

瑞雷波勘探

杨成林 等编著



地质出版社

072514



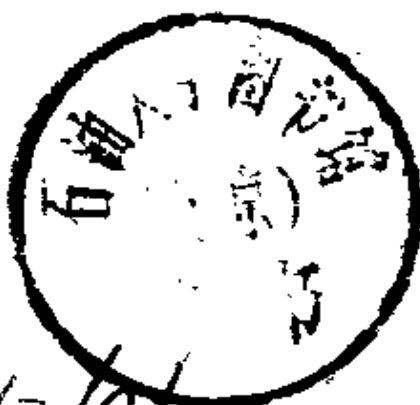
00613682

瑞雷波勘探

杨成林 等编著



200398989



367/01

地质出版社

(京) 新登字 085 号

内 容 简 介

本书介绍了瑞雷波勘探的工作方法技术、资料解释和应用。

全书共分五章，第一章阐述了瑞雷波勘探的理论基础；第二章和第三章分别介绍了勘探基本原理、现场工作方法技术及仪器设备，其中重点介绍了 RL-I 型仪器系统的配置及各部分的技术指标；第四章讨论了瑞雷波勘探资料的定性和定量解释方法；第五章介绍了应用范围并给出了部分勘探实例。

本书可供从事地球物理勘探、岩土原位测试的技术人员阅读，也可供有关院校师生参考。

瑞 雷 波 勘 探

杨成林 等编著

*

责任编辑：曹玉

地质出版社出版发行

(北京和平里)

地矿部河北测绘制印中心印刷

(河北省廊坊市曙光道 30 号)

新华书店总店科技发行所经销

*

开本：850×1168 1/32 印张：6.875 字数：187 千字

1993 年 10 月北京第一版·1993 年 10 月河北第一次印刷

印数：1—2000 册

定价：10.00 元

ISBN 7-116-01520-5/P·1237

前 言

瑞雷波法是一种新兴的岩土原位测试勘探方法,利用其频散特性和传播速度与岩土物理力学性质的相关性可以解决诸多的工程地质问题。河北省地球物理勘查院和河北地质学院物探系在1986年—1992年期间,开展了瑞雷波勘探现场方法技术、资料解释方法和应用范围等方面的试验研究工作,取得了较好的成果,在生产中也取得了显著的社会效益和经济效益。为了推广这一方法技术,推动其进一步发展,我们编写了这本书,书中论述的大部分内容是我们的最新研究和生产成果。同时引用了国内外有关的文献。

本书的第三、四、五章由杨成林同志编写,第一章由宣紫燕、张朝峰同志编写,第二章由张家奇同志编写,绪论和结束语由李从信编写,附录由时福荣同志编写,彭朝辉同志协助进行了电算工作。全书由杨成林同志主编。

该书由中国地质大学蔡柏林教授,地质矿产部王振东、吴海成、翟培英高级工程师审定,在编写过程中得到了参与项目的其他同志的大力支持,孙长纓、周广卿等同志在文稿整理、图件清绘工作中做了大量工作,在此一并表示感谢。由于作者水平有限,书中不当之处敬请读者批评指正。

编 者

1993. 6

目 录

绪论	1
第一章 理论基础	7
§ 1.1 物体的弹性与弹性波	7
一、物质的弹性常数	7
二、弹性波	9
三、弹性模量、弹性波传播速度间的关系	13
§ 1.2 均匀半空间介质中的瑞雷波	13
一、弹性波的波动方程	13
二、半空间介质中的瑞雷波	16
§ 1.3 层状介质中的瑞雷波	30
一、二层介质中的瑞雷波	31
二、多层介质中的瑞雷波	35
§ 1.4 多层介质中瑞雷波频散的计算方法	44
一、Knopoff 快速算法	45
二、高频范围频散函数的计算	55
§ 1.5 频散曲线特征分析	58
一、频散曲线(V_R — f)变化规律	58
二、影响瑞雷波频散曲线变化的因素	63
第二章 基本原理及野外工作方法技术	69
§ 2.1 瑞雷波勘探原理	69
§ 2.2 野外工作方法技术	72
一、稳态激振法	73
二、瞬态激振法	76
第三章 仪器设备配置	79
§ 3.1 一般配置	79
一、用于产生瑞雷波的振源系统	79
二、瑞雷波信号接收分析仪器的配置	82
§ 3.2 RL-I 型瑞雷波勘探仪器系统	83
一、RL-I 激振系统	83
二、瑞雷波信号接收处理仪器	84

§ 3.3 GR-810 全自动地下勘探机	87
第四章 资料整理及解释方法	89
§ 4.1 资料整理	89
§ 4.2 瑞雷波传播速度的计算	89
一、稳态法瑞雷波传播速度的计算方法	91
二、瞬态法瑞雷波传播速度的计算方法	96
§ 4.3 频散曲线的绘制	98
§ 4.4 层厚度的确定方法	99
一、一次导数 $(\partial V_R/\partial \lambda_R)$ 极值点法	99
二、拐点法	103
三、三层情况	105
四、解释实例	106
§ 4.5 层速度的计算方法	108
一、渐近线法	109
二、 $(\partial V_R/\partial \lambda_R H)$ 极值法	110
三、近似计算法 ^{[17]、[23]}	117
§ 4.6 层厚度、层速度综合解释法	119
一、半波长解释法($H=1/2\lambda_R$)产生误差的原因	119
二、合理的综合解释方法	120
§ 4.7 资料解释步骤及应注意的几个问题	123
一、解释步骤	123
二、薄层问题	124
三、正演计算参数的选择	126
第五章 应用	129
§ 5.1 岩土物理力学参数原位测试	129
一、计算岩土动力学参数和地基刚度系数 ^[25]	129
二、横波波速 V_S 与土层的标准贯入击数 $N_{63.5}$ 的关系	131
三、 V_R 与土层容许承载力 $[R]$ 和变形模量 E_S 的关系 ^{[47]、[12]、[14]、[15]} ...	133
四、 V_R 与碎石桩复合地基承载力 R_f 和变形模量 E_S 的相关关系	134
§ 5.2 工程地质勘察	140
一、瑞雷波工程地质勘察的主要内容	141

二、工程地质勘察实例分析	141
§ 5.3 软地基加固处理效果评价	149
一、瑞雷波检验复合地基的内容	150
二、工程实例	150
§ 5.4 V_S 或 V_R 在地基抗震设计中的应用	157
一、划分场地上类型和场地上类别	157
二、饱和砂土液化判别	158
三、研究地基的振动特性 ⁽²²⁾	159
§ 5.5 公路质量无损检测	162
一、确定结构层的厚度及探测裂隙	163
二、水泥路面强度的计算	165
三、高等级公路频散曲线与水泥便道频散曲线的对比	168
§ 5.6 地下空洞和掩埋物探测	168
一、空洞探测实例	169
二、掩埋物探测实例	170
§ 5.7 其它方面的应用	172
结束语	174
附录 瑞雷波频散曲线正、反演程序 ⁽⁶⁾	176
一、正演程序	176
二、反演程序	184
参考文献	211

绪 论

弹性波在到达弹性或速度、密度不同的介质界面上时,会产生反射、折射现象,同时产生界面波。特别将沿自由表面传播的波称做表面波 (Surface Wave)。在表面波中存在有两种不同类型的波,一种是质点在波的传播方向垂直平面内振动,质点的振动轨迹为逆时针方向转动的椭圆,且振幅随深度呈指数函数急剧衰减,传播速度略小于横波;另一种是质点在垂直于波传播方向的水平面内振动。前一种类型的波是最初由英国学者瑞雷 (Rayleigh) 在理论上确定的,称做瑞雷波 (Rayleigh Wave);后一种类型的波由拉夫 (Love) 从数学上给以证明,称为拉夫波 (Love Wave)。

在天然地震中,瑞雷波是危害性最大的一种地震波。在人工地震勘探中,瑞雷波是一种强干扰波。因此,对瑞雷波的早期研究,人们主要是根据瑞雷波的特点,采取诸多方法来减小它的危害或消除它的影响。

从本世纪 50 年代初,人们发现了瑞雷波在层状介质中所具有的频散特性,而广泛地利用天然地震记录的瑞雷波来研究地球内部的结构。但受当时计算技术的影响,由地震记录得到瑞雷波的频散曲线只是采用峰谷法,这是一种目视对比的手工操作方法,精度低且易出错。自 60 年代以来,随着高速数字计算机广泛地应用于地球物理学的各个领域,对瑞雷波频散特性的研究也有了突飞猛进的发展。

到了 70 年代,出现了利用人工激发的高频(数赫兹—数百赫兹)瑞雷波来解决浅层(数十米深度范围)工程地质问题的方法技术。70 年代初,美国 F·K·Chang 和 R·F·Ballard 等人利用瞬态激振产生的瑞雷波来研究浅部地质问题,并于 1973 年在第 42 届国际地球物理勘探年会上以“Rayleigh—Wave Dispersion

Technique for Rapid Subsurface Exploration”为题报道了有关的研究成果。在利用稳态激振法产生瑞雷波方面,日本国 VIC 株式会社经过多年的研究试制,于 80 年代初推出了 GR-810 佐藤式全自动地下勘查机,并在工程地质勘察的诸多领域内应用。在我国,河北省地球物理勘查院率先(1987)应用浅层地震仪配制国产电磁激振器开展了瑞雷波法的试验研究,几年来,在瑞雷波勘探的基础理论和应用等方面取得了可喜的研究成果。

利用瑞雷波进行地质勘探是基于瑞雷波具有如下的特性:

1. 在分层介质中,瑞雷波具有频散特性;
2. 瑞雷波的波长不同,穿透深度也不同;
3. 瑞雷波传播速度与横波传播速度具有相关性。

前两种特性为瑞雷波勘探提供了充分的理论依据,后一种特性为方法的应用开拓了广阔的前景。

利用天然地震中的瑞雷波,可以研究如下几方面的地学问题:

1. 研究地球的内部结构:天然地震能量大,产生的瑞雷波频率低,瑞雷波的传播过程携带有大量的地球内部结构的信息,利用计算机对记录的瑞雷波资料进行 Fourier 变换、相干、相关等处理分析,可得到瑞雷波的频散曲线,而频散曲线的变化规律与地球的内部结构密切相关。

2. 研究地壳及地幔的物质组成:利用定量反演解释,可以得到地球深部不同层位的弹性波传播速度,速度的大小与物质的弹性性质,如密度、剪切模量、泊松比等密切相关,进而可对不同层的物质组成或状态做出分析。

3. 研究大地构造:不同时代和不同岩性的岩石,弹性波传播速度存在着较大的差异,研究不同区域的瑞雷波传播速度差异可以划分大地构造。

4. 地震灾害的研究:瑞雷波是地震中的一种危害最大的弹性波,通过对天然地震中的瑞雷波传播机制、振幅、频率和历时的调查,可以研究分析地震的破坏模式,以便采取相应措施来减轻震害的程度。

利用人工激发的瑞雷波,可以解决如下几方面的浅层地质问题:

1. 工程地质勘察:利用实测的瑞雷波频散曲线,通过定量解释,可以得到各地质层的厚度及弹性波的传播速度,传播速度的大小直接反映了地层的“软”“硬”程度。因此,可以对第四系地层进行划分,确定地基的持力层。地层中存在低速度带反映了地下赋存有软弱夹层,这类地层对建筑物易造成危害。瑞雷波勘探可方便地划分出该软弱层的埋深及范围。

2. 地基加固处理效果评价:软地基的加固处理,就是通过不同的方法,如强夯、挤密置换、化学处理等,使软地基变“硬”。瑞雷波法评价加固效果,是通过实测地基加固前后的波速差异,得到处理后的地基较处理前土体的物理力学性质的改善程度,同时可方便地对处理后场地在水平方向的均匀性做出评价,以及确定加固所影响的深度和范围。

3. 岩土的物理力学参数原位测试:波速的大小与介质的物理力学参数,如密度、剪切模量、压缩模量、泊松比密切相关。因此,通过对实测资料的反演拟合解释,可以得到岩、土层的横波速度、纵波速度、密度等参数,进而计算出其它的参数。

4. 地下空洞及掩埋物探测:地下土洞、溶洞、矿区废弃矿井以及各种地下掩埋物,有时需要准确地探测其在地下的赋存位置。用瑞雷波进行勘查时,当瑞雷波的勘探深度与这些物体的深度相当时,频散曲线就会出现异常跳跃。据此可以确定其埋深及范围。

5. 公路、机场跑道质量无损检测:利用人工激发的数十—数千赫兹的高频瑞雷波,可以分别测出路面、路基的波速,进而计算出路面的抗折、抗压强度及路基的载荷能力,以及各结构层的厚度。该方法用于机场跑道和高等级公路的另一项意义是可实现质量随年代变化的连续监控。

6. 饱和砂土层的液化判别:当较松散的饱和砂土层受到振动时就会被振实,体积减小。如果不排水,孔隙水压力就会增高。在连续振动条件下,砂土层内的孔隙水压力增高到了某个时候,孔隙

水压力就会等于上覆土压力,在这种情况下,砂土层就不再具有抗剪强度,而处于液化状态。可见,饱和砂土层在振动作用下液化与否,与砂土层的密实度有关,越松散越易发生液化;反之,则不易液化。反映在波速上,波速越低越易液化;反之,不易液化。根据一定场地内的饱和砂土层的埋深,地下水位的深浅等地质条件,可以计算出该饱和砂土层的液化临界波速值。实测波速大于该临界值,则为非液化层,小于该临界值则为液化层。

7. 其它方面的应用:瑞雷波勘探用于工程地质,解决的问题是多方面的,除以上六个方面的应用外,还可有效地用于基岩的完整性评价,场地土类型、类别划分,滑坡调查,堤坝危险性预测,桩基入土深度探测等等。

瑞雷波法与其它地震波法相比有如下几方面的特点:

1. 浅层分辨率高:同一介质中瑞雷波较其它类型的弹性波传播速度小,且只在表层某一深度内传播。在稳态激振条件下,频率范围和频率的变化间隔均可根据勘察目的为人确定,需要时,波长变化可以控制在毫米级范围,即以深度变化数毫米的间隔由浅向深勘测。所以该方法可以确定路面厚度及探测到地面上厘米级宽度的裂隙。这样的精度,其它弹性波法是无法与之比拟的。

2. 不受各地层速度关系的影响:折射波法要求下伏层速度大于上覆层速度。反之,则为勘探中的盲层;反射波法要求各层具有波阻抗差异。以上这两种方法要求各层的波速或波阻抗具有较大的差异。瑞雷波法只要求具有波速差异,即使差异只有 10% 也可以精确进行分辨。

3. 工作条件:瑞雷波法与其它浅层地震方法工作条件的比较见下表。

瑞雷波用于地质勘探,不仅可以解决诸多的地质问题,在经济效益、社会效益方面也具有较好优势,分析如下:

1. 为工程项目争取时间:基本建设项目用于工程勘察、基础检测时间,即使很小的场地也需要十几天的时间,有的大型项目可达数月。瑞雷波法用于该方面具有省时省力等优点。如进行原位

波速测试,按三个测试点,测试深度 30m,跨孔波速测量从钻孔到
各方法工作条件对比表

工作条件	瑞雷波法	折射波法	反射波法	跨孔法
波的种类	瑞雷波	P 波	P 波,S 波	P 波,S 波
勘探方式	变化频率,由浅到深,确定各层波速	接收界面折射波,直接确定深度及波速	接收反射面波,确定界面深度及波速	在钻孔中逐点测试,分层波速
震源式	垂直激振器	落重法或爆炸	P 波同左,S 波扣板法	孔中剪切锤
勘探深度	0—50m	0—数百米	0—数百米	由孔深确定
资料处理	现场可给出测试结果	室内处理	室内处理	现场可给出测试结果
场地要求	5×5m ² 范围即可,大于测试范围 1—2m	与深度有关,一般大于测试深度 3—5 倍	与深度有关,大于深度 2 倍	由钻孔位置确定
工作效率 (按一个排列计算)	与深度无关 约 30min	与深度无关 约需 60min	与深度无关 约需 60min	与孔深及测试深度间隔有关
台班人数	4 人	6—8 人	6—8 人	4 人

完成波速测量,需要 10d 时间,而瑞雷波从测试到提交成果,只需 1d 的时间。地基加固处理后,为确定地基承载力利用静荷载试验,试验三个点,需要 15—20d 时间;用瑞雷波法评价,即使做 10 个点,也只需要 1—2d 的时间。在大面积工程地质勘探方面,瑞雷波更能显示快速的优势,在较短的时间就能提交出面积性的地质资料,可为工程建设项目争取到大量的时间。

2. 为建设单位节省资金:瑞雷波勘探较常规方法勘探费用

低,如进行 30m 深度的波速测试,跨孔法的综合费用需要 8000 元左右,瑞雷波完成 30m 深度的测试,费用为 800 元左右。大面积的载荷试验,如 $3 \times 3\text{m}^2$ 的面积,需费用 3 万元左右,瑞雷波只需 3000 元左右。

3. 推动对瑞雷波研究的发展:工程地质勘察涉及到国民经济建设的各个部门。瑞雷波的广泛应用,必将引起更多有关学科科技人员的兴趣,使得更多的人参与对瑞雷波的研究,使这种方法在现场测试技术和资料的解释、正反演计算等方面更快地完善。这些方法的日益成熟,也可以用于深部地质构造的研究,进而推动瑞雷波解决深部地质问题方法技术的发展。

第一章 理论基础

瑞雷波勘探主要利用了瑞雷波的两特性,一是瑞雷波在分层介质中传播时的频散特性;二是瑞雷波传播速度与介质的物理力学性质的密切相关性。但在讨论瑞雷波的这些特性时必须涉及到其它类型的弹性波,同时瑞雷波勘探的对象是弹性介质。因此,本章主要讨论如下几方面的内容:

1. 弹性介质与弹性波的类型及特点。
2. 均匀及分层介质中的瑞雷波及瑞雷波与其它类型波的内在关系。
3. 分层介质中瑞雷波频散曲线的计算方法。
4. 频散曲线的变化规律及影响其变化的因素。

§ 1.1 物体的弹性与弹性波

弹性波在物体内传播,其动力学和运动学特性取决于它所通过的物质的弹性性质和密度,外力作用于一物体的表面,使物体的体积和形状发生变化。由于这种变化,在物体内部就产生一个与外力相反的内应力,这种内应力(应变)阻止外应力的作用。物体的弹性,就是物体阻止形变和回复它原来具有的形状和体积的能力。这种能力的大小,即弹性性质通常用物质的弹性常数来表述。

一、物质的弹性常数

作用于物体单位面积的力定义为应力 S ,压应力使物体缩小,张应力使物体伸长。纵应变定义为缩小或伸长量 ΔL 与原长度 L 的比值,即 $\Delta L/L$ 。在垂直于力的方向上,物体也发生膨胀或收缩,这种现象称为横应变。横应变定义为垂直于应力方向上物体的膨

胀或收缩量 Δd 与物体原尺寸 d 的比值, 即 $\Delta d/d$ 。应力、应变如图 1·1 所示。

在物体的弹性极限范围内, 根据 Hooke's 定律, 应变与应力成正比。

即:
$$\Delta L/L = \frac{F/A}{E} \quad E = \frac{F/A}{\Delta L/L} \quad (1 \cdot 1)$$

E 等于单位面积的应力除以相对变化, 常数 E 定义为杨氏模量。

横应变与纵应变的比值定义为物质的泊松比 σ 。

$$\sigma = - \frac{\Delta d/d}{\Delta L/L} \quad (1 \cdot 2)$$

σ 是表征物体“软”“硬”程度的无量纲值。理论研究表明, 所有的物质 σ 均在 0—0.5 之间变化, 数值越大, 物质越松软; 反之, 越坚硬。流体 σ 为 0.5, 未固结的第四系地层 σ 为 0.35—0.48, 大多数岩石 σ 值为

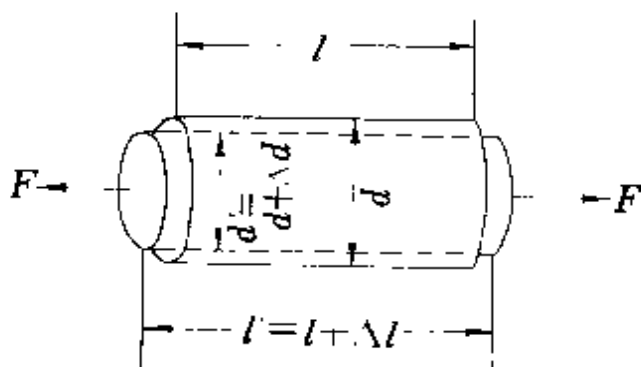


图 1·1 柱体的应力与应变

0.25 左右, 极坚硬的刚性岩石 σ 值可小到 0.05。

图 1·2(a) 是物体周围均匀受力时的应力与应变的情况。一个均匀的压应力作用于物体上, 引起物体体积减小, 应力除以体积的相对变化定义为物体的体积模量 K 。

即:
$$K = \frac{P/A}{\Delta V/V} \quad (1 \cdot 3)$$

式中, V 是物体的原体积, ΔV 为体积变化量, A 为表面积。

图 1·2(b) 中, 作用力 F 平行于物体的底面和顶面。这种作用

力称为剪切应力。由于剪切应力的作用,使原来呈直角的物体变化为 $90^\circ - \varphi$, 变化角 φ 叫做剪切应变, 如 φ 角很小, 剪切应变与应力成正比, 关系为:

$$\mu = \frac{F/A}{\varphi} \quad (1 \cdot 4)$$

比值 μ 定义为物体的剪切模量或称刚度模量。

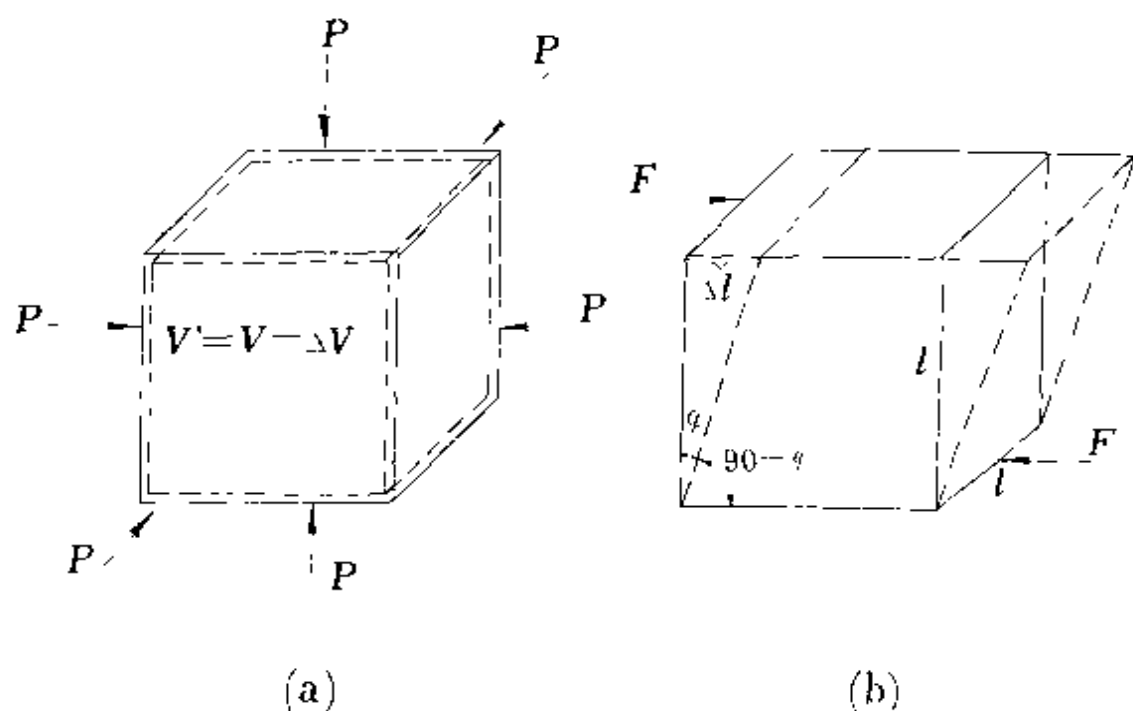


图 1·2 立方体单元的应力与应变

拉梅常数对各向同性介质的弹性性质的表述是方便的, 拉梅常数用 λ 表示:

$$\lambda = \frac{\sigma E}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)} \quad (1 \cdot 5)$$

二、弹性波

在半空间介质中, 当在地面上做竖向激振时, 地下介质中一般产生三种波的传播, 即纵波, 又叫 P 波; 横波, 又称 S 波和瑞雷波。在这一节中, 简要描述这三种波的特点和相互关系。面波中仅讨论瑞雷波。关于瑞雷波的波动方程, 传播过程及其特性, 在下一节中再详细讨论。

在作用于均匀介质中的应力消失后,应变和应力失去平衡,应

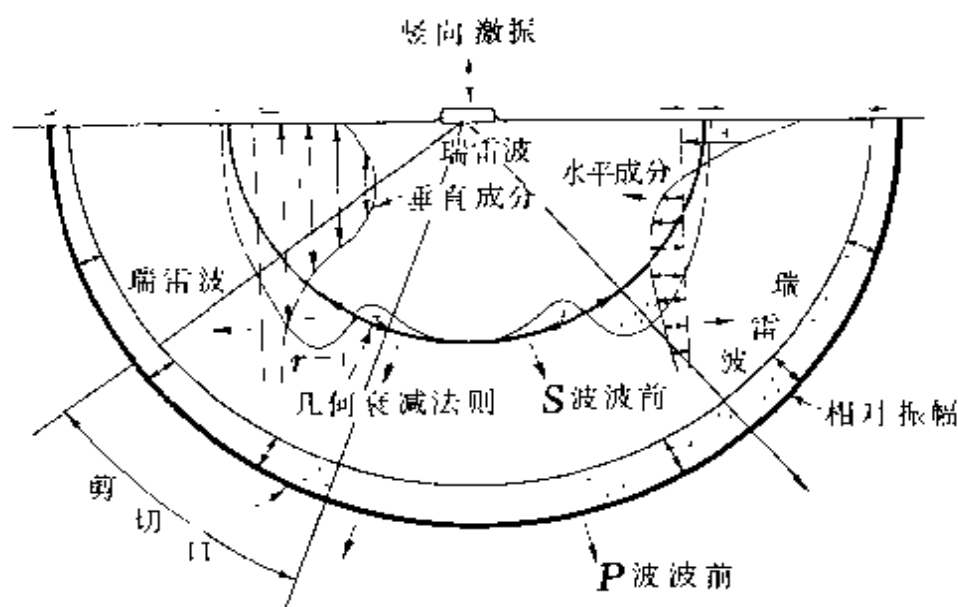


图 1·3 波的类型及波前面

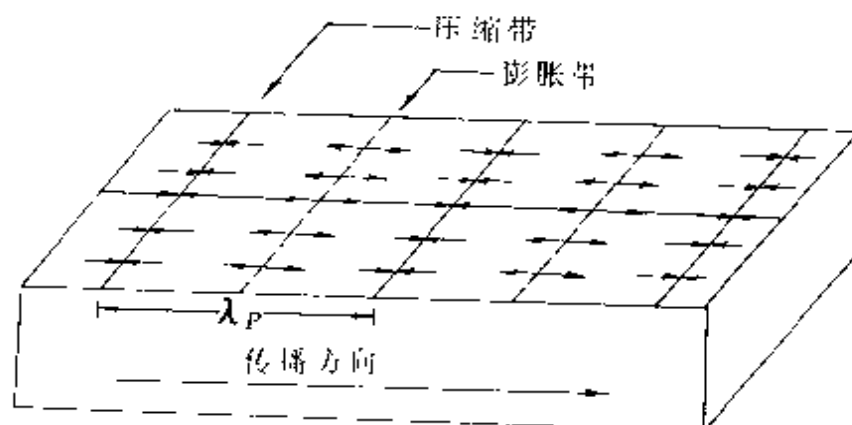


图 1·4 纵波的传播情况

变就在介质中以弹性波的形式由介质中的质点依次向周围传播,质点越致密,介质越坚硬,弹性波传播速度就越快。以 V_P 、 V_S 、 V_R 分别表示纵波、横波和瑞雷波的传播速度,则 V_P 、 V_S 、 V_R 与介质的弹性性质有如下关系:

$$V_P = \sqrt{\frac{(2\mu + \lambda)}{\rho}} = \sqrt{\frac{E(1 - \sigma)}{\rho(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)}} \quad (1 \cdot 6)$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\sigma)}} \quad (1 \cdot 7)$$

$$V_R = \frac{0.87 + 1.12\sigma}{1 + \sigma} V_s \quad (1 \cdot 8)$$

根据弹性常数的定义,可以看出,在同一介质中, $V_P > V_S > V_R$ 。当介质为泊松材料,即 $\sigma = 0.25$ 时, $V_P/V_S = 1.73$, $V_R/V_S = 0.92$ 。

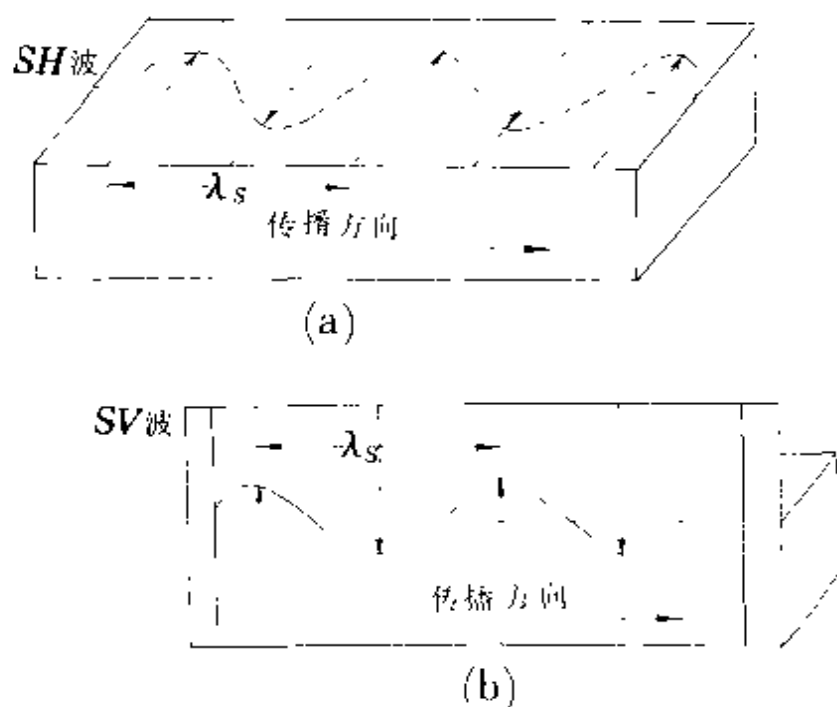


图 1·5 横波的传播情况

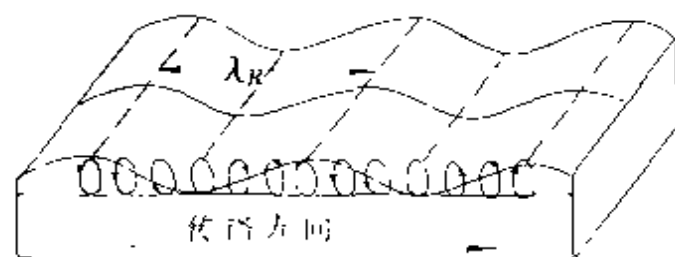


图 1·6 瑞雷波的传播情况

图 1·3 是在地面上竖向激振时,地下半空间中三种波的波前

表 1·1 各向同性均匀介质弹性力学参数、波速相互关系表

独立 关系式 计算量	λ, μ, ρ	E, μ, ρ	μ, K, ρ	V_P, σ, ρ	V_S, σ, ρ	V_P, V_S, ρ
E	$\frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu}$	$2\mu(1-\sigma)$	$\frac{9K\mu}{3K-\mu}$	$\frac{V_P^2\rho(1-\sigma)(1-2\sigma)}{1-\sigma}$	$2V_S^2\rho(1+\sigma)$	$\frac{V_P^2\rho(3V_P^2-4V_S^2)}{V_P^2-V_S^2}$
σ	$\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}$	$\frac{E}{2\mu}-1$	$\frac{3K-2\mu}{6K+2\mu}$			$\frac{V_P^2-2V_S^2}{2(V_P^2-V_S^2)}$
K	$\lambda-\frac{2}{3}\mu$	$\frac{E\mu}{2(3\mu-E)}$		$\frac{V_P^2\rho(1+\sigma)}{3(1-\sigma)}$	$\frac{V_S^2\rho 2(1+\sigma)}{3(1-2\sigma)}$	$\rho(1-\frac{4}{3}\frac{V_S^2}{V_P^2})$
μ				$\frac{V_P^2\rho(1-2\sigma)}{2(1-\sigma)}$	ρV_S^2	
λ		$\frac{\mu(E-2\mu)}{3\mu-E}$	$K-\frac{2}{3}\mu$	$V_P^2\rho\frac{\sigma}{1-\sigma}$	$V_S^2\rho\frac{2\sigma}{1-2\sigma}$	$\rho(V_P^2-2V_S^2)$
V_P	$\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$	$\sqrt{\frac{\mu(1\mu-E)}{\rho(3\mu-E)}}$	$\sqrt{\frac{3K-\mu}{3\rho}}$		$V_S\sqrt{\frac{2(1-\sigma)}{1-2\sigma}}$	
V_S	$\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$	$\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$	$\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$	$V_P\sqrt{\frac{1-2\sigma}{2(1-\sigma)}}$		

E 杨氏模量; σ —泊松比; K 体变系数; μ —切变模量; λ —拉梅系数; V_P —纵波传播速度; V_S —横波传播速度; ρ —密度

面示意图。图 1·4、图 1·5 和图 1·6 是三种波在地面上传播的质点振动图及波的传播示意图。从图中可以看出, P 波以拉伸或挤压形变在介质中传播, 质点的振动与波的传播方向一致。横波以介质的形状变形在介质中传播, 质点的振动方向与传播方向垂直。图 1·5(a) 和图 1·5(b) 分别是水平振动 SH 波和垂直振动 SV 波的质点振动和传播图示。对于半无限均匀介质瑞雷波只沿地面表层传播, 质点的振动轨迹为反时针运动的椭圆。

三、弹性模量、弹性波传播速度间的关系

在描述物体的弹性时, 定义了五个弹性常数来表征物体的弹性性质。在各向同性介质中, 这五个常数只有两个是独立的, 即知道了其中两个, 其它三个均可由已知的两个计算出来。在讨论弹性波时, 又引入了纵波速度 V_P , 横波速度 V_S 以及密度 ρ 。用 V_P 、 V_S 和 ρ 来表征物体的弹性性质与用弹性常数是等价的, 即已知 V_P 、 V_S 和 ρ 可以计算出五个弹性常数中的任一个。它们之间关系如表 1·1 所列。

§ 1.2 均匀半空间介质中的瑞雷波

均匀半空间介质虽然是一种理想化的模型, 但通过对理想化模型中瑞雷波的研究可以解决如下两个问题: 一是说明瑞雷波在介质的自由表层, 只要存在波动就会有瑞雷波的存在, 并对瑞雷波的传播机制和特性有一详细的了解; 二是说明在均匀介质中, 瑞雷波的传播速度与频率无关, 即没有频散性。这种均匀介质的无频散性是瑞雷波勘探的物理前提条件之一, 因为地质勘探的目的就是探明地下不均匀地质体的赋存状态。所以, 具备了这一前提才使得利用瑞雷波进行勘探的理论依据更充分。

一、弹性波的波动方程

在均匀、各向同性、理想的固体弹性介质中, 弹性波的波动方

程为:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad} \theta + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{F} \quad (1 \cdot 9)$$

式中, \mathbf{u} ——在 \mathbf{F} 作用下质点的位移向量;

\mathbf{F} ——力向量;

θ ——体变系数, $\theta = \text{div} \mathbf{u}$;

∇^2 ——拉普拉斯算子, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 。

如果位移向量 \mathbf{u} 在 x, y, z 三个坐标轴的分量为 u_x, u_y, u_z ; 力向量 \mathbf{F} 在三个坐标轴的分量为 F_x, F_y, F_z , 则(1·9)式用分量表示为:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u_x + \rho F_x \\ \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial y} + \mu \nabla^2 u_y + \rho F_y \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial z} + \mu \nabla^2 u_z + \rho F_z \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 10)$$

对(1·9)式两边分别取散度(div), 由于:

$$\text{div} \cdot \text{grad} \theta = \nabla^2 \theta$$

因此(1·9)式变为:

$$\rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \theta + \rho \text{div} \mathbf{F}$$

整理后得:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \nabla^2 \theta = \text{div} \mathbf{F} \quad (1 \cdot 11)$$

同样对(1·9)式两边取旋度(rot), 考虑到 $\text{rot grad} \theta = 0$, 则(1·9)式变为:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \text{rot} \mathbf{u} = \mu \nabla^2 \text{rot} \mathbf{u} + \rho \text{rot} \mathbf{F}$$

令 $\boldsymbol{\omega} = \text{rot} \mathbf{u}$, 上式可写为:

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} - \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \omega = \text{rot} F \quad (1 \cdot 12)$$

式(1·11)和式(1·12)右边分别为 $\text{div} F$ 、 $\text{rot} F$ ，它们分别表示二种不同性质的力， $\text{div} F$ 表示一种膨胀力， $\text{rot} F$ 表示一种旋转力。式(1·9)描述的是一个只有胀缩的扰动，而式(1·12)描述的是变形扰动。

位移向量 u 和力向量 F ，从场论的观点分析均可用一合适的位移位和力位来表示，也即任何一个向量场可以用一个标量位的梯度场和一个向量位的旋度场之和来表示，于是 u 和 F 可以写成：

$$\left. \begin{aligned} u &= \text{grad} \varphi + \text{rot} \Psi \\ F &= \text{grad} \Phi + \text{rot} \psi \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 13)$$

式中： φ 和 Ψ 分别为位移场 u 的标量位和向量位； Φ 和 ψ 分别为力场 F 的标量位和向量位。把(1·13)式分别代入(1·11)式和(1·12)式，就可以得到用位函数形式表示的波动方程，由(1·11)式得：

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \nabla^2 \varphi = \Phi \quad (1 \cdot 14)$$

由(1·12)式得：

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \psi = \psi \quad (1 \cdot 15)$$

令
$$V_P^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}, \quad V_S^2 = \frac{\mu}{\rho}$$

式(1·14)和(1·15)可以写成：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - V_P^2 \nabla^2 \varphi &= \Phi \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - V_S^2 \nabla^2 \psi &= \psi \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 16)$$

上式是在外力 F 作用下，用位函数表示的弹性波波动方程式，解上述这一非齐次方程在数学上是比较困难的。在我们讨论的问题中，不考虑外力的作用，只考虑介质特性对波的影响，即令力

位函数 $\Phi=0, \Psi=0$, 这样(1·16)式变为:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - V_P^2 \nabla^2 \varphi = 0 \quad (1 \cdot 17)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - V_S^2 \nabla^2 \psi = 0 \quad (1 \cdot 18)$$

这里的(1·17)和(1·18)式实际上分别代表着纵波和横波波动方程, 式中的 V_P, V_S 分别为介质的纵波和横波传播速度。在本书中, 引用(1·17)式和(1·18)式是为了求解瑞雷波波动方程。

二、半空间介质中的瑞雷波

(一)瑞雷波的形成

瑞雷波存在的物理模型是一个半无限弹性空间, 空间内充满着弹性常数为 λ, μ 和密度为 ρ 的介质, 其上面为空气, 空气的密度相对于介质的密度来说非常小, 可视为零值, 因此该界面为一自由界面, 令坐标 $x-y$ 平面与自由面重合, z 轴垂直于自由面向下, 如图1·7所示。为简便起见, 现讨论平面波的情况, 波沿 x 轴方向传播, 与 y 轴无关, 即 $x-z$ 平面二维问题。

由式(1·17)、(1·18)和(1·13), 波动方程及质点的水平位移 u_x 和垂直位移 u_z 可写成如下形式:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{V_P^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (1 \cdot 19)$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{V_S^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (1 \cdot 20)$$

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (1 \cdot 21)$$

$$u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1 \cdot 22)$$

式中: V_P 、 V_S 分别为介质内纵波、横波传播速度, (1·19)、(1·20) 式解的形式可以写为:

$$\varphi(x, z, t) = \Phi(z)e^{[ik(x-Vt)]} \quad (1 \cdot 23)$$

$$\psi(x, z, t) = \Psi(z)e^{[ik(x-Vt)]} \quad (1 \cdot 24)$$

把(1·23)、(1·24)式分别代入(1·19)、(1·20)式可得:

$$\Phi''(z) + k^2 P_1^2 \Phi(z) = 0 \quad (1 \cdot 25)$$

$$\Psi''(z) + k^2 P_2^2 \Psi(z) = 0 \quad (1 \cdot 26)$$

式中: $P_1 = [(V/V_P)^2 - 1]^{1/2}$, $P_2 = [(V/V_S)^2 - 1]^{1/2}$ (因为 $V_P > V_S$, 所以 $P_2 > P_1$)。方程(1·25)、(1·26)两式的解可按照 P_1 、 P_2 的不同情况, 即根据 V 、 V_S 、 V_P 三者大小的关系分成五种情况来讨论:

- ① 当 P_1 为实数, 于是 P_2 也为实数, 即 $V > V_P > V_S$;
- ② $P_1 = 0$, 即 $V = V_P$;
- ③ $P_2 = 0$, 即 $V = V_S$;
- ④ P_1 为虚数, P_2 为实数, 即 $V_S < V < V_P$;
- ⑤ P_1 为虚数, P_2 也为虚数, 即 $V < V_S$ 。

条件①—④所描述的情况, 有的是物理上实现不了的, 有的代表着体波的入射、反射情况, 均与我们要讨论的问题无直接关系, 因此不予讨论。

下面详细研究情况⑤所代表的波

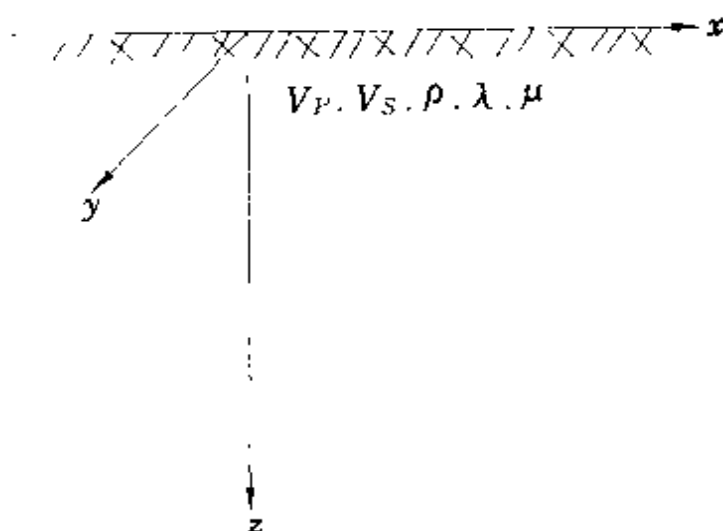


图 1·7 半空间均匀介质

动问题。在该条件下,方程(1·25)、(1·26)两式的解分别为:

$$\Phi(z) = A_1 e^{k\nu_1 z} + A_2 e^{-k\nu_1 z}$$

$$\Psi(z) = B_1 e^{k\nu_2 z} + B_2 e^{-k\nu_2 z}$$

$$\text{式中: } \nu_1 = [1 - (V/V_F)^2]^{1/2} \quad (\nu_1 = -iP_1)$$

$$\nu_2 = [1 - (V/V_S)^2]^{1/2} \quad (\nu_2 = -iP_2)$$

A_1, B_1, A_2, B_2 为任意常数。

根据波动的物理概念,显然当 $z \rightarrow \infty$ 时,振幅应为有限值,因此令 $A_1 = B_1 = 0$,将 A_2, B_2 换为 A, B ,则方程(1·25)、(1·26)分别为:

$$\varphi(x, z, t) = A e^{-k\nu_1 z} \cdot e^{ik(x-Vt)} \quad (1 \cdot 27)$$

$$\psi(x, z, t) = B e^{-k\nu_2 z} \cdot e^{ik(x-Vt)} \quad (1 \cdot 28)$$

式中 V 是一个待定的恒量,显然(1·27)、(1·28)两式代表一个以速度 V 沿 x 轴方向传播的简谐波列。波的振幅在自由界面($z=0$)上为最大,并随着离开自由表面的距离的增大而呈指数形式衰减,这种形式的波动传播,其能量实际上只限制在一个表面薄层内,称为面波,又因这种面波由英国人瑞雷于 1887 年首先在理论上给予确定,因此又称为瑞雷波。

从以上的讨论可以看出,瑞雷波的存在决定于(1·27)、(1·28)两式中待定速度 V 值是否能够实现,下面证明瑞雷波的存在(即物理上可实现 $V < V_S$)。

为了求得 V 值,利用自由边界上应力为零这个条件,设 T_{xx} 和 T_{xz} 分别为界面上的正应力和切向应力,则有:

$$T_{xx}|_{z=0} = 0, \quad T_{xz}|_{z=0} = 0$$

$$\text{即: } T_{xx} = \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (1 \cdot 29)$$

$$T_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} = 0 \quad (1 \cdot 30)$$

把(1·21)、(1·22)分别代入(1·29)、(1·30)两式得:

$$T_{zz} = \lambda \nabla^2 \varphi + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial x} \right) \Big|_{z=0} = 0 \quad (1 \cdot 31)$$

$$T_{rz} = \mu \left(2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \Big|_{z=0} = 0 \quad (1 \cdot 32)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial x} &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial x} \\ \frac{\partial u_z}{\partial z} &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \\ \frac{\partial u_z}{\partial x} &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} &= 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 33)$$

由(1·27)、(1·28)式得：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} &= (jk)^2 \varphi \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} &= (-kv_1)^2 \varphi \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} &= (jk)^2 \psi \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} &= (-kv_2)^2 \psi \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} &= -jk^2 v_1 \varphi \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} &= -jk^2 v_2 \psi \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 34)$$

把(1·33)、(1·34)两式中的相应公式代入(1·31)、(1·32)式,考虑到 $\lambda = \rho(V_P^2 - V_S^2)$, 整理化简得:

$$\begin{cases} (1 + v_2^2)A - 2iv_2B = 0 \\ 2iv_1A + (1 + v_2^2)B = 0 \end{cases} \quad (1 \cdot 35)$$

要使方程组(1·35)成立,因 A 、 B 不等于零,只有:

$$\begin{vmatrix} 1 + v_2^2 & -2iv_2 \\ 2iv_1 & 1 + v_2^2 \end{vmatrix} = 0$$

因此可得:

$$[2 - (V/V_S)^2]^2 - 4[1 - (V/V_P)^2]^{1/2}[1 - (V/V_S)^2]^{1/2} = 0 \quad (1 \cdot 36)$$

上式一般称为瑞雷波方程,该方程还可进一步写成:

$$\begin{aligned} \left(\frac{V}{V_S}\right)^8 - 8\left(\frac{V}{V_S}\right)^4 + [24 - 16\left(\frac{V_S}{V_P}\right)^2]\left(\frac{V}{V_S}\right)^2 \\ - 16[1 - \left(\frac{V_S}{V_P}\right)^2] = 0 \end{aligned} \quad (1 \cdot 37)$$

已知: $\left(\frac{V_S}{V_P}\right)^2 = \frac{1-2\sigma}{2(1-\sigma)}$, σ 为泊松比,且令 $r = \left(\frac{V}{V_S}\right)^2$, 则(1·37)式为:

$$r^3 - 8r^2 + 8\frac{2-\sigma}{1-\sigma}r - \frac{8}{1-\sigma} = 0 \quad (1 \cdot 38)$$

分析(1·38)式可知,当 $V=0$ 时,该式为 $-16 + \left(\frac{V_S}{V_P}\right)^2 < 0$, 当 $V=V_S$ 时,方程左边等于 1。所以当 V 位于 0 和 V_S 之间,即 $0 < V < V_S$ 时,至少有一个实数解。因此可以说,只要在自由界面上进行竖向激振,则在自由界面上总是要产生面波传播的,称这种面波为瑞雷波,速度 V 称为瑞雷波传播的相速度,一般记为 V_R (后面的叙述均把 V 改写为 V_R)。

(二)瑞雷波的传播及其特点

1. 瑞雷波的传播及质点振动

把(1·29)、(1·30)两式分别代入(1·21)、(1·22)两式,得:

$$\left. \begin{aligned} u_z &= (-Akv_1 e^{-kv_1 z} + Bke^{-kv_2 z})e^{ik(x-V_R t)} \\ u_x &= (Aike^{-kv_1 z} + Bkv_2 e^{-kv_2 z})e^{ik(x-V_R t)} \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 39)$$

由(1·23)式可知, $B = -\frac{2iv_1}{1+v_2^2}A$, 代入(1·39)式并取实部得:

$$\left\{ \begin{aligned} u_z &= D\left(\frac{2v_1}{1+v_2^2}e^{-kv_2 z} - v_1 e^{-kv_1 z}\right) \cos k(x-V_R t) \\ u_x &= D\left(e^{-kv_1 z} - \frac{2v_1 v_2}{1+v_2^2}e^{-kv_2 z}\right) \sin k(x-V_R t) \end{aligned} \right. \quad (1 \cdot 40)$$

式中 $D=Ak$ 为任意常数。

为了便于说明问题, 将(1·27)式代入(1·19)式得:

$$(ikV_R)^2 = V_P^2 [(-kv_1)^2 + (ik)^2]$$

整理可得:

$$(kv_1)^2 = k^2 - \frac{k^2 V_R^2}{V_P^2} = \left(\frac{2\pi}{\lambda_R}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{V_R}{V_P}\right)^2\right]$$

设 $k_1^2 = 4\pi^2 \left[1 - \left(\frac{m}{n}\right)^2\right]$, $m = \frac{V_R}{V_S}$, $n = \frac{V_P}{V_S}$

则: $(kv_1)^2 = k_1^2 / \lambda_R^2 \quad (1 \cdot 41)$

同理把(1·28)式代入(1·20)式并整理可得:

$$\left\{ \begin{aligned} (kv_2)^2 &= \epsilon_1^2 / \lambda_R^2 \\ v_2 &= \left[1 - \left(\frac{V_R}{V_S}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \\ \epsilon_1^2 &= 4\pi^2 (1 - m^2) \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 42)$$

设 $C = \frac{v_1}{1+v_2^2} = \sqrt{\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}} \left(\frac{2}{m} - m\right) \quad (1 \cdot 43)$

$$v_1 = \sqrt{1 - (V_R/V_P)^2} = \sqrt{1 - (m/n)^2} = k_1/2\pi \quad (1 \cdot 44)$$

把(1·41)、(1·42)、(1·43)和(1·44)代入(1·40)得:

$$\begin{cases} u_x = D(e^{\frac{-k_1}{\lambda_R}z} - \frac{\epsilon_1 C}{\pi} e^{\frac{-\epsilon_1}{\lambda_R}z}) \sin k(x - V_R t) \\ u_z = D(2C e^{\frac{-\epsilon_1}{\lambda_R}z} - \frac{k_1}{2\pi} e^{\frac{-k_1}{\lambda_R}z}) \cos k(x - V_R t) \end{cases} \quad (1 \cdot 45)$$

利用(1·45)式,当已知介质的泊松比 σ 时,就可以计算出瑞雷波垂直振幅和水平振幅,如当泊松比为0.25时,得:

$$k_1 \approx 5.33 \quad \epsilon_1 = 2.48 \quad C = 0.73$$

$$\text{则:} \begin{cases} u_x = D(e^{\frac{-5.33z}{\lambda_R}} - 0.88e^{\frac{-2.48z}{\lambda_R}}) \sin k(x - V_R t) \\ u_z = D(-0.85e^{\frac{-5.33z}{\lambda_R}} + 1.47e^{\frac{-2.48z}{\lambda_R}}) \cos k(x - V_R t) \end{cases}$$

给定不同的泊松比,就可得到相应的位移方程。进而就可以计算出以 z/λ_R 为单位深度、振幅分量随深度的变化情况来。

图1·8是泊松比从0.1变化到0.5时,计算的振幅随深度的变化曲线,从图中可以看出对于不同的介质,瑞雷波水平和垂直振幅的主要能量均大部分集中在 $z/\lambda_R < 1$ 的深度内,即认为瑞雷波的穿透深度约为一个波长。

另外设方程(1·45)式右边中间因子分别为 D_1 和 D_2 ,则把方程两边平方相加可得:

$$\left(\frac{u_x}{DD_1}\right)^2 + \left(\frac{u_z}{DD_2}\right)^2 = 1 \quad (1 \cdot 46)$$

显然方程(1·46)为一椭圆方程,从图1·8还可看出, u_x 在 $\lambda_R/z = 0.1-0.2$ 间变化符号,且 u_x 是正弦函数, u_z 是余弦函数,因此当 u_x 、 u_z 同号时,如 $z=0$,两者合成之后形成的质点振动轨迹为一逆时针方向转动的椭圆。当 u_x 、 u_z 不同号时,质点振动轨迹为顺时针转动的椭圆。质点振动轨迹和相对振幅随单位波长深度变化如

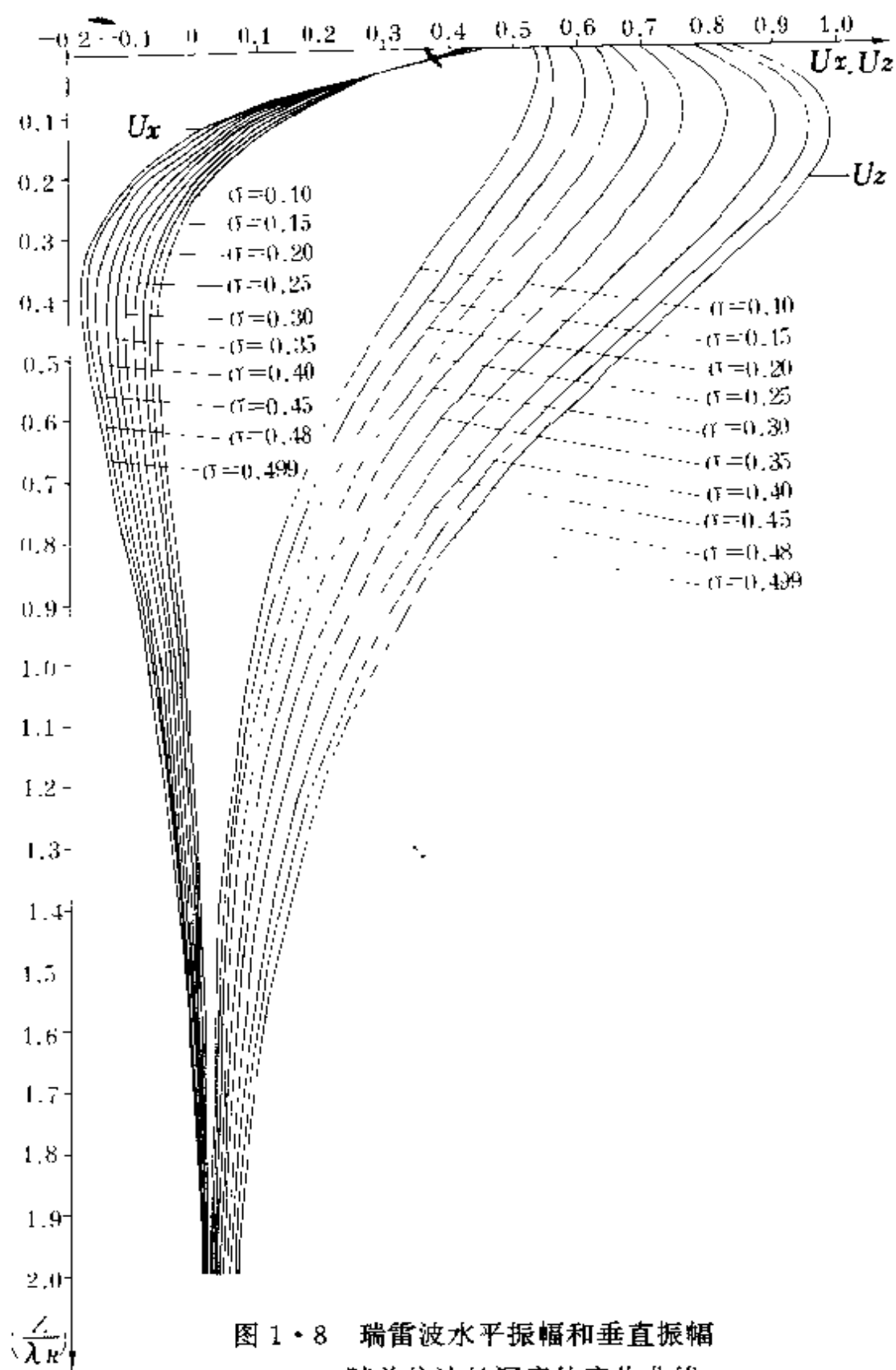


图 1·8 瑞雷波水平振幅和垂直振幅
随单位波长深度的变化曲线

图 1·9 所示。

2. 瑞雷波速度和横波速度与波松比的关系

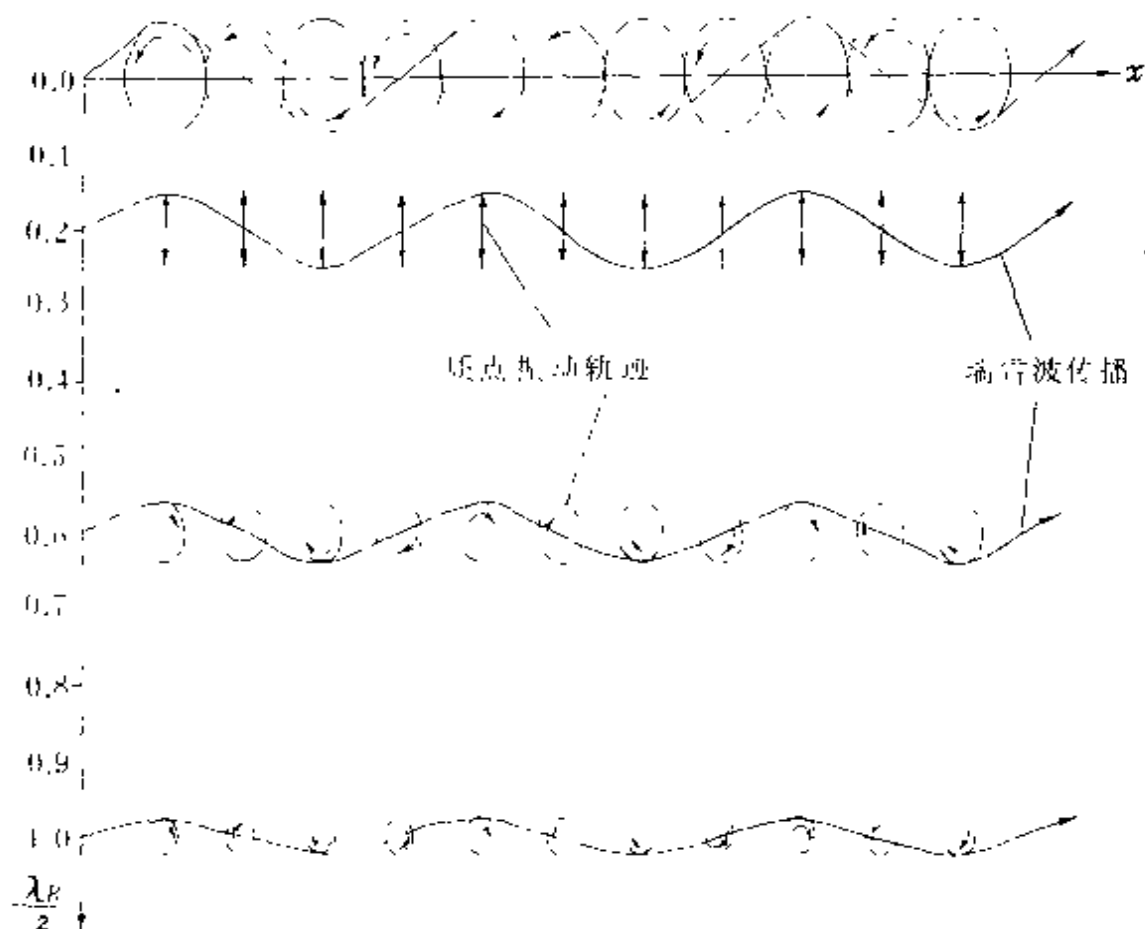


图 1·9 瑞雷波质点振动轨迹
随单位波长深度的变化示意图

在均匀各向同性半无限弹性介质中,瑞雷波速度 V_R 和横波速度 V_S 与泊松比 σ 的关系如(1·38)式所示。以 $r = (V_R/V_S)^2$ 为参数,方程式(1·36)是 r 的三阶代数方程式。前已叙及,该方程式在 0—1 之间有一个解。且只有该解才对应于瑞雷波速度 V_R 。如 $\sigma = 0.25$ 时, r 有三个根即 4 、 $2 + 2/\sqrt{3}$ 、 $2 - 2/\sqrt{3}$,可见只有最后一个根 $2 - 2/\sqrt{3}$ 满足 $V_R < V_S$ 的条件,即 $V_R \approx 0.919V_S$,用牛顿迭代法可解出不同的 σ 值的 V_R/V_S 值,结果列于表 1·2。

表 1·2 瑞雷波速度与泊松比关系表

σ	V_R/V_S	σ	V_R/V_S	σ	V_R/V_S	σ	V_R/V_S
0.00	0.874032	0.21	0.912707	0.32	0.930502	0.43	0.946303
0.02	0.877924	0.22	0.914404	0.33	0.932022	0.44	0.947640
0.04	0.881780	0.23	0.916085	0.34	0.933526	0.45	0.948959
0.06	0.885598	0.24	0.917751	0.35	0.935018	0.46	0.950262
0.08	0.889374	0.25	0.919402	0.36	0.936433	0.47	0.951549
0.10	0.893106	0.26	0.921036	0.37	0.937936	0.48	0.952820
0.12	0.896789	0.27	0.922654	0.38	0.939372	0.49	0.954074
0.14	0.900422	0.28	0.924256	0.39	0.940792	0.50	0.955313
0.16	0.904003	0.29	0.925842	0.40	0.942195		
0.18	0.907528	0.30	0.927413	0.41	0.943581		
0.20	0.910995	0.31	0.928965	0.42	0.944951		

V_R/V_S 与泊松比 σ 的关系曲线如图 1·10 所示, V_P 、 V_S 、 V_R 与泊松比 σ 的关系如图 1·11 所示。从图 1·11 可以看出随着泊松比增大, V_P 相对 V_S 急剧增大, 而 V_S 与 V_R 值则趋于一致。一般岩石泊松比在 0.25 左右, 第四系地层泊松比为 0.4—0.49, 可以认为对土体而言, V_R 与 V_S 基本相等。其误差只有 5% 左右。

3. 瑞雷波的衰减

在地面进行竖向激振时, 一般来说产生三种类型的波, 即纵波、横波和面波, 前两种波也称为体波。体波的波前面为半球形面, 其面积正比于半径 r 的平方 (r 为震源到波前面的距离)。而瑞雷波的波前面约为一高度为 λ_R 的圆柱体, 其波前面面积与 r 成正比, 这就是说, 体波的振幅反比于波传播的距离。衰减与 $\frac{1}{r}$ 成正比, 瑞雷波的能量衰减与 $\frac{1}{\sqrt{r}}$ 成正比, 用关系式可表示为: 体波振幅 $\propto \frac{1}{r}$, 瑞雷波振幅 $\propto \frac{1}{\sqrt{r}}$ 。因此瑞雷波的衰减要比体波慢得多。

在一圆形振板上做上下激振,纵波、横波、瑞雷波所占的相对能量如表 1·3。

表 1·3 P 波、S 波、瑞雷波的能量比

波的类型	相对全部能量的百分比	备 注
瑞雷波	67	
纵 波	7	
横 波	26	

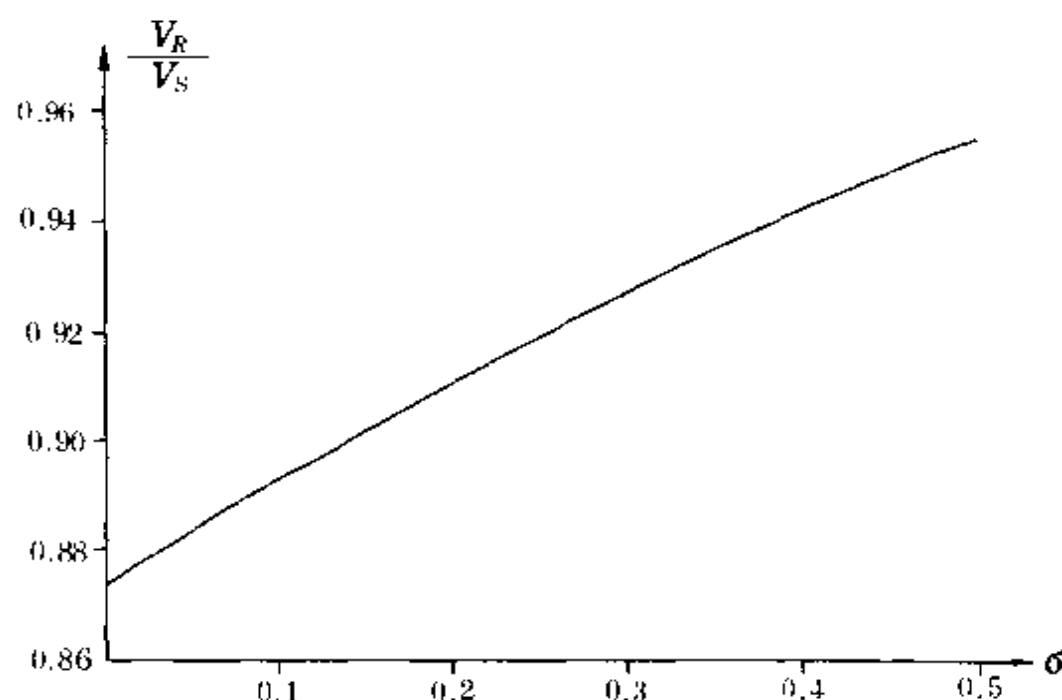


图 1·10 $\frac{V_R}{V_S}$ 与泊松比 σ 的关系

可见瑞雷波占全部能量的 $2/3$,这也是体波无法比拟的。

4. 均匀介质中无频散性

在均匀介质条件下,由第一节中推导出方程式(1·36)分析可知,瑞雷波的速度 V_R 与振动频率 f (即与 λ_R)无关,说明在均匀介质条件下,瑞雷波传播速度是没有频散性的。

5. 非均匀介质中的频散特性

为与均匀介质中瑞雷波的无频散性相对应,同时也为了能够寻求一个频散的数学解,这里介绍均匀介质上覆盖一个非弹性覆

盖层的情况,如图 1·12 所示,设覆盖层的单位面积质量为 ρ_0 ,其厚度可以忽略。

在这种情况下,解瑞雷波传播速度的过程与前边的方法相同,这里仍取位函数如下:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(x, z, t) &= Ae^{-k\nu_1 z} e^{ik(x - V_R t)} \\ \psi(x, z, t) &= Be^{-k\nu_2 z} e^{ik(x - V_R t)} \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 47)$$

由于覆盖层的影响,在 $z=0$ 的平面上,法向应力分量不再等于零。

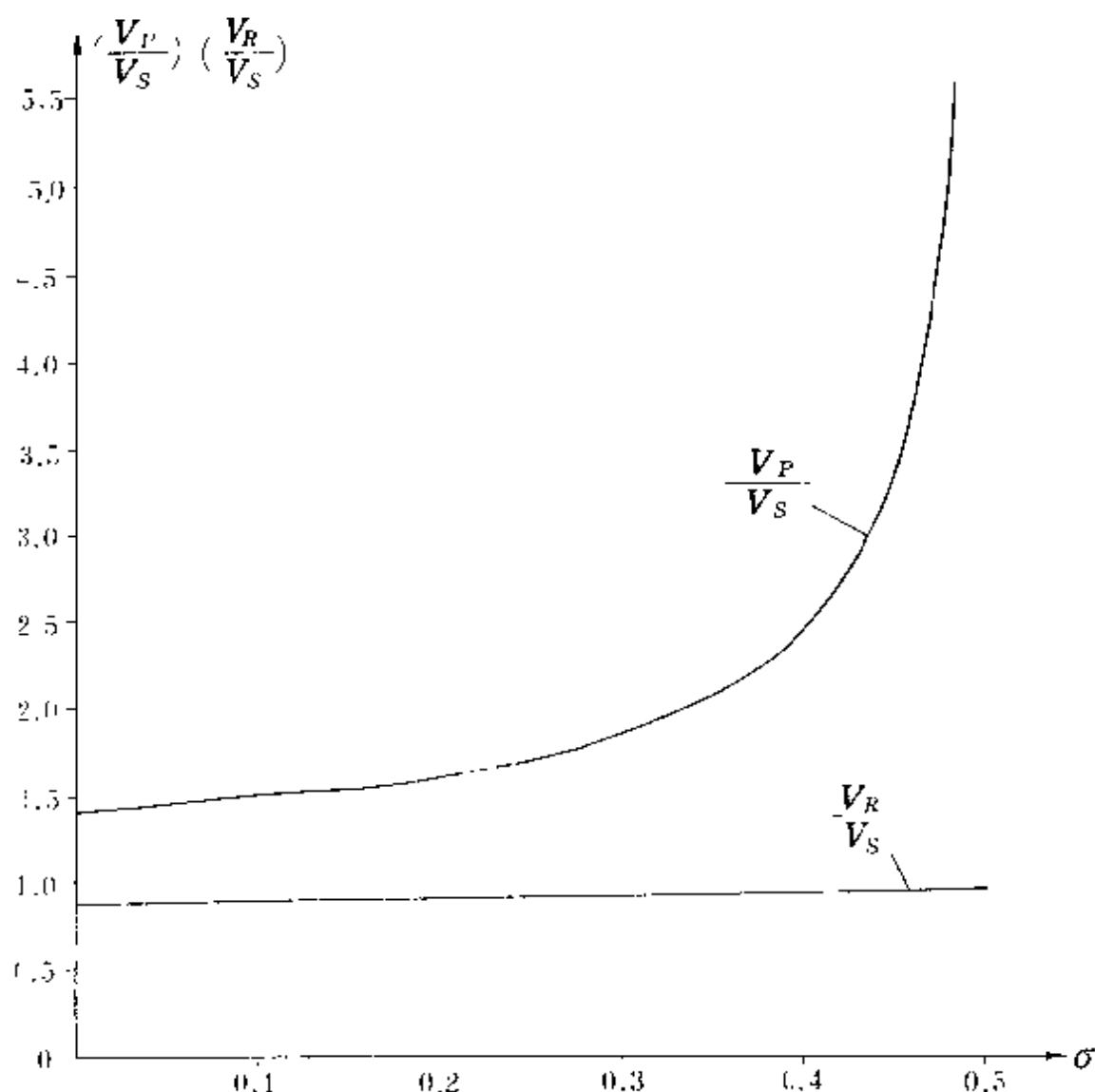


图 1·11 V_P 、 V_S 和 V_R 的关系

而是等于 $\rho_0 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}$, 因为覆盖层是非弹性介质, 切向应力仍等于零, 于是边值条件(1·31)和(1·32)式变为:

$$T_{xz} = \lambda \nabla^2 \varphi + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right) \Big|_{z=0} = \rho_0 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \Big|_{z=0} \quad (1 \cdot 48)$$

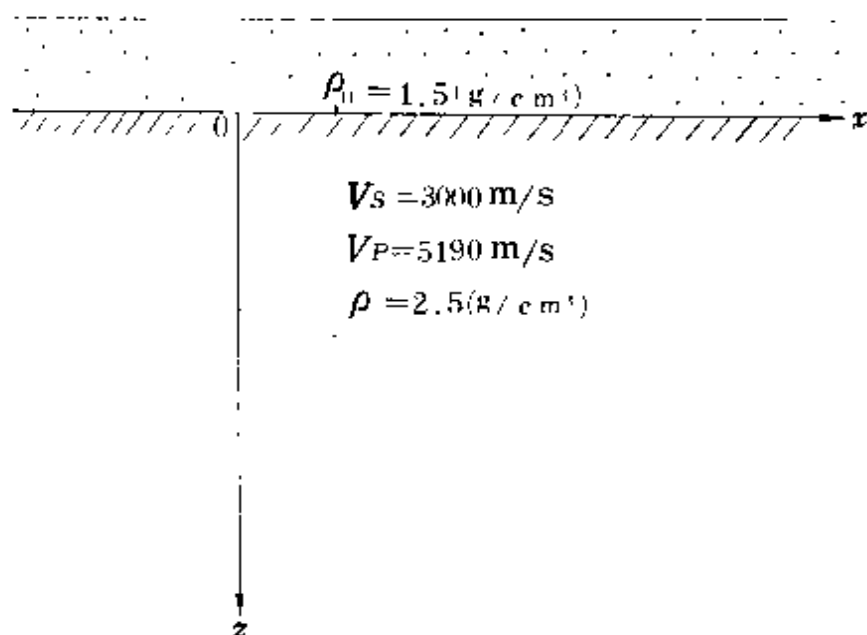


图 1·12 均匀介质上覆盖非弹性覆盖层

$$T_{xz} = \mu \left(2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \Big|_{z=0} = 0 \quad (1 \cdot 49)$$

上式(1·49)与(1·32)式相同, 只需在 $z=0$ 时解(1·48)式。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial z} &= -k v_1 \varphi \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} &= i k \psi \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} &= -k^2 V_R^2 \varphi \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} &= -k^2 V_R^2 \psi \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 50)$$

把(1·34)及(1·50)式中的有关公式代入(1·48)和(1·49)中,化简整理可得:

$$\mu (1 + v_2^2)^2 - \rho_0 v_1 V_R \omega (1 + v_2^2)^2 - 4\mu v_1 v_2 + 2\rho_0 v_1 V_R \omega = 0 \quad (1 \cdot 51)$$

式中, $\omega = 2\pi f$ f : 频率。

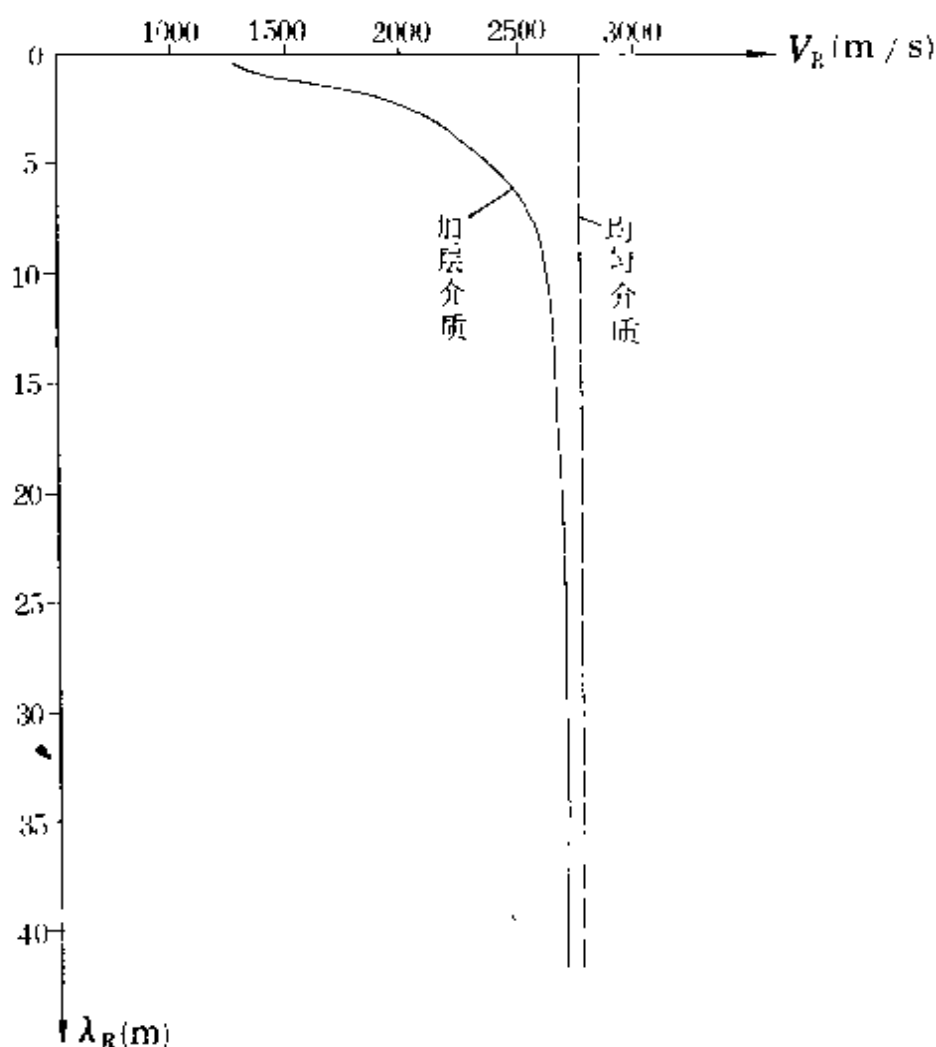


图 1·13 加层介质与均匀介质的对比

上式中包含有 ω , 说明瑞雷波速度 V_R 在这种条件下是频率 f 的函数, 即非均匀介质将导致瑞雷波的频散, 如图 1·13 所示。在均匀介质中无频散性和不均匀介质引起频散性这一特性是瑞雷波勘探的物理基础。

图 1·13 是利用 (1·51) 式计算的图 1·12 所示模型的频散曲线, 覆盖层单位面积密度 $\rho_0 = 1.5 \text{g/cm}^3$, 下伏层 $V_P = 5190 \text{m/s}$, $V_S = 3000 \text{m/s}$, $\rho = 2.5 \text{g/cm}^3$ 。图中虚线为均匀介质条件 V_R 与波长 λ_R 的关系, 该虚线为一直线, 说明了均匀介质时瑞雷波没有频散特性; 实线为均匀介质上加有疏松覆盖层条件下的 V_R 与波长的关系曲线, 说明 V_R 值随波长或随频率变化而变化, 说明了在这种条件下瑞雷波存在频散特性。

§ 1.3 层状介质中的瑞雷波

均匀半空间介质是一种理想化的模型, 也是最早证明瑞雷波

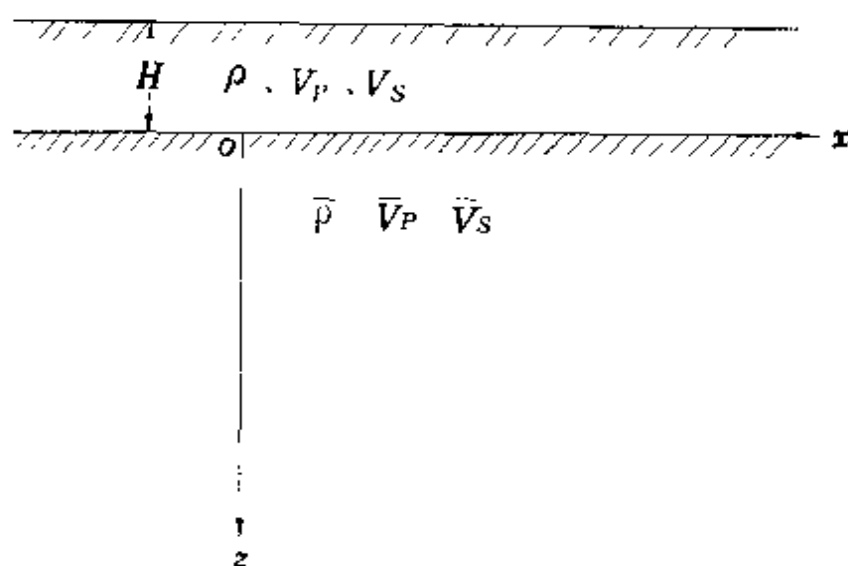


图 1·14 两层半空间介质

存在的一种假设, 它为研究瑞雷波的某些传播特征和具有的某些特性提供了简便的方法。但随着实用瑞雷波勘探方法技术的发展, 瑞雷波在层状介质中的传播问题和频散特性就成为一个急待研究

解决的问题了,因为不论是研究地球的内部结构或用于第四系地层工程勘察,所遇到的实际问题几乎都是分层构造。对瑞雷波在地质勘探中的应用,感兴趣的主要是瑞雷波在层状介质中传播时的频散特性,因此,本节重点研究瑞雷波的频散函数问题。

一、二层介质中的瑞雷波

两层半空间介质如图 1·14 所示,设 x 轴位于两层界面上, z 轴向下,瑞雷波沿 x 轴正方向传播。在这种条件下,瑞雷波传播方程可写成如下形式,参考(1·23)、(1·24)两式:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(x, z, t) &= (A_1 e^{k v_1 z} + A_2 e^{-k v_1 z}) e^{ik(x - V_R t)} \\ \psi(x, z, t) &= (B_1 e^{k v_2 z} + B_2 e^{-k v_2 z}) e^{ik(x - V_R t)} \\ \bar{\varphi}(x, z, t) &= \bar{A}_2 e^{-k v_1 z} e^{ik(x - V_R t)} \\ \bar{\psi}(x, z, t) &= \bar{B}_2 e^{-k v_2 z} e^{ik(x - V_R t)} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &H \leq z \leq 0 \\ &z \geq 0 \end{aligned} \quad (1 \cdot 52)$$

式中: $v_1^2 = 1 - \left(\frac{V_R}{V_P}\right)^2$; $v_2^2 = 1 - \left(\frac{V_R}{V_S}\right)^2$; $\bar{v}_1^2 = 1 - \left(\frac{V_R}{V_P}\right)^2$;

$\bar{v}_2^2 = 1 - \left(\frac{V_R}{V_S}\right)^2$; $A_1, A_2, B_1, B_2, \bar{A}_2, \bar{B}_2$ 为常数。

在自由界面上($z = -H$),法向应力和切向应力为零:

$$T_{zz} = T_{xz} = 0 \quad z = -H \quad (1 \cdot 53)$$

在两层介质界面上($z = 0$),两个位移分量需连续,两个应力分量也需连续,即:

$$\left. \begin{aligned} u_{x1} &= u_{x2} \\ u_{z1} &= u_{z2} \\ T_{xz1} &= T_{xz2} \\ T_{zx1} &= T_{zx2} \end{aligned} \right\} z = 0 \quad (1 \cdot 54)$$

由(1·52)式得:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= ik\varphi, \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} &= ik\psi \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x} &= ik\bar{\varphi}, & \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} &= ik\bar{\psi} \\
\frac{\partial \varphi}{\partial z} &= kv_1(A_1 e^{kv_1 z} - A_2 e^{-kv_1 z})e^{ik(x-V_R t)} \\
\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial z} &= -k\bar{v}_1 \bar{\varphi} \\
\frac{\partial \psi}{\partial z} &= kv_2(B_1 e^{kv_2 z} - B_2 e^{-kv_2 z})e^{ik(x-V_R t)} \\
\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} &= -k\bar{v}_2 \bar{\psi}
\end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 55)$$

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} &= (ik)^2 \varphi, & \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} &= (ik)^2 \psi \\
\frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial x^2} &= (ik)^2 \bar{\varphi}, & \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} &= (ik)^2 \bar{\psi} \\
\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} &= (kv_1)^2 \varphi, & \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} &= (kv_2)^2 \psi \\
\frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial z^2} &= (-k\bar{v}_1)^2 \bar{\varphi}, & \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial z^2} &= (-k\bar{v}_2)^2 \bar{\psi} \\
\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} &= ik^2 v_1 (A_1 e^{kv_1 z} - A_2 e^{-kv_1 z})e^{ik(x-V_R t)} \\
\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} &= ik^2 v_2 (B_1 e^{kv_2 z} - B_2 e^{-kv_2 z})e^{ik(x-V_R t)} \\
\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} &= -ik^2 \bar{v}_1 \bar{\varphi} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} &= -ik^2 \bar{v}_2 \bar{\psi}
\end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 56)$$

由(1·21)和(1·22)式,两层介质位移分量分别为:

$$\left. \begin{aligned}
u_{x1} &= ik\varphi - kv_2(B_1 e^{kv_2 z} - B_2 e^{-kv_2 z})e^{ik(x-V_R t)} \\
u_{x2} &= ik\bar{\varphi} + k\bar{v}_2 \bar{\psi} \\
u_{z1} &= kv_1(A_1 e^{kv_1 z} - A_2 e^{-kv_1 z})e^{ik(x-V_R t)} + ik\psi \\
u_{z2} &= -k\bar{v}_1 \bar{\varphi} + ik\bar{\psi}
\end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 57)$$

由(1·31)、(1·32)两式得两层介质中应力分量分别为:

$$\begin{aligned}
T_{zz} &= (\lambda + 2\mu) [(ik)^2 \varphi + (kv_1)^2 \varphi] \\
&\quad - 2\mu [(ik)^2 \varphi - ik^2 v_1 (B_1 e^{kv_1 z} - B_2 e^{-kv_1 z}) e^{ik(x - V_R t)}] \\
T_{zz2} &= (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) [(ik)^2 \bar{\varphi} + (-k\bar{v}_1)^2 \bar{\varphi}] \\
&\quad - 2\mu [(ik)^2 \bar{\varphi} + ik^2 \bar{v}_1 \bar{\psi}] \\
T_{xz1} &= \mu [2ik^2 v_1 (A_1 e^{kv_1 z} - A_2 e^{-kv_1 z}) e^{ik(x - V_R t)} \\
&\quad + (ik)^2 \psi - (kv_1)^2 \psi] \\
T_{xz2} &= \bar{\mu} [-2ik^2 \bar{v}_1 \bar{\varphi} + (ik)^2 \bar{\psi} - (k\bar{v}_1)^2 \bar{\psi}]
\end{aligned} \tag{1.58}$$

上式中下标 1、2 分别表示第一层和第二层介质。

把(1.57)、(1.58)两式代入(1.53)和(1.54)中,经化简整理后可得:

$$\begin{aligned}
&(1 + v_2^2) e^{-kv_1 H} A_1 + (1 + v_2^2) e^{kv_1 H} A_2 \\
&\quad + 2iv_2 e^{-kv_2 H} B_1 - 2iv_2 e^{kv_2 H} B_2 = 0 \\
&2iv_1 e^{-kv_1 H} A_1 - 2iv_1 e^{kv_1 H} A_2 + (1 + v_2^2) e^{kv_2 H} B_1 \\
&\quad - (1 + v_2^2) e^{-kv_2 H} B_2 = 0 \\
&(1 + v_2^2) A_1 + (1 + v_2^2) A_2 + 2iv_2 B_1 - 2iv_2 B_2 \\
&\quad - \frac{\bar{\mu}}{\mu} (1 + \bar{v}_2^2) \bar{A}_2 + \frac{\bar{\mu}}{\mu} 2i\bar{v}_2 \bar{B}_2 = 0 \\
&2iv_1 A_1 - 2iv_1 A_2 - (1 + v_2^2) B_1 - (1 + v_2^2) B_2 \\
&\quad + \frac{\bar{\mu}}{\mu} 2i\bar{v}_1 \bar{A}_2 + \frac{\bar{\mu}}{\mu} (1 + \bar{v}_2^2) \bar{B}_2 = 0 \\
&iA_1 + iA_2 - v_2 B_1 + v_2 B_2 - i\bar{A}_2 - \bar{v}_2 \bar{B}_2 = 0 \\
&v_1 A_1 - v_1 A_2 + iB_1 + iB_2 + \bar{v}_1 \bar{A}_2 - i\bar{B}_2 = 0
\end{aligned} \tag{1.59}$$

令 $\gamma_1 = iv_1$; $\gamma_2 = iv_2$; $kv_1 H = Q$; $kv_2 H = P$ 则(1.59)式系数行列式可写成如下形式,且要使方程(1.59)式成立,系数行列式须等于零。

$$\begin{vmatrix}
(1 - \gamma_2^2)e^{iQ} & (1 - \gamma_2^2)e^{-iQ} & 2\gamma_2 e^{iP} \\
-2\gamma_1 e^{iQ} & 2\gamma_1 e^{-iQ} & 2(1 - \gamma_2^2)e^{iP} \\
(1 - \gamma_2^2) & (1 - \gamma_2^2) & 2\gamma_2 \\
-2\gamma_1 & 2\gamma_1 & (1 - \gamma_2^2) \\
1 & 1 & \gamma_2 \\
\gamma_1 & -\gamma_1 & -1 \\
-2\gamma_2 e^{-iP} & 0 & 0 \\
2(1 - \gamma_2^2)e^{-iP} & 0 & 0 \\
-2\gamma_2 & -\frac{\bar{\mu}}{\mu}(1 + \bar{\nu}_2) & \frac{\bar{\mu}}{\mu}2i\bar{\nu}_2 \\
(1 - \gamma_2^2) & -\frac{\bar{\mu}}{\mu}2i\bar{\nu}_1 & -\frac{\bar{\mu}}{\mu}(1 + \bar{\nu}_2^2) \\
-\gamma_2 & -1 & 2i\bar{\nu}_2 \\
-1 & i\bar{\nu}_1 & 1
\end{vmatrix} = 0 \quad (1 \cdot 60)$$

这里引用 Lee [1932] 给出的(1·60)的展开形式如下:

$$\xi_1 \eta_2 - \xi_2 \eta_1 = 0 \quad (1 \cdot 61)$$

式中:

$$\begin{aligned}
\xi_1 &= (1 - \gamma_2^2)(X \cos Q + \frac{\bar{\nu}_2}{\gamma_1} Y \sin Q) \\
&\quad + 2\gamma_2(\bar{\nu}_1 w \sin P - \frac{1}{\gamma_2} Z \cos P) \\
\xi_2 &= (1 - \gamma_2^2)(\bar{\nu}_2 w \cos Q - \frac{1}{\gamma_1} Z \sin Q) \\
&\quad + 2\gamma_2(X \sin P - \frac{\bar{\nu}_2}{\gamma_2} Y \cos P) \\
\eta_1 &= (1 - \gamma_2^2)(\bar{\nu}_1 w \cos P + \frac{1}{\gamma_2} Z \sin P)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2\gamma_1(X \sin Q - \frac{\bar{v}_1}{\gamma_1}Y \cos Q) \\
\eta_2 = & (1 - \gamma_2^2)(X \cos P + \frac{\bar{v}_2}{\gamma_2}Y \sin P) \\
& + 2\gamma_1(\bar{v}_2 w \sin Q - \frac{1}{\gamma_1}Z \cos Q) \\
X = & \frac{\bar{\mu}}{\mu} (\frac{V_R}{V_S})^2 - 2(\frac{\bar{\mu}}{\mu} - 1), \quad Y = (\frac{V_R}{V_S})^2 - 2(\frac{\bar{\mu}}{\mu} - 1) \\
Z = & \frac{\bar{\mu}}{\mu} (\frac{V_R}{V_S})^2 - (\frac{V_R}{V_S})^2 - 2(\frac{\bar{\mu}}{\mu} - 1), \quad w = 2(\frac{\bar{\mu}}{\mu} - 1)
\end{aligned}$$

图 1·15 是瑞雷波在图 1·14 模型中传播时的频散曲线。所用两层参数为： $V_S=95\text{m/s}$, $V_P=250\text{m/s}$, $\rho=1.8\text{g/cm}^3$, $H_1=2\text{m}$; $\mu=16.245\text{MPa}$, $\bar{V}_S=240\text{m/s}$, $\bar{V}_P=500\text{m/s}$, $\bar{\rho}=1.9\text{g/cm}^3$, $\bar{\mu}=109.440\text{MPa}$ 。从图中可以看出当频率较大时,或 $\lambda_R \ll H$ 时, $V_R=90\text{m/s}$, 即等于第一层的瑞雷波传播速度, 第二层影响几乎为零, 当在低频段时, $\lambda_R > 8H$ 时, $V_R \approx 210-223\text{m/s}$, 即代表第二层的瑞雷波传播速度。当在 14—40Hz 之间, 频散曲线梯度较大, 为第二层互相影响的结果。

二、多层介质中的瑞雷波

多层介质半空间如图 1·16 所示, x 轴与瑞雷波的传播方向一致, 各层间的界面序数及层序数如图中所示。

瑞雷波在如图 1·16 所示的 zox 平面内传播(与 y 轴方向无关), 在两种介质的界面处, 如 m 界面, 两个位移分量 u_x, u_z 需连续, 两个应力分量 T_{xz}, T_{zx} 也需连续, 在自由表面处($z=0$), 两个应力分量 $T_{zx}=T_{xz}=0$ 。所以, 对于 n 层介质, 计算瑞雷波传播问题的解总共有 $4n-2$ 个边界条件, 这就导致有 $4n-2$ 个齐次联立方程。

为叙述方便, 先设置层参数如下, 对于 m 层:

ρ_m : 密度;

d_m : 厚度;

λ_m :拉梅常数;

μ_m :剪切模量;

V_{Pm} :纵波速度;

V_{Sm} :横波速度;

V_R :瑞雷波速度;

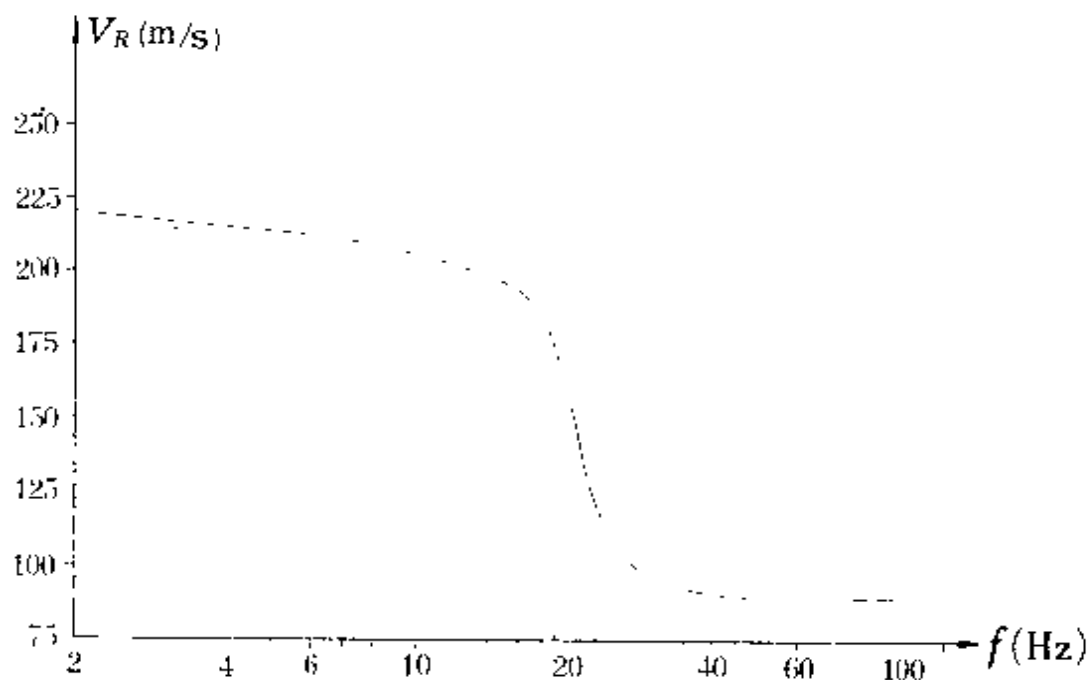


图 1·15 两层半空间介质中瑞雷波频散曲线

模型参数: $V_S = 95\text{m/s}$, $V_P = 250\text{m/s}$, $\rho = 1.8\text{g/cm}^3$, $H_1 = 2\text{m}$,

$\bar{V}_S = 240\text{m/s}$, $\bar{V}_P = 500\text{m/s}$, $\bar{\rho} = 1.9\text{g/cm}^3$

$$\gamma_{\alpha m} = \begin{cases} [(V_R/V_{Pm})^2 - 1]^{\frac{1}{2}} & V_R > V_{Pm}; \\ -i [1 - (V_R/V_{Pm})^2]^{\frac{1}{2}} & V_R < V_{Pm}; \end{cases}$$

$$\gamma_{\beta m} = \begin{cases} [(V_R/V_{Sm})^2 - 1]^{\frac{1}{2}} & V_R > V_{Sm}; \\ -i [1 - (V_R/V_{Sm})^2]^{\frac{1}{2}} & V_R < V_{Sm}; \end{cases}$$

$$\gamma_m = 2 \left(\frac{V_{Sm}}{V_R} \right)^2;$$

U_x, U_z :分别为 x, z 方向的位移;

$\delta = T_{\alpha\alpha}$, 法向应力;

$\tau = T_{\alpha z}$, 切向应力;

$k = \frac{2\pi f}{V_R} = \frac{2\pi}{\lambda_R}$, 波数 (f : 频率, λ_R : 波长)

波动方程如(1·19)、(1·20)式, 位移和应力分量为:

$$\left. \begin{aligned} U_x &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \\ U_z &= \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 62)$$

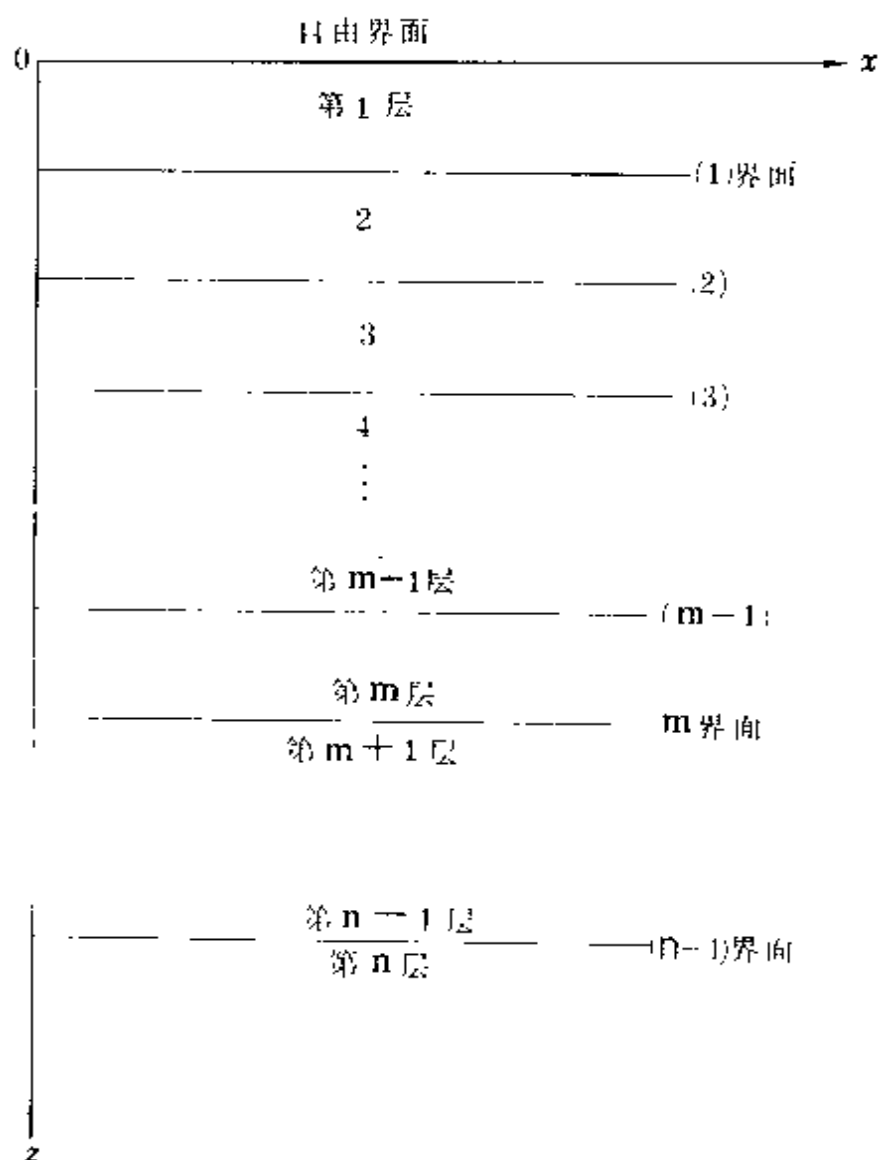


图 1·16 多层半空间介质

$$\delta = T_{zz} = \lambda \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial U_z}{\partial z} \quad (1 \cdot 63)$$

$$\tau = T_{xz} = \mu \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) \quad (1 \cdot 64)$$

瑞雷波在介质内传播,质点的位移矢量 $s = iu_x + ju_z$,纵波体膨胀系数和横波角位移分别为 Δ_m 和 W_m , Δ_m 和 W_m 可分别表示为 s 的散度和旋度^[2]:

$$\Delta_m = \operatorname{div} s = \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \quad (1 \cdot 65)$$

$$W_m = \operatorname{rot} s = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_z}{\partial x} - \frac{\partial U_x}{\partial z} \right) \quad (1 \cdot 66)$$

Δ_m 和 W_m 也应具有与(1·19)、(1·20)式相同的形式,通解可写成:

$$\Delta_m = (A'_m e^{-ik\gamma_{am}z} + A''_m e^{ik\gamma_{am}z}) e^{i(\omega t - kx)} \quad (1 \cdot 67)$$

$$W_m = (B'_m e^{-ik\gamma_{bm}z} + B''_m e^{ik\gamma_{bm}z}) e^{i(\omega t - kx)} \quad (1 \cdot 68)$$

式中 A'_m, A''_m, B'_m, B''_m 均为常数。 $\omega = 2\pi f$

结合(1·19)、(1·20)、(1·62)及(1·67)、(1·68)式可以得出:

$$\begin{aligned} \Delta_m &= \nabla^2 \varphi_m & -2W_m &= \nabla^2 \psi_m \\ \frac{\partial^2 \Delta_m}{\partial t^2} &= -\omega^2 \Delta_m & \frac{\partial^2 W_m}{\partial t^2} &= -\omega^2 W_m \end{aligned}$$

将这些式子代入(1·19)、(1·20)式,并注意到 φ, ψ 的通解式可得:

$$\varphi_m = - \left(\frac{V_{Pm}}{\omega} \right)^2 \Delta_m \quad (1 \cdot 69)$$

$$\psi_m = 2 \left(\frac{V_{Sm}}{\omega} \right)^2 W_m \quad (1 \cdot 70)$$

则位移和应力表达式可写为:

$$U_{xm} = - \left(\frac{V_{Pm}}{\omega} \right)^2 \frac{\partial \Delta_m}{\partial x} - 2 \left(\frac{V_{Sm}}{\omega} \right)^2 \frac{\partial W_m}{\partial z} \quad (1 \cdot 71)$$

$$U_{xm} = - \left(\frac{V_{Pm}}{\omega} \right)^2 \frac{\partial \Delta_m}{\partial z} + 2 \left(\frac{V_{Sm}}{\omega} \right)^2 \frac{\partial W_m}{\partial z} \quad (1 \cdot 72)$$

$$\delta_m = \rho_m (V_{Pm}^2 \Delta_m + 2V_{Sm}^2 [\left(\frac{V_{Pm}}{\omega} \right)^2 \frac{\partial^2 \Delta_m}{\partial x^2} + 2 \left(\frac{V_{Sm}}{\omega} \right)^2 \frac{\partial^2 W_m}{\partial x \partial z}]) \quad (1 \cdot 73)$$

$$\tau_m = 2\rho_m V_{Sm}^2 \left\{ - \left(\frac{V_{Pm}}{\omega} \right)^2 \frac{\partial^2 \Delta_m}{\partial x \partial z} + \left(\frac{V_{Sm}}{\omega} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 W_m}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 W_m}{\partial z^2} \right) \right\} \quad (1 \cdot 74)$$

在层状介质内任一界面上,这四个量都是连续的,质点位移的连续性使相应的质点振动速度 $U_x = \frac{\partial U_x}{\partial t}$ 及 $U_z = \frac{\partial U_z}{\partial t}$ 也是连续的,又瑞雷波的相速度对各层都一样,所以 $\frac{U_x}{V_R}$ 和 $\frac{U_z}{V_R}$ 也是连续的,将(1·67)、(1·68)式代入(1·71)和(1·72)式,略去 $e^{j(\omega t - kx)}$ 因子,并将含有 $ik\gamma z$ 因子的指数函数改为三角函数,可得:

$$\begin{aligned} \frac{U_{xm}}{V_R} &= - \left(\frac{V_{Pm}}{V_R} \right)^2 [(A'_m + A''_m) \cos k\gamma_{\alpha m} z \\ &\quad - i(A'_m - A''_m) \sin k\gamma_{\alpha m} z] \\ &\quad - \gamma_m \gamma_{\beta m} [(B'_m - B''_m) \cos k\gamma_{\beta m} z \\ &\quad - i(B'_m + B''_m) \sin k\gamma_{\beta m} z] \\ \frac{U_{zm}}{V_R} &= - \left(\frac{V_{Pm}}{V_R} \right)^2 \gamma_{\alpha m} [-i(A'_m + A''_m) \sin k\gamma_{\alpha m} z \\ &\quad + (A'_m - A''_m) \cos k\gamma_{\alpha m} z] \\ &\quad + \gamma_m [-i(B'_m - B''_m) \sin k\gamma_{\beta m} z \\ &\quad + (B'_m + B''_m) \cos k\gamma_{\beta m} z] \\ \delta_m &= - \rho_m V_{Pm}^2 (\gamma_m - 1) [(A'_m + A''_m) \cos k\gamma_{\alpha m} z \\ &\quad - i(A'_m - A''_m) \sin k\gamma_{\alpha m} z] \\ &\quad - \rho_m \gamma_m^2 V_R^2 \gamma_{\beta m} [(B'_m - B''_m) \cos k\gamma_{\beta m} z \\ &\quad - i(B'_m + B''_m) \sin k\gamma_{\beta m} z] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_m = & \rho_m V_{Pm}^2 \gamma_m \gamma_{am} [-i(A'_{-m} + A''_{-m}) \sin k\gamma_{am} z \\
& + (A'_{-m} - A''_{-m}) \cos k\gamma_{am} z] \\
& - \rho_m V_R^2 \gamma_m (\gamma_m - 1) [-i(B'_{-m} - B''_{-m}) \sin k\gamma_{\beta m} z \\
& + (B'_{-m} + B''_{-m}) \cos k\gamma_{\beta m} z]
\end{aligned}
\quad (1 \cdot 75)$$

式(1·75)即任意层内瑞波位移和应力的表达式,将坐标轴原点置于 $(m-1)$ 界面上,则在 $(m-1)$ 界面处 $z=0$,于是 $\sin k\gamma z = 0$, $\cos k\gamma z = 1$ 。(1·75)式中 $\frac{U}{V_R}, \frac{U}{V_R}, \delta, \tau$ 在 $(m-1)$ 界面上的值,可表示为常数 $(A'_{-m} + A''_{-m}), (A'_{-m} - A''_{-m}), (B'_{-m} - B''_{-m})$ 和 $(B'_{-m} + B''_{-m})$ 的下列矩阵关系:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{U_{xm}}{V_R}, \frac{U_{zm}}{V_R}, \delta_{m-1}, \tau_{m-1} \right)^T \\
& = E_m (A'_{-m} + A''_{-m}, A'_{-m} - A''_{-m}, B'_{-m} - B''_{-m}, B'_{-m} + B''_{-m})^T
\end{aligned}
\quad (1 \cdot 76)$$

式中 T 为转置矩阵符号。

由(1·75)式可知, E_m 为:

$$E_m = \begin{bmatrix} -\left(\frac{V_{Pm}}{V_R}\right)^2 & 0 & \gamma_m \gamma_{\beta m} & 0 \\ 0 & \left(\frac{V_{Pm}}{V_R}\right)^2 \gamma_{am} & 0 & \gamma_m \\ -\rho_m V_{Pm}^2 (\gamma_m - 1) & 0 & -\rho_m V_R^2 \gamma_m^2 \gamma_{\beta m} & 0 \\ 0 & \rho_m V_{Pm}^2 \gamma_m \gamma_{am} & 0 & -\rho_m V_R^2 \gamma_m (\gamma_m - 1) \end{bmatrix}
\quad (1 \cdot 77)$$

用同样方法,将 z 轴原点置于 m 界面上,即取 $z=d_m$ 代入(1·75)式,可得下列矩阵形式:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{U_{xm}}{V_R}, \frac{U_{zm}}{V_R}, \delta_m, \tau_m \right)^T \\
& = D_m (A'_{-m} + A''_{-m}, A'_{-m} - A''_{-m}, B'_{-m} - B''_{-m}, B'_{-m} + B''_{-m})^T
\end{aligned}
\quad (1 \cdot 78)$$

由(1·75)式可知, D_m 矩阵为:

$$D_m = \begin{bmatrix} -(\frac{V_{P_m}}{V_R})^2 \cos P_m & i(\frac{V_{P_m}}{V_R})^2 \sin P_m & & & \\ i(\frac{V_{P_m}}{V_R})^2 \gamma_{am} \sin P_m & (\frac{V_{P_m}}{V_R})^2 \gamma_{am} \cos P_m & & & \\ -\rho_m V_{P_m}^2 (\gamma_m - 1) \cos P_m & i\rho_m V_{P_m}^2 (\gamma_m - 1) \sin P_m & & & \\ -i\rho_m V_{P_m}^2 \gamma_m \gamma_{am} \sin P_m & \rho_m V_{P_m}^2 \gamma_m \gamma_{am} \cos P_m & & & \\ & & -\gamma_m \gamma_{\beta m} \cos Q_m & i\gamma_m \gamma_{\beta m} \sin Q_m & \\ & & i\gamma_m \sin Q_m & \gamma_m \cos Q_m & \\ & & -\rho_m V_R^2 \gamma_m \gamma_{\beta m} \cos Q_m & i\rho_m V_R^2 \gamma_m \gamma_{\beta m} \sin Q_m & \\ i\rho_m V_R^2 \gamma_m (\gamma_m - 1) \sin Q_m & i\rho_m V_R^2 \gamma_m (\gamma_m - 1) \cos Q_m & & & \end{bmatrix} \quad (1 \cdot 79)$$

式中: $P_m = k\gamma_{am}d_m$ $Q_m = k\gamma_{\beta m}d_m$

由(1·76)式得:

$$\begin{aligned} & (A'_m + A''_m, A'_m - A''_m, B'_m + B''_m, B'_m - B''_m)^T \\ & = E_m^{-1} \left(\frac{U_{zm-1}}{V_R}, \frac{U_{zm}}{V_R}, \delta_{m-1}, \tau_{m-1} \right)^T \end{aligned} \quad (1 \cdot 80)$$

把(1·80)代入(1·78)式得:

$$\left(\frac{U_{zm}}{V_R}, \frac{U_{zm}}{V_R}, \delta_m, \tau_m \right)^T = D_m E_m^{-1} \left(\frac{U_{zm-1}}{V_R}, \frac{U_{zm-1}}{V_R}, \delta_{m-1}, \tau_{m-1} \right)^T \quad (1 \cdot 81)$$

式中 E_m^{-1} 为 E_m 的逆矩阵, E_m^{-1} 的形式如下:

$$E_m^{-1} = \begin{bmatrix} -2 \left(\frac{V_{S_m}}{V_{P_m}} \right)^2 & 0 & (\rho_m V_R^2)^{-1} & 0 \\ 0 & \frac{V_R^2 (\gamma_m - 1)}{V_{P_m}^2 \gamma_{\alpha m}} & 0 & (\rho_m V_{P_m}^2 \gamma_{\alpha m})^{-1} \\ \frac{(\gamma_m - 1)}{\gamma_m \gamma_{\beta m}} & 0 & -(\rho_m V_R^2 \gamma_m \gamma_{\beta m})^{-1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (\rho_m V_R^2 \gamma_m)^{-1} \end{bmatrix} \quad (1 \cdot 82)$$

令 $a_m = D_m E_m^{-1}$

由(1·79)和(1·82)式可知矩阵 a_m 的元素为:

$$\begin{aligned} (a_m)_{11} &= \gamma_m \cos P_m - (\gamma_m - 1) \cos Q_m \\ (a_m)_{12} &= i [(\gamma_m - 1) \gamma_{\alpha m}^{-1} \sin P_m + \gamma_m \gamma_{\beta m} \sin Q_m] \\ (a_m)_{13} &= -(\rho_m V_R^2)^{-1} (\cos P_m - \cos Q_m) \\ (a_m)_{14} &= i (\rho_m V_R^2)^{-1} (\gamma_{\alpha m}^{-1} \sin P_m + \gamma_{\beta m} \sin Q_m) \\ (a_m)_{21} &= -i [\gamma_m \gamma_{\alpha m} \sin P_m + (\gamma_m - 1) \gamma_{\beta m}^{-1} \sin Q_m] \\ (a_m)_{22} &= -(\gamma_m - 1) \cos P_m + \gamma_m \cos Q_m \\ (a_m)_{23} &= i (\rho_m V_R^2)^{-1} (\gamma_{\alpha m} \sin P_m + \gamma_{\beta m}^{-1} \sin Q_m) \\ (a_m)_{24} &= (a_m)_{13} \\ (a_m)_{31} &= \rho_m V_R^2 \gamma_m (\gamma_m - 1) (\cos P_m - \cos Q_m) \\ (a_m)_{32} &= i \rho_m V_R^2 [(\gamma_m - 1) \gamma_{\alpha m}^{-1} \sin P_m + \gamma_m^2 \gamma_{\beta m} \sin Q_m] \\ (a_m)_{33} &= (a_m)_{22} \\ (a_m)_{34} &= (a_m)_{12} \\ (a_m)_{41} &= i \rho_m V_R^2 [\gamma_m^2 \gamma_{\alpha m} \sin P_m + (\gamma_m - 1)^2 \gamma_{\beta m}^{-1} \sin Q_m] \\ (a_m)_{42} &= (a_m)_{31} \\ (a_m)_{43} &= (a_m)_{21} \\ (a_m)_{44} &= (a_m)_{11} \end{aligned}$$

从以上 a_m 的元素可以看出, a_m 是一个反对称矩阵。把(1·81)式可以写为:

$$\left(\frac{U_{xm}}{V_R}, \frac{U_{zm}}{V_R}, \delta_m, \tau_m \right)^T = a_m \left(\frac{U_{xm-1}}{V_R}, \frac{U_{zm-1}}{V_R}, \delta_{m-1}, \tau_{m-1} \right)^T \quad (1 \cdot 83)$$

上式中以 $(m-1)$ 代替 (m) 得到:

$$\left(\frac{U_{xm-1}}{V_R}, \frac{U_{zm-1}}{V_R}, \delta_{m-1}, \tau_{m-1}\right)^T = a_{m-1} \left(\frac{U_{xm-2}}{V_R}, \frac{U_{zm-2}}{V_R}, \delta_{m-2}, \tau_{m-2}\right)^T \quad (1 \cdot 84)$$

将(1·84)代入(1·83)得:

$$\left(\frac{U_{xm}}{V_R}, \frac{U_{zm}}{V_R}, \delta_m, \tau_m\right)^T = a_m a_{m-1} \left(\frac{U_{xm-2}}{V_R}, \frac{U_{zm-2}}{V_R}, \delta_{m-2}, \tau_{m-2}\right)^T \quad (1 \cdot 85)$$

反复利用这个过程可以得到:

$$\left(\frac{U_{xm-1}}{V_R}, \frac{U_{zm-1}}{V_R}, \delta_{n-1}, \tau_{n-1}\right)^T = a_{n-1} a_{n-2} \cdots a_1 \left(\frac{U_{x0}}{V_R}, \frac{U_{z0}}{V_R}, \delta_0, \tau_0\right)^T \quad (1 \cdot 86)$$

对于第 n 层,由(1·80)式可写出如下形式:

$$\begin{aligned} & (A'_n + A''_n, A'_n - A''_n, B'_n - B''_n, B'_n + B''_n)^T \\ & = E_n^{-1} \left(\frac{U_{xm-1}}{V_R}, \frac{U_{zm-1}}{V_R}, \delta_{n-1}, \tau_{n-1}\right)^T \end{aligned} \quad (1 \cdot 87)$$

将(1·86)式代入上式可得:

$$\begin{aligned} & (A'_n + A''_n, A'_n - A''_n, B'_n - B''_n, B'_n + B''_n)^T \\ & = E_n^{-1} a_{n-1} a_{n-2} \cdots a_1 \left(\frac{U_{x0}}{V_R}, \frac{U_{z0}}{V_R}, \delta_0, \tau_0\right)^T \end{aligned} \quad (1 \cdot 88)$$

对于我们讨论的瑞雷波的情况,在自由表面($z=0$)应力为零,即 $\delta_0 = \tau_0 = 0$,在无穷远处($z \rightarrow \infty$)无震源。所以, $A''_n = B''_n = 0$ 。

令: $J = E_n^{-1} a_{n-1} a_{n-2} \cdots a_2 a_1$

于是(1·87)式可写成为:

$$(A'_n, A'_n, B'_n, B'_n)^T = J \left(\frac{U_{x0}}{V_R}, \frac{U_{z0}}{V_R}, 0, 0 \right)^T \quad (1 \cdot 89)$$

其中 J 为 4×4 方阵, 将 (1·89) 式展开得:

$$\left. \begin{aligned} A'_n &= J_{11} \frac{U_{x0}}{V_R} + J_{12} \frac{U_{z0}}{V_R} \\ A'_z &= J_{21} \frac{U_{x0}}{V_R} + J_{22} \frac{U_{z0}}{V_R} \\ B'_n &= J_{31} \frac{U_{x0}}{V_R} + J_{32} \frac{U_{z0}}{V_R} \\ B'_z &= J_{41} \frac{U_{x0}}{V_R} + J_{42} \frac{U_{z0}}{V_R} \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 90)$$

由上式中消去 A'_n, B'_n 可得:

$$\frac{U_{z0}}{U_{x0}} = \frac{J_{22} - J_{12}}{J_{11} - J_{21}} = \frac{J_{42} - J_{32}}{J_{31} - J_{41}} \quad (1 \cdot 91)$$

从以上推导可知, 矩阵 J 的元素是瑞雷波相速度 V_R 和波数 k ($k = 2\pi f/V_R$) 的函数, 所以方程 (1·91) 式表达了 V_R 与 k 的隐函数关系, 这也即是所求的 V_R 的频散函数。从原则上说, 给定一个频率 f , 即可计算出一个对应的 V_R 值, 但用这种方法, 一是计算速度慢, 二是存在有效数字的较大损失。故实际计算中采用了下节叙述的快速计算方法。

§ 1.4 多层介质中瑞雷波 频散的计算方法

瑞雷波在多层介质中所产生的相速度随频率变化的现象被称为 Rayleigh 面波的频散。用面波资料得到地球内部结构参数的主要手段就是对面波频散特性的研究。50 年代, Haskell (1953) 提出了计算多层地球模型理论频散曲线的矩阵方法, 但是由于当时计算机条件的限制, 这种算法未能实现。60 年代以来, 随着计算机的

发展,面波研究也得到了很快的发展,在计算机上实现了多层面波频散曲线的快速算法 (Schwab and Knopoff, 1972)。对于高频范围存在的有效数字损失和计算机溢出,Knopoff (1964), Dunkln (1965), Thrower (1965) 提出矩阵型算法。1979年, Abo-zena 提出的另一种新型算法,具有较快的计算速度,可避免高频有效数字的损失,但计算结果的频率上限为 20Hz,仍然不能满足工程地质勘探中目的层浅和高精度的要求。Schwab 等 (1984) 在 Knopoff 快速算法的基础上提出了归一化和对某一层进行细分的方法,以避免高频有效数字的损失。我们利用改进的 Schwab 方法,较好地解决了高频有效数字的损失,使频率上限提高到 800Hz。

一、Knopoff 快速算法

考虑圆频率为 ω , 相速度为 V_R 的地震波在几个水平的、均匀介质组成的层状空间中的传播问题。半空间如图 1·6 所示,层参数的设置与上节相同。

在上一节中,推导的应力与位移的表达式如(1·75)所示。为了计算方便,现对它做如下变换。在 $\frac{U_{xm}}{V_R}$ 和 $\frac{U_{zm}}{V_R}$ 两式两端同乘以 V_R^2 , 并且令:

$$\begin{aligned} A_m &= -V_{Pm}^2(A'_m + A''_m) & B_m &= -V_{Pm}^2(A'_m - A''_m) \\ C_m &= -2V_{Sm}^2(B'_m - B''_m) & D_m &= -2V_{Sm}^2(B'_m + B''_m) \\ P_m &= k\gamma_m(Z - Z_{m-1}) & Q_m &= k\gamma_{\beta m}(Z - Z_{m-1}) \\ \text{且 } \gamma_m &= 2\left(\frac{V_{Sm}}{V_R}\right)^2 \end{aligned}$$

于是(1·75)式可写成:

$$\left. \begin{aligned} V_R U_{xm} &= \cos P_m A_m - i \sin P_m B_m \\ &\quad + \gamma_{\beta m} \cos Q_m C_m - i \gamma_{\beta m} \sin Q_m D_m \\ V_R U_{zm} &= -i \gamma_m \sin P_m A_m + \gamma_m \cos P_m B_m \\ &\quad + i \sin Q_m C_m - \cos Q_m D_m \\ \delta_m &= \rho_m (\gamma_m - 1) \cos P_m A_m - i \rho_m (\gamma_m - 1) \sin P_m B_m \\ &\quad + \rho_m \gamma_m \gamma_{\beta m} \cos Q_m C_m - i \rho_m \gamma_m \gamma_{\beta m} \sin Q_m D_m \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \tau_m = & i\rho_m \gamma_m \gamma_{\alpha m} \sin P_m A_m - \rho_m \gamma_m \gamma_{\alpha m} \cos P_m B_m \\ & - i\rho_m (\gamma_m - 1) \sin Q_m C_m + \rho_m (\gamma_m - 1) \cos Q_m D_m \end{aligned} \quad (1 \cdot 92)$$

对于自由表面,我们仅考虑地表面上的应力为零的情况,故上式中 $\delta_0 = \tau_0 = 0$, 且由于 $z = z_0 = 0$, 故 $P_0 = Q_0 = 0$, 则(1·92)式中的后两式可以简化为:

$$\left. \begin{aligned} -\rho_1 (\gamma_1 - 1) A_0 - \rho_1 \gamma_1 \gamma_{\beta 1} C_0 &= 0 \\ \rho_1 \gamma_1 \gamma_{\alpha 1} B_0 - \rho_1 (\gamma_1 - 1) D_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 93)$$

如取 $(A_0, B_0, C_0, D_0)^T$ 为向量, 则(1·93)式系数可表示为如下 2×4 矩阵:

$$\begin{pmatrix} -\rho_1 (\gamma_1 - 1) & 0 & -\rho_1 \gamma_1 \gamma_{\beta 1} & 0 \\ 0 & \rho_1 \gamma_1 \gamma_{\alpha 1} & 0 & -\rho_1 (\gamma_1 - 1) \end{pmatrix} = \Lambda^{(0)} \quad (1 \cdot 94)$$

对于内部任意 m 界面, 在 m 层中的边界条件由(1·93)式给出, 而在第 $m+1$ 层中的边界参数, 只需将(1·93)式中的下标 m 换成 $m+1$, 并且注意到在第 $m+1$ 界面处 $z = z_m = 0$, 故有:

$$\left. \begin{aligned} V_R \dot{U}_{zm+1} &= A_{m+1} - \gamma_{\beta m+1} C_{m+1} \\ V_R \dot{U}_{zm+1} &= \gamma_{\alpha m+1} B_{m+1} - D_{m+1} \\ \delta_{m+1} &= \rho_{m+1} (\gamma_{m+1} - 1) A_{m+1} + \rho_{m+1} \gamma_{m+1} \gamma_{\beta m+1} C_{m+1} \\ \tau_{m+1} &= -\rho_{m+1} \gamma_{m+1} \gamma_{\alpha m+1} B_{m+1} + \rho_{m+1} (\gamma_{m+1} - 1) D_{m+1} \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 95)$$

由于在第 m 层界面处, 位移及应力的连续条件, 将(1·92)、(1·93)两式联立, 可得一齐次方程, 方程形式如下: $\Lambda^{(m)} V^{(m)} = 0$

$$\Lambda^{(m)} = \begin{bmatrix}
\cos P_m & i \sin P_m & & & & & & \\
-i\gamma_{\alpha m} \sin P_m & \gamma_{\alpha m} \cos P_m & & & & & & \\
\rho_m(\gamma_m - 1) \cos P_m & -i\rho_m(\gamma_m - 1) \sin P_m & & & & & & \\
i\rho_m\gamma_m\gamma_{\alpha m} \sin P_m & -\rho_m\gamma_m\gamma_{\alpha m} \cos P_m & & & & & & \\
\gamma_{\beta m} \cos Q_m & -i\gamma_{\beta m} \sin Q_m & & & & & & \\
i \sin Q_m & -\cos Q_m & & & & & & \\
\rho_m\gamma_m\gamma_{\beta m} \cos Q_m & -i\rho_m\gamma_m\gamma_{\beta m} \sin Q_m & & & & & & \\
-i\rho_m(\gamma_m - 1) \sin Q_m & \rho_m(\gamma_m - 1) \cos Q_m & & & & & & \\
-1 & 0 & \gamma_{\beta m+1} & 0 & & & & \\
0 & -\gamma_{\alpha m+1} & 0 & 1 & & & & \\
-\rho_{m+1}(\gamma_{m+1} - 1) & 0 & -\rho_{m+1}\gamma_{m+1}\gamma_{\beta m+1} & 0 & & & & \\
0 & \rho_{m+1}\gamma_{m+1}\gamma_{\alpha m+1} & 0 & -\rho_{m+1}(\gamma_{m+1} - 1) & & & &
\end{bmatrix} \quad (1 \cdot 96)$$

式中: $D_m = k\gamma_{\alpha m}d_m$ $Q_m = k\gamma_{\beta m}d_m$

$$V^{(m)} = \begin{bmatrix}
A_m \\
B_m \\
C_m \\
D_m \\
A_{m+1} \\
B_{m+1} \\
C_{m+1} \\
D_{m+1}
\end{bmatrix}$$

对于第 n 层保证瑞雷波振幅随深度衰减, 所以 $A_n'' = B_n'' = 0$, 所以 $A_n = B_n$ $C_n = D_n$, 得到 $n-1$ 界面子矩阵为 4×6 形式:

$$\Lambda^{(n-1)} = \begin{bmatrix}
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & -\gamma_{\alpha n} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -\gamma_{\alpha n} & 1 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -\rho_n(\gamma_n - 1) & -\rho_n\gamma_n\gamma_{\beta n} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_n\gamma_n\gamma_{\alpha n} & -\rho_n(\gamma_n - 1)
\end{bmatrix} \quad (1 \cdot 97)$$

$A^{(n-1)}$ 中前四列元素与 $A^{(m)}$ 中的前四列元素形式完全相同, 只需将有关的下标 m 改为 $n-1$ 即可。

对于 n 层介质, 一共有 $n-1$ 个界面和一个自由表面, 共有 $4(n-1)+2=4n-2$ 个边界条件, 由这 $4n-2$ 个边界条件组成 $4n-2$ 个齐次方程。假定用向量 P 表示即 $P = (C_1, D_1, A_2, \dots, A_n, C_n)^T$ (共有 $4n-2$ 个元素), 我们知道, 对给定的频率, 如果存在解, 即向量 P 为非零向量, 由克莱姆法则知道, 由 $4n-2$ 个边界条件所建立的齐次线性方程组所组成的行列式 (我们用 $F(\omega, V_R)$ 表示) 的值必为零。

即有 $F(\omega, V_R) = 0$

$$F(\omega, V_R) = \begin{vmatrix} \boxed{\text{自由表面 } 4 \times 1} & & & & & & & \\ & \boxed{\text{第一界面 } 4 \times 8} & & & & & & \\ & & \boxed{\text{第二界面 } 4 \times 8} & & & & & \\ & & & \dots & & & & \\ & & & & \boxed{\text{第 } m \text{ 界面 } 4 \times 8} & & & \\ & & & & & \boxed{\text{第 } m+1 \text{ 界面 } 4 \times 8} & & \\ & & & & & & \dots & \\ & & & & & & & \boxed{\text{第 } n-2 \text{ 界面 } 4 \times 8} \\ & & & & & & & & \boxed{\text{第 } n-1 \text{ 界面 } 4 \times 6} \end{vmatrix} \quad (1 \cdot 98)$$

齐次方程可表示为 $F(\omega, V_R) = 0$, 现在算法的关键是对于给定的 ω , 求出相速度 V_R 来, 使得 $F(\omega, V_R) = 0$, 行列式 $F(\omega, V_R)$ 是瑞雷波关于 ω 和 V_R 的函数, 称为多层介质中瑞雷波的频散函数。

解方程 $F(\omega, V_R) = 0$ 时, 由于 $F(\omega, V_R)$ 是 $4n-2$ 阶行列式, 先对其进行化简, 用 $\gamma_a (i=0, 1, 2, \dots, n-1)$ 去除行列式 $F(\omega, V_R)$ 的 $4i+2$ 列, 用 $\gamma_b (i=0, 1, 2, \dots, n-1)$ 去除行列式 $F(\omega, V_R)$ 的 $4i+3$ 列, 则各子矩阵可表示为:

$$A^{(0)} = \begin{bmatrix} -\rho_1(\gamma_1 - 1) & 0 & -\rho_1\gamma_1 & 0 \\ 0 & \rho_1\gamma_1 & 0 & -\rho_1(\gamma_1 - 1) \end{bmatrix} \quad (1 \cdot 99)$$

$$A^{(m)} = \begin{bmatrix} \cos P_m & -i \sin P_m / \gamma_m & & \\ -i \gamma_m \sin P_m & \cos P_m & & \\ \rho_m(\gamma_m - 1) \cos P_m & -i \rho_m(\gamma_m - 1) \sin P_m / \gamma_m & & \\ i \rho_m \gamma_m \gamma_{\alpha m} \sin P_m & -\rho_m \gamma_m \cos P_m & & \\ \cos Q_m & -i \gamma_{\beta m} \sin Q_m & & \\ i \sin Q_m / \gamma_{\beta m} & -\cos Q_m & & \\ \rho_m \gamma_m \cos Q_m & -i \rho_m \gamma_m \gamma_{\beta m} \sin Q_m & & \\ -i \rho_m(\gamma_m - 1) \sin Q_m / \gamma_{\beta m} & \rho_m(\gamma_m - 1) \cos Q_m & & \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -\rho_{m+1}(\gamma_{m+1} - 1) & 0 & -\rho_{m+1}\gamma_{m+1} & 0 \\ 0 & \rho_{m+1}\gamma_{m+1} & 0 & -\rho_{m+1}(\gamma_{m+1} - 1) \end{bmatrix} \quad (1 \cdot 100)$$

$$A^{(n-1)} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & -\gamma_{\beta n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -\gamma_{\alpha n} & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -\rho_n(\gamma_n - 1) & -\rho_n \gamma_n \gamma_{\beta n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_n \gamma_n \gamma_{\alpha n} & -\rho_n(\gamma_n - 1) \end{bmatrix} \quad (1 \cdot 101)$$

$A^{(n-1)}$ 的前四列元素与 $A^{(m)}$ 的前四列元素形式相同, 只需将有关下角标 m 换成 $n-1$ 即可。其次, 再对 $F(\omega, V_R)$ 施行下列运算:

第 1、2 行除以 $-\rho_i$, $4i+1$ 、 $4i+2$ 行除以 ρ_i ($i=1, 2, 3, \dots, n-1$)

第 $4i-1$ 行乘以 $-(\gamma_i - 1)$ 与 $4i+1$ 行相加作为后者新的结果。

第 $4i$ 行乘以 γ_i 与 $4i+2$ 行相加作为后者新的结果。

第 $4i+1$ 行乘以 -1 与 $4i-1$ 行相加作为后者新的结果。

第 $4i+2$ 行乘以 -1 与 $4i$ 行相加作为后者新的结果。

用 $(-1)^{n-1} \rho_1^2 V_R^2 / \gamma_n \gamma_{\beta n} \rho_n^2 \gamma_{\alpha n} V_{Pn}^2$ 去乘最后一列, 结果行列式 $F(\omega, V_R)$ 的各子矩阵就成为下面形式:

$$A^{(0)} = \begin{bmatrix} \gamma_1 - 1 & 0 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & -\gamma_1 & 0 & \gamma_1 - 1 \end{bmatrix} \quad (1 \cdot 102)$$

$$A^{(m)} = \begin{bmatrix} \cos P_m & -i \sin P_m / \gamma_{\alpha n} & 0 \\ -i \gamma_{\alpha n} \sin P_m & \cos P_m & 0 \\ 0 & 0 & \cos Q_m \\ 0 & 0 & i \sin Q_m / \gamma_{\beta n} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\epsilon_3^{(m)} & 0 & -\epsilon_1^{(m)} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_2^{(m)} & 0 & -\epsilon_4^{(m)} \\ -i \gamma_{\beta n} \sin Q_m & \epsilon_4^{(m)} & 0 & \epsilon_2^{(m)} & 0 \\ -\cos Q_m & 0 & -\epsilon_1^{(m)} & 0 & \epsilon_3^{(m)} \end{bmatrix} \quad (1 \cdot 103)$$

$$A^{(n-1)} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -\epsilon_3^{(n-1)} & -\epsilon_1^{(n-1)} \gamma_{\beta n} \epsilon \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \epsilon_2^{(n-1)} \gamma_{\alpha n} & -\epsilon_4^{(n-1)} \epsilon \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \epsilon_4^{(n-1)} & \epsilon_2^{(n-1)} \gamma_{\beta n} \epsilon \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -\epsilon_1^{(n-1)} & \epsilon_3^{(n-1)} \epsilon \end{bmatrix} \quad (1 \cdot 104)$$

$$\epsilon = (-1)^{n-1} \rho_1^2 V_R^2 / \gamma_{\alpha n} \gamma_{\beta n} \gamma_n \rho_n^2 V_{Pn}^2$$

$A^{(n-1)}$ 的前四列元素与 $A^{(m)}$ 对应的元素形式相同, 只须将下标 m 改为 $n-1$, 式中有关参数 $\epsilon_1^{(m)}$ 、 $\epsilon_2^{(m)}$ 、 $\epsilon_3^{(m)}$ 、 $\epsilon_4^{(m)}$ 由表 1·4 给出。

对于 $F(\omega, V_R)$, 是 $4n-2$ 阶行列式, 直接计算是困难的, 用 Laplace 分解定理将频散函数 $F(\omega, V_R)$ 分解, 最后可将频散函数 $F(\omega, V_R)$ 分解为一系列子矩阵的乘积形式:

$$F(\omega, V_R) = T^{(0)} \bar{F}^{(1)} F^{(2)} \bar{F}^{(3)} \dots \begin{cases} F^{(n-2)} \bar{F}^{(n-1)} T^{(n)} & n \text{ 为偶数} \\ \bar{F}^{(n-2)} F^{(n-1)} \bar{T}^{(n)} & n \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (1 \cdot 105)$$

各子矩阵的元素是:

$$T^{(0)} = [-\gamma_1(\gamma_1 - 1), 0, (\gamma_1 - 1)^2, \gamma_1^2, 0, \gamma_1(\gamma_1 - 1)] \quad (1 \cdot 106)$$

$$T^{(n)} = \epsilon \begin{bmatrix} 0 \\ -\gamma_{\alpha n} \\ \gamma_{\alpha n} \gamma_{\beta n} \\ 1 \\ -\gamma_{\beta n} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \bar{T}^{(n)} = \epsilon \begin{bmatrix} 0 \\ \gamma_{\beta n} \\ 1 \\ \gamma_{\alpha n} \gamma_{\beta n} \\ \gamma_{\alpha n} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1 \cdot 107)$$

$$F^{(m)} = \begin{bmatrix} F_{1212}^{(m)} & F_{1213}^{(m)} & F_{1214}^{(m)} & F_{1223}^{(m)} & F_{1224}^{(m)} & F_{1234}^{(m)} \\ F_{1312}^{(m)} & F_{1313}^{(m)} & F_{1314}^{(m)} & F_{1323}^{(m)} & F_{1324}^{(m)} & F_{1334}^{(m)} \\ F_{1412}^{(m)} & F_{1413}^{(m)} & F_{1414}^{(m)} & F_{1423}^{(m)} & F_{1424}^{(m)} & F_{1434}^{(m)} \\ F_{2312}^{(m)} & F_{2313}^{(m)} & F_{2314}^{(m)} & F_{2323}^{(m)} & F_{2324}^{(m)} & F_{2334}^{(m)} \\ F_{2412}^{(m)} & F_{2413}^{(m)} & F_{2414}^{(m)} & F_{2423}^{(m)} & F_{2424}^{(m)} & F_{2434}^{(m)} \\ F_{3412}^{(m)} & F_{3413}^{(m)} & F_{3414}^{(m)} & F_{3423}^{(m)} & F_{3424}^{(m)} & F_{3434}^{(m)} \end{bmatrix} \quad (1 \cdot 108)$$

$$\bar{F}^{(m)} = \begin{bmatrix} F_{3434}^{(m)} & -F_{3424}^{(m)} & F_{3423}^{(m)} & F_{3414}^{(m)} & -F_{3413}^{(m)} & F_{3412}^{(m)} \\ -F_{2434}^{(m)} & F_{2424}^{(m)} & -F_{2423}^{(m)} & -F_{2414}^{(m)} & F_{2413}^{(m)} & -F_{2412}^{(m)} \\ F_{2334}^{(m)} & -F_{2324}^{(m)} & F_{2323}^{(m)} & F_{2314}^{(m)} & -F_{2313}^{(m)} & F_{2312}^{(m)} \\ F_{1434}^{(m)} & -F_{1424}^{(m)} & F_{1423}^{(m)} & F_{1414}^{(m)} & -F_{1413}^{(m)} & F_{1412}^{(m)} \\ -F_{1334}^{(m)} & F_{1324}^{(m)} & -F_{1323}^{(m)} & -F_{1314}^{(m)} & F_{1313}^{(m)} & -F_{1312}^{(m)} \\ F_{1234}^{(m)} & -F_{1224}^{(m)} & F_{1223}^{(m)} & F_{1214}^{(m)} & -F_{1213}^{(m)} & F_{1212}^{(m)} \end{bmatrix} \quad (1 \cdot 109)$$

则 $F(\omega, V_R)$ 的符号矩阵形式是 $(1 \times 6) \cdot (6 \times 6) \cdot (6 \times 6) \cdots (6 \times 6) \cdot (6 \times 1)$, $F_{ijl}^{(m)}$ 的各元素可参见表 1·4。

由表 1·4 可看出, $F_{ijl}^{(m)}$ 和 $\bar{F}_{ijl}^{(m)}$ 具有如下对称性:

$$\begin{bmatrix} \delta & O & \gamma & U & O & \eta \\ ik & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -ik \\ \theta & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -\theta \\ \Phi & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -\Phi \\ il & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -il \\ \eta & O & -\gamma & -U & O & \delta \end{bmatrix} \quad (1 \cdot 110)$$

由于第 1 个 (1×6) 矩阵的第一个元素与第六个元素等值反号, 在与形如 (1·110) 式的矩阵相乘时, 得到一个新的 (1×6) 矩阵, 显然该新的 (1×6) 矩阵的第一个和第六个元素仍然等值反号, 且所得新矩阵的第二和第五个元素为纯虚数, 故我们用 $[U^{(m)}, iV^{(m)}, W^{(m)}, R^{(m)}, iS^{(m)}, -U^{(m)}]$ 来表示此矩阵, 对于新矩阵的第二及第五个元素, 可以看到 (1·110) 形式的矩阵中第二列及第五列的第一个元素和第六个元素为零, 因而只需作 4 次乘法, 而剩下的四个元素中第一与第六个元素等值反号, 只需求出三个元素, 由于 $T^{(0)}$ 中的第一与第六元素等值反号, 因而, 在求这三个元素时, 只作 5 次乘法和一次加法, 因此, 在求 (1·110) 矩阵乘法时, 只需作两个 4 次乘法和三个 5 次乘法, 这是对原来的六个 6 次乘法的重要改进。

$$\text{令 } [U^{(1)}, iV^{(1)}, W^{(1)}, R^{(1)}, iS^{(1)}, -U^{(1)}] = T^{(0)} \bar{F}^{(1)} \cdots \quad (1 \cdot 111)$$

由表 1·4 可以看出, $U^{(1)}, V^{(1)}, W^{(1)}, R^{(1)}, S^{(1)}$ 均为实数;

$$\begin{aligned} \text{令 } [U^{(2)}, iV^{(2)}, W^{(2)}, R^{(2)}, iS^{(2)}, -U^{(2)}] &= T^{(0)} \bar{F}^{(1)} F^{(2)} \\ &= [U^{(1)}, iV^{(1)}, W^{(1)}, R^{(1)}, iS^{(1)}, -U^{(1)}] \cdot F^{(2)} \end{aligned} \quad (1 \cdot 112)$$

同样 $U^{(2)}, V^{(2)}, W^{(2)}, R^{(2)}, S^{(2)}$ 均为实数, 由此递推下去, 令:

$$[U^{(m+1)}, iV^{(m+1)}, W^{(m+1)}, R^{(m+1)}, iS^{(m+1)}, -U^{(m+1)}]$$

$$= [U^{(m)}, iV^{(m)}, W^{(m)}, R^{(m)}, iS^{(m)}, -U^{(m)}] \begin{cases} F^{(m+1)} & m+1 \text{ 为偶数} \\ F^{(m+1)} & m+1 \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (1 \cdot 113)$$

故频散函数 $F(\omega, V_R)$ 可表示为:

$$F(\omega, V_R) = [U^{(n-1)}, iV^{(n-1)}, W^{(n-1)}, R^{(n-1)}, iS^{(n-1)}, -U^{(n-1)}] \begin{cases} T^{(n)} & n \text{ 为偶数} \\ T^{(n)} & n \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (1 \cdot 114)$$

Knopff 快速计算频散函数的关键部分是不断由层参数去递推新的矩阵元素,即根据 m 的矩阵元素推出 $m+1$ 层的矩阵元素,直到频散函数计算到 $n-1$ 界面为止。

频散函数是由以下实现递推的:

$$[U^{(0)}, V^{(0)}, W^{(0)}, R^{(0)}, S^{(0)}, -U^{(0)}] = T^{(0)}$$

$$U^{(0)} = -\gamma_1(\gamma_1 - 1), V^{(0)} = 0, W^{(0)} = (\gamma_1 - 1)^2, R^{(0)} = \gamma_1^2, S^{(0)} = 0$$

将此式代入(1·111)、(1·112)、(1·113)式,当 $m+1$ 为偶数时,有下式:

$$\begin{aligned} & [U^{(m+1)}, iV^{(m+1)}, W^{(m+1)}, R^{(m+1)}, iS^{(m+1)}, -U^{(m+1)}] \\ &= [U^{(m)}, iV^{(m)}, W^{(m)}, R^{(m)}, iS^{(m)}, -U^{(m)}] \cdot F^{(m+1)} \end{aligned}$$

展开得:

$$\begin{aligned} U^{(m+1)} &= U^{(m)}(-\epsilon_{16}^{(m+1)}) + \epsilon_{11}^{(m+1)}K^{(m+1)} + \epsilon_7^{(m+1)}L^{(m+1)} \\ V^{(m+1)} &= \epsilon_{15}^{(m+1)}(\xi_{11}^{(m+1)}V^{(m)} + \xi_{10}^{(m+1)}W^{(m)} + \xi_9^{(m+1)}R^{(m)} - \xi_7^{(m+1)}S^{(m)}) \\ W^{(m+1)} &= -\epsilon_{14}^{(m+1)}K^{(m+1)} - \epsilon_{12}^{(m+1)}\tau^{(m+1)} + 2\epsilon_{13}^{(m+1)}U^{(m)} \\ R^{(m+1)} &= -\epsilon_9^{(m+1)}K^{(m+1)} - \epsilon_5^{(m+1)}\tau^{(m+1)} + 2\epsilon_6^{(m+1)}U^{(m)} \\ S^{(m+1)} &= \epsilon_{15}^{(m+1)}(-\xi_7^{(m+1)}V^{(m)} + \xi_8^{(m+1)}W^{(m)} + \xi_{11}^{(m+1)}R^{(m)} + \xi_{13}^{(m+1)}S^{(m)}) \end{aligned}$$

$$\text{其中: } K^{(m+1)} = \xi_9^{(m+1)}V^{(m)} + \xi_7^{(m+1)}W^{(m)} - \xi_{15}^{(m+1)}R^{(m)} + \xi_1^{(m+1)}S^{(m)}$$

$$L^{(m+1)} = \xi_{16}^{(m+1)}V^{(m)} - \xi_{12}^{(m+1)}W^{(m)} + \xi_7^{(m+1)}R^{(m)} + \xi_8^{(m+1)}S^{(m)}$$

(1·115)

当 $m+1$ 为奇数时有:

$$[U^{(m+1)}, iV^{(m+1)}, W^{(m+1)}, R^{(m+1)}, iS^{(m+1)}, -U^{(m+1)}]$$

$$= [U^{(m)}, iV^{(m)}, W^{(m)}, R^{(m)}, iS^{(m)}, -U^{(m)}] \cdot F^{(m+1)}$$

展开得:

$$\begin{aligned} U^{(m+1)} &= -\epsilon_{16}^{(m+1)} U^{(m)} + \epsilon_{11}^{(m+1)} X^{(m+1)} + \epsilon_7^{(m+1)} Z^{(m+1)} \\ V^{(m+1)} &= \epsilon_{15}^{(m+1)} (\zeta_{13}^{(m+1)} V^{(m)} - \zeta_{11}^{(m+1)} W^{(m)} - \zeta_8^{(m+1)} R^{(m)} - \zeta_7^{(m+1)} S^{(m)}) \\ W^{(m+1)} &= \epsilon_9^{(m+1)} X^{(m+1)} + \epsilon_5^{(m+1)} Z^{(m+1)} - 2\epsilon_6^{(m+1)} U^{(m)} \\ R^{(m+1)} &= \epsilon_{14}^{(m+1)} X^{(m+1)} + \epsilon_{12}^{(m+1)} Z^{(m+1)} - 2\epsilon_{13}^{(m+1)} U^{(m)} \\ S^{(m+1)} &= \epsilon_{15}^{(m+1)} (-\zeta_7^{(m+1)} V^{(m)} - \zeta_9^{(m+1)} W^{(m)} - \zeta_{10}^{(m+1)} R^{(m)} + \zeta_{14}^{(m+1)} S^{(m)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{其中: } X^{(m+1)} &= \zeta_{11}^{(m+1)} V^{(m)} + \zeta_{15}^{(m+1)} W^{(m)} - \zeta_7^{(m+1)} R^{(m)} + \zeta_9^{(m+1)} S^{(m)} \\ Z^{(m+1)} &= \zeta_9^{(m+1)} V^{(m)} - \zeta_7^{(m+1)} W^{(m)} + \zeta_{12}^{(m+1)} R^{(m)} + \zeta_{10}^{(m+1)} S^{(m)} \end{aligned} \quad (1 \cdot 116)$$

最后的频散函数为:

$$\begin{aligned} F(\omega, V_R) &= [V^{(n-1)}, W^{(n-1)}, R^{(n-1)}, S^{(n-1)}] \\ &\cdot \begin{cases} \begin{bmatrix} -(1 - V_R^2/V_{Pn}^2)^{1/2} \\ -(1 - V_R^2/V_{Pn}^2)^{1/2} \cdot (1 - V_R^2/V_{Sn}^2)^{1/2} \\ -(1 - V_R^2/V_{Sn}^2)^{1/2} \end{bmatrix} \cdot \epsilon & \text{若 } n \text{ 为偶数} \\ \begin{bmatrix} (1 - V_R^2/V_{Sn}^2)^{1/2} \\ -(1 - V_R^2/V_{Pn}^2)^{1/2} \cdot (1 - V_R^2/V_{Sn}^2)^{1/2} \\ (1 - V_R^2/V_{Pn}^2)^{1/2} \end{bmatrix} \cdot \epsilon & \text{若 } n \text{ 为奇数} \end{cases} \end{aligned} \quad (1 \cdot 117)$$

由(1·117)式可以看出:本算法仅包含实数,故求频散函数时完全避免了复数运算,易于在计算机上实现,但是,矩阵中存在着指数项 P 、 Q 和它们的线性运算,而 P 、 Q 的幂与频率成正比,因此,在高频时会引起上下限算求溢出和有效数字损失等问题,因此,这种算法还有待于改进。

二、高频范围频散函数的计算

我们可以把 n 层介质中的频散函数 $F_R(\omega, C)$ 表示成 $(n+1)$ 个矩阵的乘积 $(1 \times 6) (6 \times 6) \cdots (6 \times 6) (6 \times 1)$, 如式(1·105)所

示。矩阵乘积是从左至右形成的，每一层可以看成是两个矩阵的相乘 $(1 \times 6)(6 \times 6)$ 。如果用归一化方法，即计算出每个矩阵的最大元素 P_i ，用这个最大正数除以该矩阵的每个元素，使得矩阵中的各元素值减小到原来的 $1/P_i$ 倍，但频散函数的性质并未改变，从而部分地控制了溢出。

第二步骤是，当 $V_R < V_{Sm} < V_{Pm}$ 时，矩阵元素包含：

$$\begin{aligned} \frac{\sin h}{\cos h} P_m^* \frac{\sin h}{\cos h} Q_m^* &= \frac{\sin h}{\cos h} \left(-\frac{\omega d_m}{V_R} \sqrt{1 - V_R^2/V_{Pm}^2} \right) \\ &\cdot \frac{\sin h}{\cos h} \left(-\frac{\omega d_m}{V_R} \sqrt{1 - V_R^2/V_{Sm}^2} \right) \end{aligned} \quad (1 \cdot 118)$$

其值大约为：

$$\frac{1}{4} \exp \left[\frac{2\pi d_m f}{V_R} \left(\sqrt{1 - V_R^2/V_{Pm}^2} + \sqrt{1 - V_R^2/V_{Sm}^2} \right) \right] \equiv \text{MAX} \quad (1 \cdot 119)$$

当 MAX 等于计算机允许的最大值时，计算就会出现溢出。采用将某一层细分为 N 个等厚的薄层的方法。

$$d_m = \sum_{i=1}^N d_i \quad (1 \cdot 120)$$

使指数项变为

$$\prod_{i=1}^N \frac{1}{2} \exp \left[\frac{2\pi d_i f}{V_R} \left(\sqrt{1 - V_R^2/V_{Pm}^2} + \sqrt{1 - V_R^2/V_{Sm}^2} \right) \right] \equiv \text{MAX} \quad (1 \cdot 121)$$

这样可避免溢出。

多层介质瑞雷波频散曲线计算程序及反演程序见附录，计算结果分别见图 1·17 和图 1·18。

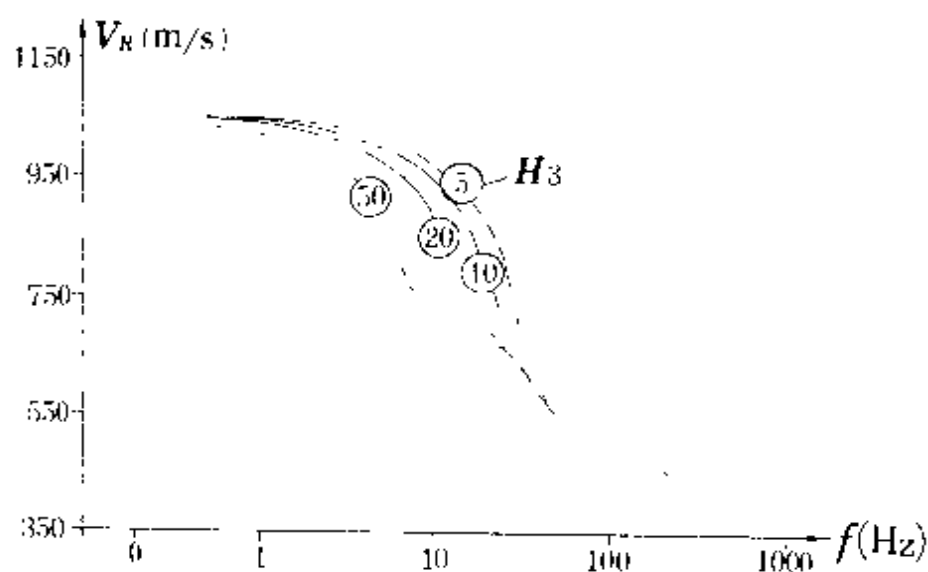


图 1·17 四层瑞雷波频散曲线

模型参数: $H_1=1\text{m}$, $V_{S1}=462\text{m/s}$, $V_{P1}=800\text{m/s}$, $\rho_1=2.4\text{g/cm}^3$, $V_{S2}=577\text{m/s}$,
 $V_{P2}=1000\text{m/s}$, $\rho_2=2.4\text{g/cm}^3$, $H_2=2.0\text{m}$, $V_{S3}=808\text{m/s}$, $V_{P3}=1400\text{m/s}$,
 $\rho_3=2.6\text{g/cm}^3$, $V_{S4}=1154\text{m/s}$, $V_{P4}=2000\text{m/s}$, $\rho_4=2.8\text{g/cm}^3$

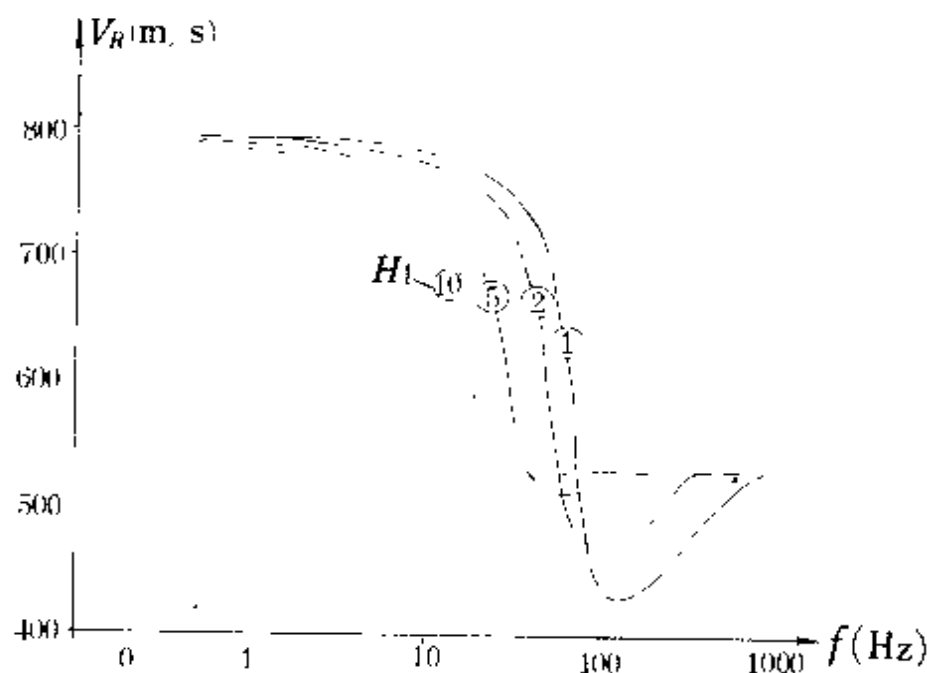


图 1·18 三层瑞雷波频散曲线

模型参数: $V_{S1}=577\text{m/s}$, $V_{P1}=1000\text{m/s}$, $\rho_1=2.4\text{g/cm}^3$,
 $V_{S2}=340\text{m/s}$, $V_{P2}=600\text{m/s}$, $\rho_2=2.0\text{g/cm}^3$, $H_2=1.0\text{m}$, $V_{S3}=866\text{m/s}$,
 $V_{P3}=1500\text{m/s}$, $\rho_3=2.6\text{g/cm}^3$

§ 1.5 频散曲线特征分析

瑞雷波勘探的直接成果是瑞雷波的频散曲线,频散曲线的特征及其变化与地下地质条件,如各层的厚度、波速等密切相联系,研究这些变化规律和分析这些特征,目的就是寻找频散曲线的特征与地质条件的内在联系,从而根据频散曲线的变化规律和特征做出符合客观的地质解释。

一、频散曲线 (V_R-f) 变化规律

(一) (V_R-f) 曲线变化规律与层波速的关系

图 1·19 是两层介质条件下的 (V_R-f) 曲线,各层参数见图。从图中可以看出,当频率较高时 ($f > 35\text{Hz}$),频散曲线为直线段,且 $V_R \approx V_{R1}$,随着频率的升高,频散曲线以 $V_R = V_{R1}$ 为渐近线,当频率较低时 ($f < 10\text{Hz}$),频散曲线也近似为直线,且 $V_R \approx V_{R2}$,随着频率降低,曲线以 $V_R = V_{R2}$ 为渐近线。当频率位于中间某一频带范围 (16—30Hz) 时,频散曲线随频率的变化而急剧变化,即随着频率的降低, V_R 值从 V_{R1} 向 V_{R2} 迅速过渡。

图 1·20 是三层瑞雷波频散曲线,各层参数见图。从图中可以看出,高频段和低频段的 V_R 值分别以 V_{R1} 和 V_{R3} 为渐近线,在中间频带内,当 $H_2/H_1 > 3$ 时, (V_R-f) 曲线为一段平缓曲线,且 $V_R \approx V_{R2}$,同时,曲线上出现两处梯度陡段,这两处梯度陡段显然与两个界面有关。当 $H_2/H_1 < 3$ 时,两处梯度陡段互相衔接,使得中间平缓过渡段消失。图中的 $H=0$ 曲线即为两层介质时的 V_R-f 曲线,从两层曲线与三层曲线的对比可以看出, H_2 的存在,即使很薄也会影响 V_R 随 f 的变化率,这种特征将会为我们在资料解释中识别薄夹层提供帮助。

(二) (V_R-f) 曲线变化规律与层厚度的关系

图 1·21 是两层 (V_R-f) 曲线随第一层厚度不同而变化的情况,两层介质的弹性性质与图 1·19 中模型相同,厚度的变化如图

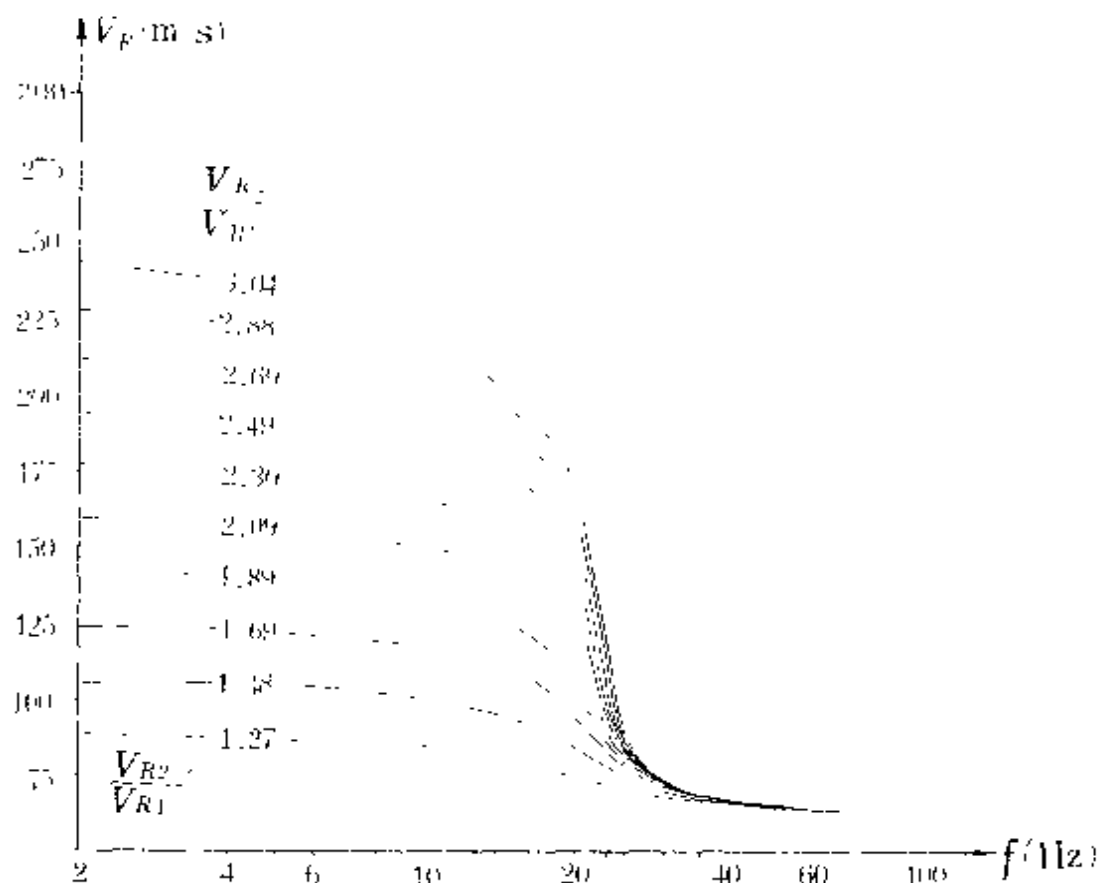


图 1·19 二层介质($H_1 \approx 2\text{m}$)瑞雷波频散曲线

模型参数: $V_{S1} = 95\text{m/s}$, $V_{P1} = 250\text{m/s}$, $\rho_1 = 1.8\text{g/cm}^3$, $H_1 = 2\text{m}$, $V_{R1} = 90\text{m/s}$,

$V_{S2} = 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280, 300\text{m/s}$, $V_{P2} = 500\text{m/s}$,

$$\rho = 1.9\text{g/cm}^3$$

中所示。从图中可以明显看出,不同厚度的频散曲线形态基本相似,即高频段以 V_{R1} 为渐近线,低频段以 V_{R2} 为渐近线。 $(V_R - f)$ 曲线的梯度最大处或说 $(V_R - f)$ 曲线的拐点 ($\frac{\partial V_R}{\partial f}$ 的最大点) 随着厚度的增大快速向低频方向移动,如厚度 $H_1 = 1\text{m}$,拐点位于 40—45Hz 间,厚度 $H_1 = 10\text{m}$,拐点移动到 4—5Hz 间。

图 1·22 是三层 $(V_R - f)$ 曲线随第二层厚度不同而变化的情况,各层介质的弹性性质与图 1·20 中模型相同, $H_1 = 0.5\text{m}$, H_2 如图中所示,三层介质的 $(V_R - f)$ 曲线出现两个拐点 ($\frac{\partial V_R}{\partial f}$ 极值点)。显然较高频率的拐点位置与第一层厚度有关,较低频率的拐点位置与第二层厚度、第一层厚度之和有关,该图中第一层厚度不

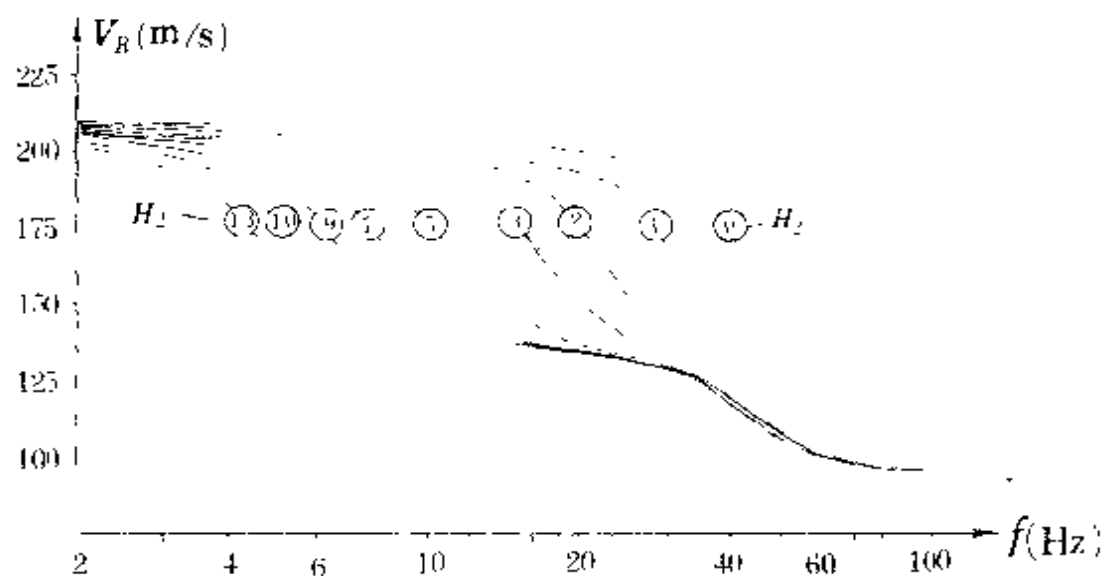


图 1·20 三层介质瑞雷波频散曲线

模型参数: $V_{S1}=100\text{m/s}$, $V_{P1}=300\text{m/s}$, $H_1=1\text{m}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$,
 $V_{S2}=150\text{m/s}$, $V_{P2}=450\text{m/s}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$, $H_2=0, 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13\text{m}$,
 $V_{S3}=225\text{m/s}$, $V_{P3}=700\text{m/s}$, $\rho_3=2.0\text{g/cm}^3$

变,所以,拐点的位置变化为第二层厚度变化所引起。与两层情况

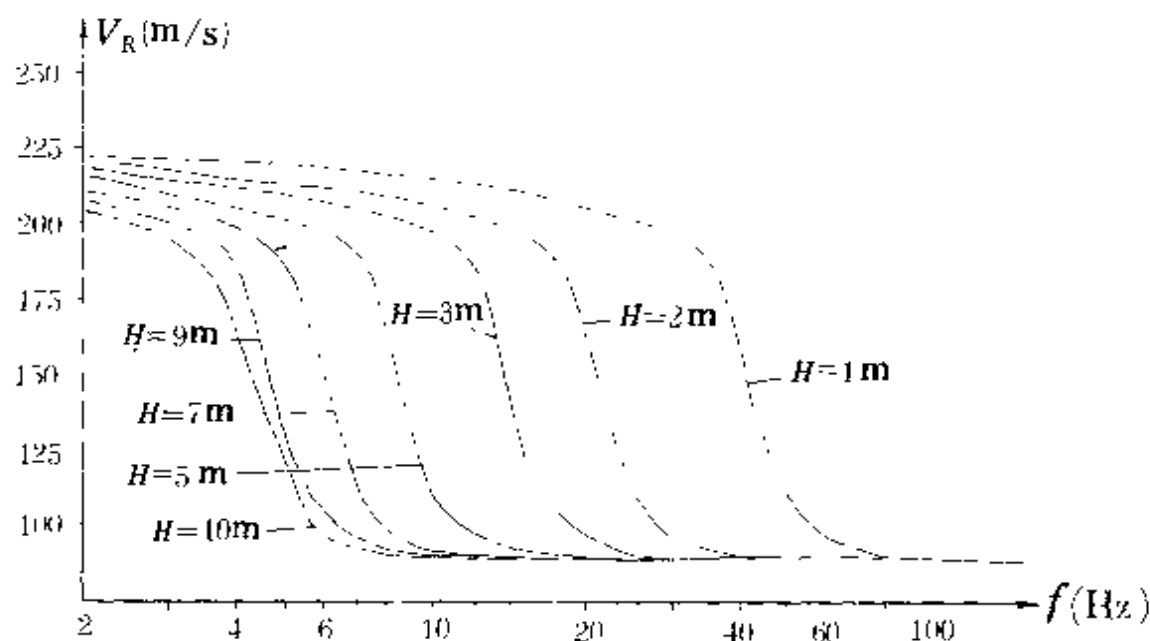


图 1·21 两层瑞雷波频散曲线随厚度的变化

相类似,随着 H_2 的增加,拐点很明显的向低频方向移动。这种变

化规律提示我们,拐点的位置与层厚度存在着某种密切的相关关

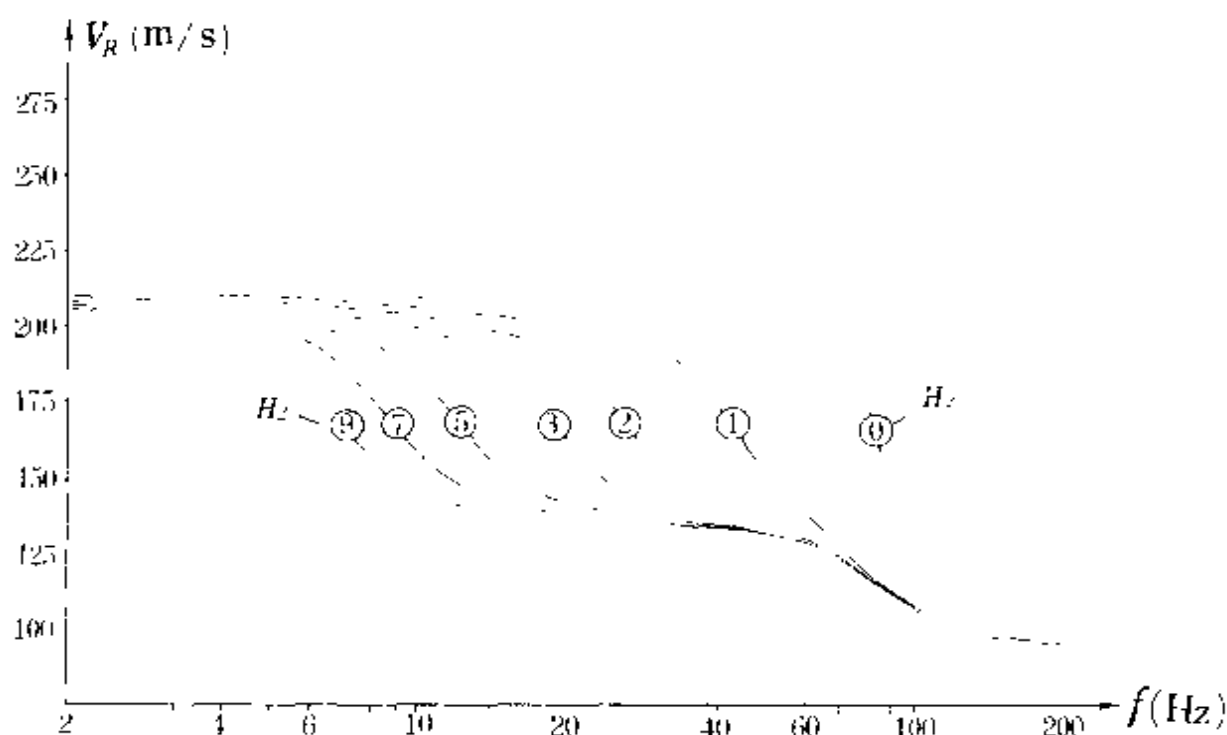


图 1·22 三层瑞雷波频散曲线随第二层厚度的变化

模型参数: $V_{S1}=100\text{m/s}$, $V_{P1}=300\text{m/s}$, $H_1=0.5\text{m}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$,

$V_{S2}=150\text{m/s}$, $V_{P2}=450\text{m/s}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$, $H_2=0, 1, 2, 3, 5, 7, 9\text{m}$,

$V_{S3}=225\text{m/s}$, $V_{P3}=700\text{m/s}$, $\rho_3=2.0\text{g/cm}^3$

系,研究这种相关关系可以导致产生对层厚度的定量解释方法。

(三)层状介质中瑞雷波传播速度 V_R 与波长 λ_R 的关系

图 1·23 是两层介质条件下, $(V_R-\lambda_R)$ 曲线随第一层厚度不同而变化的情况,第一层的 $V_{R1}=90\text{m/s}$, H_1 分别为 1、3、5、7、9m; $V_{R2}=133\text{m/s}$ 。从图中可以看出, $(V_R-\lambda_R)$ 曲线的变化规律与 (V_R-f) 曲线相类似,当 λ_R 较小时 ($\lambda_R < H$), $V_R \approx V_{R1}$ 。当 λ_R 较大时, $V_R \approx V_{R2}$ 。且当 $\lambda_R \rightarrow 0$ 时, V_R 以 V_{R1} 为渐近线,当 $\lambda_R \rightarrow \infty$ 时, V_R 以 V_{R2} 为渐近线。从不同厚度的曲线上均可看出,只有当 $\lambda_R \approx H$ 时, V_R 值才有较明显的变化,且当 $\lambda_R > 8H$ 时,才可看出曲线上第二层的渐近段,因此可以认为: $\lambda_R \leq H$ 时, $V_R \approx V_{R1}$, 当 $\lambda_R > 8H$ 时, $V_R \approx V_{R2}$ 。

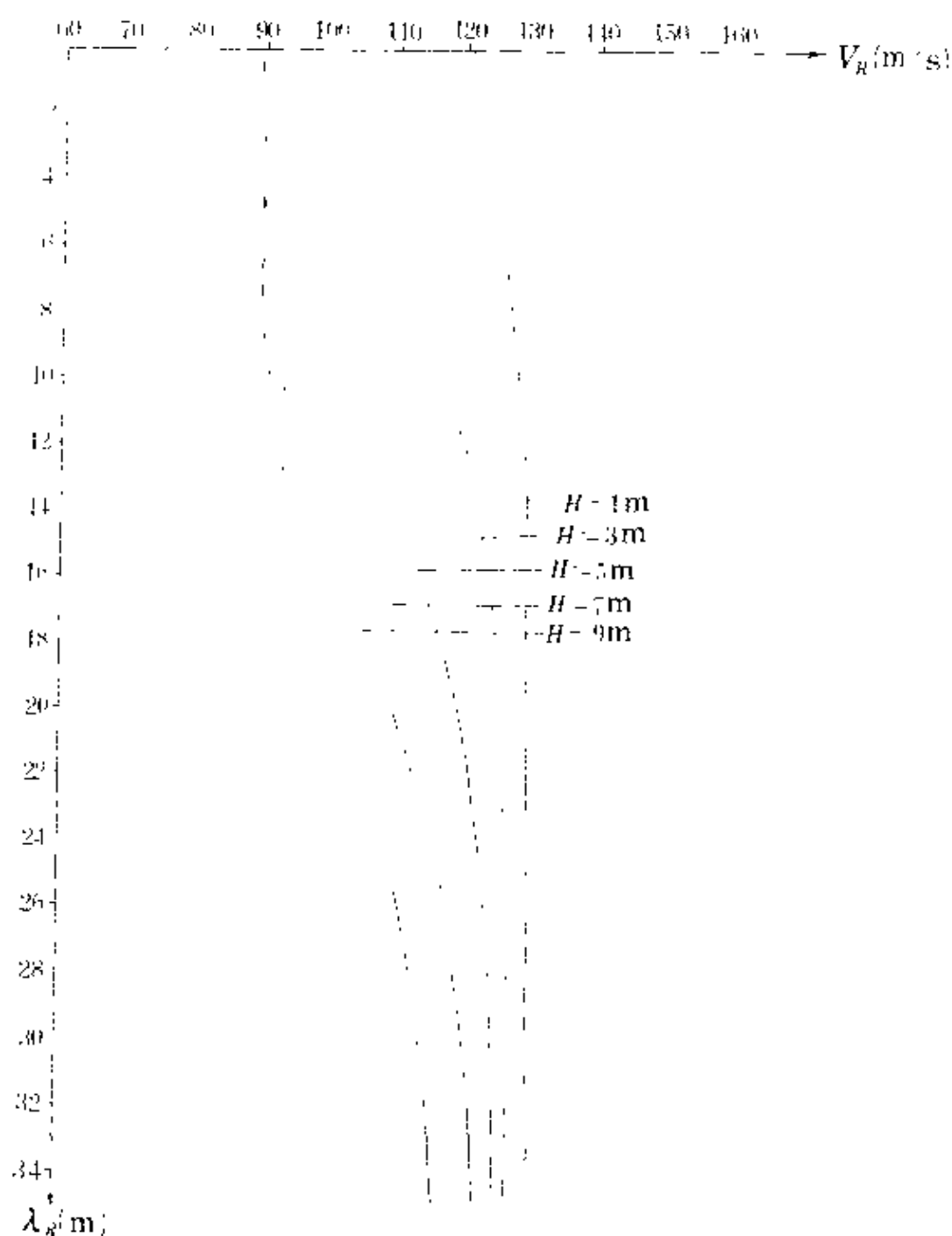


图 1·23 $V_R-\lambda_R$ 曲线随不同厚度的变化

对比 (V_R-f) 曲线与 $(V_R-\lambda_R)$ 曲线的特征, 可以看出, $(V_R-\lambda_R)$ 曲线的特征较 (V_R-f) 曲线特征更直接地与层厚度相关。因此, 在实际工作中, 往往把 (V_R-f) 曲线转换成 $(V_R-\lambda_R)$ 曲线。

二、影响瑞雷波频散曲线变化的因素

(一) 决定瑞雷波传播速度 V_R 的主要因素

岩石或土体中的矿物成分、结构、密度、孔隙度是决定瑞雷波传播速度的主要因素。岩石的含水饱和度一般对 V_R 影响不大,而在土体中,含水量的大小,使得土体的物理力学性质有较大的变化,因此,土体的含水饱和度对 V_R 值影响较大。由(1·8)式可知, V_R 与 V_S 成正比,即:

$$V_R \propto V_S \quad (1 \cdot 122)$$

而影响横波传播速度 V_S 大小的因素是众所周知的,不再一一赘述。

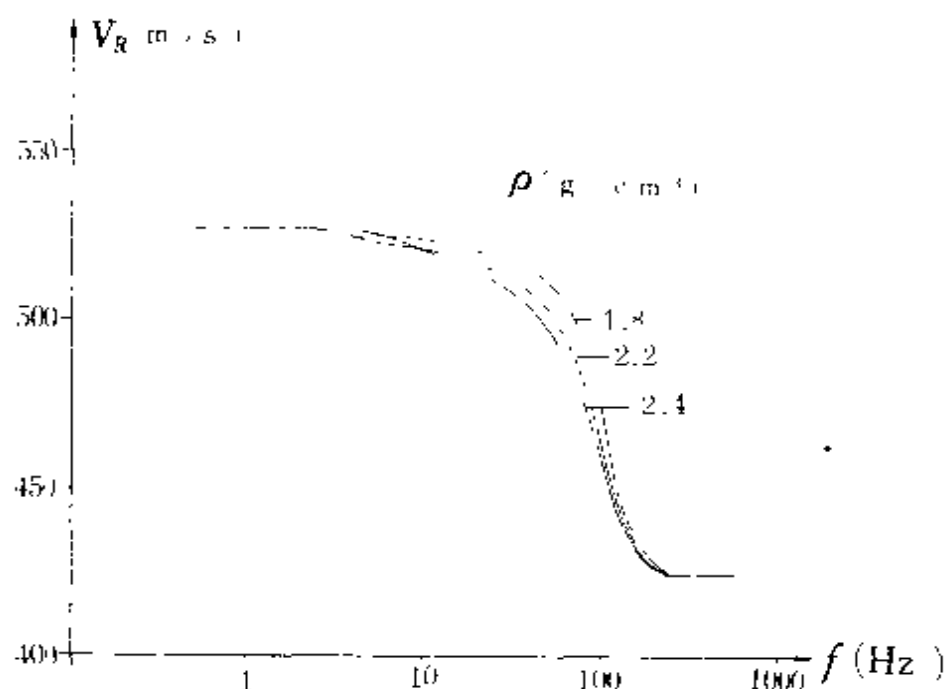


图 1·24 ρ 对 V_R - f 曲线的影响

表 1·5 是不同密实程度的粘土和砂土所对应的 V_S 及标准贯入击数 $N_{63.5}$ 值的变化范围。

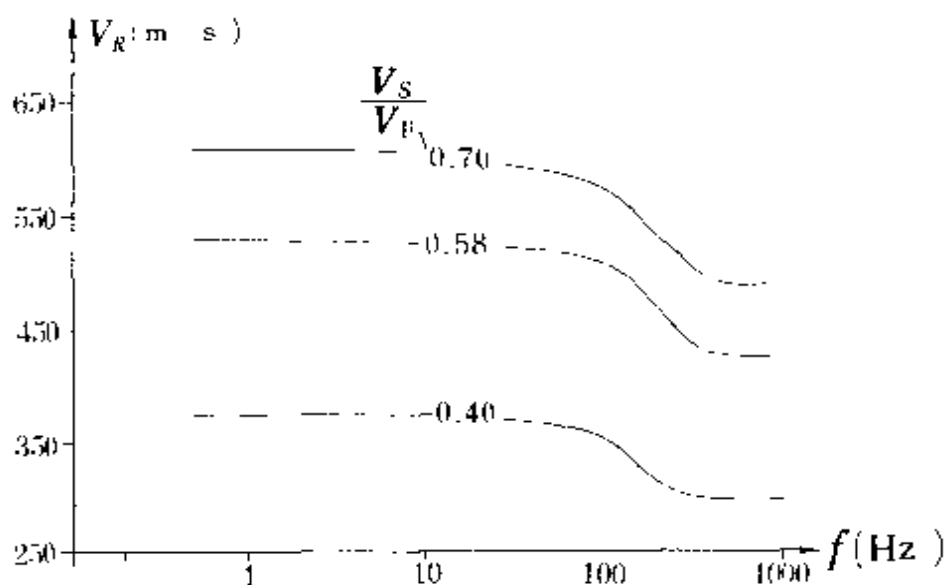


图 1·25 V_S 对 V_R-f 曲线的影响

表 1·5

类别	种 类	$N_{63.5}$ 值	V_S (m/s)	备 注
粘 土	松软粘土	<4	100—150	引自： VIC 株式会社《佐 藤式全自动地下 勘探机实例集》
	软硬中等粘土	4—8	150—180	
	粘稠粘土	8—15	180—220	
	硬质粘土	>15	220—300	
砂 土	松散砂	<10	150—180	
	软硬中等砂	10—30	180—220	
	密实砂	30—50	220—250	
	极密实砂	>50	250—350	
	风化岩、泥岩	>50	350—500	

(二) ρ 、 V_S 、 V_P 对 V_R 的影响

介质的弹性性质由 ρ 、 V_S 和 V_P 三个变量来描述与用弹性模量 E 、 μ 和 σ 来描述是一致的。在瑞雷波频散曲线的正演计算中，用 ρ 、 V_S 和 V_P 参数更为方便，因此，这里主要讨论 ρ 、 V_S 、 V_P 对 V_R 的影响。

图 1·24 是第一层介质密度 ρ 分别为 1.8, 2.2, 2.4g/cm³，其

它参数不变时计算的二层(V_R-f)曲线。由图可见,三种密度所对应的 V_R 值最大差值为 10 m/s。

图 1·25 是第一层参数不变,第二层 $V_P=1000$ m/s,第二层 V_S 分别为 808,692,577 m/s 时计算的三条(V_R-f)曲线,从图中可以看出,在低频段,即第二层的 V_R 值随着第二层 V_S 值变化而成比例的变化,比例约为 1:1。即 V_S 分别为 808 和 692 m/s,差值为 116 m/s, V_R 值分别为 741 和 635 m/s,差值为 106m/s。说明 V_S 的变化对 V_R 的影响较大。

图 1·26 是二层介质的 V_S 不变,分别为 $V_{S1}=462$ m/s, $V_{S2}=577$ m/s, V_{P1} 分别为 1400、1155、942、770、660 m/s, $V_{P2}=1748$ 、1443、1000、888、824 m/s,计算的 5 条(V_R-f)曲线,从图中可以看出,在低频段, V_{P2} 从 1748 m/s 变化到 824 m/s,速度变化了 924 m/s,而 V_R 值最大只变化了 40 m/s,在高频段, V_{P1} 从 1400 m/s 变化到 660 m/s,变化量为 740 m/s,而 V_R 值只变化了 33 m/s。可见 V_R 的变化量与 V_P 的变化量间的比例关系约为 1:22。所以,认为 V_P 的变化对 V_R 的影响较小。

(三)界面深度对(V_R-f)曲线形态的影响

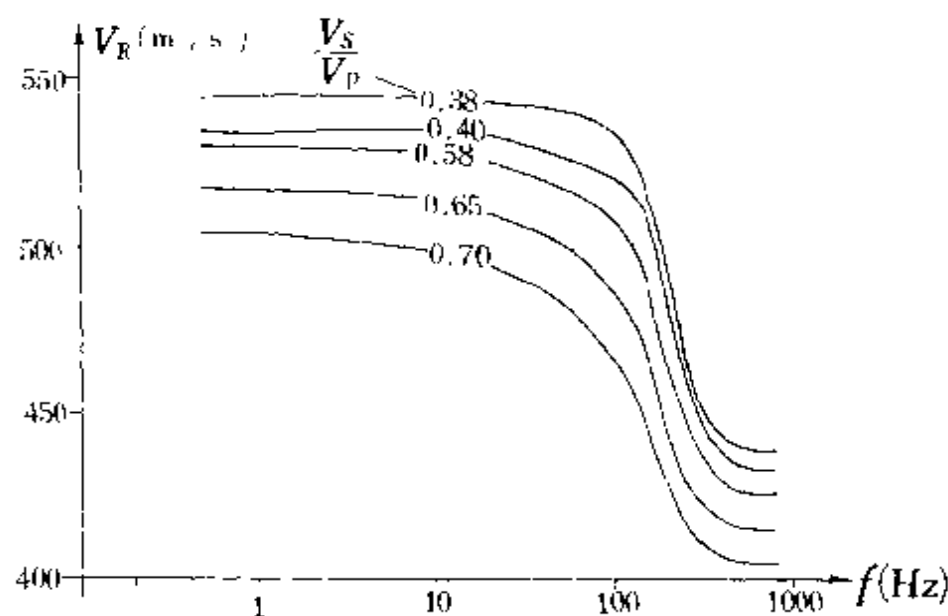


图 1·26 V_P 对 V_R-f 曲线的影响

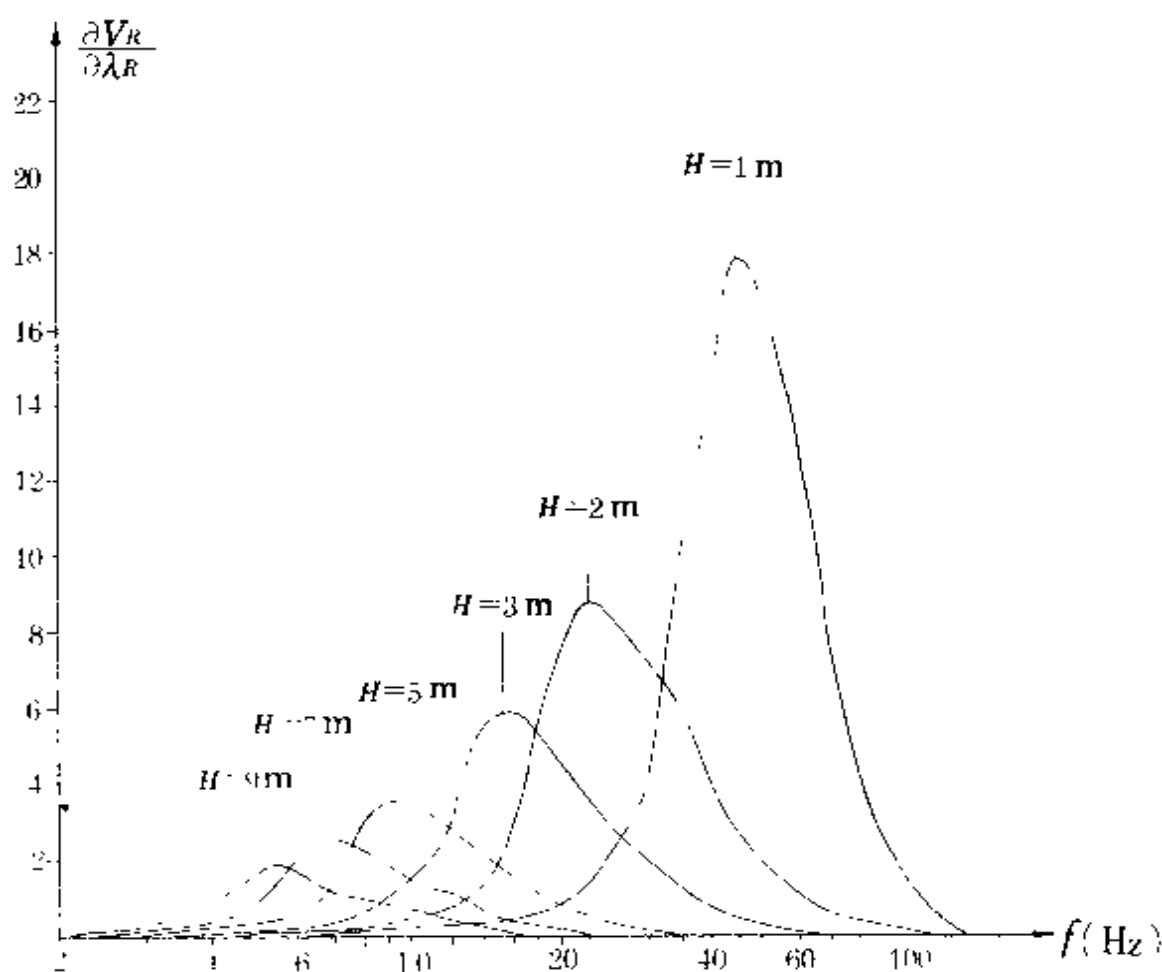


图 1·27 不同深度的 $\frac{\partial V_R}{\partial \lambda_R} - f$ 曲线

在两层介质中,界面的深度对 $(V_R - f)$ 曲线形态没有影响,如图 1·21 中所示,只是随着深度 H 的增加,曲线的拐点向低频方向移动。图 1·27 是二层介质条件下的 $\frac{\partial V_R}{\partial \lambda_R} - f$ 曲线,从图中可以看出, V_R 随单位波长变化的极值点随深度增大有规律的减小,且向低频方向移动。

在多层介质中,中间层厚度的变化,会引起 $(V_R - f)$ 曲线形态有较大变化,如图 1·20 中,当中间层厚度 H 为 1—2m 时,曲线形态类似于两层 $(V_R - f)$ 曲线,随着 H 的增大,曲线上才逐渐出现中间层 V_R 的渐近线。

(四) $V_{R(i-1)}/V_{Ri}$ 的变化对 $(V_R - f)$ 曲线影响:

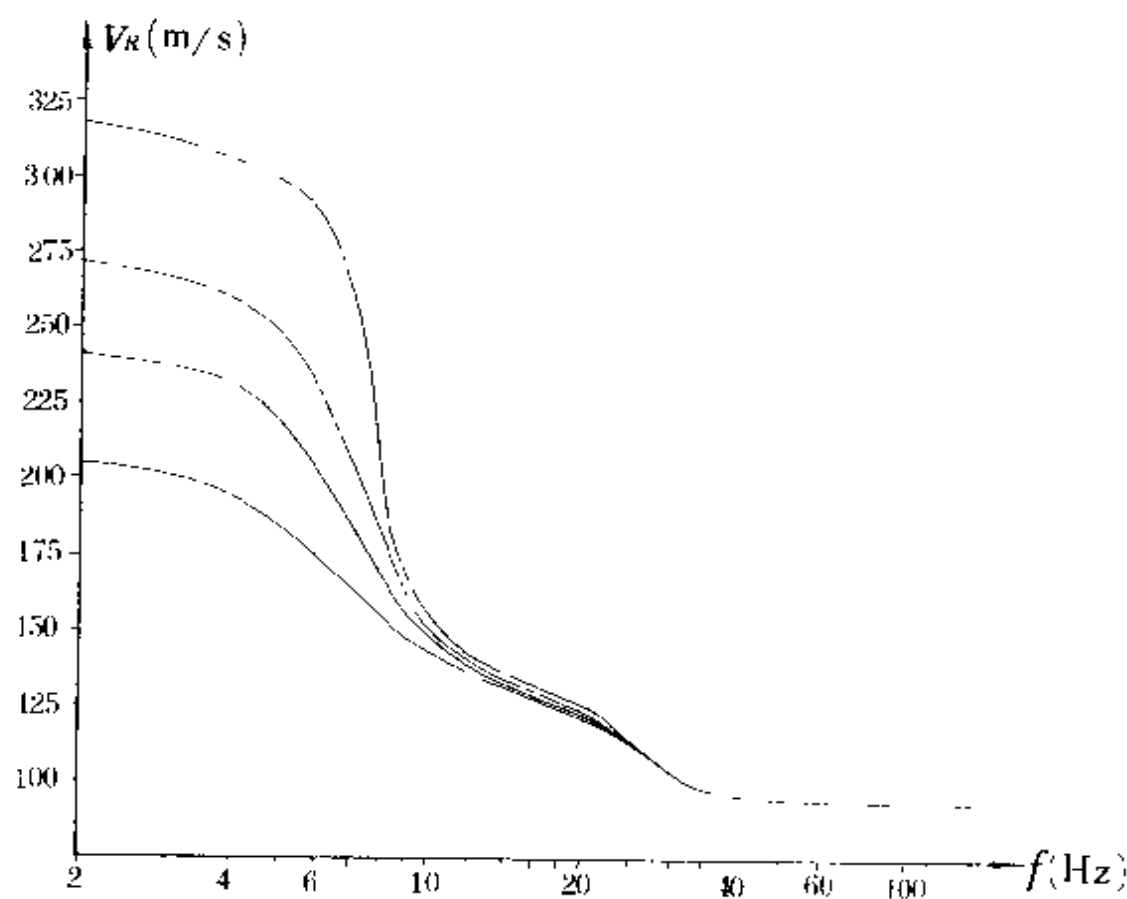


图 1·28 三层介质不同 V_{R3}/V_{R2} 的 V_R-f 曲线

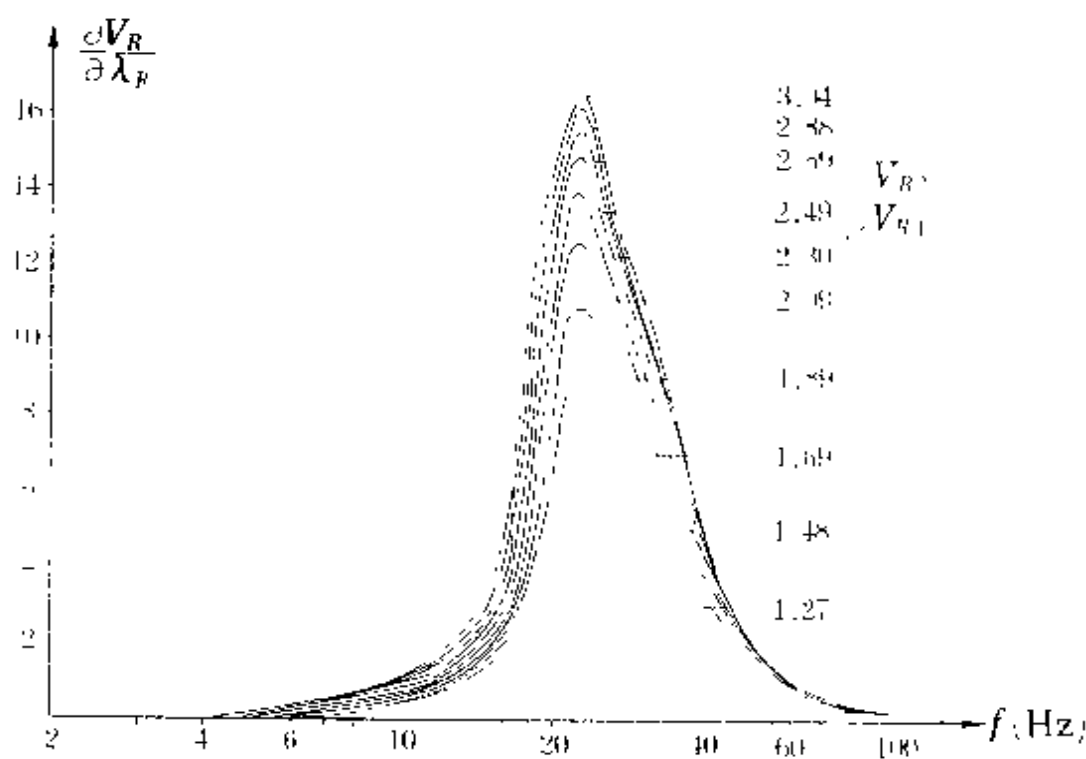


图 1·29 两层介质 V_{R2}/V_{R1} 不同时 $\frac{\partial V_R}{\partial \lambda_R}-f$ 曲线

图 1·19 和图 1·28 分别是两层条件下不同 V_{R2}/V_{R1} 和三层条件下不同 V_{R3}/V_{R2} 时的 $(V_R - f)$ 曲线, 从图中可以看出, $V_{R(i-1)}/V_{Ri}$ 的变化对 $(V_R - f)$ 曲线的形态没有影响。图 1.29 是二层介质条件下, $(\frac{\partial V_R}{\partial \lambda_R} - f)$ 曲线, 从图中可见, 随着 V_{R2}/V_{R1} 的增大, $\frac{\partial V_R}{\partial \lambda_R}$ 的极值显著增大。因此可以认为, 层状介质中, 当层厚度一定时, $V_{R(i-1)}/V_{Ri}$ 的变化不影响 $V_R - f$ 曲线形态, 但对 $V_R - f$ 曲线拐点处的梯度有较大的影响。

第二章 基本原理及野外工作方法技术

§ 2.1 瑞雷波勘探原理

瑞雷波沿地面表层传播,表层的厚度约为一个波长,因此,同一波长的瑞雷波的传播特性反映了地质条件在水平方向的变化情况,不同波长的瑞雷波的传播特性反映着不同深度的地质情况。在地面上沿波的传播方向,以一定的道间距 Δx 设置 $N+1$ 个检波器,就可以检测到瑞雷波在 $N\Delta x$ 长度范围内的传播过程,设瑞雷波的频率为 f_i ,相邻检波器记录的瑞雷波的时间差为 Δt 或相位差为 $\Delta\varphi$,则相邻道 Δx 长度内瑞雷波的传播速度为:

$$\left. \begin{aligned} V_R &= \Delta x / \Delta t \\ \text{或} \quad V_R &= 2\pi f_i \Delta x / \Delta\varphi \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 1)$$

测量范围 $N\Delta x$ 内平均波速为:

$$\left. \begin{aligned} V_R &= \frac{N\Delta x}{\sum_{i=1}^N \Delta t_i} \\ \text{或} \quad V_R &= 2\pi f_i N\Delta x / \sum_{i=1}^N \Delta\varphi_i \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 2)$$

在同一地段测量出一系列频率的 V_R 值,就可以得到一条 V_R-f 曲线,即所谓的频散曲线或转换为 $V_R-\lambda_R$ 曲线, λ_R 为波长:

$$\lambda_R = V_R / f \quad (2 \cdot 3)$$

V_R-f 曲线或 $V_R-\lambda_R$ 曲线的变化规律与地下地质条件存在着内

在联系,通过对频散曲线进行反演解释,可得到地下某一深度范围内的地质构造情况和不同深度的瑞雷波传播速度 V_R 值。另一方面, V_R 值的大小与介质的物理特性有关,据此可对岩石的物理性质做出评价。

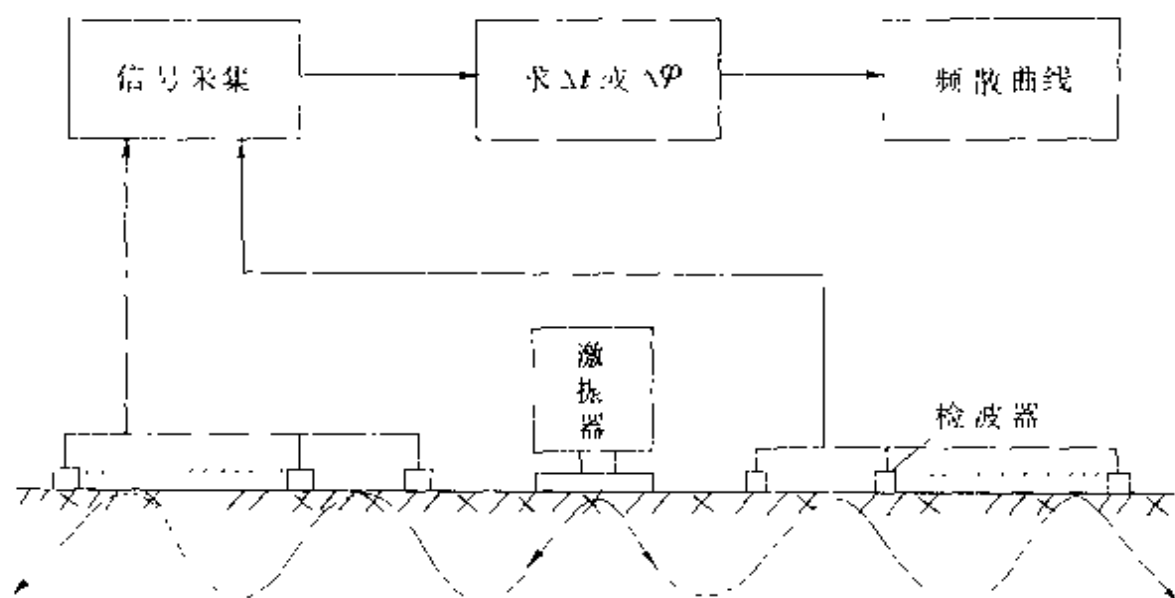


图 2·1 稳态法原理示意图

图 2·1 是稳态瑞雷波勘探原理示意图,当激振器在地面上施加一频率为 f 的简谐竖向激振时,频率为 f 的瑞雷波以稳态的形式沿表层传播,利用地面上的检波器可测量出相邻道瑞雷波的同相位时间差 Δt ,根据(2·1)式计算出 f 的瑞雷波传播速度 V_R 。改变激振器的振动频率 f ,就可以测得当前频率下的 V_R 值,所以,当激振器的频率从高向低变化时,就可以测得一条 $V_R - f$ 曲线或 $V_R - \lambda_R$ 曲线。由(2·3)式可知,当速度变化不大时,改变频率就可以改变勘探深度,频率越高,波长越小,勘探深度也越小,反之,勘探深度越大。

图 2·2 和图 2·3 是瞬态法和天然地震勘探原理图,实际上,天然地震也应属于瞬态法,只是震源形式、信号的记录方法不同,勘探目的也不同。

瞬态法与稳态法的区别在于震源的不同,前者是在地面上产生一瞬时冲击力,产生一定频率范围的瑞雷波,不同频率的瑞雷波

叠加在一起,以脉冲的形式向前传播;后者则产生单一频率的瑞雷波,可以测得单一频率波的传播速度。所以瞬态法记录的信号要经过频谱分析,相位谱分析,把各个频率的瑞雷波分离开来,从而得到一条 V_R-f 曲线或 $V_R-\lambda_R$ 曲线。

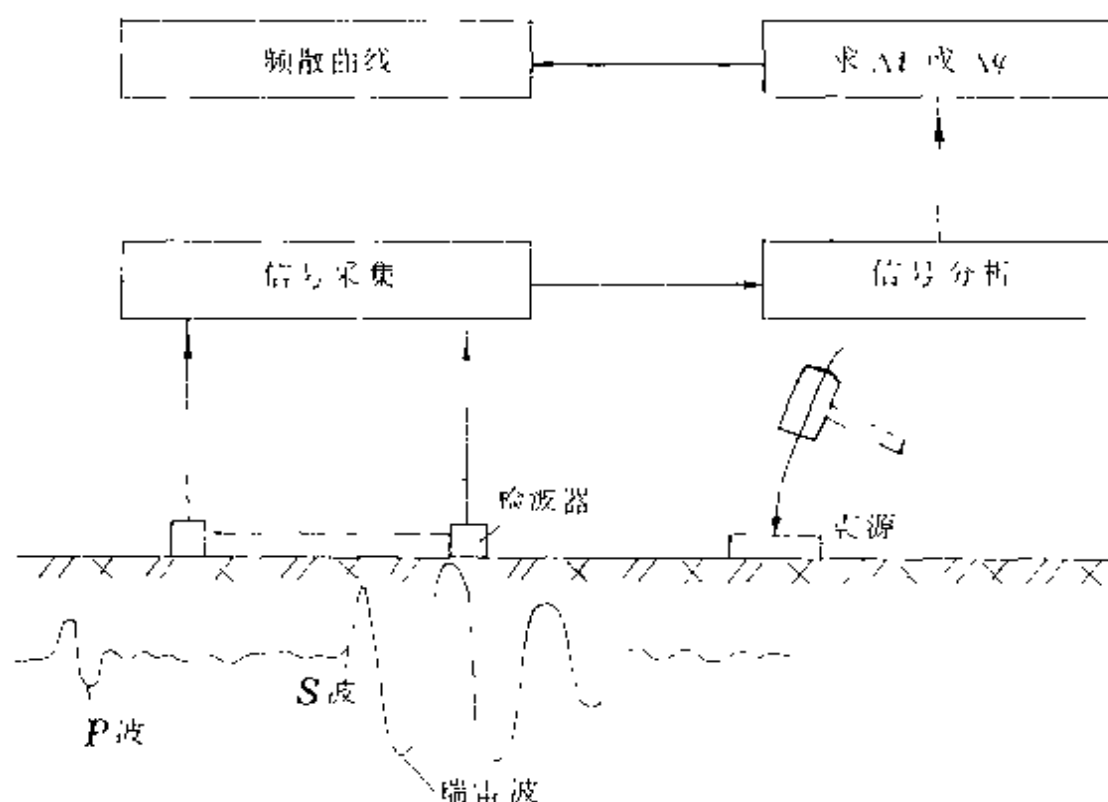


图 2·2 瞬态法原理示意图

天然地震中的瑞雷波较人工地震产生的瑞雷波干扰因素多,且传播距离大,因此,在进行有关的瑞雷波计算之前,通常要对记录的信号进行预处理,同时,振源机制往往是未知的,两个地震台站间的距离较大,且不易人为改变。考虑这些因素后,其计算瑞雷波的频散方法与瞬态法基本相同。

天然地震中的瑞雷波能量大,频率低(可达 0.01Hz)。波长 λ_R 可达数公里至百多公里,因此可用来研究地球的内部结构。

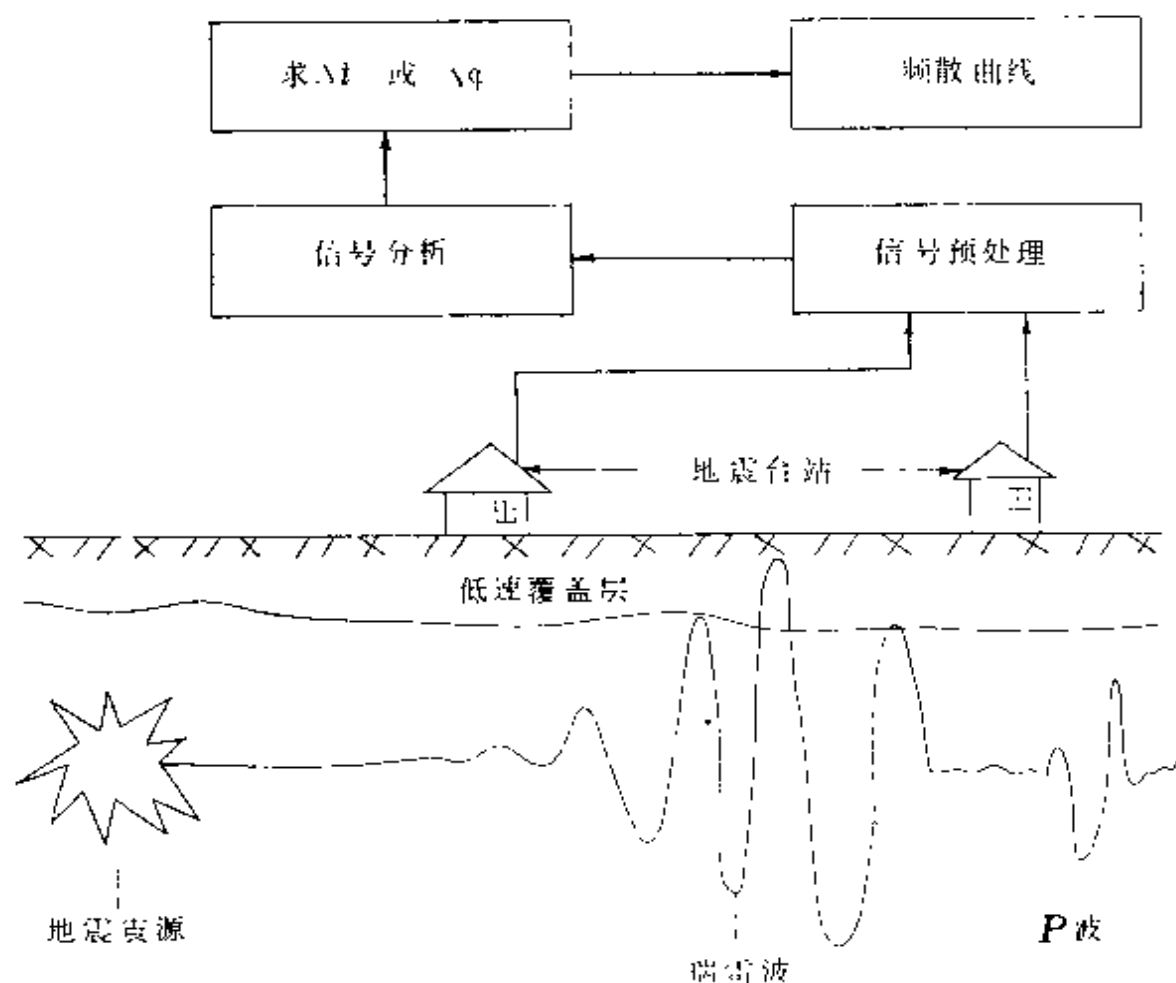


图 2.3 天然地震原理示意图

§ 2.2 野外工作方法技术

瑞雷波法用于工程地质勘察或原位测试等方面,能够解决诸多的地质问题,不同的勘察目的或要求的精度不同,其野外工作方法也不相同,例如,要求的分辨率高,则频率间隔应小些,反之,可以大一些。勘察目的的不同,例如第四系地层的划分和公路质量无损检测中,方法技术显然是有区别的。因此在本节中,仅叙述方法技术的原则性问题,不同应用中的技术特点和它们之间的区别,在第五章中涉及各个方面的应用时再做阐述。

一、稳态激振法

(一)工作布置

瑞雷波勘探一般采用纵观测系统,即激振点和检波器排列在一条直线上,图 2·4 是利用 24 道地震仪做为信号采集仪器的一个标准工作布置图。这是一种连续测试的工作布置,如果不是要求对地下地质剖面进行连续测试,而是像钻探那样,以一定间隔布点,则激振器两边各放置 3—4 道检波器为宜。

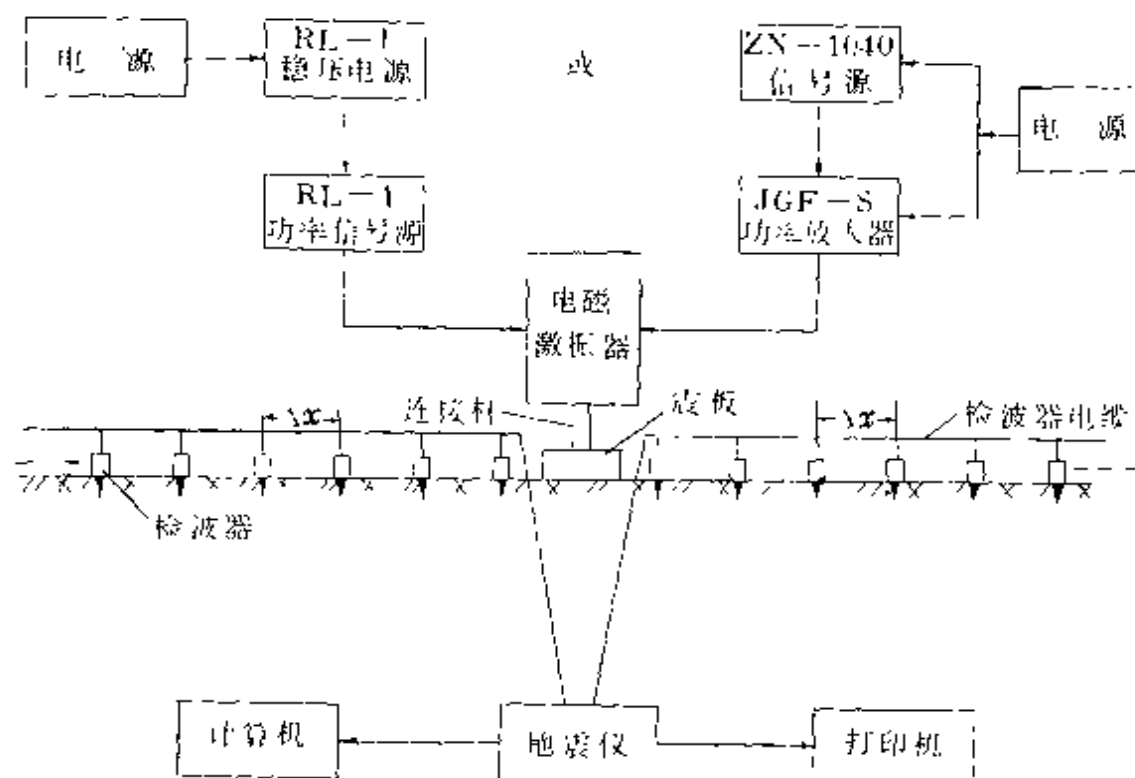


图 2·4 野外工作布置图

为简化计算工作,道间距 Δx 一般为等间隔,在稳态等幅激振条件下, Δx 应满足下式:

$$\Delta x \leq \lambda_R = \frac{V_R}{f} \quad (2 \cdot 4)$$

在稳态变幅激振条件下, Δx 应满足下式:

$$\Delta x \leq N \lambda_R$$

式中 N 为激振信号相邻两大振幅间的周期数。

(二) 频率范围与频率间隔的选择

所采用的工作频率范围和频率间隔与勘察目的、要求的分辨率、精度以及地质条件等因素有关。在选择频率范围时,主要考虑要求的勘探深度;确定采用的频率间隔时,主要考虑精度和分辨率。由(2·4)式知,波长 λ_R 与场地内波速成正比,与频率成反比,勘探深度 H 与波长成正比,即:

$$H = \beta \lambda_R \quad (2 \cdot 5)$$

式中 β 是波长深度转换系数,取值方法在第四章中介绍。这里假设取为 0.65。

如果某场地要求勘探深度为 0.5—15m,波速 V_R 为 150m/s,则频率范围可取 200—6.5Hz。

频率间隔,即相邻频点差的确定,可采用如下方法,假设要求分辨率为 ΔH (m),则波长变化为 $\Delta \lambda_R = \frac{\Delta H}{\beta}$ 。

$$f_{i+1} = \frac{V_R}{\Delta \lambda_R + \lambda_{R_i}} = \beta \frac{V_R}{\Delta H + H_i} \quad (2 \cdot 6)$$

式中 $H_i = \beta \frac{V_R}{f_i}$; f_i, f_{i+1} 为相邻的两个频点, $f_i > f_{i+1}$ 。

设上述场地 ΔH 为 0.5m,则 $\Delta \lambda_R = 0.76$ m,勘探所采用的频率如表 2·1 所示:

以上只是例举了一个确定频率范围和频率间隔的一般性方法,实际条件下,地下介质不可能很均一,因此,实际工作中可对 V_R 值变化较大的某些频点间隔进行适当加密。

(三) 瑞雷波的激发与接收

1. 激振器安装

目前使用的电磁激振器有悬挂式和卧式两种,图 2·5 是悬挂式激振器安装图示,三角架与震板应放置水平,所用橡皮绳(或弹簧)的弹性应适度,在弹性范围内,挂上激振器后,橡皮绳的伸长量

l 应满足下式:

$$l \geq 9 \frac{g}{(2\pi f_c)^2} \quad (2 \cdot 7)$$

表 2·1

频 率 $f(\text{Hz})$	深 度 $H(\text{m})$	频 率 $f(\text{Hz})$	深 度 $H(\text{m})$	频 率 $f(\text{Hz})$	深 度 $H(\text{m})$	备 注
195.0	0.5	17.7	5.5	9.3	10.5	$V_R = 150\text{m/s}$ $H = 15\text{m}$ $\Delta H = 0.5\text{m}$
97.5	1.0	16.3	6.0	8.9	11.0	
65	1.5	15.0	6.5	8.5	11.5	
48.8	2.0	13.9	7.0	8.1	12.0	
39	2.5	13.0	7.5	7.8	12.5	
32.5	3.0	12.2	8.0	7.5	13.0	
27.9	3.5	11.5	8.5	7.2	13.5	
24.4	4.0	10.8	9.0	7.0	14.0	
21.7	4.5	10.3	9.5	6.7	14.5	
19.5	5.0	9.8	10.0	6.5	15.0	

式中, g : 重力加速度, f_c : 瑞雷波勘探下限频率。

l 满足(2·7)式,即使得激振器与橡皮绳组成的质量、弹簧系统的自振频率 $f_0 \leq f_c/3$ 。卧式激振器安装方便,应保持水平,防止倾斜。

激振器安装完毕后,即可给激振器一定频率的电流,使之开始激振,电磁激振器有一暂态过程,当激振器工作稳定后,方可进行瑞雷波信号的采集接收。

2. 瑞雷波的接收

① 检波器的选择与安置:使用的检波器适用频带应和瑞雷波工作频带相一致,动圈式检波器的自振频率不同,频带也有较大差别,使用前,应对其进行测试,一般情况下,可参照表 2·2 使用。

表 2·2 不同自振频率的检波器适用频带

检波器自振频率(Hz)	适用频带(Hz)
4.5	5—20
10	15—140
100	100—2000

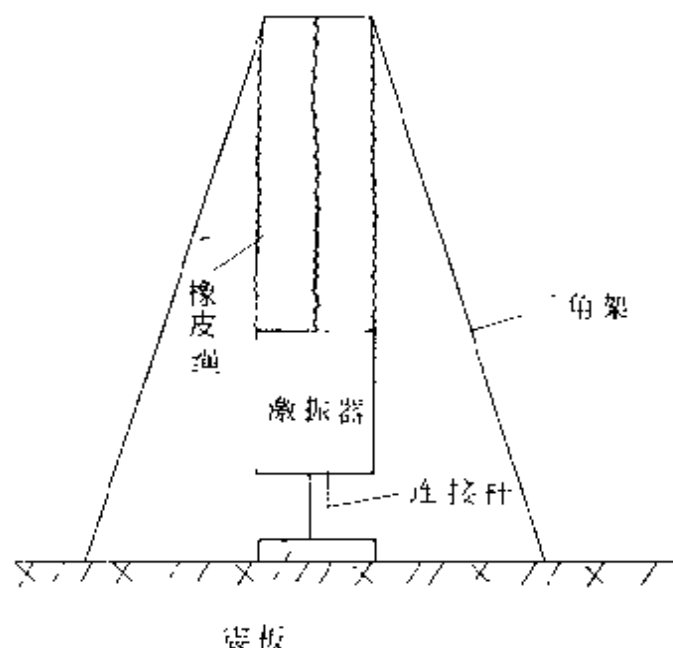


图 2·5 悬挂式激振器安装

检波器应安装垂直,并保证与地面有良好的耦合。

② 仪器测试与参数选择:

测试工作开始前,应对接收仪器的各种参数进行调试,记录长度应保证有 2—3 个信号周期,增益的大小应能使得瑞雷波的振幅显示 3—5mm 为宜,以便通

过屏幕对接收的信号质量进行监视。

二、瞬态激振法

(一)工作布置

瞬态法现场工作布置如图 2·6 所示,图中 M 点为测试点,两检波器距离为 Δx ,为了使得两检波器接收的信号有足够的相位差, Δx 应满足下式:

$$\frac{\lambda_R}{3} < \Delta x < \lambda_R \quad (2 \cdot 8)$$

则两信号的相位差 $\Delta\varphi$ 满足:

$$\frac{2\pi}{3} < \Delta\varphi < 2\pi \quad (2 \cdot 9)$$

所以,随着勘探深度的增大,即 λ_R 增大, Δx 的距离也应相应增大,如图 2·6 所示。

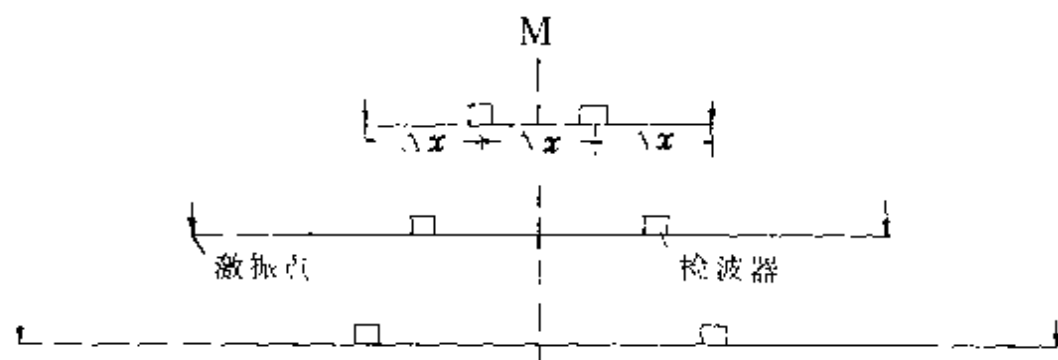


图 2·6 瞬态法排列布置

(二) 瑞雷波的激发

瞬态法勘探的结果,主要受激发的瑞雷波频率的影响,如表 2·1 中,要使勘探深度达到 15m,必须激发出有足够能量的频率下限为 6.5Hz 的瑞雷波,要有表 2·1 中的分辨率,相应的频率范围也应为 200—6.5Hz,且应保持足够的连续性。

瞬态法震源一般采用落重法,即以一定质量为 M 的重块,提升高度 H ,自由落下撞击地面,从而产生瑞雷波,这种震源产生的地震波的主频 f_0 可用下式表示:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4\mu r_0}{M(1-\sigma)}} \quad (2 \cdot 10)$$

式中, r_0 : 重块底面积的半径。从式中可以看出, f_0 与震源重块质量的平方根成反比,与重块底面积半径的平方根成正比。因此,当进行浅部测试时,可采用小铁锤,当测试深度较大时,可采用大铁锤或重铁块做为震源。

(2·10) 式虽给出了震源质量、半径与主频的关系,但在实际应用,须在测试现场,根据要求的频率范围及分辨率进行试验,以筛选出合适的震源重量。

(三)瑞雷波的接收记录

瞬态法勘探的记录与浅层地震勘探类似,但在资料分析时,主要采用频谱分析,而目前的记录仪大部分是数字化记录仪,频谱也是离散化的。 $\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}$ ($N\Delta t$ 为记录时间),参考表 2·1 可知,高频时记录时间可短些,低频时,记录时间应长些。如要求分辨率为 0.5m。在 10—6.5Hz 范围内,记录时间不应小于 5000ms。

瞬态法的有效信号和干扰信号在记录上难以区别时,应在同一激发点重复接收 3—5 次,把重复接收的信号叠加,取其平均值,以加强有效信号,压制干扰信号。在测点的一侧激振和接收完成后,可把震源移至测点的另一侧,再重复激振接收 3—5 次。把两侧的测量结果平均,做为该点的最终结果。

第三章 仪器设备配置

瑞雷波勘探属于弹性波的应用范畴。因此,记录信号的仪器设备配置与常规浅层地震勘探仪器相似,主要的区别在于,稳态法瑞雷波勘探须配置激振系统,瞬态法需要配置信号处理功能较强的计算机。目前,国内还没有专门的瑞雷波勘探仪器系统,需根据方法原理、技术要求进行配置。

§ 3.1 一般配置

一、用于产生瑞雷波的振源系统

(一)机械偏心式激振器

设备包括直流电动机、DC 电源、可控硅调速器、安装电机的振动台。产生瑞雷波的原理如图 3·1 所示。已知机械偏心式激振器的激振力表达式为:

$$P = Mr\omega^2 \sin\omega t \quad (3 \cdot 1)$$

式中, M : 偏心块质量;

r : 偏心块重心距圆心的距离;

ω : 角速度。

改变质量 M 的位置,即可改变激振力的大小。可控硅调速器供给直流电机的励磁电压和电枢电压,当励磁电压保持恒定,改变电枢电压,电机的转动角频率也随之改变,激振器的振动频率 $f(f = \omega/2\pi)$ 也随之变化。

机械偏心式激振器产生的激振力大,频率一般较低,适用于勘探深度较大、分辨率要求不太高的情况。

(二) 电磁式激振器

图 3·2 是电磁式激振器产生瑞雷波的原理图。信号源产生某一频率的电信号,经过功率放大器进行功率放大后,输入电磁激振器,推动激振器按信号源给出的频率做竖向正弦振动。振动能量通过振动板传入地下,产生瑞雷波沿地面表层传播,改变信号源的频率,激振器的振动频率也随之改变,通过控制输入激振器的电流来控制激振力的大小。

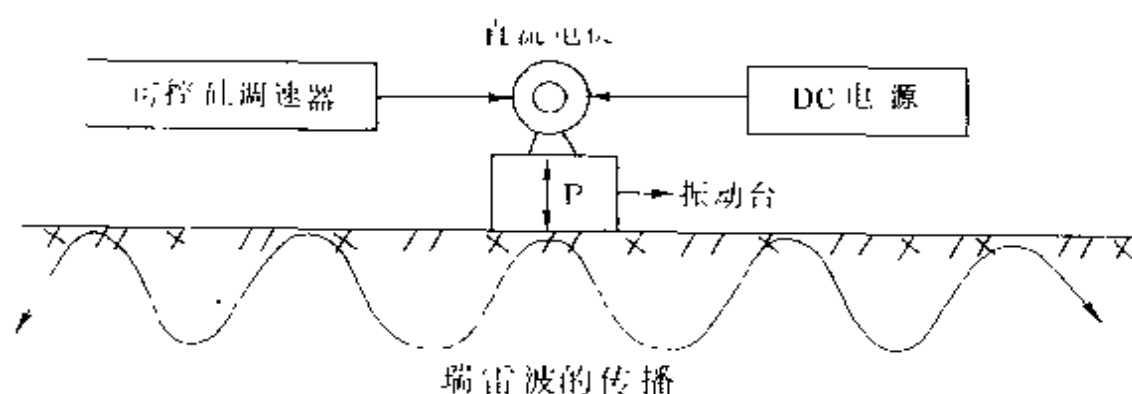


图 3·1 机械偏心式激振器产生瑞雷波原理图

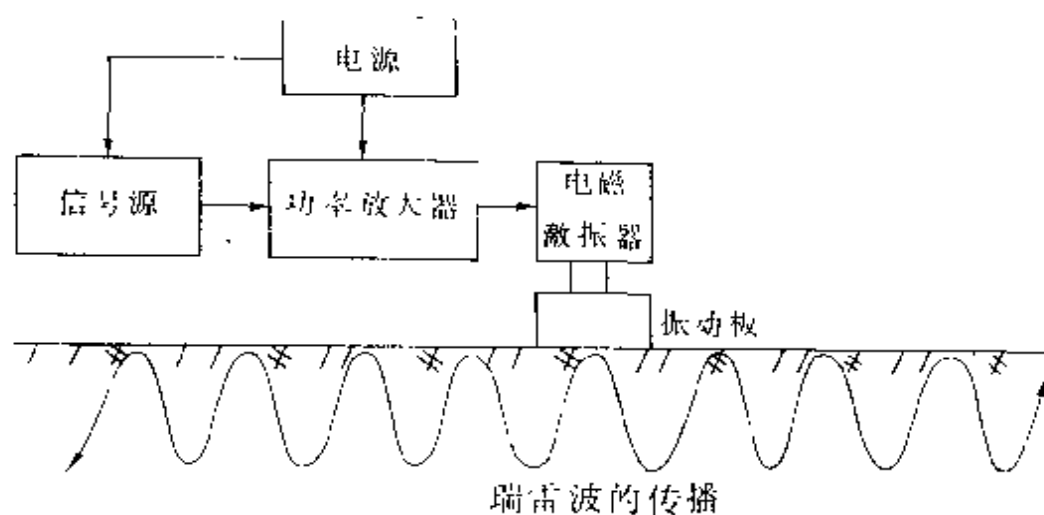


图 3·2 电磁式激振器产生瑞雷波原理图

电磁式激振器的频率较高,可随意改变,激振力较小,适用于较浅层高分辨率的勘探目的。

以土体为勘探对象时,不同勘探深度的激振力和频率下限的选择可参考表 3·1。

表 3·1 不同勘探深度的激振力和频率的选择

勘探深度(m)	激振力(N)	频率下限	激振器类型
0—10	400	10	电磁式激振器 或机械式激振器
0—20	600	5	
0—30	1500	2	
0—40	3000	1	
0—50	5000	1	
>50	>5000	>1	机械式激振器

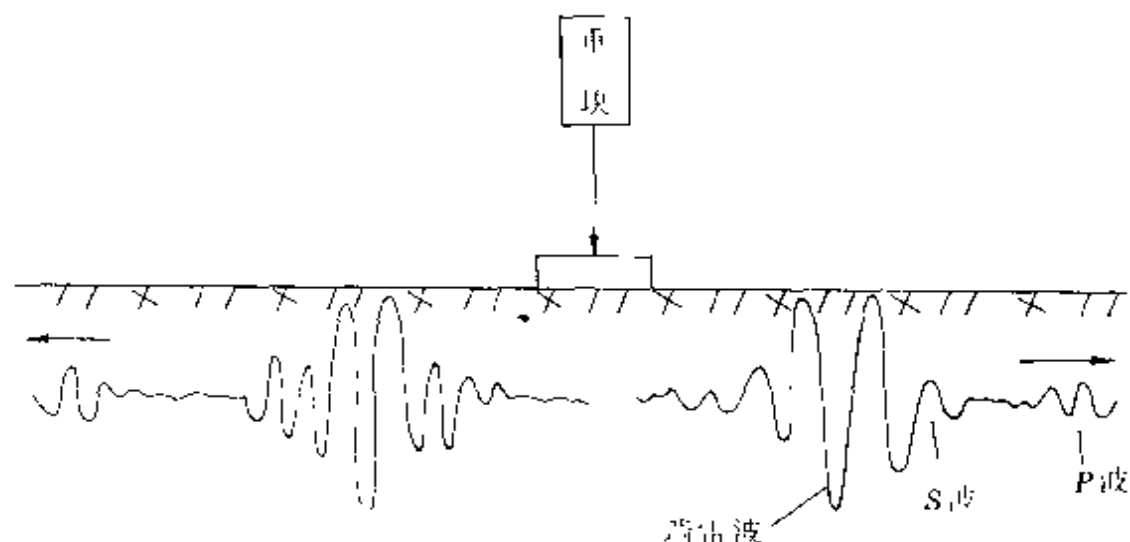


图 3·3 落重法产生瑞雷波原理图

以上两种类型的激振器是用于稳态瑞雷波勘探的震源,用于瞬态法勘探的振源与常规的浅层地震勘探振源相似,可以用落重法、锤击法或爆炸法,根据勘探深度确定震源形式。一般 0—10m 深度,用锤击法,大于 10m 深度,可选用落重法或小炸药量爆炸做震源。图 3·3 是落重法产生瑞雷波的原理示意图。

二、瑞雷波信号接收分析仪的配置

配置瑞雷波接收仪器的目的是把图 3·1—图 3·3 中所示的瑞雷波在某一地段的传播过程记录下来,并分析其运动学和动力学特性。目前,国内开展瑞雷波勘探所配置的接收仪器,一类为常规浅层地震仪;另一类为不同型号的动态类信号接收分析仪。虽然不同的仪器各有特点,但它们应具有如下的基本功能:

1. 通道数:2—24 道;
 2. A/D 转换:8—16 位;
 3. 记录和显示:信号能以数字的形式记录下来,并可显示在屏幕上;
 4. 频率范围:应与所使用的频带相一致;
 5. 信号分析功能:可进行带通滤波、自相关、互相关频谱分析。同相位时间对比等;
 6. 打印输出:可以把记录的瑞雷波的振动波形打印出来。
- 根据上述,以下简单介绍两种瑞雷波勘探仪器系统。

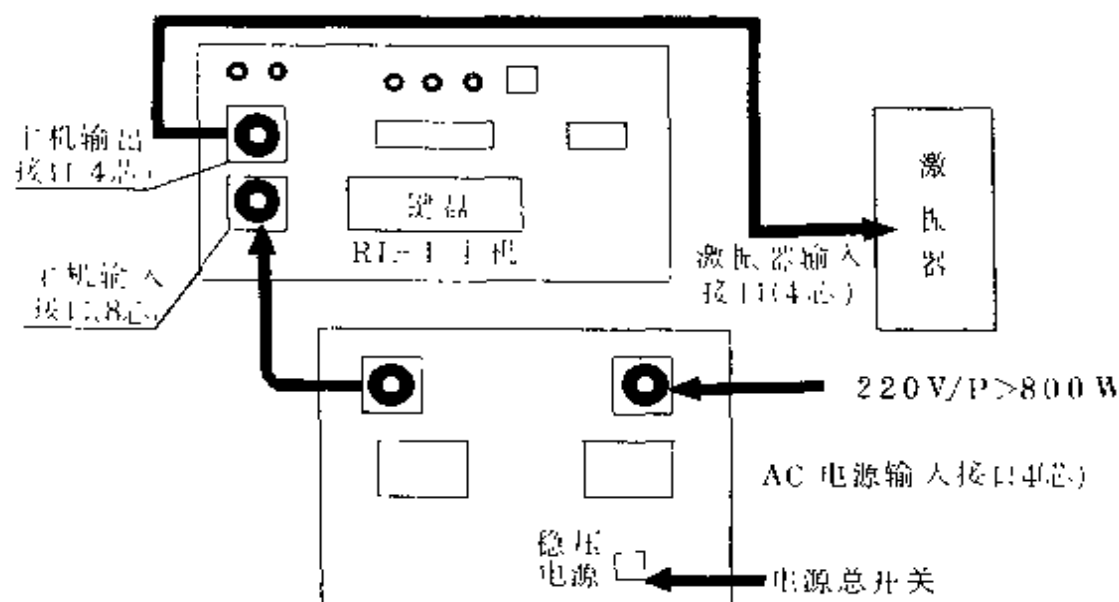


图 3·4 RL-1 型激振系统工作现场联接示意图

§ 3.2 RL-I 型瑞雷波勘探仪器系统

RL-I 型瑞雷波勘探仪器系统,由 RL-I 激振系统和 TER-RALOC 浅震仪组成。该仪器系统的工作原理及联接见图 3·4。各部分的功能及技术指标如下:

一、RL-I 激振系统

RL-I 激振系统由功率信号源和电磁激振器两部分组成,现场联接如图 3·4 所示:

(一)RL-I 功率信号源技术指标

1. 工作频率:1Hz—10kHz,精度:±0.05%,频率值任意键入,最小步长为四位数个位一个字。例如:10.01Hz、10.02Hz 等。

2. 输出电流及功率:最大输出电流 20A,最大输出功率 400W。

3. 输出波形:

① 正弦波;

② 变幅正弦波,其变幅波数比 N 可任选(从 1 大 1 小至 1 大 9 小)。

4. 输出负载:

① 激振器;

② 发射线圈(作频率测深法时用)。

5. 显示器,24 字符点阵液晶显示器,可显示频率、频点、输出电流等。

6. 仪器具有完善的保护功能:

① 输入直流电压过压保护;

② 输入直流电流过流保护;

③ 输出交流电流过流保护;

④ 功放管超温保护;

⑤ 稳压电源输出过压过流保护;

⑥ 输入直流电流过流软件保护,其保护点可现场修改;

⑦ 输出交流电流过流软件保护,其保护点可现场修改。

7. 供电电压:交流 220V,50Hz。

8. 机器满功率输出时要求供电功率 $>800\text{W}$ 。

9. 使用环境 $0\sim 40^{\circ}\text{C}$,相对湿度 $<85\%$ 。

(二)激振器主要技术指标

1. 最大峰值推力 400N;

2. 使用频率范围 $5\sim 5000\text{Hz}$;

3. 动圈空载的固有频率 $50000\text{Hz}\pm 8\%$;

4. 最大振幅 $\pm 8\text{mm}$;

5. 空载最大加速度 $46g$ (g 为重力加速度);

6. 移动系统重量 0.87kg ;

7. 台面最大承载 5kg ;

8. 失真度 $15\sim 5000\text{Hz}$,加速度波形小于 10% (个别频带除外);

9. 力常数 $P_0=2.5\text{kg/A}$;

10. 供给动圈绕组最大电流 16A 。

二、瑞雷波信号接收处理仪器

该信号接收分析仪器系统,由检波器、记录显示和打印输出等三部分组成。

(一)检波器

RL-I 系统使用的检波器有美国玛克公司出品的 100Hz ,石油部物探仪器厂出品的 28Hz 及荷兰 10Hz 、 4.5Hz 检波器,可根据激振频率选用不同型号的检波器,四种检波器交替使用可满足浅层瑞雷波勘察要求的 $5\sim 2000\text{Hz}$ 的频带。若勘探深度大,频率小于 10Hz ,使用哈尔滨工程力学所生产的低频压容式检波器,其频带为 $1\sim 200\text{Hz}$ 。

(二)记录显示仪器

RL-I 系统中使用的记录仪器为 TERRALOC 浅震仪,该仪

器操作简便,功能适用于瑞雷波勘探,可在现场对资料进行数字滤

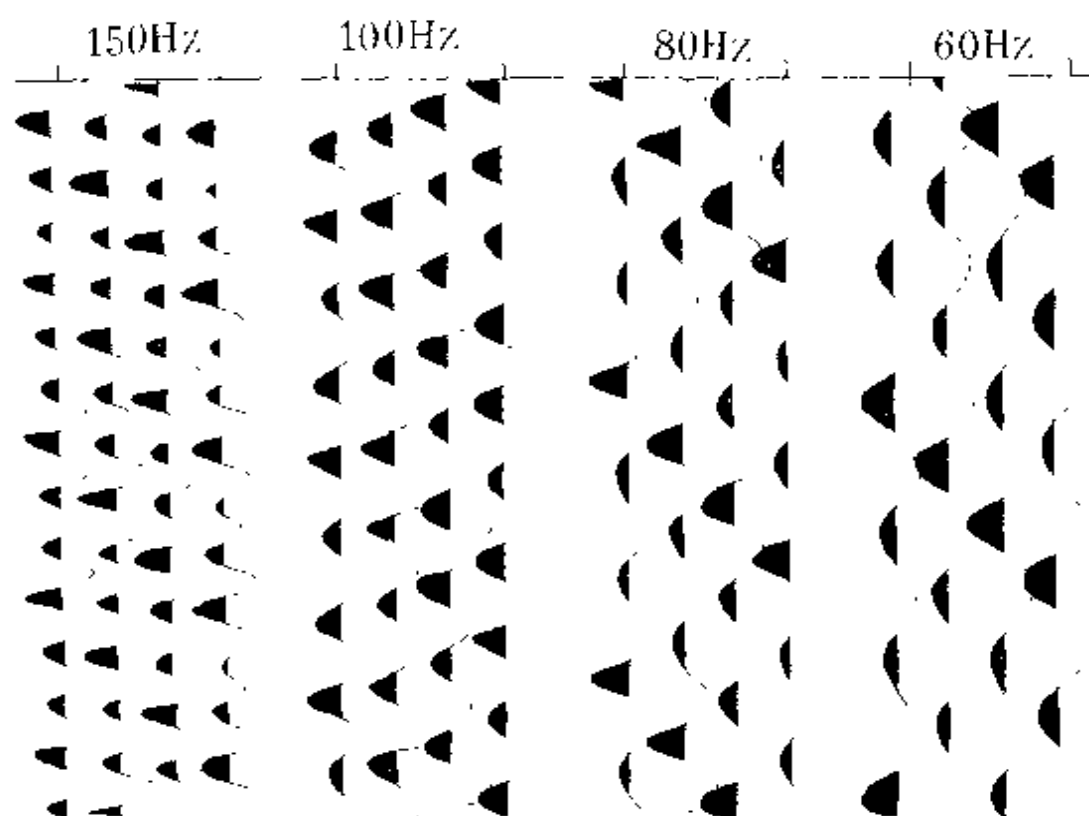


图 3·5 变幅瑞雷波波形图

波, AGC 振幅控制和标准化显示。主要技术指标为:

1. 道数:1—24 道;
2. 采样点数:1024 个;
3. 记录时间:24ms—5s (可控);
4. 频率范围:1—15kHz,增益 6dB,
1—4kHz,增益 108dB;
5. 放大器增益:从检波到 A/D 转换器,6—126dB 可调,增益精度:±3%,A/D 转换器:8 位;
6. 记录方式:数字磁带存储并可连续回放;
7. 显示:23cmCRT 屏幕;
8. 数字 I/O:RS-232-C 串行和 IEEE-488 并行连口,可与 HP-85B 计算机联接;
9. 电源:12V 充电电池;

10. 重量:30kg (含电源 10kg)。

(三)打印输出

TERRALOC 浅层地震仪配有打印机,可打印 1—24 道的全部波形记录,也可通过计算机进行必要的数据处理后再打印出来。

表 3·2 GR-810 仪器系统的配置

名 称	型 号	规格及用途
信号源	811	频率范围 1.001—9999Hz,产生等幅或变幅信号
功率放大器	812(A)	频率范围 DC—10kHz,功率 3kV·A,推动激振器工作
激 振 器	20L	频率范围 DC—5kHz,激振力 20kg,勘探深度 0—10m
	50L	频率范围 DC—5kHz,激振力 50kg,勘探深度 0—20m
	150L	频率范围 DC—5kHz,激振力 150kg,勘探深度 0—30m
	270L	频率范围 DC—5kHz,激振力 270kg,勘探深度 0—10m
	500L	频率范围 DC—5kHz,激振力 500kg,勘探深度 0—50m
检波器	PuL, PuH	压电型,1—10kHz
地震仪	813	2 通道,1—10kHz,与检波器一起记录瑞雷波图形
计算机	814C	2 通道,计算瑞雷波传播速度
记录仪	814P	r—y 绘图仪,与计算机同步工作
显示器		2 通道,DC—20MHz,显示瑞雷波波形图
发电机		功率 2—15kV·A,三相 220V,单相 100V,50Hz

RL-1 瑞雷波勘探仪器系统的显著特点是可以产生变幅瑞雷波振动波形,图 3·5 是记录 150、100、80、60Hz 四个频率的瑞雷波振动波形。从图中可以看出,每条曲线上,相邻大振幅之间有两个周期的小振幅振动,这种瑞雷波波形容易实现同相位对比。另外在等幅波形条件下,须要求道间距 $\Delta x \leq \lambda_R$,在变幅波形条件下,道间距 Δx 可以加大到 $\Delta x \leq N\lambda_R$ (N 为相邻大振幅间的周期数)。如 RL-1 系统可实现大振幅间为 10 个周期,则最大道间距可实现 Δx

$\leq 10\lambda_k$, 所以, 在相同道数条件下, 使用 RL-I 系统变幅信号功能可提高勘探效率。

§ 3.3 GR-810 全自动地下勘探机

GR-810 全自动地下勘探机是日本国 VIC 株式会社根据瑞雷波勘探原理研制的产品, 是一套瑞雷波勘探的专用仪器。其配置见

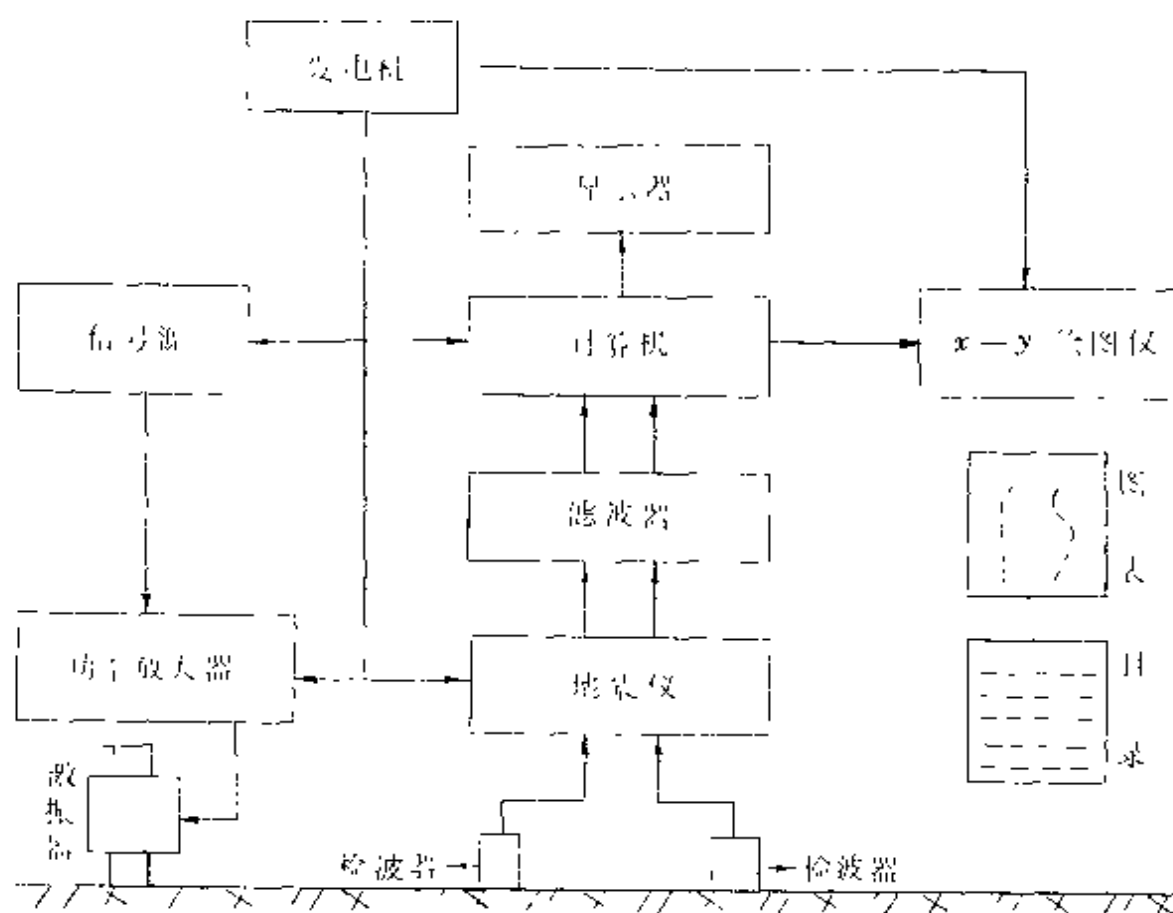


图 3·6 GR-810 仪器系统工作流程图

表 3·2。

图 3·6 是 GR-810 仪器系统工作流程图, 由信号源产生某一频率(等幅或变幅信号)的信号, 经功率放大器进行加大功率, 推动激振器振动产生瑞雷波的传播。地面上放置的两个检波器把瑞雷波的质点振动转换成电信号, 传输给地震仪记录下来, 经滤波器去

掉一部分干扰信号,计算机对两道信号进行互相关分析计算出在当前频率下的瑞雷波传播速度。由于激振器在稳态振动条件下,在一个频率上可进行多次重复记录、计算,以若干次计算的传播速度的平均值作为当前频率条件下的最终结果。一个频率记录、计算完成后,信号源自动改变频率,重复以上过程,直至完成全部频点的勘探。最终结果,即 V_R-H 曲线和资料目录由 $x-y$ 绘图仪打印出来。

GR-810 仪器系统的工作条件,如频率间隔、频率范围、变幅信号、重复次数等一经设定,启动仪器工作后,整个工作过程是系统联动的。测量结果可自动进行处理,记录系统以 V_R-H 曲线的形式打印出勘测结果,必要时,也可以打印储存的数据。计算机还可对 V_R-H 曲线进行定量解释,进行分层,确定各层的厚度和计算各层的瑞雷波传播速度及各层的物理力学参数。激振器振动频率由高向低变化,勘探深度由浅向深进行,在第四系中,勘探深度可达 50m。

第四章 资料整理及解释方法

瑞雷波勘探采集到的原始资料是瑞雷波沿地面传播的振动波形,对这种原始资料须经过室内整理,计算和解释才能得到所需的勘探结果,归纳起来,室内主要工作如下:

1. 对原始资料进行整理,检查核对,编录;
2. 计算各频率条件下瑞雷波的传播速度;
3. 绘制实测频散曲线图及有关的辅助图件;
4. 根据频散曲线的变化,对层数和各层速度的厚度变化范围给出定性解释;
5. 定量解释,确定各层的厚度,计算各层的瑞雷波传播速度;
6. 根据不同的勘探目的,对资料做出地质解释或对各层的岩土工程性质做出评价。

§ 4.1 资料整理

瑞雷波勘探每一排列或每一测点需记录数十个频点(稳态法)或数十次激振的记录(瞬态法),因此,原始资料的整理是一项细致又繁杂的工作,内容包括:检查记录质量是否合格,校对剖面号,测点是否正确,记录的频率与实际波形的频率是否一致。图 4·1 是稳态法工作的一张原始记录,检查正确的记录,应像该图所示,资料说明栏应逐项填写清楚,最终,每一测点的记录装订成册,对工区内所有测点记录进行编录。为下一步的资料计算解释做好准备。

§ 4.2 瑞雷波传播速度的计算

瑞雷波勘探的第一手资料是各频率的传播速度,在稳态法勘

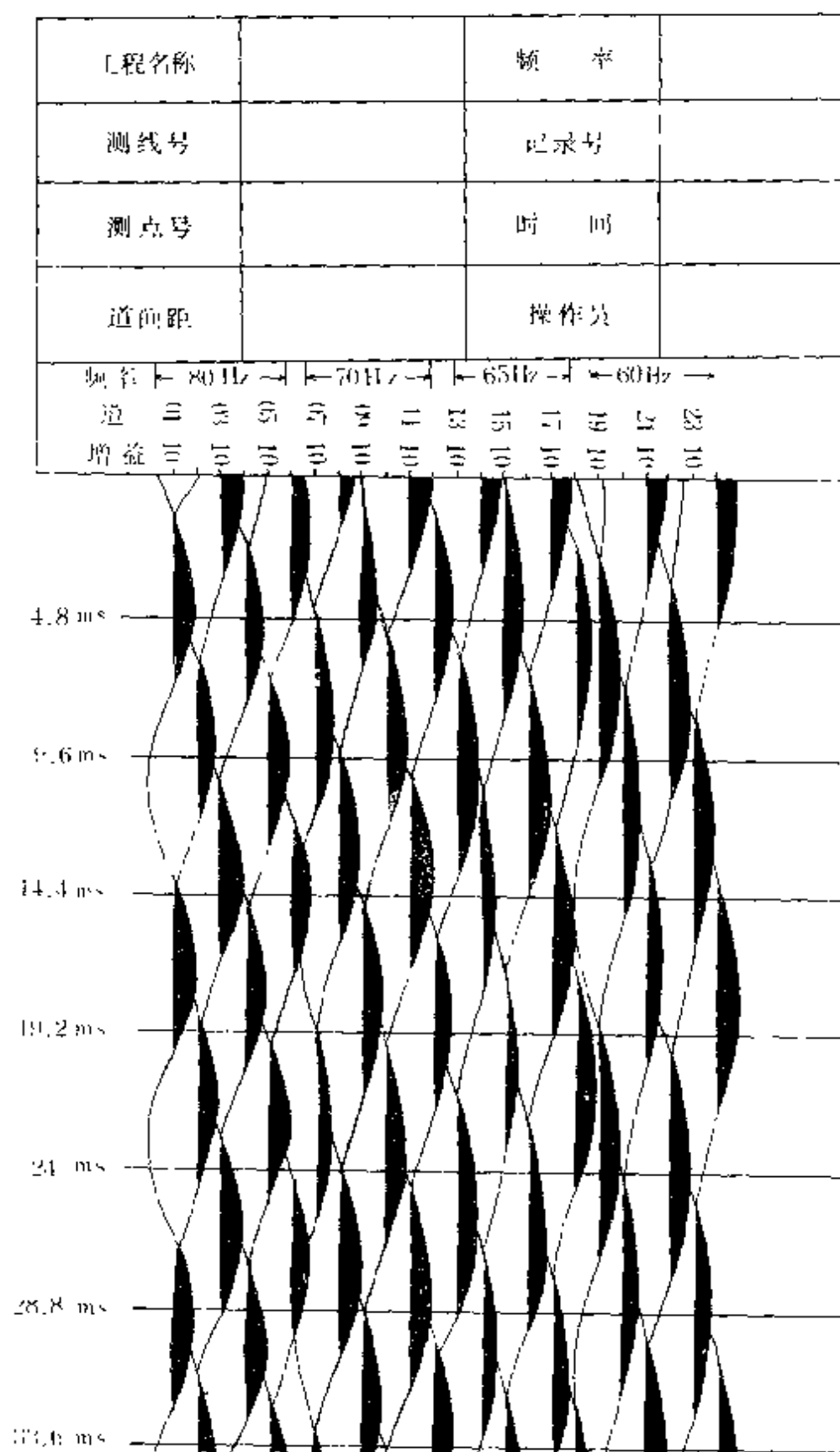


图 4 • 1 瑞雷波法原始资料整理

探中,主要采用同相位时间差法和相位差法。在利用天然地震中的瑞雷波研究深部地质构造时,峰谷法采用时间差法,在利用数值计算时,采用相位差法。下面分述各种方法的计算方法。

一、稳态法瑞雷波传播速度的计算方法

(一)时间差法

设地面上两检波器间的距离为 Δx , 且 $\Delta x < \lambda_R$, 两检波器接收的瑞雷波的同相位时间差为 Δt , 则瑞雷波的传播速度为:

$$V_R = \Delta x / \Delta t \quad (4 \cdot 1)$$

图 4·2 是一张瑞雷波勘探的原始记录, 图上记录了 4 个频率, 分别为 35, 30, 27, 23Hz, 接收道排列为 1—3, 4—6, 7—9, 10—12, 13—15, 16—18, 19—21, 22—24 道, 图中标出的小圆圈为各道的同相位, 利用该图计算的瑞雷波传播速度如表 4·1 所示:

表 4·1 V_R 计算表

$f(\text{Hz})$	35		30		27		23	
道	1—3	4—6	7—9	10—12	13—15	16—18	19—21	22—24
$\Delta x(\text{m})$	2m	2m	2m	2m	2m	2m	2m	2m
$\Delta t(\text{ms})$	10.7	10.7	10.1	11.4	10.1	11.4	10.7	11.4
$V_R(\text{m/s})$	187	187	198	175	198	175	187	175
$\lambda_R(\text{m})$	5.34	5.34	6.60	5.83	7.32	6.48	8.13	7.61

从以上计算过程可以看出, 利用同相位的目视对比, 在有干扰振动时, 某一相位(零相位或峰谷相位)可能产生误差, 使得 Δt 读数不准确, 进而影响到 V_R 值的精度, 为了减小误差, 可对同一频率读取多个同相位的时间差, 取其平均值。即使这样, 也只是利用了振动波形上的几个点。为消除干扰, 提高精度, 下面介绍互相关分析法。

(二)互相关分析法计算瑞雷波传播速度

1. 基本原理: 当在地面上进行竖向正弦激振时, 沿地面表层就

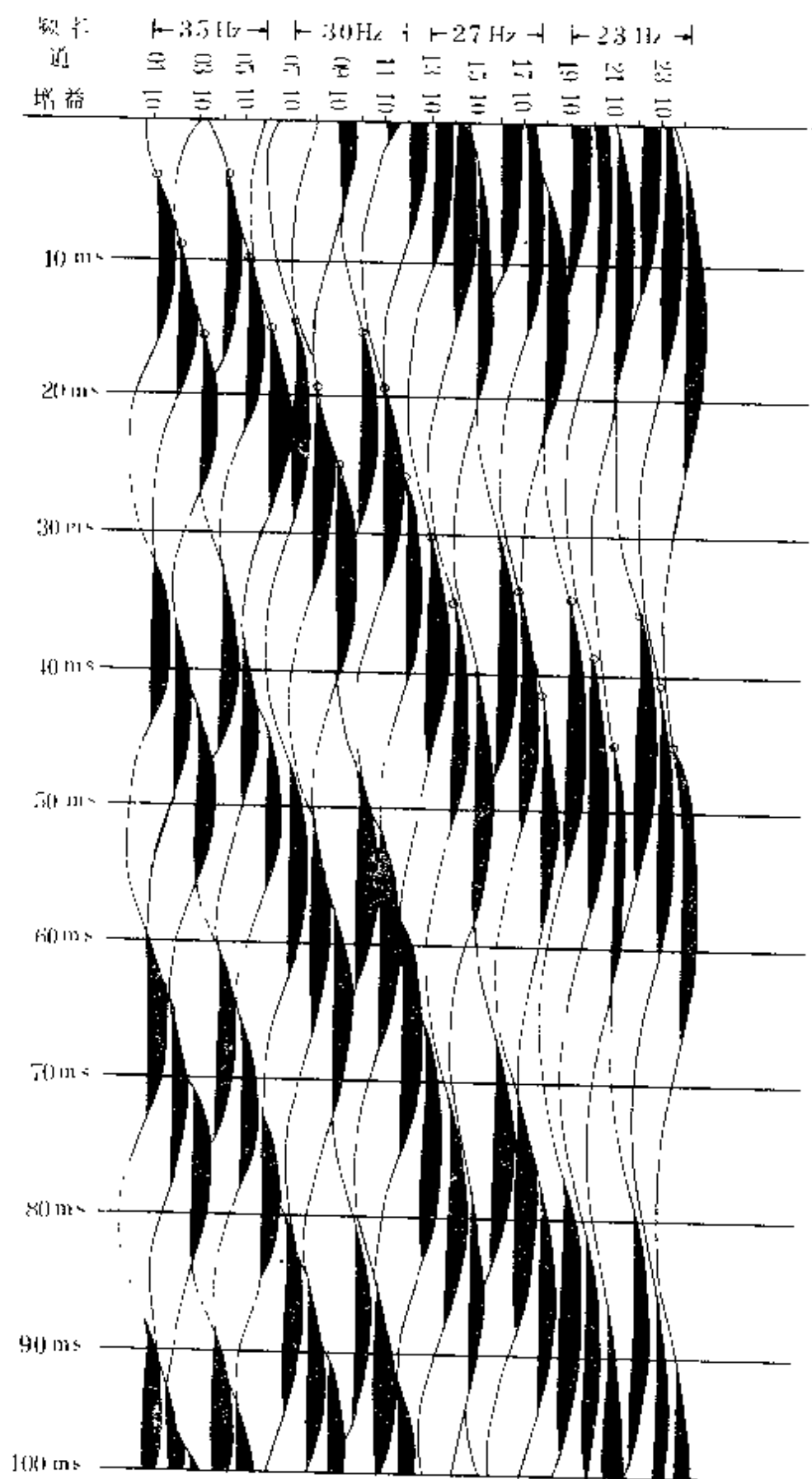


图 4 • 2 稳态法野外原始记录

有瑞雷波的传播,设地面上有与震源在同一条直线上的两点 $x_1, x_2, (x_2 - x_1) \leq \lambda_R, \lambda_R$ 为波长。则 x_1, x_2 两点处瑞雷波的垂直位移方程可分别简写为:

$$u_1(t) = A_1 \cos \omega(t - \frac{x_1}{V_R}) \quad (4 \cdot 2)$$

$$u_2(t) = A_2 \cos \omega(t - \frac{x_2}{V_R}) \quad (4 \cdot 3)$$

由于 x_1, x_2 处的振动是由同一震源引起的,所以(4·3)式是(4·2)延迟某一时间后的重复,延迟时间为:

$$\Delta t = (x_2 - x_1)/V_R \quad (4 \cdot 4)$$

可见, $u_1(t), u_2(t)$ 虽是同一震源引起的振动,但由于 $u_2(t)$ 相对 $u_1(t)$ 延迟了 Δt 时间,同一时刻两波形并非具有相似性,只有把 $u_2(t)$ 加上 Δt 时间后,两波形才达到最相似,在这种情况下,就必须在时移中考虑两点振动信号的相似性,把 $u_2(t)$ 加以延迟时间 τ 后考察两信号的相似性,即计算两信号的相关系数。

$$\gamma_{u_1 u_2}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u_1(n) u_2(n + \tau) \quad (4 \cdot 5)$$

当 τ 从 0 变化到 N 时,观察 $\gamma_{u_1 u_2}(\tau)$ 的变化情况,就可以了解到 u_2 加上不同的时间后与 u_1 的相关程度,如果 $\gamma_{u_1 u_2}(\tau)$ 在 τ_0 达到最大值,说明 u_2 在加以 τ_0 时间后 u_1, u_2 最相似,它反映了所要确定的两个振动信号同相位的时差。

由(4·4)式可得到两点间瑞雷波的传播速度:

$$V_R = (x_2 - x_1)/\tau_0 \quad (4 \cdot 6)$$

目前使用的信号采集仪器每道记录的数据数量 N 一般是一定的,每次的记录时间也是预先给出的,所以也就确定了采样间隔 Δ 。因此根据(4·5)式计算出的最大相关函数所对应的 τ_0 值,只反映了 u_2 加以 $\tau_0 \cdot \Delta$ 后两信号才达到最大相似,在这种情况下,瑞雷波的传播速度为:

$$V_R = (x_2 - x_1) / \Delta t = (x_2 - x_1) / \tau_0 \cdot \Delta \quad (4 \cdot 7)$$

2、计算实例：为了说明在不同环境条件下相关分析计算瑞雷波传播速度的精度，设瑞雷波传播速度为 100m/s，频率为 25Hz， $(x_2 - x_1)$ 为 2m，地震仪记录时间 100ms，采样间隔 $\Delta = 0.1\text{ms}$ ，计算不同干扰情况下瑞雷波的相关函数和传播速度。

图 4·3 是无干扰时 x_1 、 x_2 两点的瑞雷波垂直振动波形和相关函数曲线，设两点振动位移方程为：

$$\left. \begin{aligned} u_1(t) &= 10\sin(50\pi t) \\ u_2(t) &= 10\sin(50\pi t + \pi) \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 8)$$

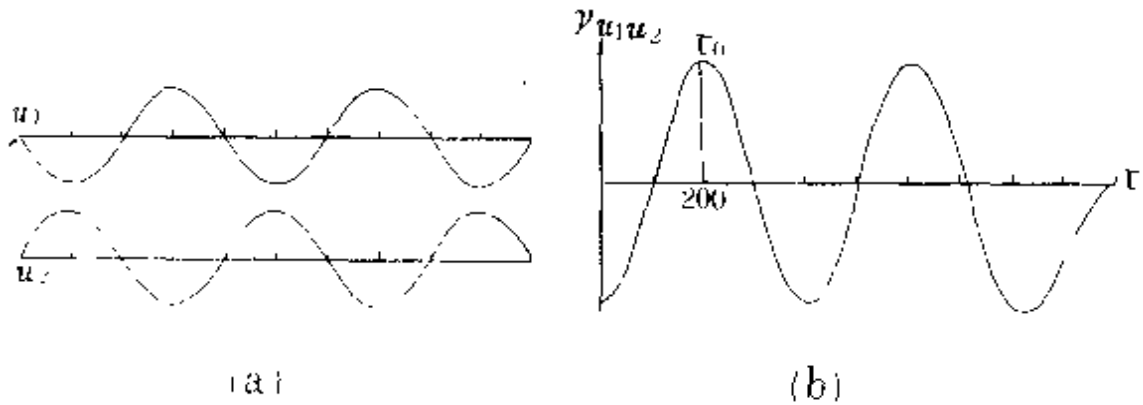


图 4·3(a)无干扰时瑞雷波形

(b)相关函数曲线

由(4·8)式可见， u_2 落后 u_1 半个周期，即同相位时间差为 20ms，由图 4·3(b)可以看出：相关函数第一极大值对应的 τ_0 值为 200，所以计算的同相位时间差为 $\tau_0 \cdot \Delta = 200 \times 0.1 = 20\text{ms}$ ，与理论值吻合。

图 4·4，图 4·5 和图 4·6 分别是高信噪比和低信噪比及多干扰时的瑞雷波振动波形和相关函数曲线。设计的三种情况下振动位移方程分别为：

$$\left. \begin{aligned} u_1(t) &= 10\sin 50\pi t + 2\sin 400\pi t \\ u_2(t) &= 10\sin(50\pi t + \pi) + 2\sin 400\pi t \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 9)$$

$$\left. \begin{aligned} u_1(t) &= 10\sin 50\pi t + 5\sin 400\pi t \\ u_2(t) &= 10\sin(50\pi t + \pi) + 5\sin 400\pi t \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 10)$$

$$\left. \begin{aligned} u_1(t) &= 10\sin 50\pi t + 5\sin 400\pi t + 2\sin 100\pi t \\ u_2(t) &= 10\sin(50\pi t + \pi) + 5\sin 400\pi t + 2\sin 100\pi t \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 11)$$

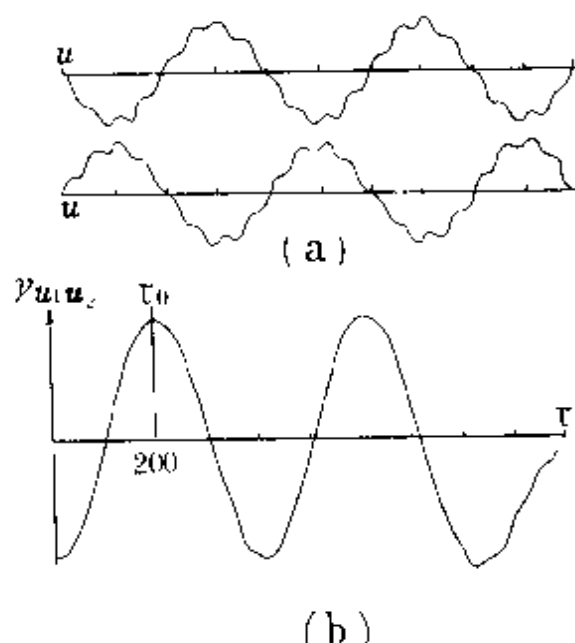


图 4·4(a)高信噪比时瑞雷波形;
(b)相关函数曲线

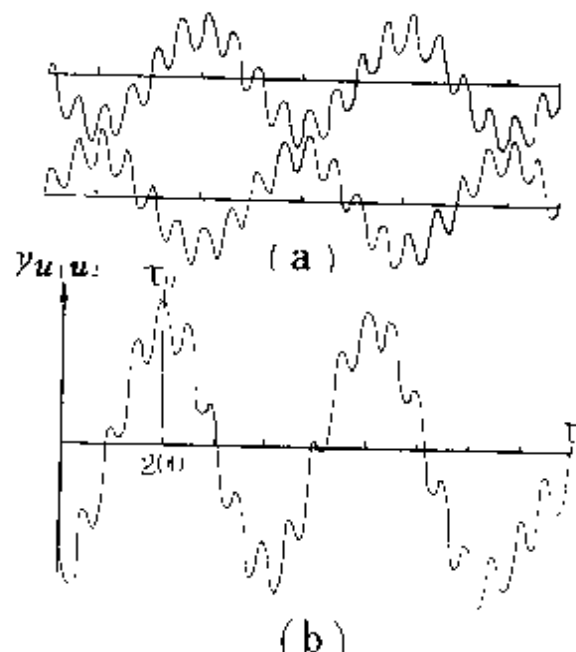


图 4·5(a)低信噪比时瑞雷波形;
(b)相关函数曲线

由图 4·4(b)、图 4·5(b)和图 4·6(b)可以看出,不论是在高信噪比、低信噪比或多干扰条件下,相关函数的第一极大值所对应的 τ_0 值均为 200,即同相位时间差: $\tau_0 \cdot \Delta = 20\text{ms}$,两道间瑞雷波传播速度为: $(x_2 - x_1) / \tau_0 \cdot \Delta = 100\text{m/s}$,与理论值完全吻合。图 4·7 是计算流程图。

从以上计算过程可以看出,利用互相关法计算瑞雷波的传播速度与时间差法(同相位对比)的区别在于,前者利用了记录的全部资料,整条曲线进行对比;而后者只利用了曲线上的几个点。所以互相关法计算瑞雷波传播速度,可消除干扰,提高计算 V_R 的精度。

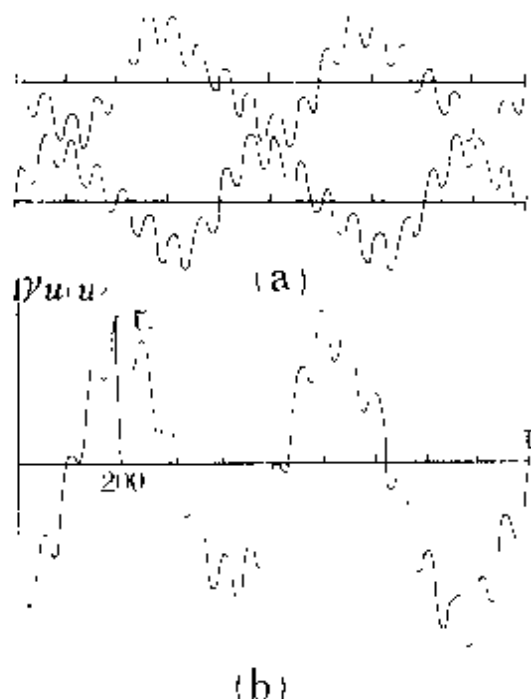


图 4·6(a)多干扰时瑞雷波形;
(b)相关函数曲线

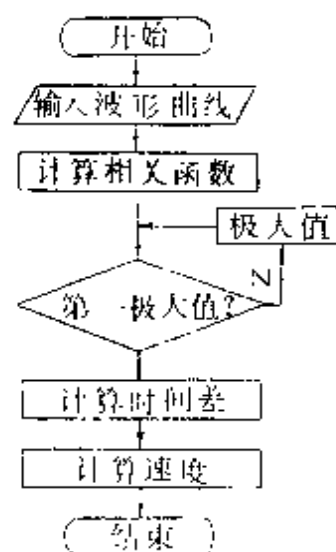


图 4·7 计算流程图

二、瞬态法瑞雷波传播速度的计算方法

(一)基本原理

当在地面上施加一瞬间冲击力后,在地面表层就有瑞雷波的传播,这种方法产生的瑞雷波是由许多简谐波叠加而成的。每一简谐波都以一定的相速度 V_R 传播, V_R 是 f 的函数。每一简谐波波动垂直位移方程可写为:

$$U_z = A \cos \omega(t - \frac{x}{V_R}) \quad (4 \cdot 12)$$

式中 A 为常数, $\omega = 2\pi f$, x 为距离, t 为时间。显然(4·12)式还可写成:

$$U_z = A \cos(\omega t - \frac{2\pi f x}{V_R}) \quad (4 \cdot 13)$$

式中 $\frac{2\pi f x}{V_R}$ 为 x 处振动的相位角,所以在波的传播方向上 x_1, x_2 两点间的相位差为:

$$\Delta\varphi = 2\pi(x_2 - x_1)/V_R = 2\pi f \Delta x / V_R \quad (\Delta x < \lambda_R) \quad (4 \cdot 14)$$

$$V_R = 2\pi f \Delta x / \Delta\varphi \quad (\Delta\varphi \text{ 单位“弧度”}) \quad (4 \cdot 15)$$

$$\text{或写为: } V_R = 360 \cdot f x / \Delta \varphi \quad (4 \cdot 16)$$

(二) 计算方法

设地面上沿波的传播方向 x_1, x_2 处的信号分别为 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 。则它们的互相关函数为:

$$\gamma_{21}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_2(t + \tau) u_1(t) dt \quad (4 \cdot 17)$$

对求出的互相关函数做 Fourier 变换:

$$\begin{aligned} R_{21}(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma_{21}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau = u_2(f) u_1^*(f) \\ &= |u_2(f)| |u_1(f)| e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)} \\ &= |R_{21}(f)| e^{i\Delta\varphi(f)} \end{aligned} \quad (4 \cdot 18)$$

式中 $u_2(f), u_1(f)$ 是 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 的线性谱, $u_1^*(f)$ 是 $u_1(f)$ 的共轭谱。可见互相关谱 $R_{21}(f)$ 的相位就是 x_1, x_2 两点处的相位差 $\Delta\varphi$, 把不同频率的 $\Delta\varphi(f)$ 代入 (4 · 16) 式, 就可以计算出不同频率谐波的瑞雷波传播速度 V_R 。

为了评价记录的信号在各频段上的质量, 定义 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 的相干函数为:

$$\gamma(f) = \frac{R_{21}(f) R_{11}^*(f)}{R_{11}(f) R_{22}(f)} \quad (4 \cdot 19)$$

式中 $R_{11}(f) = u_1(f) u_1^*(f), R_{22}(f) = u_2(f) u_2^*(f)$ 。 $R_{11}(f), R_{22}(f)$ 称为 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 的自功率谱。如果信号来自同一振源, 记录系统是理想的, 则相干函数等于 1, 说明信号质量良好。如果存在干扰信号及系统的非线性, 都会降低信号质量, 使得相干函数 $\gamma(f)$ 小于 1, 在实际应用中, 应首先在相干函数图上, 确定一界限值, 大于该界限值的频段, 认为是可靠的信号, 可以用来计算 V_R 值, 反之, 应舍掉这一频段。

§ 4.3 频散曲线的绘制

从 § 4.2 中可以看出,瑞雷波的传播速度 V_R 是频率 f 的函数,可以绘制 V_R-f 曲线,如图 1·19 和图 1·22 所示,但频率 f 不能直接表示深度,在实际应用中,一般绘制 $V_R-\beta\lambda_R$ 曲线。(β 为

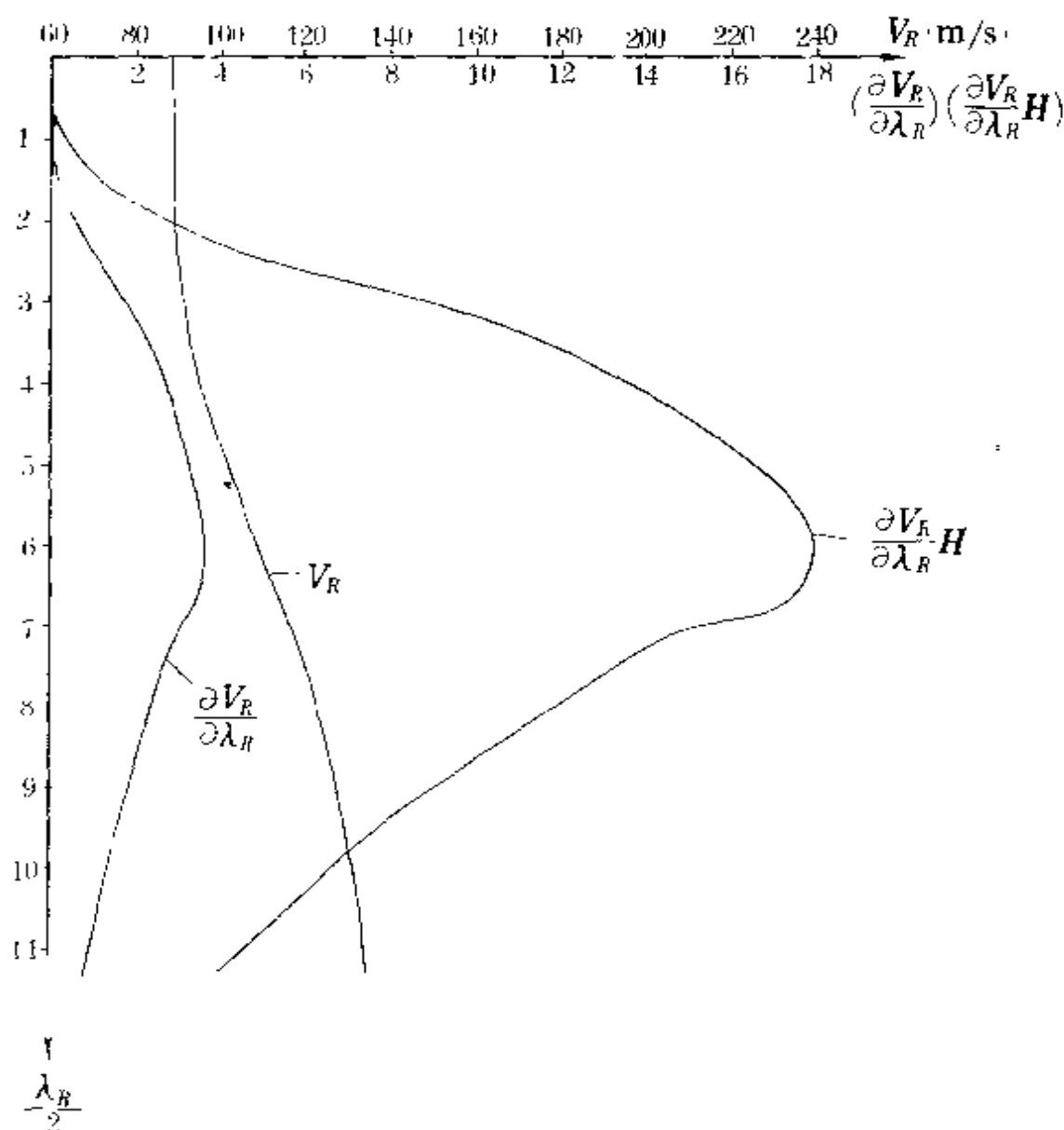


图 4·8 $V_R-\beta\lambda_R$ 、 $\frac{\partial V_R}{\partial \lambda_R}-\beta\lambda_R$ 曲线图

波长深度转换系数,取值方法在下节中介绍)。即以横坐标为 V_R ,纵坐标为 $\beta\lambda_R$,因为 $\beta\lambda_R$ 直接代表着深度,所以 $V_R-\beta\lambda_R$ 曲线的变

化,直接反映了 V_R 随深度的变化情况。如图 4·8 所示,图中除绘有 $V_R-\beta\lambda_R$ 曲线外,还绘有用做定量解释的 $\frac{\partial V_R}{\partial \lambda_R} - \beta\lambda_R$, $\frac{\partial V_R}{\partial \lambda_R} H - \beta\lambda_R$ 曲线,这些曲线绘制在同一张图中,能够更方便地分析频散曲线的变化规律,直观地对频散曲线做出合理的定性解释。

§ 4.4 层厚度的确定方法

在 § 1.5 中已做过较详细的叙述,瑞雷波频散曲线的变化规律与地质条件有着密切的关系,这种关系的一个重要方面就是频散曲线的变化与层厚度的内在联系,尤其是频散曲线的某些特征点的位置与层厚度的关系更为密切。研究这些关系,可以得出层厚度的定量解释方法。

理论研究表明,瑞雷波的穿透深度约为一个波长,即穿透深度与波长 λ_R 成正比。目前,国内外的瑞雷波勘探中,确定深度和层速度一般采用所谓的半波长解释法,即勘探深度 $H=\lambda_R/2$,同时认为瑞雷波的波速代表着 $\lambda_R/2$ 深度以上介质的平均速度⁽¹⁾⁽³⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽²²⁾。利用 $\lambda_R/2$ 直接做为勘探深度容易使界面深度较实际偏小,层速度计算过程中也容易解释出虚假速度层。例如在图 1·23 中,第一层厚度为 1m,波速 $V_R=90\text{m/s}$ 。从频散曲线上可看出,当 $H=\lambda_R/2>0.5\text{m}$ 时,波速已开始明显增大,当 $H=\lambda_R/2=1\text{m}$ 时,波速 $V_R=100\text{m/s}$ 。即 $\lambda_R/2$ 在 0.5—1m 范围内, V_R 值从 90m/s 变化到 100m/s。而实际情况在 0—1m 深度内, V_R 均为 90m/s。因此认为,半波长解释法容易产生较大的误差。通过研究,发现频散曲线的拐点或 $\partial V_R/\partial \lambda_R$ 的极值点与层厚度关系极为密切,下面重点介绍这两种解释方法。

一、一次导数 $(\partial V_R/\partial \lambda_R)$ 极值点法

图 4·9、图 4·10 和图 4·11 是两层介质条件下,第一层厚度 H_1 分别为 1、5、9m,第二层速度 V_{R2} 与第一层速度 V_{R1} 的比值

V_{R2}/V_{R1} , 分别为 1.27, 1.48, 1.69, 2.09, 2.30, 2.49, 2.69, 2.88,

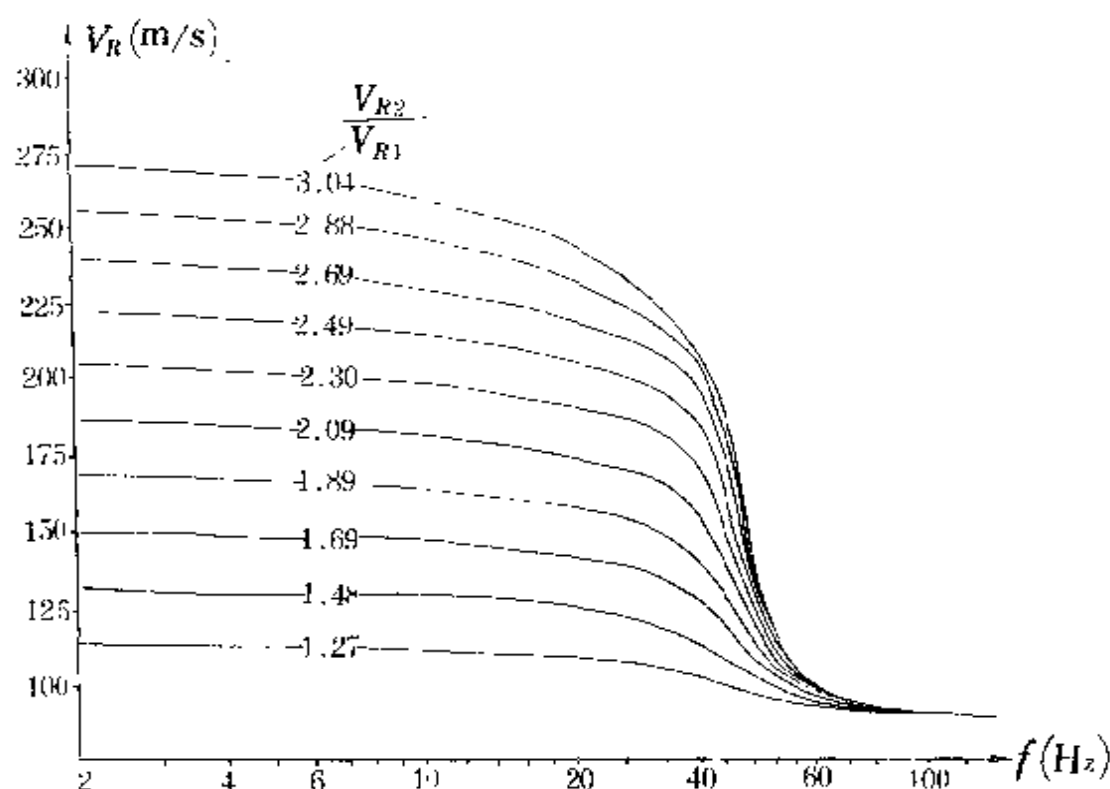


图 4·9 二层介质($H_1=1\text{m}$)瑞雷波频散曲线

模型参数: $V_{S1}=95\text{m/s}$, $V_{P1}=250\text{m/s}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$,

$H_1=1\text{m}$, $V_{S2}=120, 140, 160, 180, 200, 220, 240,$

$260, 280, 300\text{m/s}$, $V_{P2}=500\text{m/s}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$

3.04 时的理论频散曲线, 纵观各图可看出, 曲线的两端 V_R 值变化平缓, 当 f 或 λ_R 在中间某频带内, V_R 值随 f 的变化出现陡梯度段, 且随着 H_1 的增大, 陡梯度段向低频或长 λ_R 方向移动。这就说明了 H_1 的大小与曲线的拐点 ($\partial V_R / \partial \lambda_R$ 极值点) 存在着某种关系。图 4·12、图 4·13 和图 4·14 是两层条件下, 对应于图 4·9、图 4·10 和图 4·11 中的地质参数, $\partial V_R / \partial \lambda_R$ 随 f 或 λ_R 的变化曲线, 从各图均可看出, 当第一层厚度 H_1 一定时, $\partial V_R / \partial \lambda_R$ 的极值点 ($\partial V_R / \partial \lambda_R$), 随 V_{R2}/V_{R1} 的增大 (j 表示导数的极值), 所对应的频率 f_j 几乎没有变化, 但波长 λ_j 随 V_{R2}/V_{R1} 的增大而增大, 例如图 4·12 中, $(\partial V_R / \partial \lambda_R)_j$ 所对应的频率为 45Hz, 在与之对应的图 4·9 中, 当 $f=45\text{Hz}$ 时, V_R 随 V_{R2}/V_{R1} 增大而增大, 显然 $\lambda_R = V_R / f$ 也增

大。这样,用 $(\partial V_R/\partial \lambda_R)_j$ 对应的波长 λ_j 可以确定深度,

$$H = \beta \lambda_j \quad (\beta \text{ 为某一系数}) \quad (4 \cdot 20)$$

上式中当 H_1 为常数时, λ_j 随 V_{R2}/V_{R1} 增大而增大,则 β 应随 V_{R2}/V_{R1} 值增大而减小。

从式(4·20)可知, λ_j 可通过 $\partial V_R/\partial \lambda_R$ 曲线查得,为计算层厚度 H ,关键是确定系数 β 。确定 β 的具体做法介绍如下:当 H_1 为一定值时,从类似于图4·12—图4·14 中查出不同 V_{R2}/V_{R1} 条件下 $(\partial V_R/\partial \lambda_R)_j$ 所对应的频率 f_j ,再从相应的类似于图4·9—图4·11 中查出 f_j 所对应的 V_{Rj} ,则: $\lambda_j = V_{Rj}/f_j$,例如当 $H_1 = 1\text{m}$, $V_{R2}/V_{R1} = 1.69$ 时,从图4·12 查出 $f_j = 45\text{Hz}$,从图4·9 中查出 $V_{Rj} = 108.8\text{m/s}$,所以, $\lambda_j = V_{Rj}/f_j = 2.42\text{m}$,由式(4·20)得 $\beta = H_1/\lambda_j = 0.41$ 。

表4·2 是利用上述方法计算的不同深度不同 V_{R2}/V_{R1} 比值

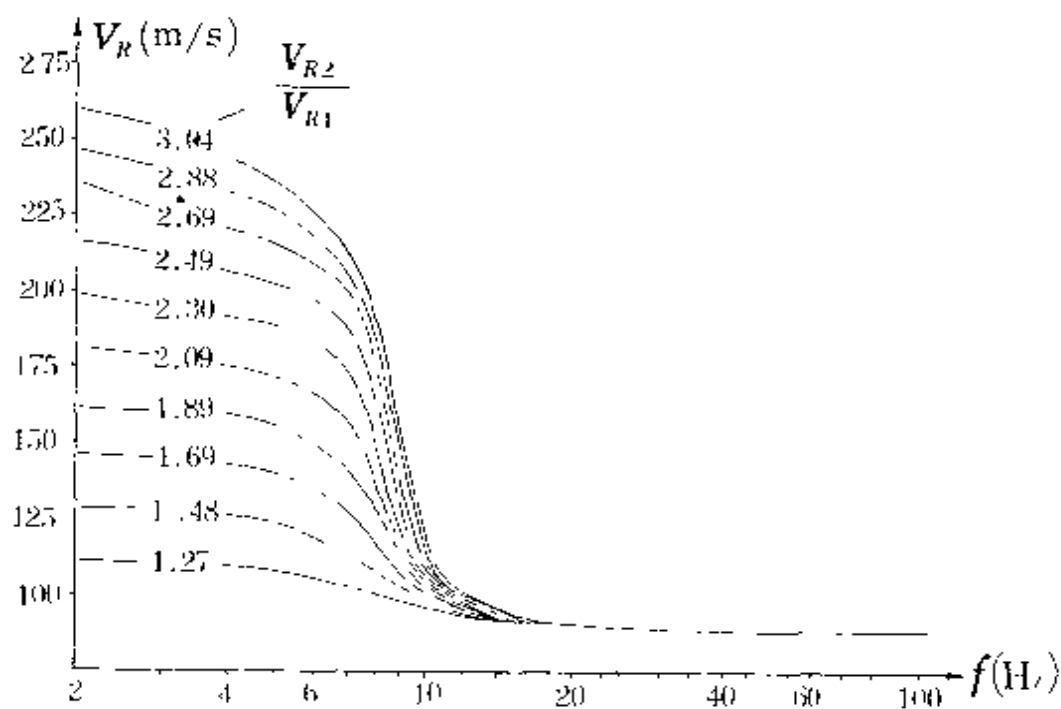


图4·10 二层介质($H_1 = 5\text{m}$)瑞雷波频散曲线

模型参数: $V_{S1} = 95\text{m/s}$, $V_{P1} = 250\text{m/s}$, $\rho_1 = 1.8\text{g/cm}^3$, $H_1 = 5\text{m}$,

$V_{S2} = 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280, 300\text{m/s}$,

$V_{P2} = 500\text{m/s}$, $\rho_2 = 1.9\text{g/cm}^3$

表 4·2 层厚度 H_1 、 $\frac{V_{R2}}{V_{R1}}$ 、 λ_j 与 β 值对应表

$\frac{V_{R2}}{V_{R1}}$	$H_1=1m$		$H_1=2m$		$H_1=3m$		$H_1=5m$		$H_1=7m$		$H_1=9m$		β 系数均 值 β
	λ_j (m)	β	λ_j (m)	β	λ_j (m)	β	λ_j (m)	β	λ_j (m)	β	λ_j (m)	β	
1.27	2.01	0.4975	4.02	0.4975	6.02	0.4983	10.05	0.4975	13.97	0.5010	17.82	0.5050	0.4990
1.18	2.28	0.4385	4.46	0.4484	6.89	0.4360	11.14	0.4488	15.50	0.4516	20.12	0.4473	0.4451
1.69	2.42	0.4167	1.66	0.4292	7.24	0.4144	12.08	0.4139	16.62	0.4212	21.06	0.4274	0.4205
1.89	2.52	0.3968	1.85	0.4119	7.59	0.3953	13.22	0.3782	17.34	0.4037	21.93	0.4104	0.3993
2.09	2.62	0.3817	5.03	0.3976	7.918	0.3789	13.89	0.3600	18.02	0.3884	22.75	0.3956	0.3837
2.30	2.74	0.3650	5.18	0.3861	8.23	0.3615	14.55	0.3436	18.66	0.3751	23.50	0.3830	0.3696
2.49	2.84	0.3520	5.31	0.3745	8.52	0.3521	15.20	0.3289	19.26	0.3634	24.20	0.3719	0.3571
2.60	2.92	0.3425	5.18	0.3650	8.80	0.3410	14.66	0.3410	19.82	0.3532	24.81	0.3623	0.3508
2.88	3.02	0.3311	5.62	0.3559	9.06	0.3311	15.01	0.3331	20.34	0.3441	25.42	0.3541	0.3416
3.04	3.10	0.3226	6.77	0.2851	9.30	0.3226	15.50	0.3226	19.71	0.3546	25.96	0.3467	0.3274

时的 β 值,从表中可以看出,当 V_{R2}/V_{R1} 一定时, β 值随深度 H_1 的变化很小,而当 H_1 一定时, β 值随 V_{R2}/V_{R1} 的变化较大。图 4·15 是依据表 4·2 绘制的 $H_1=1\text{m}$ 和 $H_1=9\text{m}$ 时, β 值随 V_{R2}/V_{R1} 的变化曲线。可以看出, $H_1=1\text{m}$ 和 $H_1=9\text{m}$ 的两条曲线随 V_{R2}/V_{R1} 增大而减小,变化规律一致且基本吻合。因此,在一般情况下,查 β 值时可不考虑深度的影响,只根据 V_{R2}/V_{R1} 值查平均 β 曲线即可。

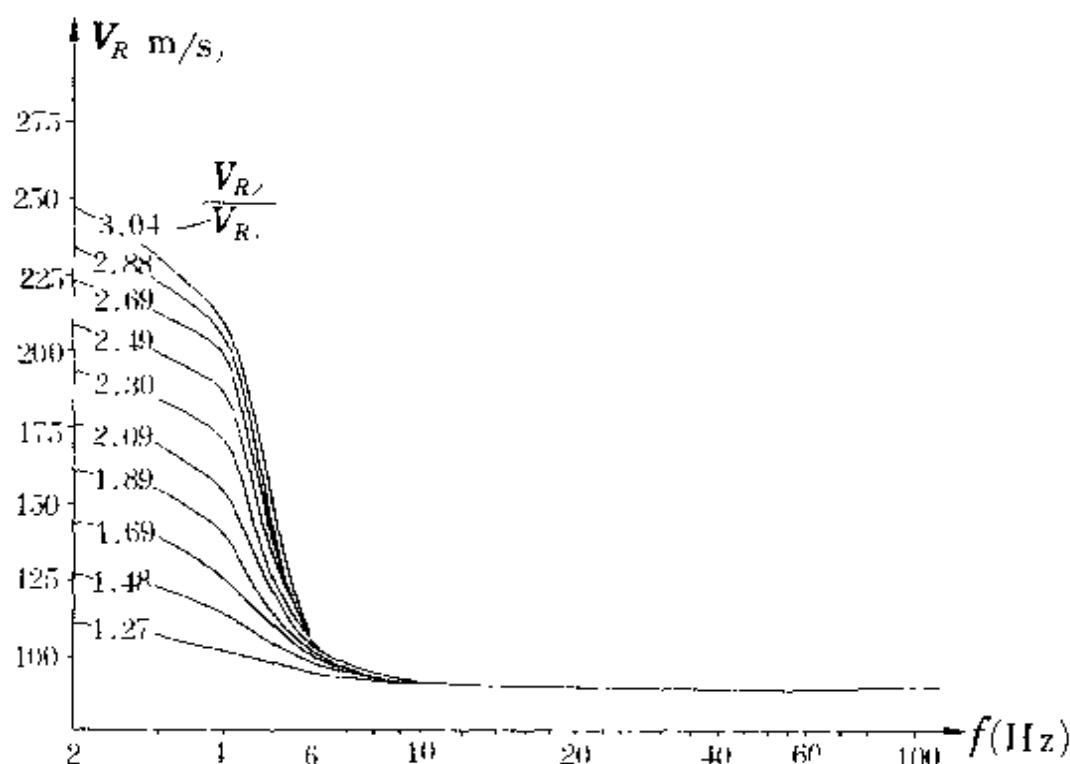


图 4·11 二层介质($H_1=9\text{m}$)瑞雷波频散曲线

模型参数: $V_{S1}=95\text{m/s}$, $V_{P1}=250\text{m/s}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$, $H_1=9\text{m}$, $V_{S2}=120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280, 300\text{m/s}$, $V_{P2}=500\text{m/s}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$

从以上确定第一层厚度的方法中可以看出,整个过程中只是利用了 λ_1 与 H_1 的相关关系建立了(4·20)式,频散曲线上 H_1 深度内的波速并不代表该层的真实波速,计算层波速的方法将在下节中叙述。

二、拐点法

所谓拐点法,其原理与上述极值点法相同,这是因为 $(\partial V_R /$

$\partial\lambda_R$), 所对应的曲线上的位置即为频散曲线上的拐点。这样从频散

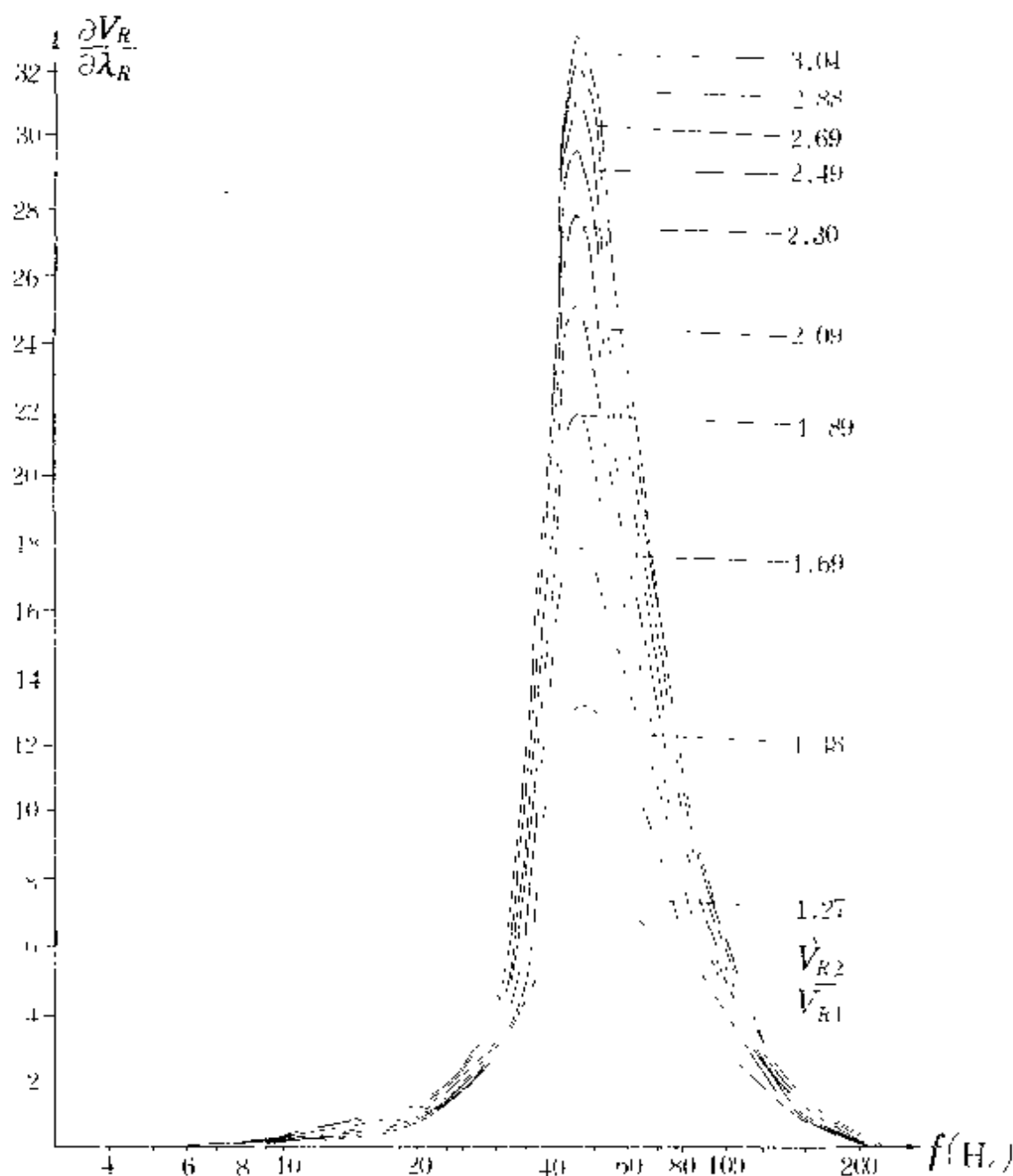


图 4·12 二层介质($H_1=1\text{m}$) $\partial V_R/\partial \lambda_R-f$ 曲线

模型参数: $V_{S1}=95\text{m/s}$, $V_{P1}=250\text{m/s}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$, $H_1=1\text{m}$, $V_{S2}=120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280, 300\text{m/s}$, $V_{P2}=500\text{m/s}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$

曲线上找出拐点位置,并计算出拐点处所对应的波长 λ_{Rj} 。根据频散曲线的变化规律,估算 V_{R2}/V_{R1} 的范围,从图 4·15 中查出 β 值,则深度可由(4·20)式算出。

以上讨论的极值点法和拐点法都是在两层条件下推导的解释方法,尤其是(4·20)式中的 β 值,是严格按两层理论曲线中极值点位置和界面深度的关系导出的。对于三层情况,(4·20)式适用于第一个界面深度,而对于第二个界面深度并不适用。原因是当 H_2 较 H_1 不太大时, $\partial V_R/\partial \lambda_R$ 曲线第二个极值处 λ_j 值的大小,除受第三层影响外,还受第一层和第二层的影响,这种影响只能使第二个极值点 $(\partial V_R/\partial \lambda_R)_{2j}$ 比没有第一层存在时提前出现,即使 λ_{R2j} 变小。 H_1/H_2 越大,这种影响也越大,反之,则越小。通过对类似于图4·16、图4·17和图4·18中三层理论频散曲线变化规律的研究,认为对于第二个界面深度,式(4·20)应做如下修正。

$$H_{2\lambda} = K\beta\lambda_{2j} \quad (4 \cdot 21)$$

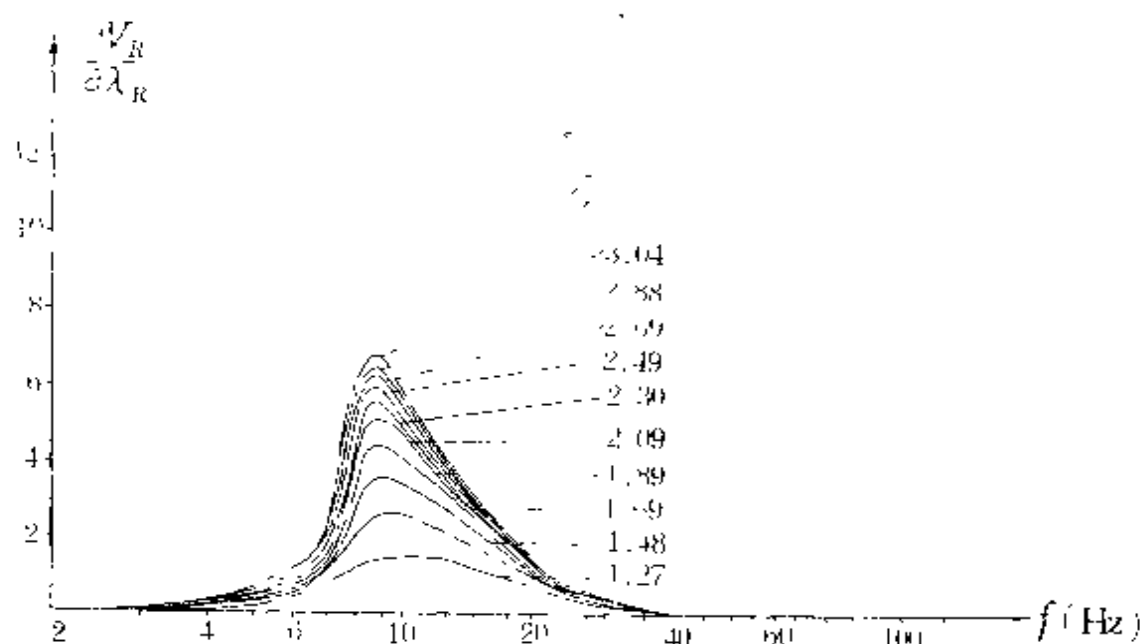


图 4·13 二层介质($H_1=5\text{m}$) $\partial V_R/\partial \lambda_R-f$ 曲线

模型参数: $V_{S1}=95\text{m/s}$, $V_{P1}=250\text{m/s}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$, $H_1=5\text{m}$, $V_{S2}=120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280, 300\text{m/s}$, $V_{P2}=500\text{m/s}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$

式中: H_{20} 为第二个界面的深度, 以区别于第二层厚度 H_2 。

λ_{R2j} 为第二个极值点 $(\partial V_R / \partial \lambda_R)_{2j}$ 对应的波长。

K 为 H_1/H_2 影响系数, 取 1.0—1.2。

在 (4·20) 式中, 当 $V_{R2}/V_{R1} = 1.5$ 左右时, $H_2/H_1 \geq 13$, 取 $K = 1.0$, 当 $H_2/H_1 \leq 2$ 时, 取 $K = 1.2$ 。 $H_2/H_1 = 2—13$ 时, K 值可在 1.2—1.0 间线性内插取值。

四、解释实例

图 4·19(a) 是计算的一条两层介质频散曲线的解释实例, 模型参数为: $H_1 = 3\text{m}$, $V_{R2}/V_{R1} = 1.69$ 。从频散曲线上可直观地看出拐点处的波长 $\lambda_{Rj} = 6\text{m}$, 计算的 $(\partial V_R / \partial \lambda_R)_j$ 对应的 $\lambda_{Rj} = 6.53\text{m}$ 。查图 4·15, β 取值 0.46, 则拐点法解释深度 $H_1 = \beta \lambda_{Rj} = 2.76\text{m}$; 极值点法解释深度 $H_1 = 3.004\text{m}$, 两种解释结果与模型 ($H_1 = 3\text{m}$) 均基本吻合, 但此例中拐点法较极值点法的误差大, 相对误差为 8%。

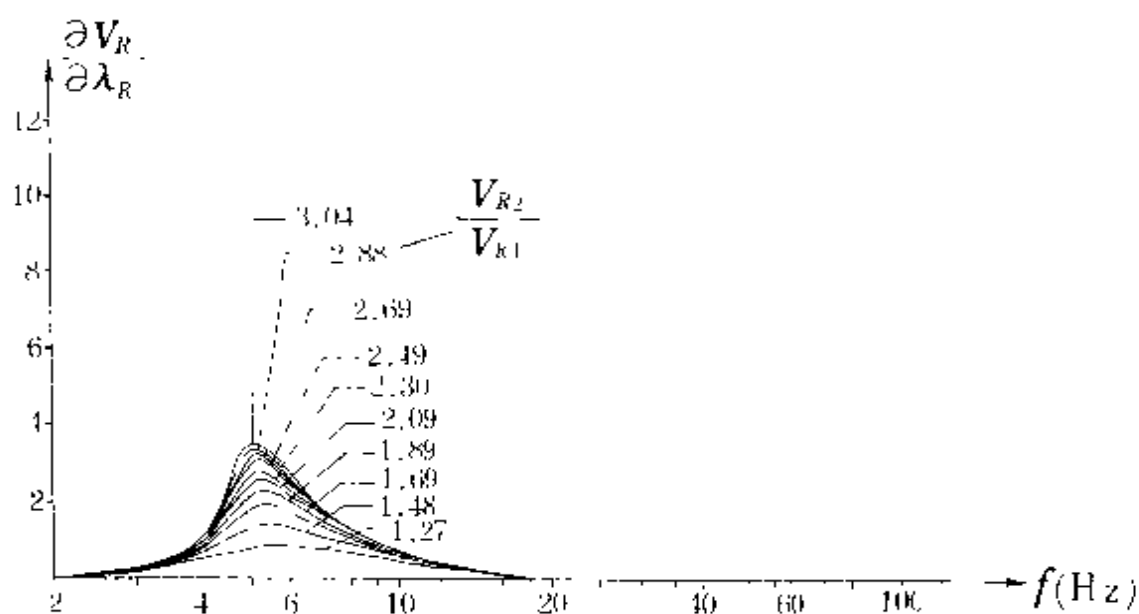


图 4·14 二层介质 ($H_1 = 9\text{m}$) $\partial V_R / \partial \lambda_R - f$ 曲线

模型参数: $V_{s1} = 95\text{m/s}$, $V_{p1} = 250\text{m/s}$, $\rho_1 = 1.8\text{g/cm}^3$, $H_1 = 9\text{m}$, $V_{s2} = 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280, 300\text{m/s}$, $V_{p2} = 500\text{m/s}$, $\rho_2 = 1.9\text{g/cm}^3$

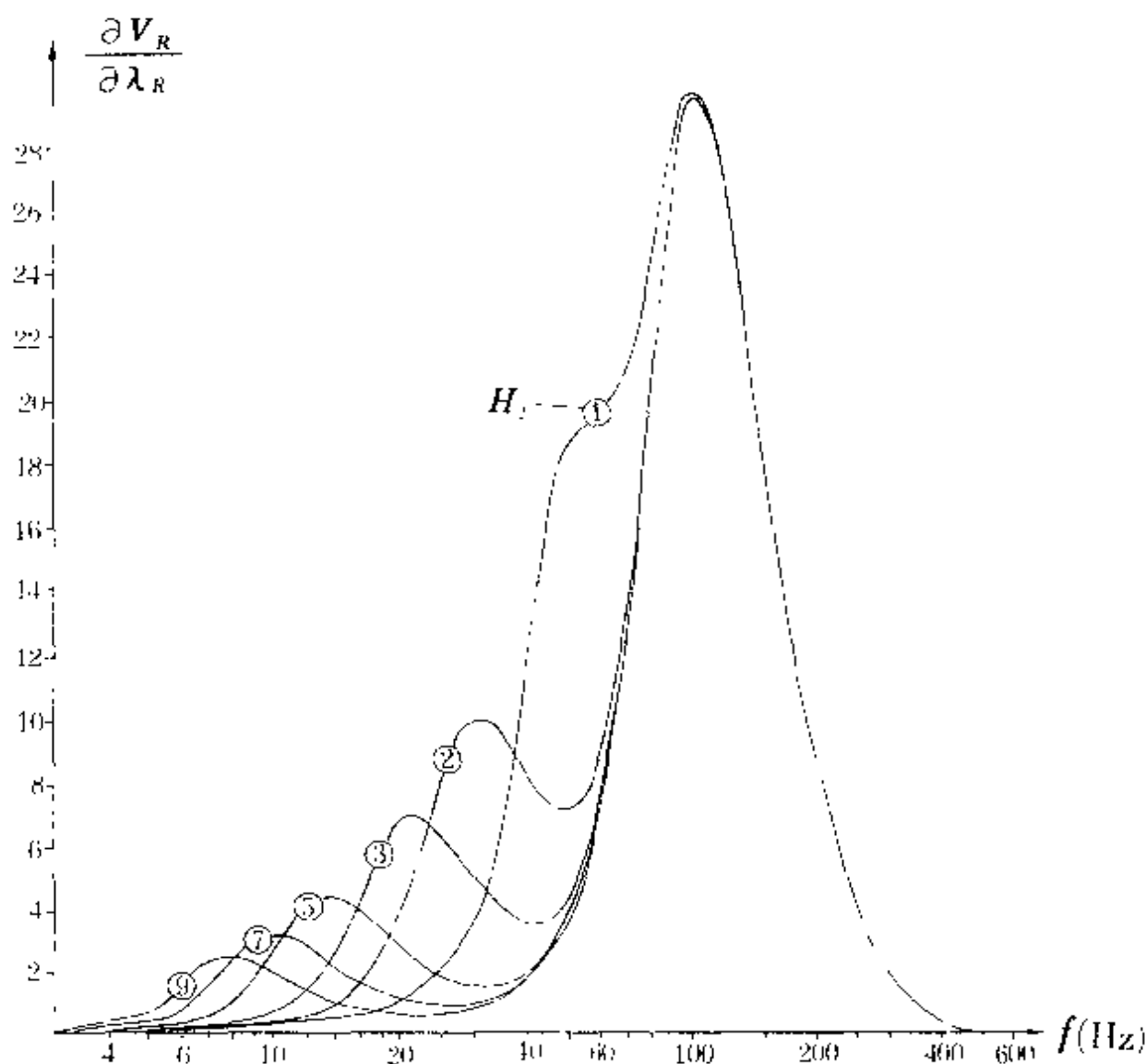


图 4.16 三层介质($H_1=0.5\text{m}$) $\partial V_R/\partial \lambda_R-f$ 曲线

模型参数: $V_{S1}=100\text{m/s}$, $V_{P1}=300\text{m/s}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$, $H_1=0.5\text{m}$, $V_{S2}=150\text{m/s}$, $V_{P2}=450\text{m/s}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$, H_2 : 图中所示, $V_{S3}=225\text{m/s}$, $V_{P3}=700\text{m/s}$, $\rho_3=2.0\text{g/cm}^3$

§ 4.5 层速度的计算方法

实测瑞雷波的传播速度代表着某一深度内各层的传播速度的加权平均值(权系数与层厚度有关)。层速度计算的目的是根据实测频散曲线,从平均传播速度中计算出各层的传播速度。

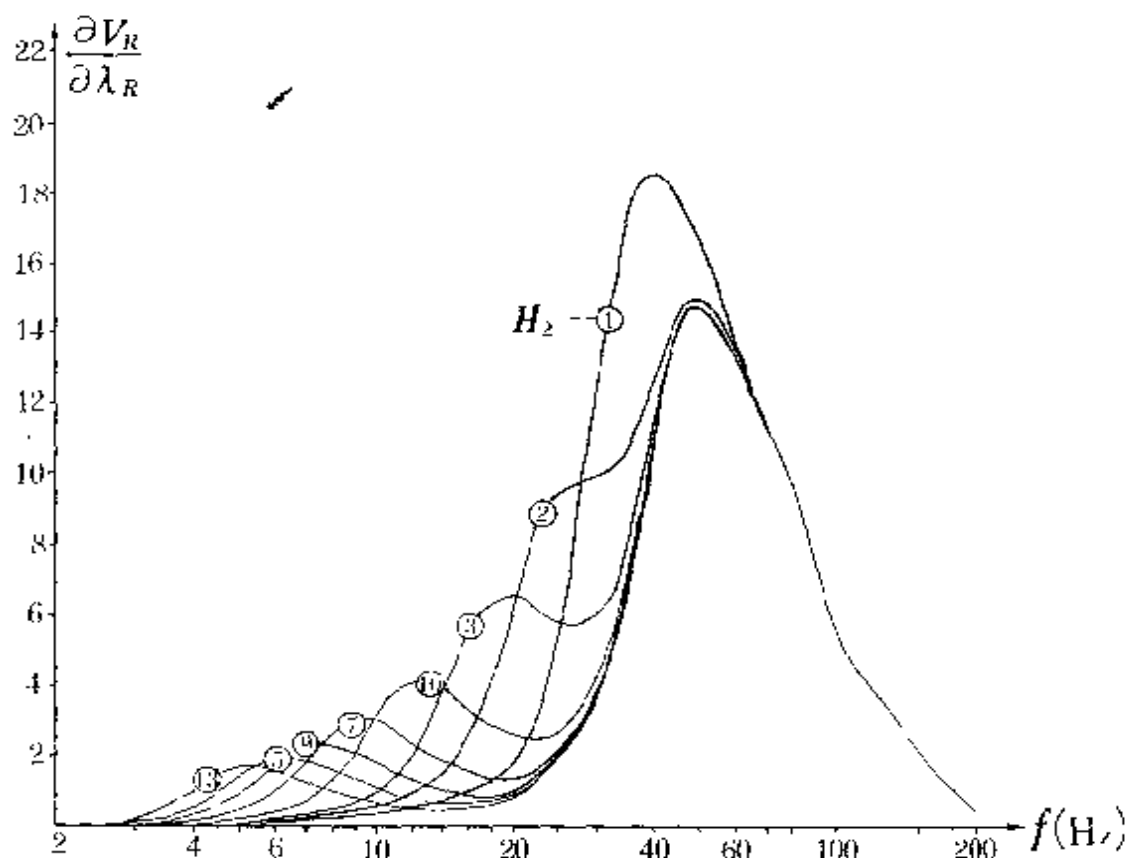


图 4·17 三层介质($H_1=1\text{m}$) $\partial V_R/\partial \lambda_R-f$ 曲线

模型参数: $V_{S1}=100\text{m/s}$, $V_{P1}=300\text{m/s}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$, $H_1=0.5\text{m}$, $V_{S2}=150\text{m/s}$, $V_{P2}=450\text{m/s}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$, H_2 :图中所示, $V_{S3}=225\text{m/s}$, $V_{P3}=700\text{m/s}$, $\rho_3=2.0\text{g/cm}^3$

一、渐近线法

纵观图 4·9—图 4·11 两层介质的瑞雷波频散曲线, V_R 曲线的两端均存在近似直线的平缓变化段, 从理论上说, 当 $f \rightarrow \infty$, $\lambda_R \rightarrow 0$ 时, 第二层的影响为零, 第一层可认为是均匀半空间, $V_R = V_{R1}$, 当 $f \rightarrow 0$, $\lambda_R \rightarrow \infty$ 时, 第一层的影响为零, 频散曲线的渐近线为 $V_R = V_{R2}$ 。

在一般情况下, 当 $\lambda_R/H_1 < 1$ 时, 即波长与层厚度相比较小时, $V_R \approx V_{R1}$ 。当 $\lambda_R/H_1 > 8$ 时, $V_R \approx V_{R2}$ 。图 4·21 是渐近线法计算层速度的一个实例, 第一层 $V_{R1}=90\text{m/s}$, 第二层 $V_{R2}=152\text{m/s}$, 从

图中可看出,第一层渐近线较完整,确定的 V_{R1} 值与理论值吻合,对于第二层,当 $\lambda_R/H_1=8$ 时, $V_{R2}=143\text{m/s}$, 与理论值的相对误差为 5.9%, 当 $\lambda_R/H_1=16$ 时, $V_{R2}=147\text{m/s}$, 与理论值的误差为 3.3%。因为频散曲线难以达到第二层的渐近线值,所以,当在 $\lambda_R/H_1=8-16$ 间确定第二层的 V_{R2} 值时,频散曲线上的速度值与实际速度值存在有 6%—3% 的误差。

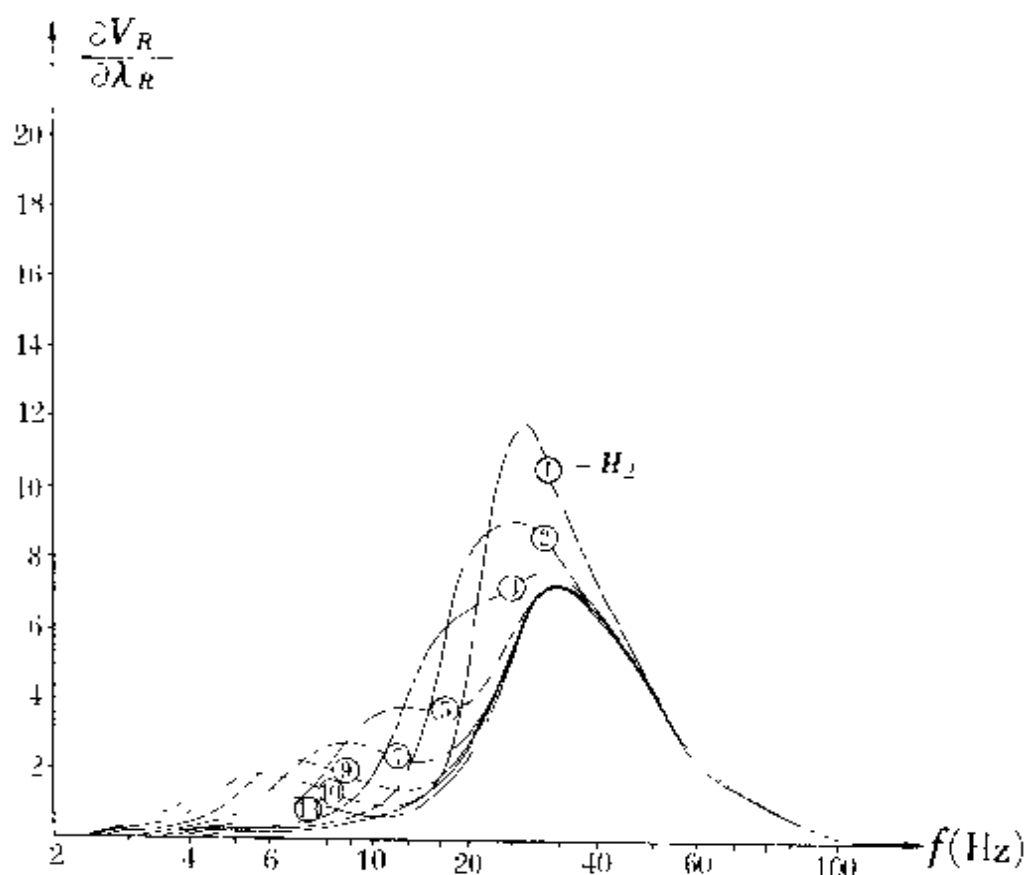


图 4-18 三层介质($H_1=2\text{m}$) $\partial V_R/\partial \lambda_R - f$ 曲线

模型参数: $V_{S1}=100\text{m/s}$, $V_{P1}=300\text{m/s}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$, $H_1=1\text{m}$, $V_{S2}=150\text{m/s}$,
 $V_{P2}=450\text{m/s}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$, H_2 : 图中所示, $V_{S3}=225\text{m/s}$, $V_{P3}=700\text{m/s}$,
 $\rho_2=2.0\text{g/cm}^3$

二、 $(\partial V_R/\partial \lambda_R \cdot H)$ 极值法

利用渐近线法求层速度,当频率足够高,即波长足够小时,第一层的渐近线一般是明显的,容易准确地得到第一层的速度 V_{R1} ,对于第二层,若要求 $\lambda_R > 8H_1$,这种条件往往得不到满足,即频散

曲线上没有第二层的渐近线段,主要原因,一是当 H_1 较大,受仪器设备的限制,波长达不到 $8H_1$;如图 4·22 中,曲线(a),低频 2Hz 时,第二层仍没有明显的渐近线段。二是在三层条件下, H_2 较小时,第二层没有达到渐近线前第三层的影响就很大了。如图 4·22 中,曲线(b)上 30—20Hz 之间,第二层渐近线受第三层的影响,不太完整。在这种情况下,可用 $\partial V_R/\partial \lambda_R \cdot H$ 极值法,逐层计算层速度。

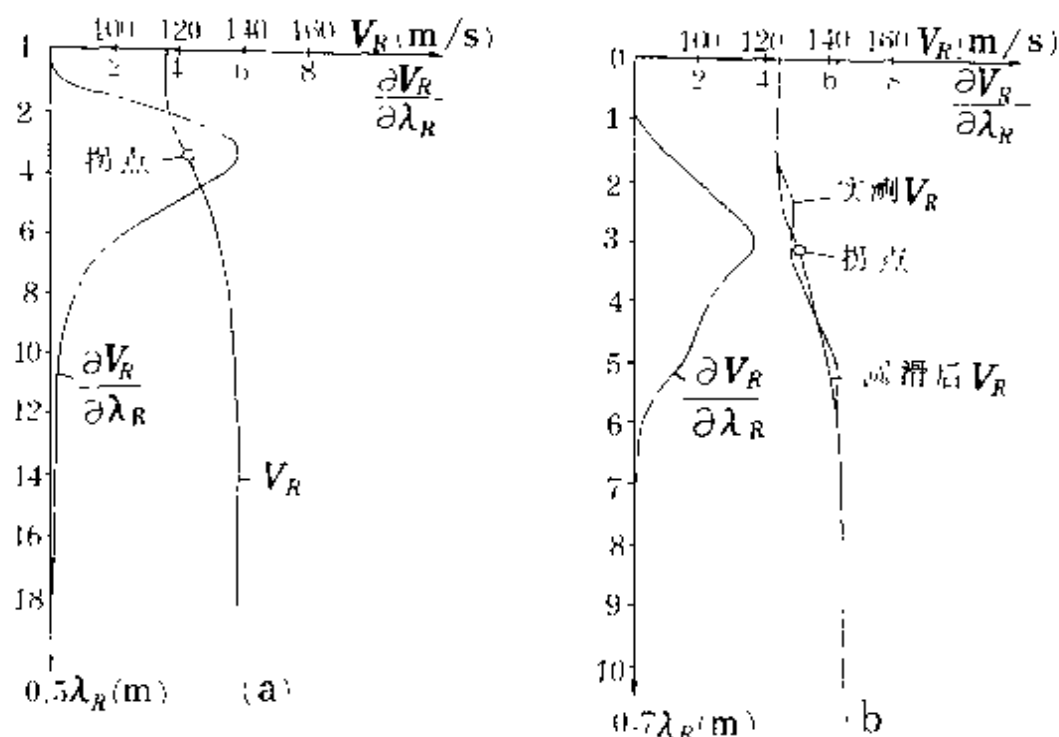


图 4·19 拐点法和极值点法解释实例

模型参数: $V_{S1}=100\text{m/s}$, $V_{P1}=300\text{m/s}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$, $H_1=2\text{m}$, $V_{S2}=150\text{m/s}$,

$V_{P2}=450\text{m/s}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$, H_2 : 图中所示, $V_{S3}=225\text{m/s}$, $V_{P3}=700\text{m/s}$,

$\rho_3=2.0\text{g/cm}^3$

(一) $\partial V_R/\partial \lambda_R \cdot H$ 极值法的基本原理

$\partial V_R/\partial \lambda_R$ 值的大小与 V_{R2}/V_{R1} 和 H 有关,但其极值点的位置只与 H 有关,故可用极值点法确定层厚度,通过分析图 4·12—图 4·14 中曲线的变化特征,可以发现,当 H_1 变化时, $\partial V_R/\partial \lambda_R$ 的极值随 H_1 有规律的变化,当 V_{R2}/V_{R1} 相同时, $\partial V_R/\partial \lambda_R$ 值以 H_1 为比例而变化。即不同 H 的 $\partial V_R/\partial \lambda_R \cdot H$ 极值相等。图 4·23 是 H_1

不同时, $\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H$ 极值的比较, 图 4·23(a) 中, $H=1\text{m}$, 图 4·23(b) 中 $H=9\text{m}$. 两图中相对应的 V_{R2}/V_{R1} 的 $\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H$ 极值完全相等, 且曲线的变化规律也基本相同。另一方面, 不同 V_{R2}/V_{R1} 的 $\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H$ 的极值随 V_{R2}/V_{R1} 的增大而增大, 这就说明, $\partial V_R /$

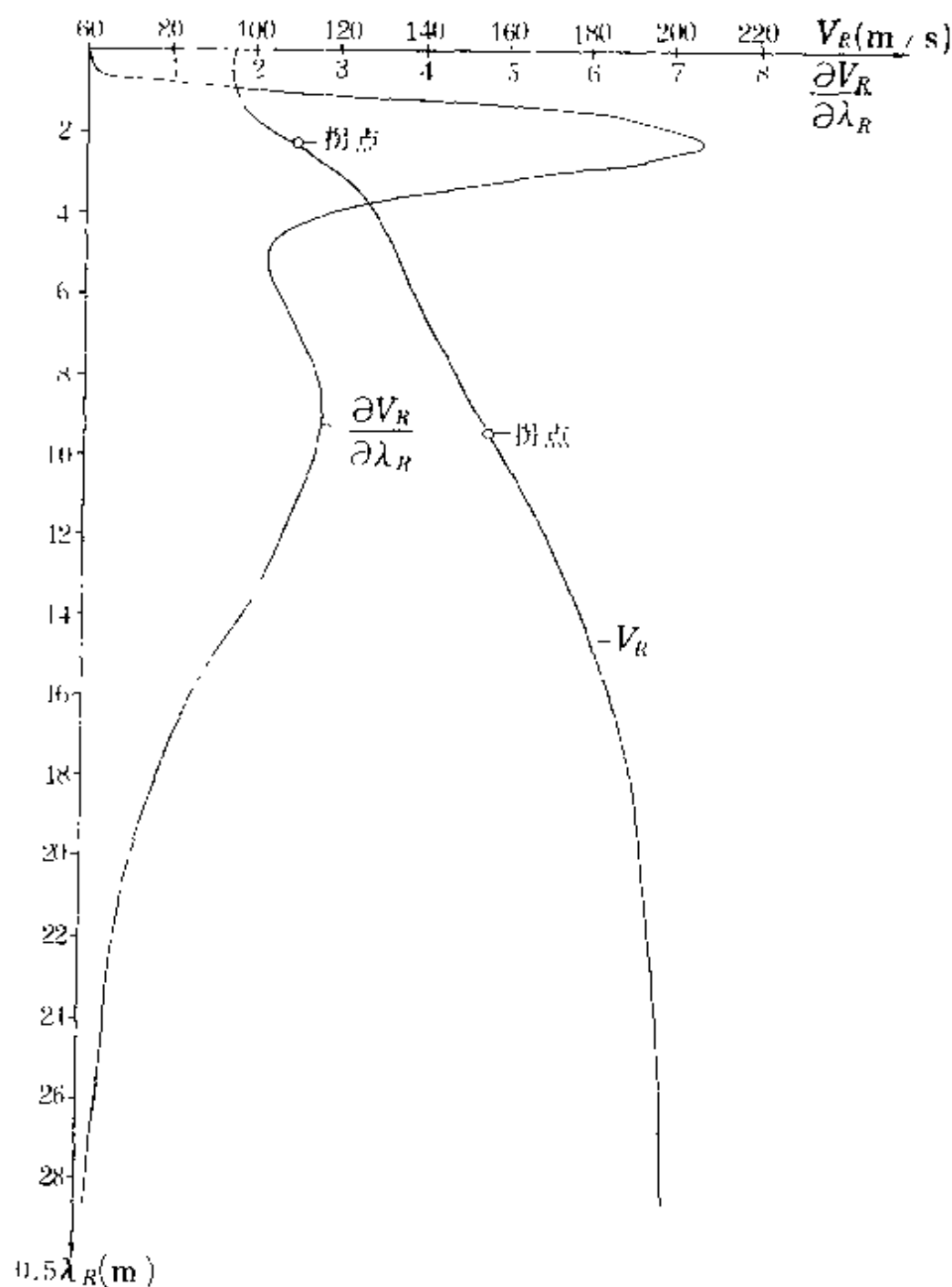


图 4·20 三层介质频散曲线解释实例

$\partial\lambda_R \cdot H$ 的极值已消除了 H 的影响, 只与 V_{R2}/V_{R1} 有关, 所以在已知 V_{R1} 和 $\partial V_R/\partial\lambda_R \cdot H$ 极值的条件下, 可以求得 V_{R2} 。

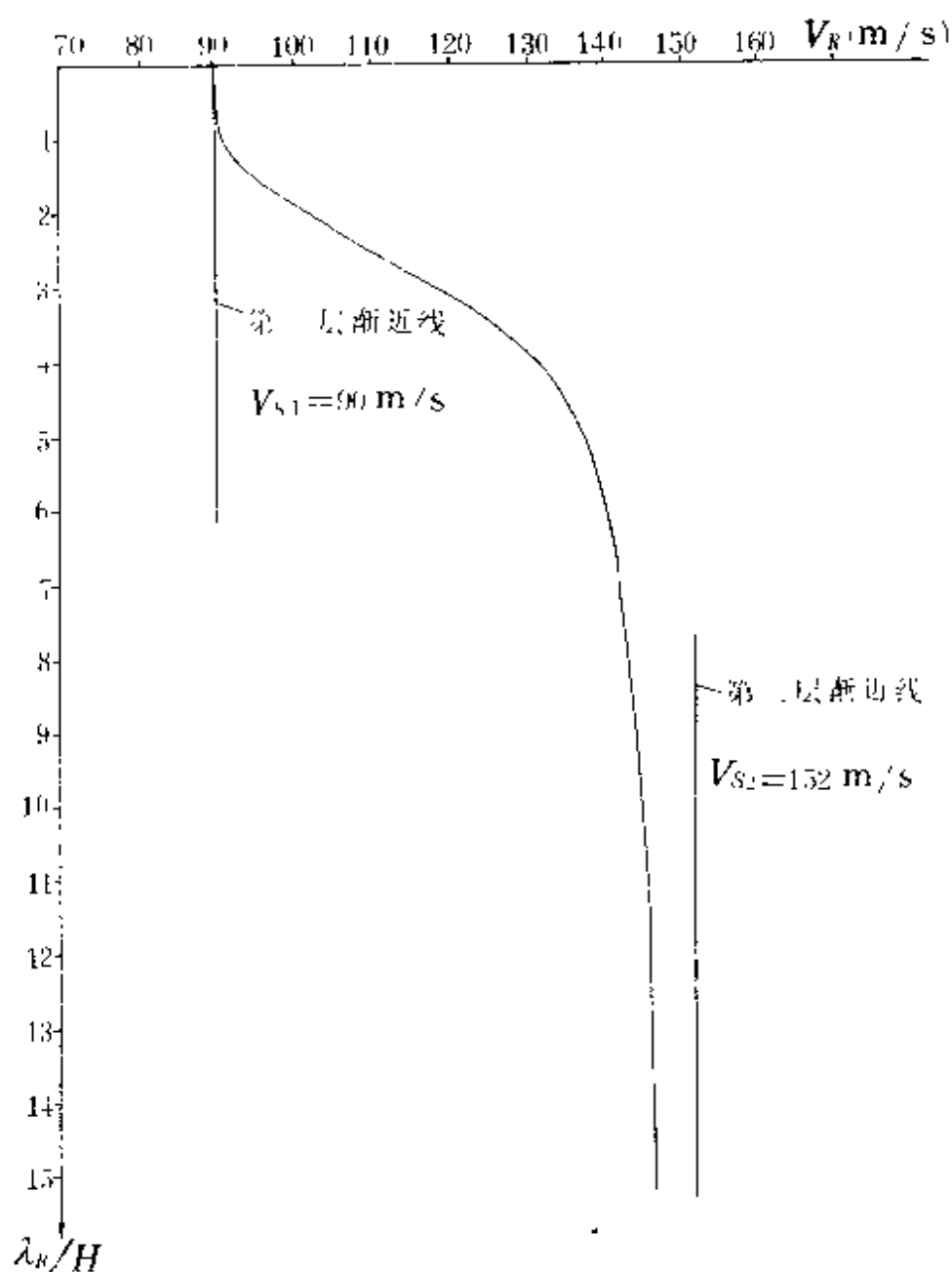


图 4·21 渐近线法计算分层速度

(二) $\partial V_R/\partial\lambda_R \cdot H$ 的极值 $(\partial V_R/\partial\lambda_R \cdot H)_j$ 与 V_{R2}/V_{R1} 的关系

从图 4·23 中可以查出, $(\partial V_R/\partial\lambda_R \cdot H)_j$ 值与 V_{R2}/V_{R1} 的对应

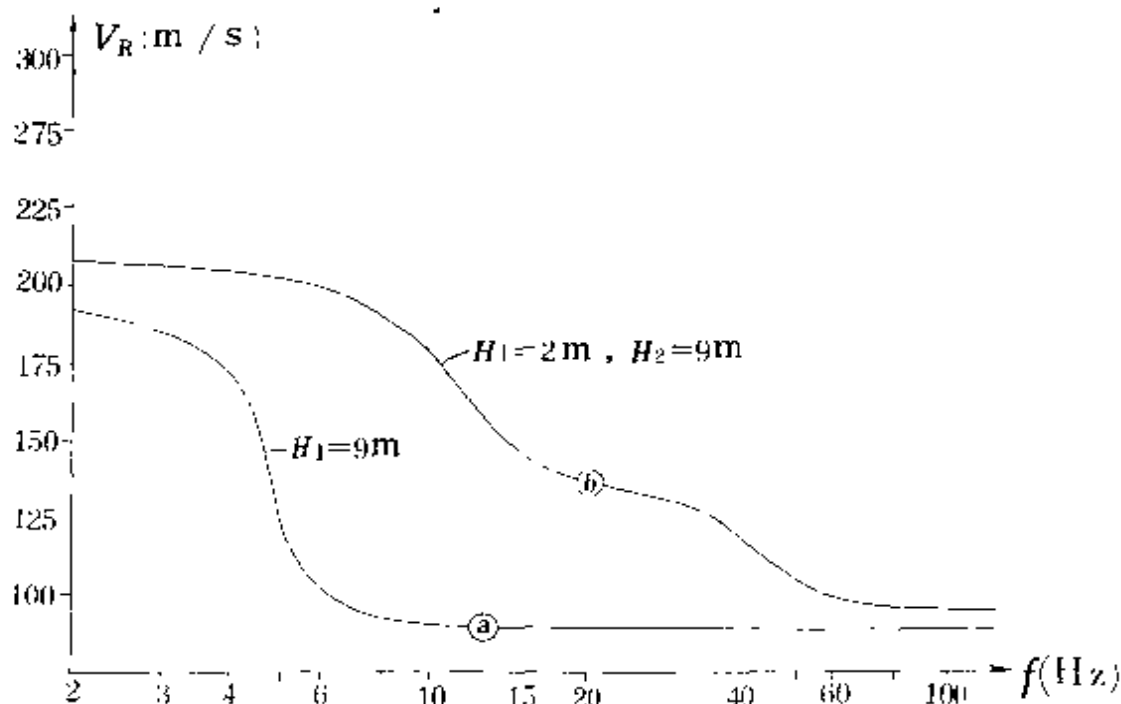


图 4·22 渐近线法解释的局限性

模型参数: (a) $V_{S1}=95\text{m/s}$, $V_{P1}=250\text{m/s}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$, $H_1=9\text{m}$,

$V_{S2}=220\text{m/s}$, $V_{P2}=500\text{m/s}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$

模型参数: (b) $V_{S1}=100\text{m/s}$, $V_{P1}=300\text{m/s}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$, $H_1=1\text{m}$,

$V_{S2}=150\text{m/s}$, $V_{P2}=450\text{m/s}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$, $H_2=5\text{m}$, $V_{S3}=225\text{m/s}$,

$V_{P3}=700\text{m/s}$, $\rho_3=2.0\text{g/cm}^3$

关系如表 4·3 所示:

表 4·3 $(\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H)_j$ 与 (V_{R2} / V_{R1}) 的对应关系表

V_{R2} / V_{R1}	1.27	1.48	1.69	1.89	2.09	2.30	2.49	2.69	2.88	3.04
$(\frac{\partial V_R}{\partial \lambda_R} H)_j$	7.78	13.13	17.86	21.84	25.11	27.73	29.76	31.27	32.29	32.90

表中 $\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H - V_{R2} / V_{R1}$ 的关系曲线如图 4.24 中实线所示, 分析曲线形态, 两者应属于指数关系, 利用指数回归分析, 统计两者的相关关系如下式:

$$\frac{V_{R2}}{V_{R1}} = 0.942e^{0.03352(\frac{\partial V_R}{\partial \lambda_R} H)_j} \quad (4 \cdot 22)$$

上式的相关系数 $r=0.9112$ 。当已知 V_{R1} 和 $(\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H)_j$ 值后, 则:

$$V_{R2} = 0.942V_{R1}e^{0.03352(\frac{\partial V_R}{\partial \lambda_R}H)}, \quad (4 \cdot 23)$$

上式的关系曲线如图 4·24 中虚线所示,从图中可看出,理论曲线

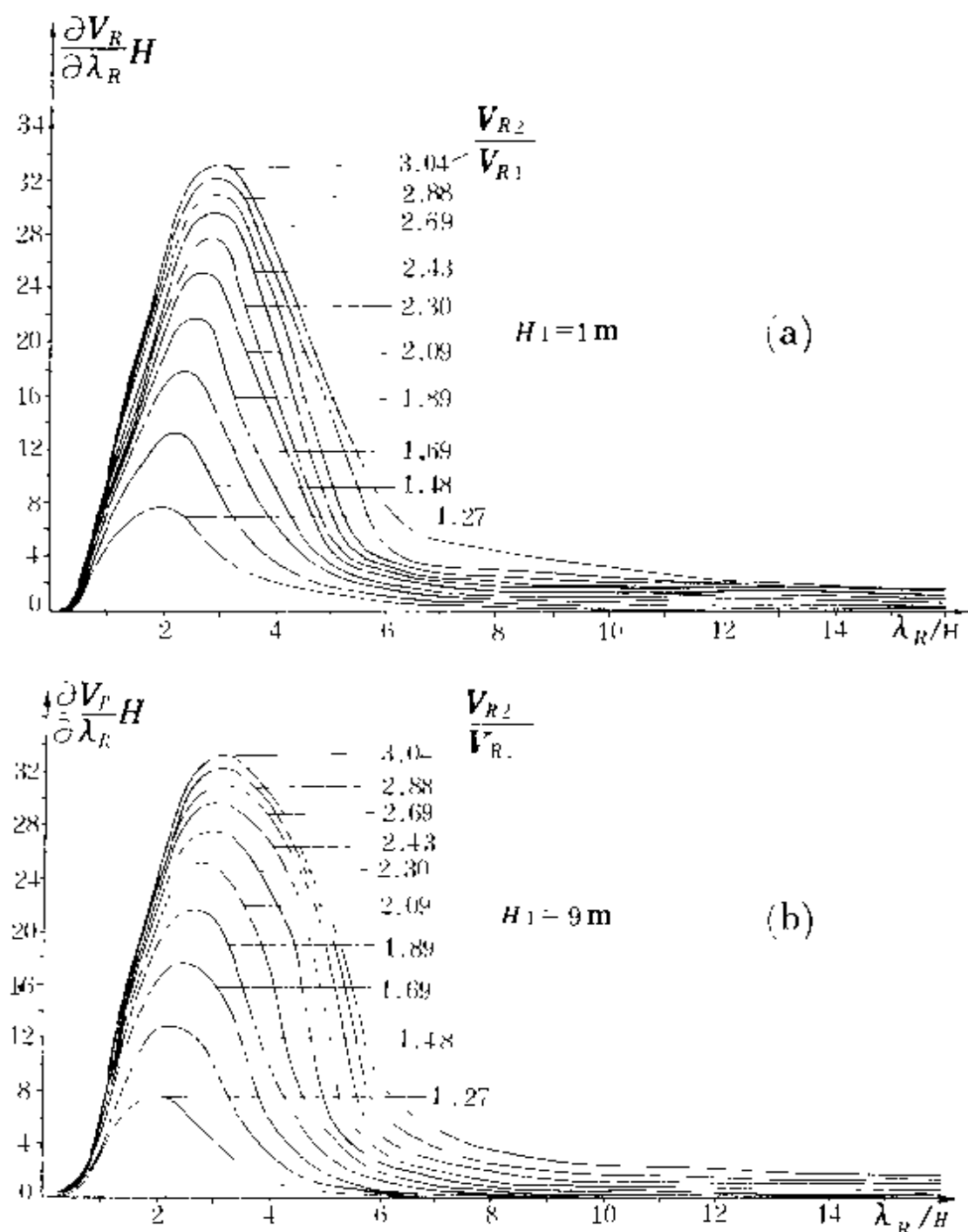


图 4·23 不同 H 的 $\partial V_R/\partial \lambda_R \cdot H$ 极值的比较

(实线)和统计关系曲线(虚线)吻合很好。这样,当已知 V_{R1} 和 $(\partial V_R/\partial \lambda_R \cdot H)$, 后,可用两种方法求 V_{R2} ,一是在图 4·24 中实线

上查出 V_{R2}/V_{R1} 的比值,再计算 V_{R2} 值;二是直接利用(4·23)式计算出 V_{R2} 值。

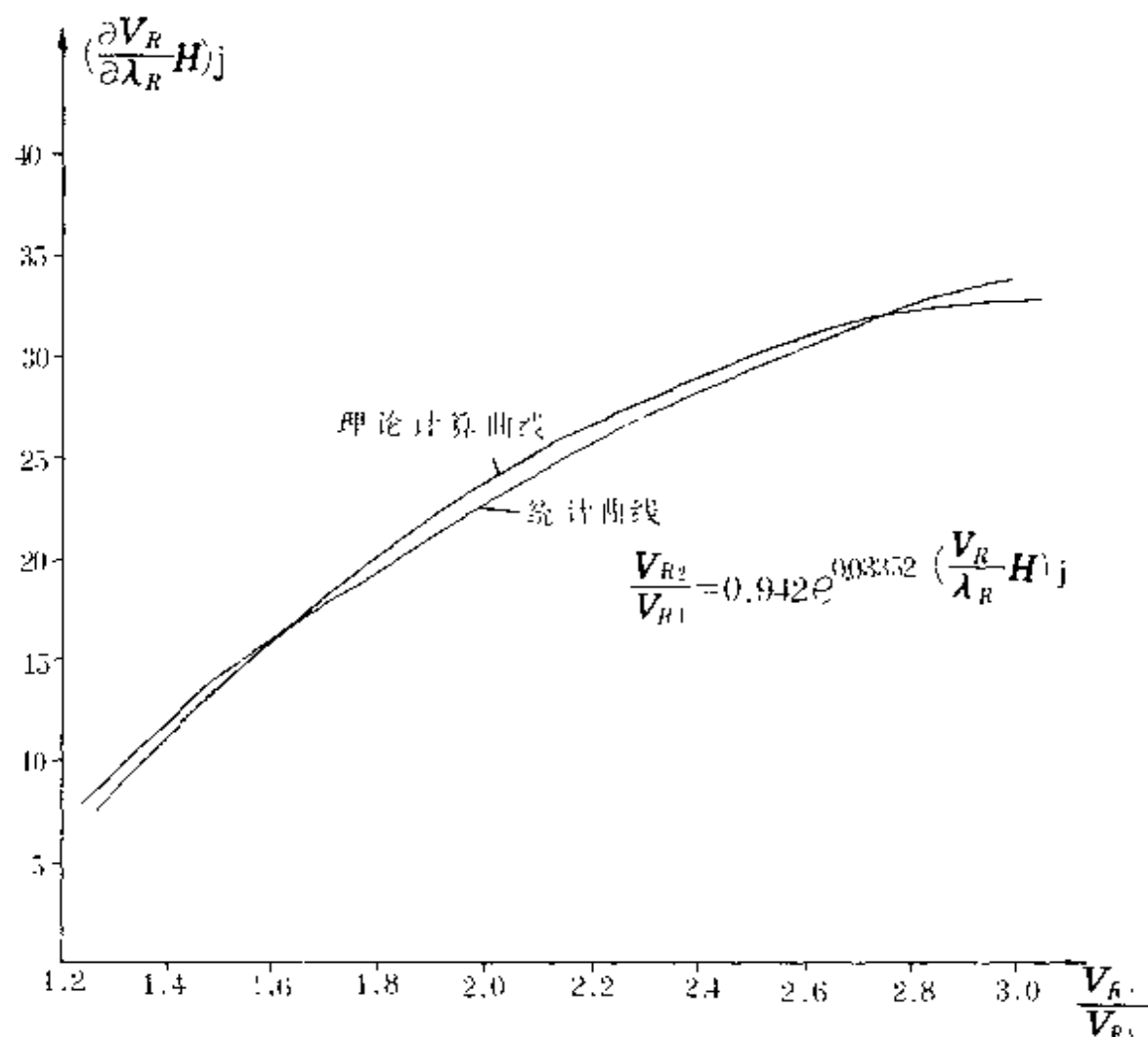


图 4·24 V_{R2}/V_{R1} 与 $(\partial V_R/\partial \lambda_R \cdot H)_j$ 的关系曲线

图 4·8 是利用该方法计算层速度的一个实例,频散曲线的模型参数为: $V_{R1}=90\text{m/s}$, $V_{R2}=152\text{m/s}$, $H_1=5\text{m}$,从 V_R 曲线可见,第一层渐近线明显,可准确地确定出 $V_{R1}=90\text{m/s}$ 。第二层没有明显的渐近线,为求得 V_{R2} ,初步解释结果如下,从 $\partial V_R/\partial \lambda_R$ 曲线上得到 $\lambda_{Rj}=12\text{m}$,从 V_R 曲线可知 $V_{R2}>140\text{m/s}$,暂取 $V_{R2}/V_{R1}=1.56$,查图 4·15 取 $\beta=0.43$, $H=\beta\lambda_j=5.16\text{m}$ 。所以得, $(\partial V_R/\partial \lambda_R \cdot H)_j=17.9$ 。代入(4·23)式得:

$$V_{R2} = 0.942 \times 90 \times e^{0.03352 \times 17.9} = 154(\text{m/s})$$

或查图 4·24 实线上 $(\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H)_j = 17.9$ 对应的 V_{R2} / V_{R1} 值, 可见 $V_{R2} / V_{R1} = 1.70$ 。所以 $V_{R2} = 90 \times 1.7 = 153(\text{m/s})$ 。

从以上解释过程可以看出, H 和 V_{R2} 是两个互相制约的参数, 为提高解释精度, 可采用如下迭代过程:

1. 初判 V_{R2} 值, 用 V_{R2} / V_{R1} 值查图 4·15 取 β 值, 采用 $\partial V_R / \partial \lambda_R$ 极值点法计算 H ;
2. 由 H 乘以 $(\partial V_R / \partial \lambda_R)_j$ 得 $(\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H)_j$, 代入 (4·23) 式计算 V_{R2} ;
3. 用新的 V_{R2} 值计算 V_{R2} / V_{R1} , 计算新的深度 H ;
4. 重复 2、3 步骤, 直到两次计算结果的误差小于允许值为止。

按上述迭代过程再解释图 4·8, 精度控制为: H 的误差小于 0.1m, 速度误差小于 2m/s, 过程如下:

1. $V_{R2} / V_{R1} = 154 / 90 = 1.71$, 查图 4·15, $\beta = 0.42$, $H = 0.42 \times 12 = 5.04\text{m}$ 。 $(\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H)_j = 17.48$, 代入 (4·23) 式得: $V_{R2} = 152\text{m/s}$ 。

2. $V_{R2} / V_{R1} = 152 / 90 = 1.69$, 查图 4·15, $\beta = 0.421$, $H = 0.421 \times 12 = 5.05\text{m}$, $(\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H)_j = 17.52$, 计算 $V_{R2} = 152.5\text{m/s}$ 。两次解释结果满足精度要求, 结果为 $H = 5.04\text{m}$, $V_{R2} = 152.2\text{m/s}$ 。

从以上解释结果可以看出, $(\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H)$ 极值法较渐近线法解释精度高。且 $(\partial V_R / \partial \lambda_R \cdot H)_j$ 一般出现在 $\lambda_R = 2H - 3H$ 范围内, 即要求 $\lambda_R \geq 3H$ 就可满足。

三、近似算法^{[31][7][22]}

近似算法基于如下原理, 即认为瑞雷波传播速度代表某一深度内各层波速的加权平均值。一般以 V_R 为横坐标, 以 $H(K\lambda_R)$ 为纵坐标, 绘制出 $V_R - H(K\lambda_R)$ 曲线, 利用下式计算分层速度:

速度 V_R 随 H 增大而增大时:

$$V_{Rm} = \frac{H_n V_{Rn} - H_{n-1} V_{Rn-1}}{H_n - H_{n-1}} \quad (4 \cdot 24)$$

速度 V_R 随深度 H 减小时:

$$V_{R_m} = \frac{H_n - H_{n-1}}{\frac{H_n}{V_{R_n}} - \frac{H_{n-1}}{V_{R_{n-1}}}} \quad (4 \cdot 25)$$

式中, H_n : 第 n 点深度(m)

H_{n-1} : 第 $n-1$ 点深度(m)

V_{R_n} : 第 n 点深度以上平均波速(m/s)

$V_{R_{n-1}}$: 第 $n-1$ 点深度以上平均波速(m/s)

V_{R_m} : $H_n - H_{n-1}$ 深度间隔的波速

在以往应用(4·24)和(4·25)两式时,大都以 $H = 1/2\lambda_R$ 为深度坐标, $\Delta H = H_n - H_{n-1}$ 采用等间隔。然后再根据分层速度的范围划分地层^{[13][14][17]}。通过利用这种方法对已知模型频散曲线的解释,认为等间隔分层算法不宜采用,且 $1/2\lambda_R$ 也不能代表勘探深度(误差较大)。而宜采用不等间隔计算层速度,深度也应用其他方法确定。现说明如下:

(一) 等间隔计算分层速度存在的问题

图4·25(a)是采用等间隔计算的层速度。可见计算结果与理论模型存在着较大的误差,只有 $1/2\lambda_R$ 在 0—1m 和 $1/2\lambda_R > 8m$ 时,计算的速度值与理论值吻合,而在 $1/2\lambda_R = 2—3m$ 和 4—6m 处,计算的速度值与理论值的相对误差分别为 33% 和 12%,显然这样大的误差是不允许的,同时,在地质条件未知时,可能造成错误的分层结果。

(二) 不等间隔计算分层速度

分析图4·25(a)中间层速度的计算结果,可以发现,两处速度误差较大段($1/2\lambda_R = 2—3m$ 和 4—6m)均位于 \bar{V}_R 曲线上的弧度最大区间内,说明利用(4·24)式,等间隔分层不适用于计算此区间的分层波速。图4·25(b)是采用不等间隔计算的层速度,如图中所示,划分二段, $a—b$ 段和 $b—b'$ 段(这样分段的理由将在下节阐述)。计算的层速度如图中所示,与理论值基本吻合,误差只有 1.2%。同时也可看出,若直接用 $H = 1/2\lambda_R$ 作为勘探深度,第一层

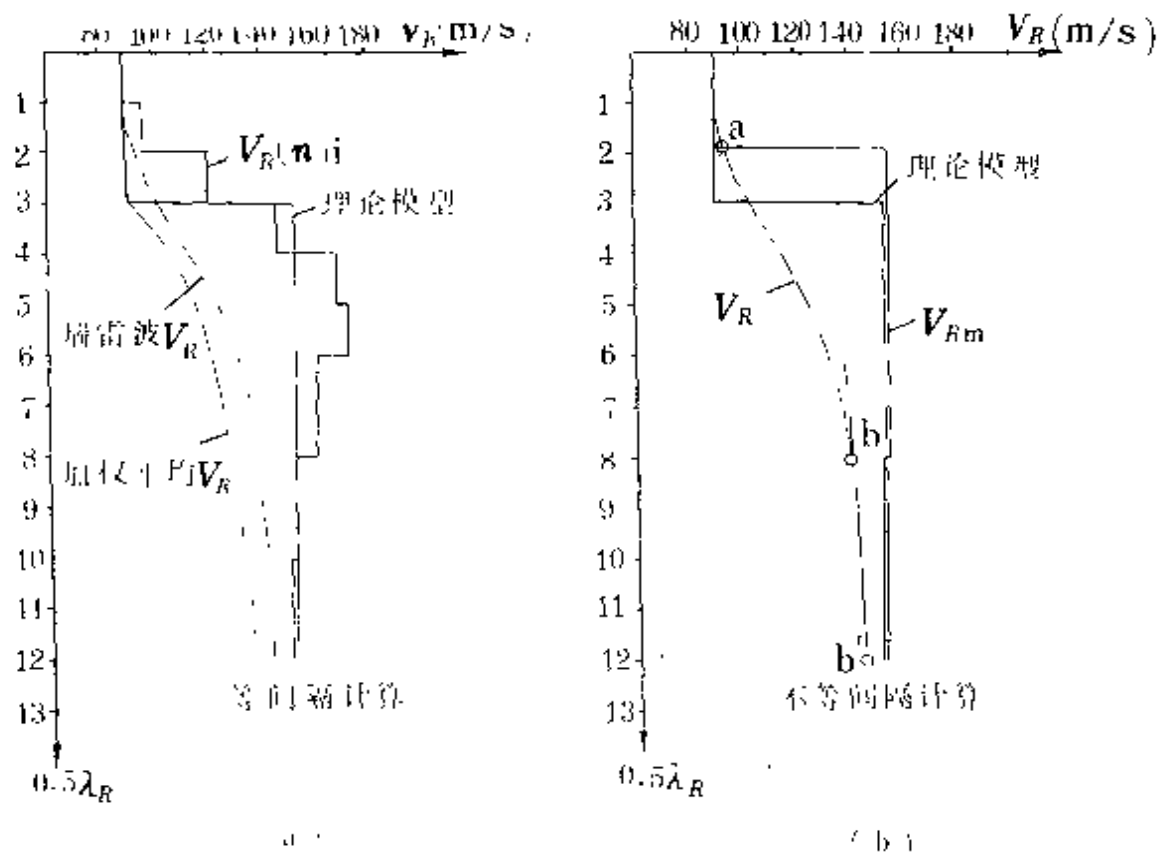


图4·25 ΔH 不同对层速度计算结果的影响

的厚度只有 1.9m,而模型厚度为 3m,说明用 $1/2\lambda_R$ 作为勘探深度也是不精确的。

§ 4.6 层厚度、层速度综合解释法

以上讨论的解释方法都是把层厚度和层速度分别进行解释的, § 4.5 节中叙述的近似算法虽有综合解释的意思,但在层速度和厚度的计算中均存在较大的误差,因此需找出产生误差的原因,并提出新的解释方法。

一、半波长解释法($H=1/2\lambda_R$)产生误差的原因

应用半波长解释法,即勘探深度为 $1/2\lambda_R$,层速度利用(4·24)、(4·25)式计算,其前提应满足两个条件:一是瑞雷波的传播速度应代表着 $1/2\lambda_R$ 深度以上各层波速的加权平均值;二是瑞雷波的频散曲线(纵坐标为 $1/2\lambda_R$)应与加权平均值 V_R 曲线的变化

规律一致。

图 4·25(a) 是两者的对比曲线, 图中的模型参数为: $H_1 = 3\text{m}$, $V_{R1} = 90\text{m/s}$, $V_{R2} = 152\text{m/s}$, 当 $H = 1/2\lambda_R \leq 3\text{m}$, 根据加权平均的概念, 瑞雷波的速度 V_R 应等于 V_{R1} , 但图中 $H = 1/2\lambda_R = 1.8\text{m}$ 时, 波速 V_R 就开始变化了, 当 $1/2\lambda_R = 3\text{m}$ 时, V_R 值已从最初的 90m/s 变化到了 102m/s 。说明 $1/2\lambda_R < H_1$ 时瑞雷波的波速不代表 $1/2\lambda_R$ 深度以上各层波速的加权平均值, (在图 1·23 也可看到这种现象)。另一方面, 瑞雷波的 V_R 曲线与加权平均 V_R 曲线的变化规律也存在着明显的差异, 一是两者相对应于 V_{R1} 开始变化的起始点不同, 如图中分别在 1.5m 处和 3m 处; 二是加权平均 V_R 值均小于瑞雷波的 V_R 值。可见上述应满足的两个前提条件均不满足, 这就是造成半波长解释法产生较大误差的原因。据此, 提出如下新的综合解释方法。

二、合理的综合解释方法

能量以波的形式传播, 振幅随深度按指数规律衰减的穿透深度问题, 通常定义当 $U_z/U_0 = 1/e$ 时的深度为穿透深度^[2], U_0 为地面振幅, U_z 为 U_0 衰减到 U_0/e 时的振幅。从图 1·8 中瑞雷波的振幅随单位波长深度的变化曲线可计算出穿透深度与波长的关系, 计算结果如表 4·4。

表 4·4 不同介质中瑞雷波的穿透深度

泊松比 σ	0.1	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.48
U_0	0.665	0.693	0.722	0.753	0.785	0.819	0.857	0.898	0.926
U_0/e	0.245	0.255	0.266	0.275	0.289	0.301	0.315	0.330	0.341
穿透深度 (H)	0.55 λ	0.575 λ	0.625 λ	0.65 λ	0.70 λ	0.75 λ	0.79 λ	0.84 λ	0.875 λ

从表 4·4 可以看出, 对于所有的介质, 瑞雷波的穿透深度为 $0.55\lambda_R \sim 0.875\lambda_R$ 。对于一般岩石泊松比 $\sigma = 0.25$ 左右, 穿透深度约为 $0.65\lambda_R$ 。对于土体而言, 泊松比 $\sigma = 0.4 \sim 0.45$, 则穿透深度 H

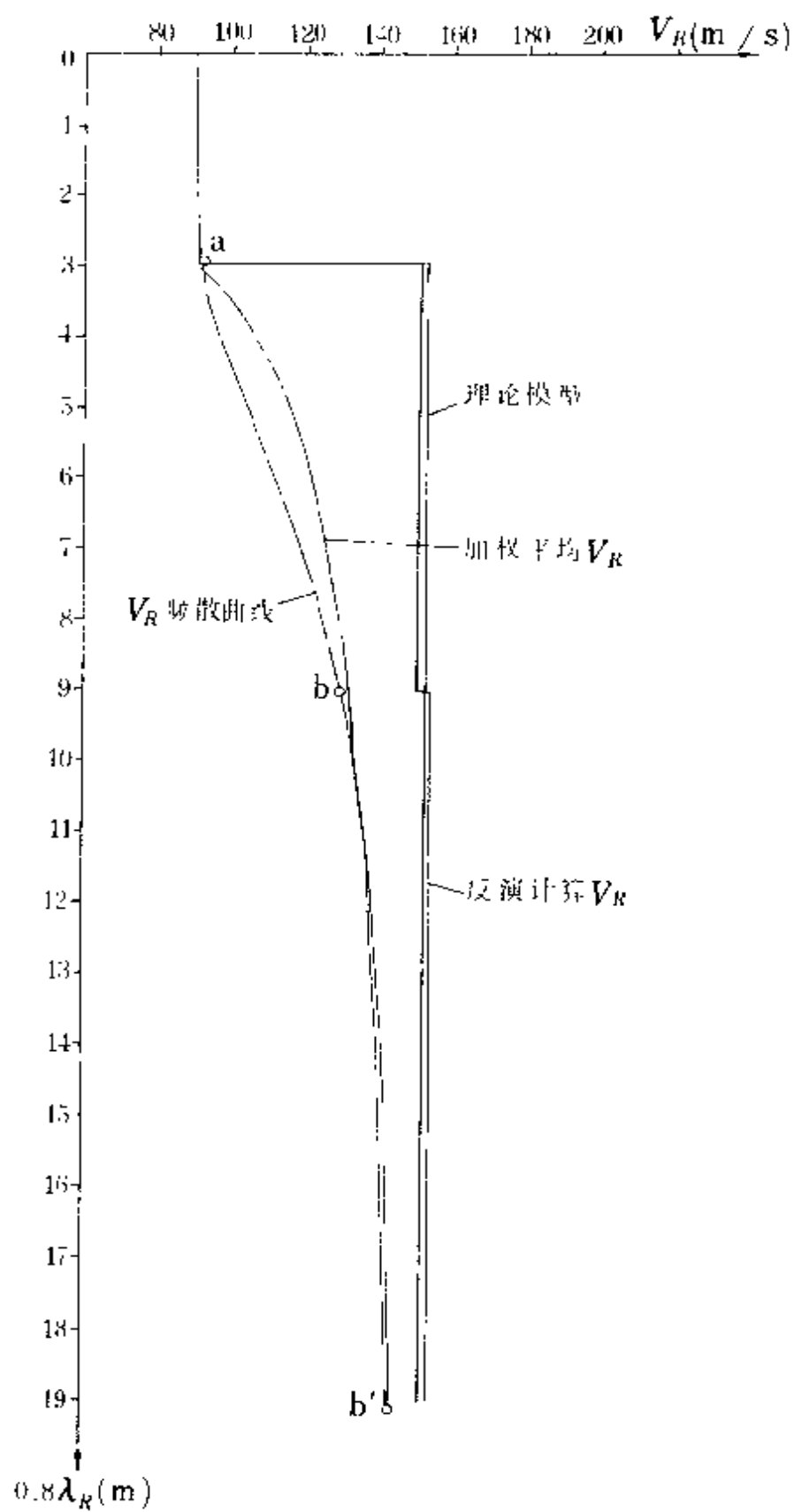


图 4 • 26 频散曲线与加权平均曲线的对比

$= (0.79 - 0.84)\lambda_R$ 。实际应用中,对于淤泥质软塑土层,穿透深度可取 $0.85\lambda_R$ 。对于一般的土层穿透深度采用:

$$H = 0.8\lambda_R = 0.8V_R/f \quad (4 \cdot 26)$$

以 $H = 0.8\lambda_R$ 为深度坐标绘制频散曲线是否能满足以上提出的两个前提条件,即瑞雷波的传播速度是否代表着 $0.8\lambda_R$ 深度以上的平均波速;瑞雷波 V_R 曲线与加权平均值 V_{Rm} 曲线变化规律是否一致。

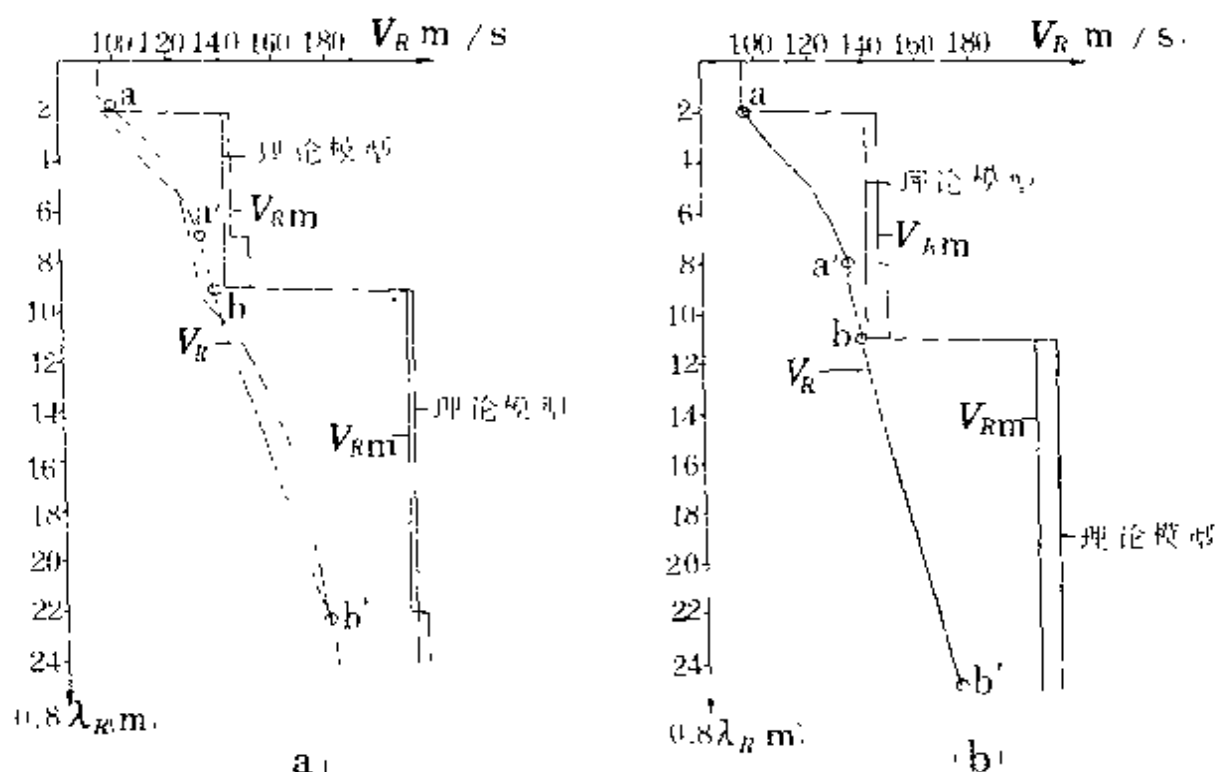


图 4·27 综合解释法图示

图 4·26 是瑞雷波 V_R 与加权平均 V_{Rm} 的对比曲线,从图中可看出,两者相对于第一层 V_{R1} 的变化起始点基本一致,数值吻合,说明在 $0.8\lambda_R \leq H$ 时满足两个前提条件;在 $H \leq 0.8\lambda_R \leq 3H$ 区间内,两条曲线的变化规律差异较大,当 $0.8\lambda_R > 3H$ 时,两条曲线变化规律又趋于一致且数值吻合。说明在 $0.8\lambda_R > 3H$ 时,两个前提条件也满足。因此只要对频散曲线合理分段,即每段的起点或末端

不应落在 $H < 0.8\lambda_R < 3H$ 区间内,利用(4·24)式就可以计算出正确的层速度,且速度突变处即是界面深度。

利用上述方法对图 4·26 中瑞雷波频散曲线综合解释如下,图中深度坐标 $H = 0.8\lambda_R$ 。 V_R 曲线相对第一层 V_{R1} 起始变化点为 a 点, $0.8\lambda_R = 9\text{m}$ 处为 b 点, 19m 处为 b' 点,利用(4·24)式分别计算 $a-b$ 和 $b-b'$ 两段的分层速度,计算结果如图中所示,从图中可见, V_{Rm} 突变点深度为 3m , $V_{R1} = 90\text{m/s}$, $V_{R2} = 150-154\text{m/s}$,解释结果与模型参数吻合。

图 4·27 是三层介质频散曲线综合解释实例,根据三层介质频散曲线的变化规律,分段情况如图中所示,利用(4·24)式分别计算 $a-a'$, $a'-b$ 和 $b-b'$ 三段的层速度,计算结果如图中所示,各层厚度和速度与模型参数基本吻合,深度正确,波速的最大误差为 4.6% 。

§ 4.7 资料解释步骤及应注意的几个问题

一、解释步骤

(一) 频散曲线的绘制

在以土体为勘探对象的工作中,以实测 V_R 为横坐标,以 $H = 0.8\lambda_R$ 为纵坐标(淤泥质粘土以 $0.85\lambda_R$,岩石以 $0.65\lambda_R$ 为纵坐标)绘制 $V_R - 0.8\lambda_R$ 曲线,这样绘制的频散曲线,纵坐标可近似代表勘探深度。因实测的 V_R 值中包含有振动干扰,仪器精度,人工读数等各方面引起的误差,使得频散曲线不圆滑,在解释前,应根据频散曲线的一般变化规律进行圆滑,如图 4·19(b)。

(二) 定性解释

分析频散曲线的形态和变化规律,初步确定可能的层数以及各层的厚度和速度可能的范围。如图 4·19(b),可以认为在 10m 深度范围内,可分为两层,第二层厚度约 2m ,第一层 $V_{R1} = 140\text{m/s}$,第二层 $V_{R2} = 140-150\text{m/s}$ 。

(三) 定量解释

根据需要,绘制 $\frac{\partial V_R}{\partial \lambda_R}$ 曲线, $\frac{\partial V_R}{\partial \lambda_R} H$ 曲线等。应用 § 4.4 和 § 4.5 中介绍的解释方法分别计算各层的厚度和速度。作为相互验证,参考解释出的各层厚度,再利用 § 4.6 中介绍的方法,对频散曲线进行分段,利用综合解释法重新解释各层厚度和波速,分析各种解释方法所得结果的吻合性,如互相间误差较大,应寻找出产生误差的原因,剔除误差因素,重新解释,使各种解释方法的结果趋于一致。否则,应利用所得结果进行正演拟合计算,检验那种结果的正演计算与实测值吻合性,或修改解释结果,使正演结果与实测值趋于一致。

二、薄层问题

所谓薄层问题是指在层数大于或等于三层时,中间层厚度较薄的情况,这里定义薄层为:当在频散曲线上不能定性地分析出该层存在时,这样的层称为薄层。如图 4·28 中所示,三层($H_1=2\text{m}$, $H_2=1\text{m}$)和两层($H_1=2\text{m}$)的频散曲线形态和规律基本相似。因此,只分析频散曲线的形态,无法确定第二层的存在,从图 1·20 和图 1·22 可看出,当各层速度随深度增大, ($V_{R1}<V_{R2}<V_{R3}$), 中间层厚度小于其顶面埋深时,在频散曲线上难以发现该层的存在;当中间层为低速层 ($V_{R1}>V_{R2}<V_{R3}$), 即使厚度小于其埋深的 1/2, 频散曲线上仍可明显地反映出该层的存在,如图 4·29 所示。因此可以说,薄层厚度没有一个定量概念,而是和层厚度和各层速度大小有关。当怀疑存在薄层时,最好的方法是先利用两层模型做正演计算。若正演计算在第一层和第三层与实测值吻合(频散曲线上、下两段的渐近线部分),而在中间梯度较大段偏离较大,可以认为有薄层存在。如图 4·28 中,从三层频散曲线上看不出中间层的存在,容易解释为两层,即: $H_1=2\text{m}$, $V_{R1}=95\text{m/s}$, $V_{R2}=210\text{m/s}$ 。用解释的两层结果做正演计算,频散曲线如图中的两层曲线所示,二层和三层频散曲线在两端均吻合,但在中间存在着较大的偏差,可

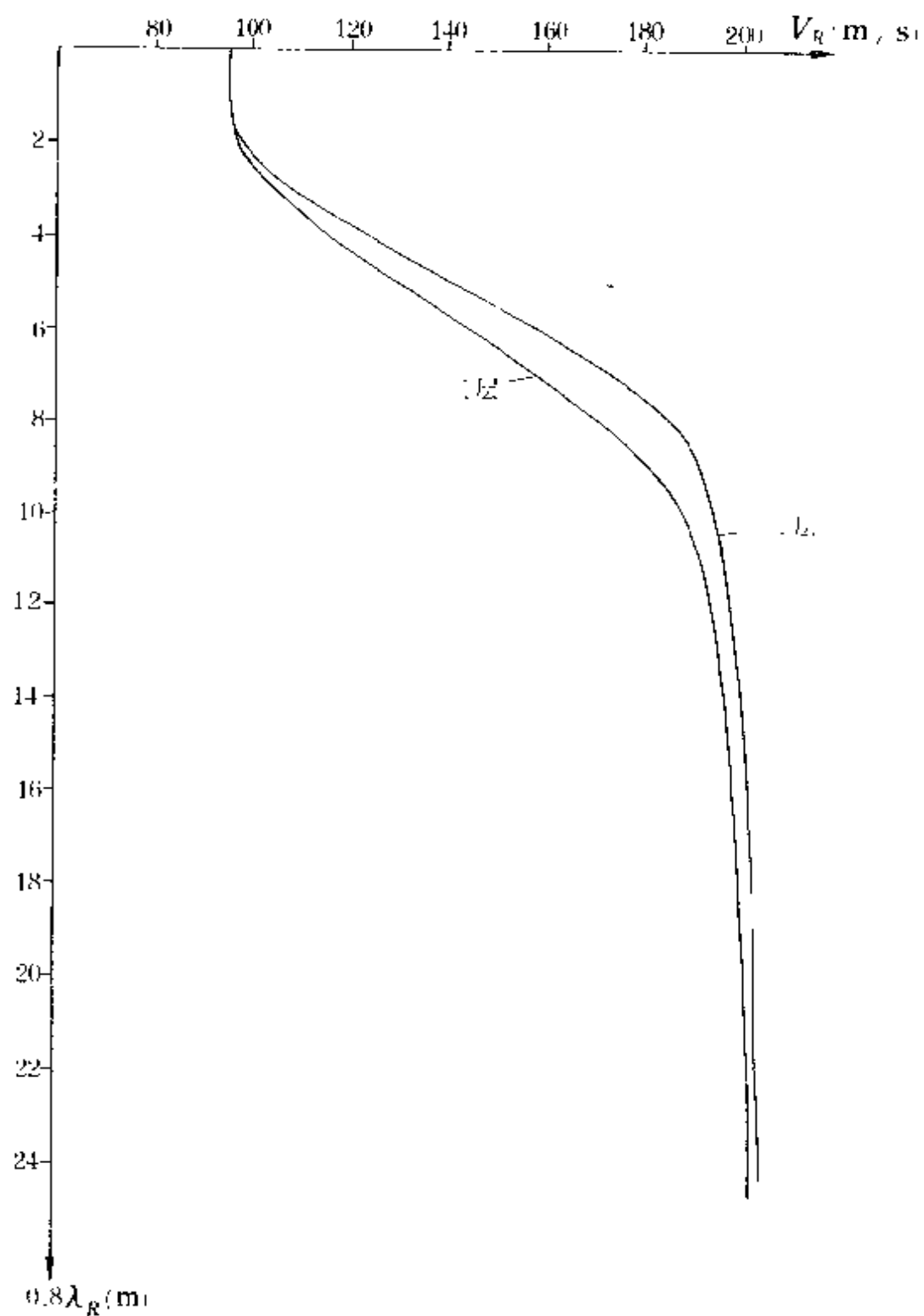


图 4·28 存在薄层时的频散曲线

以认为这种偏差是由中间层引起的。

三、正演计算参数的选择

对瑞雷波频散曲线的解释结果是各层的厚度 H 和波速 V_R 。但在正演计算时需要各层的四个参数,即厚度 H ,密度 ρ ,纵波波速 V_P ,横波波速 V_S 。根据理论关系和经验,提出四个参数的初值确定方法如下:

H : 从频散曲线上解释的各层厚度;

V_S : $V_S = V_R / 0.94$, V_R 值为初步解释结果;

V_P : $V_P = 3V_S$;

ρ : $V_R < 90\text{m/s}$, $\rho = 1.7\text{g/cm}^3$

$V_R = 90 - 120\text{m/s}$, $\rho = 1.8\text{g/cm}^3$

$V_R = 120 - 150\text{m/s}$, $\rho = 1.9\text{g/cm}^3$

$V_R = 150 - 300\text{m/s}$, $\rho = 2.0 - 2.2\text{g/cm}^3$

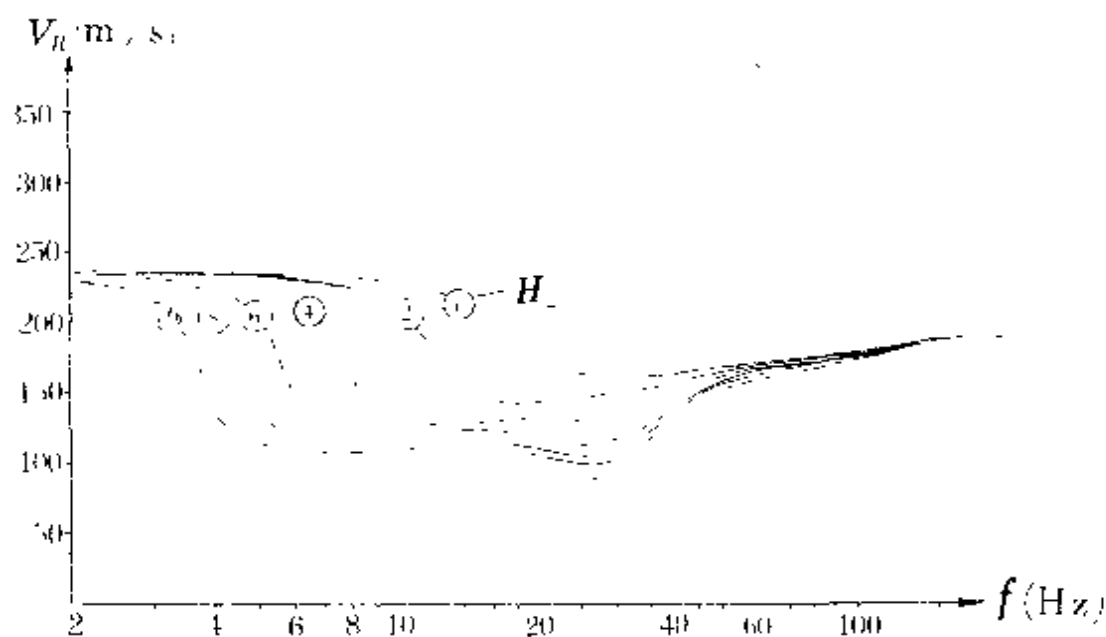


图 4·29 存在软弱夹层时的频散曲线

以上四个参数中,只有 H 和 V_S 对 V_R 的影响较大,而 ρ 和 V_P 影响较小^[51,52]。所以在正演拟合计算过程中,每次只需修改 H 和 V_S 即可。一般情况下, V_P 和 ρ 不需变化。

图 4·30 是对图 4·19(b)中实测频散曲线解释结果的正演拟合实例,在图 4·19(b)中解释结果为 $H = 2.2\text{m}$, $V_{R1} = 124\text{m/s}$,

$V_{R2}=140\text{m/s}$ 。为验证结果的可靠性,需做正演拟合。初值的选择:
 $H=2.2\text{m}$, $V_{S1}=124/0.94=132\text{m/s}$, $V_{P1}=400\text{m/s}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$;
 $V_{S2}=154\text{m/s}$, $V_{P2}=480\text{m/s}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$ 。正演频散曲线如

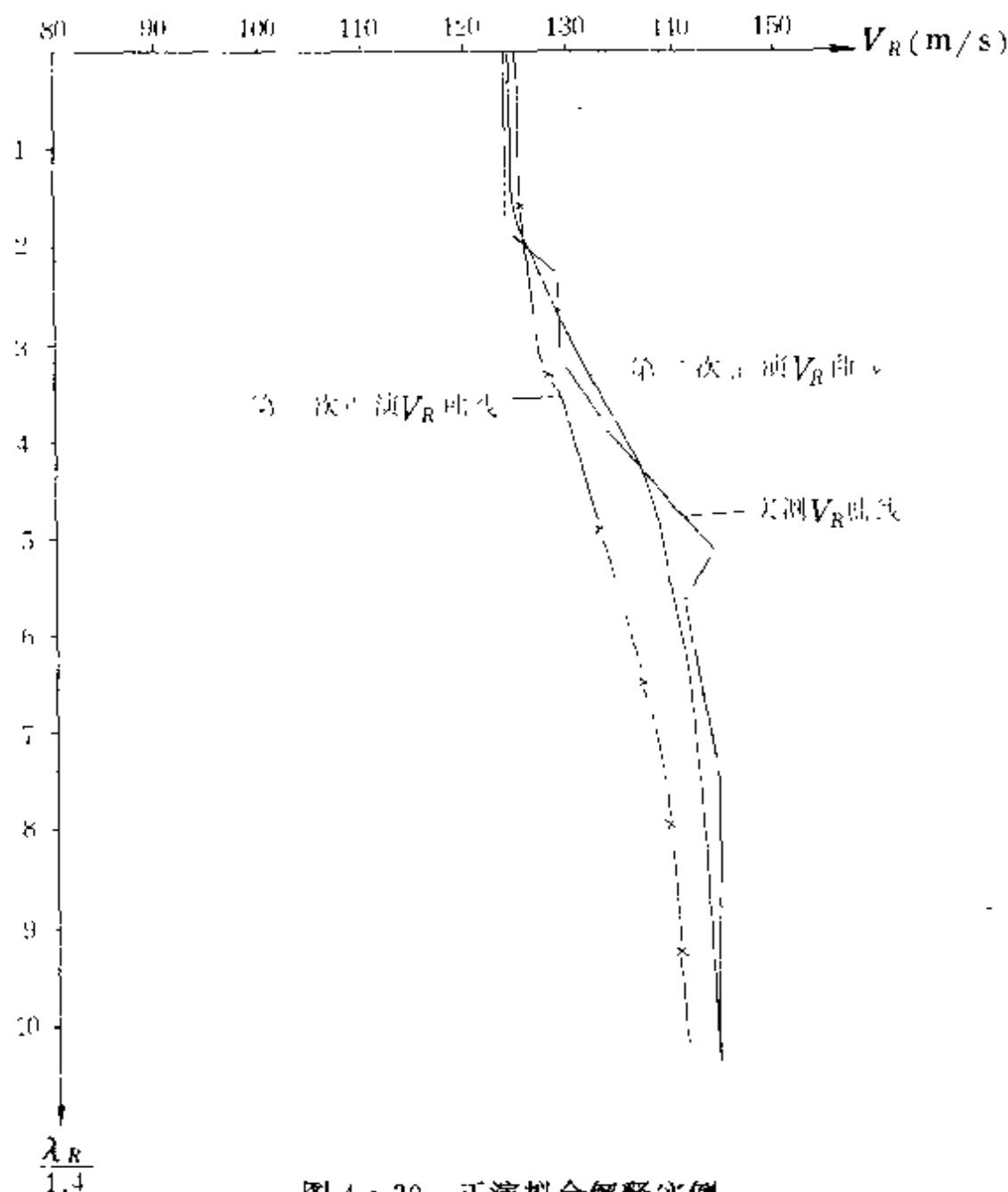


图 4·30 正演拟合解释实例

图 4·30 中所示。从图中可见,正演曲线与实测值偏差较大,计算值较实测值在第一层偏大而在第二层偏小,说明应减小第一层 V_{S1} ,而 V_{S2} 应增大。第二次正演计算参数为 $V_{S1}=130\text{m/s}$, $V_{S2}=$

156m/s,其他参数不变。从图中可看出,第二次正演拟合曲线与实测曲线基本吻合。由第一层和第二层 V_S 、 V_P 分别计算出 $\sigma_1=0.44$ 和 $\sigma_2=0.442$,由(1·8)式计算出 $V_{R1}=124\text{m/s}$, $V_{R2}=146.8\text{m/s}$, $H=2.21\Omega$,这即是最后的解释结果,同时也说明了图 4·19 中的解释结果是正确的。

第五章 应 用

绪论中已提及应用瑞雷波法可以解决诸多的工程地质问题,在本章中,将重点讨论瑞雷波及波速值的应用条件,解决问题的方法,并列举部分应用实例。

所讨论的内容可分为两部分,一部分是引用前人或有关单位已研究出的与瑞雷波法内容相关的成果,这部分内容主要是 V_s 值与岩土物理力学参数的相关关系; V_s 与土层承载力和变形模量的关系, V_s 在工程地震中的应用。引用的主要目的,一是通过这些内容的讨论,说明波速在解决工程地质问题中应用的普遍性,其中有些内容已列入国家标准或地区性规范,是大家都应遵循的,有些内容属阶段性成果或一些经验关系,在工作中可以借鉴和完善的。二是说明在有关横波波速 V_s 的应用中,用瑞雷波传播速度 V_R 除以 0.92—0.94 来代替 V_s 值,应用效果是类同的;另一部分内容是我们最近几年的研究成果,包括:软地基加固处理效果评价; V_R 值与碎石桩复合地基承载力和变形模量间的相关关系;工程地质勘察中的应用,公路质量无损检测;基岩波速特征及完整性评价等。在这部分内容中,有的已有大量的工程实例,所测结果也经过了多次验证,有的只是初次的试验或设想,一并提出来,希望对此有兴趣的读者们在今后的工作中共同研究,使之尽快能够得到完善。

§ 5.1 岩土物理力学参数原位测试

一、计算岩土动力学参数和地基刚度系数^[25]

$$E_d = \frac{\rho V_S^2 (3V_P^2 - 4V_S^2)}{V_P^2 - V_S^2} \quad (5 \cdot 1)$$

$$\sigma_d = \frac{V_P^2 - 2V_S^2}{2(V_P^2 - V_S^2)} \quad (5 \cdot 2)$$

$$K_d = \rho(V_P^2 - \frac{4}{3}V_S^2) \quad (5 \cdot 3)$$

$$\mu_d = \rho V_S^2 \quad (5 \cdot 4)$$

$$\lambda_d = \rho(V_P^2 - 2V_S^2) \quad (5 \cdot 5)$$

式中: E_d : 动杨氏模量;

σ_d : 动泊松比;

K_d : 动体变模量;

μ_d : 动剪切模量;

λ_d : 动拉梅常数;

其它符号意义同前。

计算地基刚度系数, 有色金属工业总公司, 《工程勘察与管理》编写组关于由波速计算动杨氏模量 E_d 、动泊松比 σ_d , 再计算地基刚度系数推荐了如下公式:

$$C_v = \eta_z \frac{E_d}{1 - \sigma_d^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{F}} \quad (5 \cdot 6)$$

$$C_\tau = \eta_\varphi \frac{E_d}{1 - \sigma_d^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{F}} \quad (5 \cdot 7)$$

$$C_r = \eta_x \frac{E_d}{1 - \sigma_d^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{F}} \quad (5 \cdot 8)$$

表 5·1 系数 η_z 、 η_φ 、 η_x 值

$a:b$	η_z	η_φ	η_x	$a:b$	η_z	η_φ	η_x
0.2	1.30	2.31	0.53	1.5	1.15	3.22	0.45
0.33	1.21	2.36	0.53	2.0	1.17	3.54	0.42
0.5	1.17	2.44	0.54	3.0	1.21	4.15	0.37
1.0	1.14	2.83	0.50	5.0	1.30	5.45	0.27

式中: C_c 、 C_φ 、 C_r 分别是地基的抗压、抗弯、抗剪刚度系数; F : 地基底面积; η_c 、 η_φ 、 η_r 是根据基础底边长 a 和宽 b 确定的系数, 见表 5·1。

二、横波波速 V_s 与土层的标准贯入击数 $N_{63.5}$ 的关系

实测 $N_{63.5}$ 值的主要原理是利用钻具钻至试验土层标高以上 15cm 处, 放入标准贯入器, 用重量为 63.5kg 的穿心锤, 提升高度 76cm, 自由下落将贯入器竖直打入土层中 15cm, 以后再打入 30cm 的锤击数即是实测标准贯入击数 $N_{63.5}$ 的值。标准贯入击数 $N_{63.5}$ 值的大小主要用来判定土层的软硬程度。工程上用 $N_{63.5}$ 值可确定各种土层的承载力, 尤其是砂土层, 不易取出原状土样, 几乎都是用 $N_{63.5}$ 值来确定其承载能力。

国内外的大量试验研究成果表明, 横波波速 V_s 与 $N_{63.5}$ 值的大小均反映着土层的软硬程度, 所以两者间存在着良好的相关关系, 根据实测的同一土层的 $N_{63.5}$ 和 V_s 数据, 经统计分析已得出的部分关系式如下:

(一) 日本土质学会统计的关系式^{[3][7]}

$$N_{63.5} = 10^{\left\{ \frac{\lg V_s - 1.959}{0.337} \right\}} \quad n = 980, \text{无地质资料估算} \quad (5 \cdot 9)$$

$$N_{63.5} = 10^{\left\{ \frac{\lg V_s - 2.001}{0.292} \right\}} \quad n = 183, \text{冲积粘土} \quad (5 \cdot 10)$$

$$N_{63.5} = 10^{\left\{ \frac{\lg V_s - 1.906}{0.331} \right\}} \quad n = 151, \text{冲积砂土} \quad (5 \cdot 11)$$

$$N_{63.5} = 10^{\left\{ \frac{\lg V_s - 2.057}{0.294} \right\}} \quad n = 122, \text{洪积粘土} \quad (5 \cdot 12)$$

$$N_{63.5} = 10^{\left\{ \frac{\lg V_s - 1.988}{0.323} \right\}} \quad n = 198, \text{洪积砂土} \quad (5 \cdot 13)$$

式中: n 为 $N_{63.5}$ 和 V_s 的数组数量。

(二) 日本公路桥梁抗震设计新规程^[16]

$$N_{63.5} = 10^{\left\{ \frac{\lg V_s - 2.000}{0.333} \right\}} \quad (N_{63.5} < 25), \text{粘土层} \quad (5 \cdot 14)$$

$$N_{63.5} = 10^{\left(\frac{\lg V_s - 1.5031}{0.333} \right)} \quad (N_{63.5} < 50), \text{砂土层} \quad (5 \cdot 15)$$

(三) 国内统计的部分关系式^[16]

$$N_{63.5} = 10^{\left(\frac{\lg V_s - 1.8808}{0.413} \right)} \quad \text{武汉地区粘性土} \quad (5 \cdot 16)$$

$$N_{63.5} = 10^{\left(\frac{\lg V_s - 2.0086}{0.292} \right)} \quad \text{下辽河平原粘土} \quad (5 \cdot 17)$$

$$N_{63.5} = 10^{\left(\frac{\lg V_s - 1.959}{0.299} \right)} \quad \text{武汉地区砂类土} \quad (5 \cdot 18)$$

$$N_{63.5} = 10^{\left(\frac{\lg V_s - 1.8395}{0.40} \right)} \quad \text{下辽河平原砂类土} \quad (5 \cdot 19)$$

$$N_{63.5} = 10^{\left(\frac{\lg V_s - 1.934}{0.349} \right)} \quad \text{北京市砂类土} \quad (5 \cdot 20)$$

(四) 中科院工程力学所推荐的 V_s 与 $N_{63.5}$, V_s 与地层深度的关系式^[25]

1. V_s 与标准贯入 $N_{63.5}$ 值的关系

$$V_s = 85.34 N_{63.5}^{0.348} \quad (5 \cdot 21)$$

2. V_s 与地层深度 $H(\text{m})$ 的关系

$$V_s = 92.12 H^{0.389} \quad (5 \cdot 22)$$

3. V_s 与土质类别的关系

$$V_s = 169.7 \begin{cases} 1.000 \\ 1.359 \\ 1.375 \\ 1.470 \\ 1.949 \\ 2.398 \end{cases} \begin{matrix} \text{粘土} \\ \text{细砂} \\ \text{中砂} \\ \text{粗砂} \\ \text{砾砂} \\ \text{砾石} \end{matrix} \quad (5 \cdot 23)$$

4. V_s 与土质类别、标准贯入 $N_{63.5}$ 值、地层深度 H 三者的关系

式

$$V_s = 62.14 N_{63.5}^{0.219} H^{0.230} \begin{matrix} 1.000 \\ 1.091 \\ 1.029 \\ 1.073 \\ 1.151 \\ 1.485 \end{matrix} \begin{matrix} \text{粘土} \\ \text{细砂} \\ \text{中砂} \\ \text{粗砂} \\ \text{砾砂} \\ \text{砾石} \end{matrix} \quad (5 \cdot 24)$$

从以上国内外统计的 V_s 与 $N_{63.5}$ 的关系式中可以看出,二者服从指数相关关系,即 $V_s = AN_{63.5}^B$,不同地区或同一地区不同性质的土层,系数 A 、 B 不同,所以 V_s 与 $N_{63.5}$ 的相关关系具有地区性和地层类别的属性。

三、 V_R 与土层容许承载力 $[R]$

和变形模量 E_s 的关系^{[4][12][14][15]}

地基在外荷作用下产生变形,变形可分为三个阶段,即:地基土的压密阶段;局部剪裂阶段和完全破坏阶段。定义第一阶段与第二阶段的分界点所对应的荷载为极限荷载。当然,设计基础时不能使基础荷载达到极限荷载。必须要有一定的安全系数,一般取极限荷载的 $1/2$ — $1/3$ 作为容许承载力。在现场静荷载试验中,荷载 P 和沉降 S 的关系曲线上,当极限荷载不明显时,一般取 $S/B = 0.01$ — 0.02 所对应的荷载作为容许承载力(B 为承压板宽度或直径)。

土的变形模量是指无侧限情况下,单轴受力时的应力与应变之比。

对于 V_R 值与地基承载力和变形模量之间的关系,近几年国内有关单位做了大量的研究工作,其中如冶金部沈阳勘察研究院统计的 V_R 与承载力 $[R]$ 和变形模量 E_s 的关系如表 5·2 和表 5·3 所示^[14]:

表 5·2 V_R 与 $[R]$ 的关系表

粘性土	$V_R(\text{m/s})$	100—125	125—150	150—175	175—200	200—225	225—250
	$[R](\text{kPa})$	70—105	105—155	135—170	170—206	206—245	245—288
砂土	$V_R(\text{m/s})$	100—125	125—150	150—175	175—200	200—250	250—300
	$[R](\text{kPa})$	70—95	95—115	115—145	145—170	170—245	245—330

表 5·3 V_R 与 E_s 的关系表

粘性土	$V_R(\text{m/s})$	100—125	125—150	150—175	175—200	200—225	225—250
	$E_s(\text{MPa})$	4.5—6.5	6.5—8.5	8.5—10.5	10.5—12.5	12.5—14.0	14.0—15.6
砂土	$V_R(\text{m/s})$	100—125	125—150	150—175	175—200	200—250	250—300
	$E_s(\text{MPa})$	5.0—8.0	8.0—10.5	10.5—12.3	12.2—14.5	14.5—20.0	20.0—27.2

四、 V_R 与碎石桩复合地基承载力 R_f 和变形模量 E_s 的相关关系

碎石桩是软地基处理加固的一种有效的手段,软地基经碎石桩加固后,可提高地基承载力,消除砂土液化,改善土的工程力学性质。碎石桩复合地基断面图和平面图如图 5·1 所示。

(一) 复合地基承载力 R_f

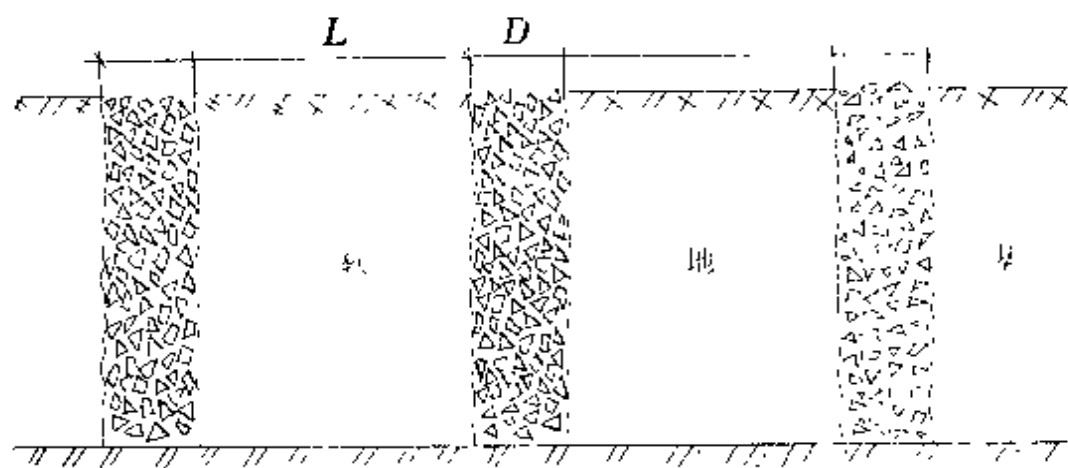
设平均单桩所占有土的面积 S ,桩的截面积 $S_{\text{桩}}$,则土的面积 $S_{\text{土}} = S - S_{\text{桩}}$ 。桩的承载力为 $R_p(\text{kPa})$,土的承载力为 $R_s(\text{kPa})$,则复合地基承载力为:

$$\begin{aligned}
 R_f &= \frac{R_s \cdot S_{\text{土}} + R_p \cdot S_{\text{桩}}}{S} \\
 &= R_s \left[\frac{S - S_{\text{桩}}}{S} \right] + R_p \frac{S_{\text{桩}}}{S}
 \end{aligned}$$

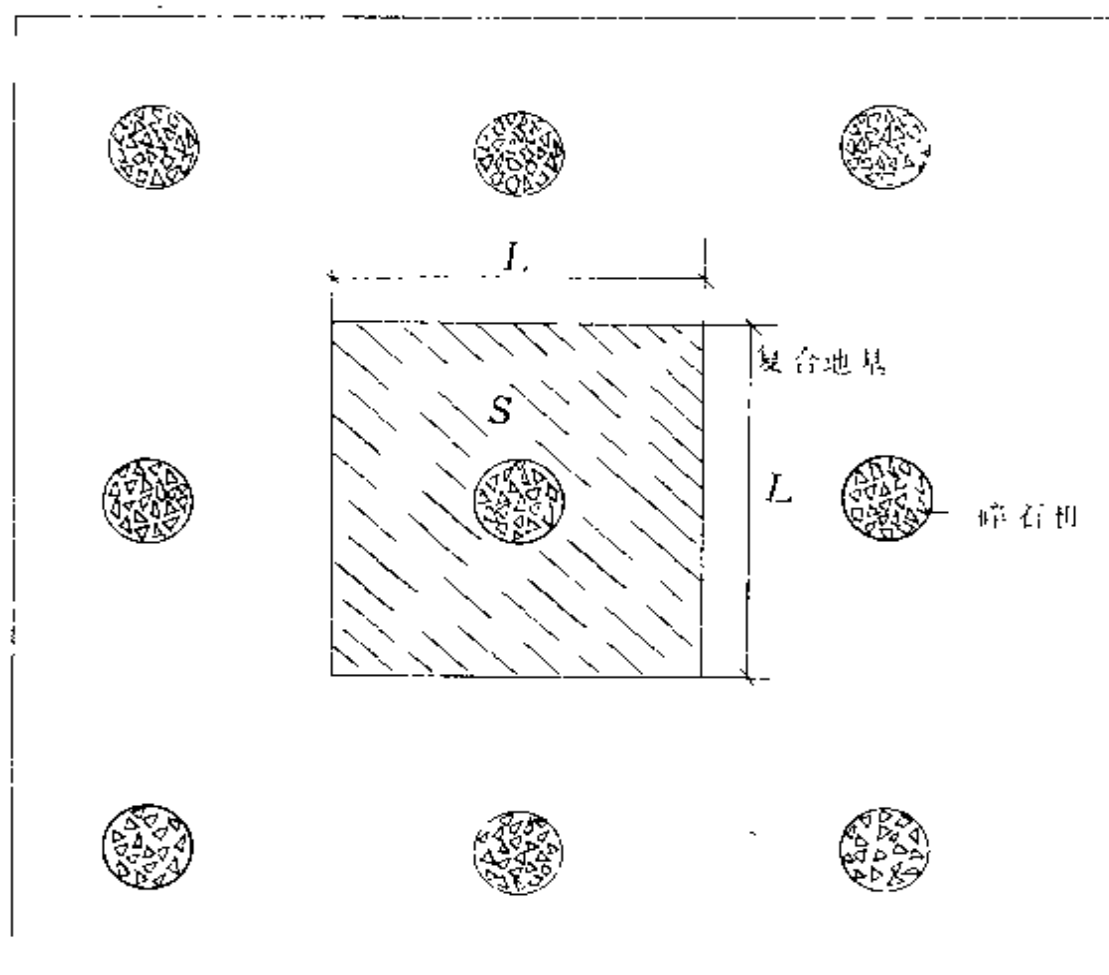
令 $S_{\text{桩}}/S = m$, m 称桩土面积置换率。

$$R_f = R_s(1 - m) + R_p m = (R_p - R_s)m + R_s \quad (5 \cdot 25)$$

(二) 复合地基变形模量 E_s : 在静荷载试验中, E_s 的表达式为



(a) 剖面图



(b) 平面图

图 5·1 碎石桩复合地基示意图

$$E_s = (1 - \sigma^2) \frac{P}{S \cdot d} (\text{MPa}) \quad (5 \cdot 26)$$

式中: P : 与 S 对应的荷载(N);

S : 沉降量(mm);

d : 承压板直径;

σ : 泊松比(碎石桩 $\sigma=0.27$; 桩间土 $\sigma=0.35$); 复合地基泊松比 σ 的值可按下式计算。

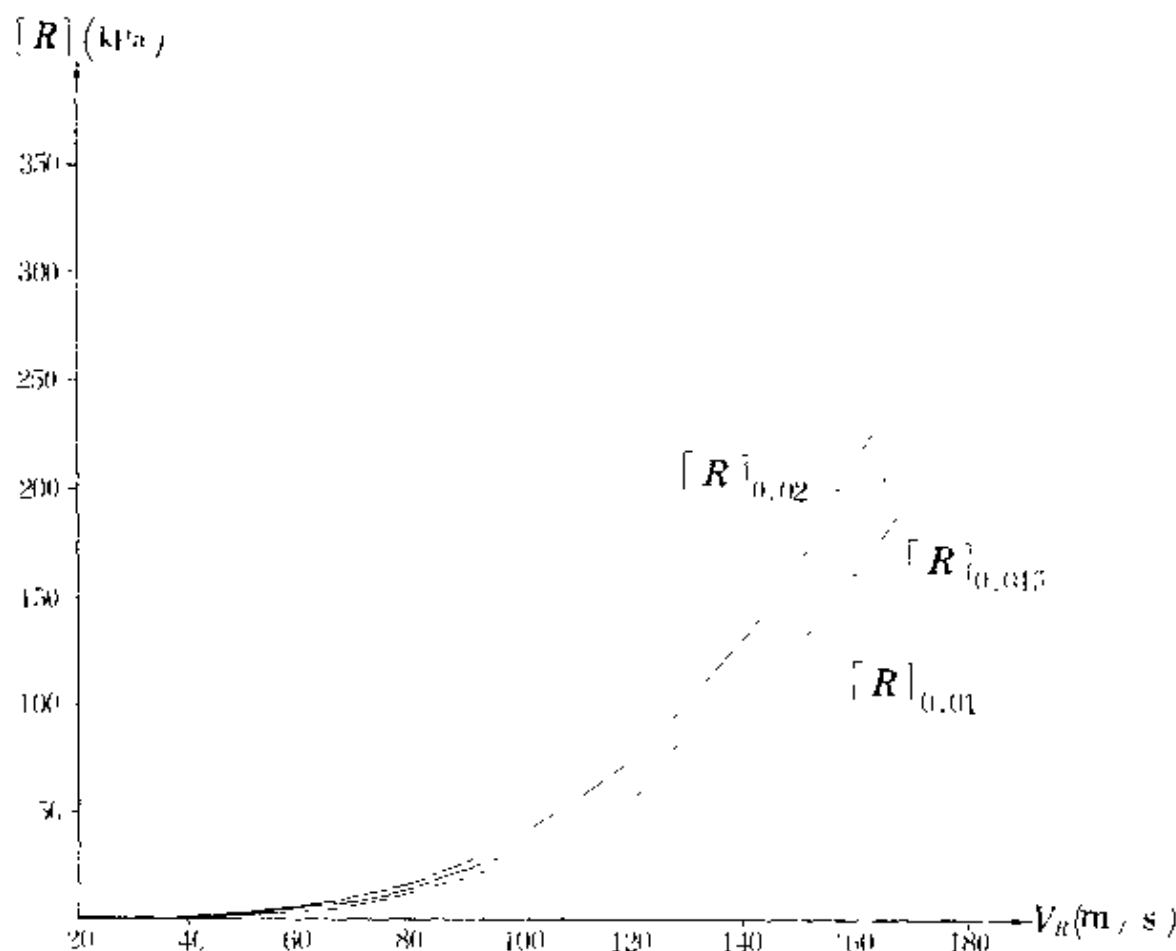


图 5.2 V_R 与 $[R]$ 关系曲线

复合地基的泊松比:

$$\sigma = (0.27 - 0.35)m + 0.35 \quad (5 \cdot 27)$$

(三) V_R 与复合地基承载力 R_f 和变形模量 E_s 的相关关系

如前所述,瑞雷波传播速度 V_R 值和地基承载力 R_f 及变形模量 E_s 均反映了地基土的软硬程度,因此,两者之间必然存在着某种相关关系,两年来,结合生产项目,进行了 27 组瑞雷波法测试与静荷载试验的对比。从静荷载试验的 $P-S$ 曲线上,对应 $S/B=0.01, 0.015, 0.02$ 的承载力 $[R]_{0.01}, [R]_{0.015}, [R]_{0.02}$, 计算的相应的变形模量 $E_{S0.01}, E_{S0.015}, E_{S0.02}$ 和实测的相应点位的瑞雷波波速 V_R 见表 5·4。

经利用指数回归统计分析, V_R 与承载力和变形模量的关系式如下,关系曲线见图 5·2 和图 5·3。

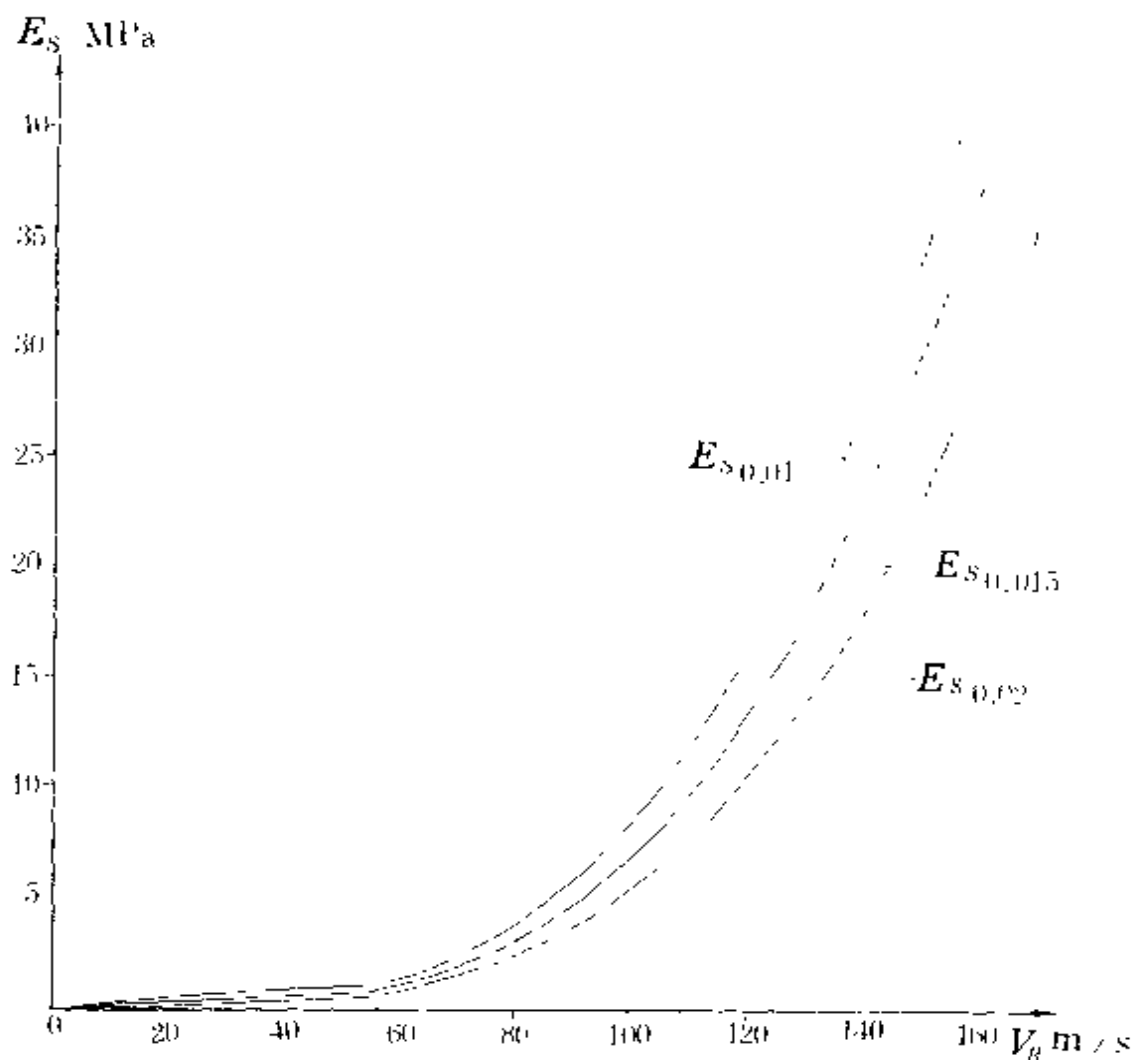


图 5·3 V_R 与 E_s 关系曲线

表 5·4 V_R 与 $[R]$ 、 E_s 的试验对比数据

试验对比地点	R波 点号	荷载 点号	V_R (m/s)	$[R]_{0.01}$			$[R]_{0.015}$			$[R]_{0.02}$			$E_{50.01}$ (MPa)	$E_{50.015}$ (MPa)	$E_{50.02}$ (MPa)
				R_s (kPa)	R_p (kPa)	R_f (kPa)	R_s (kPa)	R_p (kPa)	R_f (kPa)	R_s (kPa)	R_p (kPa)	R_f (kPa)			
管道局第二生活区	14	①、②	113	68	176	89	100	220	123	124	260	150	7.03	6.26	5.92
	19	③、④	125	100	260	131	136	316	171	164	356	201	10.34	9.00	7.93
	14	⑤、⑥	115	64	235	96	80	288	119	106	346	152	7.58	6.26	6.00
	1	⑦、⑧	145	176	432	225	240	640	316	304	792	397	17.76	16.63	15.67
	6、7	⑨、⑩	140	104	224	131	160	340	195	196	412	237	10.34	10.26	9.36
廊坊市广播电视大楼	6	11、12	135	100	300	138	116	352	161	124	400	177	10.89	8.47	6.99
	1	⑪	130			115			147			171	8.14	6.94	6.05
	20	⑫	135			147			173			196	10.40	8.16	6.94
管道职工医院 门诊楼	静1	⑬	150			227			320				17.81	16.7	
	静2	⑭	160			323							25.35		
	静3	⑮	130			253			285			320	19.85	14.91	12.50
管道局 89—3 住宅北区	7	⑯、⑰	152	216	240	220	290	308	293	344	372	376	17.37	15.43	14.85
管道局 89—3 住宅南区	10	⑱、⑲	139	80	176	95	102	224	121	124	272	147	7.47	6.34	5.79
管道局 89—2 住宅北区	1、2	⑳、㉑	154	256	424	282	384	580	414	510	700	539	22.23	21.80	21.29

管道局89-2住宅南区	5.6	11.5	151	240	180	231	340	236	324.2	404	286	386	18.24	17.06	15.25
89-2住宅复合地基	4	10	161			272							19.03		
89-3住宅复合地基	9	11	143			256							17.91		
管道局三区东楼	东楼		153	278	276	278	387	444	397				19.45	18.52	
管道局三区西楼	西楼		159	184	612	261	275	887	370				18.26	17.26	
管道局三区南楼	南楼		154			288							20.21		
管道局三区北楼	北楼		148			245							17.19		
沧州炼油厂主风机房	静1		129	60	220	96	90	275	131	120	320	165	6.68	6.08	5.74
廊坊工商行办公楼	7		118			101			120			140	7.07	5.60	4.89
廊坊工商行办公楼	11		112			85			113			135	5.95	5.27	4.72
普通技工学校	静1		160			261			290			323	18.31	13.56	11.73
普通技工学校	静2	150	150			295			362			416	20.79	16.93	14.59
普通技工学校	静3		145			211			305			395	14.80	14.26	13.86

$$[R]_{0.01} = 4.6332 \times 10^{-6} V_R^{3.5362} \quad (100 < V_R < 165) \\ \gamma = 0.8710 \quad (5 \cdot 28)$$

$$[R]_{0.015} = 4.5666 \times 10^{-6} V_R^{3.5898} \quad (100 < V_R < 165) \\ \gamma = 0.863 \quad (5 \cdot 29)$$

$$[R]_{0.02} = 1.1405 \times 10^{-5} V_R^{3.4372} \quad (100 < V_R < 160) \\ \gamma = 0.8253 \quad (5 \cdot 30)$$

$$E_{S0.01} = 4.6948 \times 10^{-7} V_R^{3.4738} \quad (100 < V_R < 165) \\ \gamma = 0.8617 \quad (5 \cdot 31)$$

$$E_{S0.015} = 2.2870 \times 10^{-7} V_R^{3.5887} \quad (100 < V_R < 165) \\ \gamma = 0.8534 \quad (5 \cdot 32)$$

$$E_{S0.02} = 3.1163 \times 10^{-7} V_R^{3.5023} \quad (100 < V_R < 165) \\ \gamma = 0.8253 \quad (5 \cdot 33)$$

(5·28)—(5·33)中, E_s 单位为 MPa, $[R]$ 为 kPa, V_R 为 m/s。 γ 为相关系数。

从(5·28)—(5·30)式可知,同一位置的地基容许承载力可以取不同的数值,即 $[R]_{0.01}$ — $[R]_{0.02}$,说明地基的承载力不是一个定数,取多大合适,受诸多因素制约,如地层性质、抗震要求、建筑物类别、结构类型等。所以,在实际工作中,除保证检测数据质量可靠外,适当了解地质条件,基础类型,上部结构情况以及设计对地基的要求。综合考虑各种因素后,才能给出合适的承载力值。

从以上统计过程还可看出,试验对比数据只有 27 组,从统计意义上考虑,数据偏少。另一方面,这些对比数据均来自同一地区和地基相类似的条件,因此,(5·28)—(5·33)式中的系数还有待修正,使用中也具有局限性。

§ 5.2 工程地质勘察

一、瑞雷波工程地质勘察的主要内容

瑞雷波用于工程地质勘察主要解决如下几方面的地质问题:

(一) 地层的划分

根据实测频散曲线的变化规律,进行地层的划分。确切地说,瑞雷波法是按波速的变化来划分地层的,或者说是按土的物理力学性质划分的,不同于钻探按土的地质成因、颗粒级配及塑性指数来划分地层。当不同的地层波速有足够的差异时,瑞雷波法的分层和钻探分层是一致的。反之,当相邻层的波速差异很小,瑞雷波就无法将其分开,只能作为一层来解释。一般,不同的地层具有可分辨的波速差异,如粘土层从松软流塑状态过渡到硬质状态,波速 V_R 可以从 80m/s—300m/s。松散的砂层过渡到极紧密的砂层,波速 V_R 可以从 130—330m/s。按目前瑞雷波的分辨率,每类土中按“软硬”或“松密”程度划分四个等级,即分辨 40—50m/s 的波速差异精度是足够的。但在无钻孔资料时,无法分辨是坚硬粘土层或是中密砂层。

(二) 研究土的工程性质

除直接用波速 V_R 描述土的工程性质外,还可利用 V_R 与某些物理力学参数的关系计算工程上常用土的工程性质指标,如换算标贯击数,计算弹性模量,评价地层的承载能力等。

(三) 为抗震设计提供参数

划分场地土类别,判别地基土液化,研究地基的振动特性等。

二、工程地质勘察实例分析

(一) 水塔地基勘察

该场地工程地质条件较差,原利用挤密碎石桩法进行加固处理,在施工过程中发现水塔下地质情况与原勘察结果不符,据此在水塔基础下施工了三个钻孔,钻孔结果如图 5·4(b)所示,通过钻探发现在 2.0—6.0m 深度内存在一层厚度约为 0.8—4.0m 的淤泥质软弱粘土层。为查清该层在场地内分布,我们在该场地内施测

了 6 条连续剖面,以确定地层的厚度和评价场地土的工程性质。

图 5·5 是实测的通过 ZK_4 、 ZK_{14} 、 ZK_1 三个钻孔的剖面上三个测点的瑞雷波 V_R 频散曲线(图中深度坐标 $H=0.8\lambda$)。从图中可以看出,频散曲线自上而下 V_R 的变化由高→高→低→高。即认为可以分为四层,各层的波速关系为 $V_{R1} < V_{R2} > V_{R3} < V_{R4}$ 。利用层厚度,层速度综合解释法,计算的各层厚度 H_i 和层速度 V_{Rm} 如图中所示。

图 5·4(a)是瑞雷波勘探解释的剖面图,在 10m 深度范围内分为四层,自上而下为,Ⅰ层:波速 90—106m/s,厚度 1.2—1.8m。Ⅱ层: $V_{R2}=116—120$ m/s,厚度 0.4—3.3m。Ⅲ层: $V_{R3}=80—93$ m/s,厚度 0.8—4.4m/s。Ⅳ层: $V_{R4}=117—123$ m/s。

图 5·4(b)是 ZK_4 、 ZK_{14} 和 ZK_1 三个钻孔所控制的地质剖面图。对比图 5·4(a)和图 5·4(b)可以清楚地看到,两种方法所揭示的地层厚度及其变化规律基本一致。其中Ⅲ层为淤泥质粘土,波速为 80—93m/s。

为进一步研究各层土的工程性质,利用(5·9)式(计算Ⅰ层)和(5·10)式计算了各层土的标贯击数 $N_{63.5}$,并依据 $N_{63.5}$ 值给出了各层的承载力。利用(5·34)和(5·35)式分别计算了动压缩模量 E_d 和动剪切模量 G_d [24]。

$$E_d = 2\rho V_s^2(1 + \mu_d) \times 10^{-3}(\text{MPa}) \quad (5 \cdot 34)$$

$$G_d = \rho V_s^2 \times 10^{-3}(\text{MPa}) \quad (5 \cdot 35)$$

式中, μ_d 为动泊松比, ρ 为密度(g/cm^3)。计算结果见表 5·5。

表 5·5 土层的物理力学参数

土层序号 和名称	V_R (m/s)	ρ (g/cm^3)	μ_d	G_d (MPa)	E_d (MPa)	$N_{63.5}$ (击)	$[R]$ (kPa)
I. 素填土	98	1.80	0.40	19.9	56.0	1.6	90
II. 轻亚粘土	118	1.87	0.40	30	84.3	2.2	105
III. 淤泥质粘土	86.5	1.70	0.45	14.7	42.7	0.8	75
IV. 亚粘土	120	1.86	0.40	30.6	85.8	2.4	11

从表 5·5 中可以看出,第Ⅲ层的 G_d 、 E_d 、 $N_{63.5}$ 均比其它土层小的多,说明该层工程性质很差。同时考虑到该层厚度不均,而碎石桩主要靠桩周土的侧限力而成桩。因此,水塔基础不宜采用碎石桩法加固处理,建议应采用刚性桩基,且桩长应穿透第Ⅳ层。

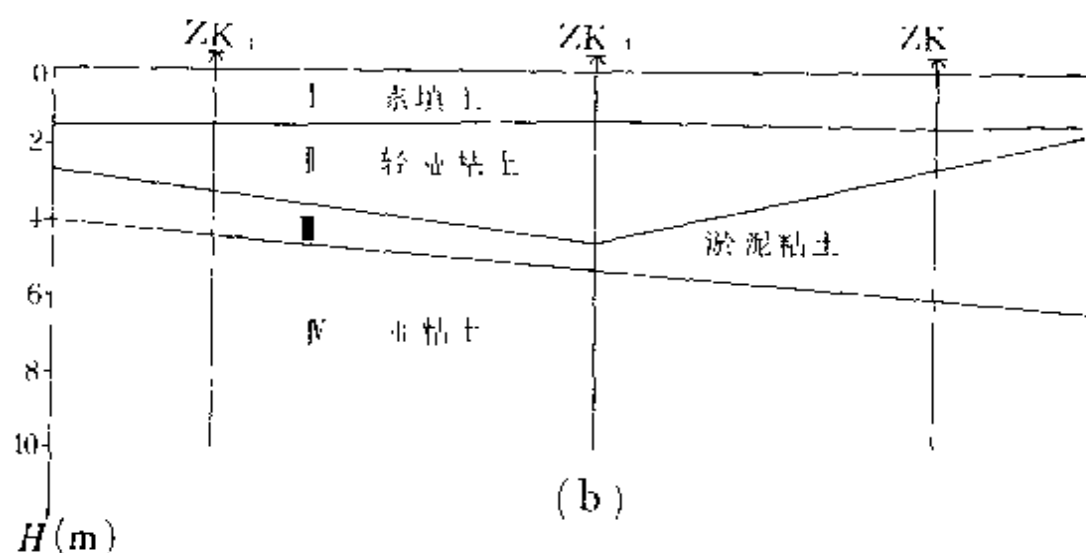
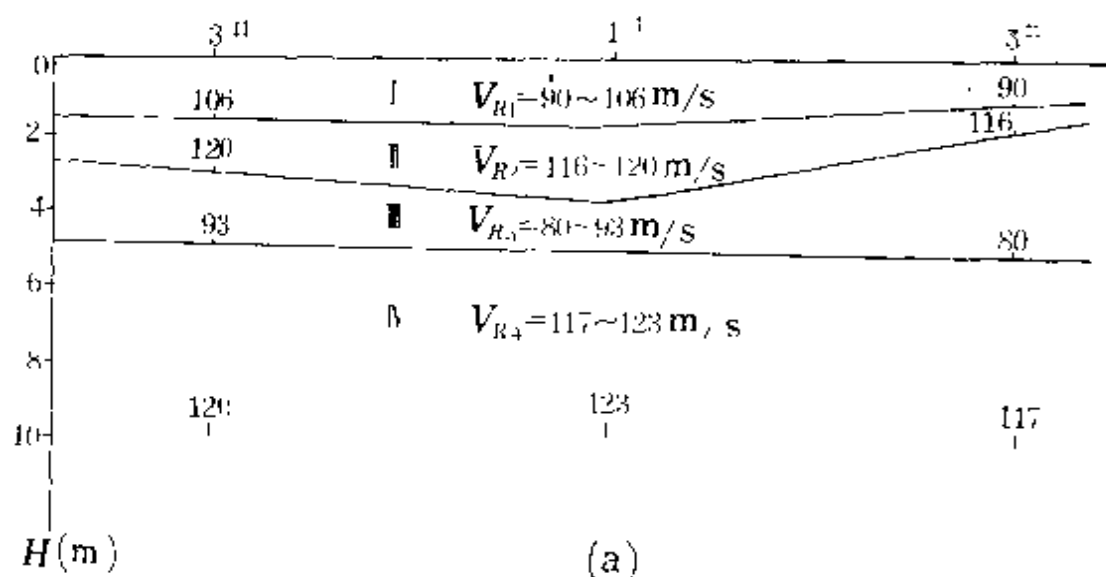


图 5·4 瑞雷波勘探与已知地质剖面对比图

(二) 瑞雷波勘探与钻探勘察的对比

试验地点位于河北物探大队资料楼前空地内。图 5·6 是钻

探,标贯试验,跨孔波速测量,瑞雷波勘探等各种方法所得结果的综合图。

该处的地层情况见图 5·6(a),实测瑞雷波频散曲线如图 5·6(b)所示,标贯试验 $N_{63.5}$ 和跨孔波速测量 V_s 随深度的变化情况见图 5·6(c)。

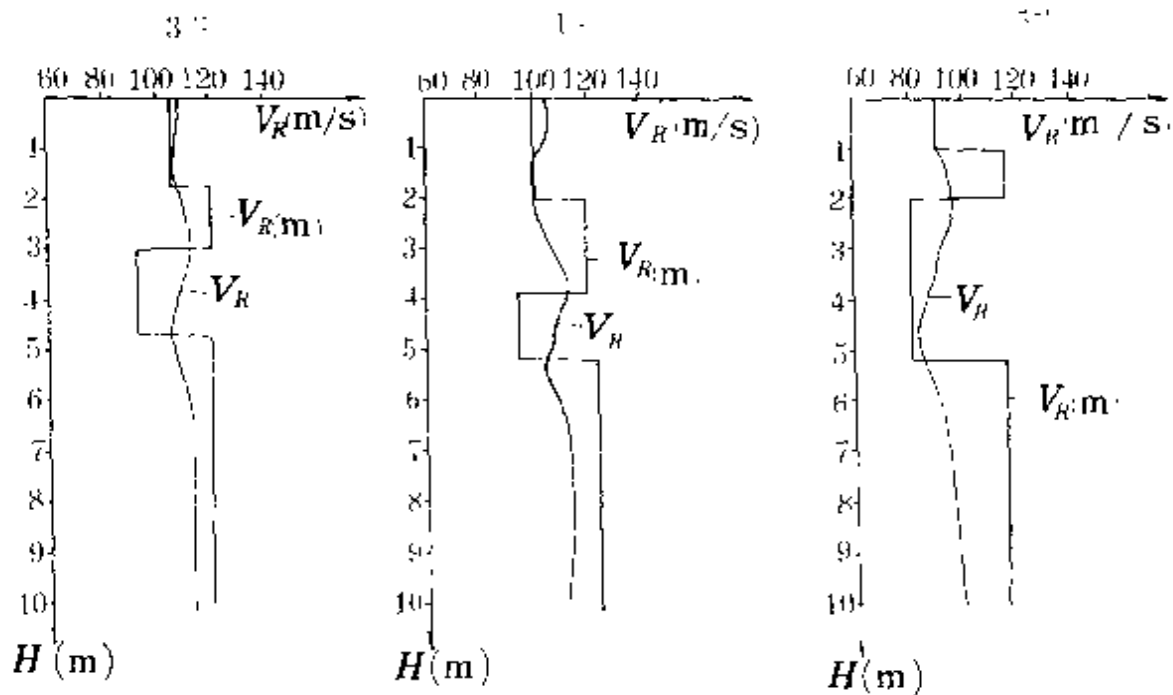


图 5·5 实测频散曲线综合解释图

图 5·6(b)中实测 V_R 频散曲线(点划线)离散性较大,解释前须进行圆滑,圆滑方法如图中所式,图中虚线为圆滑后的频散曲线。频散曲线自上而下波速 V_R 由高→低→高。同时也可看出 V_R 值由高向低和再由低向高的变化均较缓慢,说明地下地层并非是简单的三层构造,而是分层逐渐降低和升高的,波速关系应该为: $V_{R1} > V_{R2} > V_{R3} < V_{R4} < V_{R5}$, 即至少可以分为五层。根据这种设想,参考图 5·6(a)地质柱状图,解释的各层厚度和分层波速 V_{Rm} 如图 5·6(c)中所示。第一层,对应于杂填土,厚度约 1m, $V_{R1} = 140\text{m/s}$ 。第二层厚度为 1.5m,粉砂, $V_R = 113\text{m/s}$ 。第三层为粉土和粘土, $V_R = 102\text{m/s}$,厚度 4.0m。第四层为粉砂层,厚度 1.5m, $V_R = 121\text{m/s}$ 。第五层为细砂,厚度 3.5m, $V_R = 168\text{m/s}$ 。对比图 5·6

(c) 中 V_{Rm} 和 $N_{63.5}$ 随深度的变化规律, 可以看出两者随深度的变

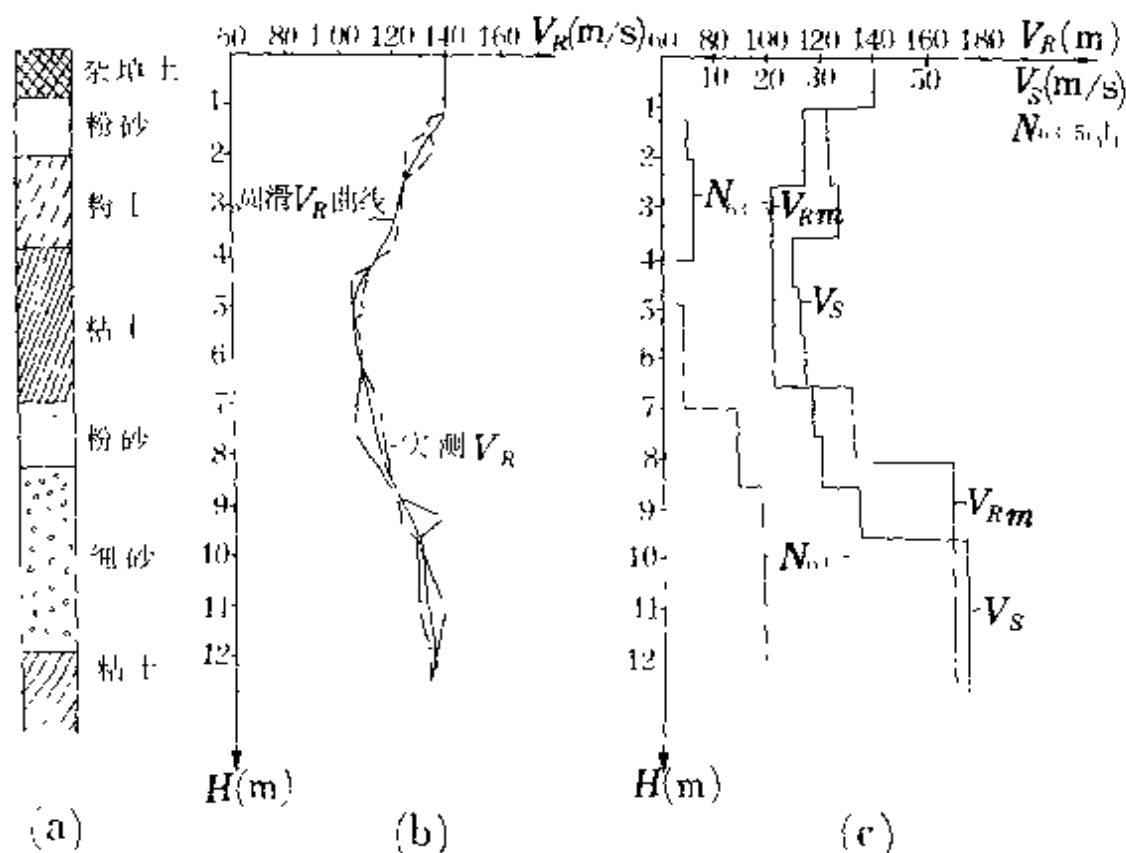


图 5·6 瑞雷波勘探结果与钻探结果的对比

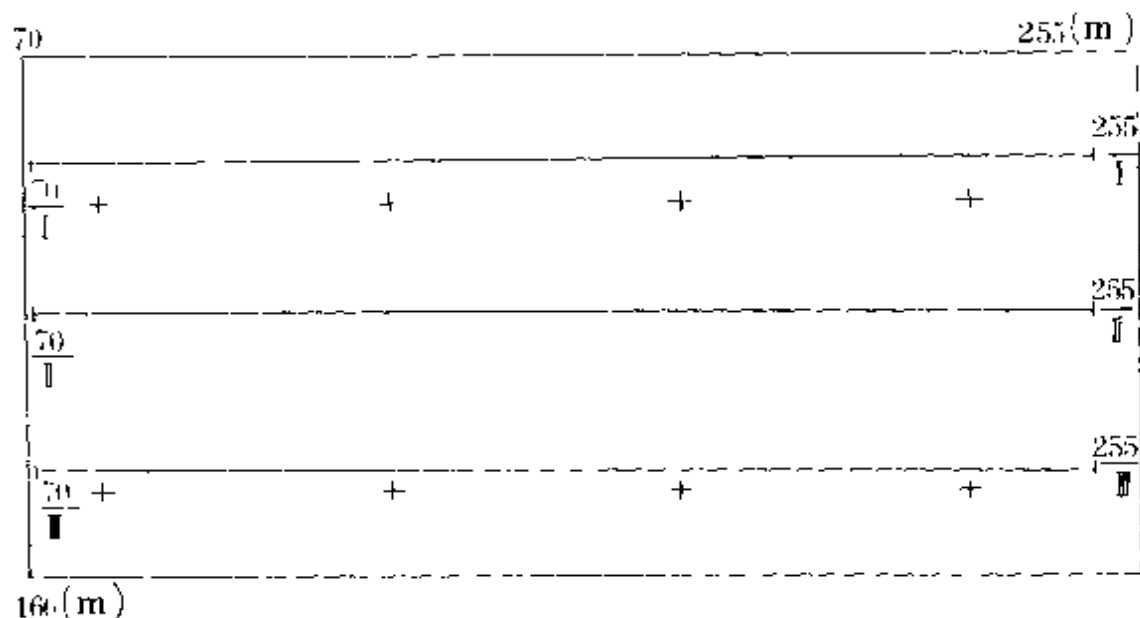


图 5·7 某厂房瑞雷波勘探工作布置图

化情况基本一致。从图 5·6(c)中瑞雷波法的分层结果与图 5·6

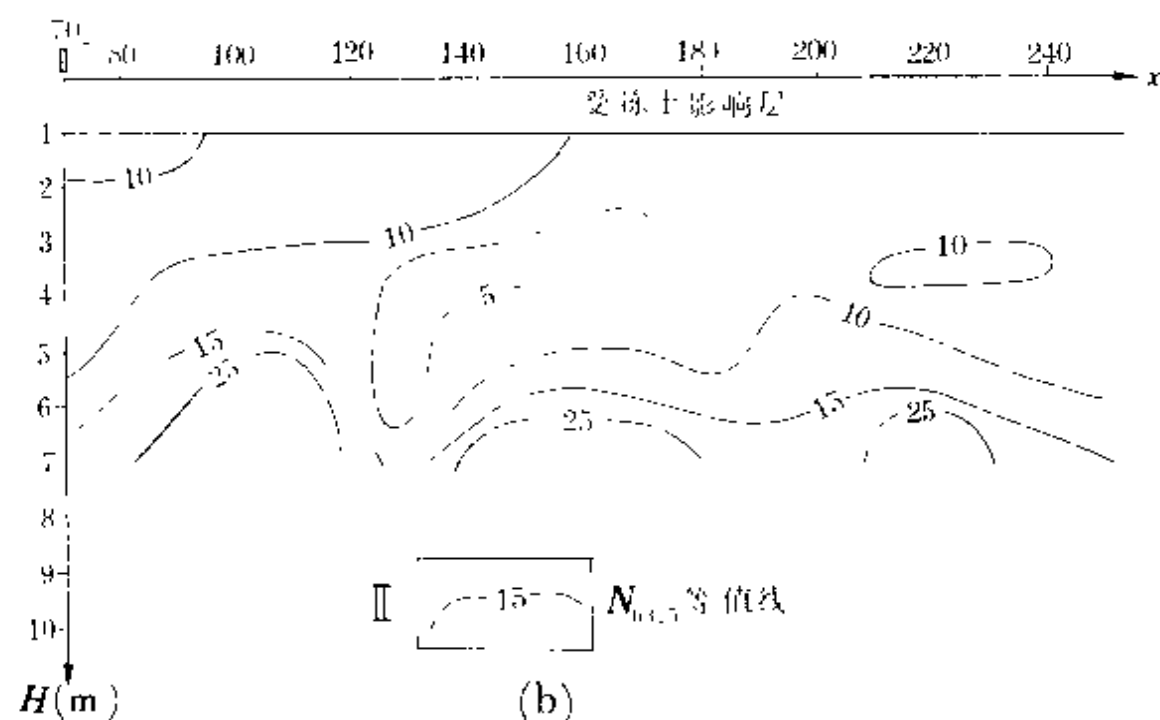
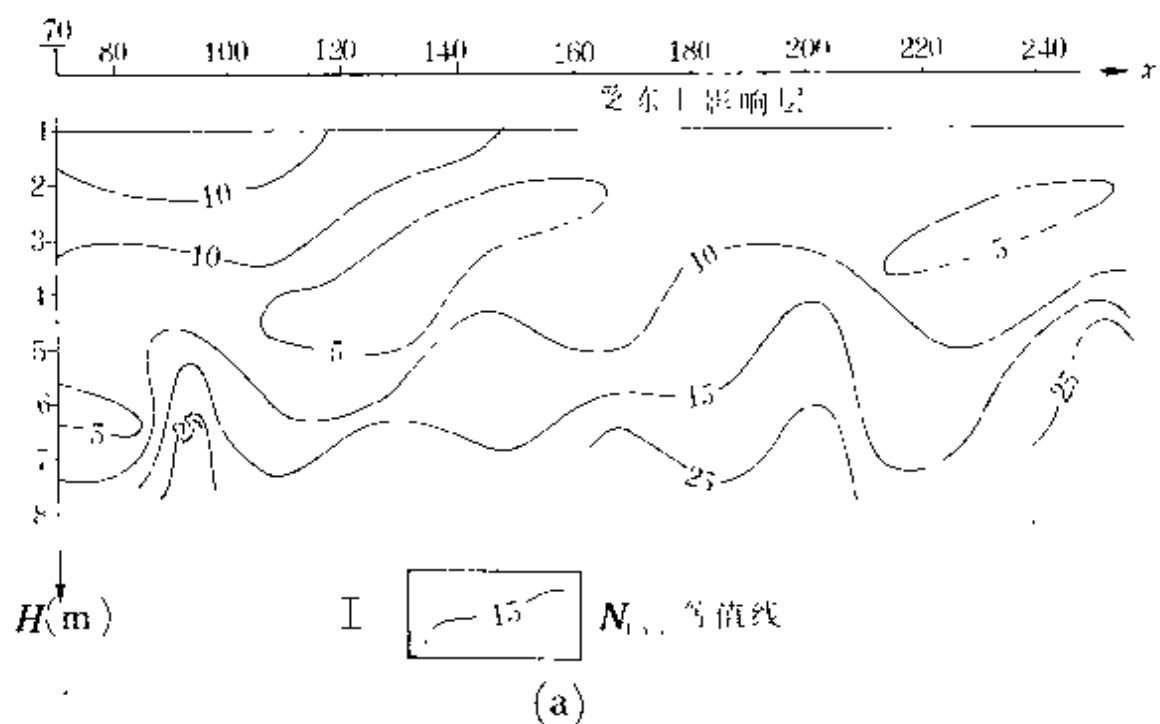
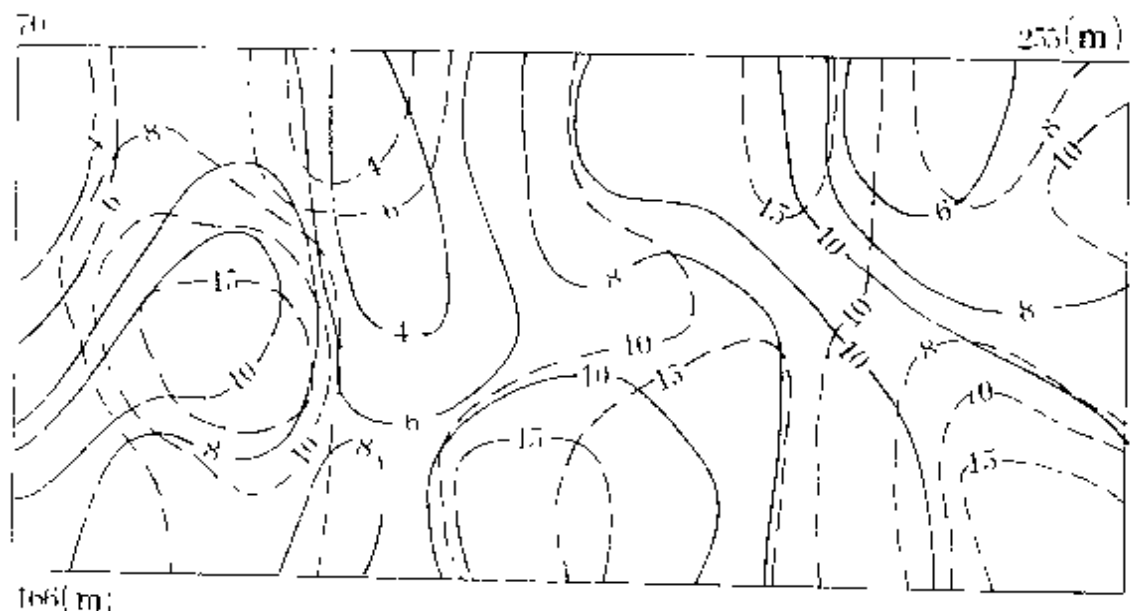


图 5·8 I、II 剖面 $N_{63.5}$ 等值线断面图

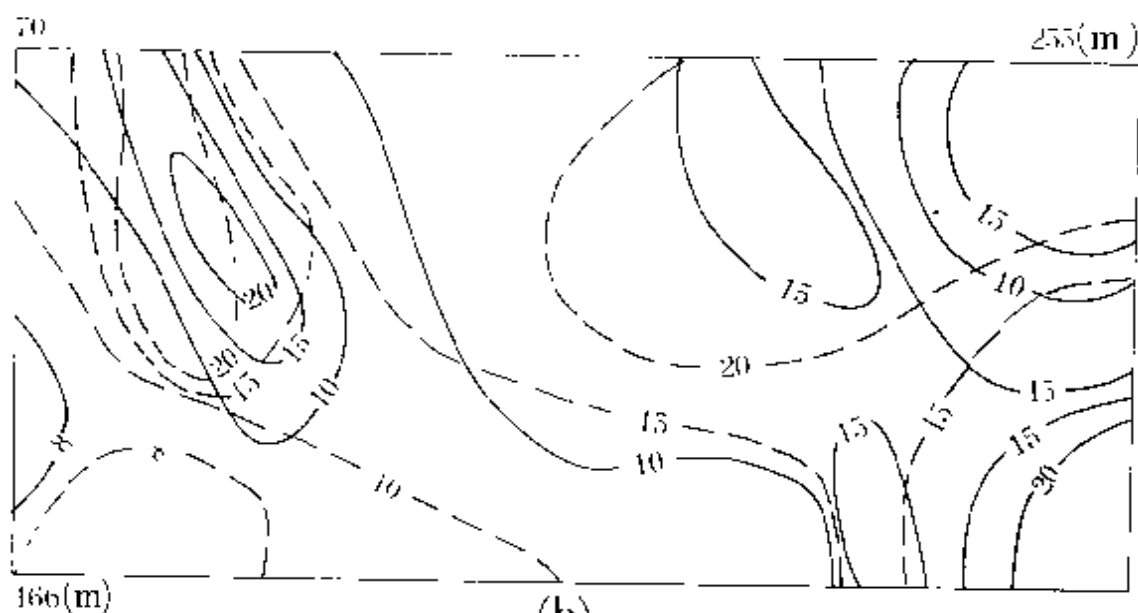
(a) 钻探分层的对比, 可以看出, 由于粉土和粘土层波速差异很小,

瑞雷波法只能把该两层划为一层,其它地层的划分基本与钻探分层相一致。

(三) 某厂房地基瑞雷波勘察



(a)



(b)

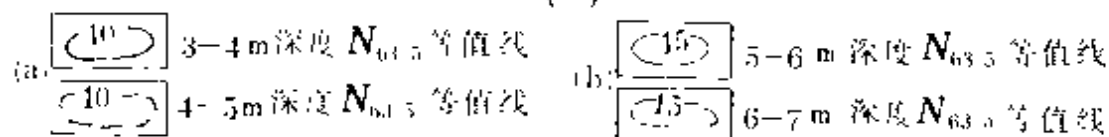


图 5.9 $N_{63.5}$ 等值线平面图

1. 工程及场地工程地质概况: 该厂房占地面积 $190 \times 96\text{m}^2$, 采用灌注桩基础, 场地内为十几米深的第四系全新统沉积地层, 地层主要由粉质粘土、粘土、细砂及砾砂等组成。经钻孔揭露, 场地内地层厚度不均匀, 且连续性差, 作为桩基持力层的细砂层深度变化大。为了方便桩基施工, 且保证桩基打入持力层。受厂方和设计单位委托, 采用瑞雷波法进行了勘察, 勘察目的主要是划分浅部第四系地层, 提交标准贯入击数 $N_{63.5}$ 等值线断面图, 确定沿桩基轴线持力层的深度变化。

2. 工作布置: 沿三排桩基的轴线布置了三条勘探线, 如图 5·7 所示。在勘探线的水平和垂直方向均实施连续勘探。频率范围 150—13Hz, 共 24 个频点, 勘探深度 8m, 每米厚度内平均 3 个频点。

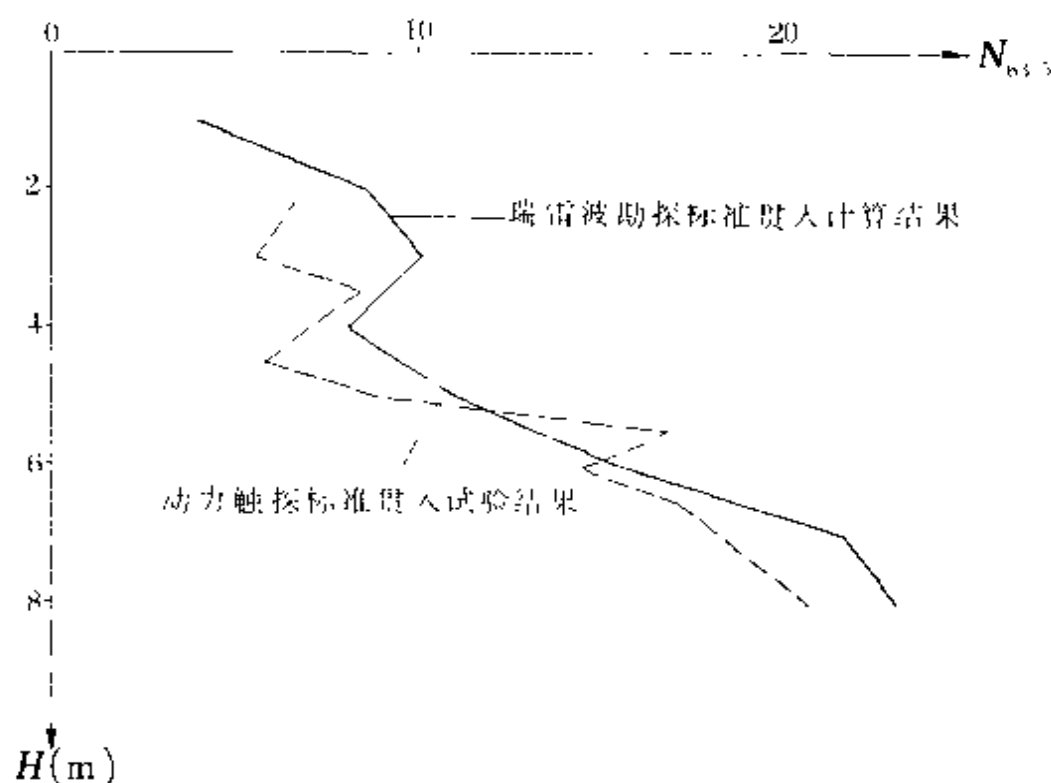


图 5·10 瑞雷波勘探与动探 $N_{63.5}$ 值对比

3. 勘探结果: 图 5·8 是利用实测的瑞雷波传播速度。按 (5·9) 式计算 $N_{63.5}$ 值, 绘制出的 I、II 剖面 $N_{63.5}$ 等值线断面图。从图中可以看出, 在 0—6m 深度内, $N_{63.5}$ 值一般小于 10, 7m 深度左右

$N_{63.5}$ 值大于 15,且连续性较好,因此,认为 $N_{63.5}=15$ 的等值线的深度可作为桩基的持力层。

图 5·9(a)、(b)是利用 I、II、III 条剖面的勘探结果,用内插法勾绘的 3—4m,4—5m,5—6m,6—7m 四个深度平面内 $N_{63.5}$ 等值线平面图,从该图中可方便地了解 $N_{63.5}$ 值在不同深度平面内的变化情况。

图 5·10 是瑞雷波计算的 $N_{63.5}$ 值与动力触探 $N_{63.5}$ 值随深度变化的对比曲线,可以看出两种方法得到的 $N_{63.5}$ 值及其随深度的变化趋势是吻合的。同时也说明选择 7m 深度作为持力层($N_{63.5}>15$)也是合适的。

§ 5.3 软地基加固处理效果评价

当地基土的工程物理性质不能满足建筑设计要求时,一般须对地基进行加固处理,挤密或振冲碎石桩,灰土桩,渣土桩是常用的加固处理方法之一。软地基经这些方法处理后,不但原地基本身的工程物理性质可以得到改善,而且在土体内形成按一定规律分布的碎石桩。如图 5·1 所示。

碎石桩的桩体是由散粒碎石构成的,它是依赖于周围土的侧限力而成桩,这种地基在建筑荷载的作用下,虽然碎石桩和土的压缩模量各不相同,导致了桩土间应力的重新分配,但散粒结构的碎石桩为一柔性体,利用其可压缩性,能够协调桩、土间的应力差异,使得桩土同步沉降,这样就构成了所谓的复合地基。

形成的复合地基是否达到了预期的处理目的,一般须通过检验来确定,以往常用的检验手段是静荷载试验,动力触探,静力触探等,这些方法虽然均能不同程度的取得较满意的结果,但均需耗费较多的人力、财力和时间。而且有时受客观条件的限制,静荷载试验难以实现。动力、静力触探得到的资料往往离散度较大,在评价承载力方面可靠程度较差。因此,自碎石桩复合地基得到应用以来,人们就开始寻找一种新的快速可靠的检测手段。瑞雷波用于地

基加固处理效果评价正是迫于这种社会需求和方法本身的优势而发展起来的。

一、瑞雷波检验复合地基的内容

(一) 地基的承载力

根据实测 V_R 值,利用(5·28)~(5·33)式计算相应于 S/B 为某一值的承载力和变形模量。或者利用 V_R 与 $N_{63.5}$ 值的相关关系计算出 $N_{63.5}$ 值,再按有关规范规定给出地基的承载力。在现场可分别实测出复合地基和桩间土的 V_R 值,因此可分别计算出复合地基承载力 R_f 和桩间土的承载力 R_s 。利用(5·25)式可计算出碎石桩单桩承载力 R_p 。进而计算出桩土应力比 n :

$$n = \frac{R_p}{R_s} \quad (5 \cdot 36)$$

(二) 评价垂向和水平地基的不均匀性

进行瑞雷波勘探时,在垂向和水平方向上均可实现连续测量,根据两个方向上 V_R 值的变化,或根据 V_R 值计算出的承载力在两个方向上的变化,可很容易地发现其不均匀性。

(三) 判别地基砂土液化

用 V_R 换算为 V_s 判别砂土液化时,可取 $V_s = V_R / (0.92 \sim 0.94)$ 。与用 $N_{63.5}$ 值判别一样,必须结合地质情况进行。当根据《建筑抗震设计规范》GBJ11—89 中的规定,经初步判别后认为需要进一步进行液化判别时,可采用式(5·39)或(5·40)进行判别。当场地内有标准贯入试验资料时,应注意利用 $N_{63.5}$ 和 V_s 进行综合判别,以提高判别结果的可靠程度。

二、工程实例

(一) 廊坊市新汽车站碎石桩地基加固处理效果评价

1. 工程概况:拟建的廊坊汽车站位于廊坊火车站广场东侧,建

筑物基础长 105m,宽 26m,为一大型汽车站。建筑要求复合地基承载力 $\geq 150\text{kPa}$,按 8 度抗震设防。

该场地原为养鱼塘,经填土碾压整平后,地基土不能满足建筑物对承载力和抗震设计的要求。为此利用挤密碎石桩进行了加固处理。

为检验碎石桩加固处理的效果,我们利用瑞雷波法为主,辅以动力触探和跨孔波速测量对处理后地基进行检验评价,其任务为:

①检验碎石桩复合地基的容许承载力,并评价承载力在横向上的变化情况。

②判别地基砂土液化。

现场工作共完成 6 条测线,分别为基础的 A、C、D、H 和 L 轴线及天然地基测线 1 条,总长度 355m(相当于 48 个检测点)。动力触探 3 个孔,跨孔波速测量 3 组,工作布置如图 5·11。

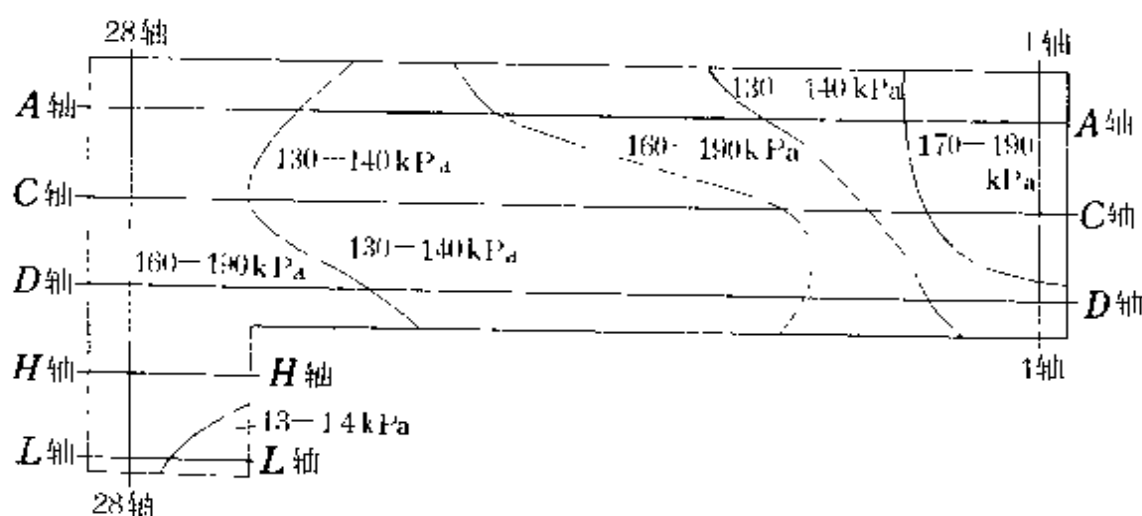


图 5·11 廊坊市新汽车站地面复合地基承载力分布图

2. 检验结果

①复合地基承载力:图 5·12 是计算的 A、C、D 轴线内复合地基的承载力断面图,从图中可清楚地看出,在 0—1.5m 深度内,水平方向上承载力为 130kPa—190kPa 可认为横向上存在着较大的不均匀性,在垂向上,自上而下承载力逐渐增大,如 C 轴的中间

部分, 0—1.0m, 承载力为 130—140kPa, 1.0—2.3m, 为 160—180kPa, 2.3m 以下为 190—250kPa。图 5·11 是根据 5 条测线的计算结果勾绘的地面复合地基承载力分布图。从图中可清楚地看出基础平面内承载力的变化情况。从图中还可看出, 若基础开挖至 1.0m 深度, 则承载力可采用 160kPa。

图 5·13 是天然地基承载力断面图, 对比图 5·13 和图 5·12 可看出, 地基经碎石桩挤密加固后, 承载力提高了 50—60kPa。

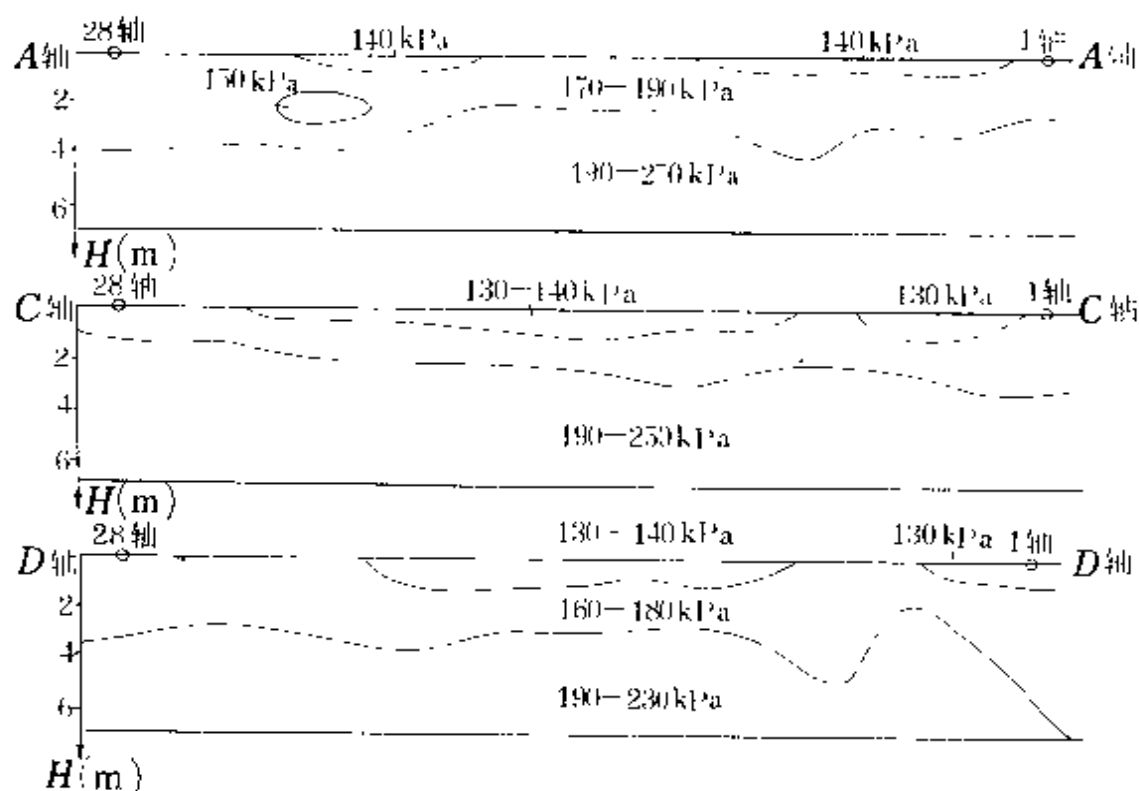


图 5·12 廊坊市新汽车站复合地基
承载力断面图

②砂土液化判别: 该场地砂土液化的判别, 采用了两种方法, 一是利用 $N_{63.5}$ 值判别, 另一是利用 V_s 值判别。用 $N_{63.5}$ 值判别时, 使用的是《建筑抗震设计规范》GBJ11—89 中提出的判别式:

$$N_{cr} = 10[0.9 + 0.1(d_s - d_w)] \cdot \sqrt{3/P_c} \quad (5 \cdot 37)$$

式中, N_{cr} : 临界值;

d_s : 标贯点深度;

d_w : 地下水位深度;

P_c : 粘粒的百分含量。

当实测 $N_{63.5}$ 值大于 N_{cr} 时, 判为非液化, 反之, 液化。

用 V_s 值判别砂土液化时, 则采用 (5·40) 式。根据《廊坊市新汽车站岩土工程详细勘察报告》中提供的资料, 该场地亚粘土的平均粘粒含量为 10.75%, 轻亚粘土为 7.9%。

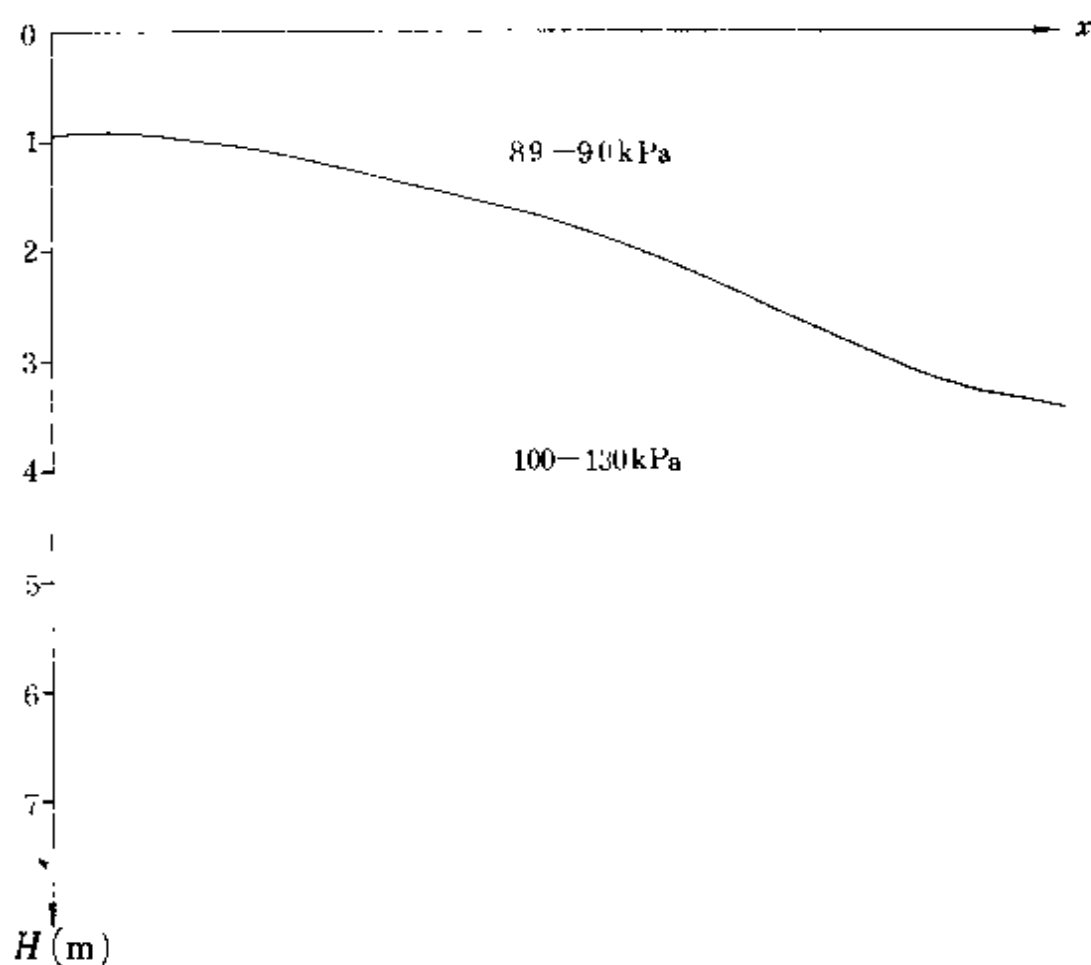


图 5·13 廊坊市新汽车站天然地基
承载力断面图

实测的三组钻孔的岩性, $N_{63.5}$ 值, V_s 值, 计算的 N_{cr} 、 N_{lcr} 以及对不同深度地层的液化判别结果见表 5·6。

3. 结论与建议

表 5·6 廊坊市新汽车站砂土液化判别结果

钻孔号	层底深度 (m)	层厚 (m)	地层岩性	实测 $N_{63.5}$ (击)	实测 V_s m/s	N_{cr} (击)	V_{cr}	液化判别(烈度 8)	
								$N_{63.5}$ 判别	V_s 判别
ZK ₁ ZK ₂	1.45	1.45	素填土	20.0	111			否*	否*
	2.80	1.35	杂填土	5.0	111			否*	否*
	3.70	0.90	轻亚粘土	13.0	121	6.5	141	否	轻微液化
	5.80	2.10	亚粘土	6.62	126	7.0	145	轻微液化	轻微液化
	6.60	0.80	轻亚粘土	2.73	126	8.4	147	轻微液化	轻微液化
	7.75	0.95	细砂	15.1		14.0		否	
ZK ₃ ZK ₄	2.90	2.90	杂填土	12.0	140			否*	否*
	3.60	0.70	轻亚粘土	8.0	142	6.5	141	否	否
	5.90	2.30	亚粘土	9.5	151	7.0	145	否	否
	7.10	1.20	轻亚粘土	10	163	8.4	147	否	否
	7.55	0.45	细砂	12.5		14.0		轻微液化	
ZK ₅ ZK ₆	2.43	2.40	杂填土	6.0	127			否*	否*
	2.90	0.50	轻亚粘土		132		140		轻微液化
	3.70	0.80	粉砂	27		10.7		否	
	5.70	2.00	亚粘土	8.5	137	7.0	145	否	轻微液化
	6.50	0.80	轻亚粘土	16.4	140	8.4	147	否	轻微液化
	7.55	1.05	细砂	11.6	144	14.0	170	轻微液化	轻微液化

注:液化判别中带*者为初判非液化层。

①复合地基承载力:地面表层 0—1.0m 深度内,横向承载力不均匀,约有 1/2 面积为 130—140kPa,不能满足设计 150kPa 的要求。建议该基础开挖深度 1.0m,复合地基承载力可采用 160kPa。

天然地基承载力为 60—130kPa,基础开挖 1.0m 后,承载力可达到 160—190kPa,较天然地基提高 60—80kPa。

②砂土液化判别:由表 5·6 可以看出,在基础 4.0m 以下,局部存在有轻微液化层,建议设计部门考虑建筑物类别后,酌情对上部结构采取措施。

(二) 确定地基加固处理影响范围

北京某厂房基础 10m 深度范围内,地层分布情况如下:

I₁ 层杂填土:杂色,稍湿,含大量碎砖及煤块,层厚 1.1m。

I₂ 层素填土:黄色,以粉细砂为主,稍湿,层厚 0.7m。

Ⅰ 层粉细砂:黄色,稍湿—饱和,稍密—中密,见薄层理,地下水位以下呈流动态,局部夹粉土薄层,层厚 2.9—2.2m。

Ⅱ₁ 层细砂:灰色,饱和,稍密—中密,流动态,局部夹中砂及粉土薄层,层厚 5.0—5.2m。

Ⅱ₂ 层粉土:黑色,饱和,软塑含有机质,中压缩性,层厚 0.6—0.4m。

Ⅲ₁ 层细砂:黑灰色,饱和,流动,夹粉土薄层,该层未穿透。

天然地基承载力 100—110kPa。不能满足设计 160kPa 要求,且 Ⅱ、Ⅲ 层为液化层。因此,采用振冲碎石桩对地基进行了加固处理。

图 5·14 是加固区和非加固区瑞雷波速度 V_R 等值线图,从图中可以看出,地基经碎石桩加固后的复合地基 V_R 值较非加固区提高了 30—50m/s。复合地基桩间土,天然地基承载力见表 5·7。

从表中可以看出,复合地基承载力可达 180kPa,较天然地基 100kPa 提高了 80kPa,满足了设计 160kPa 的要求。

从图 5·14 中还可看出,复合地基在 12m 深度范围内,消除

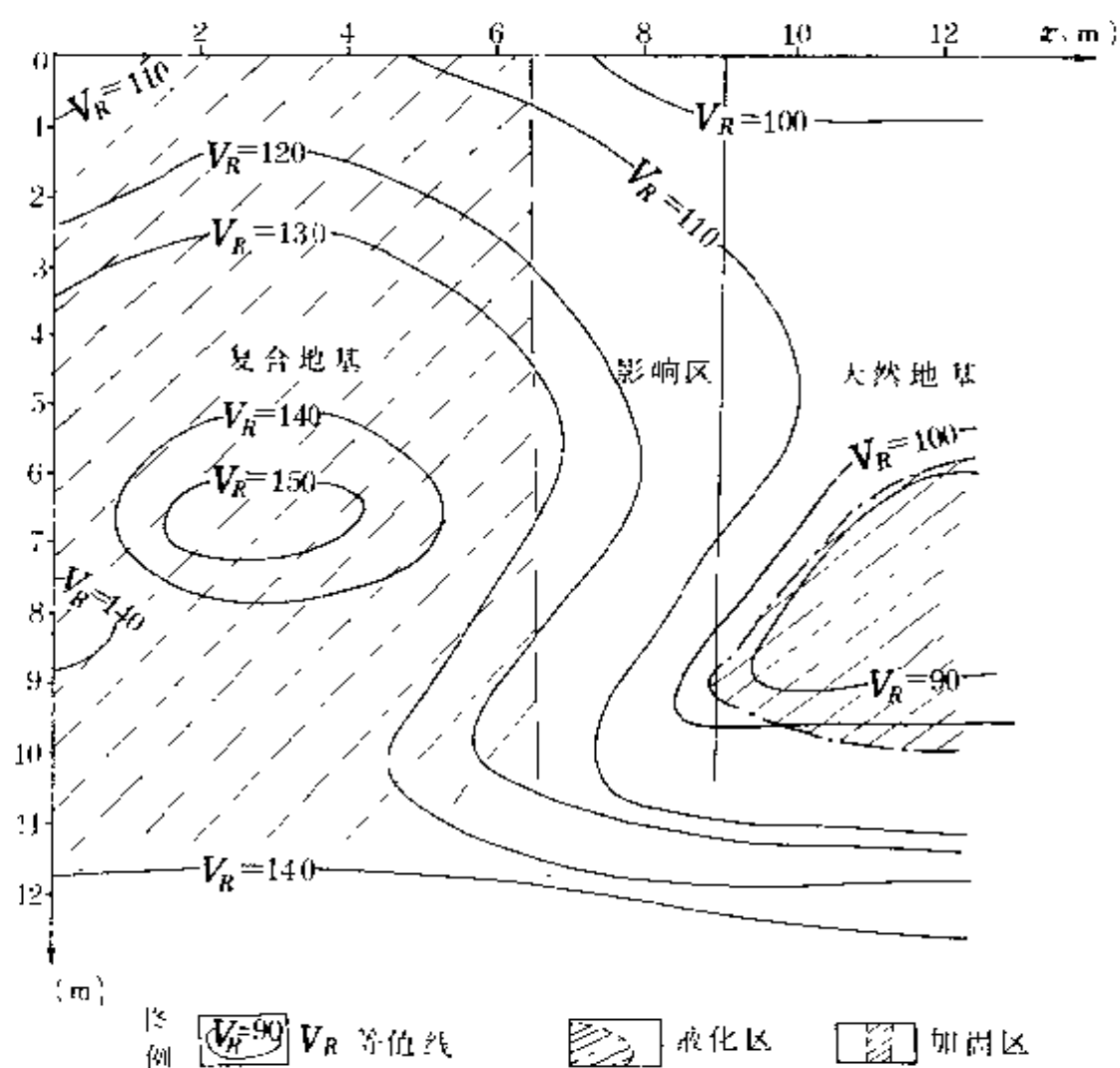


图 5·14 复合地基、天然地基 V_R 等值线图

了液化。振冲碎石桩的影响为距复合地基 2.5m 的范围。

表 5·7 复合地基、桩间土和原状土承载力[R]值

复合地基		桩间土		天然地基	
深度(m)	承载力[R] (kPa)	深度(m)	承载力[R] (kPa)	深度(m)	承载力[R] (kPa)
0—3.5	180	0—1.0	110	0—1.0	100
3.5—5.5	190	1.0—4.0	130	1.0—5.5	110
5.5—8.0	210	4.0—8.0	180	5.5—8.0	90
8.0—11.0	200	8.0—11.0	200	8.0—11.0	200

§ 5.4 V_s 或 V_R 在地基抗震 设计中的应用

一、划分场地土类型和场地土类别

大量的震害调查资料表明,震害具有两个特点:一是建筑物的破坏主要由地震波引起的地面水平晃动所产生;二是在诸多影响震害程度的因素中,地基土的“软”“硬”程度是一个主要的影响因素。由(5·6)式可以看出, V_s 值的大小直接反映了地基土的抗剪程度,同时也间接反映了地基土的“软”“硬”程度。因此,在国家标准《建筑抗震设计规范》GBJ11—89 中规定:“场地土的类型,宜根据土层剪切波波速按表 5·8 来划分”。

表 5·8 场地土的类型划分

场地土类型	土层剪切波速度(m/s)	备 注
坚硬场地土	$V_s > 500$	V_s 为上层剪切波速度, V_{sm} 为地面以下 15m 深度 内各土层的加权平均波速
中硬场地土	$250 < V_{sm} \leq 500$	
中软场地土	$140 < V_{sm} \leq 250$	
软弱场地土	$V_{sm} \leq 140$	

表中 V_{sm} 按下式计算:

$$V_{sm} = \frac{\sum V_{si} d_i}{\sum d_i} \quad (5 \cdot 38)$$

式中, V_{si} : 第 i 层剪切波速度(m/s)

d_i : 第 i 层的厚度(m)

建筑场地的类别和场地土类型是两个不同的概念,类别是根据场地土的类型和覆盖层的厚度把场地划分为四类,划分标准如表 5·9。表中 d_{ov} (m)是地面至 $V_s > 500\text{m/s}$ 土层顶面的距离。

表 5·9 建筑场地类别划分表

类 别 类型	覆盖层条件	建筑场地覆盖层厚度 d_{0v} (m)				
		0	$0 < d_{0v} \leq 3$	$3 < d_{0v} \leq 9$	$9 < d_{0v} \leq 80$	$d_{0v} > 80$
坚硬场地土		I				
中硬场地土			I	I	I	II
中软场地土			I	II	I	III
软弱场地土			I	I	III	IV

瑞雷波勘探用于场地土类型的划分,一是无需钻孔,在地面即可完成测试;二是实测的 V_R 值直接反映了测试深度以上各层的加权平均波速。根据 V_R 与 V_S 的关系(见表 1·2),用 V_R 代替 V_S 时,当 $V_R > 250\text{m/s}$;取 $V_S = V_R/0.93$ 。当 $V_R = 140\text{—}250(\text{m/s})$ 时, $V_S = V_R/0.94$ 。当 $V_R \leq 140\text{m/s}$ 时, $V_S = V_R/0.95$ 。

二、饱和砂土液化判别

影响砂土液化的主要因素为:土颗粒粒径,砂土密度,上覆层厚度,地面振动强度和振动持续时间及地下水埋藏深度等^[21]。

当初步判别认为需进一步进行液化判别时,除可采用标准贯入击数 $N_{63.5}$ 来判别外,尚可采用其它方法来判别^[20]。目前国内除用 $N_{63.5}$ 外,通常采用剪切波波速 V_S 值来判别,这是因为 V_S 值的大小与土颗粒的粒径,砂土的密度有关。常用的 V_S 判别式有如下两种:

(一) 天津 TB71—88 规范中 V_S 判别式^[13]

$$V_{s\text{cri}} = K_v(d_s - 0.0133d_s^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5 \cdot 39)$$

式中, $V_{s\text{cri}}$: 临界值;

d_s : 饱和砂土中 V_S 测点的深度;

K_v : 系数。当烈度为 7、8 度时,分别取 42 和 60。

当实测值 $V_{si} < V_{s\text{cri}}$ 时,判别为液化,反之为非液化。

(二) 国家地震局工程力学所推荐的判别式

$$V_{scr} = K_0 \left\{ [1 + 0.125(d_s - 3)d_s^{-0.25} - 0.05(d_w - 2)] \cdot \sqrt{3/P_c} \right\}^{0.2} \quad (5 \cdot 40)$$

式中, V_{scr} : 临界值;

d_s : 测点深度;

d_w : 地下水深度;

P_c : 砂土的粘粒含量, 小于 3 时取 3;

K_0 : 系数, 烈度为 7、8、9 时, 分别取 145、160 和 175。

当实测 $V_s < V_{scr}$ 时, 判别为液化, 反之为非液化。

三、研究地基的振动特性^[22]

(一) 计算地基土的卓越周期

地基的振动特性, 即优势周期和振幅或说卓越周期和振幅与覆盖层厚度和剪切波速有关。优势周期 T_0 可由 (5·41) 计算:

$$T_0 = 4 \sum \frac{H_i}{V_{si}} \quad (\text{s}) \quad (5 \cdot 41)$$

式中, H_i : 第 i 层厚度, 一般应计算至波速 $V_s \geq 500\text{m/s}$ 的界面深度;

V_{si} : 第 i 层剪切波速。

在评价建筑物的抗震性能时, T_0 值是一个重要指标, 如果建筑物的振动优势周期与地基的优势周期 T_0 值接近或一致, 在发生地震时将会产生共振现象, 使振动幅度很快变大, 可能会导致建筑物的破坏。所以应通过抗震措施来改善其抗震性能。

由 (5·41) 式可以看出, V_{si} 越小, H_i 越大, 则 T_0 值越大, 反之则小。所以 T_0 值实际上反映了场地土覆盖层“软硬”程度的一个综合指标, 因此, 可定性的评价地基的优劣。例如在日本《道路桥规范》中, 规定在做抗震设计时, 原则上以地基振动特征值 T_0 划分地基种类, 见表 5·10。

表 5·10 地基种类划分

地基种类	地基优势周期 T_0 (S)
I 类	$T_0 < 0.2$
II 类	$0.2 \leq T_0 < 0.4$
III 类	$0.4 \leq T_0 < 0.6$
IV 类	$T_0 \geq 0.6$

(二) 场地平均剪切模量的计算^[25];

场地平均剪切模量 μ (kPa), 按(5·42)式计算:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n h_i \rho_i V_{si}^2}{\sum_{i=1}^n h_i} \quad (5 \cdot 42)$$

式中, n : 覆盖层的分层层数;

h_i : 第 i 层土的厚度(m);

ρ_i : 第 i 层土的质量密度(t/m³);

V_{si} : 第 i 层土的横波波速(m/s)。

当覆盖层厚度 H 超过 20m 时, 取地表以下 20m 深度范围内的平均剪切模量。当覆盖层厚度小于 20m 时, 取实际厚度范围内的平均剪切模量。

场地覆盖层厚度 H , 是指地面至坚硬土层(平均剪切模量 $\mu > 50 \times 10^6$ kPa 或 $V_s \geq 500$ m/s 的土层)顶面深度。

利用场地平均剪切模量 μ , 进而可计算场地指数和设计反应谱。

(三) 测量振动能量的衰减

安置在地面上的动力机器, 在工作过程中, 振动的能量通过基础传至地面, 以振动波的形式向周围传播。有时需预测这种振动对周围环境的影响。方法有两种, 一种为计算法, 如《振动计算与隔振设计》和《动力机器基础设计规范》中都推荐了计算振动波衰减

的公式；另一种方法是实测方法。一般情况下，计算的衰减曲线与实测振幅曲线都不能吻合的很好，因此在有条件时，应力求在现场进行地面振动的衰减测定。测定的振动波的种类以测定瑞雷波为

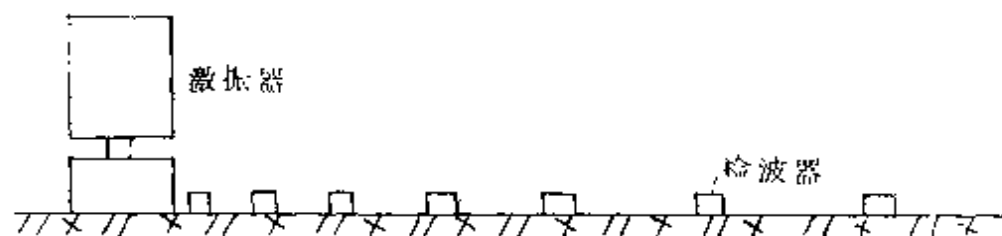


图 5·15 测定振动波衰减工作布置图

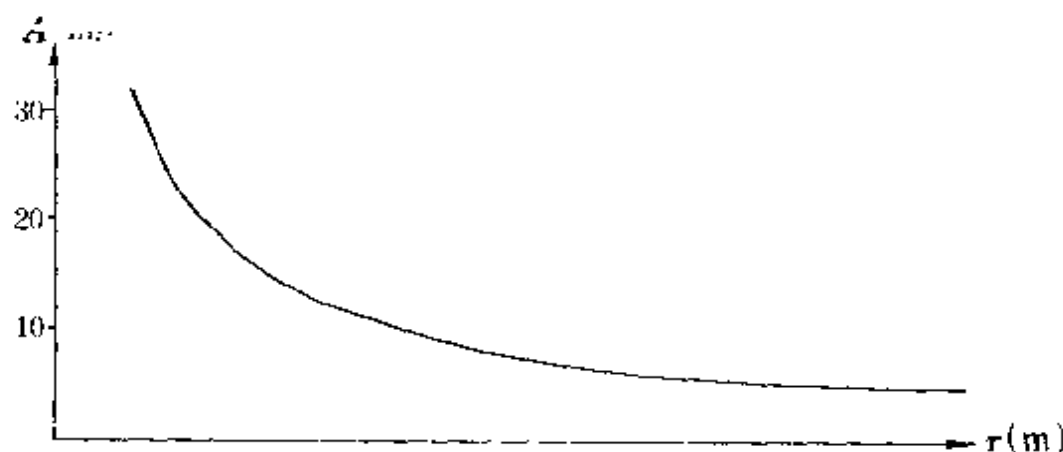


图 5·16 振动波随距离衰减曲线

主⁽²⁵⁾。

测定振动沿地面衰减的设备，与稳态瑞雷波勘探设备基本相同，只是激振器功率要求较大，且信号采集仪器系统除可测量瑞雷波传播速度外，还能测量质点的振动幅值。现场测定工作布置如图 5·14，检波器与激振器安置在一条直线上，道间距采用不等间隔，距激振器近处，布置密些，距离远时，可布置稀一点。这样可测定出一条如图 5·15 所示的振幅随距离增大的衰减曲线。

我国《动力机器基础设计规范》推荐的计算振动波衰减公式为：

$$A_r = A_0 \beta_0 \sqrt{\frac{r_d}{r} [1 - \xi_d (1 - \frac{r_d}{r})]} e^{-f_0 \alpha_0 (r - r_d)} \quad (5 \cdot 43)$$

式中, A_r : 距振动基础中心 r 处的振幅(mm);

A_0 : 振动基础的振幅(mm);

f_0 : 机器的扰力频率(Hz);

r_d : 圆形基础半径(m)。矩形或方形基础可取当量半径; r_d

$$= \mu_1 \sqrt{\frac{F}{\pi}};$$

μ_1 : 动力影响系数, 基础面积 $F \leq 10\text{m}^2$, $\mu_1 = 1$; $F > 20\text{m}^2$,

$\mu_1 = 0.8$; $F = 10 - 20\text{m}^2$, 用内插法求 μ_1 ;

β_0 : 荷载影响系数, 自然地面 $\beta_0 = 1$; 受荷载地面 $\beta_0 = 0.3 - 0.6$;

ξ_d : 无量纲系数, 按表 5.11 选用。

表 5.11 系数 ξ_d 值

振动基础半径或当量半径 r_d (m)							
≤ 0.5	1	2	3	4	5	6	≥ 7
0.99—0.85	0.7	0.6	0.55	0.45	0.40	0.35	0.25—0.15

根据实测衰减数据, 可以求得地基土的衰减系数 α_0 , 由 (5.43) 式变换后得:

$$\alpha_0 = \frac{-1}{f_0(r - r_d)} \ln \frac{A_r}{A_0 \beta_0 \sqrt{\frac{r_d}{r} [1 - \xi_d(1 - \frac{r_d}{r})]}} \quad (5.44)$$

§ 5.5 公路质量无损检测

瑞雷波法用于公路质量无损检测, 可以解决如下几方面的问题:

1. 确定层状结构各层的厚度;
2. 计算路面的抗压, 抗折强度;
3. 评价路基的载荷能力;
4. 探测路面中的裂隙;

5. 计算各层介质的动弹性模量(结合纵波资料)。

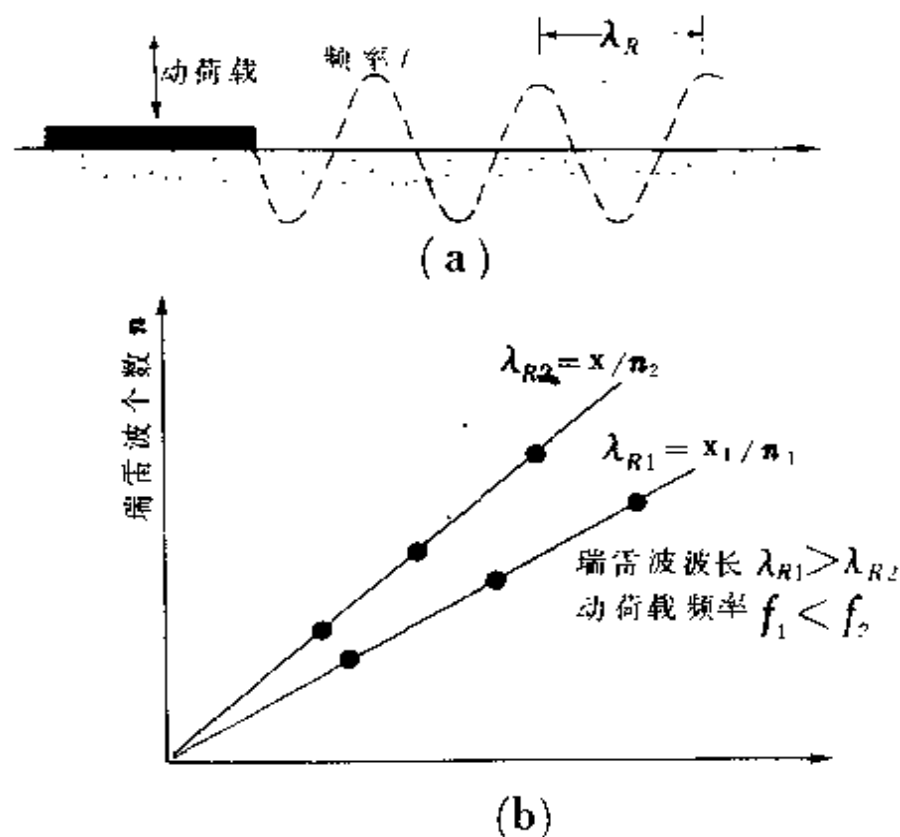


图 5·17 稳态振动法地基检测

一、确定结构层的厚度及探测裂隙

图 5·17 和图 5·18 是引自美国 BrajaM·Das. 著的《土动力学原理》一书中介绍的一个实例。图 5·17 是稳态振动法勘测原理, 图中动荷载为正弦函数荷载, 对放置地面上的圆形平板做竖向激振, 发出瑞雷波沿地面传播, 移动检波器, 使得两检波器的距离恰为一个波长 λ_R , 则 V_R 按下式确定。

$$V_R = f\lambda_R \quad (5 \cdot 45)$$

式中, f : 频率(Hz); λ_R 波长(m)。也可测量给定距离内波的个数, 则 λ_R 由下式确定。

$$\lambda_R = x/n \quad (5 \cdot 46)$$

式中, n : 某一频率 f 在 x 距离内波的个数。

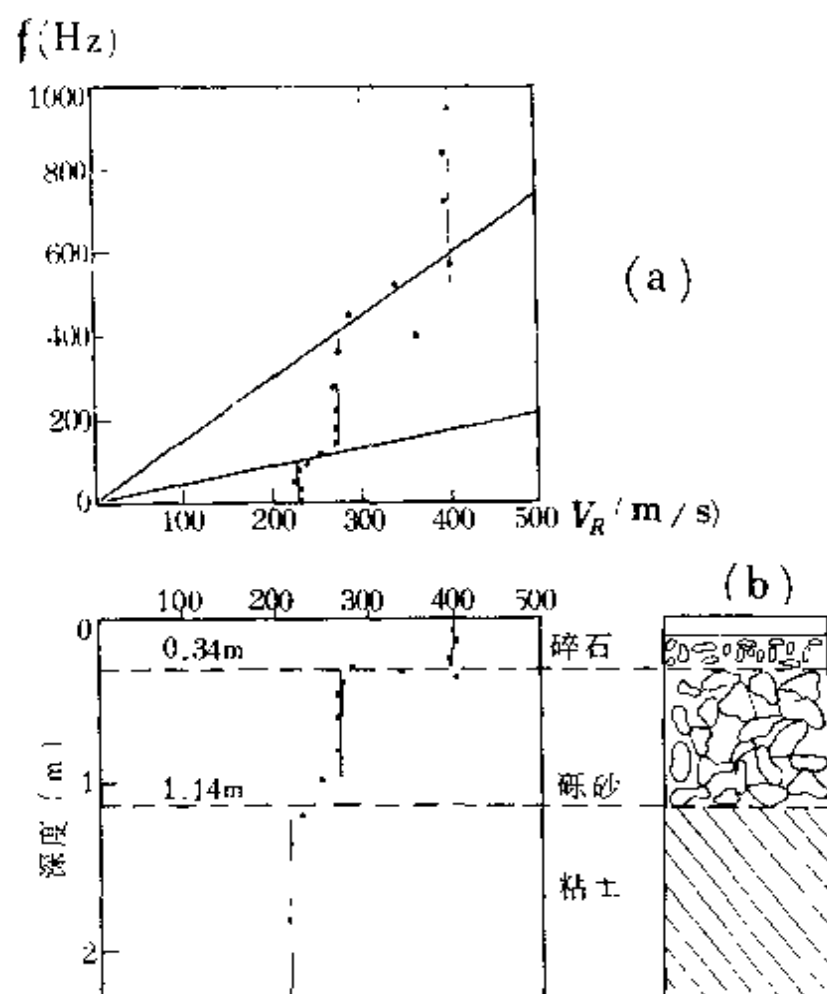


图 5·18 V_R — f 曲线及解释的路面路基厚度

图 5·18 是在路面上的一个测试结果, 图中(a)是实测的 V_R 随频率 f 的变化曲线, 从图中清楚地看出, 高频阶段, 即在 λ_R 较小时, 主要反映了路面的波速, 随着频率降低, 即 λ_R 增大, 速度急剧变小, 主要反映了砾石、砂层以下粘土层的波速。图中(b)是依据 V_R — f 曲线确定的各层的厚度。

图 5·19 是日本 VIC 株式会社《VICGR—810 型机的地下勘探实例集》中介绍的一个实例, 利用 V_R — H 曲线可以推测到混凝土厚度约是 7cm, 用混凝土钻头进行确认, 得知混凝土厚度为 7cm, 与 V_R — H 曲线解释结果完全一致。

图 5·20 是路面厚度和路面裂隙检测实例, 试验是在沥青路

面上进行的,图 5·20(a)是两条实测的 V_R-H 曲线,与国外所介绍的实测曲线形态一致,它反映了路面结构模型的频散曲线变化规律。从 V_R-H 曲线,尤其是从图 5·20(a)中右边的 V_R-H 曲线上,明显地可以解释为:沥青路面厚度为 13cm,路基厚度 27cm。40cm 以下为均匀的第四系地层。这一解释结果与实际情况吻合得很好。图 5·20(c)是不同频带内瑞雷波平均传播速度在路面横向上的变化。已知在图中 0.8—1.2m 间有一宽度为 1cm 的裂隙,其中充填了砂土。在 2000—400Hz 和 1000—800Hz 两个频带内,该处平均 V_R 值均明显降低,使得 \bar{V}_R-x 曲线在裂隙处形成“U”字形。说明路面上裂隙的存在会使 V_R 值显著降低。因此可以用它来评价路面或机场跑道的完整性。

二、水泥路面强度的计算

利用波速计算混凝土强度,已有较成熟的经验公式可以借鉴,

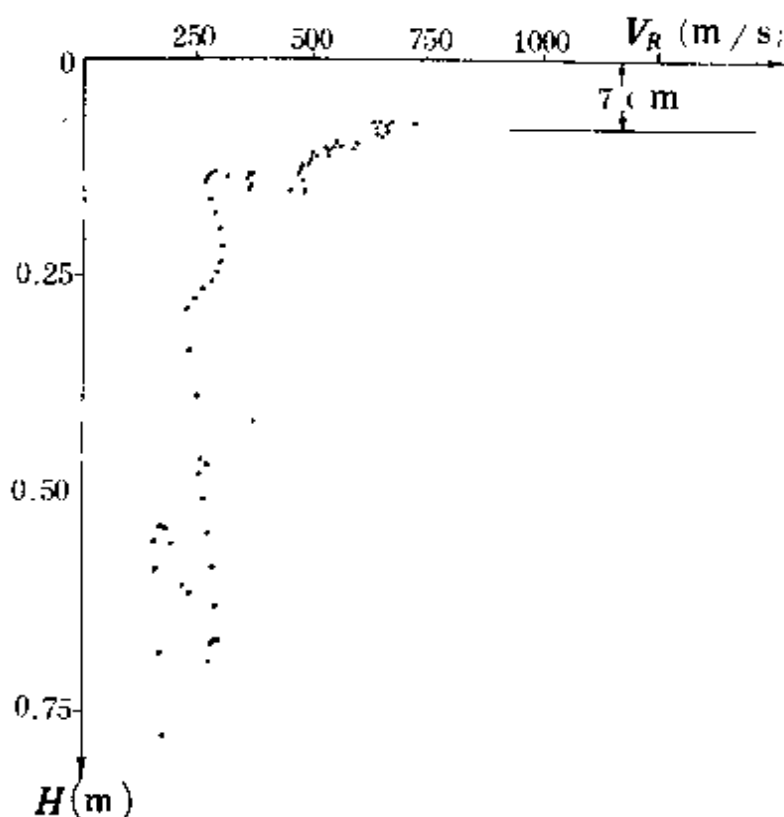


图 5·19 GR—810 型仪器路面厚度探测

但较准确的关系式应在施工现场通过波速与试压强度的对比进行建立,这里所引用的计算公式均摘自参考文献^[23]。

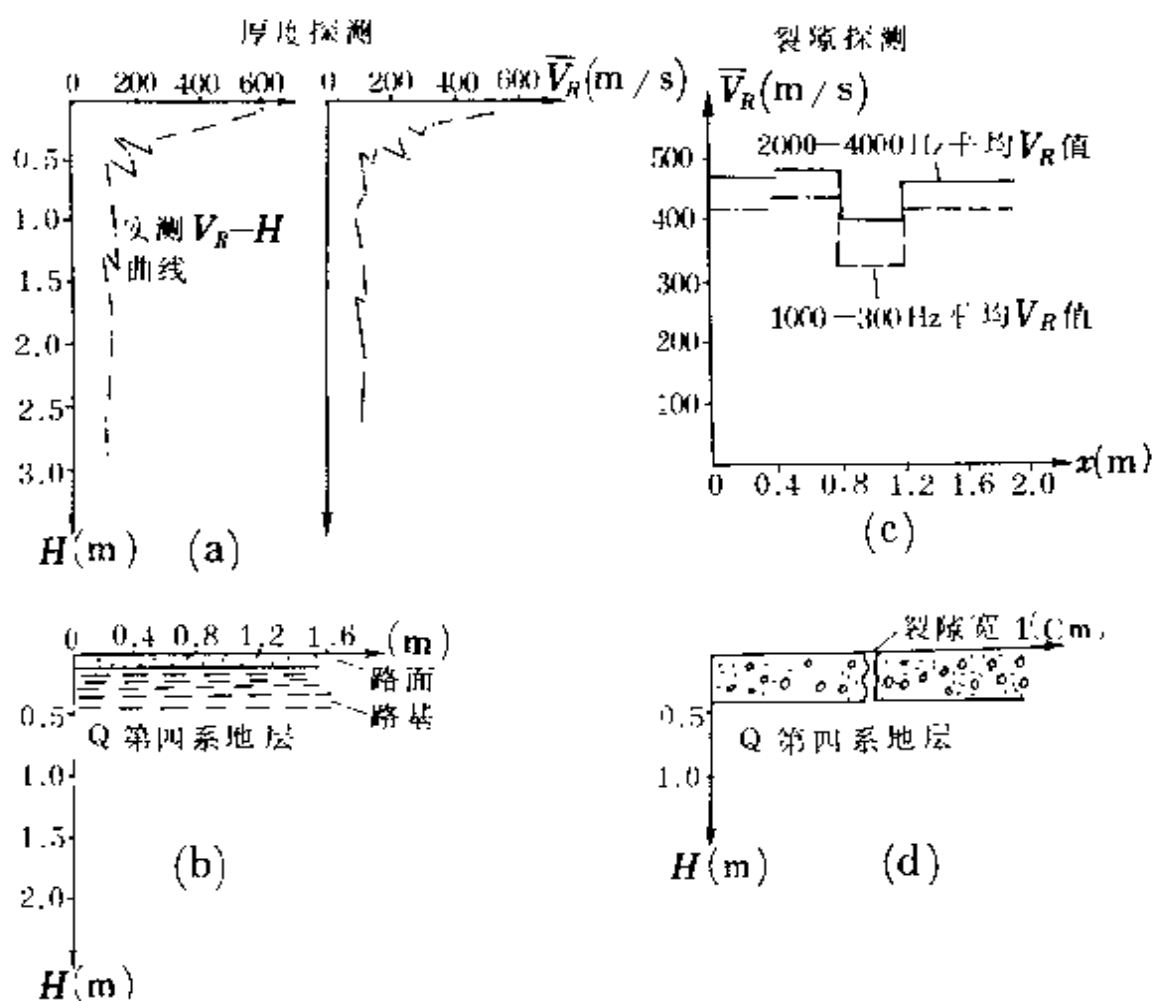


图 5·20 路面厚度及裂缝探测

$$\text{混凝土抗压强度 } R_{\text{压}} = 0.649V_p^{3.94} (\text{MPa}) \quad (5 \cdot 47)$$

$$\text{混凝土抗折强度 } R_{\text{折}} = R_{\text{压}} / (0.0058R_{\text{压}} + 3.5) (\text{MPa}) \quad (5 \cdot 48)$$

式中, V_p : 纵波波速 (km/s)。

已知混凝土材料接近于泊松材料, 即泊松比 σ 为 0.25, V_p 与 V_R 具有如下关系:

$$V_p = 1.8826V_R \quad (5 \cdot 49)$$

利用 (5·47)、(5·48) 和 (5·49) 式计算的路面折压和抗折强

度见表 5·12 中“无损检测结果”栏。对表中计算的抗压和抗折强

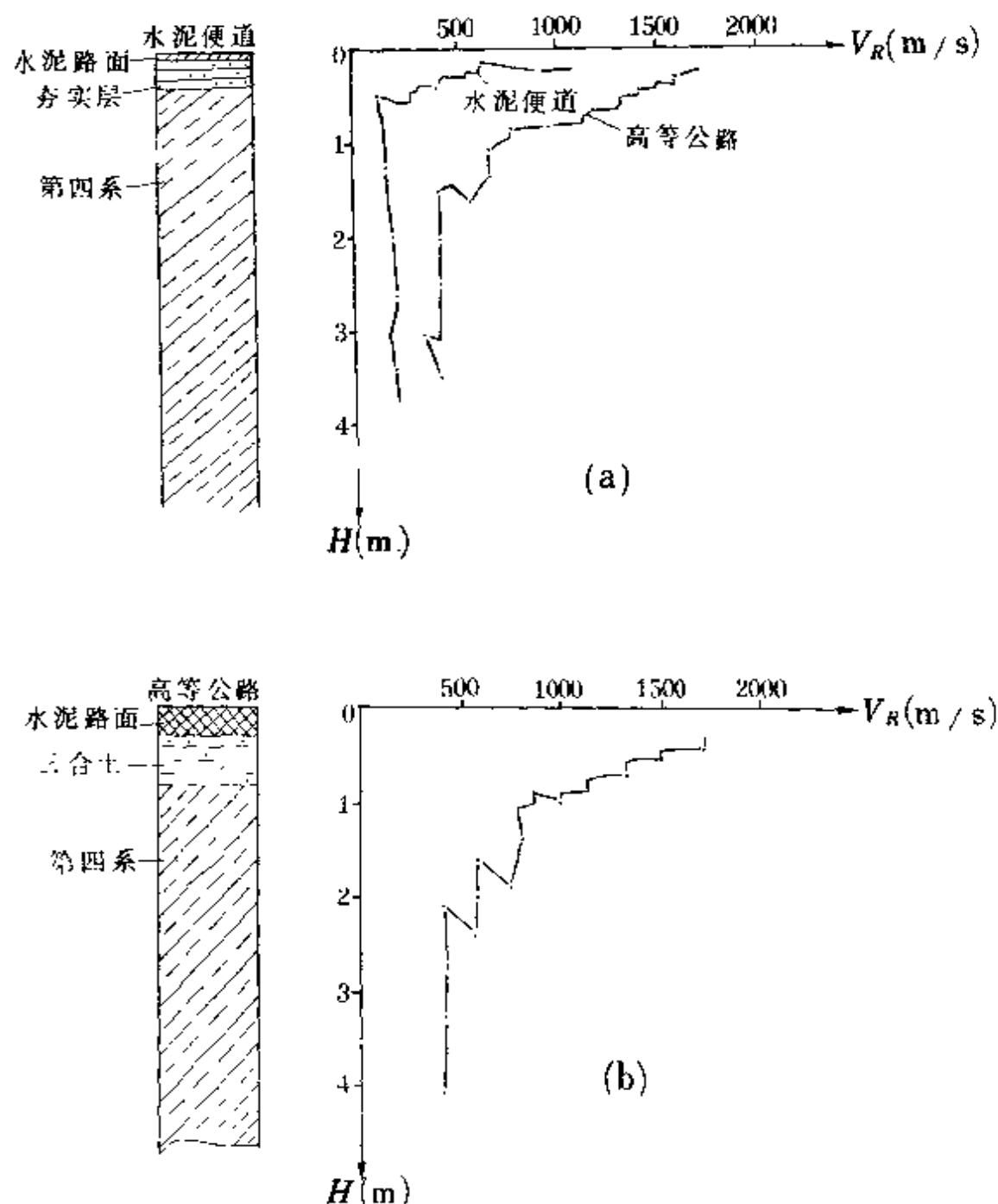


图 5·21 不同路面频散曲线的对比

度应做两点说明，一是试压抗折强度是在施工过程中从混凝土搅拌机中取样得出的，所以两者不能完全对比；二是波速与强度的关系受许多因素影响，如水泥品种，骨料，水灰比，养护条件等。因此，

准确的计算公式应在施工现场建立,应用公式(5·47)进行计算,只是一种较正确的估算。

表 5·12 公路质量无损检测试验资料

编号	试验点位置	钻探与试压 ^①		瑞雷波无损检测结果			
		路面厚 (cm)	抗折 (MPa)	V_R (km/s)	V_P (km/s)	抗压 (MPa)	抗折 (MPa)
a	农机公司北侧	21.3	5.2	1.714	3.227	22.86	6.29
b	消防队	24.2	6.3	1.714	3.227	22.86	6.29
c	福友粮油店	23.2	4.8	1.714	3.227	22.86	6.29
d	富友商店南	24.7	5.3	1.846	3.475	28.63	7.74

①表中“钻探与试压”栏资料,由廊坊市公路管理处提供。

三、高等级公路频散曲线与水泥便道频散曲线的对比

图 5·21 是高等公路与水泥便道实测频散曲线的对比,从图中可以看出,两条曲线具有明显的差异,如当 H 小于 0.5m 时,高等公路的波速较水泥便道的波速差异约为 1000m/s。从图中还可看出,水泥便道的影响深度约为 0.5m,高等公路为 1.5m。实测的水泥便道(质量差)和高等公路(质量好)频散曲线间这种显著的差异,预示着用该方法进行公路质量无损检测是可行的,假设把水泥便道的质量(极差)和高等公路的质量(极优)间划分为 10 个质量等级,每级别波速差异为 100m/s。这样的分辨率无论从仪器设备和方法技术上都是可以实现的。可以预测瑞雷波勘探在公路(或机场跑道等)质量无损检测中会有广阔的应用前景。

§ 5.6 地下空洞和掩埋物探测

当地下存在空洞或掩埋物时,就会影响瑞雷波的传播速度,影响程度与空洞的直径 a ,顶面埋深 H 和波长 λ_R 有关^[26],当 $\lambda_R < H$ 或 $\lambda_R > 5H$ 时,这种影响较小,当 $\lambda_R = (2-3)H$ 时,影响就较大。

一、空洞探测实例

图 5·22 和图 5·23 是引自参考文献^[3]中的两个实例。图 5·22 是无空洞与在空洞上方实测频散曲线的对比。图(a)中是空洞赋存状态,图(b)是无空洞时的频散曲线,图(c)是在空洞上方实测的频散曲线,从图中可以看出,空洞对频散曲线的影响特征为:频散曲线在空洞埋深处出现无规律的跳动,把各点连成曲线,将成为锯齿状曲线。

图 5·23 是旧煤矿矿井的探测实例,图中(a)是工作布置图,激振器距检波器 A 为 2m, A、B 间距 0.5m,然后按 0.5m 间隔移动 B,形成 AB、AB'、AB''……AB'''' 的 6 种间距施测频散曲线。图中(b)是实测的 6 个间距的频散曲线,曲线 B 为 AB 间隔的曲

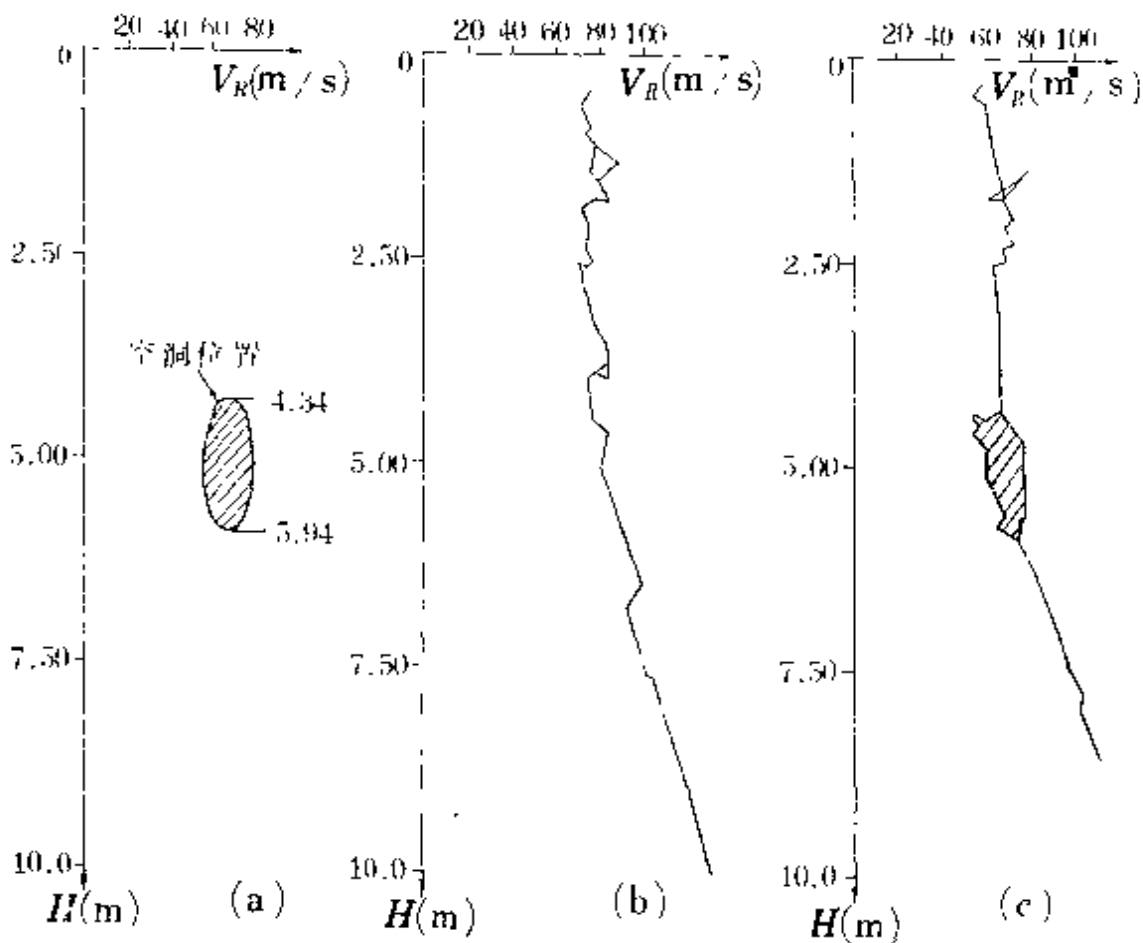


图 5·22 空洞对瑞雷波频散曲线的影响

线,因该间隔内没有空洞,频散曲线几乎为直线,从 AB' 开始, B 检波器进入空洞上方,曲线开始出现锯齿状跳动, AB''''' 间隔已横跨空洞,空洞的影响就开始减小。

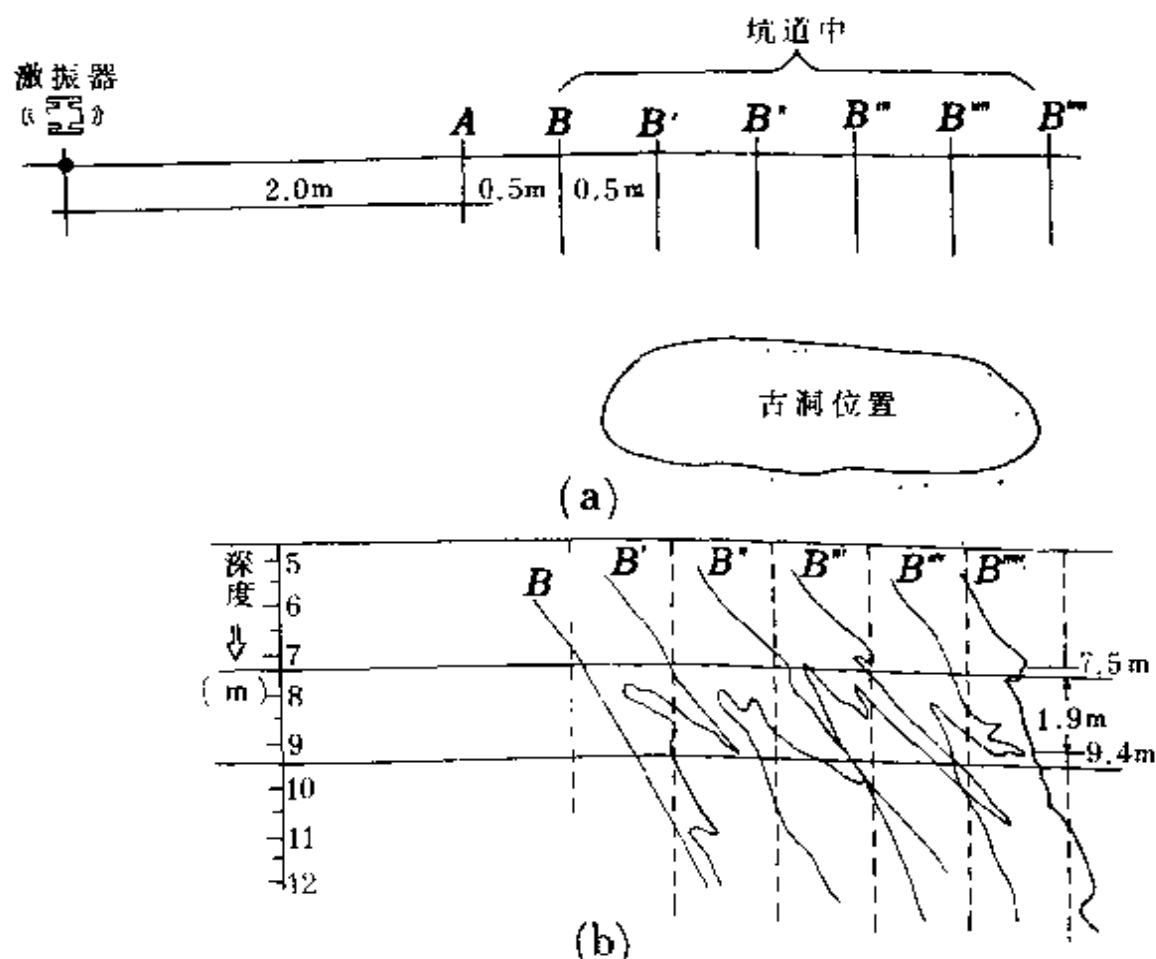


图 5·23 空洞探测

二、掩埋物探测实例

地下掩埋物在频散曲线上产生类似于空洞存在时的异常,只是土体中的掩埋物波速一般较土体高,所以,使得在掩埋物上方的 V_R 值较没有掩埋物时增大。

图 5·24 是地下埋设物的探测实例,图中(a)是地下埋设物深度和大小形状,(b)有两条频散曲线, $No1$ 曲线是在无埋设物的场地实测的, $No2$ 是在埋设物的上方进行探测得到的。重叠的两条曲线可清楚地看出,在埋设物的上面和下面,曲线基本吻合,在埋

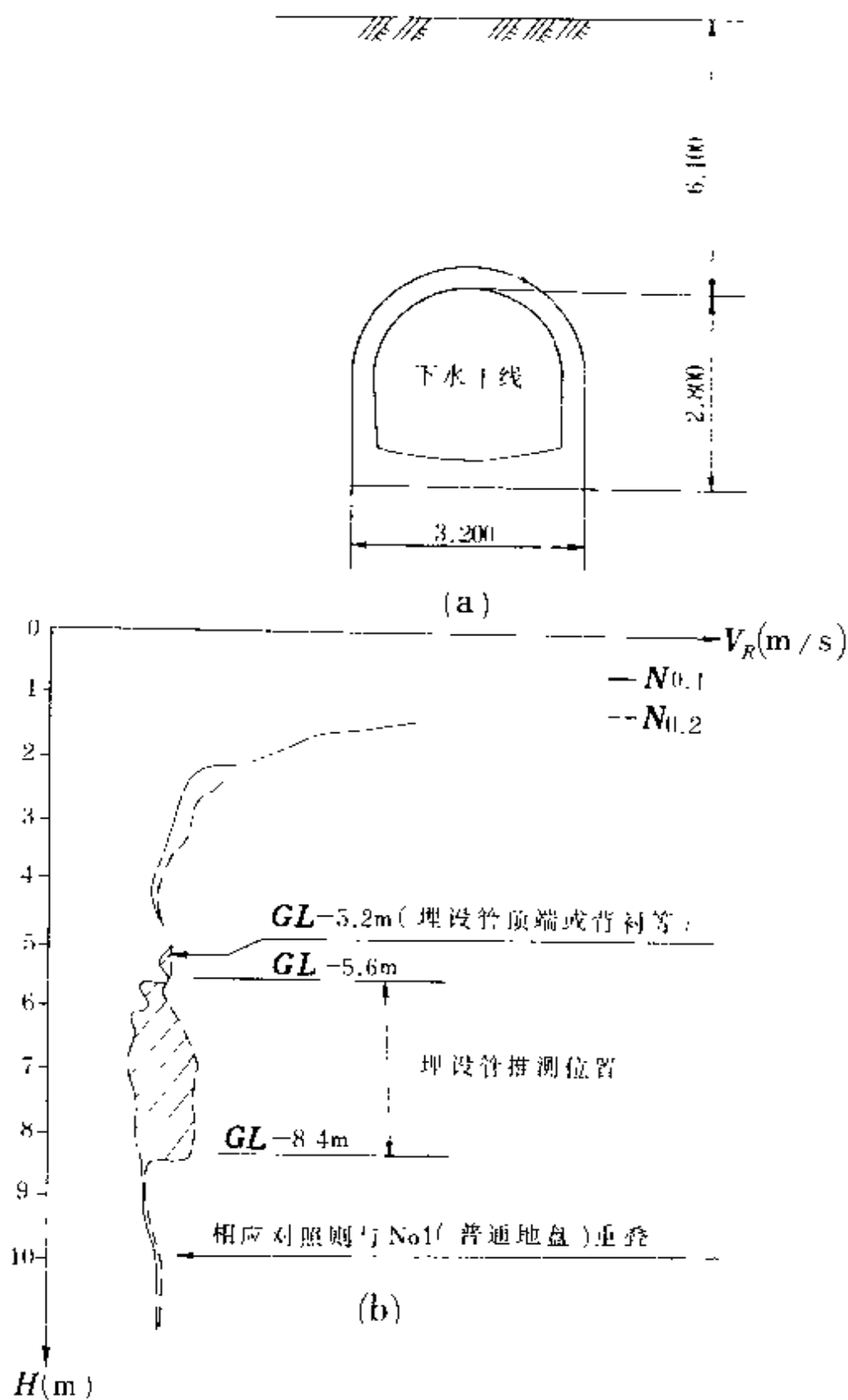


图 5·24 地下埋设物探测

设物的范围内,两条曲线具有明显的差别。

图 5·25(a)(b)分别是在相距 10m 左右的两条测线上,横跨

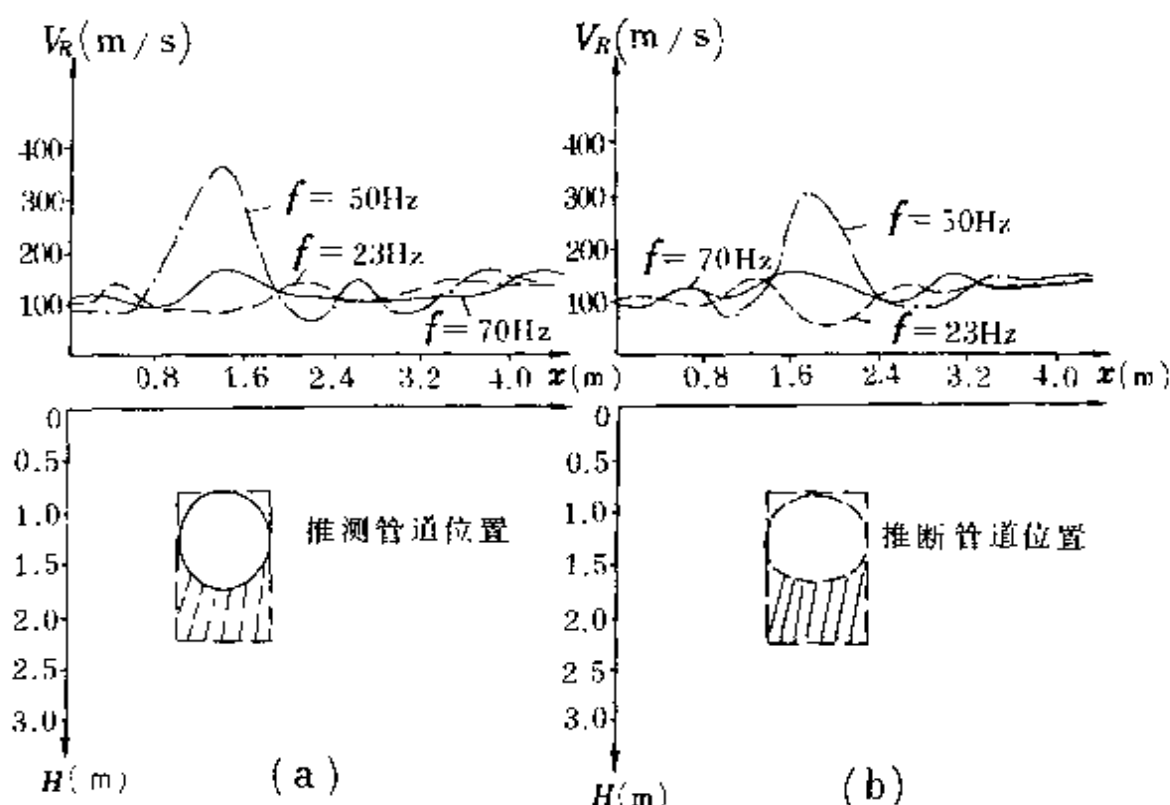


图 5·25 地下管道探测

管道实测的三个频点的速度 V_R 在横向方向的变化曲线。频率降至 70Hz 时,管道上方速度有稍微的增高,频率为 50Hz 时,管道上方速度高达 350m/s,而两侧速度只有 100m/s 左右,频率降至 23Hz 以下时,速度趋于一致了,因此用该处正常地层的平均速度 $V_R=100\text{m/s}$,利用 70Hz 和 23Hz 的速度值分别确定管道的上下边界,利用 50Hz 曲线确定管道的水平位置。两处解释推断的管道位置如图 5·25 所示。已知该处管道埋深 0.9m,直径约 1m,底座厚度不详,解释的管道顶部埋深为 0.8m,与实际情况误差 0.1m。

§ 5.7 其它方面的应用

瑞雷波勘探可有效地用于解决前面几节介绍的地质问题

外,还可以在工程中许多问题上得到应用,如滑坡调查,确定可能的滑动面深度和面积;堤坝危险性预测;桩基入土长度;对机场跑道,高等公路的质量随年代变化的连续监控等等。相信随着理论和方法技术研究程度的不断深化,新型仪器的问世,还会开拓出新的

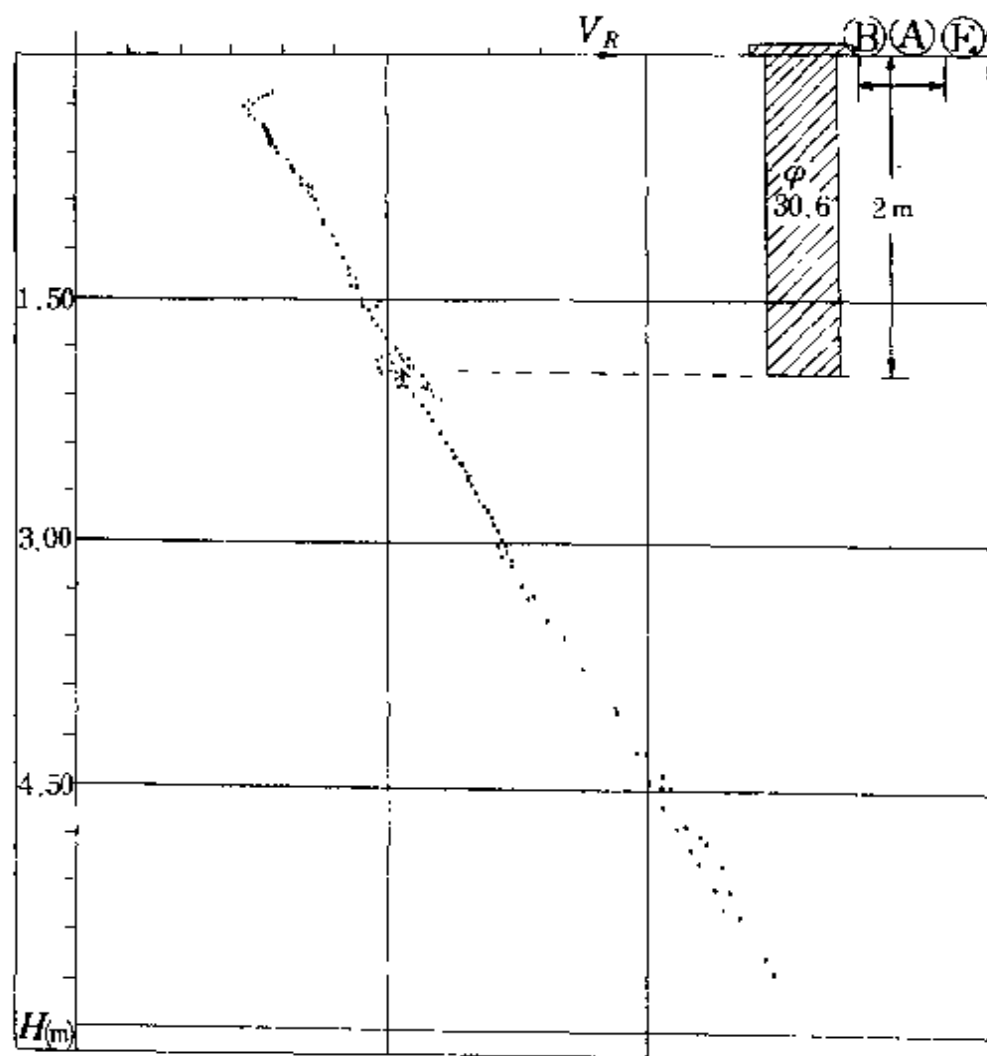


图 5·26 确定桩基入土长度

应用领域。

图 5·26 是确定桩基入土长度的一个实例,从图中可以清楚地看到频散曲线在桩基的底部出现明显的异常。

结 束 语

为适应“瑞雷波法推广”项目工作的需要,匆匆地编写了这本小册子——《瑞雷波勘探》。近几年来,虽然作者们一直致力于瑞雷波勘探理论、方法技术和资料的定量解释等方面的研究。但限于水平,作为一本《瑞雷波勘探》专业书,自感还存在如下几方面不足:

1. 在理论基础方面:只研究了平面瑞雷波在层状介质条件下的频散特性,书中没有讨论点源产生的柱面瑞雷波,而两者之间是否会存在差别,这是一个应该搞清楚的问题。对存在低速软弱夹层时,频散曲线的特征讨论的也不够深入。

2. 资料的定量解释方面:仅研究了二层、三层介质条件下,频散曲线的定量解释方法。更多层的定量解释方法还应该继续推导。

3. 方法技术方面,重点讨论了稳态法用于解决浅部问题的一般性的方法技术。用于不同勘探目的的方法技术,讨论的不够细致。同时,对于瞬态法及利用天然地震记录中的瑞雷波研究深部地质构造的方法技术,限于作者的经历,阐述的也不够具体和实用。

4. 应用研究方面,重点介绍了作者们在实际工作中涉及的应用实例。对用于研究深部地质问题和瞬态法的应用实例没有涉及。

上述问题将是我们今后工作中的研究方向,希望感兴趣的同行们共同努力使之尽快趋于完善。

瑞雷波法用于解决浅部工程地质问题,虽然在国内只有短短的几年时间,但该方法以其浅层分辨率高,应用范围广,方便,快速等优点,引起了我国有关部门的高度重视,如我国铁道部和西安煤研院分别于1987年和1988年花巨额外汇从日本引进了GR-810仪器系统,而国内更多的单位是立足国内条件,配制适用仪器,开展了该方法的理论和应用研究。种种迹象表明,该方法将会在如下几方面得到较快发展。

1. 在国内将会得到普遍的推广应用:最近几年,瑞雷波法以其特有的新颖性,解决问题的多样性,理论问题的复杂性引起了国内许多单位的重视和兴趣,其中有院校,如浙江大学,中国地质大学,河北地质学院等。有科研部门,如冶金部建筑研究总院,地科院地球物理所,南京水利科学院等。有生产部门,如河北物探大队,铁道部第四设计院物探队,冶金部沈阳勘察研究院,上海勘察院等。涉及的行业有地矿、城建、冶金、水电、铁路、公路交通等。所有这些。足以使人相信,不久的将来,该方法在国内将得到普遍的推广应用。

2. 瞬态激振法和稳态激振法将并行发展:瞬态法振源简单,生产效率高。稳态法分辨率高,资料较直观可靠,两种方法都有各自的优缺点,将会受到人们同样的重视而发展。

3. 仪器设备的进步:稳态振源中的等幅信号将会被变幅信号所代替。除电磁激振器外,可能会研制出大功率的低频液压激振器。信号记录仪除发展测量时间差的仪器外,还会研制出测量相位差的仪器,在未来的几年内,专用的国产瑞雷波勘探仪器将会问世。

4. 解释方法的发展:大量的计算工作将由计算机所代替,对资料的解释将会自动化,尤其是正反演拟合技术将会成熟。同时,有发展前景的解释方法将是人机对话的方式,因为全部依赖计算机和数学公式去反演,可能会得出与实际情况相差甚远的结果,因此,自动化解释程序中一定应有不同程度的人为干预。

5. 应用范围将会更加广泛:除单独应用瑞雷波波速外,横波、纵波速度与瑞雷波速度间的关系也将得到利用,同时,瑞雷波的衰减特性,椭圆率的变化也将得到利用。各种信息的综合利用,必将开拓出方法的新的应用领域。

我们愿与同行们一起共同来推动瑞雷波勘探在国内的发展。

附录 瑞雷波频散曲线正、反演程序^[6]

该程序用 FORTRAN77 语言编制,可在 UNIX 和 DOS 操作系统下运行。

一、正演程序

瑞雷波频散曲线的正演程序是在给定各层介质的 V_{sm} 、 V_{pm} 、 H_m 、 ρ_m 的条件下,计算不同频率时的瑞雷波传播速度 V_R 的程序,即解 $F(V_R, f) = 0$ 的根。

(一) 程序中主要变量及说明:

GS(10)——各层介质厚度 H_m 数组;

GZ(10)——各层介质纵波速度 V_{pm} 数组;

GH(10)——各层介质横波速度 V_{sm} 数组;

GM(10)——各层介质密度 ρ_m 数组;

T(30)——计算的瑞雷波周期数组;

VC(30)——计算出的瑞雷波传播速度 C 的数组(程序中 C 为传播速度);

N——总层数;

CZC—— C 的初值;

OMG——圆频率 $\omega = 2\pi/T$;

ROOT(H, E, RT)——求频散方程根的子程序;

FRAYL(C)——计算瑞雷波频散函数子程序,其中哑变量 C 为待求的瑞雷波速度;

$GZ(m) = V_{pm}^2$; $HZ(m) = V_{sm}^2$; $SGZ(m) = V_{pm}^2$; $SHZ = V_{sm}^2$; $EPSO(m) = \rho_{m+1}/\rho_m$; $EPSOO(m) = 2(V_{sm}^2 - EPSO(m)V_{sm-1}^2)$; $EPSIL = (-1)^{(n-1)}\rho_1^2/2V_{sn}^2\rho_n^2V_{pn}^2$ 。

(二) 计算步骤:

1. 给定参数:设计多层介质模型,给定层数 N 及各层的 V_{sm} 、 H_m 、 ρ_m 和 V_{pm} ;需要计算的频率范围及频率值 f_i ;

2. 赋初值和迭代终止值:计算时需给出迭代初值 C_1 , 取 $0.9V_{s1}$ 。迭代终止值 E 根据要求的计算精度赋值,如要求计算误差小于 0.1cm/s , 则 E 可赋值 0.01cm/s ;

3. 线性插值法迭代过程:利用给定的初值 C_1 和某一频率 f_0 , 计算频散函数 $F(C_1, f_0) = F_1$, 用搜索法选定 C_2 值, 计算 $F(C_2, f_0) = F_2$, 若 F_1 与 F_2 同号, 则重新选定 C_2 值, 若 F_1 与 F_2 异号, 则按公式 $C_3 = C_2 - F_2 \frac{C_2 - C_1}{F_2 - F_1}$, 计算 $F(C_3, f_0) = F_3$, 比较 F_3 与 F_2 是否同号, 依次迭代下去, 直到 $|C_{i+1} - C_i| \leq E$, 这时终止迭代, C_{i+1} 作为频率为 f_0 条件下的瑞雷波传播速度;

4. 重复计算:给定 f_{i-1} 重做(2)、(3)步骤, 计算出 f_{i+1} 条件下的瑞雷波传播速度, 最终得到所有频率值条件的 C 值, 即瑞雷波传播速度随频率的变化——频散曲线。

(三) 正演程序列表

瑞雷波频散曲线正演计算程序清单

```
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
DIMENSION GS(10),GZ(10),GH(10),GM(10),
& T(30), CV(30),QV(30)
COMMON/NP/N,CZC/TA/GS,GZ,GH,GM,OMG
OPEN(1,FILE='pldat')
READ(1,*)(T(I),I=1,30)
CLOSE(1)
N=2
T(1)=200
DO I=1,30
T(I)=1/T(I)
END DO
GS(1)=0.003
```



```

      GZ(2)=0.3
      GH(2)=0.1
      GM(2)=1.7
      GZ(1)=0.80
      GH(1)=0.3
      GM(1)=2.0
c      WRITE(5,350)(GS(I),GZ(I),
&      GH(I),GM(I),I=1,N)
350      FORMAT(11X,F7.1,19X,F7.2,
&      27X,F7.2,20X,F7.2)
      WRITE(*,500)
500      FORMAT(15X,'PERIOD',
&      8X,'PFISE VELOCITY',12X,
&      'GROUP VELOCITY',/)
      CZC=0.8*GH(1)
      DO 200 I=1,30
      OMG=6.283185307d0/T(I)
      CALL ROOT(1d-2,1d-8,CV(I))
      PRINT*,I,T(I),CV(I)
      CZC=CV(I)-2d-2
200      CONTINUE
      OPEN(10,FILE='TVU')
      WRITE(10,100)(T(I),CV(I),I=1,30)
c      WRITE(*,100)(T(I),CV(I),I=1,30)
100      FORMAT(10X,F10.2,9X,F15.9)
      END
      SUBROUTINE ROOT(H,E,RT)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      COMMON/NP/N,CZC
      W=0.0

```

```

      X=CZC
      F0=FRAYL(X)
4      X=X+H
      F1=FRAYL(X)
      IF((F1/F0).GT.0.0) GOTO 101
      FA=F0
      FB=F1
      A=X-H
      B=X
1      C=B-(A-B)*FB/(FA-FB)
      IF(W)5,7,5
7      W=1.0
      GOTO 6
5      IF(DABS(C1-C).LT.E)GOTO 3
6      C1=C
      FC=FRAYL(C)
      IF((FC/FA).GT.0.0) GOTO 2
      FB=FC
      B=C
      GOTO 1
2      FA=FC
      A=C
      GOTO 1
3      RT=C
      GOTO 102
101     F0=F1
      IF(X-10.0)4,102,102
102     RETURN
      END
      FUNCTION FRAYL(C)

```

```

      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,
&    K,L,O-Z)
      DIMENSION GS(10),GZ(10),
&    GH(10),GM(10),EP(10),
&    PS(10),Z2(10),H2(10)
      COMMON/NP/N,CZC/TA/GS,GZ,GH,GM,OMG
      CSQ=C * * 2
      XK=OMG/C
      GAMMA1=2.0d0 * GH(1) * * 2/CSQ
      GAM1M1=GAMMA1-1.0d0
      UKNP=-GAMMA1 * GAM1M1
      VKNP=0.0d0
      WKNP=GAM1M1 * * 2
      RKNP=GAMMA1 * * 2
      SKNP=0.0d0
      ZPS2=GZ(N) * * 2
      HPS2=GH(N) * * 2
      PMD2=GM(N) * * 2
      EPSIL=(-1) * * (N-1) * GM(1) * * 2
&    /(2 * ZPS2 * HPS2 * PMD2)
      N1=N-1
170    DO 230 M=1,N1
      H2(M)=GH(M) * * 2
      EP(M)=GM(M+1)/GM(M)
      PS(M)=2d0 * (H2(M)-EP(M) * GH(M+1) * * 2)
      EPS15=-EP(M)
      EPS1=PS(M)/CSQ
      EPS2=EPS1-1.0d0
      EPS3=EPS1-EPS15
      EPS4=EPS2-EPS15

```

```

THKKM=GS(M) * XK
Z2(M)=GZ(M) * * 2
ARGALM=1. 0d0—CSQ/Z2(M)
IF(ARGALM. GE. 0. 0) GOTO 190
RALPHM=DSQRT(—ARGALM)
PM=THKKM * RALPHM
SINPM=DSIN(PM)
ZETA1=DCOS(PM)
ZETA3=RALPHM * SINPM
180  ARGBTM=1. 0—CSQ/H2(M)
IF(ARGBTM. GE. 0. 0) GOTO 200
RBETAM=DSQRT(—ARGBTM)
PRINT * ,RBETAM
QM=THKKM * RBETAM
SINQM=DSIN(QM)
ZETA2=DCOS(QM)
ZETA5=RBETAM * SINQM
GOTO 210
190  RALPHM=—DSQRT(ARGALM)
EXPPPM=0. 5d0 * DEXP(THKKM * RALPHM)
EXPMPM=1D+10 * 0. 25d0/(EXPPPM * 1D+10)
SINPM=EXPPPM—EXPMPM
ZETA1=EXPPPM+EXPMPM
ZETA3=—RALPHM * SINPM
GOTO 180
200  RBETAM=—DSQRT(ARGBTM)
EXPPQM=0. 5d0 * DEXP(THKKM * RBETAM)
EXPMQM=0. 25d0/EXPPQM
SINQM=EXPPQM—EXPMQM
ZETA2=EXPPQM+EXPMQM

```

```

      ZETA5=-RBETAM * SINQM
210   ZETA4=SINPM/RALPHM
      ZETA6=SINQM/RBETAM
      ZETA7=ZETA1 * ZETA2
      ZETA8=ZETA1 * ZETA5
      ZETA9=ZETA1 * ZETA6
      UKN=2.0d0 * UKNP
      VKN=VKNP
      IF((2 * (M/2)).EQ. M)GOTO 220
      XKNP=ZETA4 * (ZETA2 * VKNP
&   +ZETA6 * WKNP)
      &   -ZETA7 * RKNP+ZETA9 * SKNP
      ZKNP=ZETA8 * VKNP
&   -ZETA7 * WKNP+ZETA3 *
&   (ZETA5 * RKNP+ZETA2 * SKNP)
      UKNP=- (EPS1 * EPS4+EPS2 * EPS3) * UKNP
&   +EPS2 * EPS4 * XKNP+EPS1 * EPS3 * ZKNP
      VKNP=EPS15 * (ZETA4 * (ZETA5 * VKNP-
&   ZETA2 * WKNP)-ZETA8 * RKNP
&   -ZETA7 * SKNP)
      SKNP=EPS15 * (-ZETA7 * VKN-ZETA9 * WKNP
&   -ZETA3 * (ZETA2 * RKNP
&   -ZETA6 * SKNP))
      WKNP=EPS2 * (EPS2 * XKNP-EPS1 * UKN)
&   +EPS1 * EPS1 * ZKNP
      RKNP=EPS4 * (EPS4 * XKNP-EPS3 * UKN)
&   +EPS3 * EPS3 * ZKNP
      GOTO 230
220   KKNP=ZETA9 * VKNP+ZETA7 * WKNP
&   -ZETA4 * (ZETA6 * RKNP-ZETA2 * SKNP)

```

```

      LKNP=ZETA3 * (ZETA2 * VKNP
&  -ZETA5 * WKNP)
&  +ZETA7 * RKNP+ZETA8 * SKNP
      UKNP=-(EPS1 * EPS4+EPS2 * EPS3) * UKNP
&  +EPS2 * EPS4 * KKNP
&  +EPS1 * EPS3 * LKNP
      VKNP=EPS15 * (ZETA3 * (ZETA6 * VKNP+
&  ZETA2 * WKNP)+ZETA9 * RKNP
&  -ZETA7 * SKNP)
      SKNP=EPS15 * (-ZETA7 * VKN+ZETA8 * WKNP
&  +ZETA4 * (ZETA2 * RKNP
&  +ZETA5 * SKNP))
      WKNP=EPS4 * (-EPS4 * KKNP+EPS3 * UKN)
&  -EPS3 * EPS3 * LKNP
      RKNP=EPS2 * (-EPS2 * KKNP+EPS1 * UKN)
&  -EPS1 * EPS1 * LKNP
230  CONTINUE
240  RALPHN=-DSQRT(1.0d0-CSQ/ZPS2)
C    RBETAN=-DSQRT(1.0d0-CSQ/HPS2)
      RBETAN=-DSQRT(CSQ/HPS2-1.0)
      RALRBT=RALPHN * RBETAN
      EPSILN=EPSIL * CSQ * * 2/RALRBT
      IF(2 * (N/2).EQ.N)GOTO 250
      FRAYL=EPSILN * (-VKNP * RBETAN+WKNP
&  -RKNP * RALRBT-SKNP * RALPHN)
      GOTO 260
250  FRAYL=EPSILN * (VKNP * RALPHN+RKNP
&  -WKNP * RALRBT+SKNP * RBETAN)
260  RETURN
      END

```

(四) 计算实例

模型参数: 层数 $N=3$, $V_{P1}=300\text{m/s}$, $V_{S1}=100\text{m/s}$, $\rho_1=1.8\text{g/cm}^3$, $H_1=2\text{m}$; $V_{P2}=450\text{m/s}$, $V_{S2}=150\text{m/s}$, $H_2=5\text{m}$, $\rho_2=1.9\text{g/cm}^3$; $V_{P3}=700\text{m/s}$, $V_{S3}=225\text{m/s}$, $\rho_3=2.0\text{g/cm}^3$ 。计算结果如下表:

频散计算结果表

$f(\text{Hz})$	$V_R(\text{m/s})$	$f(\text{Hz})$	$V_R(\text{m/s})$	$f(\text{Hz})$	$V_R(\text{m/s})$	$f(\text{Hz})$	$V_R(\text{m/s})$
150	94.7	26	106.3	13	140.9	7.0	189.0
100	94.7	24	109.9	12	145.9	6.6	191.4
80	94.8	22	114.4	11	152.3	6.2	193.5
60	95.0	20	119.7	10.5	156.3	5.8	195.3
50	95.5	19	122.5	10	160.8	5.4	196.8
45	96.0	18	125.2	9.5	165.7	5.0	198.2
40	96.9	17	127.9	9.0	171.0	4.6	199.5
35	98.5	16	129.3	8.5	176.2	4.2	200.6
30	101.6	15	133.7	8.0	181.0	3.5	202.5
28	103.6	14	137.0	7.5	185.3	3.0	203.7

二、反演程序

反演程序是根据实测的瑞雷波频散曲线反演计算各层横波速度和厚度的程序。

(一) 程序中的主要变量及说明

FP(10)——各层的纵波速度数组。

FR(10)——各层的密度数组。

T(30)——实测或理论频散曲线的周期数组。

QBDIS(30)——实测瑞雷波速度数组

GH(10)——做正演计算时为各层的横波速度;做反演计算时为相应的初值。

- LX(20),BT(20)——这是两个配合使用的数组,做反演计算时,BT 数组中分别按 V_{S1}, H_1, V_{S2}, H_2 顺序将各层的横波波速及厚度存放入内。LX 数组为对应的标志数组,若对应于 BT 数组中,某一变量的值为 0,表示此变量在反演过程中变化。若取 1,则对应变量在反演过程中不变化。
- ZQNE(20)——由 BT 数组中挑选出来排列的 V_s 及 H 值数组,先为初始值,反演结束后为计算值。
- ZQNEO(20)——由 BT 数组中挑选出来的 V_s 及 H 数组,一直保留不变,最后做为模型的初值输出。
- L——根据实测频散曲线确定的分层数。
- M——频散曲线的实测频点数。
- N——反演计算中待变化的参数数目。
- EA——反演计算中目标函数的精度要求。
- BL,BU——地下介质平均波速 \bar{V}_s 的限制范围,BL 为 \bar{V}_s 的下限,BU 为 \bar{V}_s 的上限。
- HL,HU——分别表示分层介质的总厚度 H 的限制范围,HL 为下限,HU 为上限。
- DISRAY(X)——计算瑞雷波频散曲线的子程序,其中 X 表示层参数 V_{sm} 和 H_m 。
- GZ(10)——各层介质的纵波速度 V_p 值。
- GZ(10)——各层介质的密度 ρ 值。
- CV(30)——计算瑞雷波速度理论值。
- OMG——圆频率 $\omega = 2\pi/T$ 。
- CZC——用线性函数迭代求根的初值。
- JP——控制变量,作反演计算时,若 $JP=0$ 仅输出中间计算结果。
- CONFINE(X)——反演过程中约束各层介质参数的子程序。
X 为各层 V_{sm} 和 H_m 。根据实测频散曲线

的变化选定。

HSUM——多层介质总厚度,根据实测频散曲线选定。

BEAN——横波波速加权平均值。由计算者选定。

MAQT(X,PLMDO,KENN,S,ITFR)——阻尼最小二乘法子程序。其中X开始表示层参数 V_{sm} 和 H_m 的初值,计算结束时为修定后的层参数,PLMDO为阻尼因子初值;KENN为反演迭代过程终止的特征整型参量,有四种情况,等于0时,满足精度要求结束,等于1时,迭代过程达最大次数(程序中规定30次)而结束;等于-1时,标志搜索极小值过程已失效;等于-2时,解求修正量 ΔX 的线性方程组失效;S为反演结束时残差平方和;ITFR为迭代次数。

LDLT(ISW)——用CHOLESKY方法解系数矩阵为正定对称的线性方程组的子程序。ISW=0表示无解,ISW=1表示方程有解。

ROOT(H,E,RT)——求根子程序,意义同正演程序。

FRAYL(C)——计算瑞雷波频散函数子程序。

CALSRC(C)——计算协方差矩阵及分辨矩阵的子程序。

GJI(N,A,ISW)——对称矩阵求逆子程序。其中N为对称矩阵A的阶数。ISW=0求逆失败,ISW=1求逆成功。

(二) 反演步骤

1. 给定初值:根据实测频散曲线的变化规律,做出定性解释,即确定出可能的层数及各层横波速度和厚度的变化范围。选择反演开始时的各层横波和厚度的初值。纵波速度和密度的取值参照§4·7节中介绍的方法。

2. 反演计算过程中变量的限制

(1)变量的允许变化范围:根据勘探场地的地质条件和实测瑞雷波速度的大小,给出地下介质平均波速的限制范围。根据实测频

率曲线可能达到的最大深度,给出分层介质总厚度的变化范围。在计算过程中,如某一变量超出该范围,程序会自动使其归位,并保证迭代过程的收敛。

(2)反演结果的精度要求:反演过程可按下述两个标准终止迭代,一是参数 X 修正量的相对值小于某 ϵ_1 值

$$\frac{\sum_{i=1}^n |\Delta x_i|}{\sum_{i=1}^n x_i} \leq \epsilon_1$$

二是计算的理论和实测值的残差平方和小于某一 ϵ_2 值

$$\sum_{i=1}^m [V_{R(i),X} - V_{R(i),Y}]^2 \leq \epsilon_2$$

ϵ_1 和 ϵ_2 可根据实测频散曲线的精度或反演结果的允许误差事先给定。

3. 检查:对计算的理论频散曲线和实测频散曲线进行对比。检查二者的吻合性,尤其是曲线拐点处,因为在拐点处存在不吻合,可能是分层数不正确所致。

4. 终止:通过检查,结果满意即可终止,存在问题,则重做 1、2、3 步骤,直至满意而终止。

(三) 反演源程序列表

瑞雷波频散曲线正演计算程序清单

```
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
DIMENSION FP(10),FR(10),
& T(30),OBDIS(30),F(30),GS(10),
& GH(10),ZONEO(40),ZONE(40),LX(40),BT(40)
COMMON/K/KK,KPG/NM/N,M,
& /FPR/FR/OBD/OBDIS/TF/T,F
& /LB/LX,BT/TB/GS,GH/BH/BL,
& BU,HL,HU/E/EA/L/L,NL
PRINT *, 'INPUT KK = '
```

```

READ * ,KK
PRINT * , 'PRINT KPG = '
READ * ,KPG
PRINT * , 'L = ,M = , '
READ * ,L,M
PRINT * , 'BL = ,BU = '
READ * ,BL,BU
PRINT * , 'HL = ,HU = '
READ * ,HL,HU
PRINT * , 'EA = '
READ * ,EA
1111 OPEN(1,FILE='THBE')
READ(1, * )(GS(I),GH(I),FR(I),I=1,L)
CLOSE(1)
WRITE(*, * )(GS(I),GH(I),FR(I),I=1,L)
DO I=1,L
GS(I)=GS(I)/1000
GH(I)=GH(I)/1000
END DO
DO 100 I=1,L
BT(2 * I-1)=GH(I)
ZONE(2 * I-1)=GH(I)
ZONEO(2 * I-1)=GH(I)
BT(2 * I)=GS(I)
ZONE(2 * I)=BT(2 * I)
ZONEO(2 * I)=BT(2 * I)
100 CONTINUE
IF(KK.NE.0) GOTO 111
CALL DISRAY(ZONEO)
PAUSE 1111

```

```

      GOTO 1111
111  OPEN(2,FILE='OBD')
      READ(2,*)(T(I),OBDIS(I),I=1,M)
      DO I=1,M
      OBDIS(I)=OBDIS(I)/1000
      END DO
      CLOSE(2)
      NL=2*L
      OPEN(3,FILE='LX')
      READ(3,*)(LX(I),I=1,NL)
      CLOSE(3)
      J=0
      DO 7 I=1,NL
      IF(LX(I).NE.0)GOTO 7
      J=J+1
      ZONE(J)=BT(I)
      ZONEO(J)=BT(I)
7    CONTINUE
      N=J
      WRITE(*,888)BL,BU,HL,HU
888  FORMAT(/10X,'INVERSION
&  FOR RAYLEIGH WAVE
&  DISPERSION'//5X,'GH(L-U)',2F10.2,10X,
&  'GS(L-U)',2F10.2)
      CALL MAQT(ZONE,1D0,KENN,S,ITER)
      PRINT*,'KENN=',KENN,'S=',S
      PRINT*,'ITER=',ITER
      WRITE(*,200)
200  FORMAT(/14X,'PERIOD',
&  5X,'THEORETIC VALUE',

```

```

& 5X,'OBSERVED VALUE'/)
OPEN(8,FILE='TVF')
WRITE(8,555)(1/T(I),F(I)*1000,
& OBDIS(I)*1000,I=1,M)
555 FORMAT(10X,F9.2,10X,F10.3,10X,F10.3)
WRITE(*,555)(1/T(I),F(I)*1000,
& OBDIS(I)*1000,I=1,M)
OPEN(9,FILE='HPV')
WRITE(9,666)(ZONE(I)*1000,
& ZONEO(I)*1000,I=1,N)
666 FORMAT(/20X,F6.2,20X,F6.2)
END
SUBROUTINE DISRAY(X)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
DIMENSION X(10),GZ(10),
& GH(10),GM(10),GS(10),
& T(30),FP(10),FR(10),
& F(30),CV(30),VGR(30)
COMMON/K/KK,KPG/NM/N,M
& /TB/GS,GH/AR/GZ,GM/TF/T,
& F/FPR/FR/L/L,NL/P/CZC/JJ/JP/OM/OMG
IF(KK.EQ.0) GOTO 15
CALL CONFIN(X)
15 G=4.00
DO 101 I=1,L
GZ(I)=G*GH(I)
GM(I)=FR(I)
101 CONTINUE
20 CZC=0.8*GH(1)
30 IF(KK*JP.EQ.0)GOTO 600

```

```

      HM=0.0
      L1=L-1
      DO 40 I=1,L1
40    HM=HM+GS(I)
      WRITE(*,51)HM*1000
51    FORMAT(/10X,'HSUM=',F7.2)
      WRITE(*,52)(GS(I)*1000,I=1,L)
52    FORMAT(/10X,'CHD=',5X,4F7.2)
      WRITE(*,60)(GH(I)*1000,I=1,L)
60    FORMAT(/10X,'HPV=',5X,4F7.2)
      WRITE(*,70)(GZ(I)*1000,I=1,L)
70    FORMAT(/10X,'ZPV=',5X,4F7.2)
      WRITE(*,80)(GM(I),I=1,L)
80    FORMAT(/10X,'MD=',5X,4F7.4)
600   DO 620 I=1,M
      T(I)=1/T(I)
      OMG=6.283185307/T(I)
      BT1=GH(L)-0.01
      SH=0.005
      IF(CZC.GE.BT1)SH=0.0005
      CALL ROOT(SH,1D-6,F(I))
      CV(I)=F(I)
      IF(KPG.EQ.0)GOTO 615
      OMG=6.283185307/(T(I)-0.01)
      CALL ROOT(SH,1D-6,VPHA)
      OMG=6.283185307/(T(I)+0.01)
      CALL ROOT(SH,1D-6,VPHB)
      DCDT=(VPHB-VPHA)/0.02
      VGR(I)=F(I)/(1+T(I)/F(I)*DCDT)
      F(I)=VGR(I)

```

```

615      CZC=F(I)-0.0001
620      CONTINUE
      IF(KK.NE.0) GOTO 800
      WRITE(*,350)(GS(I),GH(I),
&      GZ(I),GM(I),I=1,L)
350      FORMAT(11X,F7.1,5X,F6.2,
&      10X,F6.2,10X,F6.2)
      WRITE(*,100)(1/T(I),CV(I),I=1,M)
100      FORMAT(10X,F10.1,9X,F12.9)
800      RETURN
      END
      SUBROUTINE CONFIN(X)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      DIMENSION X(10),GH(10),
&      GS(10),LX(40),BT(40)
      COMMON/TB/GS,GH/LB/LX,
&      BT/L/L,NL/BH/BL,BU,
&      HL,HU/NM/N,M/JJ/JP
      J=0
      DO 7 I=1,NL
      IF(LX(I).NE.0)GOTO 7
      J=J+1
      BT(I)=X(J)
7      CONTINUE
      WRITE(*,17)(BT(I),I=1,NL)
17      FORMAT(10X,'BT(I)',7X,4F8.4)
18      DO 8 I=1,L
      GH(I)=BT(2*I-1)
8      GS(I)=BT(2*I)
      DO 9 I=1,L

```

```

        IF(GH(I).LT.0.1)GH(I)=0.1
        IF(GH(I).GT.0.3)GH(I)=0.3
        IF(GH(I).LT.GH(1))GH(I)=GH(1)
9      CONTINUE
        L1=L-1
        IF(L.EQ.2)GOTO 21
10     BMAX=0.0
        BMIN=1D5
        DO 51 I=2,L1
        IF(GH(I).LT.BMAX)GOTO 50
        BMAX=GH(I)
        KBMAX=I
50     IF(GH(I).GT.BMIN)GOTO51
        BMIN=GH(I)
        KBMIN=I
51     CONTINUE
20     HMAX=0.0
        HMIN=1D5
21     BEAN=0.0
        HSUM=0.0
        DO 54 I=1,L1
        IF(L.EQ.2)GOTO 53
        IF(GS(I).LT.HMAX) GOTO52
        HMAX=GS(I)
        KHMAX=I
52     IF(GS(I).GT.HMIN) GOTO53
        HMIN=GS(I)
        KHMIN=I
53     BEAN=BEAN+GH(I)*GS(I)
        HSUM=HSUM+GS(I)

```



```

54      CONTINUE
      BEAN=BEAN/HSUM
      IF(L.GT.2)GOTO 60
      IF(GS(1).LT.HU)GOTO 41
      GS(1)=GS(1)-0.0002
41      IF(GS(1).GT.HL)GOTO42
      GS(1)=GS(1)+0.0002
42      IF(BEAN.LT.BU)GOTO 43
      GH(2)=GH(2)-0.0001
43      IF(BEAN.GT.BL)GOTO 64
      GH(1)=GH(1)+0.0001
      GOTO 64
60      IF(HSUM.LT.HU) GOTO 61
      GS(KHMAX)=GS(KHMAX)-0.0002
      GOTO 20
61      IF(HSUM.GT.HL)GOTO62
      GS(KHMIN)=GS(KHMIN)+0.0002
      GOTO 20
62      IF(BEAN.LT.BU)GOTO 63
      GH(KBMAX)=GH(KBMAX)-0.0001
      GOTO 10
63      IF(BEAN.GT.BL)GOTO 64
      GH(KBMIN)=GH(KBMIN)+0.0001
      GOTO 10
64      DO 80 I=1,L
      BT(2*I-1)=GH(I)
      BT(2*I)=GS(I)
80      CONTINUE
      J=0
      DO 90 I=1,NL

```

```

        IF (LX(I).NE.0.0)GOTO90
        J=J+1
        X(J)=BT(I)
90      CONTINUE
111     RETURN
        END
        SUBROUTINE MAQT(X,PLMDO,
&      KENN,S,ITER)
        IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A--H,O--Z)
        DIMENSION X(10),T(30),F(30),AC(30,40),
&      AA(40,40),G(40),DX(40),OLDX(40),DEF(30)
        COMMON/NM/N,M/TF/T,F/ACC/
&      AC/A/AA/DE/DEF
&      /GG/G/D/DX/E/EA/JJ/JP/PL/PLMD/S/SS
        WRITE(*,5)
5       FORMAT(/20X,'DAMPING LEAST
&      SQUARES METHOD')
        ITER=0
        PLMD=PLMDO
        JP=2
        ISB=1
        KENN=0
        GOTO 1000
1111    PHIO=PHI
10      ITER=ITER+1
        IF(ITER.LE.30) GOTO 30
        KENN=1
        GOTO 10000
30      CALL DERIVE(X,AC,N)
        DO 60 I=1,N

```

```

      HF=0.0
      DO 70 K=1,M
      HF=HF+AC(K,I)*DEF(K)
70    CONTINUE
      G(I)=HF
      DX(I)=HF
      DO 80 K=I,N
      HF=0.0
      DO 90 J=1,M
      HF=HF+AC(J,I)*AC(J,K)
90    CONTINUE
      AA(I,K)=HF
      AA(K,I)=HF
80    CONTINUE
      AA(I,I)=AA(I,I)+PLMD
60    CONTINUE
      CALL LDLT(ISW)
      IF(ISW.EQ.1) GOTO 100
      KENN=-2
      GOTO 10000
100   DO 120 I=1,N
      OLDX(I)=X(I)
      X(I)=X(I)+DX(I)
120   CONTINUE
      ISB=2
      GOTO 1000
2222  WRITE(*,22) PHI,PHIO
22    FORMAT(10X,'PHINEW=',F14.9,2X,
&    'PHIOLD=',F14.9)
      IF(PHI.GE.PHIO) GOTO 130

```

```

      C=1.0
      GOTO 140
130    GDX=0.0
      DO 160 I=1,N
      GDX=GDX+G(I)*DX(I)
160    CONTINUE
170    C=GDX/(PHI-PHIO+2.0*GDX)
      L=0
180    L=L+1
      DO 190 I=1,N
      X(I)=OLDX(I)+C*DX(I)
190    CONTINUE
      ISB=3
      GOTO 1000
3333   IF(PHI.LT.PHIO)GOTO 140
      IF(L.LT.2)GOTO 210
      DO 220 I=1,N
      X(I)=OLDX(I)
220    CONTINUE
      PLMD=1.5*PLMD
      GOTO 10
210    C=0.5*C
      GOTO 180
140    HF=0.0
      HZ=0.0
      DO230 I=1,N
      HF=HF+DABS(C*DX(I))
      HZ=HZ+DABS(X(I))
230    CONTINUE
      IF(HF.LT.1D-5*HZ) GOTO 10000

```

```

      IF (PHI.LT.EA) GOTO 10000
      PHIO=PHI
      PLMD=-0.5 * PLMD
      GOTO 10
1000  CALL DISRAY(X)
      CALL CALPHI(PHI)
      PRINT *, 'PHI=', PHI
      WRITE(*,*) (F(I), I=1, M)
      print *, 'ISB=', ISB
      GOTO(1111, 2222, 3333), ISB
10000  S=PHI
      SS=S
      CALL DERIVE(X, AC, N)
      DO 900 I=1, N
      DO 800 K=1, N
      HF=0.0
      DO 700 J=1, M
      HF=HF+AC(J, I) * AC(J, K)
700   CONTINUE
      AA(I, K)=HF
      AA(K, I)=AA(I, K)
800   CONTINUE
900   CONTINUE
      CALL CALSRC(AA)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE DERIVE(X, AC, N1)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H, O-Z)
      DIMENSION X(10), AC(30, 10),
&   T(30), F(30), TEDO(30)

```

```

COMMON/NM/N,M/TF/T,F/JJ/JP
JP=0
CALL DISRAY(X)
DO 300 I=1,M
300 TEDO(I)=F(I)
DO 100 I=1,N
X(I)=X(I)+1D-4
CALL DISRAY(X)
X(I)=X(I)-1D-4
DO 100 J=1,M
AC(J,I)=(F(J)-TEDO(J))*1D4
100 CONTINUE
JP=1
RETURN
END
SUBROUTINE CALPHI(PHI)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
DIMENSION T(30),F(30),
& OBDIS(30),DEF(30)
COMMON/TF/T,F/OBD/OBDIS
& /DE/DEF/NM/N,M
PHI=0.0
DO 200 I=1,M
DEF(I)=OBDIS(I)-F(I)
PHI=PHI+DEF(I)*DEF(I)
200 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE LDLT(ISW)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)

```

```

      DIMENSION AA(40,40),
&  P(40),G(40),DX(40)
      COMMON/NM/N,M/A/AA/GG/G/D/DX
      DO 5 I=1,N
      DO 5 J=1,I
      W=AA(J,I)
      IF(I-J)10,20,10
20  IF(J.EQ.1)GOTO 30
      DO 25 L=2,J
      K=J-L+1
      Y=AA(I,K)
      Z=Y * P(K)
      AA(I,K)=Z
25  W=W-Y * Z
30  IF(W.NE.0.0)GOTO 35
      ISW=0
      RETURN
35  P(I)=1.0/W
      GOTO 5
10  IF(J.EQ.1) GOTO 45
      DO 40 L=2,J
      K=J-L+1
40  W=W-AA(I,K) * AA(J,K)
45  AA(I,J)=W
5   CONTINUE
      DO 60 I=1,N
      Y=G(I)
      IF(I.EQ.1) GOTO 60
      DO 65 L=2,I
      K=I-L+1

```

```

65      Y=Y-AA(I,K)*DX(K)
60      DX(I)=Y
        DO 100 L=1,N
          I=N-L+1
          Y=DX(I)*P(I)
          IF(I.EQ.N)GOTO 100
          IA1=I+1
          DO 70 K=IA1,N
70      Y=Y-AA(K,I)*DX(K)
100     DX(I)=Y
        ISW=1
        RETURN
        END
        SUBROUTINE ROOT(H,E,RT)
        IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
        COMMON/P/CZC
        W=0.0
        X=CZC
        F0=FRAYL(X)
4       X=X+H
        F1=FRAYL(X)
        IF((F1/F0).GT.0.0) GOTO 101
        FA=F0
        FB=F1
        A=X-H
        B=X
1       C=B-(A-B)*FB/(FA-FB)
        IF(W)5,7,5
7       W=1.0
        GOTO 6

```



```

5      IF(DABS(C1-C).LT.E)GOTO 3
6      C1=C
      FC=FRAYL(C)
      IF((FC/FA).GT.0.0) GOTO 2
      FB=FC
      B=C
      GOTO 1
2      FA=FC
      A=C
      GOTO 1
3      RT=C
      GOTO 102
101     F0=F1
      IF(X-10.0)4,102,102
102     RETURN
      END
      FUNCTION FRAYL(C)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      DOUBLE PRECISION KKNP,LKNP
      DIMENSION GS(10),GZ(10),
&    GH(10),GM(10),EP(10),
&    PS(10),Z2(10),H2(10)
      COMMON/L/L,NL/P/CZC
&    /TB/GS,GH/AR/GZ,GM/OM/OMG
      N=L
      CSQ=C * * 2
      XK=OMG/C
      GAMMA1=2.0d0 * GH(1) * * 2/CSQ
      GAM1M1=GAMMA1-1.0d0
      UKNP=-GAMMA1 * GAM1M1

```

```

VKNP=0.0d0
WKNP=GAM1M1**2
RKNP=GAMMA1**2
SKNP=0.0d0
ZPS2=GZ(N)**2
HPS2=GH(N)**2
PMD2=GM(N)**2
EPSIL=(1-N)**(N-1)*GM(1)**2/
& (2*ZPS2*HPS2*PMD2)
N1=N-1
170 DO 230 M=1,N1
H2(M)=GH(M)**2
EP(M)=GM(M+1)/GM(M)
PS(M)=2d0*(H2(M)-EP(M)*GH(M+1)**2)
EPS15=-EP(M)
EPS1=PS(M)/CSQ
EPS2=EPS1-1.0d0
EPS3=EPS1-EPS15
EPS4=EPS2-EPS15
THKKM=GS(M)*XK
Z2(M)=GZ(M)**2
ARGALM=1.0d0-CSQ/Z2(M)
IF(ARGALM.GE.0.0) GOTO 190
RALPHM=DSQRT(-ARGALM)
PM=THKKM*RALPHM
SINPM=DSIN(PM)
ZETA1=DCOS(PM)
ZETA3=RALPHM*SINPM
180 ARGBTM=1.0-CSQ/H2(M)
IF(ARGBTM.GE.0.0) GOTO 200

```

```

RBETAM=DSQRT(-ARGBTM)
QM=THKKM * RBETAM
SINQM=DSIN(QM)
ZETA2=DCOS(QM)
ZETA5=RBETAM * SINQM
GOTO 210
190  RALPHM=-DSQRT(ARGALM)
      EXPPPM=0.5d0 * DEXP(THKKM * RALPHM)
      EXPMPM=1D+10 * 0.25d0/(EXPPPM * 1D+10)
      SINPM=EXPPPM-EXPMPM
      ZETA1=EXPPPM+EXPMPM
      ZETA3=-RALPHM * SINPM
      GOTO 180
200  RBETAM=-DSQRT(ARGBTM)
      EXPPQM=0.5d0 * DEXP(THKKM * RBETAM)
      EXPMQM=0.25d0/EXPPQM
      SINQM=EXPPQM-EXPMQM
      ZETA2=EXPPQM+EXPMQM
      ZETA5=-RBETAM * SINQM
210  ZETA4=SINPM/RALPHM
      ZETA6=SINQM/RBETAM
      ZETA7=ZETA1 * ZETA2
      ZETA8=ZETA1 * ZETA5
      ZETA9=ZETA1 * ZETA6
      UKN=2.0d0 * UKNP
      VKN=VKNP
      IF((2 * (M/2)).EQ.M)GOTO 220
      XKNP=ZETA4 * (ZETA2 * VKNP+ZETA6
&    * WKNP) -ZETA7 * RKNP+ZETA9 * SKNP
      ZKNP=ZETA8 * VKNP-ZETA7 * WKNP+

```

```

& ZETA3 * (ZETA5 * RKNP + ZETA2 * SKNP)
UKNP = - (EPS1 * EPS4 + EPS2 * EPS3) * UKNP
& + EPS2 * EPS4 * XKNP + EPS1 * EPS3 * ZKNP
VKNP = EPS15 * (ZETA4 * (ZETA5 * VKNP
& - ZETA2 * WKNP) - ZETA8 * RKNP
& - ZETA7 * SKNP)
SKNP = EPS15 * (-ZETA7 * VKN - ZETA9 * WKNP
& - ZETA3 * (ZETA2 * RKNP - ZETA6 * SKNP))
WKNP = EPS2 * (EPS2 * XKNP - EPS1 * UKN)
& + EPS1 * EPS1 * ZKNP
RKNP = EPS4 * (EPS4 * XKNP - EPS3 * UKN)
& + EPS3 * EPS3 * ZKNP
GOTO 230
220 KKNP = ZETA9 * VKNP + ZETA7 * WKNP -
& ZETA4 * (ZETA6 * RKNP - ZETA2 * SKNP)
LKNP = ZETA3 * (ZETA2 * VKNP - ZETA5 *
& WKNP) + ZETA7 * RKNP + ZETA8 * SKNP
UKNP = - (EPS1 * EPS4 + EPS2 * EPS3) * UKNP
& + EPS2 * EPS4 * KKNP + EPS1 * EPS3 * LKNP
VKNP = EPS15 * (ZETA3 * (ZETA6 * VKNP
& + ZETA2 * WKNP) + ZETA9 * RKNP
& - ZETA7 * SKNP)
SKNP = EPS15 * (-ZETA7 * VKN + ZETA8 * WKNP
& + ZETA4 * (ZETA2 * RKNP + ZETA5 * SKNP))
WKNP = EPS4 * (-EPS4 * KKNP + EPS3 * UKN)
& - EPS3 * EPS3 * LKNP
RKNP = EPS2 * (-EPS2 * KKNP + EPS1 * UKN)
& - EPS1 * EPS1 * LKNP
230 CONTINUE
240 RALPHN = -DSQRT(1.0d0 - CSQ/ZPS2)

```

```

      RBETAN=--DSQRT(1.0d0--CSQ/HPS2)
      RALRBT=RALPHN * RBETAN
      EPSILN=EPSIL * CSQ * * 2/RALRBT
      IF(2 * (N/2).EQ.N)GOTO 250
      FRAYL=EPSILN * (--VKNP * RBETAN+WKNP
&  -RKNP * RALRBT-SKNP * RALPHN)
      GOTO 260
250    FRAYL=EPSILN * (VKNP * RALPHN+RKNP
&  -WKNP * RALRBT+SKNP * RBETAN)
260    RETURN
      END
      SUBROUTINE CALSRC(C)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      DIMENSION BB(40,40),C(40,40),
&  R(40,40),DDX(40)
      COMMON/NM/N,M/PL/PLMD/S/SS
      DY=DSQRT(SS/(M-N))
      DO 320 I=1,N
      DO 320 J=1,N
      IF(I.EQ.J) GOTO 300
      BB(I,J)=C(I,J)
      GOTO 320
300    BB(I,J)=C(I,J)+PLMD
320    CONTINUE
      CALL GJ1(N,BB,ISW)
      IF(ISW.EQ.1)GOTO 330
      GOTO 1000
330    DO 400 I=1,N
      DO 400 J=1,N
      R(I,J)=0.0

```

```

DO 400 K=1,N
R(I,J)=BB(I,K) * C(K,J)+R(I,J)
400 CONTINUE
DO 450 I=1,N
DO 450 J=1,N
C(I,J)=0.0
DO 450 K=1,N
C(I,J)=R(I,K) * BB(K,J)+C(I,J)
450 CONTINUE
DO 480 I=1,N
DO 480 J=1,N
C(I,J)=DABS(C(I,J))
DDX(I)=DY * DSQRT(C(I,J))
PRINT *, 'DDX(',I,')',DDX(I)
480 CONTINUE
1000 RETURN
END
SUBROUTINE GJ1(N,A,ISW)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
DIMENSION A(40,40),H(40)
DO 100 L=1,N
K=N-L+1
P=A(1,1)
IF(P.GT.0.0)GOTO 10
ISW=0
RETURN
10 DO 50 I=2,N
Q=A(I,1)
IF(I.GT.K)GOTO 20
H(I)=-Q/P

```

```

      GOTO 30
20    H(I)=Q/P
30    DO 40 J=2,I
40    A(I-1,J-1)=A(I,J)+Q * H(J)
50    CONTINUE
      A(N,N)=1/P
      DO 60 I=2,N
60    A(N,I-1)=H(I)
100   CONTINUE
      L=N-1
      DO 300 I=1,L
      K=I+1
      DO 200 J=K,N
200   A(I,J)=A(J,I)
300   CONTINUE
      ISW=1
      RETURN
      END

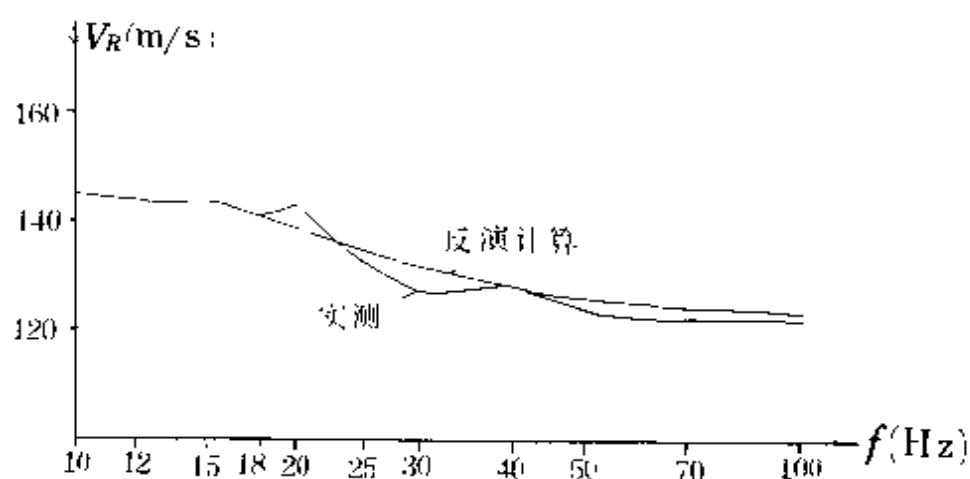
```

(四) 反演实例

这是在某场地实测的瑞雷波频散资料,定性解释:层数两层,第一层厚度变化限制范围 1.5—3m 平均波速 120—160m/s。实测值与计算的理论值如下表所示:

$f(\text{Hz})$	V_R 实测 (m/s)	V_R 计算 (m/s)	$f(\text{Hz})$	V_R 实测 (m/s)	V_R 计算 (m/s)
100	123	125	20	144	140
70	123	125	18	141	142
50	124	127	15	144	144
40	129	129	12	144	145
30	128	133	10	145	146
25	133	137			

实测频散曲线与计算的理论频散曲线的对比如下图所示:



反演曲线与实测曲线对比

从图中看出,两条曲线基本吻合,认为反演结果正确。初始结果和

反演结果如下表所示：

层 次	初 始 结 果		反 演 结 果	
	厚度(m)	V_R (m/s)	厚度(m)	V_R (m/s)
1	2.6	130	2.26	133
2		150		157

参考文献

- [1]. 汤成林 瑞雷波变频探测法在工程地质勘察中的应用初探, 河北地质学院学报, 1988, 第 6 期
- [2]. 薛琴访编著 场论, P359—362, 地质出版社, 1978
- [3]. VJC 株式会社 佐藤式全自动地下勘探机 (GR-810), 1986
- [4]. 吴世明等 利用表面波频谱分析测试土层波速, 地震工程与工程振动, 1988, Vol8, No4
- [5]. A. C. eringen 著 戈革译, 弹性力学, Vol. 2, P236—238, 石油工业出版社, 1984
- [6]. 朱介寿等编著 地震学中的计算方法, P442—542, 地质出版社, 1988
- [7]. 弹性波 (定常振动波) 探查 ビイツケ株式会社, 1988
- [8]. F · K · Chang, Rayleigh Wave Dispersion Technigue for Rapid Subsurface Exploration. 第 42 届国际地球物理年会, 1973
- [9]. Braja. M · Das 著, 吴世明译 土动力学原理, 浙江大学出版社, 1984
- [10]. 朱裕林 瑞雷波勘探在工程勘察中的应用, 工程勘察, 91 年第 1 期
- [11]. 黄嘉正等 工程地质中瑞雷波法勘探的理论初探, 物探与化探, 91 年 4 期
- [12]. 方永凯 碎石桩复合地基承载力现场测试, 中国建筑学会地基基础学术委员会年会论文集, 1990
- [13]. 李克骧等 波速测试法在软土地基评价及检测中的应用, 中国建筑学会地基基础学术委员会年会论文集, 1990
- [14]. 张宝山等 应用瑞雷波法检测评价碎石桩复合地基, 中国建筑学会地基基础学术委员会年会论文集, 1990
- [15]. 张忠苗等 瞬态面波测试技术在地基评价中的应用, 物探与化探, 1992, 第 1 期
- [16]. 刘连喜等 武汉场地土的剪切波速和微振特征, 工程勘察, 1990, 第 3 期
- [17]. 李英虎 剪切波速度在工程地震中的应用, 工程勘察, 1991, 第 5 期
- [18]. 陈希哲 土力学地基基础, 清华大学出版社, 1984

- [19]. 杨成林 瑞雷波法勘探原理及其应用,物探与化探,1989,第6期
- [20]. 国家标准 建筑抗震设计规范,GBJ11—89,建筑工业出版社,1990
- [21]. 工程地质手册 P749—763,P169,建筑工业出版社,1988
- [22]. 王振东著 浅层地震勘探应用技术,P277—292,地质出版社,1988
- [23]. 建筑科学院编 水泥物理检验,建筑工业出版社,1985
- [24]. 地矿部 《浅层地震勘查技术要求》地勘技[1992]13号
- [25]. 编委会 《工程地质手册》,中国建筑工业出版社,1992
- [26]. 金子腾比古等 境界要素法によるしーりー波传播特性の解析,物理探査,Vol. 41, No1, 1988
- [27]. 丁绪荣主编 普通物探教程——地震附声波探测,地质出版社,1984

