 时，$\alpha = 0.004\ 5$；

当砂浆强度 $f_2 = 0$ 时，$\alpha = 0.009$；

β——构件的高厚比。

为了对式(16－5)有一个量的直观概念，我们来计算一个具体构件的 φ 值。

例 16－1 一个 $0.5\text{m}^2 \times 0.5\text{m}^2$ 的砖柱，计算高度 $H_0 = 4\text{m}$，砂浆强度等级为 M2.5，柱顶集中力作用于柱的纵向轴线上，试求此柱的 φ 值。

解

(1) 式(16－5)中的参数计算：

a. 为了求φ，先求式(16－5)中的 φ_0，按式(16－6)：

因为 $$\beta = \frac{H_0}{h} = \frac{4\,000}{500} = 8$$

$$\alpha = 0.002$$

所以 $$\varphi_0 = \frac{1}{1 + \alpha\beta^2} = \frac{1}{1 + 0.002 \times 8^2} = 0.886$$

b. 式(16－5)中的其余参数

$$e=0$$

$$h=500\text{mm}$$

(2) 将以上的 φ_0、e 和 h 值代入式(16－5)：

$$\varphi=\frac{1}{1+12\left\{\frac{e}{h}+\sqrt{\frac{1}{12}\left(\frac{1}{\varphi_0}-1\right)}\cdot\left[1+6\cdot\frac{e}{h}\left(\frac{e}{h}-0.2\right)\right]\right\}^2}$$

$$=\frac{1}{1+\left\{\frac{0}{h}+\sqrt{\frac{1}{12}\left(\frac{1}{0.886}-1\right)}\times\left[1+6\times\frac{0}{h}\times\left(\frac{0}{h}-0.2\right)\right]\right\}^2}$$

$$=\frac{1}{1+\frac{1}{12}\left(\frac{1}{0.886}-1\right)}$$

$$=0.989\ 4\approx1.0$$

(3) 如果将高厚比改变一下，令 $\beta=16$，其余条件不变，则有

$$\varphi_0=\frac{1}{1+0.002\times16^2}=0.661$$

故

$$\varphi=\frac{1}{1+\frac{1}{12}\left(\frac{1}{0.661}-1\right)}$$

$$=0.96$$

可见在轴压情况下，柱高虽然增加一倍，但对 φ 值的影响并不明显。

(4) 但是如果将本题的条件变为偏压情况，为此令 $e=100\text{mm}$，其余情况不变时，有

$$\varphi=\frac{1}{1+12\left\{\frac{0.1}{0.5}+\sqrt{\frac{1}{12}\left(\frac{1}{0.886}-1\right)}\times\left[1+6\times\frac{0.1}{0.5}\left(\frac{0.1}{0.5}-0.2\right)\right]\right\}^2}$$

$$=0.915$$

可见柱在偏心受压时对 φ 值的影响比较明显。

这一结论亦可从式(16－5)分析得出：在式(16－5)中，含偏心距 e 的项在方括号中被平方，在大括号展开后又在上次平方的基础上再平方一次。显然对式(16－5)的结果起着较大的决定性影响。

(三) 砌体抗压强度设计值 f

先按砌块材料的不同从表 16－3 至表 16－8 对号入座选择一个，然后再从该表中按砌块和砂浆的强度等级查出 f。

表 16－3　烧结普通砖、非烧结硅酸盐砖和承重粘土空心砖砌体的抗压强度设计值 (N/mm²)

砖强度等级	砂浆强度等级							砂浆强度
	M15	M10	M7.5	M5	M2.5	M1	M0.4	0
MU30 (300)	4.16	3.45	3.10	2.74	2.39	2.17	1.58	1.22
MU25 (250)	3.80	3.15	2.83	2.50	2.18	1.98	1.45	1.11
MU20 (200)	3.40	2.82	2.53	2.24	1.95	1.77	1.29	1.00
MU15 (150)	2.94	2.44	2.19	1.94	1.69	1.54	1.12	0.86
MU10 (100)	2.40	1.99	1.79	1.58	1.38	1.26	0.91	0.70
MU7.5 (75)	—	1.73	1.55	1.37	1.19	1.09	0.79	0.61

注：MU 为砌体强度等级，括号中为勿用的标号；M 为砂浆强度等级。

表 16－4 一砖厚空斗砌体的抗压强度设计值（N/mm²）

砖强度等级	砂浆强度等级				砂浆强度
	M5	M2.5	M1	M0.4	0
MU20（200）	1.65	1.44	1.31	1.26	0.98
MU15（150）	1.24	1.08	0.98	0.94	0.73
MU10（100）	0.83	0.72	0.65	0.63	0.49
MU7.5（75）	0.62	0.54	0.49	0.47	0.37

注：一砖厚空斗砌体包括无眠空斗、一眠一斗、一眠二斗和一眠多斗数种。

表 16－5 混凝土小型空心砌块砌体的抗压强度设计值（N/mm²）

砌块强度等级	砂浆强度等级				砂浆强度
	M10	M7.5	M5	M2.5	0
MU15	4.29	3.85	3.41	2.97	2.02
MU10	2.98	2.67	2.37	2.06	1.40
MU7.5	2.30	2.06	1.83	1.59	1.08
MU5	—	1.43	1.27	1.10	0.75
MU3.5	—	—	0.92	0.80	0.54

注："小型"指砌块高度在 180mm～350mm 之间。

表 16－6 中型砌块砌体的抗压强度设计值（N/mm²）

砌块强度等级	砂浆强度等级				砂浆强度
	M10	M7.5	M5	M2.5	0
MU15	4.89	4.77	4.57	3.98	3.38
MU10	3.26	3.18	3.04	2.65	2.26
MU7.5	2.44	2.39	2.28	1.99	1.69
MU5	—	1.59	1.52	1.32	1.13
MU3.5	—	—	1.06	0.93	0.79

注：①"中型"指砌块高度在 360mm～900mm 之间；

②本表亦适用于粉煤灰中型实心砌块。

表 16－7 毛料石砌体的抗压强度设计值（N/mm²）

石材强度等级	砂浆强度等级				砂浆强度
	M7.5	M5	M2.5	M1	0
MU100	5.78	5.12	4.46	4.06	2.28
MU80	5.17	4.58	3.98	3.63	2.04
MU60	4.48	3.96	3.45	3.14	1.76
MU50	4.09	3.62	3.15	2.87	1.61
MU40	3.66	3.24	2.82	2.57	1.44
MU30	3.17	2.80	2.44	2.22	1.25
MU20	2.59	2.29	1.99	1.81	1.02
MU15	2.24	1.98	1.72	1.57	0.88
MU10	1.83	1.62	1.41	1.28	0.72

表 16－8　毛石砌体的抗压强度设计值（N/mm^2）

石材强度等级	砂浆强度等级					砂浆强度
	M7.5	M5	M2.5	M1	M0.4	0
MU100	1.35	1.20	1.04	0.61	0.45	0.36
MU80	1.21	1.07	0.93	0.54	0.40	0.32
MU60	1.05	0.93	0.81	0.47	0.35	0.28
MU50	0.96	0.85	0.74	0.43	0.32	0.25
MU40	0.86	0.76	0.66	0.38	0.29	0.22
MU30	0.74	0.66	0.57	0.33	0.25	0.19
MU20	0.60	0.54	0.47	0.27	0.20	0.16
MU15	0.52	0.46	0.40	0.24	0.18	0.14
MU10	0.43	0.38	0.33	0.19	0.14	0.11

例 16－2　某纵墙窗间带壁柱的截面尺寸如图 16－3 所示。柱高为 $H=8.1\text{m}$，计算高度为 $H_0=1.2\times8.1=9.72\text{m}$，用 100 号粘土砖及 25 号混合砂浆砌筑。若该柱控制截面（柱底截面）承受的设计轴向压力为 $N=332\text{kN}$，设计弯矩为 $M=39.44\text{kN}\cdot\text{m}$（偏心压力偏向截面翼缘一侧），试确定该柱承载能力是否足够。

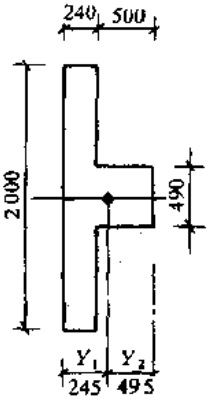


图 16－3　（例 16－3）

解

（1）计算截面几何参数　因要求截面的回转半径 i，而 $i=\sqrt{\dfrac{I}{A}}$，可见关键要求截面对其形心轴的惯性矩 I。现截面尺寸已知，首先应该求形心轴位置。由本书第三章关于形心概念可求出如下：

a．截面面积

$$A=2\,000\times240+490\times500=725\,000\text{mm}^2$$

b．形心到截面左边缘的距离为 y_1

$$y_1=\frac{2\,000\times240\times120+490\times500\times\left(240+\dfrac{500}{2}\right)}{725\,000}=245\text{mm}$$

形心到截面右边缘为 y_2

$$y_2=740-245=495\text{mm}$$

c．惯性矩

$$I=\frac{2\,000\times240^2}{12}+2\,000\times240\times122.5^2+\frac{490\times500^3}{12}$$

$$+490\times500\times\left[\frac{500}{2}-(245-240)\right]^2=293\times10^8\text{mm}^4$$

d．回转半径

$$i=\sqrt{\frac{I}{A}}=\sqrt{\frac{293\times10^8}{725\,000}}=201.1\text{mm}$$

e．折算厚度

$$h_T=3.5i=3.5\times201.1=703.8\text{mm}$$

（2）确定偏心距并求 φ：

$$e=\frac{M}{N}=\frac{39\,440}{332}=118.8\text{mm}$$

$$\beta=\frac{H_0}{h_T}=\frac{9\,720}{703.8}=13.81<[\beta]=22$$

$$\varphi_0=\frac{1}{1+\alpha\beta}=\frac{1}{1+0.002\times13.81}=0.973$$

$$\varphi=\frac{1}{1+12\left\{\frac{e}{h}+\sqrt{\frac{1}{12}\left(\frac{1}{\varphi_0}-1\right)}\cdot\left[1+6\cdot\frac{e}{h}\left(\frac{e}{h}-0.2\right)\right]\right\}^2}$$

$$=\frac{1}{1+12\left\{\frac{118.8}{703.8}+\sqrt{\frac{1}{12}\left(\frac{1}{0.973}-1\right)}\cdot\left[1+6\cdot\frac{118.8}{703.8}\left(\frac{118.8}{703.8}-0.2\right)\right]\right\}^2}$$

$$=\frac{1}{3.584}=0.279$$

（3）由表 16－3 查得 $f=1.38\text{N/mm}^2$，则：

$$N=332\,000\text{N}>\varphi\cdot A\cdot f=0.279\times725\,000\times1.38=279\,157\text{N}$$

不满足要求。

二、强度计算过程中的危险截面分析

如同在研究钢筋混凝土结构构件那样，砖石结构也有一个选择代表性的控制截面问题，只要我们满足了某一个或二个控制截面，对某一段砖石墙体就满足了它们的强度要求。

对于砖石砌体的整片实心墙体来说（不论是横墙还是纵墙），一般控制截面对某楼层墙体可以选为该上层楼板的楼面下的砌体截面（如有大梁则应为大梁下）和该层的楼板上砌体截面两个截面。并以沿墙长方向取 1m 的宽度条作为计算单元。

对于承重纵墙，一般不是整片实心墙，常开有门窗洞口，那些截面是比较危险的呢？一般可取截面上内力（M 和 N）大或截面有削弱的截面，例如图16－4所示的 1－1、2－2、3－3、4－4 截面，就符合这个要求。

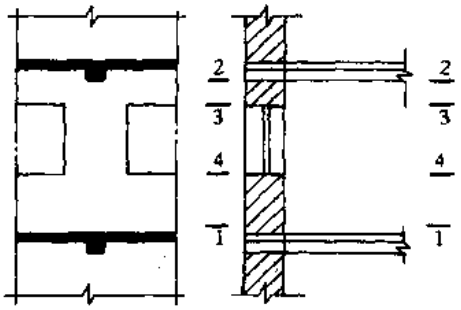


图 16－4 危险截面的比较

但这四个截面是不是每一个截面都是最危险的呢？下面从影响截面安全的因素方面作一分析，从而确定必须验算的危险截面。

从公式(16－3) 可以看出，截面强度的安全与否同 φ、A、f、N 等因素有关，所以对它们作逐一分析。

（1）φ 实际上包含了压杆的长细比因素引起砌体强度折减和纵向力 N 对砌体截面有偏心因素引起砌体强度折减这个概念。为了叙述方便，不妨暂把考虑压杆长细比影响而引起砌体强度折减这一因素叫做 φ_1，而把纵向力 N 偏心影响而引起砌体强度折减这一因素叫做 φ_2。我们分别研究最不利的 φ_1 和 φ_2。

对受压构件来说，为了计算方便及偏于安全起见，目前在砌体结构设计中对各截面均采用相同的 φ_1 值，即对上述四个截面 φ_1 的取值是相同的。

纵向力的偏心影响因素 φ_2 与偏心距 e 的大小有关，由式（16－5）可以推知，在截面的纵向力偏心方向边长 h 相同的条件下，e 愈大，φ_2 愈小，根据这一条件，对截面 1－1 来说，纵向力最大，弯矩较小（当不考虑风荷载时，弯矩为零），则偏心距 $e=\frac{M}{N}$ 较小，因而

φ_2 值较大。而截面 2－2 处弯矩最大，纵向力最小，则偏心距 e 为最大。因而 φ_2 值较小。但是，在刚性方案多层房屋中，由于纵向力往往较大，而弯矩则较小，各截面的 φ_2 值往往都比较接近，变化幅度不大。

所以说，对四个截面，其 φ 值均相差不大。

(2) 砌体的轴心抗压设计强度 f。

同一层墙体一般均采用相同的材料砌筑，所以各截面的砌体轴心抗压强度 f 是相同的。

(3) 截面计算面积 A。

从以上两点分析可以看出，上述四个截面的 φ（包括了 φ_1、φ_2 因素）和 f 可看成是基本相同的。因而危险截面与截面计算面积 A、荷载 N 的大小有很大关系。

对于上述四个截面中的 3－3 和 4－4 截面，因开有窗洞，截面有所削弱，照理应比其他截面危险，然而对于 1－1 和 2－2 截面虽无削弱，但由于截面 2－2 承受大梁传来的支承压力，整个截面只有部分参加工作，即截面局部受压。而截面 1－1 上的竖向荷载较其他截面要大，竖向压应力的分布规律则与窗下墙的高度 H_x 有关（图 16－5），当 H_x 较大时，窗下墙抗剪能力较强，竖向压应力接近于均匀分布。当 H_x 较小时，窗下墙抗剪能力较弱，砌体产生如图 16－5 所示的裂缝，故竖向压应力仅分布在窗间墙部分，不能考虑计算单元内全部窗下墙参加工作，而仅考虑窗间墙部分参加工作。

这样，1－1 截面的计算面积与 2－2、3－3、4－4 截面相同，而竖向荷载则比 2－2、3－3、4－4 截面大，显然 1－1 截面比较危险。

根据以上的讨论分析，可以得出刚性方案多层房屋承重纵墙设计时的控制截面，一般取下列两个截面（图 16－6）。

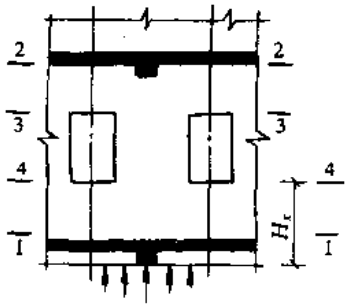


图 16－5　窗台下墙体受剪破坏

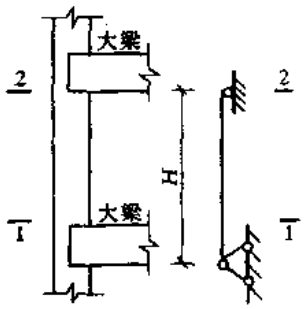


图 16－6　刚性方案多层房屋危险截面位置

a. 取截面 1－1，按式（16－3）进行墙体的强度计算。

b. 取截面 2－2，进行墙体的局部受压检查；请参阅本节下面第三项计算。

三、砌体局部受压强度计算

砌体结构常与钢筋混凝土结构或钢结构、木结构等组合成混合结构来作为房屋的承重结构。在这种情况下常会出现大梁、屋架等的支反力作用在砖墙、砖柱截面中的局部面积上这样一种受力状态。虽然试验结果表明当砌体在局部面积上受压时，该受压面上的砌体抗压强度比截面均匀受压时为高，但由于作用在局部面积上的压力通常较大，若不精心验算，就可能成为整个结构中的最薄弱环节，甚至造成砌体的局部受压破坏。在以往的工程事故中，由于砌体局部受压强度不足而引起整栋多层房屋倒塌的事例并不少见。因此在砌体结构设计中应对局部受压问题给予足够的重视，并对所有局部受压部位逐一进行验算。

试验结果表明，局部受压情况下，局部受压强度主要取决于砌体原有的轴心抗压强度和周围砌体对局部受压区的围裹程度。一般来说 A/A_l 越大，这种围裹作用也就越强，因此在 A/A_l 未超出某个限值的范围内，砌体的局部抗压强度随 A/A_l 的增加而提高，但 A/A_l 越大，提高的幅度越小。

砌体规范根据各种局部受压位置的试验结果提出对局部受压面积上为均匀受压的受力类型，其承载能力验算按下式进行：

$$N \leqslant \gamma \cdot f \cdot A_l \tag{16-7}$$

$$\gamma = 1 + 0.35\sqrt{\frac{A_0}{A_l} - 1} \tag{16-8}$$

式中 N——作用在局部受压面积上的设计压力；

A_l——局部受压面积，图 16－7；

f——砌体的轴心抗压设计强度，按表 16－3 到表 16－8 取用；

γ——局部抗压强度提高系数；

A_0——影响局部抗压强度的计算围裹面积，按图 16－7 确定。

注意 A_l 应算作 A_0 的一部分。但为了避免出现前文已经指出的在 A/A_l 较大时的突然竖向劈裂型破坏，应对由上式计算出的 γ 值给以如下限制：在图 16－7（a）的情况下 $\gamma \leqslant 2.5$；在图 16－7（b）的情况下 $\gamma \leqslant 1.5$；在图 16－7（c）的情况下 $\gamma \leqslant 2.0$；在图 16－7（d)的情况下 $\gamma \leqslant 1.25$。

对上述几种情况的 γ 值，可取 $\gamma = 1.25$，偏于安全。进一步估算用时，干脆取 $\gamma = 1.0$，即 $N \leqslant f \cdot Ai$

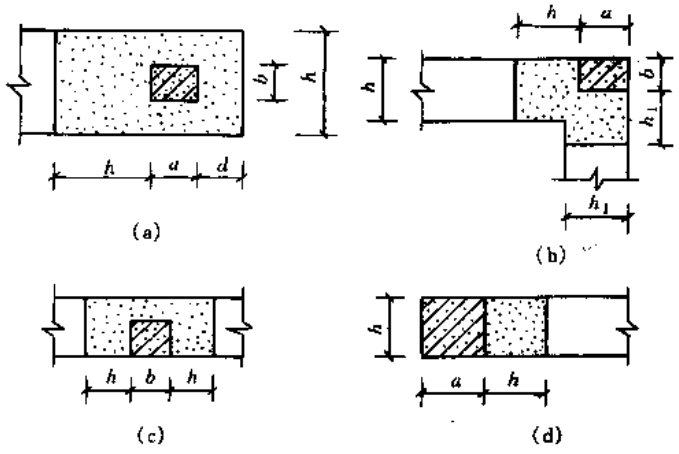


图 16－7 局部受压计算中的 A_0 和 A_l

注：①A_0 面积为图中加点部分与斜杠加点部分之和；

②A_l 面积仅为图中斜杠加点部分。

第三节 构造措施和常用经验

一、平面和剖面的结构方案

(1) 实心砖墙住宅楼可以按表 16－9，根据房屋层数选用相应的墙厚和砂浆标号。

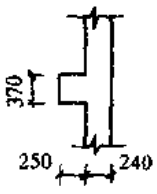
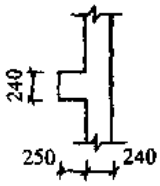
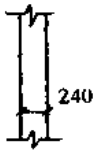
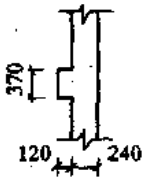
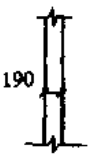
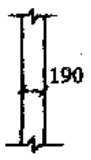
表 16－9　实心砌体墙的常用层数

墙身材料	厚度(mm)	层数	砌块(砖)	砂浆	砌块(砖)	砂浆	砌块(砖)	砂浆	砌块(砖)	砂浆
砖砌体	240	六	MU7.5	M2.5						
		五	MU7.5	M2.5	MU7.5	M2.5				
		四	MU10	M2.5	MU7.5	M2.5	MU7.5	M2.5		
		三	MU10	M5	MU7.5	M50	MU7.5	M2.5	MU7.5	M2.5
		二	MU10	M5	MU7.5	M50	MU7.5	M5	MU7.5	M2.5
		底	MU10	M10	MU10	M50	MU75	M5	MU7.5	M5
		基础	MU10	M10	MU10	M100	MU10	M10	MU7.5	M5

注：非地震区适用。

由表 16－10 可见，240mm 厚的实心红砖墙盖 6 层住宅楼是可以满足强度要求的。

表 16－10　粘土红砖墙体常用尺寸

类别	横墙间距(m)	层高(m)	开间(m)	跨度(m)	承重墙厚(mm) 纵墙	山墙	横墙	砖标号	砂浆标号	备注
单层食堂、商场、仓库等（钢筋混凝土轻型屋盖）	≤42	≤5	6	12～15		同左，壁柱间距约为跨度的1/3		≥MU7.5	≥M2.5	屋盖无气楼，层高系指室外地面至檐口高度
	≤18	≤6	6	12～15						
单层食堂、商场、仓库等（木屋架）	≤36	≤4.5	4	12～15						
	≤12	≤4	4	12～15					≥10	
单层住宅、宿舍（横墙承重）	≤3.6	≤3.0	≤3.6			$d \geqslant 190$	$d \geqslant 120$		>M0.4 当 $d=120$ 时 >M2.5	横墙承重
三层及三层以下的住宅、宿舍（横墙承重）	≤3.6	≤3.0	≤3.6						第二、三层≥M1 底层≥M2.5	
同上（纵墙承重）	≤12	≤3.0	≤3.6							纵墙承重

注：非地震区适用。

（2）一般房屋用粘土红砖作墙体常用的截面尺寸，在结构初步设计时，可参照表 16－10 进行。

（3）地震区多层砌体房屋的总高度及层数，不宜超过表 16－11 的数字。

表 16－11 砌体房屋总高度（m）和层数限值

砌体类别	最小墙厚(m)	地震裂度							
		6		7		8		9	
		高度	层数	高度	层数	高度	层数	高度	层数
粘土砖	0.24	24	八	21	七	18	六	12	四
混凝土小砌块	0.19	21	七	18	六	15	五	不宜采用	
混凝土中砌块	0.20	18	六	15	五	9	三		
粉煤灰中砌块	0.24	18	六	15	五	9	三		

注：房屋的总高度指室外地面到檐口的高度，半地下室可从地下室室内地面算起，全地下室可从室外地面算起。

4．地震区多层砌体房屋的局部尺寸，应符合表 16－12。

表 16－12 房屋的局部尺寸限值（m）

部位	地震烈度			
	6	7	8	9
承重窗间墙最小宽度	1.0	1.0	1.2	1.5
承重外墙尽端至门窗洞边的最小距离	1.0	1.0	1.5	2.0
非承重外墙尽端至门窗洞边的最小距离	1.0	1.0	1.0	1.0
内墙阳角至门窗洞边的最小距离	1.0	1.0	1.5	2.0
无锚固女儿墙（非出入口处）的最大高度	0.5	0.5	0.5	0.0

二、钢筋混凝土构造柱的设置（简称构造柱）

（一）构造柱做法

（1）夹在墙体中沿高度设置的钢筋混凝土小柱，不作为承重柱对待，因而不进行计算而仅按构造要求设置的柱叫构造柱（图 16－8）；

（2）构造柱最小截面可采用 240mm×180mm，纵向钢筋宜采用 4ϕ12，箍筋间距不宜大于 250mm 且在柱上下端宜适当加密；7 度时超过六层、8 度时超过五层和 9 度时，构造柱纵向钢筋宜采用 4ϕ14，箍筋间距不应大于 200mm；房屋四角的构造柱可适当加大截面及配筋（图 16－9）；

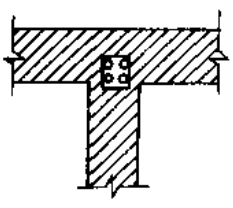


图 16－8 构造柱平面图

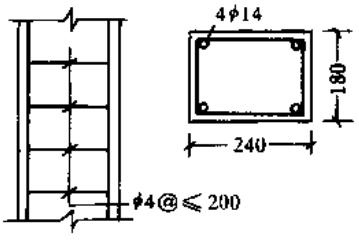


图 16－9 构造柱的纵筋和箍筋

（3）构造柱与墙连接处宜砌成马牙槎，并应沿墙高每隔 500mm 设 2ϕ6 拉结钢筋，每边伸入墙内不宜小于 1m，见图 16－10；

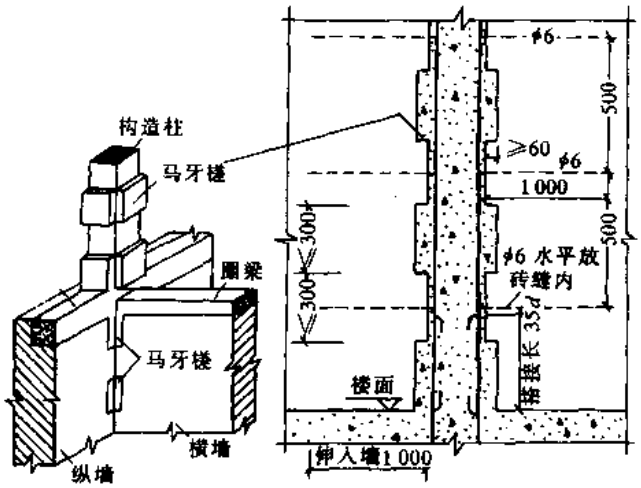


图 16－10　马牙槎与水平拉筋

（4）构造柱应与圈梁连接（图 16－10）；隔层设置圈梁的房屋，应在无圈梁的楼层增设配筋砖带，仅在外墙四角设置构造柱时，在外墙上应伸过一个开间，其他情况应在外纵墙和相应横墙上拉通，其截面高度不应小于四皮砖，砂浆强度等级不应低于 M5。

（5）构造柱可不单独设置基础，但应伸入室外地面下 500mm，或锚入浅于 500mm 的基础圈梁内，见图 16－11。

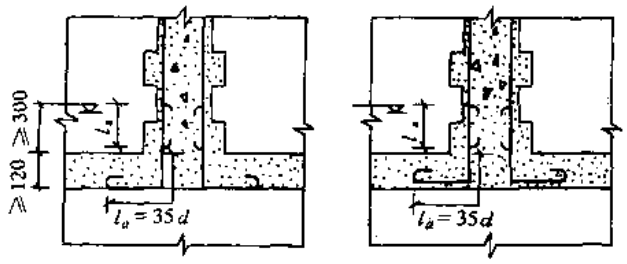


图 16－11　构造柱根部示意图

（6）为便于检查混凝土浇注质量，应沿构造柱全高留有一定的混凝土外露面。若柱身外露有困难时，可利用马牙槎作为混凝土外露面。

（7）构造柱应沿整个建筑物高度对正贯通，严禁使层与层之间构造柱相互错位。

（二）构造柱的设置原则

多层粘土砖房，应按下列要求设置钢筋混凝土构造柱（以下简称构造柱）：

（1）构造柱设置部位，一般情况下应符合表 16－13 的要求；

（2）外廊式和单面走廊式的多层砖房，应根据房屋增加一屋后的层数，按表 16－13 要求设置构造柱，且单面走廊两侧的纵墙均应按外墙处理；

（3）教学楼、医院等横墙较少的房屋，应根据房屋增加一屋后的层数，按第一款或第二款的要求设置构造柱。

三、圈梁

圈梁是沿砌体房屋外墙四周及横墙设置的连续封闭的水平梁。按构造设置，不进行计算。

表 16－13 砖房构造柱设置要求

房屋层数				各种层数和烈度均设置的部位	随层数或地震烈度变化而增设的部位
6度	7度	8度	9度		
四、五	三、四	二、三		外墙四角，错层部位横墙与外纵墙交接处，较大洞口两侧，大房间内外墙交接处	7到9度时，楼、电梯间的横墙与外墙交接处
六～八	五、六	四	二		隔开间横墙（轴线）与外墙交接处，出墙与内纵墙交接处， 7到9度时，楼、电梯间横墙与外墙交接处
	七	五、六	三、四		内墙（轴线）与外墙交接处，内墙局部较小墙垛处， 7到9度时，楼、电梯间横墙与外墙交接处， 9度时内纵墙与横墙（轴线）交接处

由于房屋是建造在地基上的，当地基产生不均匀沉降时，整个房屋就像梁一样发生弯曲变形和剪切变形。若在房屋的上部或下部设置了圈梁，则圈梁就象钢筋混凝土受弯构件中的受拉钢筋一样发挥作用。这就是说，圈梁可以承受由于地基不均匀沉降等因素在墙体中所引起的弯曲应力，在一定程度上防止或减轻了墙体的裂缝，这就是在一般情况下圈梁的主要作用。其次，圈梁还能加强纵、横墙的联系，增强房屋的空间刚度和整体性，对抵抗振动荷载和传递水平荷载有良好的作用。此外，圈梁还可起水平箍的作用，可减小墙、柱的压屈长度，提高墙、柱的稳定性等。

（一）构造要求

（1）圈梁应连续地设置在同一水平上，并尽可能沿墙的四周拉通，形成封闭圈。此外，还应与横向墙柱适当连接，连接处的距离一般不大于25m。如条件许可时，圈梁宜贯通横墙或在适当位置伸入横墙1.5m。

（2）当圈梁为门窗洞口切断而不能在同一水平上通过时，应在门窗洞上部或下部墙体中设置一道附加圈梁，如图16－12所示。附加圈梁与圈梁的搭接长度 l 应大于 $2H$，且不小于1.0m。附加圈梁的截面和配筋应与圈梁相同。在外形上，附加圈梁实际上就是门窗洞过梁的延长。

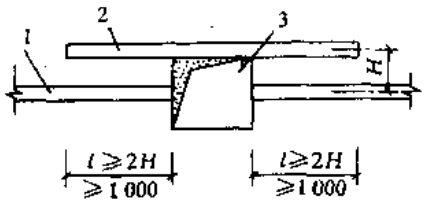


图 16－12 圈梁断开的处理

1—圈梁；2—附加圈梁；3—门洞

当圈梁为大梁或其他构件所隔断时，可在大梁等构件端部的相应位置预留穿筋的孔洞或预埋搭接短筋，搭接长度每边为 $30d$（d ——钢筋直径）。

（3）圈梁可作成钢筋砖圈梁或钢筋混凝土圈梁，其截面尺寸及配筋可按下述规定采用，见图16－13。

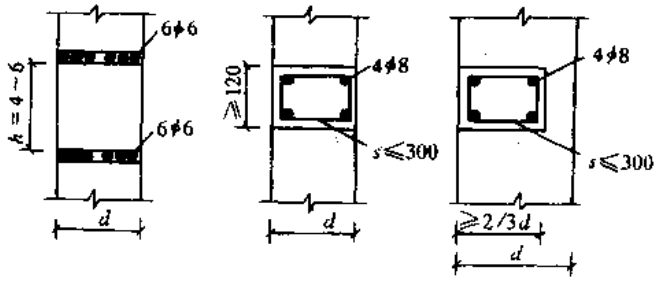


图 16－13 圈梁形式和配筋

(4) 钢筋砖圈梁应用不低于50号的砂浆砌筑，高度一般为4到6皮砖。梁中水平通长钢筋不宜少于4ϕ6，水平间距不宜大于12cm，分上、下两层设置。钢筋搭接长度为50d。

(5) 钢筋混凝土圈梁宽度一般与墙厚相同，当墙厚$d\geqslant$24cm时，最小宽度不宜小于$\frac{2}{3}d$。圈梁的高度应等于砌体每皮厚度的整数倍，并不应小于12cm。纵向钢筋不宜少于4ϕ8，钢筋搭接长度为30d，箍筋间距不宜大于30cm。钢筋混凝土圈梁可采用现浇，也可采用预制装配现浇接头的做法，现浇圈梁的混凝土标号一般不宜低于C15，预制圈梁的混凝土标号不宜低于C20。

(二) 圈梁的平面和剖面布置

(1) 对装配式钢筋混凝土楼盖的砖石房屋，圈梁可以参考表16－14布置。

表16－14　圈梁设置要求及配筋

设置部位	地震烈度		
	6、7度	8度	9度
沿外墙及内纵墙	屋盖处及隔层楼层处	屋盖处及每层楼盖处	屋盖处及每层楼盖处
沿内横墙	同上；屋盖处间距不大于7m，楼盖处间距不大于15m	同上；屋盖处沿所有横墙，且间距不大于7m；楼盖处间距不大于7m	同上，各层所有横墙
最小配筋量	4ϕ8	4ϕ10	4ϕ12

(2) 设置构造柱的多层砖房，其圈梁的设置除满足《建筑抗震设计规范》规定外，尚应沿设有构造柱的每道横墙及内、外纵墙在屋盖及每层楼盖处均设置圈梁。

(三) 圈梁和构造柱共同作用的效果之一是化剪为弯

图16－14是表示砖石砌体在水平荷载下的剪切变形。

当加了圈梁和构造柱之后，有可能使图16－14的剪切破坏转化为弯曲变形，图16－15表示了这样一种设想。

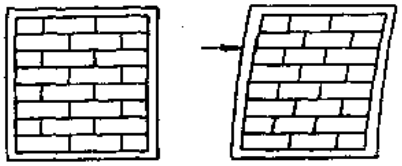


图16－14　砖墙在水平力作用下的剪切变形

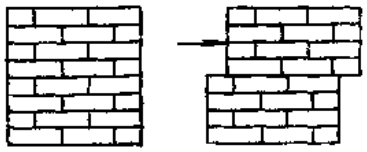


图16－15　砖墙加了圈梁和构造柱以后的变形

四、减少建筑物不均匀沉降的一些措施

建筑物的不均匀沉降对结构的危害很大，下述的一些措施有利于减少不均匀沉降。

(一) 控制建筑物的长高比

实践证明，长高比是保证砖石承重结构建筑物刚度的主要因素。长高比大的建筑物，调整地基不均匀变形的能力就差，随着基础沉降的增加，建筑物的相对弯曲也将成比例地增加，就易产生裂缝。相反，如将建筑物的长高比限制在一定的范围内，它就具有较大的调整地基不均匀变形的能力，而且建筑物的相对弯曲也小，不会超过建筑物所允许的范围。因此，控制建筑物的长高比，将可减少建筑物的相对弯曲值，避免墙体出现裂缝。

根据对软土地区71幢砖墙承重结构建筑物（绝大部分为三到六层的房屋）的调查资料，

有如下几点值得注意：

（1）当长高比$\frac{l}{h}\leqslant 2.5$时，混合结构、半框架结构均不出现任何裂缝；

（2）当最大沉降量小于12cm时，一般混合结构、砖木结构均不出现裂缝；

（3）当$2.5<\frac{l}{h}<3.0$时，建筑物的裂缝取决于内横墙的距离和圈梁的布置，对于横墙间距小于6m的房屋，一般不易出现裂缝；

（4）当$\frac{l}{h}>3.0$、最大沉降量大于12cm时，建筑物易出现裂缝。

从上述资料中可以看出，如将建筑物的长高比控制在2.5左右，再对上部结构和基础采取一些加强刚度的措施，基本上可防止建筑物中出现裂缝。

（二）设置圈梁

在建筑物的墙体内设置钢筋混凝土圈梁的主要作用是增强建筑物的整体性，它在一定程度上能防止或减少裂缝的出现，即使出现了裂缝也能阻止裂缝发展，因此，在软土地区常采用设置圈梁的措施。有关圈梁设置原则和圈梁构造问题已在第九章中讨论过，不再赘述。

但是必须注意，如果仅仅依靠设置圈梁来增加结构刚度或采取多设几道圈梁来代替必要的地基处理，以减少建筑物的不均匀沉降，往往还不能收到预期的效果。因为砖石承重结构的整体刚度主要取决于长高比，如建筑物的长高比过大和刚度过差，当基础沉降稍大时，即使在墙体内设置多道圈梁，也仍会出现裂缝。

（三）合理布置纵横墙

砖石承重结构的墙身是房屋挠曲时的主要受力构件，它具有调整地基不均匀变形的能力。纵、横墙的布置合理与否，对建筑物的整体刚度影响很大，如纵墙贯通而横墙密布，则犹如空腹多肋深梁，刚度很大，这时基础沉降也较均匀。

如果承重纵墙中断、转折、高度改变或开洞过大，就会削弱结构的纵向刚度。刚度削弱部位的砖墙，最容易遭到损坏。

房屋内、外纵墙之间的不均匀沉降，主要是通过横墙、楼板、圈梁等构造加以调整的，就横隔墙来说，间距越小，建筑物的整体刚度越大，调整不均匀沉降的能力也就越大。

因此，为了保证建筑物的整体刚度，对于砖石承重结构的纵墙应尽量贯通，横隔墙的间距不宜过大，一般不大于建筑物宽度的1.5倍较妥。

对于设有中柱的半框架结构，这类房屋的横向刚度较差，设计时应注意外墙的条形基础与中柱单独基础间可能产生较大的差异沉降，导致梁、板和墙体出现裂缝。

（四）适当加强基础刚度和强度

基础的刚度是建筑物整体刚度的一个重要组成部分，尤其当建筑物产生正向挠曲时，受拉区在其下部，因而保证基础具有足够刚度和强度，显得更为重要。

基础方案选择时，必须考虑基础的刚度和强度与建筑物的整体刚度和强度相适应。如果上部结构的刚度和强度较差，或刚度和强度虽较好，而基础处理不当，则仍可能引起建筑物开裂和损坏。

为了加强基础的刚度和强度，往往将砖石承重结构墙下基础做成钢筋混凝土条形基础，这种基础也称柔性基础，比砖石条形基础抵抗不均匀沉降的能力大得多。

对于建造在软弱地基上的某些高大建筑物，有时就将纵、横向的条形基础相连而成钢筋

混凝土十字条形基础，如果十字条形基础面积不能满足要求时，则可将基础做成钢筋混凝土连续板，即筏形基础，甚至做成底板、墙板、顶板相连的箱形基础。

（五）设置沉降缝

（1）当建筑物由几个部分组成而各部分采用不同的地基基础处理方法时，为使各部分能适应这些差异起见，应在其间设置沉降缝。

（2）建筑物的平面形状应尽量避免采用“L”、“工”、“冂”等复杂形状。当有以上类似平面出现时，应该化整为零，在转折部位设置沉降缝。

（3）建筑物内各部分如采用不同的结构类型，将使房屋荷载不均和刚度不同，刚度较强的部分，房屋的沉降较均匀，刚度较弱的部分，将出现过大的差异沉降，导致墙身开裂，因此宜在不同结构类型交接处设置沉降缝。

（4）过长的房屋，纵向刚度较差，它不利于抵抗地基的不均匀变形，因此宜按长高比要求，在过长房屋的适当部位设置沉降缝。

（5）建筑物某一局部设有地下室时，由于两部分地基土中附加应力的不同，将使建筑物产生差异沉降，因此宜在设有地下室的单元与其他单元之间用沉降缝分开。如两部分不拟分开时，可将基础做成台阶过渡形式。

分期建造的房屋交界处宜设置沉降缝。

第四节　房屋的变形缝

房屋的变形缝对建筑师是一个重要的概念，包括沉降缝、温度变形缝（或称伸缩缝）和防震缝三种。

一、沉降缝

所谓沉降缝是指在建筑的某一平面位置设置的缝，其功能是将建筑分割为单独的结构单元，这相邻两部分结构单元（比如梁、楼板和柱）互相之间是分开的，各自产生沉降而不影响对方。

沉降缝的设置往往需结合建筑平、立面综合考虑，在建筑立面处理上需灵活掌握。

砌体房屋沉降缝的做法为：

（1）图 16－16 是基础部分沉降缝的几种做法，在沉降缝一侧设一道承重墙，另一侧设置

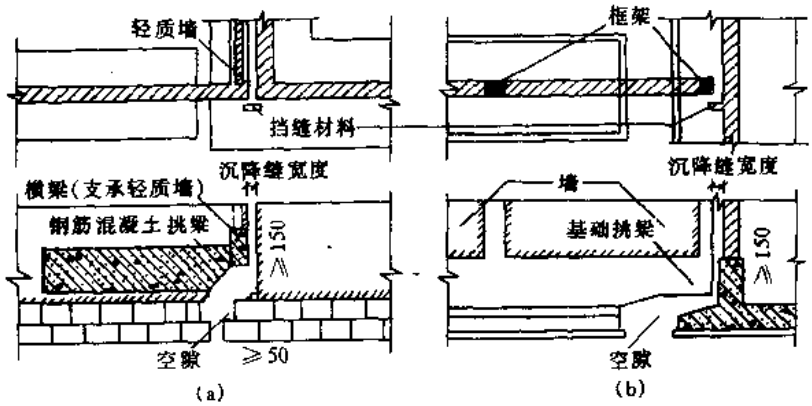


图 16－16　软弱地基的基础沉降缝构造示意

(a) 砖石承重结构条形基础沉降缝构造；(b) 框架结构基础沉降缝构造

轻质墙（包括灰板条墙），以减轻沉降缝处的荷载，并满足使用要求。当沉降缝与就近横墙的间距较大时，轻质墙处宜增设钢筋混凝土框架，以增加纵墙的稳定性。

必须注意，在沉降缝内不能填塞材料，以免妨碍建筑物两侧各单元的自由移动。不少工程，虽然设置了沉降缝，但由于施工时不慎，缝内被砖块或砂浆等杂物堵塞，往往失去沉降缝的作用。

(2) 沉降缝应该从基础到房顶全部断开。同时应该有足够的宽度。见表 16－15。

表 16－15 房屋沉降缝宽度

建筑物层数	沉降缝宽度 (mm)
二～三	50～80
四～五	80～120
五层以上	不小于 120

注：沉降缝两侧单元层数不同时，由于高层的影响，低层的倾斜往往很大，因此沉降缝宽度可按高层单元的缝宽要求确定。

二、温度变形缝（或称伸缩缝）

伸缩缝的主要作用，是避免由于温差和混凝土收缩而使房屋结构产生严重的变形和裂缝。目前对伸缩缝间距的取值，是在总结我国实践经验的基础上规定的，见表 16－16。

表 16－16 砌体墙体伸缩缝的最大间距（m）

砌体类别	屋盖或楼盖类别		间距 (m)
各种砌体	整体式或装配整体式钢筋混凝土结构	有保温层或隔热层的屋盖、楼盖	50
		无保温层或隔热层的屋盖	40
	装配式无檩体系钢筋混凝土结构	有保温层或隔热层的屋盖、楼盖	60
		无保温层或隔热层的屋盖	50
	装配式有檩体系钢筋混凝土结构	有保温层或隔热层的屋盖	75
		无保温层或隔热层的屋盖	60
普通粘土砖、空心砖砌体	粘土瓦或石棉水泥瓦屋盖		100
石砌体	木屋盖或楼盖		80
硅酸盐砖、硅酸盐砌块和混凝土砌块砌体	砖石屋盖或楼盖		75

注：①当有实践经验和可靠根据时，可不遵守本表的规定；

②层高大于 5m 的混合结构单层房屋，其伸缩缝间距可按表中数值乘以 1.3 后采用，但当墙体采用硅酸盐砖、硅酸盐砌块和混凝土砌块砌筑时，不得大于 75m。

③温差较大且变化频繁地区和严寒地区不采暖的房屋及构筑物墙体的伸缩缝的最大间距，应按表中数值予以适当减小后采用。

④墙体的伸缩缝应与其他结构的伸缩缝相重合，缝内应嵌以软质可塑材料，在进行立面处理时，必须使缝隙能起伸缩作用。

伸缩缝的宽度一般为 30mm～50mm，其做法是从基础顶面开始，将两个温度区段的上部结构完全分开。但基础可不分开。显然，沉降缝也可当伸缩缝使用，当建筑平、立面允许时，伸缩缝和沉降缝可以合在一起。

三、防震缝

在地震区建造房屋，当在强烈地震作用下，如果房屋没有按抗震要求设计，就会遭到不同程度的破坏作用，为了提高房屋的抗震能力，避免或减轻破坏，在有关规范中规定了各种应该设置防震缝的场合和防震缝的做法及宽度等。

凡是需做伸缩缝、沉降缝的地方，均应做成防震缝。防震缝应沿房屋全高设置，两侧应布置墙。一般防震缝的基础可不断开，只是兼做沉降缝时才将基础断开。对砖石房屋，防震缝宽度按房屋高度和设计烈度的不同，一般可取 70mm 以上。参见本书第十九章。

8 度和 9 度并遇有下列情况之一时，宜设置防震缝将房屋分成若干体形简单、结构刚度、质量均匀的独立单元。

(1) 房屋立面高差在 6m 以上；

(2) 房屋有错层，且楼板高差较大；

(3) 各部分结构刚度质量截然不同。

第十七章 钢 屋 盖

内 容 提 要

钢屋盖的最大优点是可以解决跨度大的房屋对屋盖结构的要求。

同时由于钢屋架自重较轻、制作和吊装均较简便，故在中、小建筑的屋盖系统中也被广泛地应用。

本章主要介绍钢屋盖的几何参数及钢屋架的设计计算要点。

第一节 概 述

一、钢结构的特点及其在屋盖结构中的应用

钢结构的特点：

(1) 材料的强度高。钢材的强度高，结构较轻，构件的截面小，杆件常较细长，因此钢结构的稳定问题较其他结构突出，应给以充分的注意。

(2) 材料的匀质及同向性。

(3) 材料的可焊性。由于钢材的可焊性，简化了制造工艺，提高了钢结构工业化生产的程度和速度。且可不受施工季节的限制。

(4) 耐火性较差。温度在约 200°C 以内，钢的性能变化很小，因而钢结构的长期耐高温性能比其他结构好。但当温度接近 500°C 时，钢材的弹性模量、抗拉强度和屈服点同时迅速下降，使钢结构软化丧失抵抗外力的能力。因此在某些有特殊防火要求的建筑中采用钢结构时，必须用耐火材料予以围护。

(5) 耐腐蚀性较差，钢材在湿度大，有侵蚀性介质的环境中，特别容易锈蚀，使结构受到严重的损害，缩短了使用期限。因而对钢结构需要经常维护。它的维护费用比钢筋混凝土和砖石结构贵得多。

钢结构的应用范围比较广，车间的承重骨架、板结构、塔桅结构、桥梁结构、建筑机械等的承重骨架多用钢结构，在工业与民用建筑的屋盖结构中，钢结构也占有一定的地位。特别是在飞机库、车站、大会堂、剧场、体育馆和展览馆等大跨建筑物的屋盖结构中，常采用钢结构。大跨钢屋盖的结构体系种类很多，有梁式桁架体系、框架式桁架体系、拱式桁架体系以及预应力钢结构，悬索结构和网架结构等。这些不同结构体系的产生和发展，充分体现了钢结构的特点，收到了不同程度的经济效益。

二、由平面屋架组成的钢屋盖

(1) 由平面屋架组成的钢屋盖通常由屋面构件、钢屋架和屋盖支撑系统等部分组成（图 17－1）。

屋面构件主要用来支承屋面构造层，并将其荷载传递给屋架。屋面构件通常由檩条、拉

条和小型板材组成，或者直接采用钢筋混凝土大型屋面板做为屋面构件。

钢屋架是钢屋盖的主要承重构件，起着将屋面荷载传给支柱及墙体的作用。

屋盖的支撑系统联结于屋架之间，主要用来传递水平荷载，保证屋盖结构的稳定和增加屋盖的空间刚度。

钢屋架的支撑系统是由拉、压、弯等基本构件通过连接组成，布置的基本原则有两个，其一是使一栋建筑的整个屋盖具有几何稳定，同时保证支撑它的柱也具有几何稳定。其二是可以缩短桁架中压杆的计算长度。

(2) 平面钢屋架的几何参考尺寸。

1) 当屋面材料要求屋架具有较大的坡度时采用三角形屋架，三角形屋架的跨中高度为 $h=\left(\frac{1}{4}\sim\frac{1}{6}\right)l$。

2) 梯形屋架的屋面坡度较平坦，屋架跨中高度应满足刚度要求。当上弦坡度为 $\frac{1}{8}\sim\frac{1}{12}$ 时，跨中高度一般为 $\left(\frac{1}{6}\sim\frac{1}{10}\right)l$。跨度大（或屋面荷载小）时取小值，跨度小（或屋面荷载大）时取大值。梯形屋架的端部高度：当屋架与柱铰接时为 1.6m～2.2m，刚接时为 1.8m～2.4m。端弯矩大时取大值，端弯矩小时取小值。屋架上弦节间的划分，主要根据屋面材料而定，尽可能使屋面荷载直接作用在屋架节点，使上弦不产生局部弯矩。

3) 对采用大型屋面板的无檩钢屋架，上弦节间长度应等于屋面板的宽度，一般为 1.5m 或 3m。

4) 当采用有檩屋盖时，则根据檩条的间距而定，一般为 0.8m～3.0m。

上述 l 为屋架的跨度。

屋架的跨度和高度确定之后，各杆件的轴线长度可根据几何关系求得。一般可以用作图法量出。

图 17－2 列举了几种常用的屋架形式。

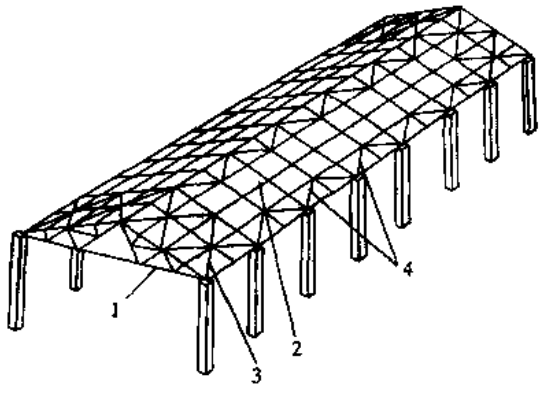


图 17－1 钢屋盖的组成

1—钢屋架；2—檩条；3—上弦横向支撑；4—钢拉条或撑杆

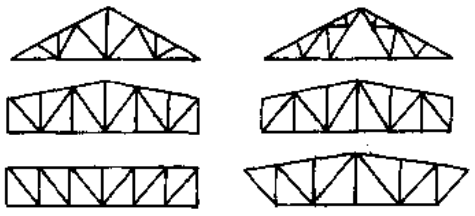


图 17－2 平面钢屋架的几种形式

三、由平板网架组成的钢屋盖

平板网架的平面形式灵活，跨度大，自重轻，空间整体性好，既可用于公共建筑，又可用于工业厂房。近年来，在体育馆、会堂、剧院、商店、火车站等公共建筑中，得到了广泛的应用。

(1) 平板网架外形上为有某一厚度的空间结构，平面外形一般多呈正方、长方或正多边形、圆形等。其上部和下部两个面一般呈水平，上、下两网片之间用杆件连接，称为腹杆。腹杆的排列呈规则的空间体，例如锥形体等。

(2) 平板网架的几何参考尺寸。

1) 总体尺寸：

平板网架结构为了便于构件标准化，都采用上下弦平行的平行弦桁架或锥体。在确定平面形状和选定结构形式后，首先应决定网格尺寸和网架高度。

网格尺寸的确定与很多因素有关。最主要的是和屋面材料的关系。当采用钢筋混凝土板时，网格尺寸不宜超过 $3m^2$，否则板太重，施工困难。当采用轻屋面时，需加设檩条，网格尺寸就决定于合理的檩距。根据国内的实践经验，下列数据可以参考：当网架短向跨度小于 30m 时，网格尺寸约为网架短向跨度的 1/8～1/12；当网架跨度在 30m～60m 时，一般可取跨度的 1/11～1/14；当网架跨度在 60m 以上时，可取跨度的 1/13～1/18。

网架高度直接影响网架的刚度和杆件的内力；增加高度可大大增加结构刚度，并减少弦杆内力，因而也减轻了节点，但却增加了腹杆长度和围护结构。同时网格尺寸也影响着网架高度，为了获得腹杆的合理倾角，网架高度的确定应与网格尺寸配合。根据实践经验，平板网架的高跨比，当网架跨度小于 30m 时，一般约为 1/10～1/13，当跨度为 30m～60m 时，约为 1/12～1/15；当跨度大于 60m 时，一般约为 1/14～1/18。

2) 腹杆体系：

布置腹杆时应使长杆受拉短杆受压，同时尽量使腹杆的倾角在 40°～55°之间。腹杆的倾角和网架网格的划分及网架高度的大小有关，为了避免节点处杆件相碰，使节点受力合理，及便于施工起见，对于交叉桁架，腹杆倾角采用 45°；对于锥体网架，当斜腹杆倾角采用 60°时，可以做到构件标准化。

3) 屋面坡度和起拱：

跨度较大的屋架一般需要起拱。起拱方式分二坡起拱和四坡起拱，要根据结构的形式而定。例如正方形周边支承的网架，采用两向正交正放时宜两坡起拱，采用两向正交斜放时宜四坡起拱。圆形平面的网架，起拱后构造较易处理。起拱不宜过大，否则影响内力分布，一般可采用不超过 5% 的起拱。当需要更大的排水坡度时，应在上弦节点之上按坡度设置檩托。

4) 杆件截面和节点：

早期的网架结构有采用角钢截面的，如天津科技馆和首都体育馆，但最合理的是采用钢管截面。因为在网架结构中，每一个节点都有来自若干方向的较多杆件汇交在一起，采用角钢杆件和节点板的连接方式，构造就很复杂，耗钢量也多，施工也较困难。只有在平面尺寸较小，网架形式又比较简单的情况下，才采用角钢来做网架杆件。

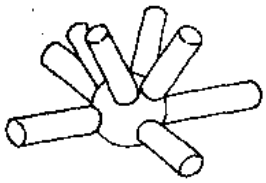


图 17－3 球节点

当杆件采用钢管截面时，节点应采用球节点。

普通球节点都用两块钢板模压成两个半球形，然后焊成整体。当杆件采用钢管时，只要把钢管垂直于杆轴截断，就自然对正球心。图 17－3 是这种球节点的示意图。

国内近年来采用一种新的节点形式，在实心球上钻带丝扣的孔，用螺栓把每根杆件和球节点拧联。这种节点加快了安装质量。

5）支承和支座：

设计网架时，必须使支承情况和支座构造符合设计的假定，否则网架的实际内力和变形将和设计情况出入过大，甚至完全不同而造成事故。

按网架支承方法的不同，支承主要可分两种类型。

第一种是周边支承，如图 17－4 所示。图 17－4a 为支承在一系列的边柱上，柱距等于网格宽度，网架的支座节点位于柱顶上，传力明确，受力均匀，适用于大跨和中等跨度的网架，可在柱子滑模施工的同时提升网架。

图 17－4b 设有一圈梁，网架支承在圈梁上，而圈梁支承在若干柱子上。这种支承方法，网格的分割不受柱子间距的限制。对于地震区，必须设置圈梁时，采用这种支承法比较合理，网架受力也较均匀，对于中小跨度较为合适。圈梁此时为受力构件，应通过计算决定。

第二种是四点支承或多点支承。这种支承方法是把整个网架支承在四个支点上，或四边不太多的若干个支承上，适用于大柱距的厂房或大仓库等。

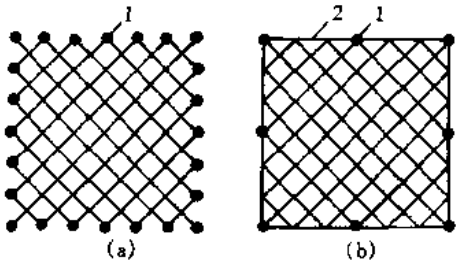


图 17－4 周边支承网架

1—柱；2—圈梁

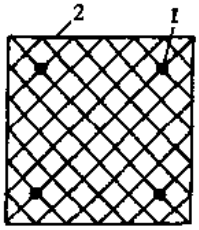


图 17－5 网架的悬挑

1—柱；2—圈梁

支承网架时，可能时应将网架向支座外悬伸，利用悬臂部分来减小网架中部的内力，可以获得较好的经济效果，如图 17－5 所示。有时由于使用要求，还可采用三边为周边支承，而第四边为自由边的支承方法。例如飞机装配车间、飞机库等，这时，网架的自由边必须设边梁。

下面是几个应用平板网架的工程实例：

建筑物名称	网架平面尺度
首都体育馆	91m×112.2m
上海体育学院篮球训练馆	35m×35m
上海体育学院排球训练馆	30m×45m
上海体育馆	直径 110m
辽宁体育馆	直径 91m

第二节 钢屋架的设计

一、平面屋架杆件内力计算和杆件设计

（一）计算屋架杆件内力时的基本假定

（1）屋架的节点为铰接；

（2）屋架所有杆件的轴线都在同一平面内，且相交于节点的中心；

（3）荷载都作用在节点上，且都在屋架平面内。

如果上弦有节间荷载，应先将荷载换算成节点荷载，才能计算各杆件的内力。在设计上

弦时，还应考虑节间荷载在上弦引起的局部弯矩，上弦按偏心受压杆件计算。

（二）屋架上的荷载

屋盖上的荷载有永久荷载和可变荷载两大类。

(1) 永久荷载——包括屋面材料和檩条、支撑、屋架、天窗架等结构的自重。

屋架自重可按沿屋架跨度方向取 1kN/m，然后将此自重乘以上弦节点间距即将单位演化为 kN 的集中力，再将它与上弦节点荷载相加。

上弦节点荷载：由屋面上组成屋盖（屋架自重除外，已于上述）的所有其它构件，工程上的常用方法是将一个平面屋架覆盖的单元（等于开间×跨度）平面内的所有结构构件的实际重量相加，被单元的平面面积去除，即得出每平方米单元面积的屋盖重量。将这一数值乘以一个节点所分担的面积（等于开间×节点间距），就换算成了上弦节点荷载。

下弦节点荷载：一般由屋架下弦节点上的悬挂重量产生（比如单轨吊车等）。应按实际情况或产品样本上所提供的数据采用。

(2) 可变荷载——包括雪荷载、风荷载和施工荷载等，一般可按规范查取。

但由于可变荷载的作用位置将影响屋架内力。故在对屋架进行内力分析时应按最不利组合取值。为此，内力分析时一般应考虑：

a. 永久荷载 + 可变荷载；

b. 永久荷载 + 半跨可变荷载。

取二者中之不利者作为杆件的设计内力值。

（三）平面屋架的内力分析

1. 轴向力

屋架杆件的轴向力可用本书第二章的数解法或图解法求得。在某些设计手册中有常用屋架的内力系数表可以查用，在设计屋架时，只要将屋架节点荷载乘以相应杆件的内力系数，即得该杆件的内力。

2. 上弦局部弯矩

若上弦有节间荷载时，除轴向力外，还有局部弯矩。关于局部弯矩的计算，为了简化，可近似地先按简支梁计算出弯矩 M_0，然后再乘以调整系数。端节间的正弯矩 $M_1=0.8M_0$，其他节间的正弯矩和节点负弯矩为 $M_2=0.6M_0$。

（四）平面屋架杆件设计

1. 屋架杆件的计算长度

a. 在理想铰接的屋架中，所有杆件的计算长度 l_0 在屋架平面内可取节点中心的距离，如图 17－6。

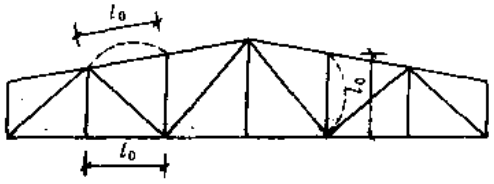


图 17－6 杆件在屋架平面内的计算长度 l_0

b. 屋架弦杆在平面外的计算长度 l_0 等于横向支撑节点间的距离（图 17－7）；在无横向支撑的开间，则由纵向系杆作为承受点，系杆的距离与横向支撑节点距离相同；因此弦杆平面外的计算长度亦取支撑节点或系杆之间的距离。但腹杆在屋架平面外的计算长度等于它两端节点间距。图 17－7 表示出了屋架在它的平面外产生变形的可能性，显然，系杆比如 *AF*、*HL* 等的设置与变形有很大的关系。

c. 有一个问题值得注意，屋架下弦杆一般是作为拉杆设计的，但当下弦杆有可能传递

水平压力时（图 17－8），这时的下弦有可能成为压杆，应给以充分的估计。当然此时的计算长度问题也就分为屋架平面内和平面外，请参考图 17－6 和图 17－7 决定。

①、②两轴上的屋架上弦在平面外的计算长度 l_0 取支撑或系杆的距离；

③轴上的屋架上弦在平面外可能失稳的计算长度 l_0 较①、②轴上的屋架大 2 倍。

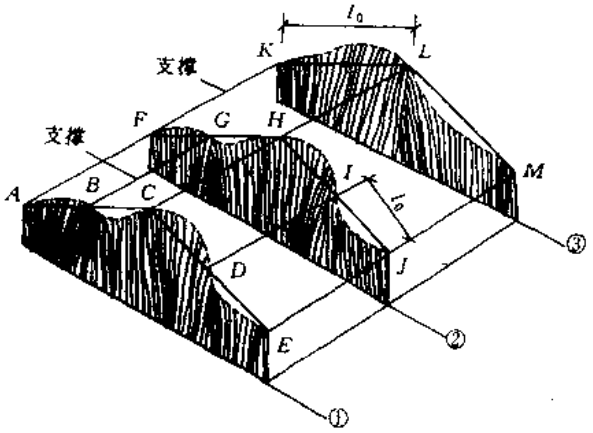


图 17－7 杆件在平面外的计算长度

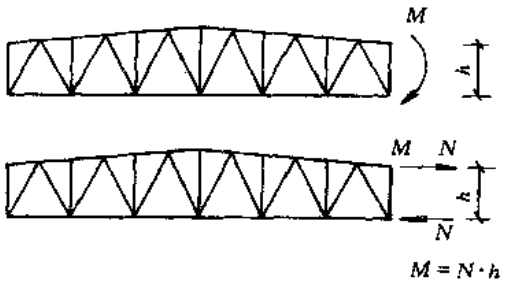


图 17－8 屋架下弦杆可能承受压力

《钢结构设计规范》对屋架杆件的计算长度有规定，参见表 17－1。

表 17－1 屋架弦杆和单系腹杆的计算长度 l_0

项 次	弯曲方向	弦 杆	腹 杆	
			支座斜杆和支座竖杆	其他腹杆
1	屋架平面内	l	l	$0.8l$
2	屋架平面外	l_1	l	l
3	斜平面	—	l	$0.9l$

注：①l ——构件的几何长度（节点中心间距离）；

l_1 ——屋架弦杆侧向支承点之间的距离。

②项次 3 适用于构件截面两主轴均不在屋架平面内的单角钢腹杆和双角钢十字形截面腹杆。

③无节点板的腹杆计算长度在任意平面内均取几何长度。

2．杆件长细比计算

对于由双角钢组成的 T 形截面杆件，在计算杆件长细比时，横截面的两个主轴分别在桁架平面内（$x-x$ 轴）和桁架平面外（$y-y$ 轴），见表 17－2 中的截面形式。

两个主轴的长细比计算

$$\lambda_x = \frac{l_{0x}}{i_x}$$

$$\lambda_y = \frac{l_{0y}}{i_y}$$

式中 i_x，i_y 对于单肢型钢可在附录三查得。

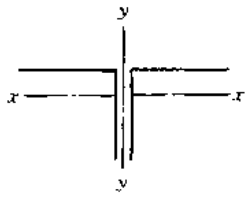
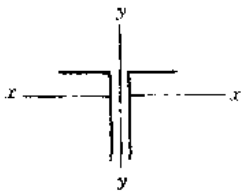
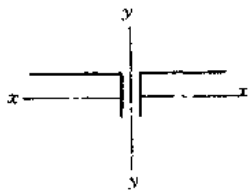
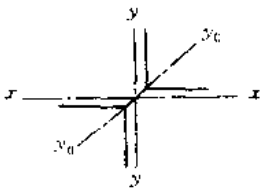
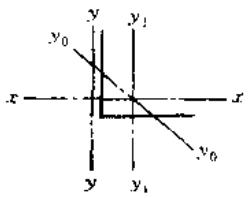
对于单角钢杆件和双角钢组成的十字形截面杆件，应取截面最小回转半径 r_{min} 计算杆件在斜平面（y_0-y_0 轴）上的最大长细比，即 $\lambda = \frac{l_0}{i_{min}}$，（式中 $i_{min} = i_{y0}$）。

关于截面回转半径 i 的计算，是压杆设计中很关键的一个环节。实践中除了可以从型钢

表中查出一部分外，还有大量由型钢组合而成的截面形式，无法直接从型钢表的附录三查出。

在附录四中提供了一些截面的回转半径近似值，可以参考使用。

表 17－2 屋架杆件截面的形式

组合方式		截面形式	回转半径的比值	用途
不等肢角钢	短肢相并		$\frac{i_y}{i_x}\approx 2.6\sim 2.9$	平面外计算长度 l_y 较大的上下弦杆
	长肢相并		$\frac{i_y}{i_x}\approx 0.75\sim 1.0$	端斜杆、端竖杆、受较大非节点荷载作用的弦杆
等肢角钢			$\frac{i_y}{i_x}\approx 1.3\sim 1.5$	其余腹杆、下弦杆
等肢角钢十字相连			$\frac{i_y}{i_x}=1.0$	与竖向支撑相连的桁架竖杆
单角钢				用于轻型钢屋架中内力较小的杆件

3. 杆件设计

a. 截面形式：

普通钢屋架的杆件一般采用两个等肢或不等肢角组成的 T 形截面或十字形截面，这些截面能使两个主轴的回转半径与杆件在屋架平面内和平面外的计算长度相配合，而使两个方

向的长细比接近，能达到用料经济，连接方便和刚度等要求。屋架杆件截面可参考表 17－2 选用。

对于屋架上弦，如无局部弯矩，因屋架平面外计算长度往往是屋架平面内计算长度的两倍，此时要使 $\lambda_x \approx \lambda_y$，必须使 $i_y \approx i_x$，上弦宜采用两个不等肢角钢，短肢相并而长肢水平的 T 形截面形式。如有较大的非节点荷载，为提高上弦在屋架平面内的抗弯能力，宜采用不等肢角钢长肢相并、短肢水平的 T 形截面。如有特殊需要，上弦亦可采用槽钢或组合结构式截面。

对于屋架的支座斜杆，由于它在屋架平面内和平面外的计算长度相等，应使截面的 $i_x \approx i_y$；因此，采用两个不等肢角钢长肢相并的 T 形截面比较合理。

对于腹杆宜采用两个等肢角钢组成的 T 形截面。但与竖向支撑相连的竖腹杆宜采用两个等肢角钢组成的十字形截面，使竖向支撑与屋架节点连接不产生偏心。受力特别小的腹杆亦可以采用单角钢杆件。

屋架下弦在平面外的计算长度很大，故宜采用两个不等肢角钢短肢相并，这种形式截面的侧向刚度较大，且连接支撑比较方便。

为了使两个角钢组成的杆件起整体作用，应在角钢相并肢之间焊上垫板（图 17－9）。垫板厚度与节点板厚度相同，一般厚度为 6mm～10mm，垫板宽度一般取 60mm 左右，长度比角钢肢宽大 20mm～30mm，垫板间距 l 在受压杆件中不大于 $40i$，在受拉杆件中不大于 $80i$。在 T 形截面中 i 为一个角钢对平行于垫板自身重心轴的回转半径；在十字形截面中 i 为一角钢的最小回转半径。在杆件的计算长度范围内至少设置两块垫板。如果只在杆件中央设一块垫板，则由于在垫板处剪力为零而不起作用。

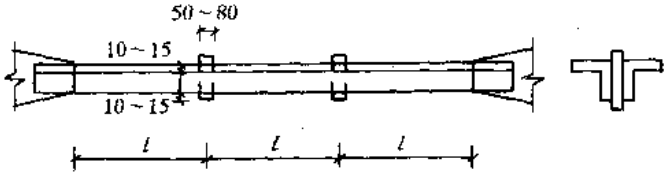


图 17－9 屋架杆件中的垫板布置

b. 截面计算：

轴心拉杆

$$\sigma = \frac{N}{A_n} \leqslant f \tag{17-1}$$

所需的截面为

$$A_n \geqslant \frac{N}{f}$$

根据 A_n 的数值从角钢规格表中选出合适的角钢。

轴心压杆

强度要求为

$$\sigma = \frac{N}{A_n} \leqslant f \tag{17-2}$$

截面无削弱时，不必按式（7－2）进行强度计算，而用下面的稳定计算代替。

稳定要求

$$\sigma=\frac{N}{\varphi\cdot A}\leqslant f \tag{17-3}$$

所需的截面为

$$A\geqslant\frac{N}{\varphi\cdot f}$$

式（17－1）至式（17－3）中符号含义如下：

σ——所设计杆件中截面的实际应力，N/mm^2；

N——杆件的轴力N（注意荷载的标准值应乘以变异系数放大后才能作为设计值）；

A_n——杆件的净截面积，mm^2；

f——所选定钢材的强度设计值，N/mm^2，由表17－3可以查出；

A——杆件的毛截面积，mm^2；

φ——杆件受轴向力N为压力时，考虑其稳定因素的折减系数。参考本书第四章图4－6可以查出。

表17－3 钢材的设计强度

钢材			抗拉、抗压和抗弯 f (N/mm^2)	抗剪 f_v $N/(mm^2)$
钢号	组别	厚度或直径 (mm)		
3号钢	第1组	（分组标准见表17－4）	215	125
	第2组		200	115
	第3组		190	110
16Mn钢	—	≤16	315	185

表17－4 3号钢钢材分组尺寸（mm）

组别	圆钢、方钢和扁钢的直径或厚度	角钢、工字钢和槽钢的厚度	钢板的厚度
第1组	≤40	≤15	≤20
第2组	>40～100	>15～20	>20～40
第3组		>20	>40～50

注：工字钢和槽钢的厚度系指腹板的厚度。

式17－3中A、φ（因φ的计算需在A决定了之后）都是未知值，因此不能由上式直接计算所需要的截面，必须先假定长细比λ（一般设弦杆$\lambda=70\sim100$，腹杆$\lambda=100\sim120$），由λ查图4－6得φ值，代入上式即得截面A，同时算出$i_x=l_x/\lambda$，$i_y=l_y/\lambda$，根据A、i_x和i_y从角钢规格表的附录三或回转半径近似值的附录四中选择角钢，并查得实际所用角钢的截面A、回转半径i_x和i_y，后代入式（17－3）进行稳定验算，如不合适，应重复上述过程直到合适为止。工程实践中一般为两个循环。

二、屋架的节点

节点上各汇交的杆件一般用钢板（称为节点板）连接，各杆件的内力与该杆与节点板的焊缝所能承担的拉力或压力应该互相平衡。

（1）各杆件的重心轴线应与屋架的几何图形线重合，并在节点汇交，以满足平面共点力

系的假定。

(2) 节点板的厚度对于中小型屋架一般为 6mm～10mm 厚的钢板，其形状要尽可能简单而有规则，至少有两边平行，如矩形、直角梯形。节点板用汽焊将钢板切割而成，一般没有凹角，只有凸角，且凸角一般均不小于 90°。

(3) 节点板的形状一般通过在图板上用放大样的方法确定，比例尺可选用 1:2 或 1:3 比较适中。实践中结构工程师多乐于采用。

(4) 节点板应有足够的强度。

三、平板网架的内力计算和杆件设计

(1) 荷载请参考平面屋架。

(2) 平板网架是空间结构，由本书第一章得到启发，若以任一个节点为空间坐标轴系统的原点，将上、下弦杆和腹杆的轴力未知数依次向三维的坐标轴进行投影，并依据任一维轴上的合力为零的原则，可建立出一组多元的线性代数方程。将此方法普及到网架的每一个节点，则可建立一组整个网架各个杆件的大型方程组。

目前，随着计算技术的发展，解算大型线性代数方程组已无任何困难。

第三节 轻型钢屋架概述

近年来，在屋盖结构中出现了轻型钢屋架和薄壁型钢等新的结构形式，大大减轻了结构自重和降低了用钢量，为在中、小型项目的建设中采用钢屋盖开辟了新的途径。

轻型钢屋架是由小角钢（小于∟45×∟4 或 56×36×4）和圆钢所组成的。这种结构具有取材方便、自重较轻、便于制作安装等特点，可以用做民用房屋或吊车起重量不超过 5t 的中轻级工业厂房的屋盖，其跨度不超过 18m。目前在实际工程中应用较多的轻型钢屋架是芬克式、三铰拱式和梭形屋架。跨度多为 9m～18m，间距多为 4m～6m。

芬克式屋架的结构型式如图 17－10 所示，其特点是构造简单、受力明确、长杆受拉、短杆受压、制作方便、易于划分运输单元。



图 17－10 芬克式屋架的形式

三铰拱架的结构型式如图 17－11 所示，按斜梁的截面型式又分为平面桁架式和空间桁架式两种，斜梁截面如图 17－11 所示。这种屋架的特点是杆件受力合理、斜梁腹杆短、取材方便，不论选用小角钢或圆钢都可获得好的经济效果。



图 17－11 三铰拱屋架的形式

斜梁为平面桁架的三铰拱屋架，杆件较少，构造较简单，受力明确，用料较省，制作较方便。但其侧向刚度较差，宜用于小跨度和小檩距的屋盖中。

斜梁为空间桁架的三铰拱屋架，杆件较多，构造较复杂，制作不便。但其侧向刚度较

好，宜用于跨度较大，檩距较大的屋盖中。斜梁截面一般为倒三角形，为了保证整体稳定性的要求，其截面高度与斜梁长度的比值一般取为 1/12～1/18，不得小于 1/18；截面宽度与截面高度的比值一般取为 1/1.6～1/2.0，不得小于 1/2.5。

芬克式和三铰拱式屋架适用于屋面坡度较大的屋盖中。

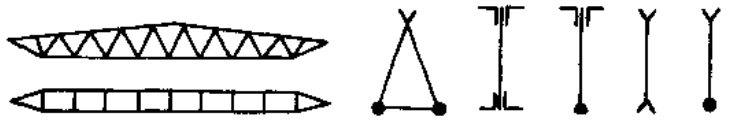


图 17－12 梭形屋架的形式

梭形屋架的结构型式如图 17－12 所示，分平面桁架式和空间桁架式两种。实际工程以空间桁架式为最多。这种屋架的特点是截面重心较低、便于安装，空间桁架式屋架侧向刚度较大，支撑布置可以简化。这种屋架宜在屋面坡度较小的无檩设计中采用。

薄壁型钢结构是采用 1.5mm～5mm 厚的热轧带钢或钢板，经冷加工成型的薄壁型钢组成的结构。这种结构由于杆件的回转半径较普通型钢结构有较大的增加，因而用做压杆可以节约较多钢材，使结构的自重大为减轻。薄壁型钢屋架的用钢指标（包括檩条用钢量）一般为8kg/m^2～10kg/m^2，与一般钢筋混凝土屋盖的用钢量几乎相等。但由于杆件壁较薄，钢材的锈蚀问题较普通型钢突出，因而只适用于不受强烈侵蚀作用的工业与民用房屋结构中。

钢屋架目前有比较多的标准图可以使用，比如中国铁道建筑科学研究院等编写的《轻型钢结构设计资料集》需要时可以查用。

第十八章　木　屋　盖

内　容　提　要

木屋盖在中、小型工业与民用建筑中使用较多。

由于我国对木屋盖的使用有悠久历史，积累了大量的经验。因此本章主要介绍木屋盖的概况并提供木屋架设计的有关数据和图样。

第一节　概　　述

一、木结构的特点及其适用范围

由于树木分布普遍，易于取材，采伐加工方便，同时木材质轻且强，所以很早就已经被广泛地用来建造房屋和桥梁。

木材是天然生成的建筑材料，它有下列一些缺点：各向异性、天然缺陷（木节、裂缝、斜纹等）、天然尺寸受限制、易腐、易蛀、易燃、易裂和翘曲。这给设计、制造和使用木结构带来一些问题，但只要应用得当，采用合理的结构型式和节点联结型式，施工时严格保证质量，采取合理的构造措施，必要时用药剂处理，并在使用中经常注意维护，就可以保证结构具有较高的可靠性和耐久性。

在考虑是否宜于采用木结构时，应注意木材易于腐朽、燃烧和变形这三个特点。过湿的场所易使木材腐朽以至完全丧失承载能力；过热则易发生火灾。此外，木材在温度较高的环境中将降低其强度和弹性模量。木材弹性模量较小、木结构联结的松弛性大，因而木结构刚度较弱。所以，温湿度较大、结构跨度较大和具有较大振动荷载的场所都不宜采用木结构。房屋木结构适宜应用范围是：

(1) 跨度一般不超过 18m 的工业与民用建筑；

(2) 室内空气相对湿度不大于 70%；

(3) 室内温度不大于 50°C。

二、木屋盖的组成

木屋盖的主要承重结构由屋架和支撑系统等几部分组成，见图 18－1。

屋架一般由上、下弦和腹杆构成。在屋架的上弦一般搁置檩子，以便于铺设望板和瓦；在其下弦则往往悬吊龙骨（或称搁栅）而做天花板吊顶（图 18－1a）。

主要承重结构的屋架为屋盖结构中的主体，用以跨越指定的跨度并将上部荷载传递给墙、柱等，一般采用平面桁架。

支撑系统是用来将平面结构组成刚劲的空间体系（图 18－1b），它承受水平方向的力系（如风荷载、地震力、刹车、动力等），并将其传递到墙、柱。

木屋盖的支撑系统设计原则和钢屋盖基本相同，要保证屋盖本身的整体几何不变和柱顶

的几何不变。

和钢屋架不同之处在于，木屋架之间由于檩条和望板的作用，屋顶上弦的整体性一般都很好，因此，一般不设上弦斜向支撑。

木屋架之间一般都加垂直支撑，即所谓剪力撑。而且每两个屋架之间都有这种剪力撑。

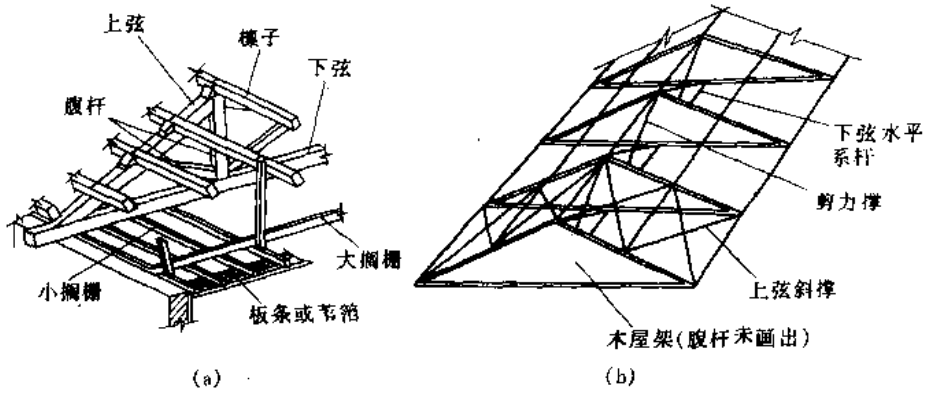


图 18－1 木屋盖组成

三、木屋架的形式

木屋架的型式很多，按其外形可分为：三角形、五角形、多边形和弧形（图 18－2）。其中弧形和多边形屋架受力最好，但费工，一般用在跨度较大的场合。三角形屋架最费料，但节点简单，可用瓦材作屋面，跨度以不超过 18m 为宜，是使用最多的一种型式。

按屋架下弦采用材料又可分为全木屋架和钢木屋架。钢下弦安全可靠，屋架刚度也好，重要场所（如影剧院等）多采用，但施工制作比较困难。木下弦对木材质量要求极严且承载能力也有限，因此，一般用于跨度小于或等于 15m 的屋盖。

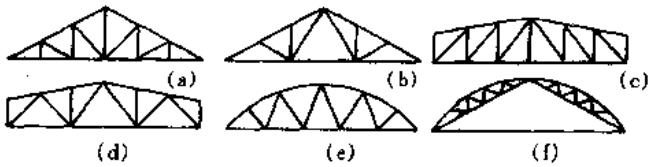


图 18－2 木屋架形式

(a) 豪式三角形全木屋架；(b) 芬克式三角形钢木屋架；(c) 豪式梯形钢木屋架；(d) 梯形钢木屋架；(e) 曲线形桁架；(f) 三铰拱

任何时候不要用黄花松作为木屋架的材料，其他易于开裂的木材也不能作为木屋架选材。

按屋架弦杆截面形状可分圆木、方木和板材结构。我国南方多用圆木、北方和西南多用方木。采用干燥板材结构可以消除开裂和干缩的影响，从而可以扩大树种利用和提高结构的安全可靠程度，但施工要求有一定的条件，一般情况下难于制作。

选用屋架时，应根据木结构特点、建筑要求、材料供应和制造条件等方面因素综合考虑确定。

木材的非弹性变形(如承压塑性变形、干缩等)较大且不易精确估计，因此，一般木结构不宜设计成超静定体系，否则杆件内力无法准确计算，某些杆件可能产生未能预料的过大内力。

当房屋内部有纵向承重墙、柱时，应利用其作为承重结构的支点，以达到节约木材的目的。但必须以静定的桁架为基本体系，见图 18－3。

“三支点”屋架是在中间承重墙（柱）上加一立木，在其两侧各用一根只承受弯矩作用的斜梁（图中双线所示者）与桁架连接（图 18－3a），按两支点设计的桁架直接置于三个支

点上而形成超静定连续桁架的作法是错误的。“四支点”屋架的构造原则与“三支点”相同，在二立木之间另加一自成体系的三角形桁架支撑在立木上端（图 18－3b）。

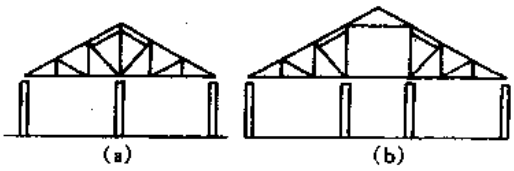


图 18－3　利用内部纵向承重墙、柱为支点的屋架
（双线为搁置在小屋架上的木梁）

在设计多跨房屋时，应尽可能作成外排水。内排水常因天沟渗漏致使木屋架腐朽，隐患极大。木屋盖一般不宜多于三跨，三跨的房屋可将中央跨提高，采用五角形桁架，利用其两边侧窗采光（木屋盖应尽可能不作天窗，因为天窗与屋架上弦联结处易因水汽凝结或渗漏造成腐朽），如图 18－4（a）。边跨则采用单坡梯形桁架，这样就构成没有天沟和天窗的外排水剖面。对于两跨的房屋，则可采用两榀单坡梯形桁架构成外排水的剖面（图 18－4b）。特别简单的场合，还可以采用人字木屋架（图 18－4c）。

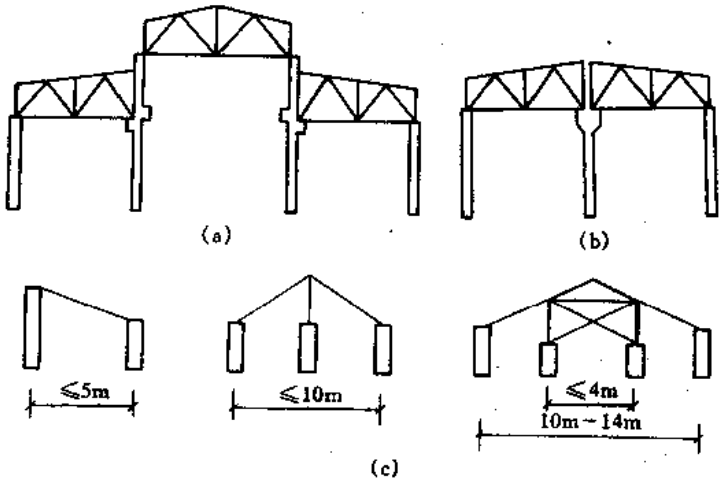


图 18－4　木屋盖宜作成外排水

第二节　设 计 概 况

一、内力

木屋架一般均为平面形式，故其内力可按本书第二章有关内容求出。工程上，木屋架的所有杆件均按轴力杆件计算，不考虑上、下弦杆可能产生的小量弯矩。

二、屋架的下弦和受拉腹杆

（1）木屋架的下弦杆一般为受拉杆件，从材料性能上，以钢材为佳。但从制作角度，则几乎全部采用木材。因此有必要介绍木结构受拉杆件的计算。

$$\sigma_t = \frac{N}{A_n} \leqslant f_t \tag{18－1}$$

式中　f_t ——木材顺纹抗拉设计强度，N/mm^2，见表 18－1；

σ_t ——轴心受拉应力设计值，N/mm^2；

N ——轴心拉力设计值，N；

A_n——杆件净截面面积。计算 A_n 时应将分布在 150mm 长度上的缺孔投影在同一个截面上扣除。

表 18－1 木材的设计强度参考值（N/mm^2）

	顺纹抗拉	顺纹抗压
f_t	7.0～9.0	10.0～12.0

注：本表供方案阶段使用，施工图设计应查阅规范

2. 木屋架的腹杆有些是受拉杆件，如做成木质，则依据式（18－1）决定。但工程实践中有大量的受拉腹杆采用圆钢筋代替木质材料，钢材的计算依据式（17－2）决定。

三、木屋架的上弦和受压腹杆

1. 屋架的上弦杆一般为轴心压杆，需进行强度和稳定设计。在一般情况下，当截面净面积为毛面积不变时（即杆件未被削弱，无孔洞等），稳定设计常常是控制性因素。

当按强度设计时：

$$\sigma_c = \frac{N}{A_n} \leqslant f_c \tag{18-2}$$

当按稳定设计时：

$$\frac{N}{\varphi \cdot A_0} \leqslant f_c \tag{18-3}$$

式中 f_c——木材顺纹抗压强度设计值见表 18－1，N/mm^2；

σ_c——轴心受压应力设计值，N/mm^2；

N——轴心压力设计值，N；

A_n——受压杆件净截面面积，mm^2；

A_0——受压杆件截面的计算面积，mm^2，按《木结构设计规范》（GBJ5—88）采用；

φ——轴心受压杆件的折减系数。作为近似计算，φ 值可根据不同的 λ、$\frac{l_0}{h}$ 或 $\frac{l_0}{d}$ 从图 18－5 中查得。表中 h 为方木边长，d 为原木计算直径。

2. 木屋架的受压腹杆计算与上弦相同。

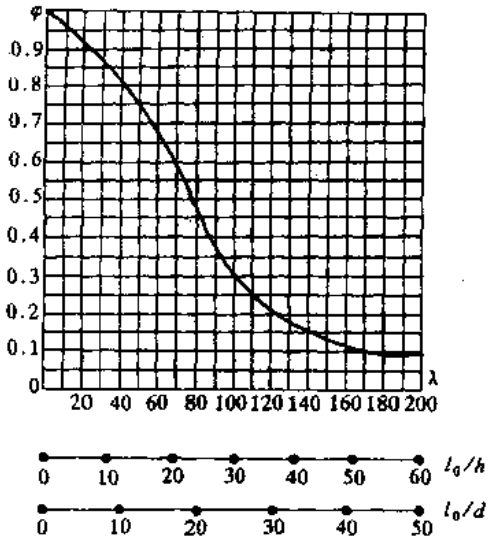


图 18－5 折减系数 φ 的近似值

第三节　木屋盖的选用

对木屋盖的使用，有非常多的经验，各地各单位都有一些定型图。

（1）表 18－2 是方木檩条选用表。

表 18－2　方木檩条选用表（单位：mm）

屋面荷载（N/m^2）			1 000		1 500		2 000		2 500	
檩条间距（mm）			500	750	500	750	500	750	500	750
檩条跨度（m）	3.3	宽×高	60×100	60×120	60×120	80×120	80×120	80×150	80×120	80×150
	3.6	宽×高	60×120	60×120	60×120	60×120	80×120	80×150	80×140	100×150
	4.0	宽×高	60×120	80×120	80×120	80×150	80×140	100×150	80×150	120×160

（2）表 18－3 是圆木檩条选用表。

表 18－3　圆木檩条选用表（单位：mm）

屋面荷载（N/m^2）			1 000		1 500		2 000		2 500	
檩条间距（mm）			500	750	500	750	500	750	500	750
檩条跨度（m）	3.3	梢　径	80	90	90	110	100	120	110	140
	3.6	梢　径	90	100	100	110	110	130	120	140
	4.0	梢　径	100	100	110	120	115	140	125	150

（3）表 18－4 是方木屋架选用表。

（4）表 18－5 是圆木屋架选用表。

可供初步设计时选用。

表中的荷载，均指设计荷载，即将标准荷载加以放大了的荷载。

例 18－1　屋架间距 4m，跨度 12m，平陶瓦屋面，檩条间距 0.75m，试选择檩条和屋架。

解

（1）选檩条：

a．屋面永久设计荷载　平陶瓦　　550N/m^2

油　毡　　50N/m^2

屋面板　　100N/m^2

可变荷载　施　工　　500N/m^2（或雪载）

总　计　　1 300N/m^2

b．方木檩条可由表 18－1 选择

宽×高＝80×120mm，间距 500mm

或　宽×高＝80×150mm，间距 750mm

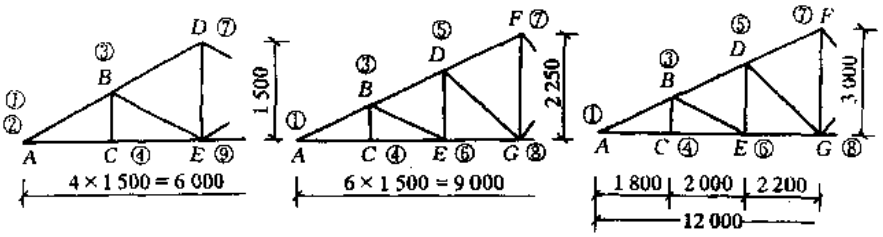
c．圆木檩条可由表 18－2 选择

梢径 110mm，间距 500mm

或　梢径 120mm，间距 750mm

表 18－4 方木屋架选用表及材料用量表（参见图 18－6）

屋架形式



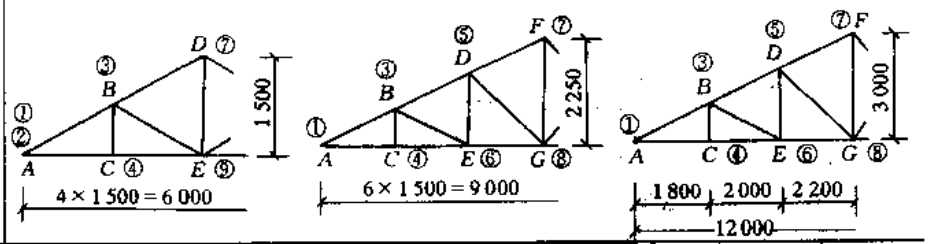
节点荷载（N）			8 300	12 100	13 800	8 300	12 100	13 800	7 000	9 400	12 400
弦杆	上弦	高	140	180	200	150	180	180	140	180	180
		宽	100	120	120	100	120	150	120	120	140
		长	3 360	3 360	3 360	5 040	5 040	5 040	6 700	6 700	6 700
	下弦	高	120	180	180	150	180	180	160	180	200
		宽	100	120	120	100	120	150	120	120	140
		长	6 000	6 000	6 000	4 500	4 500	4 500	6 000	6 000	6 000
斜杆	$B-E$	高	100	100	100	100	100	100	100	100	100
		宽	100	120	120	100	120	150	100	120	140
		长	1 680	1 680	1 680	1 680	1 680	1 680	2 200	2 200	2 200
	$D-G$	高	—	—	—	100	100	100	100	100	100
		宽	—	—	—	100	120	150	120	120	140
		长	—	—	—	2 120	2 120	2 120	2 930	2 930	2 930
拉杆	$B-C$	直径	12	12	12	12	12	12	12	12	12
		长度	750	750	750	750	750	750	900	900	900
	$D-E$	直径	12	16	16	12	12	12	12	12	12
		长度	1 500	1 500	1 500	1 500	1 500	1 500	1 900	1 900	1 900
	$F-G$	直径	—	—	—	19	19	22	19	22	25
		长度	—	—	—	2 250	2 250	2 250	3 000	3 000	3 000
一个屋架用料表		木材 m^3	0.200	0.314	0.332	0.364	0.503	0.630	0.578	0.672	0.817
屋架节点号	①	h_1	20	35	40	30	40	40	30	35	40
		h_2	40	55	60	50	60	60	50	50	60
		l_1	300	350	400	300	400	400	300	350	400
		l_2	400	550	600	500	600	600	500	500	600
		保险螺栓	2φ12	2φ12	2φ16	2φ16	2φ19	2φ19	2φ16	2φ19	2φ19
	③	h_5	20	45	50	20	20	40	20	25	25
	⑤	h_5	—	—	—	20	20	30	25	30	30
	⑥	h_7	—	—	—	20	20	30	20	25	25
	⑧	S_1	—	—	—	85	115	135	115	115	135
		S_2	—	—	—	50	70	70	60	60	70
		S_3	—	—	—	50	55	55	50	60	65
		$n\times d$	—	—	—	12φ12	12φ16	12φ19	8φ16	12φ16	12φ19
		b_1	—	—	—	60	60	80	60	60	70
		木夹板长度	—	—	—	680	880	1 040	690	920	1 080
	⑨	h_9	20	20	20	—	—	—	—	—	—

注：①方木采用红松、鱼鳞松；

②凡屋架跨度≥8m 时，屋架下弦中央作 $l/200$ 的拱度（l 为屋架的跨度）；

③尺寸单位，mm。

表 18－5　圆木屋架选用表及材料用量表（参见图 18－6）

屋架形式											
节点荷载（N）			8 300	12 100	13 800	8 300	12 100	13 800	6 500	11 500	14 500
弦杆	上弦	大头	166	190	195	195	200	210	190	220	240
		梢径	135	160	165	155	160	170	135	165	185
		长度	3 360	3 360	3 360	5 040	5 040	5 040	6 720	6 720	6 720
	下弦	大头	190	205	215	205	230	280	190	210	215
		梢径	140	165	165	165	190	190	140	160	165
		长度	6 000	6 000	6 000	4 500	4 500	4 500	6 000	6 000	6 000
斜杆	$B-E$	梢径	120	140	145	135	150	160	120	120	120
		长度	1 680	1 680	1 680	1 680	1 680	1 680	2 280	2 280	2 280
	$D-G$	梢径	—	—	—	130	150	150	120	140	140
		长度	—	—	—	2 120	2 120	2 120	2 770	2 770	2 770
拉杆	$B-C$	断面	12	19	19	19	19	19	12	12	12
		长度	750	750	750	750	750	750	1 100	1 100	1 100
	$D-E$	断面	12	22	22	19	22	22	12	12	12
		长度	1 500	1 500	1 500	1 500	1 500	1 500	2 100	2 100	2 100
	$F-G$	断面	—	—	—	22	25	28	16	22	25
		长度	—	—	—	2 250	2 250	2 250	3 000	3 000	3 000
一个屋架用料表		木材 m^3	0.294	0.382	0.431	0.55	0.65	0.71	0.670	0.882	0.947
屋架节点号	①	h_1	—	30	35	35	40	45	30	35	40
		h_2	—	50	55	55	60	65	50	55	60
		l_1	—	300	320	320	370	420	300	320	370
		l_2	—	500	550	550	600	650	500	550	600
		保险螺栓	—	2φ12	2φ16	2φ16	2φ19	2φ19	2φ16	2φ16	2φ19
	②	h_3	45	—	—	—	—	—	—	—	—
		l_3	450	—	—	—	—	—	—	—	—
		保险螺栓	1φ16	—	—	—	—	—	—	—	—
	③	h_5	30	45	45	45	45	45	30	30	35
	⑤	h_5	—	—	—	30	35	40	30	35	40
	⑥	h_7	—	—	—	35	35	40	30	30	35
	⑧	S_1	—	—	—	115	135	135	85	115	115
		S_2	—	—	—	60	70	70	45	60	60
		S_3	—	—	—	50	60	60	40	50	50
		$n\times d$	—	—	—	14φ16	10φ19	14φ19	18φ12	18φ16	18φ16
		b_1	—	—	—	70	80	80	70	70	70
		h_6	—	—	—	25	30	30			
		木夹板长度	—	—	—	1 520	1 410	1 680	1 460	1 750	1 750
	⑨	h_9	35	35	35	—	—	—	—	—	—

注：①圆木采用杉木；

②当屋架跨度等于和大于 8m 时，屋架下弦中央作 $l/200$ 拱度（l 为屋架的跨度）；

③尺寸单位：mm。

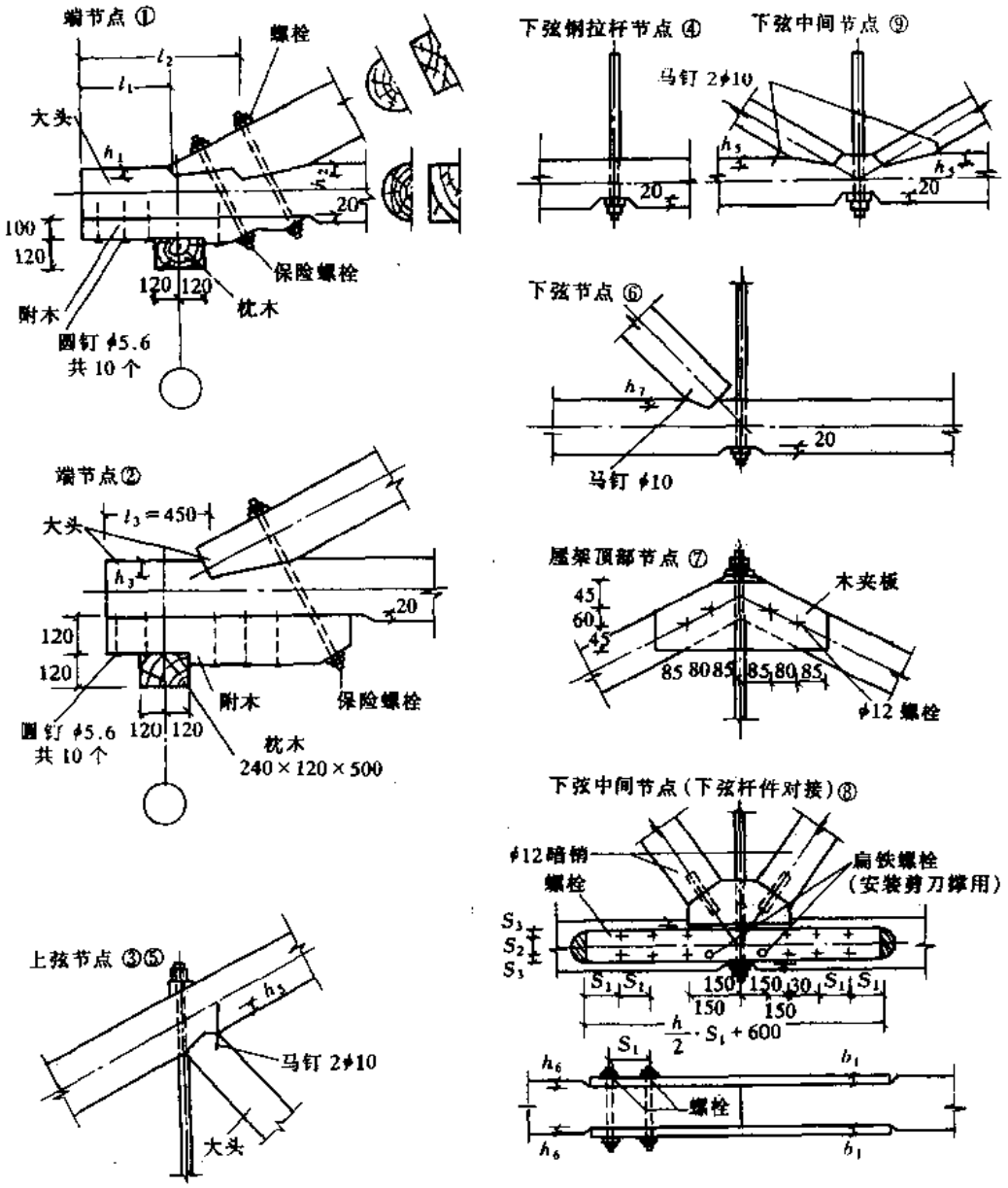


图 18－6 木屋架节点详图

①～⑧中：l_1 ——$\geqslant 4h_1$，$\leqslant 10h_1$，$\geqslant 20$cm，$\leqslant 2H_{下弦}$；

h_2，h_3 ——$\leqslant H_{下弦}/3$；

h_2-h_4 ——$\geqslant 2$cm；

h_5 ——$\leqslant H_{上弦}/4$；

h_7，h_9 ——$\leqslant H_{下弦}/4$。

③④⑥中：有悬挂荷重时，须采取加强措施。

注：H 为圆木弦杆的直径，或方木弦杆的高度。

(2) 选屋架：

a．节点荷载 P 的计算。

屋面的永久设计荷载　屋面板以上　　700N/m^2

	檩条自重	70N/m^2
	屋架自重	60N/m^2
永久设计荷载	施工或雪载	500N/m^2
总　　计		1 330N/m^2

所以　P ＝屋架下弦平均节间距（m）×屋架间距（m）×屋面均布荷载（N/m^2）

$=2\times4\times1\ 330=10\ 640$N

b. 方木屋架可由表 18－4 选用 12m 跨度，可承受节点荷载为 $P=12\ 400$N 项。

c. 圆木屋架可由表 18－5 选用 12m 跨度，可承受节点荷载为 $P=11\ 500$N 项。

d. 施工图可按图 18－6 进行节点处理。

第十九章　高层房屋结构

内　容　提　要

高层房屋在现代城市建设中非常重要。

(1) 关于高层房屋的结构设计，经历了一个由简单到复杂，由低级到高级的认识过程：

a. 由简单的人工手算到现代化的电子计算机进行结构分析，必要时用小比例模型进行实验研究。

b. 由较简单的计算简图到比较复杂的计算简图进行分析。

(2) 对于整个的建筑设计过程而言，一般不要求建筑师去从事极其庞大、复杂的高层房屋的力学和结构分析。但是建筑师若能拥有较丰富的高层建筑结构设计方面的知识无疑将具有十分重要的意义。其中包括：

a. 高层房屋上的荷载；

b. 高层房屋结构中的抗侧力构件和竖向力承受构件的受力特点；

c. 高层房屋结构方案设计；

d. 高层房屋结构分析中的近似方法。

(3) 高层房屋结构方案设计有时称之为高层房屋“结构选型”，建筑师应该掌握结构选型的设计方法。本章第四节介绍了高层结构选型的一般知识。

第一节　概　　述

一、建筑师在高层房屋结构设计中的作用

城市中建造多层与高层工业、民用房屋不扩大城市面积，房屋层数增多之后，建筑密度相对提高，可以节约市政建设和厂区管网建设（包括小区道路，文化福利设施，上下水、煤气及热力网等）费用和投资。以住宅为例，面积密度提高 1%，小区市政设施费用可降低 0.5%～0.7%。

然而，也并非房屋层数越多越有利。房屋层数增多之后，建筑物受力大，施工相对复杂，造价提高（一幢十几层民用房屋的造价将比 5 到 6 层民用房屋高一倍左右，层数再多相差还要多），当层数多到一定程度后，经济上不一定可取，而且还会带来使用和生活上的不便。

就许多大城市地区而言，高层房屋是解决人口集中继续增长的办法之一。由于高层房屋使人与自然环境隔绝而拒绝采用，或将高层房屋只作为技术成就的标志而搁置一旁。对这样一些情况，教育单位和其他研究机关现正用更大的精力去系统地研究高层房屋的周围环境及其有关内容，以改善居住条件。

住宅、旅馆和办公楼是目前多层与高层民用建筑中数量最多者，医院、学校则一般多采

用多层方案，国外情况亦基本如此。

高层房屋不论是作为单一用途的公寓、办公室、学校或医院，还是作为上面描述的规模较大的综合使用系统，其设计都需要与材料加工、房屋施工和各种专业协作的一个小组来共同努力解决。建筑师协调这个小组的工作，以便使不同的材料、设备和活动等组成部分形成一个整体。建筑师已不能自由设计了，他不仅受通常摩天楼的封闭形式的限制，并且需要有效地使用材料，他还必须遵守有关安全、防火、健康要求的许多规范的规定。

建筑师必须将房屋设计作为一个总体来处理，其承重结构作为有机的组成部分在设计房屋时逐渐形成；结构不能割离开来单独考虑、尔后由结构工程师作为无关的附件塞进由使用观点构成的空间。虽然这个总体设计方法应该应用于任何房屋建筑的设计，不过从高层房屋的规模着眼则更为必要，因为高层房屋需要相当复杂的结构承重体系，其中物理、环境产生的力也都是设计的主要决定因素。房屋必须抵抗竖向的重力和风引起的水平力以及因地震而形成的地震力。房屋外壳必须适应温度差，空气压力及内、外部环境间的温度差。房屋的结构构件必须承担所有这些力。构件必须布置成相互有联系的形式以承受这些力，并把它们安全地引到地基上去。

对这些力及其来源比较了解并掌握了结构体系性质的建筑师，能在设计的早期阶段就提出合理的布局。他能与结构工程师息息相通，因为他讲的是工程师的语言。也就是说建筑师对工程原理有了基本的了解，就能和结构专家真正合作以取得最优的设计，在自己的建筑创作中左右逢源。

结构构件是房屋躯体所必需的骨骼，有的建筑师喜欢巧妙地运用这些结构构件，并把它们暴露出来以明确地表达房屋的风格，从而说明并反映了作为不同功能系统起相互配合作用的外壳的目的。

以上只是论及了很少的一个侧面，建筑师在高层房屋设计中的作用是很重要的。

二、多层与高层房屋的结构材料选择

一幢房屋结构方案的选择主要是指结构形式、结构体系和施工方法的选择，在满足使用要求的前提下应做到经济合理、技术先进。北京、上海等地近年来修建了一批 10 到 16 层的住宅和旅馆，以北京前三门统建工程最为集中（包括 40 栋住宅、2 栋旅馆及其他服务、附属建筑多栋）。国内目前也建造了一些层数更多的高层民用建筑，比如北京的北京饭店（18 层），南京的金陵饭店（37 层），广州的白云宾馆（33 层），深圳的国际贸易中心（50 层）等。

为了确定一个房屋设计的结构方案，首先要决定采用哪一种结构形式，是采用砖石结构、钢结构，还是钢筋混凝土结构。这要取决于房屋的性质和高度，另外还要看物质与技术条件，以及工期的要求等。

(1) 砖石结构在我国较普遍的用于 5 到 6 层以下的多层房屋，最高甚至用于 9 层民用房屋。但由于一般砖石结构强度低、抗震性能不好，所以难以用于高层建筑。目前一般不高于 7 层住宅楼。

(2) 对于钢铁尚感不足的我国来说，钢结构由于其造价高、用钢量大，一般不宜采用。但钢结构具有自重轻、强度高、延性好（结构承受大变形能力的性质）和施工快的特点，对于高层建筑、特别是有抗震设防要求的高层建筑，国外多采用钢结构。

(3) 钢筋混凝土结构比砖石结构具有自重轻，强度高，抗震性能好，工厂化、机械化程

度高等一系列优点；与钢结构相比具有造价低廉，材料来源丰富，耐火性好，结构刚度大等长处，因而应用比较广泛。

目前，60层以上的高层建筑绝大多数在美国。纽约的世界贸易中心大厦，110层，高412m。1974年芝加哥建成的西尔斯大厦，110层，高442m，是当今世界最高的建筑。以上两幢建筑都采用钢结构。芝加哥水塔广场大厦是目前最高的钢筋混凝土结构建筑，高76层。

第二节 作用在高层房屋上的侧向荷载（或称水平荷载）

一、风荷载

早期建造的摩天楼由于其巨大的自重而能经受由风引起的侧向力。砖石承重墙房屋由于重量大，不可能因风力而破坏。当承重墙体系被框架结构取代之后，重力仍然是主要的决定因素。只开了些小孔洞的重的石墙立面，紧密排列的柱子，粗大的组合框架构件和沉重的隔墙仍然会产生很大的重量，因此风力作用不是主要问题。

1950年国外出现了具有内部空间很开敞而重量相对很小的具有大玻璃墙面的摩天楼，第一次接受了风力的考验。随着采用重量轻的钢框架，自重不再是限制房屋高度的因素。为了减轻永久荷载并形成更大的、更有适应性的空间，很大跨度的梁、可移动的非承重隔墙都发展起来了。所有这些革新减弱了结构物的总刚度，现在房屋的侧向刚度（由此决定其侧向位移）也许比它的强度更需要重视。对高层房屋设计师来说，风力作用已成为一个主要问题。

（一）平均风速一般随高度增长，如图19－1所示。风接近地面时因受到摩擦而减速，所以平均速度的增长率是地面粗糙度的函数。周围物体干扰愈大（如树、地形、房屋），产生最大风速 V_{max} 的高度就愈高。

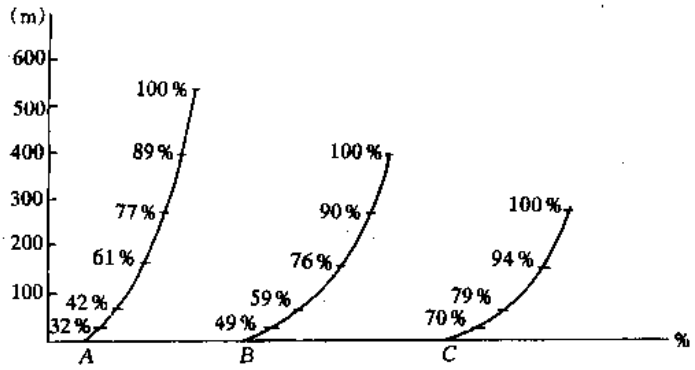


图19－1 不同高度时的风速相对值

A—城市；B—乡村；C—海洋

（二）基本风压值

基本风压值 W_0 与风速的平方成正比，可用下式表示之：

$$w_0 = \frac{v^2}{16} \times 9.8 = 0.612\,5v^2 \approx 0.6v^2(\text{Pa})(\text{即 N/m}^2) \qquad (19-1)$$

式中 w_0 ——基本风压值（Pa）；

v ——风速（m/s）。

式（19－1）中乘以 9.8 是公斤力与牛顿之间的转换。

关于风速 v 值，各国的取值不大相同。我国《建筑结构荷载规范》（GBJ9—87）规定的是："在一般空旷平坦地面，离地 10m 高，30 年一遇的自记 10 分钟平均最大风速。"苏联和东欧的七个国家 1969 规定取离地 10m 高的风速，对高耸建筑物取 20 年一遇，对居住、公共和办公建筑取 10 至 15 年一遇的 2 分钟平均风速。

（三）风压随高度增加

垂直于建筑物表面上的风荷载标准值与基本风压的关系：

$$w_k = \beta_z \cdot \mu_s \cdot \mu_z \cdot w_0 \qquad (19-2)$$

式中　w_k ——风荷载标准值，kN/m^2；

β_z ——高度 z 处的风振系数，主要考虑阵风的影响，详见荷载规范；

μ_s ——建筑物考虑风荷载时的体型系数，详见荷载规范；

μ_z ——风压高度变化系数；详见荷载规范；

w_0 ——基本风压，kN/m^2，详见荷载规范。

由式（19－2）可见，风压值与高度有关，表 19－1 是我国荷载规范所规定的 μ_z 值摘录：

表 19－1　风压随高度变化的系数 μ_z

离地高度（m）	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100
μ_z	0.54	0.71	0.84	0.94	1.11	1.24	1.36	1.46	1.55	1.64	1.72	1.79

由表 19－1 知，风压随高度增加是很快的。对于我国目前比较多见的十六层左右的房屋，其上部的风压值将是三层高房屋风压的 1.8 倍之多。

（四）风压对建筑的作用

作用在建筑物上的风压不仅迎风面上有，而且背风面上也有。图 19－2 所示为风压迎风面和背风面上的分布示意图。

由图可见，在迎风面风对建筑产生推力，在背风面，风对建筑产生吸力，这两个力的方向相同，所以应该相加。在使用式（19－2）时需注意。

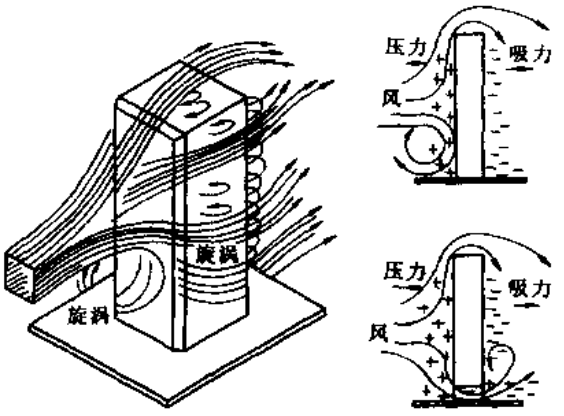


图 19－2　风对房屋的作用力

二、地震作用

1．地震时的房屋性能。

由于基础是房屋和地面的相互接触点，所以地震时的地面运动通过基础的前后晃动而传之于房屋，但房屋的质量又阻止这种运动，因而在整个结构中就引起了惯性力。惯性力的作用就像一个人在突然刹住的车子中所感受到的横向惯性力一样。这样比喻，当然是过于简化了，因为地震运动不但使基础发生前后摇晃，而且也使基础发生扭歪。竖向惯性力一般可忽略不计，因为房屋已按竖向恒载进行计算。所以只需考虑有可能超过作用于结构物上的风力的水平力。

水平惯性力 F（图 19－3）的大小与房屋的质量 m、地面加速度 a 和该结构的性质有

关。如果一座房屋和它的基础是刚性的，那么它将具有与地面相同的加速度，即根据牛顿定律，$F = m \cdot a$。

但实际情况却不是这样，因为所有的房屋总具有一定的柔度。对一个结构来说，只要它有一点微小的变形，它就吸收（即化掉了一部分地震力）了一些能量，从而使地震力有可能小于其质量与地面加速度的乘积（图 19－3b）。但是一个自振周期与地面波的周期相接近的极为柔软的结构，在反复的地面运动作用下，它会受到一个大得多的力（图 19－3c）。因此，作用在房屋上的水平力的大小，不仅与地面的加速度有关，而且也与房屋结构及其基础的反应形式有关。房屋与地面运动之间的这种相互关系由所谓反应谱表示之。用反应谱作为一种简便方法，来估算地震运动所引起房屋的最大反应。在建筑规范中用地震系数来表示。这个系数在形状上大致可反映某些已被记录下来的地震反应谱，并且也反映了这样一个事实，即比较高的房屋象长摆一样，有一个较长的振动周期，因而所承受的惯性力要比刚强的、具有短周期的低层房屋小。

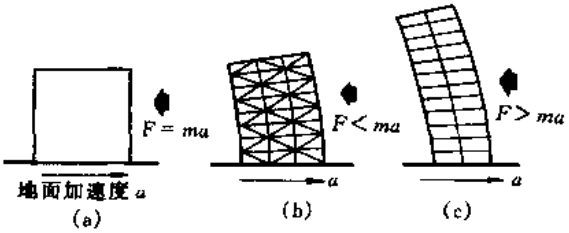


图 19－3 地震力的形成

(a) 绝对刚性房屋；(b) 中等刚度房屋；(c) 柔性房屋

2. 地震对房屋的水平作用。

根据牛顿第二运动定律

$$力 = 质量 \times 加速度 = m \cdot a = \left(\frac{W}{g}\right) \cdot a = W \cdot \left(\frac{a}{g}\right) = W \cdot \beta$$

将最右等式中的 β 定义为地震力系数后，上式有直观的含义：

总的水平地震作用 = 房屋总自重 × 地震力系数

式中 地震力系数 $\beta = \dfrac{由地震引起的水平加速度\ a}{重力加速度\ g}$

w ——地面以上房屋总自重。

公式中的地震系数 β 一般由专门的设计规范经过换算后获得。由上式不难得出两点概念：

a. 高层建筑的总自重 W 很大，成千上万吨重，因此所受到的地震水平作用力也将是很大的。

b. 水平地震作用的大小与 $\beta = \dfrac{a}{g}$ 有关，由此可见地震水平作用力与地震时地面运动加速度有关，换言之，它与地震烈度，距震中远近等因素有关。

3. 水平地震力对高层建筑的作用并非只是引起房屋的“一边倒”，其运动形式是比较复杂的（图 19－4）。

4. 一般地说，房屋结构的刚性多数属于图 19－3（b）中情况，因此在计算地震力对房屋的作用时，往往要对惯性力 $F = m \cdot a$ 进行折减。

5. 当房屋高度在 40m 以内时，地震力作用下的房屋变形近似地如图 19－4（b）的一边倒，这样考虑可以使计算大为化简。

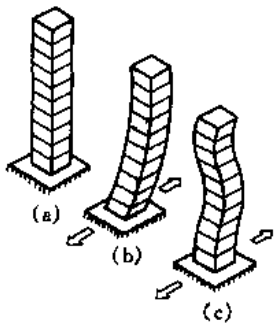


图 19－4 地震力作用下的房屋变形是复杂的

第三节　高层房屋结构总体布置

一、结构布置原则

高层房屋承受的竖向荷载大，同时还要承受大的水平风力或地震力，房屋总高度大，但进深尺寸和一般建筑差不多，因此造成高层房屋高宽比大，受力大，变形大。对一般建筑影响不大的因素，如温度、收缩等在高层房屋中将产生一些影响，也必须予以重视。在高层房屋的总体布置中必须注意这些力学特点。

结构布置的合理与否在很大程度上会影响到结构的经济性及施工的合理性，特别是在地震区，会影响结构的抗震性能，布置不好，常常造成薄弱环节，引起震害。

进行结构布置时，一般应考虑以下原则：

(1) 应满足建筑使用要求，便于施工。例如开间、进深、层高、层数、平面关系和体型等要满足使用要求。在布置结构时，应考虑施工上技术先进、提高工业化程度、便于施工、经济合理等因素。

(2) 提高结构的总体刚度，减少位移。高层建筑控制位移是主要矛盾。除选择合理的结构体系外，还应从平面体型和立面变化等方面考虑有利于减少结构的侧移。

(3) 在地震区应满足抗震的要求。应使结构各部分刚度对称均匀，各结构单元的平面形状应力求简单规则，立面体型应避免伸出或收进，避免结构垂直方向刚度突变等。

(4) 考虑沉降、温度收缩及房屋体型复杂等因素对建筑的影响，合理布置和处理沉降缝、伸缩缝、防震缝。

第 1 条容易理解，不再仔细讨论。下面将对后面三条作一些具体说明。

二、减小侧移的措施

在布置结构时，应加强结构的整体性，提高结构的刚度。如加强楼盖的整体性，加强构件的连接，使结构各部分以最有效的方式共同作用；加强基础的整体性，以减小由于基础平移或转动对结构侧移的影响。还应注意加强结构的薄弱部位和应力复杂部位。

增加结构体系抵抗倾覆力矩的有效宽度。增加结构宽度，可减小侧向位移，并且当其他条件不变时，变形与宽度的三次方成反比。因此体型扁而高的建筑是不合适的。宜对高宽比 H/B 加以限制。对于“一字形”建筑，高宽比 H/B 以不超过 3～4 为宜，对于筒体和剪力墙等刚度较大的结构 H/B 以不超过 4～5 为宜，设计烈度大于等于 8 度时，宜适当减小。高宽比的限制对于住宅建筑矛盾较大，按我国标准，住宅的进深一般在 10m 左右，不可能加宽很多，因此一字形板式楼一般不超过 40m。当需要盖更高的住宅时，宜采用刚度较大的平面形状，如方形、接近方形的矩形、圆形、Y 形、井形等塔式建筑。对于旅馆建筑，一般进深为 15m～20m，近几年来正在建造或正在设计的已向 30 层或更高发展，总高达 100m 左右，设计成板式楼显然不能满足高宽比要求，可设计成塔式楼，如南京金陵饭店。图 19－5 为 37 层高的金陵饭店平面。

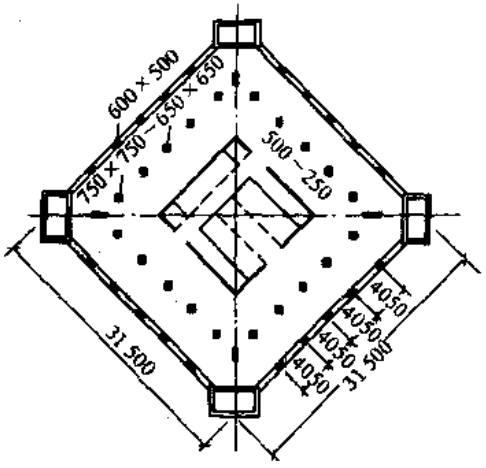


图 19－5　金陵饭店平面

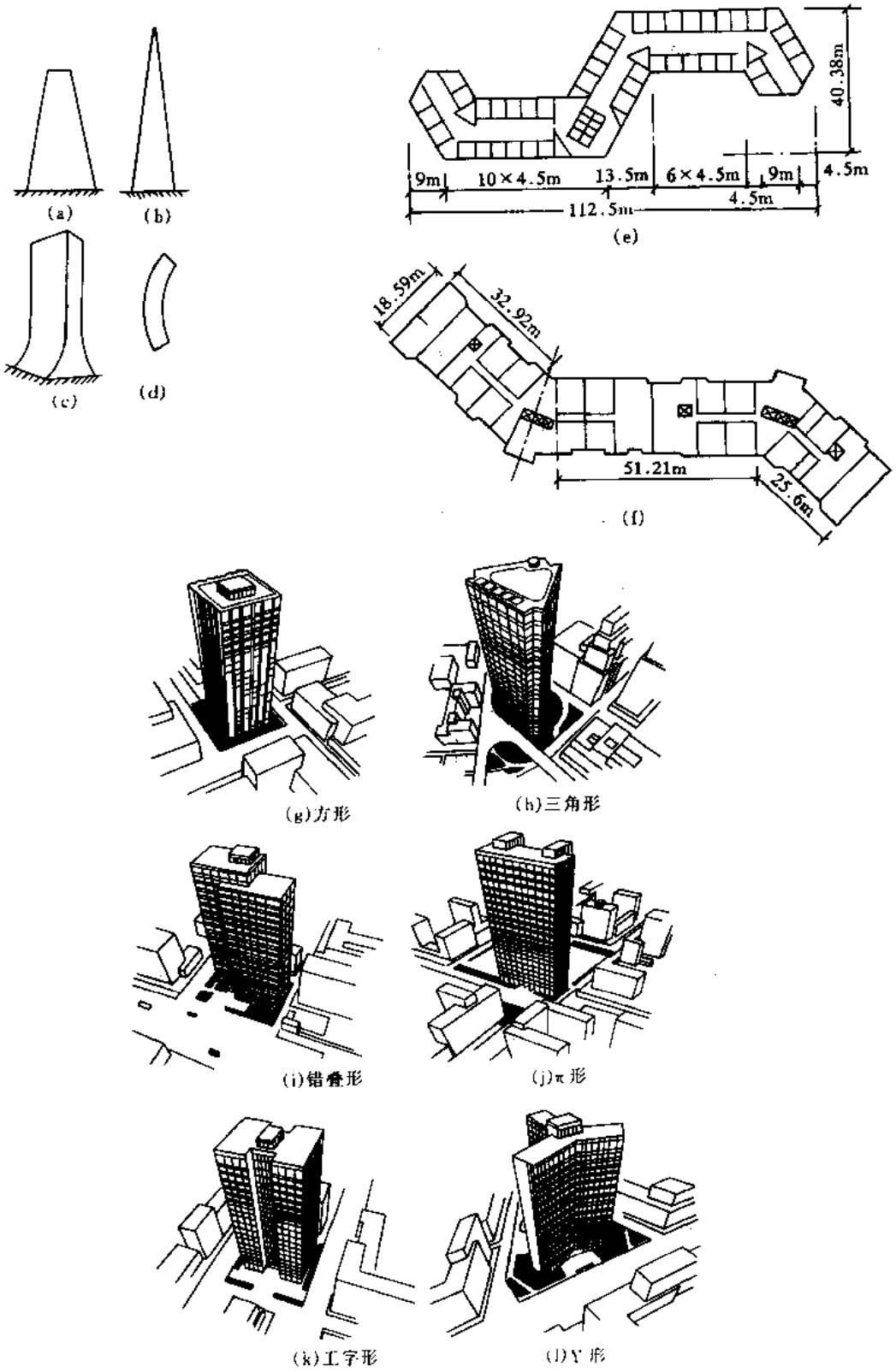


图 19－6 高层建筑举例

(a)、(b) 锥塔形建筑；(c) 下部放宽；(d) 月牙形；(e)、(f) 蛇形；(g) 方形塔；(h) 三角形塔；(i) 错叠形；(j) π形；(k) 工字形；(l) Y形

然而，把高层房屋的形式限定为矩形的棱柱体，从几何特征的观点来看，这对侧移是颇为敏感的。其他形状的房屋对侧向力的作用并不如此敏感，由于它们的几何形状所具有的固有特性，使结构更为有效或者造价较低，而房屋能造得更高。下面讨论一些这样的房屋形式。

将房屋的外柱倾斜设置，能大大增加其刚度，结果房屋成为截锥形——一种更加刚劲、更加紧凑的形式，比如芝加哥汉考克中心大楼（图 19－6a）。侧移将减少 10％～50％，对高度较高宽度较窄的房屋结构影响最大。一项计算结果指出，外柱只要倾斜 8％就能使一座 40 层楼房屋的侧移减少 50％。

截锥式汉考克中心大楼的一个变种是旧金山全角锥式的 50 层环美大厦（Transamerica-Building），见图 19－6（b）。这座 260m 高的房屋由竖向框架组成，仅四根角柱在尖顶处相连接，起着 A 形框架的作用。竖向内柱不与倾斜的外柱相交。这些内柱在与外柱相交之前在 4.57m 处截断并且仅支承楼面。

将外部框架做成上窄下宽，也能使得房屋的侧移减少。例如芝加哥 60 层的第一国家银行就是这样的（图 19－6c）。当上窄下宽的变化延伸到房屋的全高时，结构得益最大。第一国家银行的外部钢柱从底部向上收小，直到屋顶以下的三分之一处。

采用一些侧向稳定的体型，如设计中的北京昆仑饭店平面方案（图 19－6e）和加拿大多伦多海港广场公寓大楼（图 19－6f）的∽形方案所示。还有一些其他形式等（图 19－6g～l）。有时将房屋平面设计成新月形（图 19－6d）甚至蜿蜒弯曲的形状以增加其抵抗水平力的刚度。其弯曲的作用如同瓦楞铁皮或波形石棉瓦形状一样。但这种平面形状当荷载作用呈不对称时效果则较差。

三、结构平、立面设计中的一些参考数据

（一）长宽比

一幢建筑的平面长度不宜过长，过长时，建筑物的两端将受到不同的地震运动。例如北京饭店新楼东翼，长 40.2m，宽 19.95m，长宽比 $L/B=2$，唐山地震时的强震记录表明，平面上各点沿长轴方向基本上同步（平移振动）；沿短轴方向，平面上各点在 1.3 到 1.8 秒的长周期振动下，其总趋势是同步的，但在长周期上叠加有 0.3 到 0.4 秒的短周期振动，在某些点常出现反相位振动。这说明，在地震作用下，高层建筑中长度较大的楼板在楼板平面内既有扭转又有挠曲，将它假设为无限刚性体与实际是不符合的。为了避免这种变形带来的复杂应力情况，建筑物长度最好加以限制，长宽比 L/B 一般不宜大于 3，而不应大于 4。当设计烈度大于等于 8 度、层数大于 20 时，限制应更严格。如 L/B 过大，宜用防震缝分开。国内外大量高层建筑多采用塔式建筑，其中就考虑了这一因素。

同样原因，对称结构中如工形两翼和 Y 形中伸出部分的长度也应加以限制。

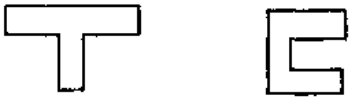
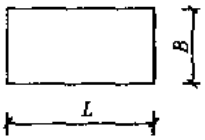
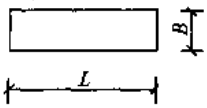
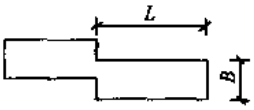
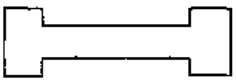
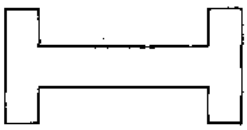
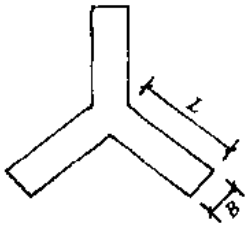
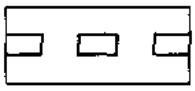
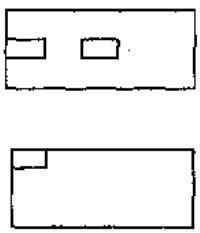
平面布置简单、规则、对称是有利的。复杂、不规则、不对称的结构必然会带来难于计算和处理的复杂地震应力，如应力集中和扭转等，这对抗震不利。

所谓规则的平面，并非只有两个对称轴的矩形或方形才是，表 19－2 是对几种平面规则与否的比较。

（二）选择有利于抗震的竖向布置

结构的竖向布置也应该注意形状变化均匀而且连续，尽量避免刚度突变或结构不连续。

表 19－2

平面 好	平面 不好	说明
		规则、对称、性能好；不对称对抗震不利
		L/B 宜小于 3，不应大于 4，太长时，两端受到不同地震运动的影响
		两部分重合处应大，突出部分应小，否则抗震不利；L/B 宜小于 1，不大于 2
		虽然对称，但如两翼过长，则两翼将受到不同地震运动的影响
		L/B 宜小于 1.5，不应大于 2，L/B 大，抗震不利
		抗侧力结构（抗震墙、筒体、壁式框架等）宜对称布置，不对称则刚度偏心对抗震不利

在我国唐山地震中，有底层柔上部刚、沿高度刚度突变的建筑造成严重震害的例子。也有另一种情况是下部刚度大，到顶部刚度突然减小的塔楼结构，也容易造成震害。例如天津南开大学主楼，7 层框架结构，高 27m，上面有 3 层塔楼，顶高约 50m，塔楼刚度突然变化，柱截面又很小（24cm×24cm），1976 年 7 月 28 日地震时，下部 7 层框架无损伤，但塔楼严重破坏，向南倾斜 20cm；同年 11 月 15 日宁河地震以后，整个塌落下来。

（三）防震缝的设置与构造

对有抗震设防要求的建筑遇有下列情况之一时，应设置防震缝：

（1）建筑平面形状或体型比较复杂，如L形、T形、工字形、π形平面中的突出部分较长时，须用防震缝将其划分成几个平面形状简单规则的结构单元，如图19－7。

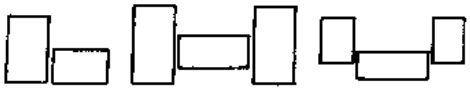


图19－7　防震缝的位置

（2）建筑各部分的结构刚度或荷载相差较悬殊时应设防震缝将各部分分开。

防震缝应沿房屋全高设置，基础可不设防震缝。凡须设置沉降缝和温度缝的地方，为了避免地震时相互碰撞，缝宽应和防震缝同样要求。抗震缝的宽度应满足相邻结构单元可能出现方向相反的振动而不致相撞的要求，图19－8和图19－9。



图19－8　防震缝太小时碰撞



图19－9　防震缝适当加大

房屋设置防震缝时，其最小宽度参考下列数值：

a．框架和框架——抗震墙结构。

房屋高度在15m以下时为70mm；

房屋高度超过15m时：

7度，高度每增加4m，缝宽增加20mm；

8度，高度每增加3m，缝宽增加20mm；

9度，高度每增加2m，缝宽增加20mm。

b．抗震墙结构的防震缝可取上述结构防震缝宽度的70%。

第四节　高层房屋的结构方案

在结构方案中，结构体系的选择，除与房屋内部的空间要求有关外，还与所受的荷载性质及其数值大小有关，结构体系必须与荷载情况相适应。作用在多层与高层建筑上的荷载，根据它们对结构的影响可以归纳为竖向荷载和水平荷载两种。竖向荷载要求结构具有足够的抗压强度，这一点以目前建筑材料来讲是极易满足的，仅这方面，结构只需很小的截面尺寸就够了。而水平荷载则要求结构具有足够的抗弯和抗剪强度及刚度，这就需要在房屋内有较强的抗侧力构件。可见，随着荷载类型的不同，房屋中应有不同类型的抵抗构件。对高层建筑来说，必须满足强度与刚度（即水平变形）这两方面的条件，刚度条件一般比强度条件更难满足，即一幢高层房屋的结构设计（包括截面尺寸和配筋等）往往是由刚度要求决定。也就是说，要保证结构在各种荷载作用下不被破坏，相对来说是比较容易，而要求满足各种荷载作用下（包括顶点位移和层间相对侧移）规定的侧移要求则往往比较困难，需要结构具有更大的截面尺寸和配筋，层数越多越是如此。

随着房屋高度的不同，竖向荷载和水平荷载对房屋的影响程度是不同的。层数越高水平荷载的影响越大。这是因为：第一，竖向荷载及其引起的内力随高度按线性比例增加，而水

平荷载沿高度不是均匀分布的荷载，越往上荷载越大（风荷载与地震荷载均如此）所以，随层数的增多，水平荷载的影响要比竖向荷载增加得快；第二，任何材料都在承受简单拉压时最能充分利用其强度，而受弯则不可能全部发挥材料的潜力，加之混凝土又具有抗压强度高而抗拉强度低且难以承担比较大的剪力。综上可见，层数越多，剪力越大，结构的材料性能越难以充分发挥。由于这两个原因，结果就使竖向荷载只是在房屋层数不多时还能在结构设计中起控制作用；随着房屋层数的增多，水平荷载的影响将迅速增长，以致逐渐发展成为与竖向荷载共同控制结构设计；当房屋更高时，水平荷载将在结构设计中起控制作用。认识到这样的变化规律对结构体系的选择是非常重要的。

一、框架结构

框架一般由在同一平面内的水平横梁和垂直柱用刚性节点连接在一起的矩形柱网组成，见图 19－10。

建筑处理上，外墙或内墙的中心线既可与框架柱网轴线重合，也可不重合。比如墙与框架柱的一个侧面取平。必要时还可以考虑将墙包在柱的外侧，从而取得立面的效果。

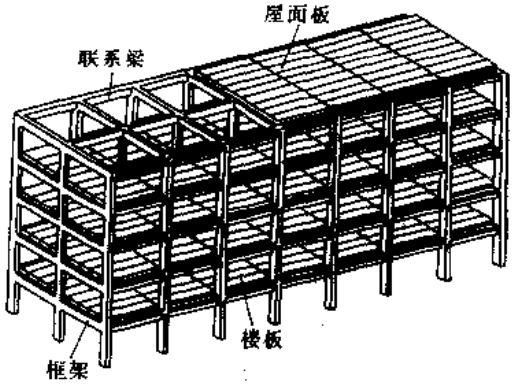


图 19－10 框架示意图

框架结构用以承受竖向荷载是合理的。当房屋层数不多时风荷载的影响一般较小，竖向荷载对结构设计起着控制的作用，因而在非地震区框架结构一般可以用到 15 层，最高可达 20 层。如果用于层数更高的情况，则会由于水平荷载的作用使得梁柱截面尺寸过大，在技术经济上不如其他结构体系合理。

地震作用是一项比风荷载大得多的水平作用力，所以在地震区建造框架结构的层数要比非地震区低得多，这主要与地震烈度及场地土的情况有关。例如在设计烈度（设计时规定取用的地震烈度）为 8 度，场地土为中软的情况下，框架结构一般只能做到 5 到 6 层。

框架结构在水平荷载作用下表现出强度低、刚度小、水平变位大的特点，一般称为柔性结构体系。

框架结构在建筑上由于它能够提供较大空间，平面布置灵活，因而特别适用于多层工业厂房和仓库，在民用房屋中由于它对设置门厅、会议室、大型开间式办公室、阅览室、商场和餐厅等都十分有利，故常用于办公楼、旅馆、医院、学校、商店、以至住宅等建筑。

近年来由于各种轻型墙体材料的出现和轻型墙板的采用，框架轻板房得到了较为广泛的重视。轻墙与框架的结合使得框架结构的层数与经济性都有显著地提高和改善。

从受力角度看，无梁楼盖也是框架结构的一种。

几种典型的框架房屋参见图 19－11。这些方案着重表现了与房屋平面、立面有关的典型的柱网布置。这些框架大的角度可以分成 3 种：

（1）横向框架，这种形式的框架虽然是一个三维的立体柱网，但是在横向（短边方向）的梁，往往承受主要的垂直荷载，因而在计算中可以比较容易地化为横向（短边方向）的平面框架来分析。如图 19－11（d）、（e）、（f）、（i）等。

（2）外围框架，这种框架主要是指框架立体柱网的最外围形成一个由框架梁、柱组成的

"外壳"，它与内部的核心结构（比如框架、筒体等）共同起作用，一般说来，这种框架的平面长、宽比大都接近于1，力学分析时不易化为平面框架求解。当然有时也有人利用平面框架的特点来近似地对它进行初步分析。如图19－11（b)、(c)、(g)、(h）等。

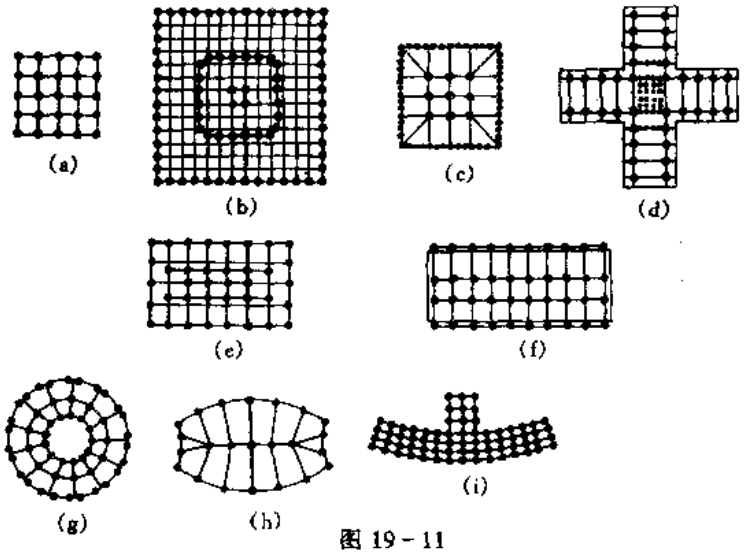


图19－11

(a）双向框架；(b）外围框架；(c）有内部核心框架的外围框架；(d）横向框架；(e）带有部分偏置的内部柱子的横向框架；(f）横向框架；(g）圆形外围和内围框架；(h）在曲线网格上的横向框架；(i）辐射形网格上的横向框架

(3）双向框架，这种框架与框架的不同之处是平面长、宽比接近于1，与外围框架不同之处是内、外框架组成比较规则的柱网。一般说来，这种框架也可以比较容易地分解为平面框架来进行力学分析，图19－11（a)。

二、框架－抗震墙结构

随着房屋高度的增加和水平荷载影响的迅速增长，框架－抗震墙结构（图19－12和图19－13)，比框架结构有明显的优越性。在这种体系中，除框架外还增设了一些抗侧力刚度很大的墙片。因为框架抗剪能力很小，墙片的抗剪能力相对很大，为整个房屋提供了很大的抗剪强度和刚度，所以一般称这种墙片为抗震墙。在整个体系中，抗震墙负担绝大部分的水平荷载，而框架则以负担竖向荷载为主，达到了合理分工、物尽其用。框架－抗震墙结构根据地震烈度的不同，一般高度可达50m～120m。抗震墙的位置在平面中既可以集中布置，实践中分组布置的情况往往还比集中布置更普遍、更合理。

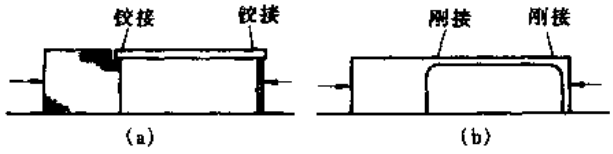


图19－12　框架－抗震墙示意

由于有抗震墙的加强，结构体系的抗侧力刚度大大提高，房屋在水平荷载作用下的侧向位移大大减小，一般称此种结构体系为半刚性结构体系。

由上述可见，抗震墙是框架－抗震墙结构体系中一个极为重要的结构构件，一般都是采用钢筋混凝土结构（图19－13)，但对于无抗震设防要求的、层数较少的房屋也可采用砖砌填充墙做抗震墙（图19－12a)，这样可在简化施工的情况下提高房屋的抗侧力刚度。但由

于砖石砌体本身具有刚度大（因截面尺寸大）而强度低的特点，往往会由于刚度大分配承担的外荷载多，而本身强度低又常不足以胜任，所以此种砖抗震墙在层数较多（大于 10 层）和有抗震设防要求的房屋中不宜使用。

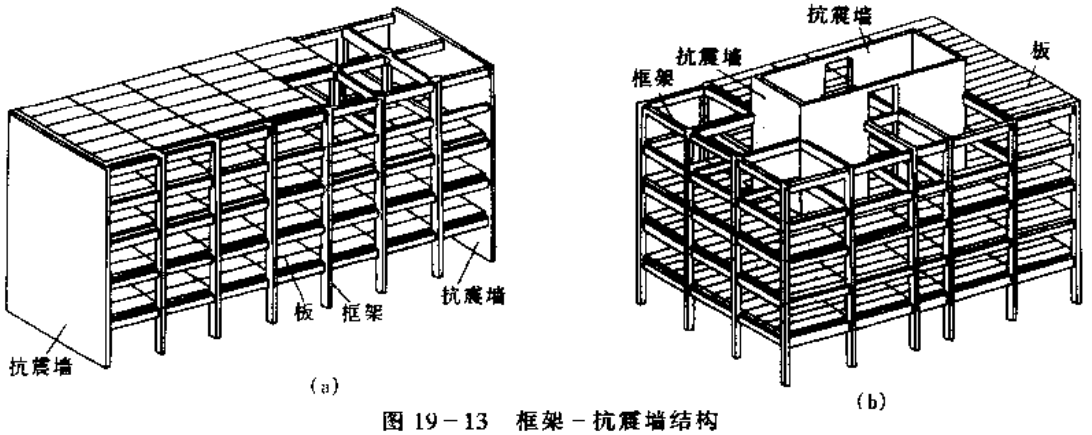


图 19－13 框架－抗震墙结构

(a) 抗震墙分散布置；(b) 抗震墙集中布置

抗震墙的存在一定程度上限制了建筑平面设计的灵活性。因此，框架－抗震墙结构体系适用于办公楼、旅馆、公寓、住宅等建筑。我国的北京饭店新楼（20 层，$H=68.0$m）就是框架－抗震墙结构，图 19－14 表示该新楼的中部。

由于地震力不一定从一个方向作用于建筑，因此抗震墙的设置一般沿纵、横两个方向。图 19－15 表示抗震墙抵抗了两个方向的水平力。

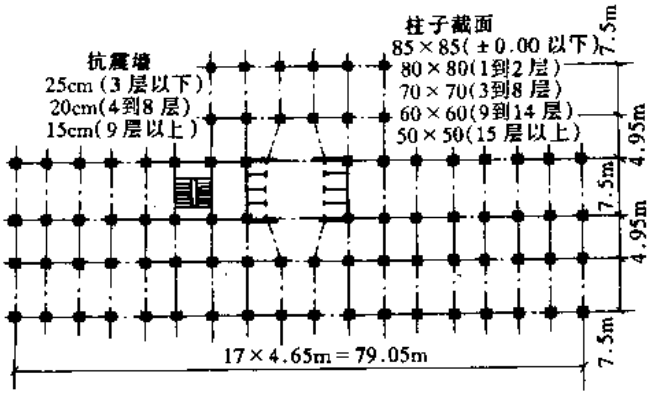


图 19－14 北京饭店新楼中部平面

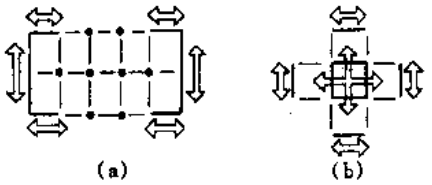


图 19－15 抗震墙沿两个方向布置

在框架－抗震墙体系中，框架与抗震墙是协同工作的。在水平力的作用下，抗震墙好比固定于基础的悬臂梁，其变形主要为弯曲型变形，框架为剪切型变形。框架和抗震墙通过楼盖联系在一起，并依靠楼盖结构的水平刚度使两者具有共同的变形。在一般情况下，整个建筑的全部抗震墙大约可承受 80% 的水平荷载，全部框架承担 20% 的水平荷载。也就是说，在框架－抗震墙体系中框架主要承受竖向荷载，而抗震墙主要承受水平荷载。

框架－抗震墙体系的结构布置包括两部分：一是框架布置；二是抗震墙的布置。框架的布置已见前述有关内容。抗震墙的布置原则如下所述。

在框架－抗震墙体系中抗震墙是抵抗水平力的主要构件。抗震墙布置得合理与否直接影响结构的安全与经济。

在地震区，由于纵横两个方向都可能有地震力的作用，因此沿房屋纵横两个方向都应布

置抗震墙。

在非地震区水平力为风荷载时，对于长方形平面的建筑，纵横两个方向迎风面相差很大，当纵向框架有足够的刚度和强度抵抗风力时，也可只在横向设置抗震墙。

抗震墙的数量多少是设计中的重大问题。抗震墙太少，势必增加框架的负担，使框架的截面增大，结构侧向变形也会增大。抗震墙太多，不仅抗震墙的强度有可能不能充分利用，而且会使房屋的刚度加大，自振周期减小，最后导致地震力增大。因此过多的抗震墙不仅是不经济的，而且还会给建筑带来过多的限制。根据日本关东、福井、十胜冲三次地震震害统计表明，在建筑物的一个方向上，抗震墙的长度与建筑面积之比在 $5cm/m^2$ 以下的建筑大多破坏，在 $12cm/m^2$ 以上的建筑大多完好。因此认为，可以把 $5cm/m^2 \sim 12cm/m^2$ 这个数字作为抗震墙的数量估算指标。当然这还不是一个十分科学的指标，最后仍要通过结构计算和分析加以确定。

抗震墙的厚度和配筋量应通过计算确定，但其厚度不应小于 14cm，且不应小于楼层净高的 $\frac{1}{25}$，一般应采用双层双向配筋。钢筋直径不宜小于 $\phi 8$。

保证框架与抗震墙协同工作，是结构布置的重要问题，关键是楼盖在水平方向的刚度大小，楼盖水平刚度越大，协同工作越好。加强楼盖的水平刚度，一般可采取两个措施：一是加强楼盖本身的整体刚度，如采用现浇整体式钢筋混凝土楼盖或装配整体式楼盖（即在预制楼板上后浇整体钢筋混凝土叠合层）；二是控制抗震墙的最大间距。以上两种措施都是为了控制楼盖在水平面内弯曲变形。

建议相邻抗震墙的间距不要超过表 19－3 的数字。此时可以保证整个房屋较好地工作。表中所谓的楼盖长宽比是指，用抗震墙将楼盖分隔开的那块面积的长和宽之比值。当然实际上楼盖面积还可能往外继续延伸。

表 19－3　抗震墙之间楼（屋）盖长宽比

楼（屋）盖类型	楼（屋）盖长宽比		
现浇	6到7度	8度	9度
	4.0	3.0	2.0
装配整体	3.0	2.5	不宜采用

当需在抗震墙上开洞时，洞口面积与墙面积比值宜小于 0.16，且上下洞口宜对齐，洞口梁高也不宜小于层高的 1/5。

抗震墙应对称均匀布置，同样长度的抗震墙，布置得好作用就大（图 19－16b、c），反之作用就小（图 19－16d）。具体要求如下：

(1) 横向抗震墙宜均匀对称地布置在建筑物的端部附近（图 19－16b）、平面形状变化处以及恒载较大的地方。

(2) 纵向抗震墙宜布置在房屋两端附近，见图 19－16 (a)。这时两端的抗震墙对房屋长度方向的收缩变形将有较大的约束作用，设计和施工应采取措施以减少收缩应力，避免楼盖或纵向梁开裂。

(3) 抗震墙沿竖向宜贯通建筑全高。当不得不在顶层设置较大房间而使抗震墙不能贯通全高时，应对顶层结构采取其他加强措施，或使抗震墙的刚度沿竖向逐渐减小以避免刚度突

变。

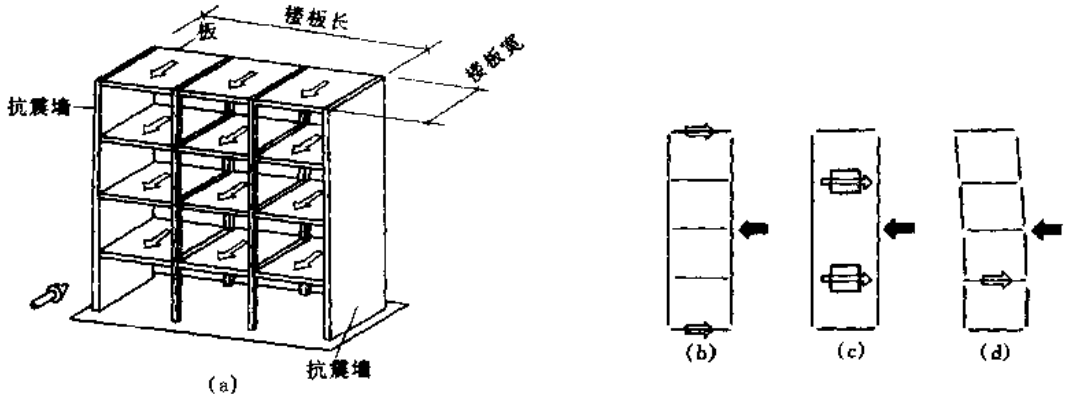


图 19－16

(a)、(b)、(c) 对称布置的抗震墙性能较好；(d) 非对称布置的抗震墙在水平力作用下产生不均匀变形

(4) 为了取得较大的刚度，每片抗震墙最好尽量连在一起，如图 19－17 可以看出，两片墙连在一起其惯性矩大于两片分开的抗震墙的惯性矩之和，即

$$\frac{1}{12}bl^3 > \frac{1}{12}bl_1^3 + \frac{1}{12}bl_2^3$$

尤其是在房屋的转角部位，将纵横抗震墙连成 L 型，有利于提高房屋的抗扭刚度。

(5) 当楼盖有较大的洞口（如楼梯、电梯井）削弱其传递水平荷载的能力时，一般应在洞口两侧增设抗震墙。

(6) 为了便于施工，最好不在防震缝或变形缝两侧同时设置抗震墙。

(7) 当抗震墙成不对称布置时，可能形成扭转破坏（图 19－17d）。

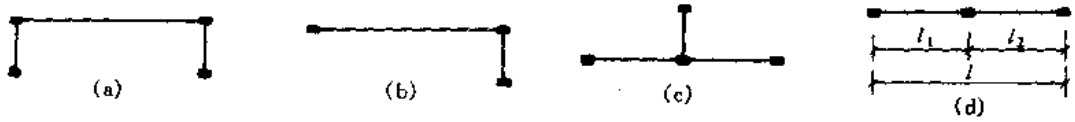


图 19－17 抗震墙应联合起来设置

三、抗震墙结构

当房屋层数高于 25 到 30 层以后，横向水平荷载已成为对结构设计起控制作用的荷载，如果仍然采用框架－抗震墙结构体系，则抗震墙的片数与厚度都要大幅度增加，以至整个房屋中框架所剩无几，不如采用全部抗震墙结构（图 19－18），以简化设计和施工。

抗震墙结构全部由纵横墙体所组成。此种结构体系的高层建筑在国外已达 70 层，理论分析证明用这种结构体系建造高达 100 到 150 层的居住建筑是完全可能的。

抗震墙结构体系的高层建筑由于平面被墙体限制得太死，平面布置极不灵活，所以对需要较大空间的建筑则难以满足要求，一般以用于住宅、公寓、旅馆较为适宜。对于旅馆中必不可少的门厅、休息厅、餐厅、会议室等大空间部分，一般是通过附建低层部分来实现，也可将餐厅、会议室等布置于整个建筑物的顶层，抗震墙不全部到顶，而在顶层部分改为框架的办法来实现。

我国广州的广州宾馆（27 层，$H=87.6$m）等就是采用抗震墙结构建造的。

对于底层为商店或要求必须有大空间的多层与高层居住建筑，可以将房屋底层（或底部

二层）若干抗震墙改为框架，构成所谓框支抗震墙结构体系（图 19－19）。它的抗侧力刚度，由于以框架代替若干抗震墙而有所削弱，而且由于结构的局部突变必然导致应力与变形集中，对抗震极为不利。但在非地震区，此种结构体系较框架－抗震墙结构体系的刚度还是好得多。上海中百九店就是这样一幢底部二层为框架的、框支抗震墙结构体系的 12 层建筑（上部 10 层为住宅，$H=37.3$m）这种结构体系还便于在房屋下面形成敞开式停车场，国外应用较多。

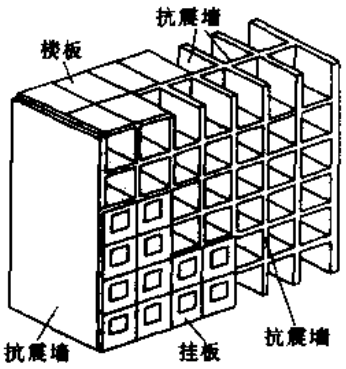


图 19－18　抗震墙结构

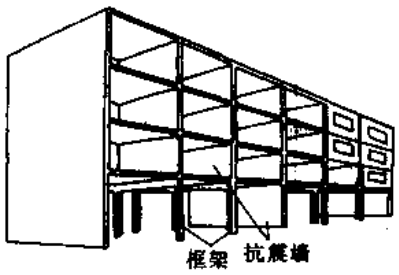


图 19－19　底层框架－上层抗震墙结构

抗震墙结构可以现场浇制，也可以预制装配。装配式大型墙板结构与盒子结构，就其实质也都是抗震墙结构，但由于墙体是预制装配的，各部分的连接不如整体浇注的好，较多地削弱了房屋的总体刚度和强度，故一般只宜建造多层房屋。装配式大型墙板建筑已开始在我国许多大中城市得到推广，效果很好。针对我国目前的技术条件，装配式大型墙板房屋在设计烈度为 8 度的地震区，规定允许建至 5 层；而对设计烈度低于 8 度的地区允许建至 6 层。目前正积极通过科研和试点来提高大型墙板建筑的层数，在北京已试验性地建造了两幢 11 层的装配式大型墙板高层住宅，国外则已用至 20 层左右。提高大型墙板结构层数的关键，在于改善与提高墙板间连接的整体性和强度。

盒子结构可以使装配化程度提高到 85％～95％，可以最大限度地实现工厂化，但要求有强大的预制能力和起重运输设备，国外也仅美、苏、德国、瑞典应用较多。但这种结构体系无疑是建筑工业化的一个方向。

图 19－20 是国外一些抗震墙体系房屋的平面。

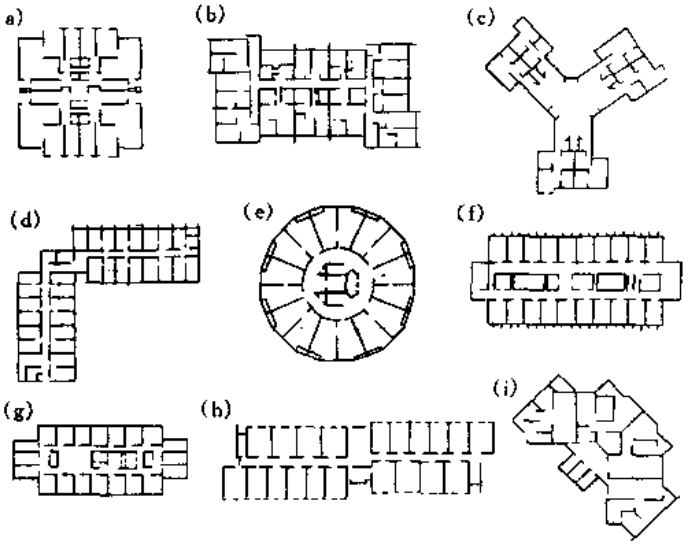


图 19－20　国外几种抗震墙结构

四、筒式结构

筒式结构是框架－抗震墙结构和纯抗震墙结构的演变与发展，它将抗震墙集中到房屋的内部与外部形成空间封闭筒体，使整个结构体系既具有极大的刚度、又能因为抗震墙的集中

而获得较大的空间，使建筑平面设计重新获得良好的灵活性，所以适用于办公楼等各种公共建筑。

筒式结构根据房屋高度和水平荷载的性质、大小的不同，可以采用四种不同的形式：框架内单筒、框架外单筒、筒中筒和成束筒等。

图 19－21 是几个筒体结构体系实例。注意到筒体的所谓外筒由于开窗的需要，实际上并不是完全一块实心墙体，而是由柱距很密的柱群组成的。

筒式结构国外近年来成功地运用于高层建筑的例子很多，如西德慕尼黑的奥林匹克村办公大楼（框架部分 20 层，$H=65.7$m；筒体部分 26 层，$H=88.0$m）就是采用框架单筒结构体系，美国休士敦贝壳广场大厦（52 层、$H=215.0$m）是采用筒中筒结构体系，奥地利维也纳的联合国办公楼是采用成束筒结构体系，美国芝加哥的西尔斯大楼（109 层，$H=443$m）也是采用成束筒结构体系。

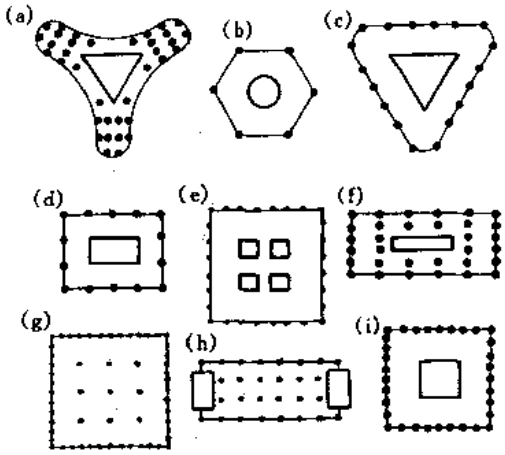


图 19－21 筒式结构平面形式

另外，在国外高层办公楼和居住建筑中还采用了一种所谓悬挂结构体系，它以筒体、刚架、拱等为主要承重结构，全部楼板均通过钢丝束吊索悬挂在上述承重结构上。这种结构体系自重轻、有效面积高、用钢量少、抗震性能好（图 19－22）。目前最高的要算南非的约翰内斯堡标准银行大楼（27 层，$H=130$m）。

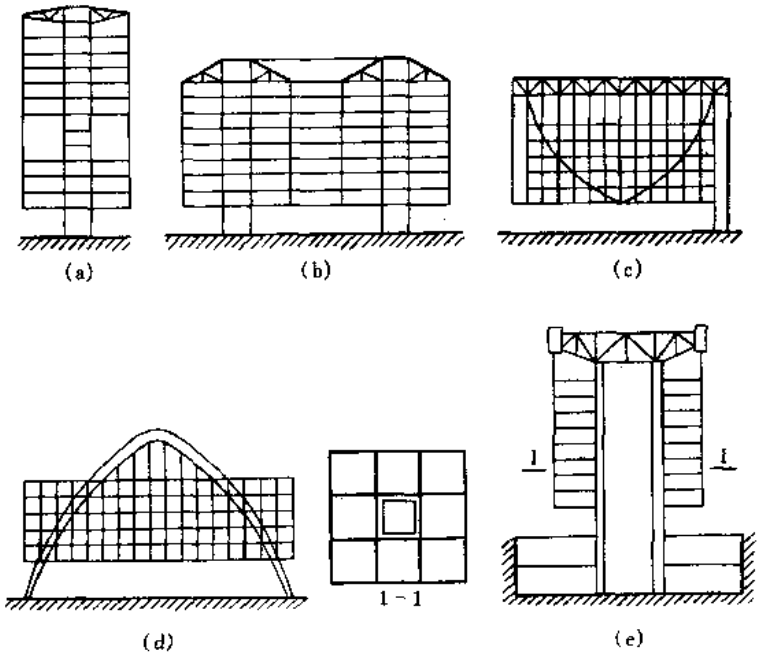


图 19－22 悬挂结构

(a)、(b)、(c)、(e) 筒体或立式桁架承重悬挂结构；(d) 拱承重悬挂结构

五、高层房屋结构形式小结

(1) 高层房屋结构的最大特点是水平力（一般由地震或风力引起）的作用往往起控制设

计的作用。

为了适应这一特点，高层房屋中一般都设置了抵抗水平力作用的所谓抗震墙。

抗震墙是竖向的加劲构件，用来抵抗风或地震作用于房屋的侧向力。

对抗震墙体系的几何形状并无任何限制。最普通的基本形式如图 19－23 的内圈所示。三角形、矩形、角铁形、槽钢形和有宽翼缘的工字型等都是常见的形式。

基本抗震墙体系可再分为开口的和封闭的体系。开口的体系由单个的或组合的线形构件组成，它们并不完全围成一个几何形的空间，这些形状如 L、X、V、Y、T 和 H。相反，封闭的体系围成一个几何形空间，通常的形式是方形、三角形、矩形和圆形的筒体。

抗震墙体系不论在建筑内部或外部均可布置成对称的或非对称的。

图 19－23 的中圈表示对简单形状的房屋将一个、两个、三个或四个基本的抗震墙单元放在不同的位置而取得可能的对称布置。

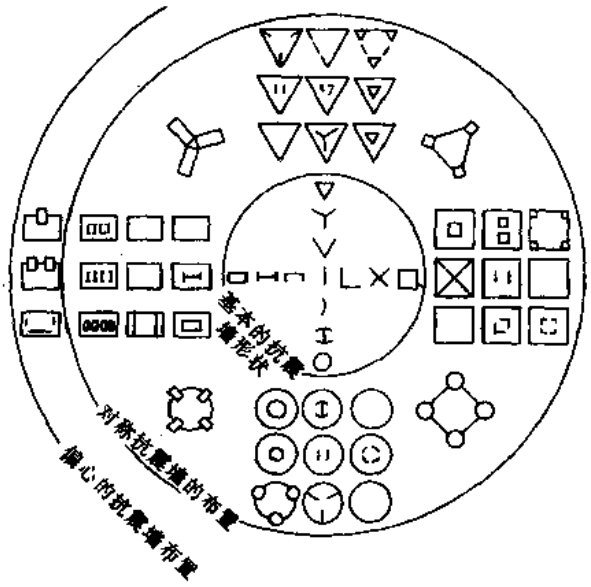


图 19－23　抗震墙的基本形状及其组合

图中的外圈为无数可能的不对称抗震墙布置中的几个例子。

（2）各种体系的适用层数。综合上述，高层建筑的结构体系有框架体系、抗震墙体系、框架－抗震墙体系和筒式体系等。这些体系具有不同的受力特点和建筑的适应条件。高层和超高层建筑的受力特点主要是从抵抗水平力的角度来进行分析的，因为水平荷载是高层建筑和超高层建筑的主要控制因素。水平荷载和结构内力的大小又与建筑的高度有直接关系。因此，高层建筑的结构体系对建筑的适应条件可以用建筑的层次（即高度）来划分。我国常用结构体系的适用层数，前面已经分别阐述。美国著名工程师坎恩（Fazler R.Khan）曾做如下建议，见图 19－24。他给出了钢结构和钢筋混凝土结构的各种体系的适用层数。

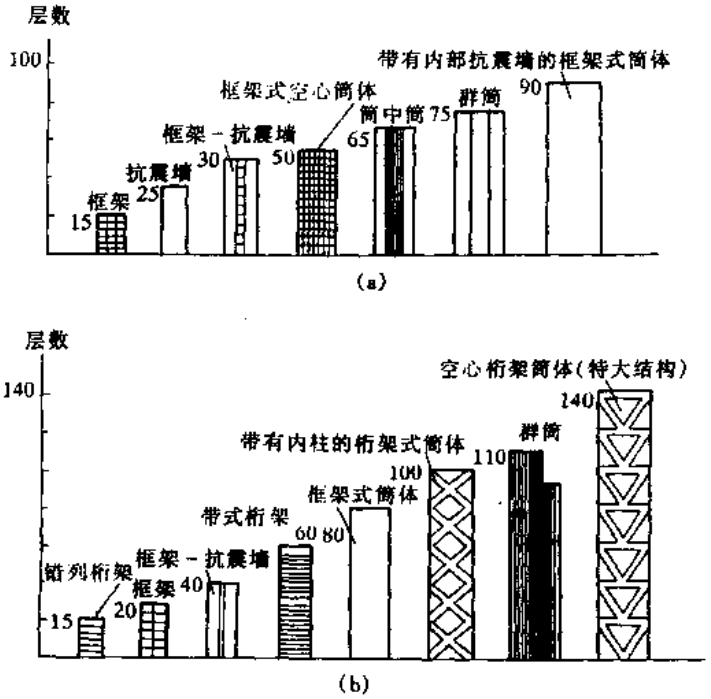


图 19－24　高层房屋结构的适用层数

（a）为钢筋混凝土结构；（b）为钢结构

第五节 高层或多层框架的近似计算方法

关于框架内力的近似计算，我们在第九章已作了研究，下面进一步来说明这一方法在高层建筑结构中的一些具体问题。

一、框架结构的计算简图

1. 计算单元的选取

作为一栋房屋由于各榀框架间有种种联系（这对于房屋总体刚度是必要的）而存在空间工作是很自然的。当一榀框架上受了外荷载的作用，与之联系的其他框架一定会帮助受载框架分担一部分外荷载。但考虑到框架结构以承受竖向外荷载为主，这种“帮忙”作用较小。为了简化计算，我们在设计中可不考虑各榀框架间的空间工作，从各榀框架中选出一榀或几榀有代表性的框架作为计算单元进行内力分析，作用于各计算单元上的荷载按该单元的负荷面积确定，图 19－25 为框架房屋的平面局部，斜线部分为所选择的计算单元的楼层大小。这种简化在多数情况下是偏于安全的。

2. 框架计算简图的主要尺寸及杆件截面的几何特征

计算简图是结构的力学抽象，它既要能反映结构的真实受力状态，同时还要便于内力分析。所以，设计工作中通常都是尽可能在不改变结构受力状态并保证必要的计算精度的前提下，对计算简图作适当的简化。

计算简图的主要尺寸以框架的梁柱截面几何轴线来确定（图 19－27）。为了简化计算，设计中还允许作如下的简化：

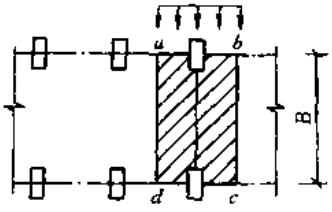


图 19－25 框架计算单元在平面图中的选取

注：*abcd* 框内为框架在每层的垂直荷载区域平面，箭头为水平风荷载

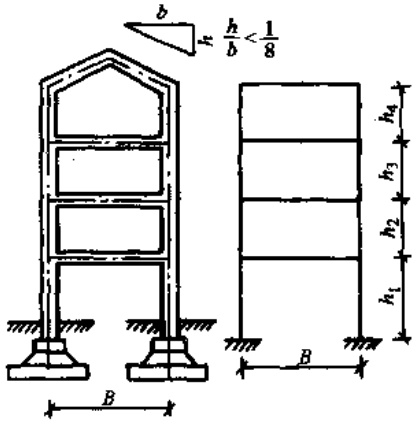


图 19－26 框架计算简图的主要尺寸

(1) 当框架横梁为坡度 $i\leqslant\frac{1}{8}$ 的折梁时，可以简化为直杆。

(2) 对于不等跨框架，当各跨跨度相差不大于 10% 时可简化为等跨框架，跨度取原框架各跨跨度的平均值。

(3) 当框架横梁为有支托的加腋梁时，如 $\frac{I_{端}}{I_{中}}<4$ 或 $\frac{h_{端}}{h_{中}}<1.6$ 则可不考虑支托影响而简化为无支托的等截面梁（$I_{端}$、$h_{端}$ 为支托端最高截面的惯性矩和高度；$I_{中}$、$h_{中}$ 为跨中等截面梁的截面惯性矩和高度）。

在计算模型中各杆的刚度取值，柱按实际截面确定，而横梁则应按结构施工方式的不同分三种情况考虑其惯性矩 I 的取值：

（1）现浇整体式梁板结构　由于楼板和梁整体相连而构成 T 形截面，框架横梁的实际刚度要比矩形截面梁的刚度为大，故对于中间框架取 $I=2I_0$，边框架的横梁取 $I=1.5I_0$，其中 I_0 为不包括两边翼缘在内的矩形截面梁的截面惯性矩。

（2）装配式梁板结构　由于梁板之间无整体连接，故不考虑板对梁刚度的影响取 $I=I_0$。

（3）装配整体式梁板结构　由于板与叠合梁间有后浇混凝土连成整体，对框架横梁刚度有一定程度的提高，故在设计中允许按实际整体情况对梁刚度给以适当提高，有些设计单位对中间框架横梁取 $I=1.5I_0$，对边框架横梁取 $I=1.2I_0$。

3. 框架上的荷载及荷载图的简化

作用于框架上的荷载按其对框架受力性质影响的不同，可分为竖向荷载和水平荷载两大类。竖向荷载包括：结构自重、使用可变荷载（包括机械设备等一些长期活荷载在内，一般以楼面等效均布活荷载形式表达）、雪荷载、屋面积灰荷载和施工检修荷载等；而水平荷载则包括风荷载及水平地震作用等。

在保证必要计算精度的前提下，在设计中允许将作用于框架上的荷载做适当的简化，以简化内力计算：

（1）为构成对称的荷载图式以简化计算，集中荷载的位置允许移动不超过梁的计算跨度的 $\frac{1}{20}$。比如将不等距的集中荷载有时可移动为等距的集中荷载，以利于分析内力。

（2）次梁传至主梁上的荷载，允许不考虑次梁的连续性，即各跨均按简支计算支座反力并作为主梁的集中荷载。

（3）作用在框架上的次要荷载可以简化为与主要荷载相同的荷载形式，但对结构的主要受力部位应维持等效。如主梁自重荷载相对于次梁传来的集中荷载可谓次要荷载，则此线荷载可化为等效集中荷载叠加于次梁集中荷载中。

（4）分布风荷载可以减化为框架节点荷载。

（5）竖向荷载与水平荷载分别单独作用到结构上分析内力，然后进行叠加。

二、框架的受力分析及近似计算方法

（一）竖向荷载作用下用分层计算法求梁、柱的弯矩

为了便于分析与认识框架在竖向荷载作用下的受力特点，我们不妨先在一多层框架的某一层施以均布荷载。则由图 19－27 可见，整个框架中只有直接受载的梁及与它直接相连的上下柱弯矩较大，而所有其他层梁柱的弯矩都甚小，即使忽略不计它们对整个框架的受力亦影响不大。

这样我们就可以想像把一个各层满载的多层框架分为若干个单层作用外荷载的框架之和，而在每一单层受载框架的内力中，我们都略去其非本层荷载在该层梁柱中引起的很小的弯矩，而按独立的单层开口框架来分析其内力，后叠加各独

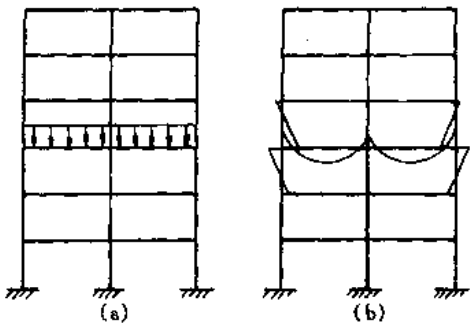


图 19－27　竖向荷载作用在某一层时框架的受力特点

(a) 荷载作用图；(b) 弯矩图（说明其他层可忽略）

立单层开口框架的内力即可得框架的最终内力，如图 19－28。无疑这是一个近似值，但足以表征框架的真实受力。

在对称荷载作用下框架无侧移是易于理解的，在非对称竖向荷载作用下框架存在侧移和侧移力矩，但一般均极小，可以忽略。

因此分层计算法的要点可归纳如下：

(1) 忽略框架在竖向荷载作用下的侧移。

(2) 忽略本层荷载对其他各层内力的影响。将所有内力取值为零的其他各层从整个框架中去掉，如图 19－28 仅保留直接受载层的梁柱组成的开口框架，像这样的单层开口框架柱的上下端并非是绝对嵌固的，实际上一定会存在某一程度的转角，但为了便于计算我们又将半固定的上下端视为全固定的来考虑，这样就将导致上下柱两端力矩的加大。为了消除这个误差，我们将对柱的线刚度稍加折减，予以修正，修正系数一般取为 0.9；至于底层柱脚本来即为固定支座，故底层柱的线刚度不予折减。

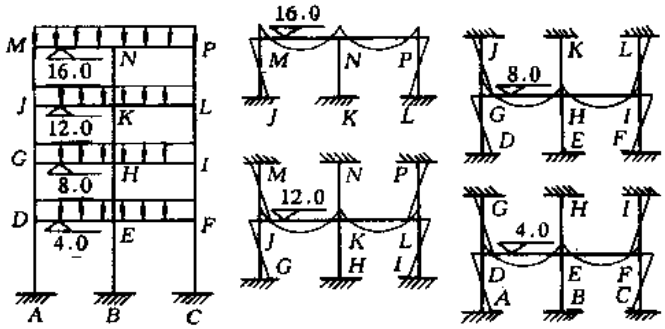


图 19－28 竖向荷载下的分层计算法

分解改造后的单层开口框架的内力计算是很简单的，对于等跨情况还有现成图表可供使用。只要将各独立开口框架计算结果叠加即可得框架的最终内力。

该法一般仅适用于梁的线刚度大于柱的线刚度的情况，否则基本假定将难以成立，因而误差过大。

上述方法和假设不但可作初步设计，亦被用于正式的结构设计。

(3) 分层计算法不仅可用于纯框架结构，而且可应用于框架——抗震墙结构中的框架。因为框架——抗震墙结构房屋的竖向荷载大部分由框架承受，此时的框架仍可分成片状的平面框架进行分析。

(二) 水平荷载作用下用反弯点计算法求柱、梁的弯矩

1. 适用场合

当梁与柱的线刚度比值大于或等于 3 时的框架结构用此法可有较好的精确度，工程上常有将它用于实际结构设计的。否则只能用于初步设计阶段。

2. 水平荷载的计算方法

a. 风载　按本章式 (19－2) 求出每平方米面积上的风载标准值，有 4 点注意：

(*a*) 由于风压随高度变化，故在不同的层高上风压是不相同的。但习惯上常可将高度值分段处理，不必分得太细。

(*b*) 由于迎风面和背风面的风压方向一般相同，故风荷载应为二者的和。

(*c*) 风荷载一般化成集中力作用于各楼层处，迎风面和背风面化成一个集中力作用之，

此集中力与作用在楼层上的水平位置无关。

（*d*）集中力 $P_{风}$ 大小为

$$P_{风} = w_k \times 柱间距(m) \times 层高(m)$$

式中　w_k ——风载标准值，kN/m^2。

b. 地震荷载。

一般亦化成集中力作用于各楼层处。正式结构设计应按《建筑抗震设计规范》（GBJ11—89）执行，从略。

c. 反弯点法。

本书第九章已经介绍了反弯点法的初步，下面进一步介绍。

（*a*）反弯点：

为了对水平荷载作用下框架的受力特点做出较为直观的分析，我们首先分析一下水平荷载作用下框架的变形特点。

框架在节点水平外荷载作用下的变形将如图 19－29 所示，每层节点有一相对水平位移 Δ_1、$\Delta_2 \cdots \Delta_n$，这种位移叫作层间位移。这种各层间相对水平位移引起各柱的变形特点是上下两段弯曲方向相反，故柱上必有一点是上下两段柱反向弯曲的过渡点，此点叫做反弯点，实践证明它一般出现在中点附近。且此点的弯矩为零，只有轴力和剪力。

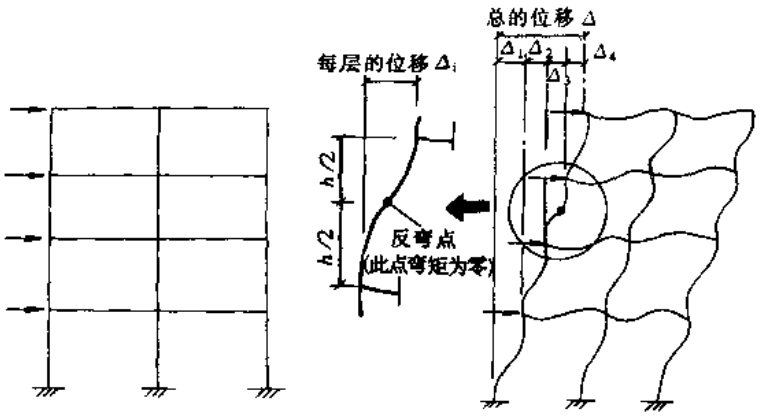


图 19－29　反弯点概念

对于底层，由相对水平位移引起柱变形的反弯点由于柱的下端嵌固于基础顶面，反弯点位置约在基础顶面上 $\frac{2}{3}h$ 处。

认识了框架柱的变形规律，便可得出对框架受力特点的分析。在柱的反弯点上下，柱向不同的方向弯曲，说明柱在反弯点上下的弯矩符号不同，而在反弯点处必弯矩为零，在此截面仅承受水平外荷载引起的剪力和轴力。即我们可设想这一截面是一个铰。

因每一层的层间剪力应等于该层以上各层外荷载的总和，所以层间剪力越向下层越大，因而柱与梁的弯矩也均为越向下层越大。最后叠加各单层开口框架的内力，即可得水平荷载作用下整个框架的内力。

（*b*）反弯点法：

参照本书第九章，再略作如下具体补充。

先作如下两点假定：

第一，假定底层柱的反弯点在基础顶面上$\frac{2}{3}$柱高处，其余各层柱的反弯点在柱高中点；

第二，假定各层剪力按同层各柱的侧移刚度系数$\frac{E_iI_i}{h^3}$比例分配。

在实际计算中可首先确定每层的层间剪力 V_j，它应为以上各层所有水平外荷载的和，即

$$V_j = \sum_j^n P_j = P_j + P_{j+1} + \cdots + P_{n-1} + P_n$$

然后按各柱的侧移刚度系数$\frac{E_iI_i}{h^3}$将层间剪力 V_j 分配给各柱，得各柱（在反弯点处）剪力 V_{ji}：

$$V_{ji} = \frac{\left(\frac{EI}{h^3}\right)_{ji}}{\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{EI}{h^3}\right)_{ji}} \cdot V_j$$

式中 j——层号；

i——柱号；

m——同层的柱子总数。

剪力求出之后，显然各开口框架的弯矩即可得出，请参阅第九章的有关例题。叠加各开口框架内力即可得框架的总弯矩图。

此法一般只适用于梁对柱的线刚度比大于 3 的情况，否则误差较大。此法虽较粗糙些，但它思路清晰、简明，且足以反映框架受力的实质。

注意反弯点法中求柱的侧移刚度与弯矩分配法中求柱的线刚度 $i = \frac{E \cdot I}{h}$有所不同，前者分母是柱高的 3 次方，后者是柱高的 1 次方。可见柱高对侧移刚度影响之大。

（三）竖向荷载作用下梁端剪力及柱轴力的求法

(1) 竖向荷载作用下的梁端剪力，当用分层法算出了梁端弯矩之后，按第八章求跨中弯矩例题的方法将梁视为简支梁。荷载为梁的原有竖向荷载，再加上梁端的弯矩（已如上算出，并作用在两端支座上）。这样就能求出梁端剪力。

至于简支梁求剪力的方法，在本书第二章中已有详细的介绍，现结合图 19－30 (a) 进行如下：

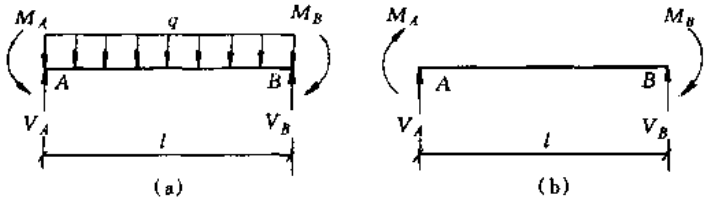


图 19－30 已知荷载 q 和梁端弯矩 M_A、M_B，求梁端剪力 V_A、V_B

(a) 为竖向荷载下的梁；(b) 为水平荷载下的梁

梁 AB 的荷载为均布载 q，梁在左、右两端的弯矩 M_A、M_B 已由反弯点法求出，现欲求两端的未知剪力 V_A、V_B；

由力矩平衡立即可得

a．对 B 点取矩 $\Sigma M_B=0$，有

$$V_A \cdot l - M_A + M_B - \frac{1}{2}ql^2 = 0$$

$$V_A = \frac{M_A - M_B + \frac{1}{2}ql^2}{l}$$

b．对 A 点取矩　$\Sigma M_A=0$，有

$$-V_B \cdot l - M_A + M_B + \frac{1}{2}ql^2 = 0$$

$$V_B = \frac{-M_A + M_B + \frac{1}{2}ql^2}{l}$$

按以上步骤已将剪力 V_A、V_B 求出。有三点注意：

（a）梁上荷载不一定是 q，也可以是其他任意类型的荷载，单一型式或组合几种均可，计算时按取矩法则照样进行。

（b）V_A、V_B 表示梁在左、右两端的剪力，大小和方向未知，在计算时先假定剪力的方向，然后按取矩法求出其大小。结果为正说明假设方向正确，结果为负说明假设方向应反向。

（c）关键的一步是决定左、右端的弯矩方向。由于 M_A、M_B 已由分层法求出，因此其大小、方向均是已知的了。大小数值易于掌握，关键是方向要画对，请参照本书第八章第二款的概念并多多练习。

（2）柱轴力计算，一般不考虑梁的连续性，按柱的受荷面积或者按梁简支在柱上求出。当平面图画出来后，在每层平面图中纵横均取两柱之间的中心线就可以把每层楼面划分成以柱为中心的小块面积，这小块面积上的所有荷载视为轴向力传到承受这块楼面的柱子顶部。

（四）水平荷载作用下梁端剪力及柱轴力的求法

（1）水平荷载作用下梁端剪力的求法与竖向荷载下求剪力方法基本相同，只是简支梁上的原有竖向均布荷载为零。另外应注意用反弯点法求出梁端弯矩的方向，正确地将它反映到求剪力的计算简图中。以图 19－30（b）为例：

a．对 B 点取矩　$\Sigma M_B=0$，有

$$V_A \cdot l + M_A + M_B = 0$$

$$V_A = \frac{-M_A - M_B}{l}$$　故 V_A 实应向下指向

b．对 A 点取矩　$\Sigma M_A=0$，有

$$-V_B \cdot l + M_A + M_B = 0$$

所以

$$V_B = \frac{M_A + M_B}{l}$$

（2）水平荷载下柱轴力的计算，可由上步求剪力的结果得出。注意由梁端剪力转化作为其支撑的柱的轴力时，其方向性至关重要。比如图 19－30（b）中与梁 A 端相连的柱轴力此时应是向上，即轴向拉力，而不是竖向荷载作用的一般概念轴向压力。另外对于中柱而言，由于有左、右两边的梁端剪力同时传递至柱顶，故先应对左、右剪力叠加代数和，然后

再决定最后传至柱顶轴力的大小和方向。

值得强调，对于不十分高的房屋，比如 12 层左右的房屋，在工程实践中往往忽略在水平荷载下的柱轴力，可以简化计算。

另外，在竖向和水平荷载下的柱轴力，除了以上因素以外，还有一个柱自重的累加，这在高层建筑中是很重要的。

三、举例及例题小结

例 19－1

某 8 层框架结构计算简图，梁、柱现浇，楼板预制吊装并灌缝。梁截面尺寸为 220mm×600mm，柱截面尺寸为 500mm×500mm，柱距 5m×6m。底层层高 4m，其余 3m，见图 19－31。混凝土强度等级：底层柱 C30，其他各层及底层梁 C20；荷载如下：

(1) 每榀框架上的水平荷载作用于各楼层处，见图 19－31。

(2) 每榀框架上的竖向荷载作用于各层梁上，见图 19－32。

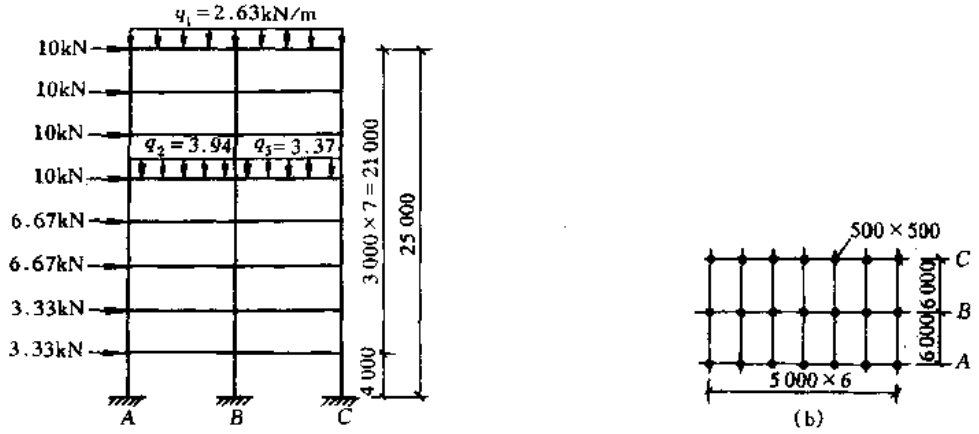


图 19－31

(a) 框架立面图；(b) 框架平面图

求：竖向荷载作用下梁、柱的弯矩和剪力，水平荷载作用下梁、柱的弯矩和剪力。

解

(1) 求梁、柱线刚度 $i_{梁}$ 和 $i_{柱}$。

a. 梁的线刚度（T 形截面系数取 1.2）

$$i_{梁}=\frac{EI_{梁}}{l_{梁}}$$

式中弹性模量由混凝土设计规范查得，

当 C30 时 $E=3.00\times10^4\text{N/mm}^2=3.00\times10^4\times\frac{10^{-3}}{10^{-6}}=3.00\times10^7\text{kN/m}^2$

C20 时 $E=2.55\times10^4\text{N/mm}^2=2.55\times10^7\text{kN/m}^2$

故梁的线刚度为

$$i_{梁}=\frac{2.55\times10^7\times\frac{1}{12}\times0.22\times0.6^3}{6}\times1.2=2.02\times10^4\text{m}^4$$

b. 柱的线刚度

$$i_{柱}=\frac{EI_{柱}}{h_{柱}}$$

故柱的线刚度为

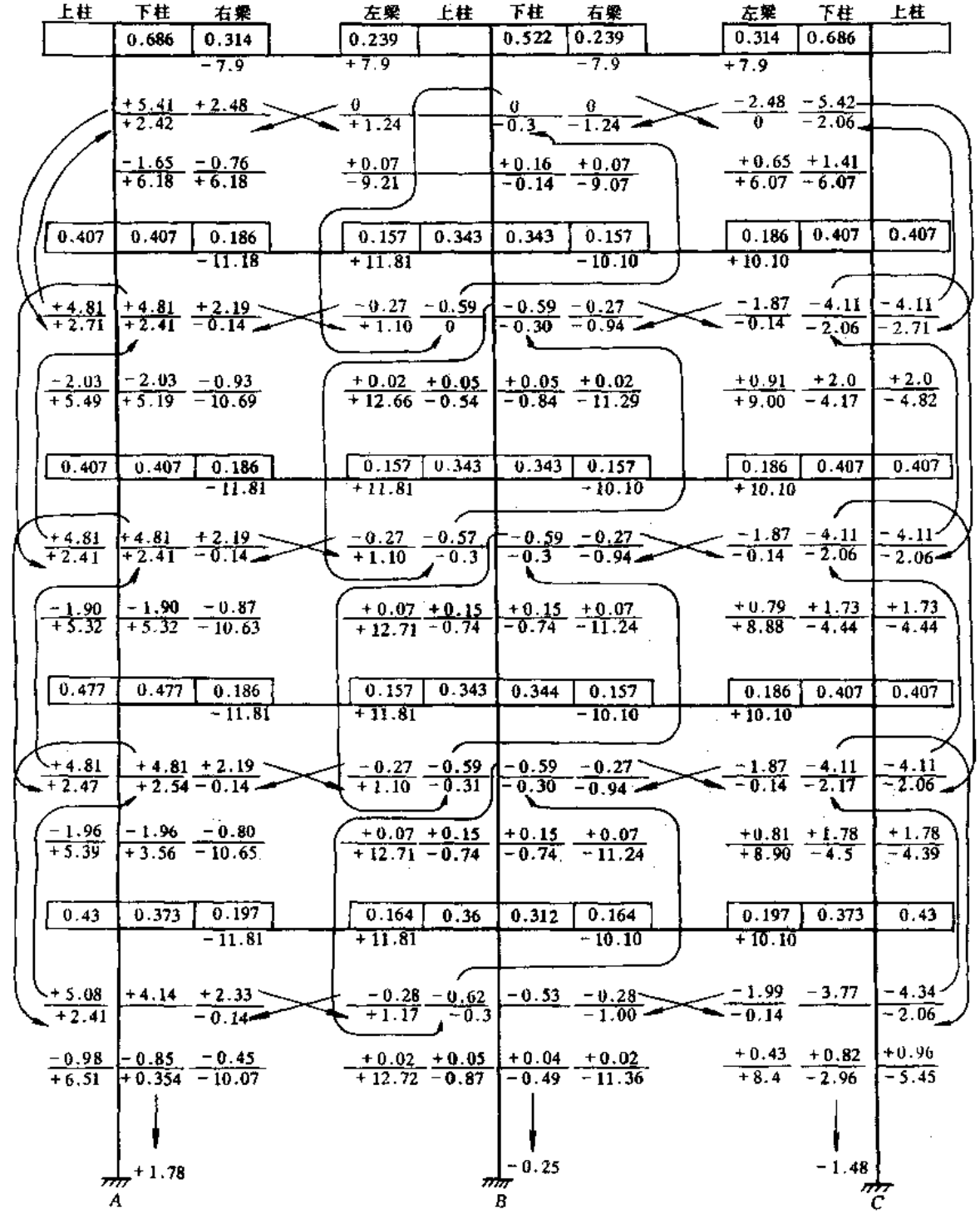


图 19－32　竖向荷载下弯矩分配

箭头为柱或梁的弯矩传递路线；单位：kN·m

首层 $$i_{柱}=\frac{3.00\times10^7\times\frac{1}{12}\times0.5^4}{4}=3.9\times10^4\text{m}^4$$

其他 $$i_{柱}=\frac{2.55\times10^7\times\frac{1}{12}\times0.5^4}{3}=4.43\times10^4\text{m}^4$$

c. 求各节点上梁、柱各自的分配系数

$$\mu_i=\frac{S_i}{\Sigma S}$$

上式说明分配系数 μ 与转动刚度 S 有关。由本书第八章，S 实质上是杆件的线刚度当考虑该杆远端支座情况不同而引入的一个修正数值。在本例中，梁、柱的远端均视为固定，故线刚度的修正倍数均为 4，分子、分母可以消掉，故上式演化为线刚度的比值即

$$\mu=\frac{i}{\Sigma i}$$

所以各杆件可以很快求出其分配系数，以首层边节点为例求出如下，其余见图 19－32。

$$\mu_{下边柱}=\frac{3.9\times10^4}{(3.9+4.43+2.02)\times10^4}=\frac{3.9}{10.35}=0.373$$

$$\mu_{上边柱}=\frac{4.43\times10^4}{10.35\times10^4}=0.43$$

$$\mu_{梁}=\frac{2.02\times10^4}{10.35\times10^4}=0.197$$

对于刚度均匀荷载变化不大的高层框架，可取 5 层按弯矩分配法计算由梁柱线刚度算得节点分配系数，固端弯矩以及框架内力详见图 19－32，弯矩图见图 19－33。

对图 19－32 作三点说明：

（a）对于五层以上的框架，其分析仅取 5 层，即顶上 2 层，最下的 1、2 层，中间的各层均用当中的一层代替。这样作的原因是考虑到高层建筑各层的荷载变化不大，而且梁、柱截面基本相同。因此各层内力也相差不大。

（b）柱的最后弯矩应注意是由第一次节点分配所得（设为 M_1），由远端传递过来的弯矩（设为 M_2）和第二次分配所得（设为 M_3）之代数和。这与第八章对连续梁和刚架进行弯矩分配法的步骤相同，只要把柱看作一根竖立的梁，反过来把梁看作躺倒的柱即可。为了清楚，图 19－32 中用曲线表示了柱的远、近端弯矩传递路线。

（c）梁的弯矩传递在图中用一对交叉线箭头表示。

对图 19－33 作一点说明：

中间各层的梁、柱弯矩相同，因此图中只标出了第 4、5 层梁、柱的弯矩值。

梁端弯矩 M 求出之后，用第八章求连续梁跨中弯矩的方法可以求出框架梁的跨中弯矩，不再赘述。其演算在图 19－33。

梁的两端的剪力 V 一般最大，它的求法如下，参见图 19－30（a）。

以 AB 跨底层梁为例，将 AB 视为一根简支梁，上面作用有均布荷载 $q=3.94\text{kN/m}$，由图 19－33 知，此梁在 A 端有逆时针转的杆端弯矩 $-10.07\text{kN}\cdot\text{m}$，在 B 端作用有顺时针转的杆端弯矩 $+12.72\text{kN}\cdot\text{m}$。$A$ 端支座反力由平衡方程求出，实质上反力就是我们欲求的剪力 V_A，设箭头上指。

$$V_A \cdot l - \frac{1}{2}q \cdot l^2 - M_A + M_B = 0$$

所以
$$V_A = \frac{M_A - M_B + \frac{1}{2}q \cdot l^2}{l} = \frac{10.07 - 12.72 + \frac{1}{2} \times 3.94 \times 6^2}{6}$$

$=11.38\text{kN}$（由第二章剪力符号规则判断为正号剪力）

对于 B 端，设剪力箭头上指

$$-V_B \cdot l + M_B - M_A + \frac{1}{2}q \cdot l^2 = 0$$

所以
$$V_B = \frac{-M_A + M_B + \frac{1}{2}q \cdot l^2}{l} = \frac{-10.07 + 12.72 + \frac{1}{2} \times 3.96 \times 6^2}{6}$$

$=12.26\text{kN}$（由第二章剪力符号规则判断为负号剪力）

AB 跨其余各层梁剪力见表 19－4

由于在对梁配箍筋时并不需要考虑剪力的正、负符号，故在表 19－4 中均取为绝对值。

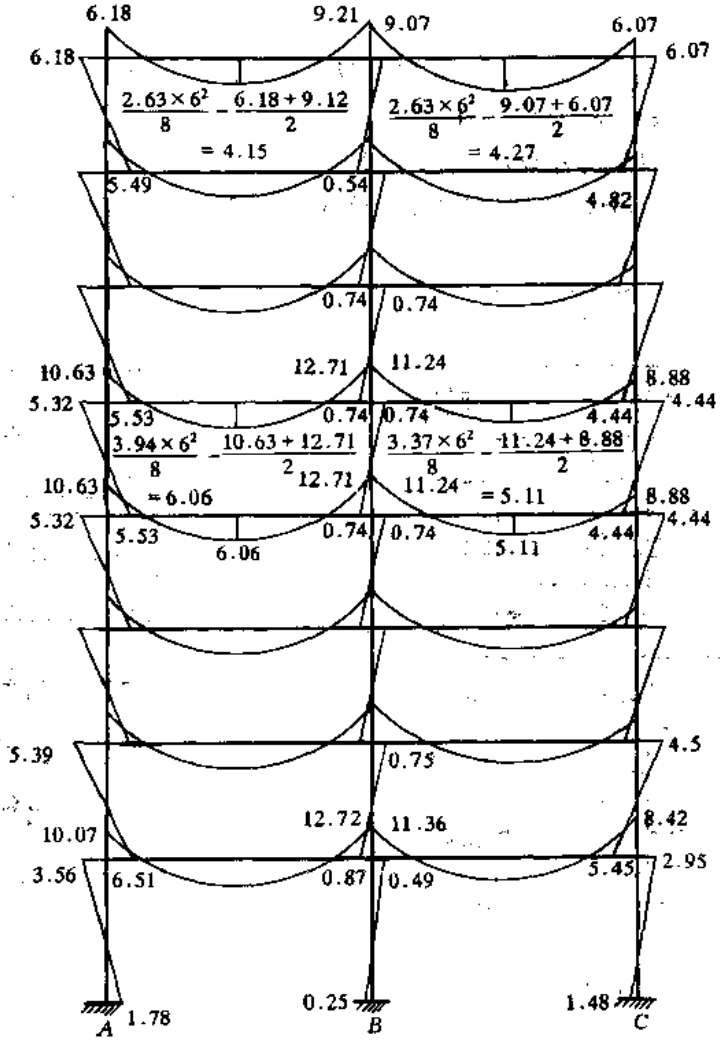


图 19－33　竖向荷载下框架弯矩图（单位：kN·m）

表 19－4 竖向荷载作用下梁端剪力

层	AB 跨梁端剪力 V (kN)					
	q (kN/m)	l (m)	$ql/2$	$\Sigma M/l$	$V_A=\frac{ql}{2}-\frac{\Sigma M_B}{l}$	$V_B=\frac{ql}{2}+\frac{\Sigma M_A}{l}$
8	2.63	6	7.9	0.51	7.39	8.41
7	3.94	6	11.81	0.33	11.48	12.14
6	3.94	6	11.81	0.35	11.46	12.16
5	3.94	6	11.81	0.35	11.46	12.16
4	3.94	6	11.81	0.35	11.46	12.16
3	3.94	6	11.81	0.35	11.46	12.16
2	3.94	6	11.81	0.35	11.46	12.16
1	3.94	6	11.81	0.44	11.38	12.26

(2) 求在水平荷载下梁、柱的杆端弯矩，用反弯点法。但由于 $i_{梁}$ 与 $i_{柱}$ 之比小于 3，故仅供初步设计使用。

a. 各柱反弯点设在柱层高中点，底层在距地面 2/3 层高处。

b. 各柱在水平荷载下的剪力见图 19－34。

c. 各柱在水平荷载下的杆端弯矩见图 19－35。

d. 各梁的杆端弯矩由相邻上、下柱的杆端弯矩代数和按梁的线刚度分配之，见图 19－36。

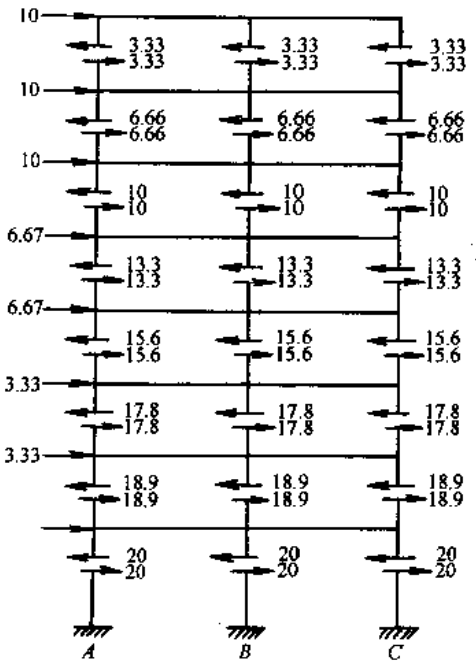


图 19－34 水平力作用下的柱剪力
(单位：kN)

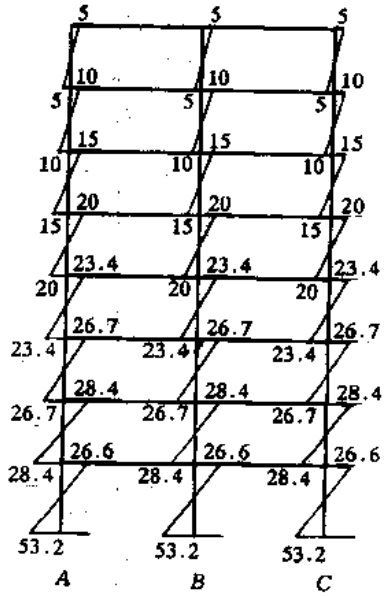


图 19－35 水平力作用下的柱弯矩图
(单位：kN·m)

例题 19－1 小结

由上例看出，在对高层框架进行分析时，下面几点可供参考：

(1) 将竖向荷载和水平荷载分开各自按相应办法分析。

a. 竖向荷载一般不考虑可变荷载的最不利位置，而是将可变荷载和永久荷载加在一起。竖向荷载中的永久荷载一般指结构自重，固定设备等因素。竖向荷载中的可变荷载一般指楼面上的可变荷载，其值可由建筑结构荷载规范查得。

竖向荷载作用下的内力分析一般可用分层计算法。对梁来说，其内力主要是弯矩和剪力；对柱来说，其内力主要是弯矩和轴力。

b. 水平荷载一般指地震荷载和风荷载，在有抗震设防要求的情况下（7度区以上），一般地震荷载比风荷载的控制作用来得大。水平荷载对建筑的作用一般简化为作用在各楼层处的集中水平力。地震荷载的概念是地面加速运动而房屋本身的惯性所引起，显然它是房屋自重的函数。这种函数关系，各国已经作了许多研究，我国学者研究制订了建筑抗震设计规范。

水平荷载作用下的内力分析，一般可用反弯点法，对梁来说，其内力仍然主要是弯矩和剪力，对柱来说，其内力主要的有弯矩、剪力和轴力。

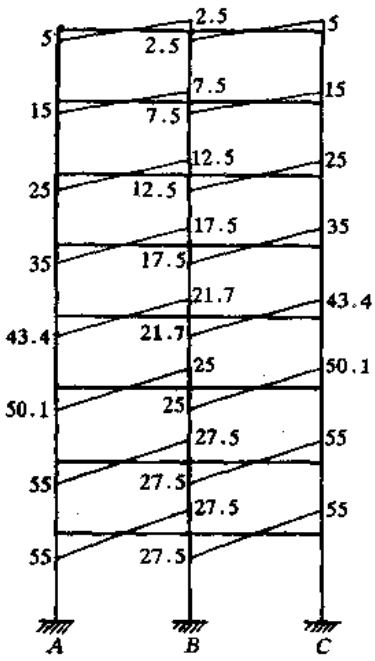


图 19-36　水平力作用下的梁弯矩图（单位：kN·m）

(2) 分析内力的步骤，一般来说，首先是要解决求弯矩，因为框架梁的剪力、框架柱的轴力都与梁端弯矩有关。当然在用反弯点法分析内力时，第一步是求柱的剪力。

(3) 在对竖向荷载和水平荷载分别作了内力分析以后，最后的结果并不是对应截面上内力的简单相加，我国抗震规范对此有内力组合的具体规定，请读者参阅有关的书籍。

从工程实践上看，当地震设防烈度在8度时，由地震荷载引起的框架梁、柱的弯矩和剪力，由竖向荷载引起柱的轴力常是截面强度设计的主要内力。用它作为初步设计是完全可以的。

第二十章　基　　础

内　容　提　要

建造房屋的第一步就是建造基础，它在地下支持着全部建筑物的荷载。基础工程的重要性不仅对结构设计，而且对建筑设计也是不容忽视的。

现代化的建筑设计不仅考虑到地面以上的房屋造型，而且将地下的基础部分也视为建筑设计内容的一个组成部分。地下建筑已经越来越多，而且大部分与房屋基础一起设计。因此，建筑师必须掌握基础设计的有关内容。

第一节　地基土的承载力

一、土的承载力与上部压力的平衡

(1) 地基承载力　所谓地基土的承载力是指在保证地基稳定的条件下，房屋和构筑物的沉降量不超过某一规定容许值时的地基承载力。对于一般房屋和构筑物，地基的承载力可以从建筑地基基础设计规范中根据有关的试验值对号查取。对于设计部门而言，建筑场地范围内的地基承载力将由专门的勘察部门提出“勘察报告”中获得。

地基承载力通常规定用 f 表示。

(2) 地基承载力的计算概念　如图 20－1 所示，在地面下某一深度 H 处，地基土的承载力已知为 f，此时如果能保证如下的不等式，则认为地基土所受的压应力在承载力 f 的允许范围以内。

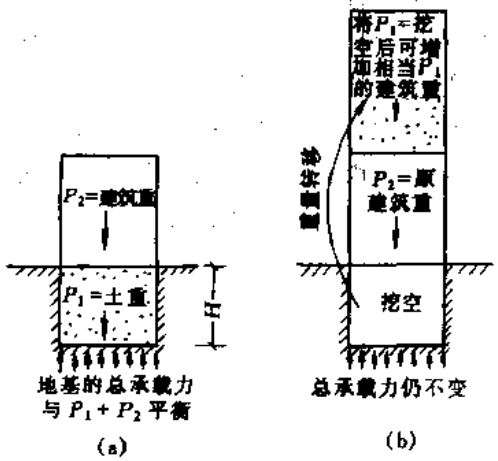


图 20－1　地基与上部重量的平衡

$$\text{地基土的承载力} \geqslant \frac{\text{地面以上建筑自重} + \text{地面以下土重}}{\text{基础底面积}}$$

即

$$f \geqslant \frac{P_2 + P_1}{A} \tag{20-1}$$

式中　A ——房屋基础的底面积；

P_1——房屋基础的底面积范围内，地面以下的土重，此时实际上包括了基础自重与土重；

P_2——地面以上建筑物自重；

f ——基础底面所接触的土层的承载力。

(3) 地基的承载力的丧失表现形式是多样的，比如上部房屋的沉降过大，沉降极不均匀，地基土被挤出，在房屋周围隆起等，以致使建筑物不能使用。当然，工程中还有因地基破坏引起建筑物倒塌或完全沉入地面以下的例子。

由于土是一种可压缩性的材料。因此，在地面荷载 N 的作用下，地面下深 H 处的地基土将会由于上部建筑的重力作用压缩而变形。因此上部房屋也将产生一个相应的变形，一般工程上对房屋的变形都有一定的要求。

二、安全使用地基概念

安全使用地基就是保证房屋不致因地基的破坏而危及房屋的使用。其概念性思路如下：

(1) 将图 20－1 (a) 中的土重 P_1 挖出；

(2) 将土重 P_1 所占的体积部分代之以一个空的容积，比如作一个地下室，则此时土重 P_1 对深度 H 处的地基土的压力将基本消失了。

(3) 使上部房屋的压力之和等于所挖去的土重 P_1 (图 20－6)。

经过以上三步，得到的结果是：

完全保持了地面以下某一深度 H 处，地基土在未开挖前，也未在地面以上盖房屋前的原始状况。这样的状况，已经存在了千百万年，很显然是绝对安全的。

(4) 但是由勘察设计单位提供的地基勘查报告中的地基承载力 f，除了抵抗上部土的重量 P_1 外，尚可抵抗一定的由上部建筑传来的压力 P_2。这时地基土付出的代价是产生一定数值的压缩变形，这种压缩变形引起上部建筑产生一定的沉降，这种沉降值当然应该在允许的范围以内。那么这样对地基的利用当然比上面所分析的所谓安全的利用地基的方法要更经济、更实用，这种构思就是式 (20－1) 所表达的内容。

(5) 上部建筑物并不是凭空地建在地基上，它通过房屋的基础与地基某一持力层联系起来。基础的作用一方面使建筑物的自重可靠地传给地基持力层，另一方面在很多情况下基础比上部建筑来得更宽一些，这样的结果将上部建筑物自重对地基持力层产生的压强减小，使它局限在地基持力层的承载力 f 以内。

当然以上阐述的一些概念只是粗略的，具体的结构设计应该遵循地基基础设计规范进行。

第二节 基础的类型

基础可按照基础材料、构造类型和受力特点分类。分类的目的是为了更好地了解各种类型基础的特点及其适用范围，以便在基础设计时合理地选择基础的类型。

一、按材料来分

(1) 砖基础：砖基础施工简便。其剖面一般都做成阶梯形，这个阶梯形通常叫它大放脚；大放脚一般为一皮一收与两皮一收相间（基底必须保证两皮一收）或两皮一收，每收一次两边各收 1/4 砖长，见图 20－2。

砖基础所用材料的最低标号应符合表 20－1 要求。

(2) 毛石基础：这种基础用毛石砌成 (图 20－3)。由于毛石尺寸差别较大，为了便于

砌筑和保证砌筑质量，毛石基础台阶高度和基础墙厚不宜小于40cm。

毛石和砂浆的强度等级应不低于表20－1所规定的要求。

毛石系开采出来未经加工的石材。如果将石材加工成方整的石条，称为料石，因其价格昂贵，一般不作基础使用。

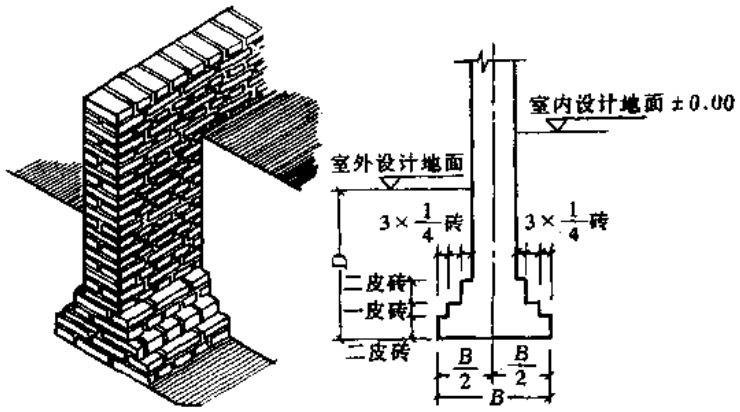


图20－2 砖基础

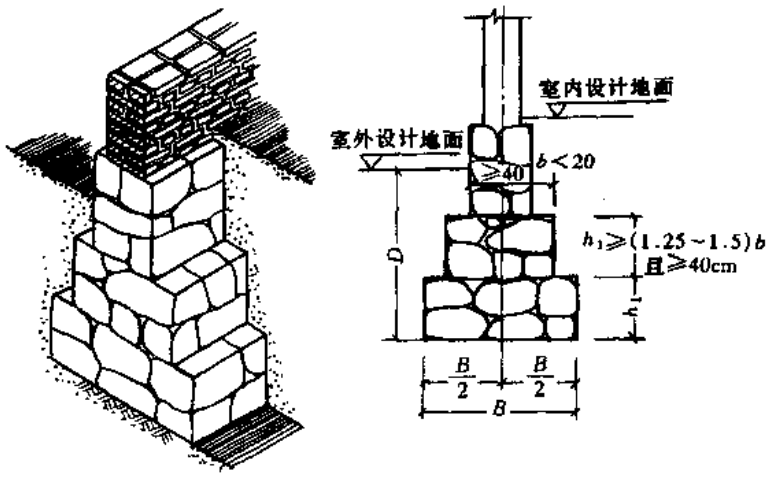


图20－3 毛石基础

表20－1 地面以下或防潮层以下砖石砌体所用材料最低强度等级

地基土的湿度	粘土砖		石材	混合砂浆	水泥砂浆
	严寒地区	一般地区			
稍湿的	MU10	MU7.5	MU20	M5	M5
很湿的	MU15	MU10	MU20	—	M5
含水饱和的	MU20	MU15	MU30	—	M7.5

注：①石材的重力密度应不低于18 000N/m³；
②地面以下或防潮层以下的砌体不应采用空心砖、硅酸盐砖或硅酸盐砌块。

(3) 灰土基础：为了节约砖石材料，常在砖石大放脚下面做一层灰土垫层。这个垫层习惯上叫它为灰土基础。灰土是用经过熟化后的石灰粉和粘性土按一定比例加适量的水伴合夯

实而成，见图 20－4。其配合比为 3:7 或 2:8，一般多采用 3:7，即 3 分石灰粉掺入 7 分粘性土（体积比），通常称“三七灰土”。

灰土基础适用于五层和五层以下、地下水位比较低的混合结构房屋和墙承重的轻型厂房。根据建筑经验，三层及三层以上的混合结构和轻型厂房多采用三步灰土，厚 45cm（灰土需分层夯实，每层夯实后为 15cm 厚，通称一步）；三层以下混合结构房屋多采用两步，厚 30cm，灰土基础的优点是施工简便，造价便宜，可以节约水泥和砖石材料。它的缺点是地下水位较高的地基不宜采用，此外，灰土的抗冻性能较差，所以灰土基础应设置在冰冻线以下。

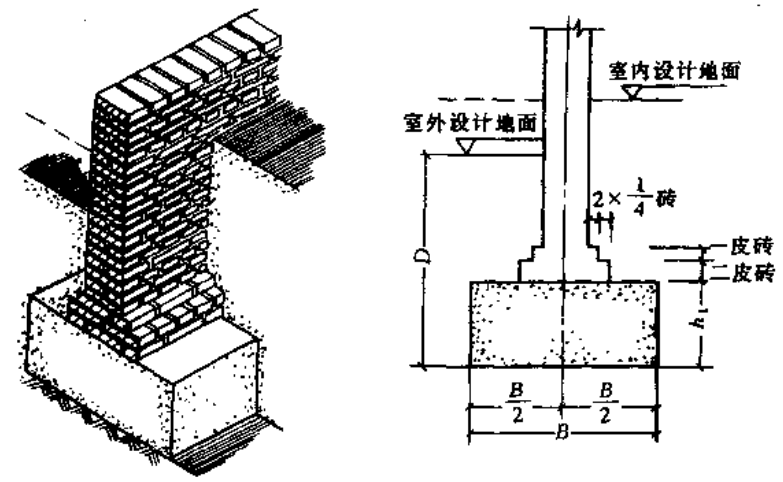


图 20－4 灰土基础

（4）灰浆碎砖三合土基础：这种基础是用石灰砂浆与碎砖经过充分拌合后，均匀铺入基槽内，并分层夯实而成（虚铺 22cm，夯至 15cm 为一步）。然后在它上面砌大放脚。灰浆碎砖三合土的配合比为：1:2:4 或 1:3:6（石灰:砂:碎砖）。

灰浆碎砖三合土基础，在我国南方地区应用较为广泛，它的优点是施工简单，造价低廉。但其强度较低，故这种基础不宜用于超过四层的一般混合结构房屋和墙承重的轻型厂房。图 20－4 中的灰土换成灰浆碎砖三合土即得。

（5）混凝土和毛石混凝土基础：混凝土基础是用水泥、砂和石子加水拌合浇筑而成，见图 20－5。

为了节约水泥用量，在混凝土内掺入一些毛石，就叫做毛石混凝土基础。毛石尺寸不宜超过 30cm，其体积可达基础体积的 25%～30%，见图 20－6。

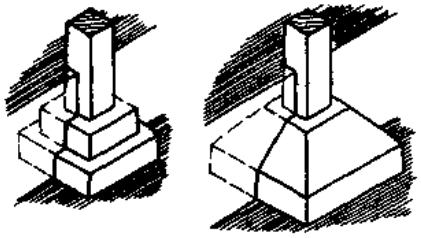


图 20－5 混凝土基础

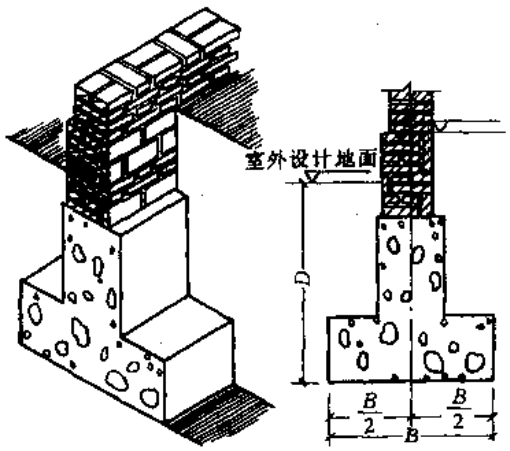


图 20－6 毛石混凝土基础

(6) 钢筋混凝土基础：钢筋混凝土基础能承受很大的荷载。当上部结构荷载较大（例如层数较多的公共建筑）、地基土承载力较小时多采用钢筋混凝土基础。下面将要分别介绍。可以说，钢筋混凝土基础可以代替以上所述的其它材料，但价格较贵一些。因此，这种材料一般适于受力较大的房屋建造基础用。

二、按构造类型来分

1. 条形基础

这种基础是指长度远大于其高度和宽度的基础。例如墙下基础多属这类基础（图 20－7）。这种基础通常用灰土、毛石、三合土或混凝土等材料建造。但当地基土承载力较小，荷载较大的一些建筑物的基础则常采用钢筋混凝土建造。

当然，图 20－2、图 20－3、图 20－4、图 20－6 也都是条形基础，这种条基的上部是墙。

2. 单独基础

这种基础是柱基础的主要类型。单独基础所用材料依柱的材料和荷载大小而定。通常采用灰土、混凝土和钢筋混凝土等。

如采用装配式钢筋混凝土柱时，在基础中应预留安放柱子的孔洞，孔洞尺寸要比柱子横断面尺寸大一些。柱子放入孔洞后，在柱子周围用细石混凝土（比基础混凝土强度高一级）浇筑。这种基础叫做杯形基础（图 20－8）。

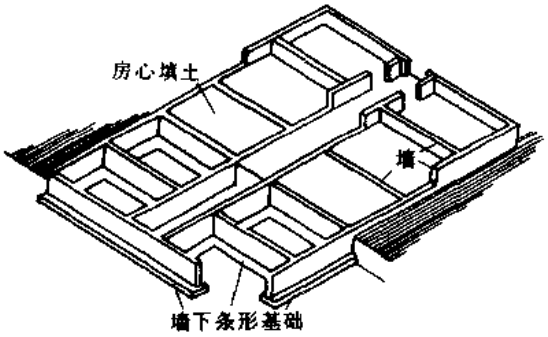


图 20－7 条形基础

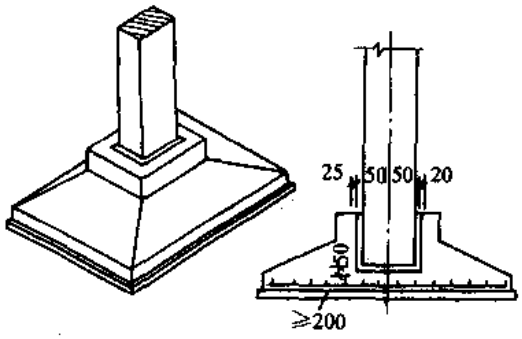


图 20－8 单独基础

单独基础也可以做成整体现浇的形式。

薄壳基础是单独基础的另一种类型。

图 20－9 表示薄壳基础的几种结构类型。目前，薄壳基础已有应用于工业厂房的柱基及烟囱、水塔、高炉等构筑物的基础中的实例。但施工复杂，应用有限。

薄壳基础只能用钢筋混凝土建造，因为需要浇注成型。

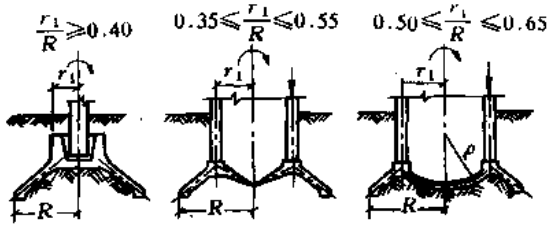


图 20－9 薄壳基础

3. 联合基础（即将条形、单独等基础联接起来）

a. 柱下条形基础：当荷载较大，地基较软，所需各单独基础底面积很大，各个基础非常接近，以致基础之间空隙很小。这时就可将各个单独基础连接起来设计成柱下条形基础，见图 20－10。请注意与墙下条基比较异同。

b. 柱下十字交叉基础：建筑在高压缩性地基上的、荷载较大的高层框架结构房屋，为

了增加房屋的整体性，减小基础的不均匀沉降，常将基础设计成十字交叉基础。其形式如图20－11所示。

c. 筏形基础：如果地基特别软，而上部结构的荷载又十分大时，特别是带有地下室的高层建筑物，如设计成十字交叉基础仍不能满足变形条件要求，而又不宜采用柱基或人工地基时，可将基础设计成钢筋混凝土筏形基础（俗称满堂基础）。筏形基础的形式见图20－12。

d. 箱形基础：这种基础是由顶板、底板和纵横交叉的隔板所组成（图20－13）。板的厚度由计算决定。箱形基础具有很大的刚性，因此不致由于地基不均匀变形使上部结构产生较大的弯曲而造成开裂。近年来，我国新建的一些高层建筑，其中不少都采用了箱基。显然，箱基的原理是基于图20－1（b）。联合基础均用钢筋混凝土建造。

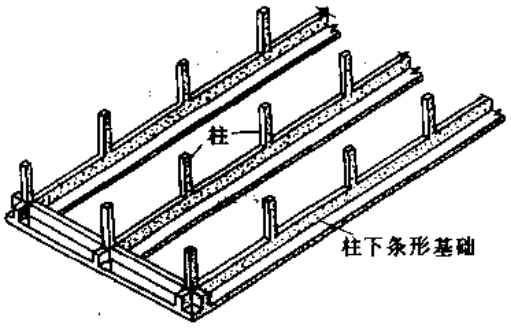


图20－10 联合基础之一——柱下条基

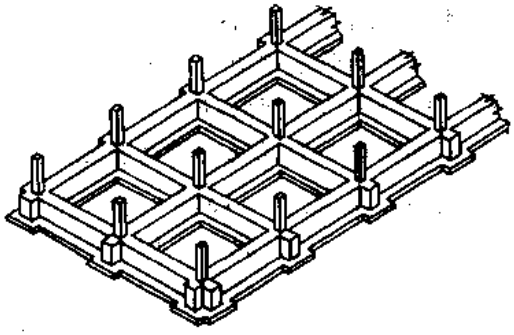


图20－11 联合基础之二——柱下十字基础

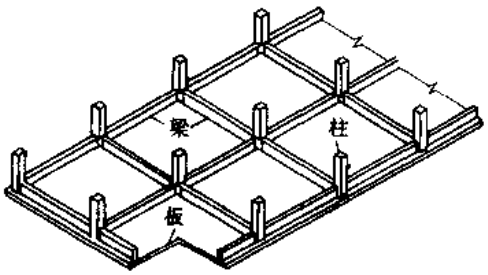


图20－12 联合基础之三——筏基

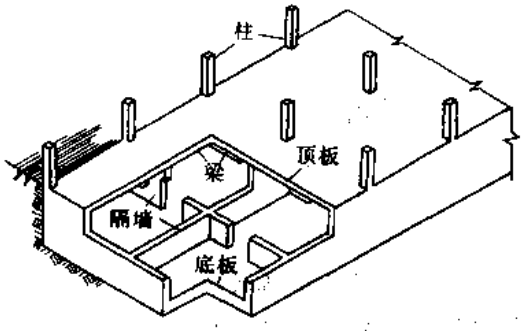


图20－13 联合基础之四——箱基

第三节 基础底面尺寸的确定

在确定基础底面尺寸时，应首先算出作用在基础上的总荷载。

作用在结构上的荷载按其性质为永久荷载和可变荷载两类。永久荷载是作用在结构上的不变荷载，如梁、板、柱和墙的自重；可变荷载是作用在结构上的可变荷载，如屋面雪载、楼面使用荷载（人、家具的重量等）等。

计算作用在基础上的总荷载时，应从建筑物的屋顶开始计算：首先算出屋顶的自重和可变荷载，其次算出由上至下各层结构（如梁、板）自重及楼面可变荷载，然后再算出墙和柱的自重。这些荷载在墙和柱的承载面积以内的总和，就是作用在基础上的上部结构

荷载。

以上的计算，涉及到基础的埋深取值，按如下方法：

a. 外墙和外柱从室内设计地面与室外设计地面平均标高处至基础底，见图 20－14（a）；

b. 内墙和内柱从室内设计地面标高处至基础底，见图 20－14（b）。上述深度内基础自重和基础台阶上的回填土重加上上部建筑重量，便是作用在地基上的全部荷载。

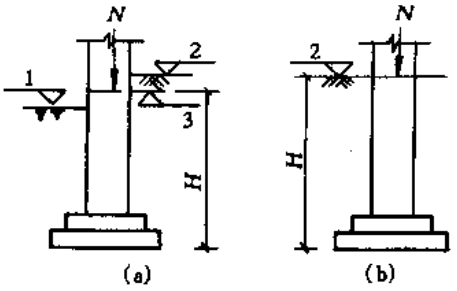


图 20－14 基础埋深

标高 1 为室外地坪；标高 2 为室内地坪；标高 3 为平均地坪

基础按受力情况分为中心受压基础和偏心受压基础。本章介绍中心受压基础，偏心受压基础从略。房屋的基础一般均可按中心受压基础近似计算。

一、墙下条形基础的底面尺寸

计算墙下条形基础时，取 1m 长的墙体进行计算（如计算带有窗洞口的墙下基础时，荷载应取相邻窗洞中心线间的总荷载除以窗洞中心线间的距离）。图 20－15 表示中心受压条形基础，作用在它上面的荷载有：

（1）上部结构的荷载 N（kN/m）；

（2）基础自重和回填土重 $G=B\cdot H\cdot\gamma$（其中 B ——基础底面宽度；H ——基础埋深；γ ——基础和基础台阶上的回填土的平均重力密度，一般取 $\gamma=20\text{kN/m}^3$）。根据作用在基础底面的应力小于或等于地基土承载力的条件确定基础底面宽度。

即

$$\frac{(N+B\cdot H\cdot\gamma)\times 1}{B\times 1}\leqslant f$$

从而得到基础宽度：

$$B\geqslant\frac{N}{f-\gamma\cdot H} \tag{20-2}$$

式中 f ——地基土持力层的承载力，kN/m^2，由该场地的钻探报告查取。

二、柱下单独基础底面尺寸

作用在基础上的荷载有（图 20－16）：

（1）柱子传来的上部结构荷载 N（kN）；

（2）基础和回填土重 $G=F.H\cdot\gamma$（kN）（其中 F 为基础底面积）。

根据作用在基础底面的应力小于或等于地基承载力的条件确定基础底面尺寸，即

$$P=\frac{N+F\cdot H\cdot\gamma}{F}\leqslant f \tag{20-3}$$

从而得到基础底面积：

$$F\geqslant\frac{N}{f-\gamma\cdot H}$$

对于正方形基础：

$$A=B=\sqrt{F}\geqslant\sqrt{\frac{N}{f-\gamma\cdot H}} \tag{20-3a}$$

对于矩形基础：

$$B \geqslant \sqrt{\frac{N}{n \cdot (f - \gamma \cdot H)}} \tag{20-3b}$$

式中 $n = \frac{A}{B}$

其余符号意义同前。

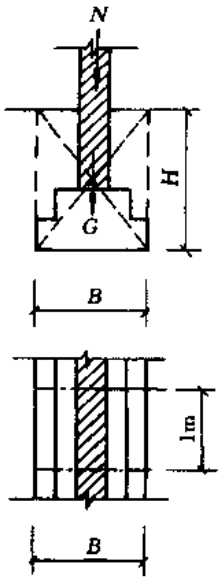


图 20－15 中心受压条形基础的计算

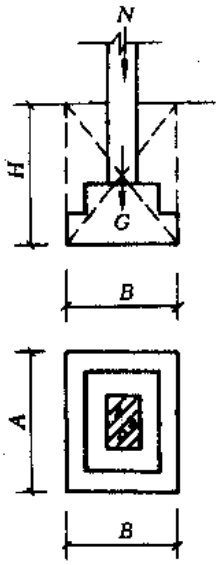


图 20－16 中心受压单独基础的计算

三、条基、柱基举例

例 20－1 图 20－17 所示为某办公楼外墙基础的剖面图。基础埋深 $D=2\text{m}$，室内外高差为 0.45m。上部结构荷载 $N=240\text{kN}$，基础埋深范围内平均重力密度 $\gamma=18\text{kN/m}^3$，地基持力层为亚粘土，地基土承载力 $f=200\text{kN/m}^2$。试确定基础底面宽度。

解

因为室内外高差为 0.45m，故基础自重计算高度

$$H=2+0.45\times\frac{1}{2}=2.25\text{m}$$

按式（20－2）算出基础宽度

$$B=\frac{N}{f-\gamma\cdot H}=\frac{240}{200-18\times 2.25}=1.50\text{m}$$

故 $B=1.50\text{m}$ 即为所求。

例 20－2 房屋内柱基础埋深 $D=1.5\text{m}$，上部结构荷载 470kN，埋深范围内土的重力密度 $\gamma=19\text{kN/m}^3$，见图 20－18，地基持力层为中砂，地基土承载力 $f=190\text{kN/m}^2$。试确定基础底面尺寸。

解

按式（20－3）求基础底面尺寸

$$A=B=\sqrt{\frac{N}{f-\gamma.H}}=\sqrt{\frac{470}{190-19\times 1.5}}=1.71\text{m}$$

最后，取 $A=B=1.71\text{m}$。

按式（20－2）或式（20－3）'确定基础底面尺寸，如果在压缩层范围内持力层以下有软弱粘性土下卧层时，尚需验算下卧层的承载力。

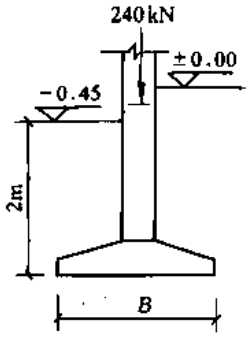


图 20－17 例题

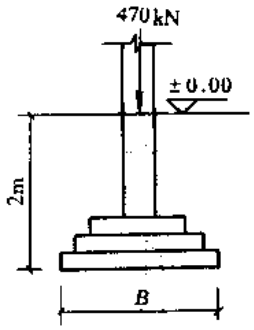


图 20－18 例题

另外，当基础埋深大于 1.5m 或基础较短边宽大于 3m 时，对地基土容许承载力可进行修正，予以提高，此处均不多述。

四、联合基础底面尺寸的近似计算

（1）本章第二节所述的联合基础，一般地说不能与例－1、例－2 所示的基础完全照样进行计算，这是因为：

a. 基础的形状比较复杂；

b. 上部梁与柱构成一个起静定结构，柱的轴向力确定比较困难；

c. 基础与上部结构实际上构成了一个协同工作的结构整体，下部基础的分析应考虑上部结构的共同作用。

所以，精确地计算联合基础目前尚处于理论分析阶段，在一些典型的工程中已作了大量的研究工作。

（2）联合基础的工程设计，目前大部分采用了近似法。此外，由于近似程度、理论依据、设计简图的选取都无固定的方法，故本书只能从一个角度加以介绍。

1）柱下条基、柱下十字基础底面尺寸的近似计算：

a. 当建筑物的平面柱网布置很整齐、规则，立面无较大的高低错落时，各柱所承受的轴向力比较均匀，有时工程上用一个柱的轴向力作为设计轴力，用柱与柱间距取中所能获得的面积，利用式（20－3）来近似求出基底对土的压强，并与该层土所允许的勘察值 f 比较。

显然，这种方法的近似程度是很粗糙的，只能作为初略估算之用。

b. 工程中大多数是取一个轴线上的柱的所有轴力之和来决定这排柱下的条基宽度，利用各柱对条基沿长度（边柱距离）取短的方法求出各柱在柱轴线上的合力重心位置从而可求出条基的宽度和条基伸出边柱的两端长度。

由于此法与框架的平面分析法有很好的衔接，其轴力直接来源于框架分析。故工程设计中结构工程师大都乐于使用。

2）筏基、箱基底面尺寸的近似计算：

a. 将基础底板视为一个以边轴线为界的二维坐标的面积图，分别按 x、y 两个方向求出纵、横柱列在基础底板上的面积重心。

b. 将基础板沿两个方向分别视为纵条和横条，按上述柱下条基的方法决定纵条和横条的长度，此即基底面积的长和宽。

第四节 多层与高层房屋的基础

一、多层与高层房屋地下室的设置

在多层与高层房屋的下面一般都设有地下室，这通常出于两种考虑和需要，一种是出于使用要求，国外多层与高层公共建筑和居住建筑往往需要大面积的停车场和汽车库，为了不与市政建设争地，把它们放在地上显然是不如设于地下合理，所以都努力向地下发展。另外将仓库、机房、配电间等一类附属用房设于地下，以减少地上建筑面积自然也是合理的。国内目前在高层公共与居住建筑中也开始出现停车场问题，在一些大型宾馆、旅馆门前大量停车影响交通与市容的现象已经出现，在高层住宅中存放自行车的问题也难以回避。此外，还有人防方面的考虑，所有这些都要求我们着眼于地下，向地下发展以取得空间。

另一种，也是更主要的，则是出自结构的考虑和需要，在本章第一节介绍到，因为设置地下室可以减轻地基压力、提高房屋层数、增加房屋抗倾覆能力和改善房屋的抗震性能。高层房屋，尤其是层数很多的高层房屋的总荷重是相当大的，地基负担很重，有时甚至采用了最有效的基础形式也还难以胜任。所以如何减轻作用于地基上的总荷重具有很现实的意义。如果在房屋下设地下室，从地基中挖出所需要深度的土方之后，则基底处地基相当于减少了$\gamma \cdot H$那么大的压应力（γ为土的重力密度；$\gamma \doteq 20\text{kN/m}^3$；$H$为开挖深度，单位：m）。我们设想因设地下室从地基中挖去10m深土方（相当于设3到4层地下室）则基底处每平方米地基上就相当于减少200kN的压力，如果房屋标准层的自重为每平方米10kN，房屋就可以在地基强度允许的情况下比不设地下室时多建20层，可见以10m深的土方换取了20层的上部建筑。所以地下室的设置为解决荷重与地基强度这一矛盾开辟了新的途径，见图20－19。

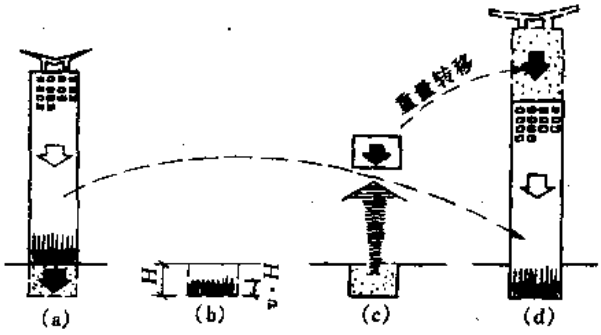


图20－19

(a) 未设地下室时房屋对地基的压应力；(b) 地面下 H 深处地基上部的原始土压应力；(c) 将 h 深的原始土挖走 (d) 地基的压应力仍保持不变，但房层可加高了

国外在高层房屋下设4到6层地下室的情况很多，我国北京饭店新楼地下部分为3层。

高层房屋如同一个悬臂构件一样承受水平外荷载，自然地下部分越深其抗倾覆的嵌固能力越高，从而提高了房屋总体的稳定性。同时国内外的震害调查都表明，在多层与高层房屋下设地下室可以提高房屋总体刚度，减轻震害。高层建筑箱基的埋入地下深度为房高的$\frac{1}{10}$左右。

二、多层与高层房屋的基础类型

多层与高层房屋基础的类型很多，几乎用到了所有的基础形式，现将各种基础形式简单介绍如下：

1. 单独基础、条形基础和十字交叉基础

这几种形式的基础由于它们底面积小，地基所能提供给它的承载力低，一般多应用于层数较少的多层工业厂房和民用房屋中。分别见图 20－8、图 20－10、图 20－11。

当多层框架房屋的地基条件较好（承载力高、土层均匀）时，可以考虑采用单独基础，一般以单独基础应用较多；当荷载较大或地基比较软弱时，多层框架房屋则常采用条形基础，以提高基础的承载能力、刚度和整体性，减少基础的不均匀沉降（图 20－10）。当采用一般条形基础仍不能满足强度或刚度要求时，可采用十字交叉基础（图 20－11）。这种基础形式能进一步增加基础底面积和提高基础刚度。

当地基持力层或土层分布不甚均匀时，也有采用刚性墙单独基础（图 20－20a）（以刚性墙连接各单独基础，见图 20－20a）或刚性墙条形基础（图 20－20b）。刚性墙条基实际上类似图 20－8 的独立基础或图 20－10 的条形基础，但是由于基础上面的刚性墙本质上是一根截面高度很大的梁，其抗弯刚度很强，因此对于防止基础各部分之间的不均匀沉降有较好的效果。

条形基础在地基条件较好时最多可用至 6 到 9 层的房屋。

2. 筏形基础与箱形基础

当房屋层数较多或地基很软弱时，可考虑采用筏形基础（图 20－12）和箱形基础（图 20－13）。片筏基础以整个房屋下大面积的筏片与地基接触，因而可以传递很大的上部荷载。它们可以做成倒交梁楼盖的形式（图 20－12），也可以做成倒无梁楼盖的形式（图 20－21）。后者板面厚度大、用料多、刚度较差；但施工较方便，前者则折算厚度小、用料省、刚度好，然而施工麻烦、费模板。国外以厚平板式筏形基础应用较多，厚度常达 2m～3m，它有利于降低整个房屋重心和提高抗倾覆能力，但它也将较多的增加地基负担（3m 厚混凝土重 75kN/m^2），尤其是对软弱地基很不利。当房屋层数较少时宜采用倒交梁楼盖式筏形基础（图 20－12），在我国此种基础采用较多。

筏形基础的刚度在地基极软弱且不甚均匀时常显得过小，难于满足要求，尤其是在上部结构对基础不均匀变形敏感时更是如此。在这种情况下采用箱形基础就更为合理。箱形基础是一个由顶板、底板和内外壁组成的非常刚强的空间盒子（图 20－13），它具有比上述各种基础都大得多的刚度和整体性。如果把地下室的空间也考虑在内，则其混凝土与钢材的用量便不一定比筏形基础消耗大，因而在经济上也是合理的。

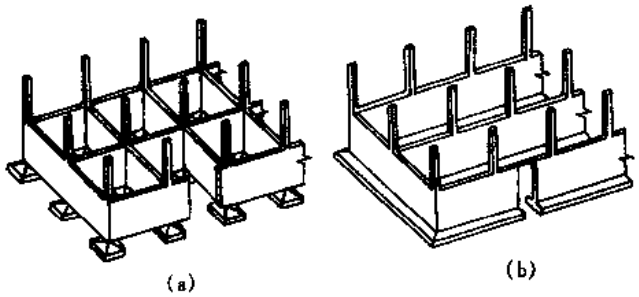


图 20－20 (a)刚性墙下单独基础；(b)刚性墙下条形基础

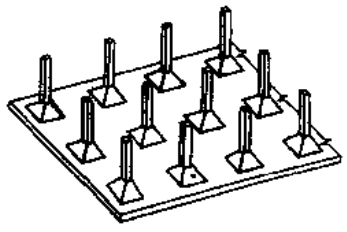


图 20－21 筏基之———倒无梁楼盖形式

箱形基础用作高层建筑的基础，无论在国外还是在国内都是相当普遍的（图 20－22）。上述情况即是箱形基础与筏形基础的实际应用。

3. 浅埋或“无埋式”基础

由图 20－1，地基除了承担房屋的有效荷重 P_2 以外，地面以下的土自重 P_1 实际上是“无用”的。设想，如果把基础浅埋，则可减少地基上部土的自重，这样无疑也是一种合理利用地基的方案。近年来，国内建造了一些所谓“无埋式”基础，即将图 20－12 或图 20－21 的筏片基础板尽量浅埋，有的仅室外自然地面以下 300mm，这样的基础有一定的经济意义。

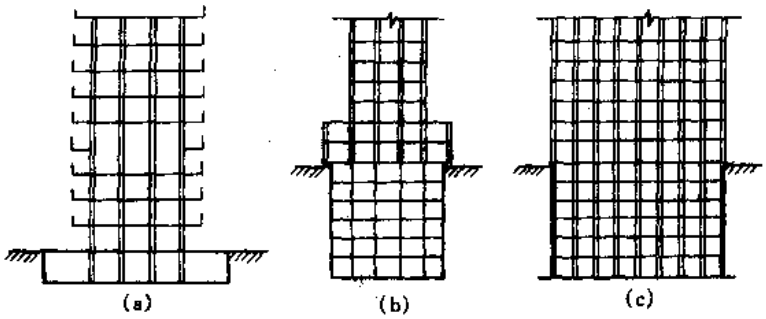


图 20－22 箱基和筏基的应用示例

(a)、(b) 箱基；(c) 筏基

4．桩基

多层与高层房屋也可以采用桩基。当上部结构荷载太大，且地基软弱，坚实土层距基础底面较深，采用其他基础形式可能导致沉降过大而不能满足要求时，常采用桩基，或采用桩基与其他形式基础联合使用以有效地减小地基变形。另外，对于坚实土层（一般指岩层或密实砾砂层）距基础底面虽深度不大，但起伏不一（易导致房屋沉降不均）的情况，采用桩基是合理的，它能适应土层起伏的变化。

桩基是以表面摩阻力和桩尖阻力把上部荷载传给下部土层的，根据摩阻力与桩尖阻力在所传总荷重中的比例可以分为摩阻桩和支承桩（也叫柱桩）两种（图 20－23）。摩阻桩主要是通过桩表面与土壤的剪力传递并扩散荷载至下部地基；而支承桩则主要通过桩尖阻力传荷载至下部地基。摩阻桩适用于软弱土层较深的情况；而支承桩则适用于软弱土层下不深处有坚实土层的情况。

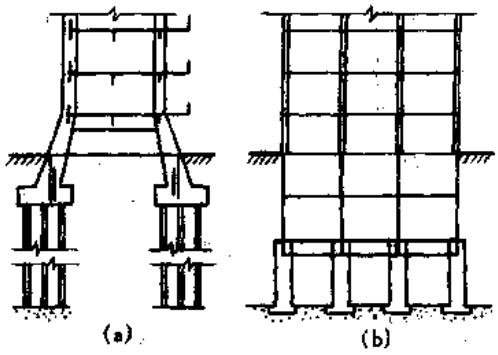


图 20－23 桩基的类型举例

(a) 为摩阻桩，主要靠桩身与土之间的摩擦阻力；

(b) 为支承桩，主要靠桩底部与地基的支承力

根据施工方法的不同，桩又可以分为预制桩和灌注桩两种。预制桩是将桩预制好再通过打桩机打入地基；而灌注桩则是通过现场机械钻孔或现场打入钢管成孔，然后再浇注混凝土制作的桩。预制桩由于起吊、运输和贯入时的需要，一般用钢量较大，费用较高。而灌注桩则可不配筋或仅配很少的构造筋，用钢量很少，造价较低，且施工也方便。在国内一些工程中采用都很成功。

第二十一章　钢筋混凝土单层厂房结构

内　容　提　要

不同类型的工业企业需要为其生产服务的不同类型的厂房。而单层厂房是工业建筑中最普遍的一种形式，故单层厂房的结构设计是本章所要讨论主要内容。

第一节　概　　述

厂房建筑是为工业生产服务的。工业企业的类型很多（例如钢铁、煤炭、有色冶金、机械制造、电力、石油、化工、建材、纺织、食品等）各类企业具有不同的生产特点，因而就形成了不同类型的厂房。

单层厂房是工业建筑中最普遍的一种形式，多用于具有重型设备，产品重量和轮廓尺寸较大的生产车间，以便这些大型设备可以直接安装在地面上，且便于产品的加工和运输。单层厂房依其生产特点和规模大小，可以选用不同的结构形式，一般来说，吊车吨位不超过 50kN、车间净高不超过 5m、跨度小于 15m 的小型厂房可选用砖墙或垛承重，而屋架可采用钢筋混凝土或轻型钢屋架。对于跨度较大（例如 36m 以上）且内部设有重型吊车（例如 1 500kN 以上）的大型厂房，或有其他特殊要求的厂房（例如高温车间或有较大振动设备的车间），通常采用钢屋架和钢筋混凝土柱或采用全钢结构。其他大部分厂房均宜采用钢筋混凝土结构。

一般钢筋混凝土单层厂房的常用结构形式是排架结构（图 21－1）。屋架与柱顶认为铰接连接，而柱子下端则嵌固于基础中，构件种类少，适宜于预制装配，进行工业化生产和施工。这种结构受力明确，设计和施工方便，多年来我们已有了丰富的设计和施工经验。本章将主要讨论这种结构形式。

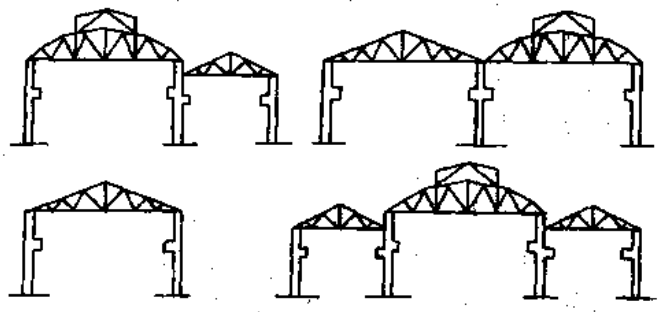


图 21－1　单层厂房的剖面型式

关于单层厂房的结构设计，主要内容是：

(1) 标准构件的选择，比如基础、柱、吊车梁、屋面梁或屋梁、屋面板和支撑等构件都有不同规格以适应不同的场合，是单层厂房结构设计的主要内容之一。

(2) 厂房平面定位轴线的设计，它与厂房的使用性质，生产工艺要求有关，也与第一条预制构件的定位、规格有关，也是单层厂房结构设计的一项主要内容。

(3) 厂房的高度，与生产工艺有关，也与吊车的规格有关，应与起吊物的吨位、外形尺寸、吊车的有关尺寸等密切配合，在满足要求的前提下，厂房的高度应尽量降低。

关于多层厂房的结构设计，原则上与一般多层房屋相似，请参照有关内容灵活应用，本

书不另赘述。

第二节　单层厂房的结构组成

单层厂房的组成必须保证能承担各种竖向和水平的荷载作用。作用在厂房上的竖向荷载，除了结构自重及屋面荷载之外，还有吊车的竖向作用。吊车对排架的水平制动力及风荷载则是作用在厂房上的水平荷载。在一些比较高大的厂房中，风荷载的影响往往有较大影响。在地震区，地震作用对厂房的水平作用则更是不能忽视。

装配式钢筋混凝土排架结构的单层厂房，由以下各部分组成（图 21－2）：

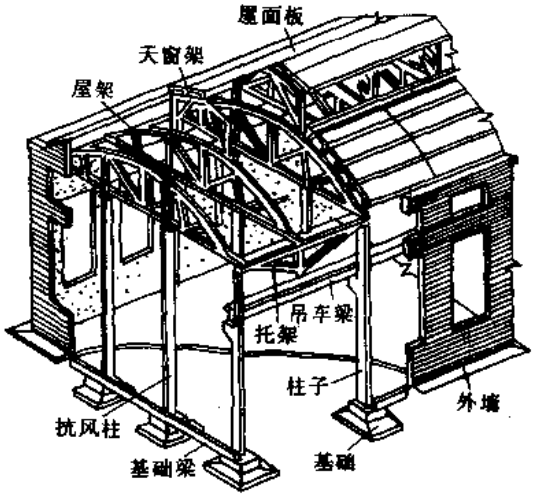


图 21－2　单层厂房结构的组成

(1) 屋盖结构　屋盖结构在单层厂房结构中占有很大比重，无论在材料用量上或是在土建造价上，它约占全部工程的 40%～50%。屋盖结构可分为无檩体系和有檩体系两种。无檩体系是将大型屋面板直接支承在屋架上。有檩体系则是在屋架上设置檩条，在檩条上再铺设小型屋面板或瓦材。屋盖包括下面这些构件：

a. 屋面板　屋面板直接承受屋面荷载，并将这部分荷载传给屋架或天窗架。

b. 天窗架　承受天窗上的荷载，将其传给屋架。

c. 屋架或屋面大梁　承受整个屋盖上的荷载，一般情况下将力传给柱子。在特殊情况下，当遇有较大柱距（≥12m）时，屋架则放在托架上。

d. 托架　在扩大柱距时，用托架支承屋架，把力传给柱子。

(2) 吊车梁　承受吊车垂直和水平荷载，两端放在柱子牛腿上。

(3) 柱子　承受屋盖、吊车梁、墙传来的竖向荷载和水平荷载，并把这些荷载传给基础。

(4) 支撑　包括屋架支撑、天窗架支撑及柱间支撑。它的作用是加强结构的联系，保证厂房整体工作，承受沿厂房纵向作用的荷载，如风荷载、吊车纵向，动力和纵向地震力等。

(5) 基础　承受整个厂房的上部荷载，将其传到地基上去。

(6) 墙体结构，包括下面这些构件：

a. 外墙　起围护作用，承受风荷载及本身自重。一般不承受其他荷载。要求具有一定的刚性和稳定性，能起保温隔热等围护作用。

b. 墙梁、基础梁、承受墙体荷载，将力传给柱子或基础。

(7) 抗风柱　承受山墙传来的风荷载，将力主要传给基础。

在上述构件中，由屋架、柱子和基础构成横向平面排架，是厂房的主要承重体系，再通过屋面板、吊车梁、支撑等纵向构件将各平面排架联结起来，构成整体的空间结构。沿排架方向称为厂房横向；垂直于排架方向称为厂房纵向。

第三节 单层厂房平、剖面尺寸的确定

单层厂房的平剖面设计是在工艺设计的基础上进行的，但土建设计人员应结合土建的要求与工艺设计人员共同研究，对工艺布置提出意见，然后由工艺、建筑与结构及其他方面（如水、暖、电专业）共同决定。

单层厂房的平剖面结构初步设计包括以下几个方面。

一、厂房的柱网

结构布置的第一步就是确定跨度、跨数和柱子间距。跨度和柱距主要是由生产工艺设备和生产运输所决定的，同时还应适当考虑生产工艺的革新发展引起生产设备的重新布置和面积增大的可能性。从建筑结构的角度，则要考虑结构的可能性，保证结构布置合理，施工方便，造价低廉。

此外，跨度和柱距还要符合一定的模数，以便屋面板、吊车梁、屋架、支撑等装配式构件的尺寸能统一起来。这样在设计时就可能尽可能多地用全国统一的通用设计，制作上可以由预制厂大批生产，既保证了设计施工质量，又加快了建设速度。根据《厂房建筑统一化基本规则》的规定。厂房在18m以下应符合3m模数，18m以上符合6m模数，厂房的柱距则采用6m或6m的倍数，即6m、12m等。我国目前采用的屋盖体系中，屋架间距大多为6m，所以常采用6m柱距。但对某些有扩大要求的厂房，极个别的也有采用9m柱距的。

二、温度伸缩缝的设置

在确定柱网布置时，要考虑伸缩缝的设置问题。因为在气温变化时，房屋的地上部分要热胀冷缩，但建筑物埋在地下部分受温度变化影响很小，基本上不产生变形，这样就使暴露在大气中的上部结构的伸缩受到限制，从而在结构内部产生了温度应力。当厂房的长度和宽度较大时，这一应力有可能使墙面、屋面或结构构件开裂，影响使用。

影响温度应力的因素很多，厂房本身又是复杂的结构体系，要准确地估算这种应力较为困难。因此目前是采取沿厂房纵向和横向在一定长度内设置伸缩缝的办法来减少温度应力，以保证建筑物的正常使用。

例如在厂房结构中，当外界温度变化时屋盖将有所伸缩，使柱顶产生位移，相应地在柱内产生变形弯矩（即温度内力），其中以厂房两端柱的柱顶位移及温度内力最大。如果厂房长（>100m），这一内力将是很可观的，它将导致柱的开裂。这时如果在柱列中间设置双柱（温度缝），将屋面在该处切开，则由于温度变化引起的屋盖伸缩量将大为减少，从而使柱内的温度内力等随之大大减少，见图21－3。

此外，在厂房温度缝处，墙体亦应切开，这样可以防止墙身由于温度变化而产生裂缝。具体作法和第七章中所规定的一样。

伸缩缝的最大间距与厂房结构类型有关。根据大量的实际调查和以往的实践经验，混凝土规范对此作了具体规定，对于室内或土中的装配式排架结构，伸缩缝的最大间距为100m，露天排架结构为70m。

设置伸缩缝后，整个厂房被分割成一定长度的若干区段，称做温度缝区段。

横向伸缩缝的一般作法是在伸缩缝处采用双柱（间距1m，各由定位轴线内移500mm）插入同一基础的两个杯口中，使上部结构完全分开，（图21－4a）。温度变化时纵向构件和

维护结构的伸缩在缝内不受约束。

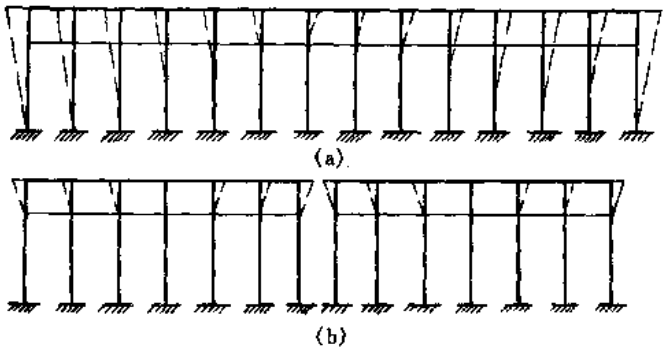


图 21－3　温度伸缩缝

沿房屋跨度方向的伸缩缝一般采用单柱处理，伸缩缝一侧的屋架或屋面大梁搁置在活动支座上（图 21－4b），以消除对温度变形的约束作用。

三、墙、柱和定位轴线的关系

由于构造上的种种原因，柱网的定位轴线不一定就是柱子横截面的几何中心线。定位轴线可供施工放线之用，而墙、柱、基础的位置可以通过与定位轴线的相对关系来确定。根据规定，它们之间一般有如下关系：

1. 横向定位轴线（图 21－5）

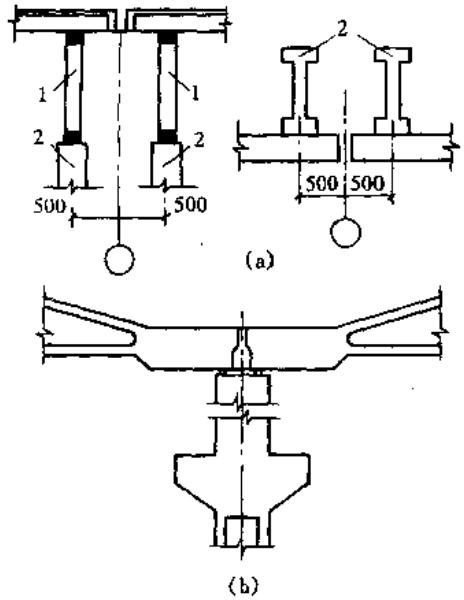


图 21－4　温度伸缩缝大样

(a) 沿开间方向的伸缩缝；(b) 沿进深方向柱未设伸缩缝

1—屋架；2—柱

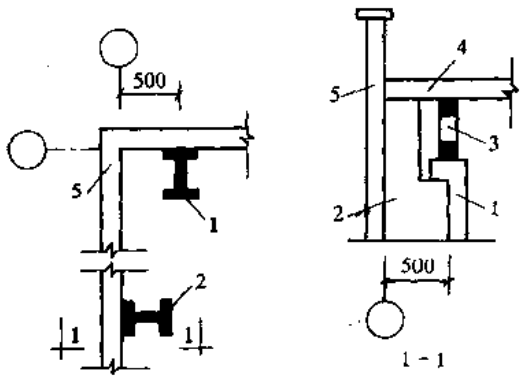


图 21－5　端柱与山墙边轴线

1、2—柱；3—屋架；4—屋面板；5—山墙

车间的横向定位轴线，除厂房尽端或伸缩缝处外均通过柱子中心。

在厂房尽端的横向定位轴线与山墙内皮重合，端柱中心线内移 500mm（图 21－5），这样做的目的是使端跨的屋面板与中间各跨的长度相同，且屋面板端头与山墙内皮重合，屋面不出现缝隙，端屋架与山墙柱不发生冲突，见图 21－5。

根据同样的理由，在伸缩缝外，缝两边的柱子中心线应各向两边偏移 500mm，而缝的

中心线与定位轴线重合，如图 21－4（a）所示。

2. 纵向定位轴线（图 21－6）

在无吊车或吊车起重量 $Q\leqslant 300kN$ 的厂房中，在柱外皮和纵墙内皮应与定位轴线相重合（图 21－6），这样屋盖的周边刚好和外墙内皮重合，屋面不出现缝隙，这种作法我们通常称之为“封闭结合”。

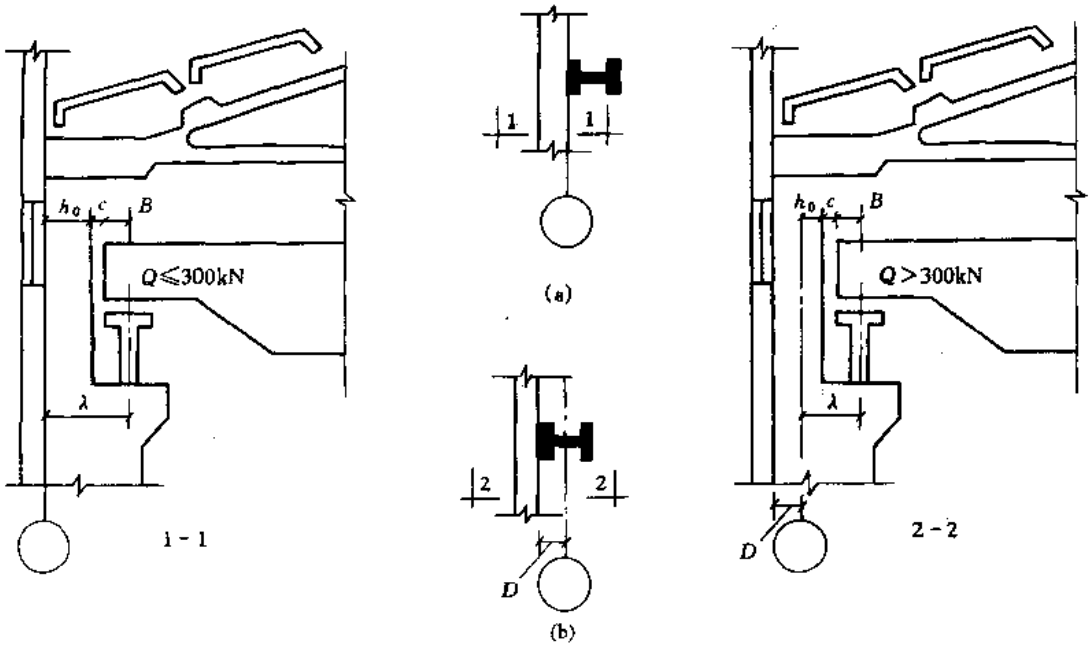


图 21－6 轴线位置受吊车吨位影响

（a）吊车吨位 $Q\leqslant 300kN$；（b）吊车吨位 $Q>300kN$

当吊车起重量大于 300kN 时，采用封闭结合往往有困难。因为一般吊车都是标准设备，其跨度 l_k 和厂房跨度 l（纵向定位轴线之间的距离）是相配套的，吊车轨道中心到定位轴线的距离规定为

$\lambda=\dfrac{l-l_k}{2}=750mm$。当吊车起重量增大时，吊车端头伸出部分 B 和上柱宽度 h_s 都将相应增大，致使吊车的端头至上柱内皮的间隙 $c=750-B-h_s$ 太小，不能满足吊车正常运行所需要的间隙要求（$c\geqslant 80mm$）。这时就应将柱子外皮由定位轴线外移一个联系尺寸，以保证所需间隙 c 的大小。联系尺寸 D 视吊车起重量的大小可为 150mm、250mm 或 500mm。

增加了一个联系尺寸的结果会使外纵墙内皮与屋面板侧边之间有一个缝隙，屋面板上还必须增设一个小型填补构件。这种作法我们一般称为“非封闭结合”。

多跨等高厂房的中柱中心线一般与纵向定位轴线重合。在高低跨厂房中，高跨上柱外皮应与定位轴线重合（图 21－7a）；当高跨设有 300kN 以上吊车时，上柱外皮就不能与纵向定位轴线重合，高低跨应分别采用两条纵向定位轴线，轴线之间的插入距 A 与联系尺寸 D 相同，见图 21－7（b）。

四、厂房的标高

无吊车厂房的屋架下弦底面标高是由工艺所提出的生产设备所需的高度以及生产操作或检修设备所需要净空决定的。在有吊车厂房中，也是首先由工艺设计根据运输起吊工作需要

净空确定标高 H_1，而屋架下弦底面标高即等于 H_1+H+d（H 为吊车桥的高度，根据吊车规格查得，d 为屋架下弦至吊车桥上面的空隙，一般取 $d\geqslant 220$mm）。

吊车轨顶标高减去吊车轨道系统和吊车梁的高度即为柱牛腿顶面标高（图 21－8）。

在确定屋架下弦底面标高时，还应考虑建筑模数的要求。当外墙采用大型板材时，还应与板材的尺寸相适应。

对于多跨厂房应尽可能避免有高度差，以增加厂房屋盖刚度，简化结构构造。《厂房建筑统一化基本原则》规定在采暖和不采暖的多跨厂房中，当高差≤1.2m 时，不宜设置高度差；在不采暖的多跨厂房中，当高度一侧仅有一个低跨，且高度差等于或小于 1.8m 时，也不宜设置高度差。

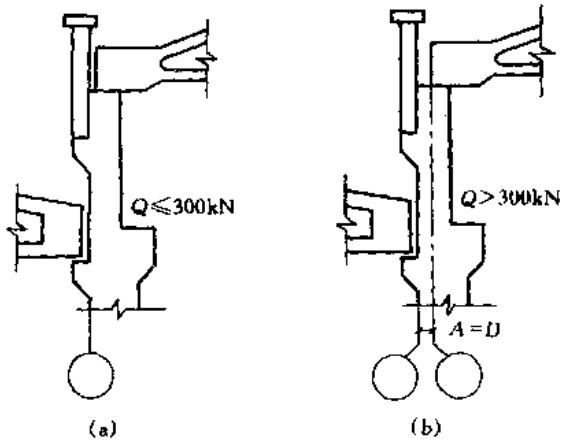


图 21－7　多跨厂房内柱的定位轴线

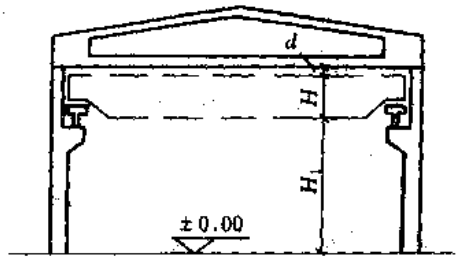


图 21－8　厂房的标高

附录一　钢筋和混凝土的种类和力学性能介绍

钢筋混凝土是由钢筋和混凝土这两种性质极不相同的材料组成的，现讨论一下混凝土和钢筋的力学性能。

一、混凝土的力学性能

(1) 混凝土的强度　强度是指结构材料所能承受的某种极限应力（应力概念是指单位面积上的内力）。例如当混凝土均匀受压时，它在即将破坏之前所能承受的最大压应力即为其极限抗压强度，或简称抗压强度。选用不同标号的水泥、不同级配的骨料和不同的配合比，就可以制作出具有不同强度的混凝土。此外，混凝土的强度还受到养护环境的温度和湿度的影响，并随龄期的增长而不断提高。但是从结构设计角度出发，我们所关心的是如何测定混凝土的强度，和如何从这些测定值中给出恰当的值用于工程设计。

1）混凝土的抗压强度

由于混凝土在结构中主要起承担压力的作用，因此，抗压强度就成为它的所有力学性能中最为重要的性能。长期以来，在我国的土建工程中一直采用立方体试块在压力机上加压到破坏时所测得的抗压强度作为检验混凝土强度的标准。我国规范规定用边长为 15cm 的标准立方体试块在标准条件（温度 20°C ± 3°C，相对湿度≥90%）下养护 28 天后在压力机上以大约 0.15N/mm^2·s～0.25N/mm^2·s 的速度加压到破坏时所测得的最大平均压应力作为混凝土的立方强度，并用符号 f_{cu}来表示。

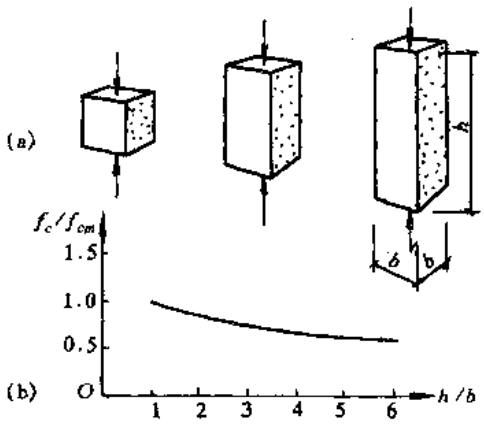
为了满足各种类型的结构或构件对混凝土强度的不同要求，可将混凝土的强度按其立方强度的大小划分为不同的强度等级。我国规范目前规定的混凝土强度等级有 C7.5、C10、C15、C20、C25、C30、C35、C40、C45、C50、C55 和 C60 等十二级，其中 7.5～60 等数字表示以 N/mm^2 为单位的立方强度值。这样，设计者就可以根据各类结构对混凝土强度的要求在设计图纸上规定所需达到的强度等级，施工单位则应根据图纸中规定的强度等级并结合原材料（水泥、骨料）情况选择合适的配合比来配制和浇筑结构构件的混凝土。在浇筑结构构件的同时，还必须用同样的混凝土制作一定数量的试块，以检验其立方强度是否满足图纸规定的强度等级的标准。

立方强度能不能代表以受压为主的结构构件中的混凝土强度呢？曾经用由相同混凝土制作的截面尺寸相同（例如都是 15cm×15cm 的正方形）但高度不同的试块（附图 1a），测定了混凝土的抗压强度。试验结果表明，试块的高宽比越大，所测得的抗压强度越低。但是在高宽比超过 3 以后，抗压强度的降低幅度就不大了（附图 1b）。

因此，立方强度是一种由试验方式造成的人为提高了的强度，它不能直接反映以受压为主的结构构件中混凝土的真实强度。但由于立方体试块与棱柱体试块相比具有节约材料、对试件几何尺寸偏差及对中偏差不敏感、操作简便以及试验结果离散性小等优点，因此，在实际工程中用它来检测混凝土的强度等级是比较方便的。这样，我们就通过找出立方强度与轴心抗压强度之间的定量关系，用立方体试块得出的检测结果换算出相应的轴心抗压强度。并通过轴心抗压强度来进一步求出其它各种强度，比如弯曲抗压强度等。

2）混凝土的抗拉强度

混凝土的抗拉强度很低，一般只有抗压强度的1/8～1/17。在钢筋混凝土构件的强度计算中一般不考虑混凝土承担拉力，因此用不到这个强度指标。只有当验算预应力混凝土和钢筋混凝土结构中的混凝土是否开裂，也就是在抗裂度验算中，以及在截面中出现拉应力的素混凝土结构的强度计算中，抗拉强度才是起控制作用的强度指标。



附图1　混凝土的抗压强度

3）混凝土的弹性模量和变形模量

弹性模量是反映弹性材料应力和应变之间关系的一个重要物理量。它用下式表示：

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon} \tag{附1-1}$$

某种材料的弹性模量高，表明它在某个应力作用下所产生的应变相对较小。因此可以说弹性模量反映了材料受力后的相对变形性质。

利用测定结果通过统计分析求得混凝土弹性模量与其主要影响参数立方强度 f_{cu} 之间的关系为

$$E_c=\frac{10^3}{2.2+\frac{34.7}{f_{cu}}}\ (\mathrm{N/mm^2}) \tag{附1-2}$$

实用中 E_c 值一般有现成的表格给出。

（2）混凝土在各种强度等级下的设计强度值见本书第十一章。它是在实际测定的基础上经过分析、换算和数理统计得出的，具有较好的代表性和可靠性。

二、钢筋的力学性能

（一）钢筋在加荷下的应力应变性质

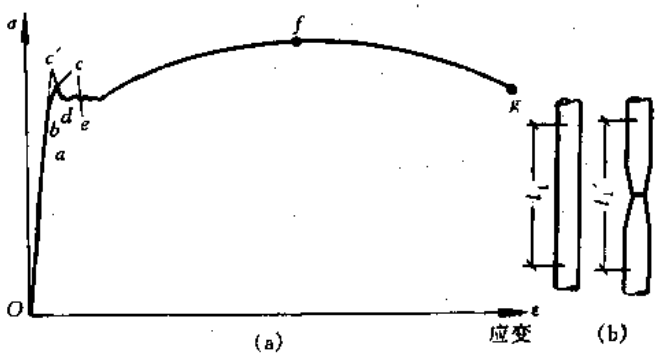
根据钢筋在受拉时所反应出的应力应变性质的不同，可以把钢筋分为有明显屈服点的和没有明显屈服点的两大类。

1. 有明显屈服点的钢筋

附图2（a）表示了有明显屈服点的钢筋试件在试验机上进行拉伸试验得出的典型应力应变曲线。从图中可以看出，在应力达到“比例极限”（图中 a 点对应的应力）之前，钢筋的应力与应变呈直线关系，即钢筋在曲线的 oa 段上具有理想的弹性性质。这时的应变在卸荷后能够完全恢复。应力超过比例极限后，应变的增长速度将逐渐变得比应力增长速度略快。但若在应力达到 b 点的“弹性极限”之前卸荷，应变中的绝大部分仍能完全恢复。在应力达到 c 点后（快速加荷时可达到 c' 点），钢筋的应力应变性质将发生明显变化。超过 c 点后，钢筋应力将下降到 d 点，然后应变将在应力不增长或略有波动的情况下不断增大，从而产生相当大的纯塑性变形。我们把这种现象称为“屈服”或“流动”，并把 c（或 c'）、d 两点称作上、下屈服点，而与下屈服点对应的应力则称为“屈服强度”或“流限”。这种塑性应变一直延续到 e 点，d、e 两点之间的应变则称为钢筋的“流幅”。超过 e 点后，钢筋

的应力重新开始增长，但这时曲线的斜率变得远比弹性阶段小，而且随着应力的增长越来越小，直到 f 点处钢筋达到了它的极限抗拉强度。曲线的 ef 段通常称为“强化段”。当钢筋应力达到极限抗拉强度后，在试件内的某个较为薄弱的部位应变急剧增长，试件直径迅速变细，最后试件在这种“颈缩”部位被拉断（附图 2b）。产生颈缩现象后，试件在该处的截面面积缩小，因此材料所受的实际应力仍在不断增长。但若按初始截面计算，则应力是在不断降低的，从而出现了应力应变曲线上的下降段 fg。

钢筋的受压性能通常是用短粗钢筋试件在试验机上测定的。测得的应力应变曲线表明（附图 3），在达到屈服强度之前，受压钢筋也具有理想的弹性性质，而且屈服强度与受拉时基本相同。在达到屈服强度后，受压钢筋也将在压应力不增长的情况下产生明显的塑性压缩，然后进入强化段。这时试件将越压越短，并产生相当明显的横向膨胀。但由于钢筋试件甚至在被压得很扁时也不会产生材料破坏，因此很难给出明确的极限抗压强度。



附图 2 钢筋受拉时的应力应变曲线

在有明显屈服点的钢筋的受力性能中，屈服强度是最关键的强度指标。这是因为当结构构件某个截面中的钢筋由于受拉或受压而达到屈服强度后，它将在荷载基本不增长的情况下产生持续的塑性变形。而各类结构构件的试验结果表明，绝大多数结构构件在钢筋尚未进入强化段之前或最多进入强化段后不久就将产生最终破坏。因此在一般结构的设计中统一规定不考虑钢筋强化段的能力，而取屈服强度作为可以利用的应力上限，并把它作为检验有明显屈服点的钢筋质量的主要强度指标。

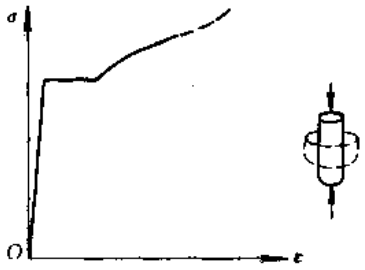
概括起来，在对有明显屈服点的钢筋进行质量检验时，主要应测定屈服强度、极限抗拉强度、伸长率和冷弯性能这四项指标。必要时，还须补充进行抗冲击韧性和反弯性能等项检验。

2. 没有明显屈服点的钢筋

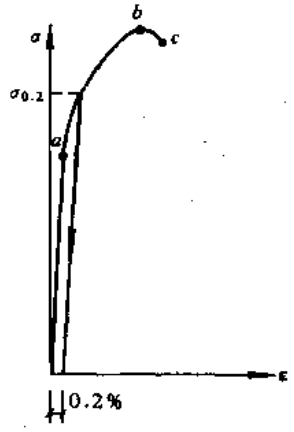
从拉伸试验中测得的没有明显屈服点的钢筋的典型应力应变曲线如附图 4 所示。从图可以看出，当应力未超过对应于图中 a 点的比例极限（大约相当于极限抗拉强度的 0.65 倍）时，钢筋具有理想弹性性质；应力超过比例极限之后，钢筋将表现出越来越明显的塑性性质，但应力、应变都是持续增长的，而且在曲线上找不到一个明显的折点（屈服点）。在达到极限抗拉强度后，同样由于颈缩现象而使曲线具有一个最后的下降段 bc。

这类钢筋虽然没有明显的屈服点，但我们可以参照有明显屈服点钢筋的思路，为它在塑性变形开始明显增长处找到一个相当的假想屈服点，以便在设计中把它做为这类钢筋可以利用的应力的上限。一般取残余应变为 0.2% 的应力 $\sigma_{0.2}$（即如附图 4 所示，加荷到这个应力后再卸去荷载，这时残存的塑性应变为 0.2%）作为这个应力的上限，并称之为“条件屈服强度”。对于高强钢丝，$\sigma_{0.2}$大致相当于极限抗拉强度的 0.86 倍；对于热处理钢筋，$\sigma_{0.2}$大致相当于极限抗拉强度的 0.9 倍。为了统一起见，在混凝土规范中规定取条件屈服强度 $\sigma_{0.2}$ 为极限抗拉强度 σ_u 的 0.8 倍，即

$$\sigma_{0.2}=0.8\sigma_u \qquad (附 1-3)$$



附图 3　钢筋受压的应力应变曲线



附图 4　没有明显屈服点钢筋的应力应变图

由于没有明显屈服点的钢筋的条件屈服强度不容易测定，因此在这类钢筋的质量检验中就以极限抗拉强度作为检测的主要强度指标，然后再通过式（附 1－3）求出其条件屈服强度。于是，在这类钢筋的质量检验中须要测定的指标一般只有三项。即极限抗拉强度、伸长率和冷弯性能。

3. 钢筋的弹性模量

同一种钢筋的受拉和受压弹性模量是相同的。各种钢筋的弹性模量通常是根据受拉试验中测得的弹性阶段的应力应变关系来确定的。

（二）热轧钢筋的种类和级别

我国目前钢筋混凝土和预应力混凝土结构中常用的钢筋和钢丝分为热轧钢筋、冷拉钢筋、钢丝和热处理钢筋四大类。其中热轧钢筋和冷拉钢筋属于有明显屈服点的钢筋，而钢丝和热处理钢筋属于没有明显屈服点的钢筋。

热轧钢筋

根据国家标准《钢筋混凝土用钢筋》（GB1499—84），热轧钢筋依其强度由低到高分为Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ四级。每一级又包括一种或几种化学成分不同的钢号，即

Ⅰ级热轧钢筋——3 号钢；

Ⅱ级热轧钢筋——20 锰硅、20 锰铌；

Ⅲ级热轧钢筋——25 锰硅；

Ⅳ级热轧钢筋——40 硅 2 锰钒、45 硅锰钒、45 硅 2 锰钛。

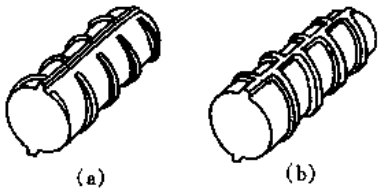
除 3 号钢以外，钢号名称中化学元素前面的数字表示该种钢材平均含碳量的万分数，其它合金多元素的尾标数字则表示该元素平均含量的取整百分数，即当其平均含量小于 1.5% 时，不加尾标数字，当平均含量大于 1.5% 小于 2.5% 时，尾标为 2。

Ⅰ级钢筋为低碳钢，即除去铁元素外，它的强度主要是靠碳的含量来保证的。这种钢筋中碳的含量一般不超过 0.22%。Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ级钢筋均为低合金钢，即在铁和碳的基础上再通过所加入的少量合金元素，如锰、硅、钒、钛等来进一步提高钢筋强度和改善钢材的性能。

图 1－32 画出了这四级钢筋的典型应力应变曲线，从图可以看出，随着等级的提高，钢筋的屈服强度和极限抗拉强度都在逐级增长，但延伸率和流幅则逐级减小。

在这四级钢筋中，Ⅰ级钢筋为光面圆钢筋，其余三级都在表面上轧有肋纹（包括两条纵

肋和一系列与纵肋以某个不小于45°的角度相交的横肋)。过去通用的肋纹主要是螺纹和人字纹（螺纹钢筋外形示于附图5b)。近年来，在我国生产的大量Ⅱ级钢筋中肋纹形式已逐步向月牙纹过渡（附图5a)。这种肋纹改变了螺纹和人字纹的横肋高度不变并与纵肋相连的作法，而是使横肋高度向两端逐步降低至零，且横肋不与纵肋相连。这种肋纹与旧螺纹相比，由于避免了纵横肋相交处的应力集中现象,从而使钢筋的疲劳强度和冷弯性能均得到一定的改善，而且还具有在轧制过程中不易卡辊的优点，因此生产过程更为顺畅。唯一的缺点是，与螺纹和人字纹钢筋相比月牙纹钢筋与混凝土的粘结强度略有降低。



附图5 外表有凸纹的钢筋

Ⅰ级光面圆钢筋主要用作中小型钢筋混凝土结构构件中的受力主筋以及钢筋混凝土和预应力混凝土结构中的箍筋和构造钢筋。它的强度在结构构件中能够得到充分利用。

Ⅱ级钢筋因表面轧有肋纹，故与混凝土的粘结强度较Ⅰ级钢筋好，而且钢材强度较高，可以比Ⅰ级钢筋节约钢材，因此主要用作大中型钢筋混凝土结构，特别是承受多次重复荷载、地震作用、其它振动和冲击荷载的结构构件中的受力主筋和预应力结构中参与受力的非预应力钢筋。

Ⅲ级钢筋可以比Ⅱ级钢筋进一步节约钢材，而且同样具有较好的粘结性能，因此用途与Ⅱ级钢筋相同。但因其强度较高，在以承受拉力为主的钢筋混凝土构件中，由于受构件混凝土裂缝宽度的限制，其强度不可能被充分利用，即在这类构件中其强度只能按Ⅱ级钢筋取用。

Ⅳ级钢筋强度很高，在钢筋混凝土结构中其强度得不到充分利用。因此它更多的是用来冷拉后作预应力钢筋使用。

Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ级热轧钢筋都具有良好的焊接性能，可以采用电弧焊或闪光对焊。但Ⅳ级钢筋焊接性能不好，通常只能采用符合将殊工艺要求的预热闪光对焊。

各级热轧钢筋除去在出厂之前应进行质量检验外，在到达工地时，还应按施工验收规范的规定进行现场检验，检验时钢筋应全面满足国家标准中规定的各项要求。

各类钢筋的设计强度见本书第十一章。

附录二　块材、砂浆和砌体的种类及力学性能介绍

一、块材

目前我国常用的块材可以分为以下几类。

（一）实心砖

1. 烧结普通砖

用塑压粘土制坯干燥后烧制而成的实心粘土砖是传统的砌体材料。到目前为止其产量仍居各类块材的首位。它的生产工艺简单，便于手工砌筑，保温隔热及耐久性能良好，强度也能满足一般要求，因此除可用于房屋墙体外，还可用来砌筑地面以下的带形基础、地下室墙以及挡土墙、容池等潮湿环境下的砌体和受较高温度作用的构筑物。缺点是使用的粘土量大，与农业争地的矛盾相当突出。烧结普通砖具有全国统一的规格，即其尺寸为240×115×53（mm），具有这种尺寸的砖通称为“标准砖”。

2. 实心硅酸盐砖

凡是用硅酸盐材料压制成型并经高压釜蒸养而成的实心砖均属此类。常用的有以石英砂、石灰为原材料有灰砂砖，以粉煤灰、石灰及少量石膏为原料的粉煤灰砖，以矿渣、石英砂及石灰为原料的矿渣硅酸盐砖以及以煤矸石为原料的煤矸石砖等。其尺寸与标准砖相同。根据近年来的工程经验，只要这类砖的制作质量正常，其耐久性是有保证的，因此同样可以用来砌筑无粉刷的外墙以及其他与土壤直接接触的或处于潮湿环境下的砌体，但不宜用于处在高温环境下的砌体（如壁炉、烟囱）中。

以上这两类实心砖的强度等级是根据由受压试件（把锯开的两个“半砖”上下叠置，中间用强度较高的砂浆铺缝，上下用强度较高的砂浆抹平）测得的抗压强度来划分的，规范规定的烧结普通砖的标号有MU7.5、MU10、MU15、MU20、MU25和MU30等六级。由于这类砖的厚度较小，在砌体中易受弯、剪而折断，故各种强度等级的实心砖除必须满足抗压强度要求外，还必须满足规定的抗折强度要求。

（二）粘土空心砖

为了节约粘土并进一步改善粘土砖砌体的技术经济指标，近年来在我国部份地区还推广了具有不同孔洞形状和不同孔洞率的承重粘土空心砖。这种砖具有自重较小，保温隔热性能进一步改善，砖的厚度较大，从而抗弯、剪能力较强以及可以节约砂浆的优点。根据我国《承重粘土空心砖》（JC196—75）标准的规定，粘土空心砖可分为以下三种型号：

KM1　　尺寸为　190×190×90（mm）

KP1　　尺寸为　240×115×90（mm）

KP2　　尺寸为　240×180×115（mm）

（三）混凝土砌块

近年来我国的一些地区还根据本地区的材料供应特点分别采用了用普通混凝土生产的空心砌块以及用轻混凝土、硅酸盐材料和无砂大孔混凝土等生产的实心砌块。通常把高度在

350mm 以下的称为小型砌块，而把高度在 360mm～900mm 之间的称为中型砌块。

砌块的强度等级是根据单个砌块的破坏荷载按毛截面折算的抗压强度来确定的。规范把砌块的强度等级分为 MU3.5、MU5、MU7.5、MU10 和 MU15 等五级。

（四）天然石材

天然石材具有强度高、抗冻性强的优点，但传热性较高，故不适于用作寒冷地区的房屋墙体。在有开采和加工石材经验和能力的地区，天然石材砌体是砌筑带形基础、挡土墙等的理想材料，同时也可以用于某些房屋的墙体。

天然石材的强度等级分为 MU10、MU15、MU20、MU30、MU40、MU50、MU60、MU80 和 MU100 等九级，它是根据用边长为 200mm 的立方石材试块测得的抗压强度来确定的。

二、砂浆

砂浆的作用是在砌体中把块材粘成整体并在块材之间起分散压力的作用。用砂浆填满块材之间的缝隙还能减少砌体的透气性，从而提高砌体的隔热性能和抗冻性。

砂浆应具有足够的强度和耐久性，并具备必要的保水性和和易性（即可流动性）。

砂浆按其组成可分为以下三类：

（1）不加塑性掺合料（石灰膏、粘土膏等）的纯水泥砂浆。这种砂浆具有较高的强度和较好的耐久性，但和易性较差，是用在对强度有较高要求的砌体和砌块砌体中的砂浆类型。

（2）掺加塑性掺合料的混合砂浆，如水泥石灰砂浆、水泥粘土砂浆等。这种砂浆具有一定的强度和耐久性，且和易性和保水性较好，所以是一般墙体中常用的砂浆类型。

（3）不含水泥的石灰砂浆、石膏砂浆和粘土砂浆。这类砂浆强度不高，有些耐久性也不够好，故只能用在受力不高的砌体或简易建筑、临时性建筑的砌体中。

砂浆的强度等级是用龄期为 28 天的标准立方试块（70.7mm×70.7mm×70.7mm）所测得的以 kg/cm^2 计的抗压强度来划分的。规范规定的砂浆强度等级有 M15、M10、M7.5、M5、M2.5、M1 和 M0.4 等七级。另外还有一个 0 号砂浆强度，它并不是一个强度等级，而只是在验算新砌筑而尚未硬结的砌体强度时采用的砂浆强度，即认为此时的砂浆强度为零。

三、砌体种类

为了使砌体受力尽可能比较均匀，各类砌体中的块材在砌筑时都必须上下错缝。砌体的种类主要是由所用的块材决定的，故根据块材类别可以把砌体分为以下几类。

（一）砖砌体

当采用标准尺寸的普通砖或空心砖时，可以形成 240mm、370mm、490mm、620mm、740mm、870mm、990mm 等砌体厚度。在个别情况下，当有特殊需要时，也可以通过把一侧的砖侧砌而形成 180mm、300mm、420mm 等砌体厚度。

（二）砌块砌体

砌块砌体可用于定型设计的民用房屋以及工业厂房的墙体。由于砌块重量较大，故必须采用吊装机具，这对于提高建筑工业化的水平和加快施工进度是有利的。在确定砌块的规格尺寸和型号时，既要考虑起重能力，又要与房屋的建筑设计相协调，以便砌块类型不致过多。目前国内使用的实心砌块高度一般在 150mm～400mm 之间。例如某些地区采用的硅酸盐实心砌块有 880mm×380mm×190mm、580mm×380mm×190mm、430mm×380mm×

190mm 和 280mm×380mm×190mm 四种规格。而混凝土空心砌块一般则设计成高度为层高的三分之一左右。在一种定型住宅设计中，所需的砌块规格和类型常在十几种以上。

（三）天然石材砌体

天然石材砌体可分为对石材外形尺寸做较细微加工的料石砌体和对石材外形尺寸不做过多加工的毛石砌体两类。

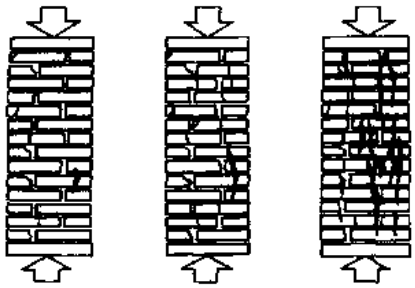
四、砌体的抗压强度

砌体是由单块块材通过砂浆铺缝粘结而成的。它的受压工作性能与单一匀质材料有显著的差别，而且砌体的抗压强度一般都低于单块块材的抗压强度。为了说明这一现象，我们先来观察一下承受轴心压力的标准砖砌体的受力及破坏过程。

（一）砖砌体在轴心压力下的破坏特征

从外观上看轴心受压砌体的受力及破坏过程大体上可分为以下三个阶段：

（1）砌体受压后直到压力达到破坏压力的 50%～70%之前，从外观上都看不出任何损坏现象。当压力达到破坏压力的 50%～70%时，将在某些块砖内出现并不立即贯通砖块的垂直或略偏斜向的短裂缝。如附图 6（a）所示。



附图 6

（2）继续增大压力后，单块砖内的个别短裂缝将继续延长、加宽，在把一皮砖裂通后进一步向上下发展，并逐步贯穿几皮砖，同时产生新的裂缝，如附图 6（b）所示。

（3）当荷载增加到破坏荷载的 0.8～0.9 倍之后，砌体中的裂缝将随荷载的增大而迅速发展，其中的几条主要竖向裂缝将把砌体分割成若干根截面尺寸为半砖左右的小柱体，整个砌体明显向外鼓出。由于各个小柱受力不均匀，故最后将由于某些小柱的失稳或压碎而导致整个砌体的破坏，如附图 6（c）。

在砖砌体的轴心受压长期加荷试验中，当荷载达到短期破坏荷载的 80%～90%时，即使荷载不再增加，裂缝和横向膨胀也将随时间而逐步发展，直至砌体破坏。因此，长期加荷的破坏荷载一般只有短期加荷时的 0.8～0.9 倍。

从上面的破坏现象中可以看出，单砖抗压强度在砌体中得不到充分发挥的主要原因在于砖在砌体中过早开裂。正是这种竖向裂缝在压力较大时把砌体分割成小柱，而一部分小柱的失效（实际相当于一部分砌体截面的失效）就造成了砌体的最终破坏。

（二）影响砌体抗压强度的主要因素

根据对各类砌体所做的试验结果以及上面的分析我们可以看出，砌体的抗压强度主要仍然取决于块材的强度。除此以外，根据上述分析可知，砌体强度还受下列因素影响：

（1）砂浆标号越高，砖在砌体中受砂浆横向变形的不利影响越小，而且砂浆的弹性地基作用也越强，因此，砖中由弯、剪引起的附加拉力较小，故砌体强度相对较高。

（2）块材的高度越大，弯矩和剪力在块材中引起的拉应力就越小。加之水平灰缝数量减少后，砂浆横向变形的不利影响也就相应减弱，从而使砌体抗压强度得到相应提高。随着块材高度加大，长度一般也相应增加，竖缝数量随之减少，这对提高砌体强度也是有利的。

（3）块材的外形较规整，块材内的附加弯矩、剪力影响也就相对较小，从而使砌体强度

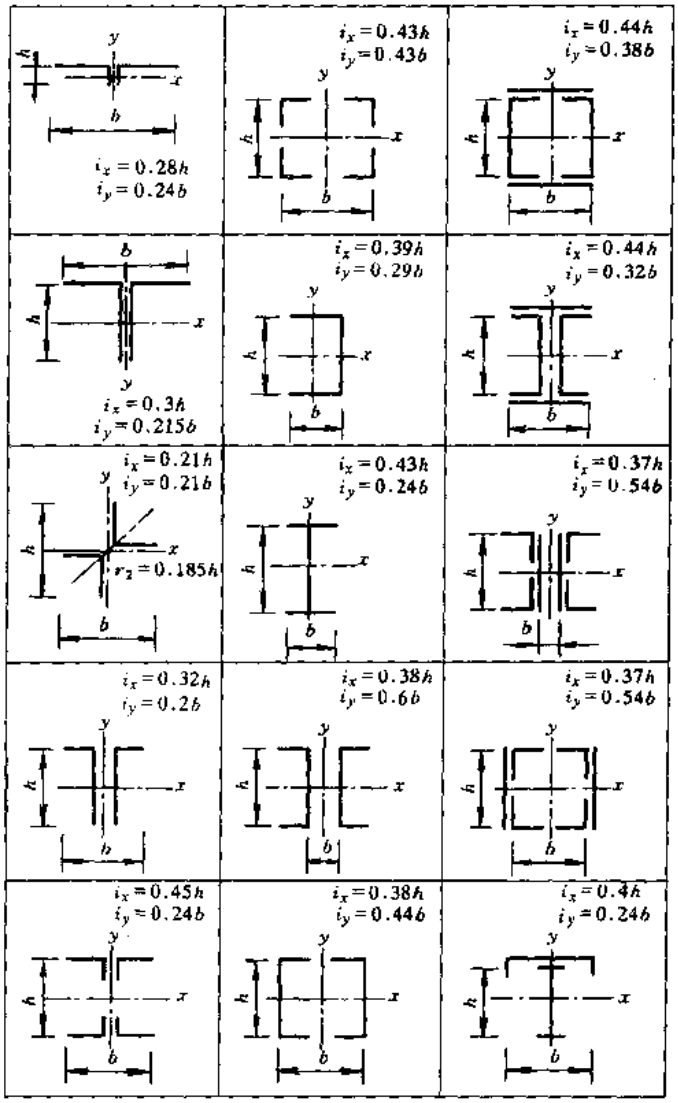
相对较高。

(4) 砂浆的和易性和保水性越好，质量及铺砌厚度越均匀，灰缝饱满度越高，块材在砌体中的受力就越均匀，因此抗压强度也就相对较高。

在上述各项影响因素中除去第 4 点应由施工验收规范进行控制外，其余各项影响因素都应在设计规范给出的各类砌体抗压强度值中给予考虑。

各类砌体的抗压设计强度见本书第十六章。

附录三　组合截面的回转半径（i）近似值



附例三

由两个 L100×80×10 的不等肢角钢短边相连（设短边之间缝隙 10mm），求这个组合断面对 x 轴和 y 轴的回转半径。

解　这个断面符合附录四中左上角的图形，按图中求出它对 x 和 y 轴的回转半径：

$$i_x \doteq 0.28h = 0.28\times 80 = 22.4\text{mm} = 2.24\text{cm}$$

$$i_y \doteq 0.24b = 0.24\times (100+100+10) = 50.4\text{mm} \doteq 5.04\text{cm}$$

将上面这个组合断面的精确值写出如下：

$$i_x = 2.4\text{cm}$$

$$i_y = 4.78\text{cm}$$

附录四　本书采用的计量单位

一、法定计量单位及与公制的近似换算

		法定计量单位		习惯用的公制单位		换算系数	
		名　称	符　号	名　称	符　号	法　定	公　制
长　度		米	m	米	m	1	1
		毫米	mm	毫米	mm	1	1
外力	集中力	牛顿	N	公斤	kg	1	0.1
		千牛顿	kN	吨	t	1	0.1
	均布力	牛顿每米	N/m	公斤每米	kg/m	1	0.1
		千牛顿每米	kN/m	吨每米	t/m	1	0.1
	力偶矩或力矩	牛顿米	N·m	公斤米	kg·m	1	0.1
		千牛顿米	kN·m	吨米	t·m	1	0.1
内力	剪力或轴力	牛顿	N	公斤	kg	1	0.1
		千牛顿	kN	吨	t	1	0.1
	弯　矩	牛顿米	N·m	公斤米	kg·m	1	0.1
		千牛顿米	kN·m	吨米	t·m	1	0.1
单位面积上的外力（即压强）或内力（即应力）		牛顿每平方米	Pa 或 N/m^2	公斤每平方米	kg/m^2	1	0.1
		牛顿每平方毫米	N/mm^2	公斤每平方厘米	kg/cm^2	1	10
		千牛顿每平方米	kPa 或 kN/m^2	吨每平方米	t/m^2	1	0.1
		千牛顿每平方毫米	kN/mm^2	吨每平方厘米	t/cm^2	1	10

二、法定计量单位的词头

符　号	读　作	含　义	举　例
G	吉	10^9 倍	$1GN=10^9N$
M	兆	10^6 倍	$1MN=10^6N$
k	千	10^3 倍	$1kN=10^3N$
c	厘	$\frac{1}{100}$	$1cm=\frac{1}{100}m$
m	毫	$\frac{1}{1\,000}$	$1mm=\frac{1}{1\,000}m$

注：把本表的倍率关系符号加在国际制单位之前，即构成了倍率关系。

参 考 书 目

1 华南工学院《建筑力学》编写组.《建筑力学》上、中册.北京：人民教育出版社，1978

2 杨弗康，李家宝主编.《结构力学》上册.北京：高等教育出版社，1983

3 清华大学建筑工程系.《结构力学》.北京：中国建筑工业出版社，1974

4 H·H·韦斯特著，奚毓等译.《结构分析》.北京：中国建筑工业出版社，1986

5 湖南大学，哈尔滨建筑工程学院，重庆建筑工程学院等校合编.《建筑力学》第一、二、三分册.北京：高等教育出版社，1979

6 林同炎著，王传志译.《结构概念和体系》.北京：中国建筑工业出版社，1985

7 白绍良主编.《钢筋混凝土及砖石结构》上、下册.北京：中央广播电视大学出版社，1986

8 浙江大学土木系等编.《简明建筑结构设计手册》.北京：中国建筑工业出版社，1980

9 [美] 沃尔夫岗·舒勒尔著.同济大学译.《高层房屋结构》.上海：上海科学技术出版社，1981

10 王振东等编.《钢筋混凝土结构构件计算》.北京：中国建筑工业出版社，1990

11 郭继武等编.《房屋地基基础》.北京：中国建筑工业出版社，1982

12 哈尔滨建筑工程学院、华南工学院合编.《建筑结构》.北京：中国建筑工业出版社，1980

13 慎铁刚编.《力学与结构》上、下册.天津：天津大学出版社，1988

14 同济大学编.《房屋结构基本构件》.上海：上海科学技术出版社，1981

15 Cowan，Henig.J Architectural structures 2nd edition，1976

16 Mario Salvadori，Structurul design in architecture，1967

17 慎铁刚编.《建筑力学与结构》.北京：中国建筑工业出版社，1992

后　记

《建筑师结构学》一书写作工作量很大，时间也比较紧，实在是与诸多同志的大力帮助分不开的。在此，我向下面各位朋友谨表谢意：

毛干兵、李坤煌、李雄伟、汤宏、陈敬宁、刘纵、余照、李杰、管有权、王志丹、张芸、赵丽。

慎铁刚

99.6

后　记

《建筑师结构学》一书写作工作量很大，时间也比较紧，实在是与诸多同志的大力帮助分不开的。在此，我向下面各位朋友谨表谢意：

毛干兵、李坤煌、李雄伟、汤宏、陈敬宁、刘纵、余照、李杰、管有权、王志丹、张芸、赵丽。

慎铁刚

99.6

后　记

《建筑师结构学》一书写作工作量很大，时间也比较紧，实在是与诸多同志的大力帮助分不开的。在此，我向下面各位朋友谨表谢意：

毛干兵、李坤煌、李雄伟、汤宏、陈敬宁、刘纵、余照、李杰、管有权、王志丹、张芸、赵丽。

慎铁刚

99.6