

莫尔-库仑和霍克-布朗强度准则 用于评估脆性岩石动态强度的适用性

赵 坚

李海波

(新加坡南洋理工大学土木工程学院 639798 新加坡) (中国科学院武汉岩土力学研究所 武汉 430071)

摘要 基于对新加坡 Bukit Timah 花岗岩进行的一系列的动力实验,包括单轴压缩、三轴压缩、单轴拉伸和直剪实验,以及对这些实验结果的系统分析,检验莫尔-库仑准则和霍克-布朗准则用于评估岩石动态强度的适用性。研究表明,在较低的围压条件下,岩石动态强度大致符合莫尔-库仑强度准则,且强度变化主要是由于粘聚力随加载速率变化引起的。岩石动态强度更好地符合霍克-布朗强度准则,特别是在较高围压下(如大于 100 MPa)。

关键词 岩石力学, 岩石动态抗压强度, 莫尔-库仑强度准则, 霍克-布朗强度准则

分类号 TU 451

文献标识码 A

文章编号 1000-6915(2003)02-0171-06

ESTIMATING THE DYNAMIC STRENGTH OF ROCK USING MOHR-COULOMB AND HOEK-BROWN CRITERIA

Zhao Jian¹, Li Haibo²

(¹School of Civil Engineering, Nanyang Technological University, Singapore 639798)

(²Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071 China)

Abstract A series of dynamic compression, tension and shear tests were conducted on the Bukit Timah granite of Singapore. The results are analyzed in an effort to examine the validity and the applicability of the Hoek-Brown and Mohr-Coulomb criteria for rock material under dynamic compression. It is indicated that the rock strength can be approximately described by the Mohr-Coulomb criterion at low confining pressure. The change of strength with loading rate is primarily due to the variation of cohesion with loading rate. The dynamic compression strengths are more accorded with the Hoek-Brown criterion, especially under higher confining pressure (higher than 100 MPa).

Key words rock mechanics, dynamic compressive strength of rock, Mohr-Coulomb strength criterion, Hoek-Brown strength criterion

1 引言

众多研究表明,岩石材料强度通常随着加载率的增加而提高^[1~5],而且已有多种机理用来解释这一现象^[5~7]。一些研究者对动载下岩石材料的破坏机制进行了研究,并通过理论分析模型(例如细观力学模型)对此进行解释^[8]。本文研究莫尔-库仑和霍

克-布朗强度准则在岩石材料动态强度评估中的应用,并且试图找出强度准则中有关参数随加载率变化的规律。

2 莫尔-库仑和霍克-布朗准则的基本原理

莫尔-库仑强度准则是岩土工程中应用最广泛

2001 年 4 月 30 日收到初稿,2001 年 7 月 23 日收到修改稿。

作者 赵 坚 简介:男,42 岁,博士,现任教授,主要从事岩石动力学方面的教学与研究工作。

的强度理论之一。莫尔-库仑准则所提出的基本概念是岩石材料的剪切强度由两部分组成：一个是作为常量的粘聚力，一个是随法向应力变化的内摩擦角。如图 1(a)所示，在 $a-b$ 平面内，剪切强度公式为

$$t = c + s_n \tan f \quad (1)$$

式中： c 为粘聚力， s_n 为垂直于 $a-b$ 平面的法向应力， f 为内摩擦角。由应力转换方程可得

$$s_n = \frac{1}{2}(s_1 - s_3) + \frac{1}{2}(s_1 - s_3) \cos 2b \quad (2)$$

$$t = \frac{1}{2}(s_1 - s_3) \sin 2b \quad (3)$$

综合方程(1)~(3)可得出任意 b 角的平面上极限应力为

$$s_1 = \frac{2c + s_3 \sin 2b + \tan f (1 - \cos 2b)}{\sin 2b - \tan f (1 + \cos 2b)} \quad (4)$$

由图 1(b)中的莫尔圆，极限破坏平面的方向可由下式得出：

$$b = \delta / 4 + f / 2 \quad (5)$$

由于 $\sin 2b = \cos f$ ， $\cos 2b = -\sin f$ 。方程(4)可简化为

$$s_1 = [2c \cos f - s_3 (1 + \sin f)] / (1 - \sin f) \quad (6)$$

主应力 s_1 和 s_3 的线性关系表示在图 1(c)中。其强度包络线与 f 相关，如下式：

$$\tan y = (1 + \sin f) / (1 - \sin f) \quad (7)$$

单轴抗压强度 s_c 和单轴抗拉强度 s_t 与 c 和 f 的关系为

$$s_c = 2c \cos f / (1 - \sin f) \quad (8)$$

$$s_t = 2c \cos f / (1 + \sin f) \quad (9)$$

值得注意的是，如果 f 是一个常量，则 s_c ， s_t 与 c 呈比例关系。

在岩石力学的实际应用中，单轴抗拉强度 s_t 常

有一个限定值或者被直接取为 0。有关莫尔-库仑强度准则的详细讨论可见于许多岩石力学书籍中，例如文[9, 10]。

霍克-布朗强度准则是以大量实验数据为根据的经验准则。其表达各向同性岩石材料三轴抗压强度的基本方程为

$$s_1 = s_3 + s_c (m s_3 / s_c + 1.0)^{0.5} \quad (10)$$

式中： m 为材料参数，由岩石类型而定。

根据文[10]所作的图 2 为典型花岗岩的强度曲线，它表明了强度曲线的非线性特征和霍克-布朗准则所反映的岩石材料强度特征。霍克-布朗准则已经成为岩石力学和工程中得到广泛应用的强度理论。关于霍克-布朗强度准则的详细讨论见文[10, 11]。

3 动力实验结果概览

在不同的加载速率下，对新加坡的 Bukit Timah 花岗岩进行了一系列的单轴压缩、三轴压缩、单轴拉伸和直剪实验^[12~15]。具体实验内容列于表 1 中。

表 1 Bukit Timah 花岗岩动力实验一览表

Table 1 Summary of dynamic tests conducted on the Bukit Timah granite

实验内容	加载条件
单轴压缩	标准单轴压缩，岩样尺寸 $f 50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}^{[11, 14]}$
	动态单轴压缩，岩样尺寸 $f 30 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$ ，加载率 $10^0 \sim 10^5 \text{ MPa/s}^{[11, 14]}$
三轴压缩	标准三轴压缩，岩样尺寸 $f 50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ ，围压可达 $70 \text{ MPa}^{[12, 14]}$
	动态三轴压缩，岩样尺寸 $f 30 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$ ，围压可达 300 MPa ，加载率 $10^0 \sim 10^5 \text{ MPa/s}^{[12, 14]}$
单轴拉伸	标准巴西拉伸，岩样尺寸 $f 50 \text{ mm} \times 25 \text{ mm}^{[13, 14]}$
	动态巴西拉伸，岩样尺寸 $f 50 \text{ mm} \times 25 \text{ mm}$ ，加载率 $10^{-1} \sim 10^3 \text{ MPa/s}^{[13, 14]}$
无法向约束剪切	冲击动态剪切，岩样尺寸 $30 \text{ mm} \times 15 \text{ mm} \times 110 \text{ mm}$ ，加载率 $10^1 \sim 10^4 \text{ MPa/s}^{[14]}$

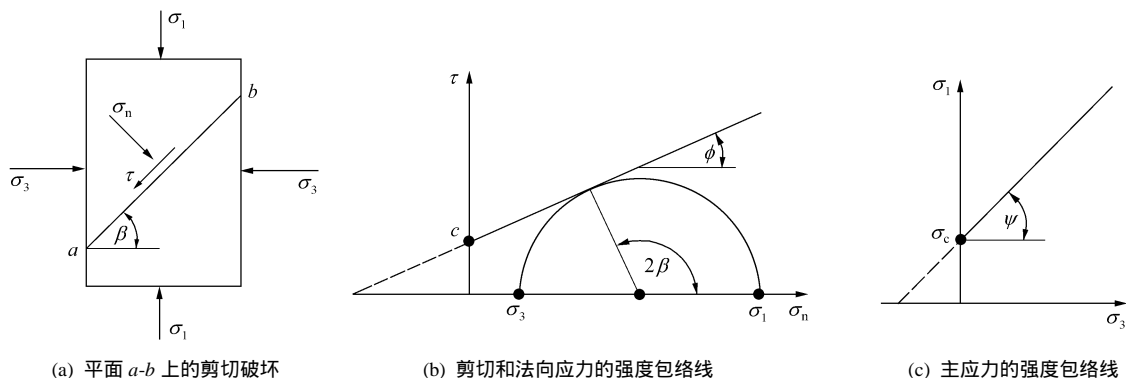
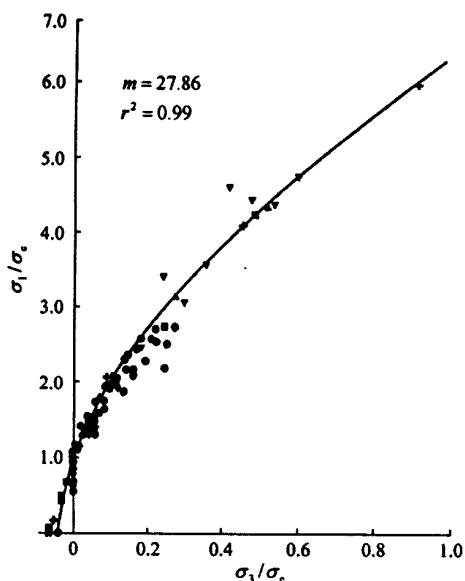


图 1 莫尔-库仑强度准则

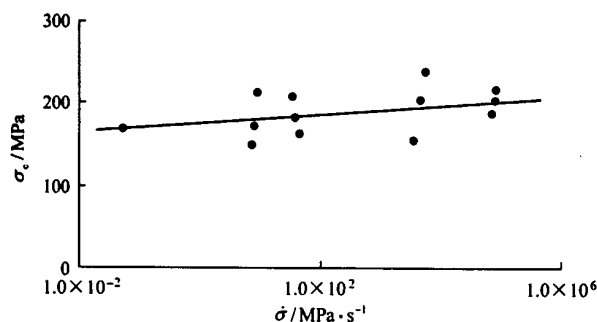
Fig.1 The Mohr-Coulomb strength criterion

图 2 霍克-布朗强度包络线^[10]Fig.2 The Hoek-Brown peak strength envelope for granites^[10]

根据文[11]提供的有关公式, 上述直径为 30 mm 岩样的单轴和三轴抗压强度值已转化为相当于直径 50 mm 岩样的强度。

3.1 单轴抗压强度

实验结果表明, 脆性岩石材料的单轴抗压强度随着加载速率的增加而提高^[12, 15, 16], 如图 3 所示。

图 3 Bukit Timah 花岗岩单轴抗压强度(\$\sigma_c\$)随加载速率(\$\dot{\sigma}\$)的变化曲线^[12]Fig.3 Change of uniaxial compressive strength (\$\sigma_c\$) with loading rate (\$\dot{\sigma}\$) for the Bukit Timah granite^[12]

单轴抗压强度与加载速率的关系可由下述对数关系表达:

$$\sigma_{cd} = A \log(\dot{\sigma}'_{cd} / \dot{\sigma}'_c) + \sigma_c \quad (11)$$

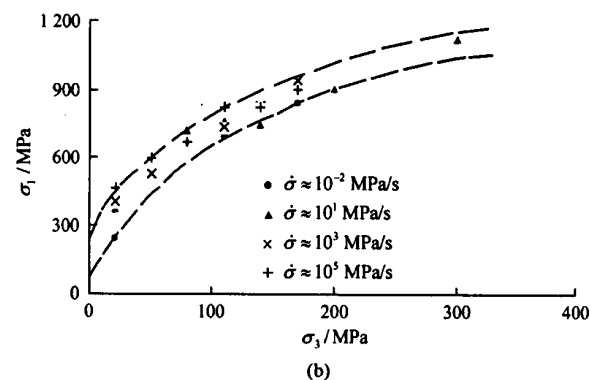
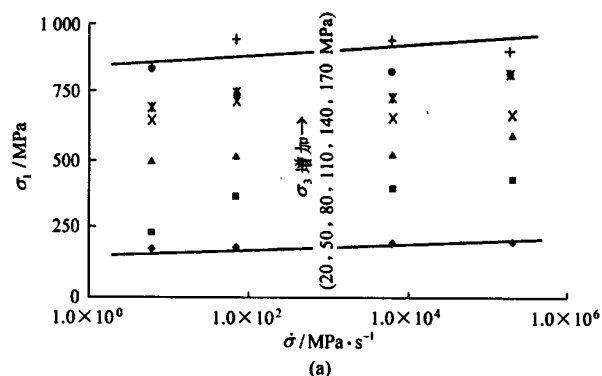
式中: \$\sigma_{cd}\$ 为动态单轴抗压强度(MPa); \$\dot{\sigma}'_{cd}\$ 为加载速率(MPa/s); \$\dot{\sigma}'_c\$ 为准静态加载速率(大约为 \$5 \times 10^{-2}\$ MPa/s); \$\sigma_c\$ 为准静态荷载下的单轴抗压强度

(MPa); \$A\$ 为材料参数, 对于 Bukit Timah 花岗岩, 实验结果的回归分析表明, \$A\$ 约为 11.9^[12, 15]。

公式(11)表明了脆性岩石材料的单轴抗压强度与加载速率间总的关系。参数 \$A\$ 取决于岩石类型。例如, 由文[16]进行的水泥砂浆材料实验, \$A\$ 值为 4.9。参数 \$A\$ 随着岩石类型、初始强度、材料尺寸大小、孔隙率和饱和度如何变化的研究正在进行中^[17]。

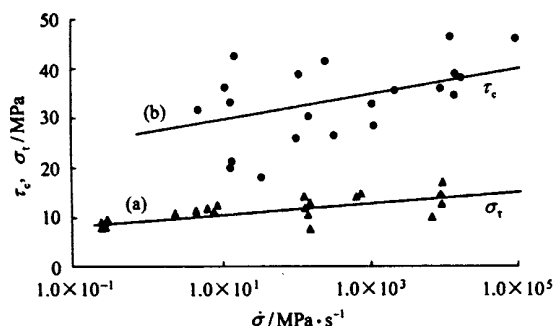
3.2 三轴抗压强度

随着围压和加载速率的不同, 三轴抗压强度的变化见图 4, 图中, \$\sigma_1\$ 为花岗岩抗压强度。结果表明, 三轴抗压强度由于加载速率和围压的增加而得到提高, 此外, 从 \$\sigma_1\$-\$\sigma_3\$ 非线性关系曲线可明显看出, 该三轴抗压强度符合霍克-布朗准则^[13]。

图 4 Bukit Timah 花岗岩三轴抗压强度(\$\sigma_1\$)随加载速率(\$\dot{\sigma}\$)和围压(\$\sigma_3\$)的变化曲线^[13]Fig.4 Change of triaxial compressive strength (\$\sigma_1\$) with loading rate (\$\dot{\sigma}\$), and confining pressure (\$\sigma_3\$) for the Bukit Timah granite^[13]

3.3 单轴抗拉强度

Brazilian 动态拉伸实验结果表明, 脆性岩石材料的动态抗拉强度随着加载速率的增加而增加^[14], 如图 5 所示。与单轴抗压强度一样, 抗拉强度与加载速率的关系大致遵循对数关系^[14]。



(a) Bukit Timah 花岗岩单轴抗拉强度 (σ_t) 随加载速率 ($\dot{\sigma}$) 的变化曲线
(b) 无垂向限定的抗剪强度 (τ_c) 随加载速率 ($\dot{\sigma}$) 的变化曲线^[14, 15]

图 5 Bukit Timah 花岗岩抗拉、抗剪强度随加载速率的变化^[14, 15]

Fig.5 Change of strengths with loading rate for the Bukit Timah granite^[14, 15]

3.4 抗剪强度

动态抗剪强度由冲击实验得到。结果表明,脆性岩石的抗剪强度也随着加载速率的增加而提高,如图 5 所示。

4 与莫尔-库仑强度准则的比较

尽管莫尔-库仑强度准则有它的局限性,但仍是岩石工程设计中得到广泛应用的强度准则之一。为了评估其在动力加载下岩石材料强度的适用性和有效性,将理论计算与实验数据进行比较,如图 6 所示。在图 6 中,在不同加载速率下,针对不同的 σ_3 值绘制莫尔圆。可见其强度包络线大体上由莫尔圆决定。通过比较在不同加载速率下的强度包络线可看出,强度变化是由于粘聚力 c 的变化引起的,而内摩擦角 ϕ 在不同加载速率下只有较小的变化。

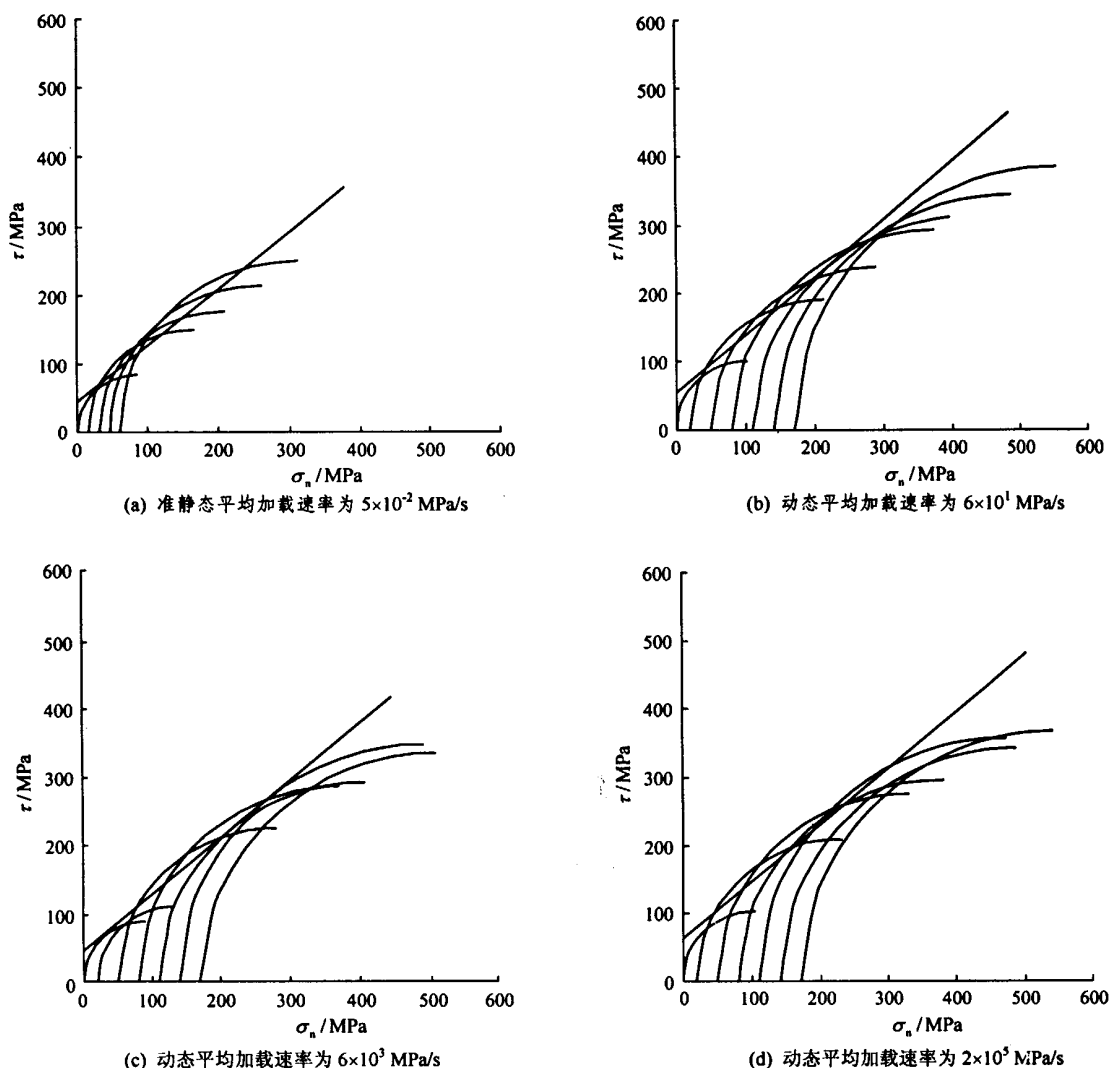


图 6 在动三轴压缩实验中得到的 Bukit Timah 花岗岩莫尔圆和莫尔-库仑强度包络线

Fig.6 The Mohr circles and the Mohr-Coulomb peak strength envelope for the Bukit Timah granite under dynamic compression tests

这一结论可由文[8]所做的基于细观力学模型的理论研究证明。该理论研究表明,粘聚力受加载速率所影响,但内摩擦角并不随之而变化。

这个结论可从动力拉伸和剪切实验结果得到进一步的证明。说明如下:拉伸强度和剪切强度由于加载速率的增加均有增加,且单轴抗压强度、单轴抗拉强度、直剪强度与加载速率间的关系均符合对数关系。这些表明,这三个强度之间可能互相成比例关系。如前述章节所讨论的那样,在莫尔-库仑准则中,只有当 f 是一个常数时,单轴抗压强度、单轴抗拉强度和剪切强度之间才成比例关系。

因此,岩石材料在动力荷载作用下,莫尔-库仑准则可描述为

$$c_d = s_{cd}(1 - \sin f) / 2 \cos f \quad (12)$$

$$s_{ld} = s_{cd} + s_3(1 + \sin f) / (1 - \sin f) \quad (13)$$

式中: c_d 为动态粘聚力; s_{ld} 为动态三轴抗压强度; s_{cd} 为动态单轴抗压强度,并且可从动态单轴压缩实验和方程(11)得到。动态 t 和 s_n 可在方程(2)和(3)中用 s_{ld} 代替 s_1 得到。图 7 和图 8 分别为不同加载速率下 $t-s_n$ 和 $s_{ld}-s_3$ 的关系曲线。结果表明,由于加载速率的增加,强度也普遍提高。图 7 和图 8 的结果也清楚地表明了强度包络线的非线性特征,特别是在 s_3 较大时(如大于 100 MPa)。因此,莫尔-库仑理论在估计花岗岩材料的静态和动态强度时,应当仅用在围压较低的范围。

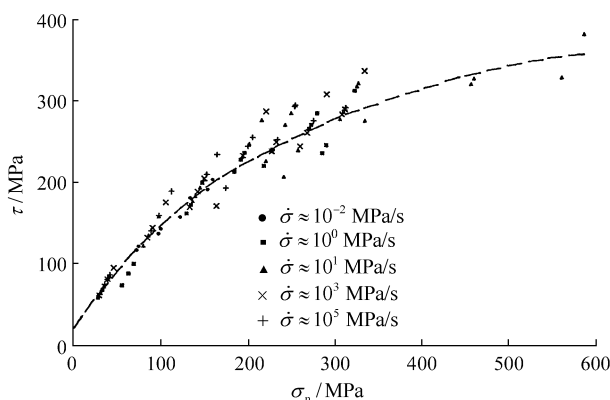


图 7 在动态三轴实验得到的 Bukit Timah 花岗岩抗剪强度(t)与法向应力(s_n)关系曲线

Fig.7 Shear strength (t) and normal stress (s_n) obtained from dynamic triaxial compression tests of the Bukit Timah granite

5 与霍克-布朗准则的比较

图 7, 8 中的曲线表明,主应力间的关系,正如

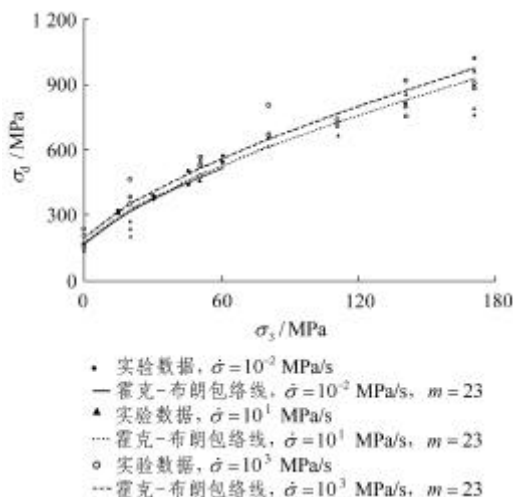


图 8 霍克-布朗强度准则与 Bukit Timah 花岗岩动态三轴抗压强度实验数据的比较

Fig.8 Comparison of the Hoek-Brown peak strength criterion with the dynamic triaxial compressive strength data for the Bukit Timah granite

人们所熟悉的霍克-布朗准则所反映出来的非线性关系。霍克-布朗准则与动态实验结果的比较表明,通常情况下,霍克-布朗准则可以应用于估算岩石材料的动态强度。

如图 8 所示,实验结果可大体上由具有相同 m 值的一系列非线性 s_1-s_3 曲线来表示。这表明对于静态和动态岩石材料强度,均可用霍克-布朗准则由下式得出:

$$s_{ld} = s_3 + s_{cd}(ms_3/s_{cd} + 1.0)^{0.5} \quad (14)$$

同理,动态单轴抗压强度 s_{cd} 可由动态单轴压缩实验和方程(11)得到。

图 8 中霍克-布朗包络线的回归分析表明,参数 m 受加载速率的影响不大。因此,动态三轴抗压强度可由下述参数进行估算:(1) 由标准静态实验得到的参数 m ; (2) 由动力单轴压缩实验得到的动力单轴压缩强度 s_{cd} ; (3) 由动力单轴压缩实验得到的材料参数 A , 其中要用到方程(11)和(14)。

6 讨 论

由于实验数据量和一致性的局限,本文的观点和结论是初步的。然而,实验结果仍对脆性岩石材料的动态强度特征提出了有价值的认识。此外,也对动态强度随加载速率和围压的变化的定量化进行了尝试。

尽管在实验数据的一致性和数量上存在局限性,但作者相信,抗压强度随着加载速率变化的主

要原因是莫尔-库仑准则里的粘聚力的变化。这符合下面 3 个独立的实验观察：

(1) 冲击剪切实验表明，直剪强度随着加载速率的增加而提高。既然冲击剪切实验是一种无法向约束的剪切实验，剪切强度完全由粘聚力反映，亦即粘聚力随着加载速率的增加而提高。

(2) 与单轴抗压强度相似，动态拉伸和剪切强度随着加载速率的增加而提高，并且遵循对数关系。这意味着三种强度可能互相成比例关系。当 f 被认为是常量时，这与莫尔-库仑准则所反映的关系一致。

(3) 基于细观力学模型^[8]的理论研究已表明，内摩擦角不受加载速率的影响，但粘聚力却有所变化。

值得提出的是，有限的实验结果表明，霍克-布朗准则中参数 m 似乎不受加载速率的影响。这一实验观察将对应用霍克-布朗准则估算岩石动态强度带来很大的简化。动态三轴抗压强度可利用霍克-布朗准则进行估计。这需要用准静态实验确定参数 m ，用动力单轴压缩实验确定动力单轴压缩强度和材料参数 A ，以及应用相关的方程。

7 结 论

根据对新加坡 Bukit Timah 花岗岩进行的一系列动力实验，可得出系列结论。关于强度准则，结论如下：

(1) 莫尔-库仑准则仅可应用于低围压范围内的三轴抗压强度。强度随加载速率变化的主要原因可能是由于粘聚力随加载速率的变化而变化，但内摩擦角不受加载速率的影响。动态三轴抗压强度可由下式得出：

$$s_{ld} = s_{cd} + s_3(1 + \sin f)/(1 - \sin f)$$

(2) 无论在较低或较高围压情况下，岩石动态三轴抗压强度可由霍克-布朗准则表示。可以假定参数 m 不受荷载等级的影响，因此，动态三轴抗压强度可由下式得出：

$$s_{ld} = s_3 + s_{cd}(ms_3/s_{cd} + 1.0)^{0.5}$$

(3) 对于其他种类的岩石，上述结论需要进一步的证实。有关实验研究正在进行中，以查明岩石类型和其他材料性能对动态强度的影响。

致谢 该项研究得到了新加坡国家科技发展局的资助，E. T. Brown 教授对本篇论文提出了有价值的观点和建议，在此特表示感谢。

参 考 文 献

- Blanton T L. Effect of strain rate from 10^{-2} to 10 sec^{-1} in triaxial compression tests on three rocks[J]. Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., 1981, 18(1): 47 ~ 62
- Masuda k, Mizutani H, Yamada I. Experimental study of strain-rate dependence and pressure dependence of failure properties of granite[J]. J. Phys. Earth, 1987, 35(1): 37 ~ 66
- Olsson W A. The compressive strength of tuff as a function of strain rate from 10^{-6} to $10^3/\text{sec}$ [J]. In. J. Rock Mech. and Min. Sci., 1991, 28(1): 115 ~ 118
- Ju Q H, Wu M B. Experimental studies of dynamic characteristic of rocks under triaxial compression[J]. Chinese J. Geotech. Engng., 1993, 15(2): 73 ~ 80
- Zhao Y H, Zhao J. Compressive strength of rock material at different strain rate[A]. In: Yu M H ed. Proceedings of the International Symposium on Strength Theories' Applications and Developments[C]. Xi'an, China: [s. n.], 1998, 75 ~ 429
- Grady D E, Lipkin J. Criteria for impulsive rock fracture[J]. J. Geophys. Res. Letters, 1980, 7(4): 255 ~ 258
- Grady D E, Kipp M E. Dynamic rock fragmentation[A]. In: Bazaut ed. Fracture Mechanics of Rocks[C]. London: Academic Press, 1987, 75 ~ 429
- Li H B, Zhao J, Li T J. Micromechanical modeling of mechanical properties of granite under dynamic uniaxial compressive loads[J]. Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., 2000, 37(6): 923 ~ 935
- Brady B H G, Brown E T. Rock Mechanics for Underground Mining[M]. 2nd edition, London: Chapman & Hall, 1993
- Hoek E, Brown E T. Underground Excavation in Rock[M]. London: Institution of Mining and Metallurgy, 1980
- Hoek E, Brown E T. Practical estimates of rock mass strength[J]. Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., 1997, 34(8): 1 165 ~ 1 186
- Zhao J, Li H B, Wu M B, et al. Dynamic uniaxial compression tests of a granite[J]. Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., 1999, 36(2): 1 057 ~ 1 063
- Li H B, Zhao J, Li T J. Triaxial compression tests of a granite at different strain rates and confining pressures[J]. Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., 1999, 36(8): 1 057 ~ 1 063
- Zhao J, Li H B. Experimental determination of dynamic tensile properties of a granite[J]. Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., 2000, 37(5): 861 ~ 866
- Zhao J, Li H B, Zhao Y H. Dynamic strength tests of the Bukit Timah granite[R]. Geotechnical Research Report NTU/GT/98-2, Singapore: Nanyang Technological University, 1998
- Zhao J, Li H B, Cai J G. Dynamic tests of a cement mortar[R]. Geotechnical Research Report NTU/GT/00-1, Singapore: Nanyang Technological University, 2000
- Zhao J, Zhou Y X, Hefny A M, et al. Rock dynamics research related to cavern development for ammunition storage[J]. Tunnelling and Underground Space Tech., 1999, 14(4): 26 ~ 513