



隐伏与深部矿体重力找矿基本理论、资料处理 及解释中的新技术新方法

授课人：孟令顺

主要内容

1

前言

2

利用重力异常计算矿体产状的基本理论

3

重力梯度测量

4

重力归一化总梯度的计算方法及应用

5

欧拉反褶积方法原理

6

重力勘探在寻找金属矿方面的应用实例

前言

重力勘探是地球物理勘探中的一个主要分支，它是通过测量地面各点的重力场值来寻找各种矿产以及解决与之有关的各种问题。

自从牛顿发现了万有引力定律之后，一切物质之间的相互吸引作用已被认为是普遍的现象。这个现象还说明了一个众所周知的事实，即在地球附近空间落向地球的物体将以逐渐增加的速度降落，速度的递增率就是重力加速度，简称重力，用 g 表示。伽利略证明了地球上某一固定点，所有物体的重力加速度都是一样的。

前言

假定地球是一个均匀的具有同心层结构的理想球体，则地球对位于地球表面上的物体的吸引力应当到处相同，且重力应当由唯一的恒定值。事实上，地球是不均匀的，非球形的并且是旋转的，其表面也是起伏不平的。所有这些实际情况都使地球表面上的重力值发生变化。但是，这种变化是很微小的，只有借助于非常灵敏的仪器，才能对它作出精确的测定。

第一节 利用重力异常计算矿体产状的基本理论

一、地球重力场

地球是一个具有一定质量、两极半径略小于赤道半径且按照一定角速度旋转的椭球体。如果忽略日、月等天体对地面物质的微弱吸引作用，则在地球表面及其附近空间的一切物体都要同时受到两种力的作用：一是地球所有质量对它产生的吸引力 F ；二是地球自转而引起的惯性离心力 C ，此两力同时作用在某一物体上的矢量和称为地球的重力 P 。见图1-1，图中 NS 为地球自转轴， φ 为纬度。

存在重力作用的空间称为重力场。

地球重力场

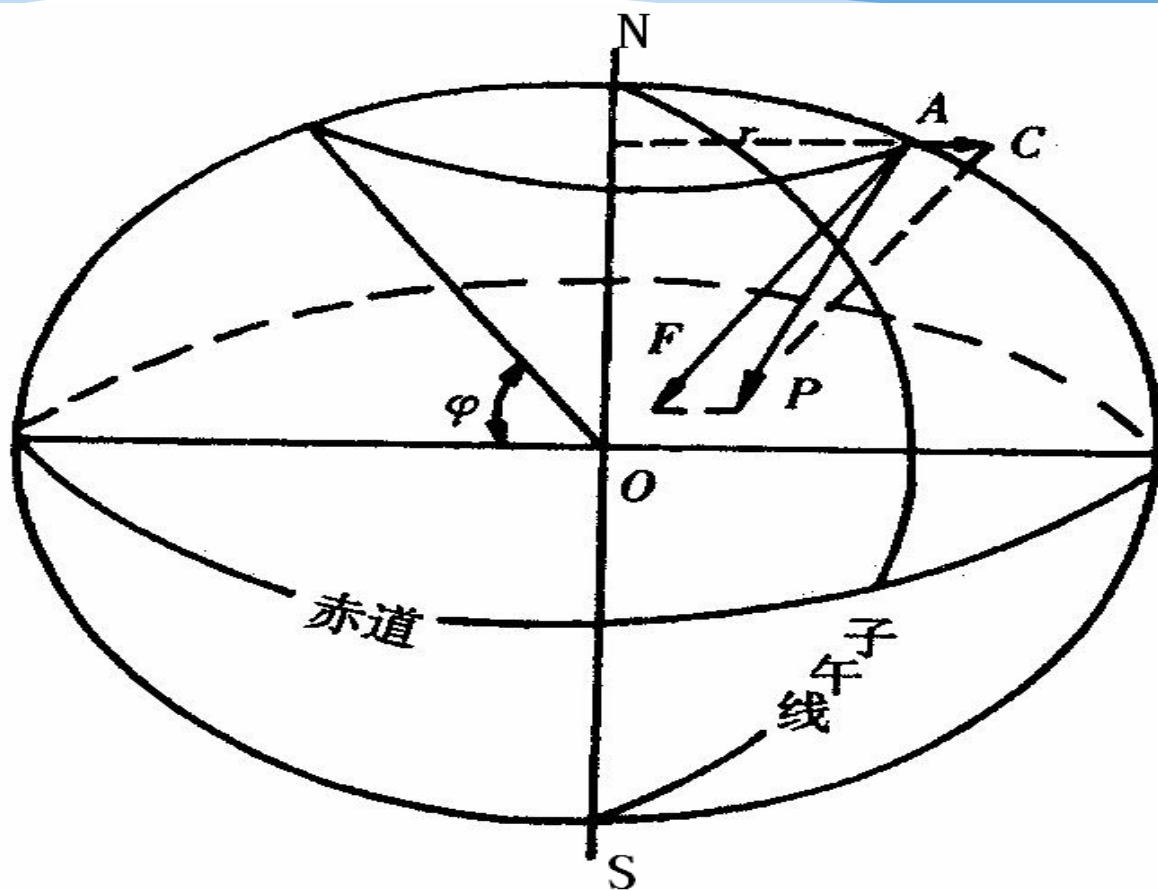


图1-1 地球外部任一点单位质量所受的力

地球重力场

地球全部质量 M_E 对质量为 m 的物体的引力可根据牛顿万有引力定律来计算

$$F = \frac{-GM_E m}{R^3} R \quad (1.1)$$

式中 R 为地心至 m 处的矢径，负号表示 F 与 R 方向相反， G 为万有引力常数。 G 的数值牛顿在世时并未确定，而是1798年由卡文迪什在实验室里首先测出的。 G 的公认值在国际（SI）单位制中是 $6.67 \times 10^{-11} \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$ ；在常用（CGS）单位制中是 $6.67 \times 10^{-8} \text{cm}^3/\text{g} \cdot \text{s}^2$ 。它在数值上等于质量各1g、中心相距1cm的两个质点之间的作用力。在SI单位制中力的单位是牛顿（N）、 $1\text{N}=10^5\text{dyn}$ （达因）。

若地球自转角速度为 ω ，有A点到地球自转轴的垂直距离为 r 。根据力学知识，A点 m 质量的物体所受到的惯性离心力为

$$c = m\omega^2 r \quad (1.2)$$

地球重力场

从牛顿第二定律可知，重力 P 是质量 m 和重力加速度 g 的乘积，即 $P=mg$ 。当被吸引质量 m 为单位质量时，则重力的数值就等于重力加速度。所以在重力测量中，往往把重力加速度叫做重力。所谓重力测量实际上是测定重力加速度的数值。由此，重力（即重力加速度）的单位在CGS制中为 cm/s^2 ，称为“伽”（gal）（为纪念伽利略而定名）。

$$1 \text{ 伽} = 10^3 \text{ 毫伽 (mgal)} = 10^6 \text{ 微伽 (}\mu\text{gal)}$$

在SI单位制中，重力 g 的单位是米/秒² (m/s^2)，规定 1m/s^2 的 10^{-6} 为国际重力单位（gravity.unit），简写成g.u.， $1\text{m/s}^2=10^6\text{g.u.}$ ，SI单位与CGS单位的换算关系为 $1\text{gal}=10^4\text{g.u.}$ 。

地球重力场

在地球表面上，全球重力平均值约为**9.8 m/s²**。赤道重力平均值为**9.780 m/s²**，两极平均值为**9.832 m/s²**，从赤道到两极重力变化大约为**0.05 m/s²**，这个量级接近地球平均重力值的**0.5%**。而地球自转产生的惯性离心力在赤道最大，平均也只有**0.0339 m/s²**。日、月等天体对地面物质的最大作用为 **$3.2 \times 10^{-5} \text{m/s}^2$** 。

二、重力测量

与地质勘探方法相似，根据重力勘探任务的不同可分为重力预查、普查、详查和精查（又称细测）。不同阶段所解决的地质任务也不同。例如，研究深部地壳构造或地壳均衡状态、划分大地构造分区，就要进行重力预查。重力普查主要是划分区域构造、圈定岩体和指出成矿远景区等。重力详查的目的是在已知远景区内，寻找或圈定对储油、气有希望的局部构造和盆地。重力细测是在已找到有希望的储油、气构造上、煤田盆地上以及有希望成矿的岩体上进行详细的重力测量。不同的测量方法其测量技术及精度要求也不同，具体见表1-1。

二、重力测量

表 1-1 常用工作比例尺、点、线距及精度要求

工作阶段	工作比例尺	等异常线间隔 (10g.u.)	异常均方差 (10g.u.)	测点距离 (m)	测点密度 (点/km ²)
预查	1: 100 万	10	±4	7000~10000	0.01~0.02
	1: 50 万	5~10	±2~4	3000~5000	0.04~0.1
普查	1: 20 万	2~5	±0.8~2.0	1500~2000	0.25~0.5
	1: 10 万	2	±0.8	500~1000	1~4
详查	1: 5 万	1~2	±0.4~0.8	200~500	4~25
	1: 2.5 万	0.5~1	±0.2~0.4	100~200	25~100
精查	1: 1 万	0.1~1.0	±0.04~0.4	50~100	100~400
	1: 5000			25~50	400~1600
	1: 2000			10~20	2500~10000

二、重力测量

在重力测量中，首先要建立重力基点。工区大时，要建立总基点，一级基点，二级基点等，通过与国家基点的联测，平差得到各个基点的重力值。基点要建立在交通方便，相对稳定，易于查找的地方。还有测地工作也是很重要的。为了准确的进行重力测量结果的各项改正，绘制重力异常图，确定异常的坐标位置等都必须配合一定的测地工作。

在大、中比例尺的重力测量中，重力测网和测点高程的获取，以往多用经纬仪和水准仪来完成，随着科学技术的发展，现代常用激光测距仪或者直接利用全球定位系统（**GPS**）来完成。而在小比例尺的测量中可应用大于工作比例尺的地形图或用**GPS**直接获取。

三、重力资料的整理

(1)、纬度改正

这项改正的目的是消除测点重力值随纬度变化的影响。

当在大面积的 范围内进行小比例尺重力测量时，一般用赫尔默特正常重力公式直接计算出各点的正常重力值。然后用观测重力值减去正常重力值即可。当进行小面积较大比例尺测量时，勘探范围有限，南北距离只有几千米，此时纬度改正可按下式计算：

$$\Delta g_{\text{纬}} = -8.14 \sin 2\varphi \cdot D \quad (\text{g.u.}) \quad (1.3)$$

式中 φ 为总基点或测区平均纬度； D 为测点与总基点间的纬向距离，以 km 为单位。在北半球，当测点在基点以北时， D 取正，反之取负。

(2)、地形改正

❖ 地形改正的目的就是消除测点周围地形起伏对观测点重力值的影响。

改正方法是把测点平面以上的多余物质去掉，而把测点平面以下空缺的部分充填起来，见图1-2图中测点A平面以上的正地形部分，多余物质产生一垂直向上的引力分量 f' ，造成仪器读数减小，影响值为负。负地形（即空缺）部分相对于测点平面缺少一部分物质，相当于该点引力不足，也使的仪器读数减小，影响值亦为负。所以，无论正地形或负地形，其地形改正值总是正值。地形改正的过程可简称为相对测点平面去高补低。

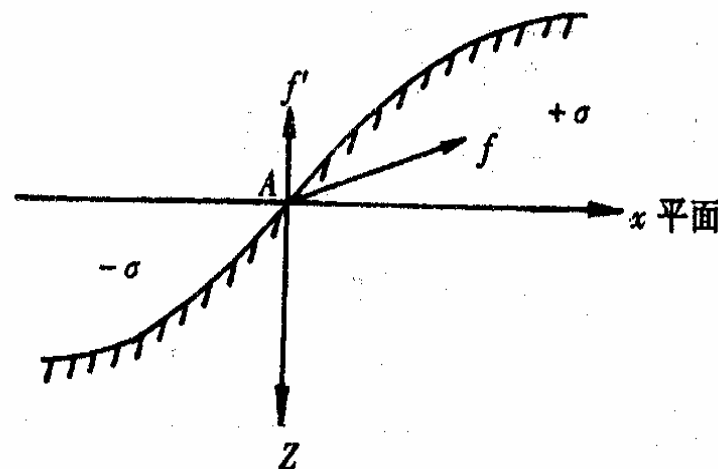


图1-2 地形改正

(3)、中间层改正

通过地形改正之后，测点周围已变成平面了。但是，测点平面与改正基准面之间还存在一个水平物质层。

中间层改正的目的：消除这一物质层对测点重力值的影响。

如果把中间层当作厚度为 Δh 、密度为 σ 的均匀无限大水平物质层来处理，则该无限大物质层厚度每增加1m，重力值大约增加 0.419σ (g.u.)。因此中间层改正公式为

$$\Delta g_{\text{中}} = -0.419 \sigma \Delta h \quad (\text{g.u.}) \quad (1.4)$$

式中 Δh 为单位， σ 以 g/cm^3 为单位。当测点高于基准面时， Δh 取正，反之取负。

（四）、高度改正

高度改正的目的就是消除测点重力值随高度变化的影响。其改正的实质是将处于不同高度的测点重力值换算到同一基准面（一般指大地水准面）上来。高度改正又称自由空气改正或法伊改正。

如果把地球当作密度呈同心层状均匀分布的圆球体时，可以推导出地面上每升高1m，重力值减少约3.086g.u.，所以球体的高度改正公式为

$$\Delta g_{\text{高}} = 3.086 \Delta h \quad (\text{g.u.}) \quad (1.5)$$

式中 Δh 以m为单位。当测点高于基准面时， Δh 取正值；反之取负值。

（四）、高度改正

如果把地球当作密度呈同心层状均匀分布的椭球体时，可推导出更精确的高度改正公式，

$$\Delta g_{\text{高}} = 3.086(1 + 0.0007\cos 2\varphi) \Delta h - 7.2 \times 10^{-7} \Delta h^2 \text{ (g.u.)} \quad (1.6)$$

式中 Δh 以 m 为单位， φ 为地理纬度。

目前区域重力测量都要求使用（1.6）式。如果把高度改正和中间层改正合并进行，即称为布格改正。公式形式为

$$\Delta g_{\text{布}} = (3.086 - 0.419\sigma) \Delta h \quad \text{(g.u.)} \quad (1.7)$$

四、重力异常

（一）、布格重力异常

布格重力异常是经过纬度、高度、中间层以及地形改正后获得的异常。

（二）、自由空气异常

在重力测量值中，只经过纬度和高度改正的异常叫自由空气异常。又称自由空间异常或法伊异常。

五、规则几何形体参数的计算

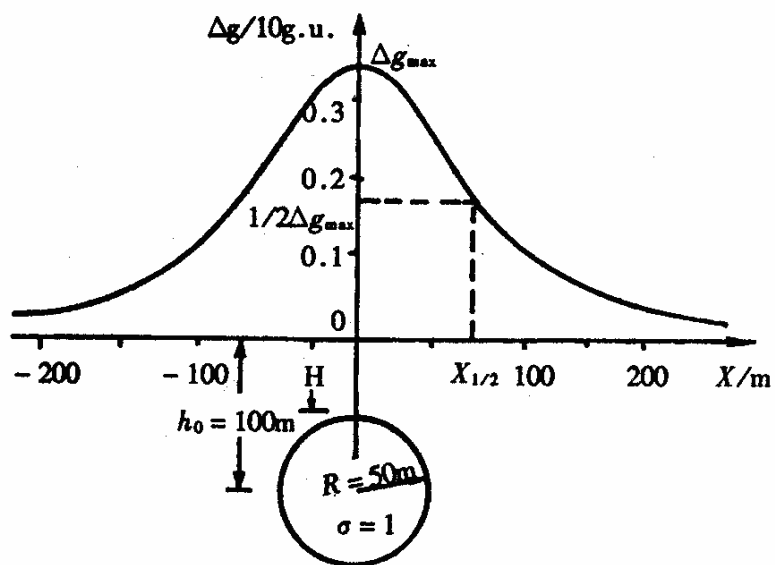
以球体为例进行介绍：

假设以球体中心在地面的投影点为坐标原点，球体的中心埋深为 h_0 ，与围岩的密度差（又称剩余密度）为 σ ，则剩余质量 $M = \frac{4\pi R^3 \sigma}{3}$ 将在地面上产生重力异常。 σ 为正时，异常为正；反之，异常为负。计算时可把全部质量当作集中于球心的一个质点来看待。这样，球体在地面 x 轴上任意一点产生的重力异常为

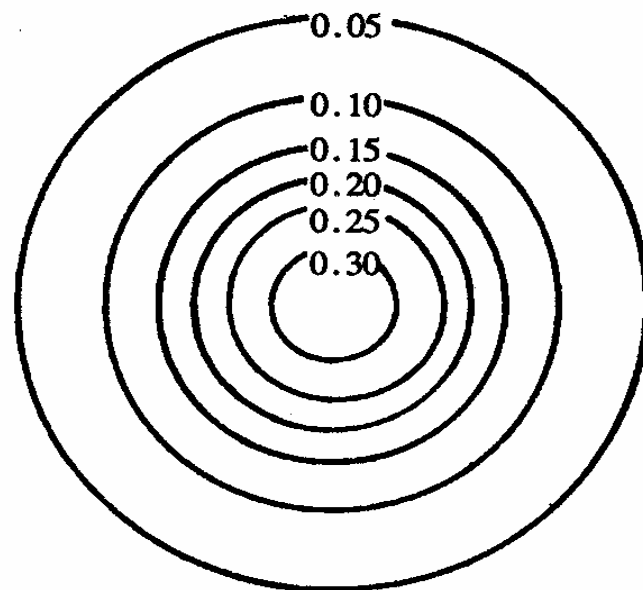
$$\Delta g = \frac{GMh_0}{(x^2 + h_0^2)^{3/2}} \quad (1.8)$$

式中 x 代表测点的横坐标值， G 为万有引力系数。利用（1.8）式计算并画出球体在地面上引起的重力异常，见图1-3。

球体重力异常



(a) Δg 剖面图



(b) Δg 等值线平面图

图1-3 球体的重力异常

球体重力异常

为了求得球体的产状，利用 Δg 剖面曲线的半极值点所对应的横坐标 $x_{1/2}$ ，可求出

$$h_0 = 1.305 x_{1/2} \quad (1.10)$$

利用极大值公式可求出剩余质量

$$M = \Delta g_{\max} h_0^2 / G \quad (1.11)$$

若 h_0 以m、 Δg 以g.u.为单位是，则(1.11)式可写成

$$M = 14.99 \times 10^3 \Delta h_0^2 \Delta g_{\max} (Kg) \quad (1.12)$$

如果知道球体与围岩的密度 σ_1 和 σ_0 ，就能求出球体的真实质量

$$M_{\text{真}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 - \sigma_0} M \quad (1.13)$$

利用球体的密度与质量，可求出球体的体积，随之求出球体的半径R。中心埋深 h_0 减去R即得球体上表面的埋深， h_0 加上R即得球体下表面的埋深。

六、重力异常与构造找矿

大区域性重力异常与地壳深部构造之间有着一定的对应关系。对于强度很大、延伸很长的区域性异常梯度带，一般反映为地壳深部构造的深大断裂带。由于它切割地壳伸入到地幔，因此有人又称为它为超壳断裂带。地幔物质往往在地壳运动中沿着这种断裂侵入到地壳上部，形成一些矿体。如喜马拉雅山的超基性岩和基性岩，他们受超壳断裂的控制，其岩体走向与断裂走向一致，呈线性分布，在雅鲁藏布江至象泉河一带，长达上千千米。在这个岩体里富集着铬、铜等金属矿。另外，在新疆的昆仑山、甘肃祁连山、秦岭及内蒙古等地也都有沿超壳断裂上侵的超基性岩分布。这些岩体都与岩浆型铬铁矿等矿床有密切的关系。

六、重力异常与构造找矿

由于这些超壳断裂成了活化期中不同熔融体的通道，所以，称这种断裂系为“聚矿构造”。聚矿构造是长期活动的，每当构造岩浆活化期，它就不止一次的复活，它控制着特殊的岩浆作用。聚矿断裂系与不同成矿带相交切，在断裂交汇点上形成了巨型矿床。因此，巨大的超壳断裂对矿产预测有着重要意义。这种聚矿构造具有一定的地球物理场特征，在重力场上表现为布格异常的梯度带。莫霍界面深度的变异带。

第二节 重力梯度测量

前言

常规重力测量观测重力位的铅垂一次导数，即 Δg 或 V_z 。重力梯度测量可以得到重力位的二次导数，如 V_{xx} 、 V_{xy} 、 V_{xz} 、 V_{yx} 、 V_{yy} 、 V_{yz} 和 V_{zx} 、 V_{zy} 、 V_{zz} ，它们是重力位的一次导数 V_x 、 V_y 、 V_z 在 x 、 y 、 z 方向上的变化率，实际工作中只使用 V_{xx} 、 V_{xy} 、 V_{xz} 、 V_{yy} 、 V_{yz} 。

扭称梯度仪在20世纪20年代的美国是油气普查勘探唯一的有效工具。由于仪器笨重、效率低，梯度数据的解释方法研究又没有跟上，20世纪30年代以来被地震法、重力摆仪及重力仪所取代。然而，由于重力梯度值具有重力值所没有的独特的优点，重力梯度测量并没有消失，20世纪70年代，美国海军的新型的重力梯度仪及三维重力梯度测量技术公开，在海洋石油勘探及航空重力梯度测量领域开始得到应用，已经显示出良好的应用前景。

重力梯度测量的优越性

与重力测量相比，重力梯度测量具有下列优点：

- 1) 重力梯度异常能够反映场源体的细节，即具有比重力本身高的分辨率。这是重力梯度测量最主要的优点。
 - 2) 常规重力仪只测量重力场的一个分量（铅垂分量），而一台重力梯度仪能够测量九个重力场梯度张量分量中的五项；梯度仪测量中多个信息的综合应用能够加强应用重力数据做出的地质解释。
 - 3) 特别是，梯度仪不受不利于常规重力仪的、在运动环境（例如船和飞机）下的、大的运动加速度的影响。
- 此外，重力梯度测量数据能够提高地质特征的定量模拟质量。

重力梯度计算值的应用

重力异常梯度值具有比重力异常更高一级的分辨率。在没有高精度的重力梯度仪之前，人们就利用理论公式或频率域方法，把重力异常换算为各种梯度异常，例如 $\partial g / \partial z$ 、 $\partial^2 g / \partial^2 z$ 等，在重力解释中加以利用。

重力梯度异常在寻找断裂、不同密度的物性接触面、局部构造、一些小矿体以及分离局部矿体引起的叠加异常上还在发挥着良好的作用。

新型的美国海军重力梯度仪

在20世纪70年代，出于对导航和导弹发射的需要，美国海军花费了10亿美元研究一个测量重力梯度的系统。该仪器传感器一度为国防秘密；冷战结束，这项军事技术开始用于勘探地球物理及其他领域。1995年以前，美国海军开始探索把这一潜水艇重力梯度仪技术作为民用。

三维重力梯度测量是Bell Aerospace公司为美国海军潜艇计划研究的一项秘密技术。重力梯度仪由12台分开的重力仪组成，当这些重力仪在“罗经柜”中翻转时，并测量了1m内地球重力的差值。因此，重力梯度测量有可能以比以前高得多的分辨率和精度并绘制出盐丘以下的密度差图。在墨西哥湾测量表明，梯度测量的精度估计为每1km范围内0.5E。大约相当于 $0.05 \times 10^{-5} m \cdot s^{-2} / km$ 。Bell Geospace公司已经应用美国海军船只在墨西哥湾找到了大型推覆构造继而找到了大油田，重力梯度测量在寻找金属矿方面也有很大的应用前景。

第三节 重力归一化总梯度的计算方法及应用

重力归一化总梯度计算方法是前苏联学者别廖兹金等人在20世纪60年代末提出的。

该方法在石油勘探中可以用来确定储油、气构造，同时又可用来解决金属及深部构造等问题。

一、方法原理

重力场及其导数在场源外都是解析函数，可以从已知区解析延拓到场源以外的区域而保持其解析性。但在场源处，函数失去解析性。使函数失去解析性的点叫做奇点。根据这一原理，可以将确定重力场场源的问题归结为通过解析延拓确定奇点的问题。这就是本方法的出发点，又可简称为“奇点法”。

一个水平圆柱体，向下延拓到任一点P的重力表达式为：

$$\Delta g(x, z) = -2\lambda G \frac{h - z}{(h - z)^2 + x^2}$$

式中 h 为圆柱体中心埋深； λ 为线密度； G 为万有引力常数。

当坐标原点取在圆柱体轴线正上方（ $\xi = 0$ ）时，轴上（ $x=0$ ）任意点的重力异常则为：

$$\Delta g(z) = -2\lambda G \frac{1}{h - z}$$

不难看出，当延拓到场源即 $z \rightarrow h$ 时， $\Delta g(z) \rightarrow \infty$ ，也就是在圆柱体中心处， Δg 表达式失去解析性。

一、方法原理

在实际工作中，被研究对象的具体表达式是不知道的，而所能用的仅仅是有限个离散的实际数据。这时，只能根据重力函数的解析性，将有限个数据表示成级数来加以讨论。这样做的结果是，由于数据的离散和有限性，所展开的级数是有限项级数。同时还受到观测精度和随机干扰的影响，使得重力场的解析延拓只能是近似的。往往在延拓到场源之前，其延拓过程即遭破坏。所以用这种方法通常是找不到与场源有关的奇点。

一、方法原理

还以水平圆柱体为例，将在点附近展成台劳级数，有

$$\Delta g(z) = -2G\lambda \left[-\frac{1}{h} - \frac{z}{h^2} - \frac{z^2}{h^3} - \frac{z^3}{h^4} - \dots - \frac{z^n}{h^{n+1}} - \dots \right] \quad (3.1)$$

$$= 2G\lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{h^{n+1}} = \frac{2G\lambda}{h} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{h}\right)^n = \frac{2G\lambda}{h} \sum_{n=0}^{\infty} \zeta^n$$

式中 $\zeta = \frac{z}{h}$ 。

当取有限项时，

$$\Delta g(z) = \frac{2\lambda G}{h} \sum_{n=0}^N \left(\frac{z}{h}\right)^n \quad (3.2)$$

显然，即使延拓深度达到或超过圆柱体中心（即场源），也就是时 $z=h$ ，（3.2）式仍是一非无穷量，而且 N 为有限数。级数值虽然随着 N 的增大而增大，但只要 N 取确定的值，级数总是收敛的。因此，用有限项级数对重力场进行延拓，找不到与场源有关的奇点。

一、方法原理

为克服上述困难，仍以无穷级数的形式来表示

$$\Delta g(z) = \frac{2\lambda G}{h} \sum_{n=0}^{\infty} \zeta^n \quad (3.3)$$

十分明显，当下延到场源（ $\zeta \rightarrow 1$ ）时，上式趋于无穷（发散），即水平圆柱体的轴线（深度）为 $\Delta g(z)$ 的奇点。实际计算中不可能取到无穷项，为此将（3.3）式改写成

$$\Delta g(z) = \frac{2G\lambda}{h} \sum_{n=0}^N \left(\frac{z}{h}\right)^n + \frac{2G\lambda}{h} \sum_{n=N+1}^{\infty} \left(\frac{z}{h}\right)^n \quad (3.4)$$

上式中等号右边的第二项为级数的余项。若令

$$\Delta g_N(\zeta) = \frac{2G\lambda}{h} \sum_{n=0}^N \zeta^n, \quad r_N(\zeta) = \frac{2G\lambda}{h} \sum_{n=N+1}^{\infty} \zeta^n, \quad \text{则}$$
$$\Delta g(\zeta) = \Delta g_N(\zeta) + r_N(\zeta) \quad (3.5)$$

由级数理论可以证明，当 N 取适当值时，则在 $\zeta < 1$ 时，有 $r_N(\zeta) < \Delta g_N(\zeta)$ ；而当 $\zeta > 1$ 时，有 $r_N(\zeta) > \Delta g_N(\zeta)$ 。若对 $\Delta g_N(\zeta)$ 进行归一化，则有：

$$\Delta g^H(\zeta) = \frac{\Delta g_N(\zeta) + r_N(\zeta)}{r_N(\zeta)} = \frac{\Delta g_N(\zeta)}{r_N(\zeta)} + 1 \quad (3.6)$$

一、方法原理

不难看出，上式中1是常数，在讨论中不起作用， $\Delta g^H(\zeta)$ 的变化仅取决于 $\Delta g_N(\zeta)$ 与 $r_N(\zeta)$ 之比。当 $\zeta < 1$ 时，即 z 从上而下接近奇点时，由于 $r_N(\zeta) < \Delta g_N(\zeta)$ ，且当 N 适当时， $r_N(\zeta)$ 增长较慢，而 $\Delta g_N(\zeta)$ 增长得较快。故 $\Delta g^H(\zeta)$ 随 ζ 增大而增大，但当过奇点后，即 $\zeta > 1$ 时， $r_N(\zeta) > \Delta g_N(\zeta)$ ，且 $r_N(\zeta)$ 增长速度超过 $\Delta g_N(\zeta)$ 增长速度，故 $\Delta g^H(\zeta)$ 将减小。于是在 $\zeta \rightarrow 1$ 时，即 $z \rightarrow h$ 时， $\Delta g^H(\zeta)$ 将有极大值见图3-1。

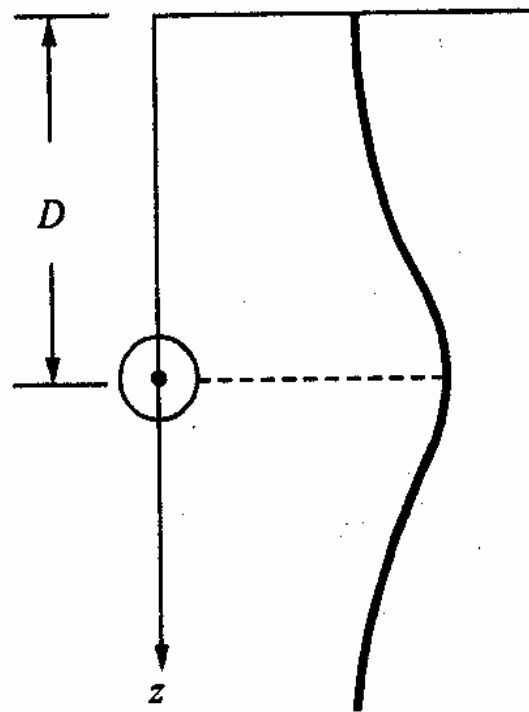


图3-1 变化特征

二、归一化总梯度的计算方法

实际应用中，并不用观测面内的归一化重力异常 $\Delta g^H(\zeta)$ ，而是用观测剖面内重力异常的总梯度 $G(x,z)$ （即 V_{xz} 和 V_{zz} 矢量和的模）作归一化函数。它同归一化的 $\Delta g^H(\zeta)$ 一样，当归一化总梯度延拓至场源时，将有极大值。同样可根据其极值来判断场源或奇点的位置。

此外归一化总梯度的余项和随机误差对下延结果的影响，要比归一化重力异常小很多。

归一化总梯度的定义式为：

$$G^H(x,z) = \frac{G(x,z)}{\overline{G(x,z)}} = \frac{\sqrt{V_{xz}^2(x,z) + V_{zz}^2(x,z)}}{\frac{1}{M+1} \sum_0^M \sqrt{V_{xz}^2(x,z) + V_{zz}^2(x,z)}} \quad (3.7)$$

式中， $G(x,z)$ ：观测剖面（ xoz 铅垂面）上的重力总梯度的模；

$\overline{G(x,z)}$ ：深度为 z 上的 $M+1$ 个点的重力总梯度模的平均值；

M ：测点的间隔数。

按一定深度间隔计算出各点的 $G^H(x,z)$ ，就可勾划出下半平面内的 $G^H(x,z)$ 的等值线图。这里介绍由观测剖面上的重力异常 Δg 计算下半空间各点的 V_{xz} 和 V_{zz} 的方法（也可用扭称直接实测出 V_{xz} 及 V_{zz} ）。

常用的换算方法是以傅里叶级数来表示 $\Delta g(x,z)$ ，然后求导数 V_{xz} 和 V_{zz} 。若测线上两个端点的重力值为零，则正弦级数收敛得更快。为了使两个端点的重力值为零，可对测线上的某一个点的 $\Delta g(x,z)$ 减去线性项 $a-bx$ ，其中 a 为测线起点的重力值 $\Delta g_{起}(x,0)$ ； $b=\Delta g_{起}(x,0)-\Delta g_{末}(x,0)/L$ ， $\Delta g_{末}(x,0)$ 为测线末端的重力值， L 为测线长度。

由于在两端点的重力异常值为零的条件下，正弦级数的收敛较余弦级数快，因此选正弦级数表示下半平面内的重力异常。

则

$$\Delta g(x, z) = \sum_{n=1}^N B_n \sin \frac{\pi n x}{L} e^{\frac{n\pi z}{L}} \quad (3.8)$$

其中

$$B_n = \frac{2}{L} \int_0^L \Delta g(x, 0) \sin \frac{\pi n x}{L} dx$$

式中 B_n 是谐波数， N 是项数， $e^{\frac{n\pi z}{L}}$ 为下延因子。对（3.8）式求导得

$$V_{xz}(x, z) = \frac{\pi}{L} \sum_{n=1}^N n B_n \cos \frac{\pi n x}{L} e^{\frac{n\pi z}{L}} \quad (3.9)$$

$$V_{zz}(x, z) = \frac{\pi}{L} \sum_{n=1}^M n B_n \sin \frac{\pi n x}{L} e^{\frac{n\pi z}{L}} \quad (3.10)$$

B_n 的离散求和形式为：

$$B_n = \frac{2}{M} \sum_{j=0}^M \Delta g(j\Delta x) \sin \frac{n\pi j}{M} = \frac{2}{M} \sum_{j=0}^M \Delta g(j\Delta x) \sin \frac{n\pi j\Delta x}{L} \quad (3.11)$$

式中 $x=j\Delta x$ ； Δx 为点距； M 为总点数； $M=L/\Delta x$ 。 $\Delta g(j\Delta x)$ 即测线 L 上第 j 点的实测重力值。

为了减小由随机干扰和测线端部场的截断而引起的下半平面中 $G^H(x, z)$ 曲线的剧烈跳动（所谓振荡效应），还必须对 B_n 乘上一个圆滑因子 q_m ，以增强延拓过程的稳定性。

$$q_m = \left(\frac{\sin \frac{n\pi}{N}}{\frac{n\pi}{N}} \right)^m \quad (3.12)$$

式中 $m=1, 2, 3\cdots$ ， N 为总项数， q_m 的数值从1变到零。 n （谐波数）越大， q_m 值越小，说明 q_m 对高频成分有明显的压抑作用，因此计算 V_{xz} 和 V_{zz} 的公式应为：

$$V_{xz}(x, z) = \frac{\pi}{L} \sum_{n=1}^N n B_n \cos \frac{\pi n x}{L} e^{\frac{\pi n z}{L}} \left(\frac{\sin \frac{\pi n}{N}}{\frac{\pi n}{N}} \right)^m \quad (3.13)$$

$$V_{zz}(x, z) = \frac{\pi}{L} \sum_{n=1}^N n B_n \sin \frac{\pi n x}{L} e^{\frac{\pi n z}{L}} \left(\frac{\sin \frac{\pi n}{N}}{\frac{\pi n}{N}} \right)^m \quad (3.14)$$

在油气藏勘探中，取 $m=2$ 较适宜。

需要指出的是，级数的总项数（谐波数） N 是一个甚为关键的参数，在观测误差及测线长度一定的条件下，它的取值将决定是否能确定出场源的位置。 $G^H(x, z)$ 的极值以及出现极值的深度均随 N 值而异。在实际应用中，可选不同的 N 值来计算 $G^H(x, z)$ ，这时将获得相应的一系列的极值。诸极值中最大那个极值的深度即为场源所在，而计算出极大值的 N 值即为应取的参数。

综上所述，计算归一化总梯度的具体步骤如下：

- (1) 从原始重力值 $\Delta g(x, 0)$ 减去线性项 $a \pm bx$ ；
- (2) 利用上述相减后的值 Δg ， 根据 (3. 11) 式求出 B_n ；
- (3) 由 (3. 13) 、 (3. 14) 式求出 V_{xz} 和 V_{zz} ；
- (4) 由 (3. 7) 式，用求得的 V_{xz} 和 V_{zz} ，计算 $G^H(x, z)$ ；
- (5) 确定 N 值。

三、方法特点及应用

归一化总梯度法包容了目前重力解释中广泛应用的圆滑、导数和解析延拓等方法，它具有一些自己独特的一些优点根据前苏联早在20世纪70年代初的统计，45个地质构造运用了本方法（其中30个是油气田，15个是金属矿床），试验的结果在42个已知构造上获得了场 $G^H(x, z)$ 的可靠显示，只有3个是不可靠的，由此可见其成功率很高。В. М. Б е р е з к и н等人对本方法的实际能力作了如下的总结：

(1) $G^H(x, z)$ 法可以从实测重力场中划分出相隔20-30m以上、深度在3-5km以上的平缓地质构造的重力异常，并可确定它们的深度，理论上其精度可达5%-50%。

(2) $G^H(x, z)$ 法可以从实测重力场中划分出厚度在50m以上的油层和30m以上的气层的重力异常。因此它为配合其他方法直接寻找相对不大的油气田提供了新的有效途径。

(3) $G^H(x, z)$ 在金属矿勘探中，可以求出矿体上顶面或重心的深度，并对它的倾向作出某些估计。

(4) $G^H(x, z)$ 法可用于研究地壳深部构造，确定深部构造的位置和它的方向。

四、应用实例

图3-2给出了一个其顶部埋深1km，底部深1.8km，宽为3km的背斜模型的计算结果。可以看出，在背斜的重心部位（场源中心）， $G^H(x, z)$ 有最大值8.86，证实了本方法的理论效果。

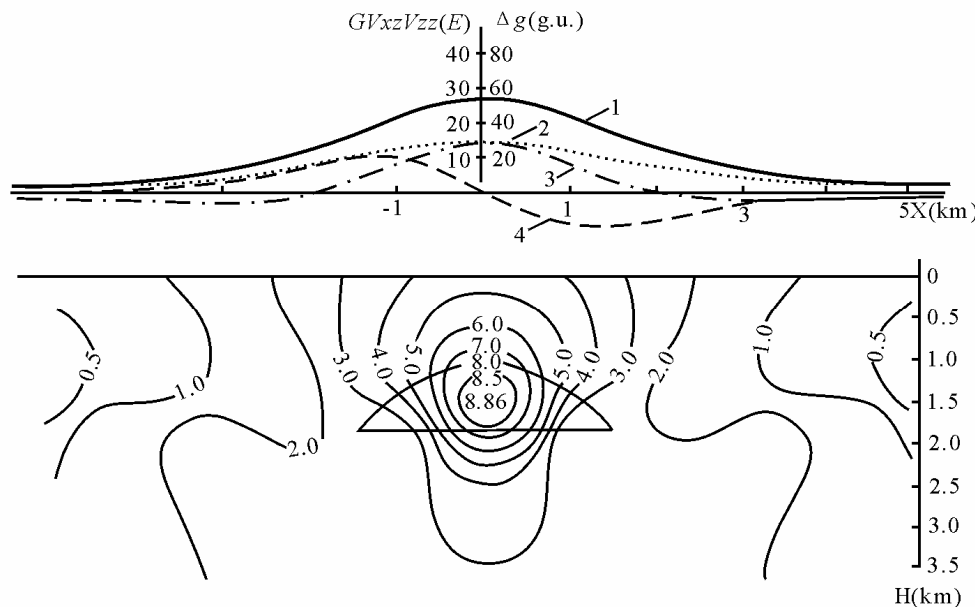


图3-2 背斜体的 $\Delta g(x, 0)$ 、 V_{xz} 、 V_{zz} 、 $G(x, 0)$ 曲线和 $G^H(x, z)$ 等值剖面

$N=50$; 1- Δg 曲线; 2- $G(x, 0)$ 曲线; 3- V_{xz} 曲线; 4- V_{zz} 曲线

在图3-3给出了上顶埋深3km，下底埋深6km， $\rho = 0.5\text{g/cm}^3$ 的垂直台阶模型所对应的总梯度图（a）和相位图（b）。在N合适时，极大值位置与台阶下角点位置基本一致，相位图则十分准确地用极小和极大之间的零值指明了台阶铅垂面所在位置。

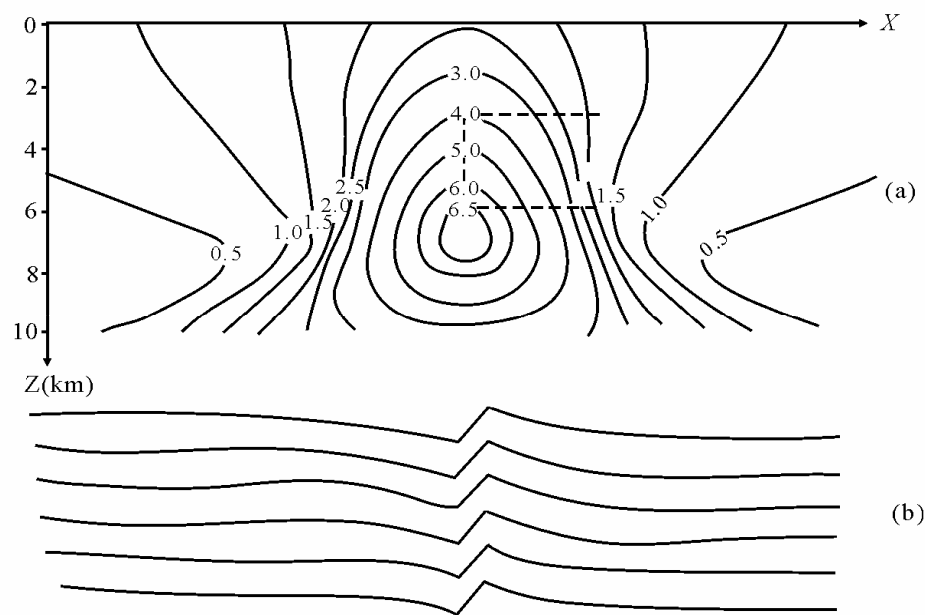


图3-3 铅垂台阶的 G^H 图（a）和相位图（b）

在含油气的背斜构造顶部，由于质量亏损，会使因背斜构造形成的重力极大值有所降低（约10g.u.），但这种减小是无法判明的，而在总梯度图上，则于构造的边部出现两个极大值，而在构造顶部出现一个极大值，形成“两高夹一低”的特征，成为寻找含油气构造的典型标志，见图3-4。

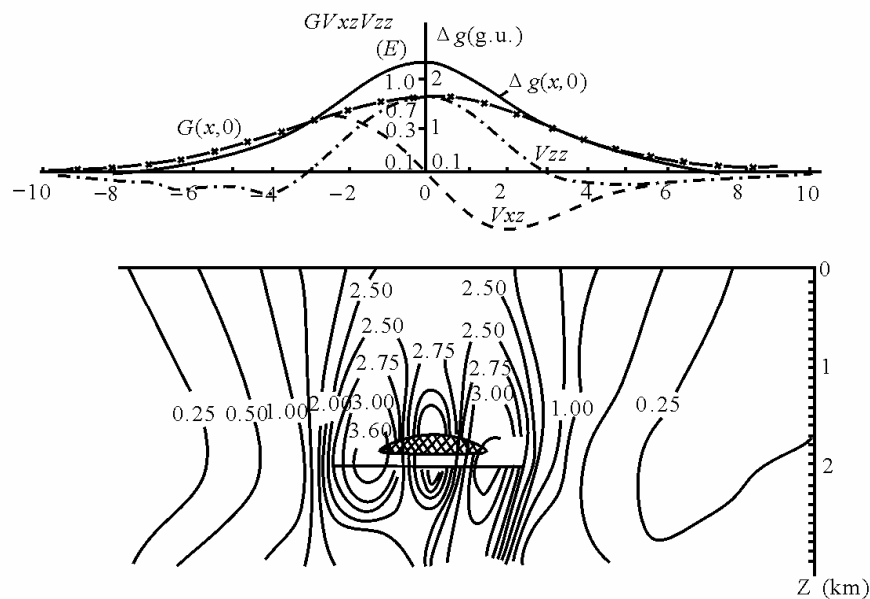


图3-4含油气背斜构造模型的归一化总梯度图

第四节 欧拉反褶积方法原理

一、欧拉反褶积方法的由来和发展史

欧拉反褶积方法是由英国地球物理学家 *Reid*(1990年) 等人在 *Thompson*(1982年) 对欧拉齐次方程的研究后提出的。


研究证明，欧拉反褶积方法可以圈定地质体的边界，并对潜伏场源进行深度估计。

欧拉反褶积方法不需要更多的先验信息，不受磁化方向的影响，即计算磁异常数据时不需化极运算。

此后国外相继有一些同行们也开始从不同的角度对欧拉反褶积方法进行了研究，并在重力及磁测数据中加以验证。在计算技巧上也有一些改进，比如：*Marson*等（1993）提出利用重力数据的水平导数来减少计算结果的随机性，*Pierre Keating*（1998）引入误差函数，对欧拉方程进行加权计算，来排除假频信号的干扰等等。这些研究都在不同的研究地区上进行了验证，总的来说效果是令人满意的。

二、欧拉反褶积方法的基本理论

我们知道，欧拉反褶积方法是一种重、磁位场数据进行快速反演解释的方法，并能在较少先验信息的情况下自动或半自动地确定场源位置、解释场源起因，有效地圈定出构造体的范围，推算出构造体的具体位置的方法。理论上，它是建立在欧拉齐次方程（以下称欧拉方程）的基础之上的，它建立了位场异常数据（重、磁异常）和潜伏场源的几何参数之间的关系，通过解欧拉方程可以确定场源体的水平位置和深度，进而对断层、岩脉、物性接触界面等地质构造进行鉴别和钻探。



在直角坐标系中，选取 z 轴向下为正，如果函数 $f(x, y, z)$ 满足：

$$f(tx, ty, tz) = tf(x, y, z) \quad (4.1)$$

则我们称 $f(x, y, z)$ 是 n 阶齐次的。如果 $f(x, y, z)$ 是 n 阶齐次的，并令 $t=1$ ，那么它满足下列方程，即：

$$\frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x}x + \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y}y + \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z}z = nf(x, y, z) \quad (4.2)$$

通常我们把（4.2）这个偏微分方程成为欧拉方程，简称欧拉方程。

同时我们还能证明： $f(x, y, z)$ 的沿X方向、Y方向和Z方向的 m 阶偏导数是 $n-m$ 阶齐次的，既满足下式：

$$f^{(m)}(tx, ty, tz) = t^{n-m} f^{(m)}(x, y, z) \quad (m=0, 1, 2, 3, \dots) \quad (4.3)$$

这里 $f^{(m)}(x, y, z)$ 是 $f(x, y, z)$ 在某方向上的 m 阶导数，它可以是沿某一个方向上的偏导数，也可以是混合偏导数。比如二阶偏导数： f_{xx} 、 f_{yy} 或 f_{xy} 、 f_{xz} 等，容易证明重力原始异常是 n 阶齐次的，则重力梯度 g_x 、 g_y 、 g_z 是 $n-1$ 阶齐次的。

观察（4.2）式，令 $n=-N$ ，因为这个 n 在位场的研究中一般为负值。

考虑到一个相对于观测平面，位于点 (x_0, y_0, z_0) 的孤立场源，其在观测点 (x, y, z) 处的重、磁异常可写成如下形式：

$$f(x, y, z) = \frac{C}{r^N} \quad (4.4)$$

这里， $f(x, y, z)$ 代表重力或磁异常强度，

$r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$ 为场源到观测点之间的距离， C 是不依赖于 x, y, z 的常数，对于这样一个函数，它满足 (4.1) 式，它的欧拉方程可写成：

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x-x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}(y-y_0) + \frac{\partial f}{\partial z}(z-z_0) = -Nf(x-x_0, y-y_0, z-z_0) \quad (4.5)$$

上式还可以写成下面的形式：

$$r \cdot \nabla f(x-x_0, y-y_0, z-z_0) = -N \cdot f(x-x_0, y-y_0, z-z_0) \quad (4.6)$$

其中， $\nabla f = (\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z})$ 是梯度的运算符号， N 就是场异常强度随深度变化的衰减率，他与场源的几何构造有关，称为构造指数 (SI)

(Thompson, 1982) (也可以称它为异常的衰减率 AAR)，不同的地质体有不同的 N 值。

从欧拉方程的建立，我们看到场的异常和场源的位置参数用了一个线性形式表现出来，如果我们能够合理地解出这种线性方程，就可以自动或半自动地进行解释场源的工作了。

为了压制背景值的影响，*Thompson* (1982) 建议在欧拉方程中引入一项未知的连续常数 B ，此时 (4.5) 式可写成为：

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x-x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}(y-y_0) + \frac{\partial f}{\partial z}(z-z_0) = -N(f(x-x_0, y-y_0, z-z_0) + B) \quad (4.7)$$

当 $N=0$ 时，*Reid et al.* (1990) 也提出过相类似的方程：


$$\frac{\partial f}{\partial x}(x-x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}(y-y_0) + \frac{\partial f}{\partial z}(z-z_0) = B \quad (4.8)$$

三、欧拉反褶积方法的计算步骤

- 1、计算或测量异常的梯度值 $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$ ；
- 2、在研究区上选择合适的计算窗口，如 3×3 ，或 10×10 （单位为点距）；
- 3、在某个窗口内的所有节点上建立欧拉方程，建立欧拉方程组；
- 4、解方程组，求出场源体的位置参数和背景值；
- 5、按一定间隔移动子窗口，在所有的子窗口内重复3、4步，直至覆盖全区；
- 6、采用一定的方式将欧拉结果成图，然后根据地质情况对结果进行解释。

表 4-1 部分场源构造指数参考表^①

欧拉方程和数据类型 ^①				场源类型和构造指数 ^①					
序号 ^①	方程 ^①	数据类型 ^①	SI ^①	点源 或球 体 ^①	薄 板 ^①	厚板 ^①	垂 直 柱 体 ^①	水 平 柱 体 ^①	有 限 台 阶 ^①
1 ^①	$\vec{r} \cdot \nabla g = -Ng$ ^①	重力异常 ^①	N ^①	2 ^①	1 ^①	-0.5 ^①	1 ^①	1 ^①	0 ^①
2 ^①	$\vec{r} \cdot \nabla g_x = -(N+1)g_x$ ^①	重力异常 _x 方向导数 ^①	N+1 ^①	3 ^①	2 ^①	0.5 ^①	2 ^①	2 ^①	1 ^①
3 ^①	$\vec{r} \cdot \nabla g_y = -(N+1)g_y$ ^①	重力异常 _y 方向导数 ^①	N+1 ^①	3 ^①	2 ^①	0.5 ^①	2 ^①	2 ^①	1 ^①
4 ^①	$\vec{r} \cdot \nabla g_z = -(N+1)g_z$ ^①	重力垂向一 阶导数 ^①	N+1 ^①	3 ^①	2 ^①	0.5 ^①	2 ^①	2 ^①	1 ^①
5 ^①	$\vec{r} \cdot \nabla A_g = -(N+1)A_g$ ^①	重力解析信 号 ^①	N+1 ^①	3 ^①	2 ^①	0.5 ^①	2 ^①	2 ^①	1 ^①
6 ^①	$\vec{r} \cdot \nabla H_g = -(N+1)H_g$ ^①	重力水平导 数 ^①	N+1 ^①	3 ^①	2 ^①	0.5 ^①	2 ^①	2 ^①	1 ^①
7 ^①	$\vec{r} \cdot \nabla V = -(N-1)V+B$ ^①	重力位 ^①	N-1 ^①	1 ^①	0 ^①	-1.5 ^①	1 ^①	0 ^①	-1 ^①



一般而言，在解方程的过程中，需要根据场源形状或有关异常性质的先验知识来选择构造指数值 N ，这样，可以利用三个或更多相邻观测点的数据段，（组成一个观测移动的数据窗口，对于剖面数据为若干数据点构成的数据段，而对于平面网格化数据则为矩形数据窗口）来解线性方程组，即可得同一场源的多个解即 x_0, y_0, z_0 ，也可通过方程，求解构造指数 N ，据此了解场源的性质。

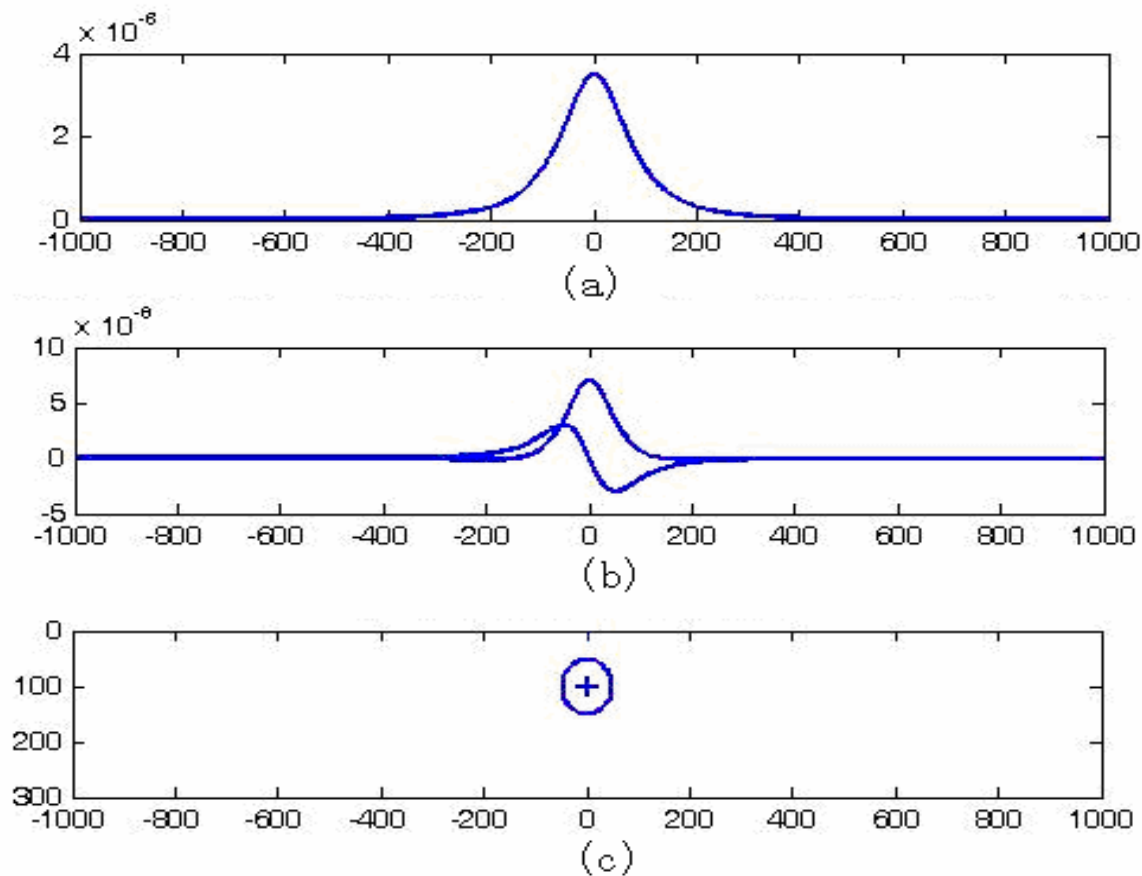
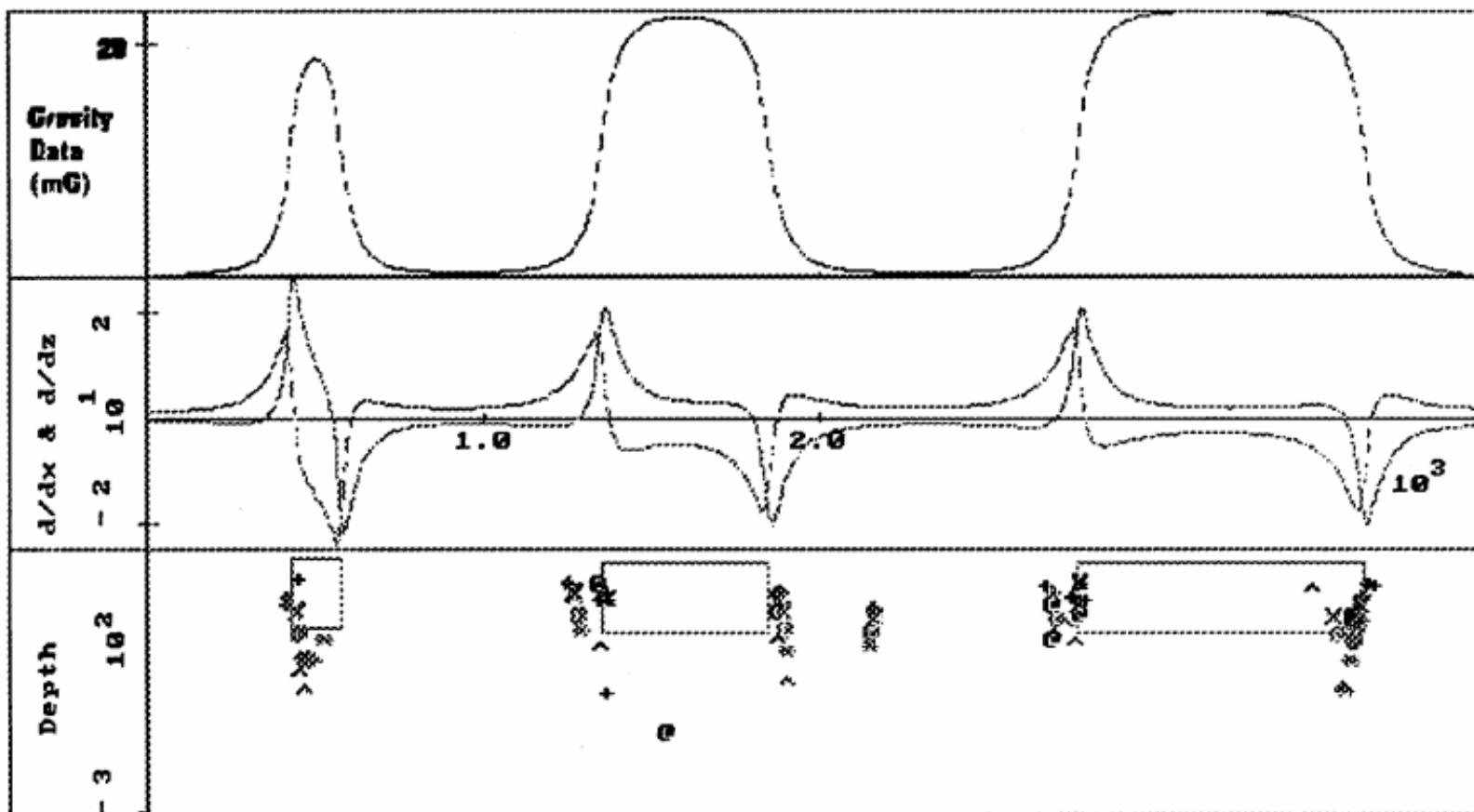


图4-1 球体模型欧拉反褶积结果

(a) 球体引起异常 (b) 一阶垂直与水平导数 (c) 欧拉反褶积反演结果
N=2

重力欧拉反褶积计算地质体边界



R. J. DURRHEIM (1998)

第五节 重力勘探在寻找金属矿方面的应用实例

应用重力法勘探金属矿床有两个途径，一是在有利条件下直接寻找矿体；另一个是研究金属矿床赋存的岩体或构造以推断矿体的位置。本节就这两方面介绍两个例子。

一、玲珑花岗岩体的重力研究

我国最大的金矿山东招远金矿赋存在玲珑花岗岩中，因此应用重力资料研究这个岩体的形态及产状，不仅对于它的侵位机制具有意义，而且对于寻找潜伏的或深部的金矿业有较大的价值。

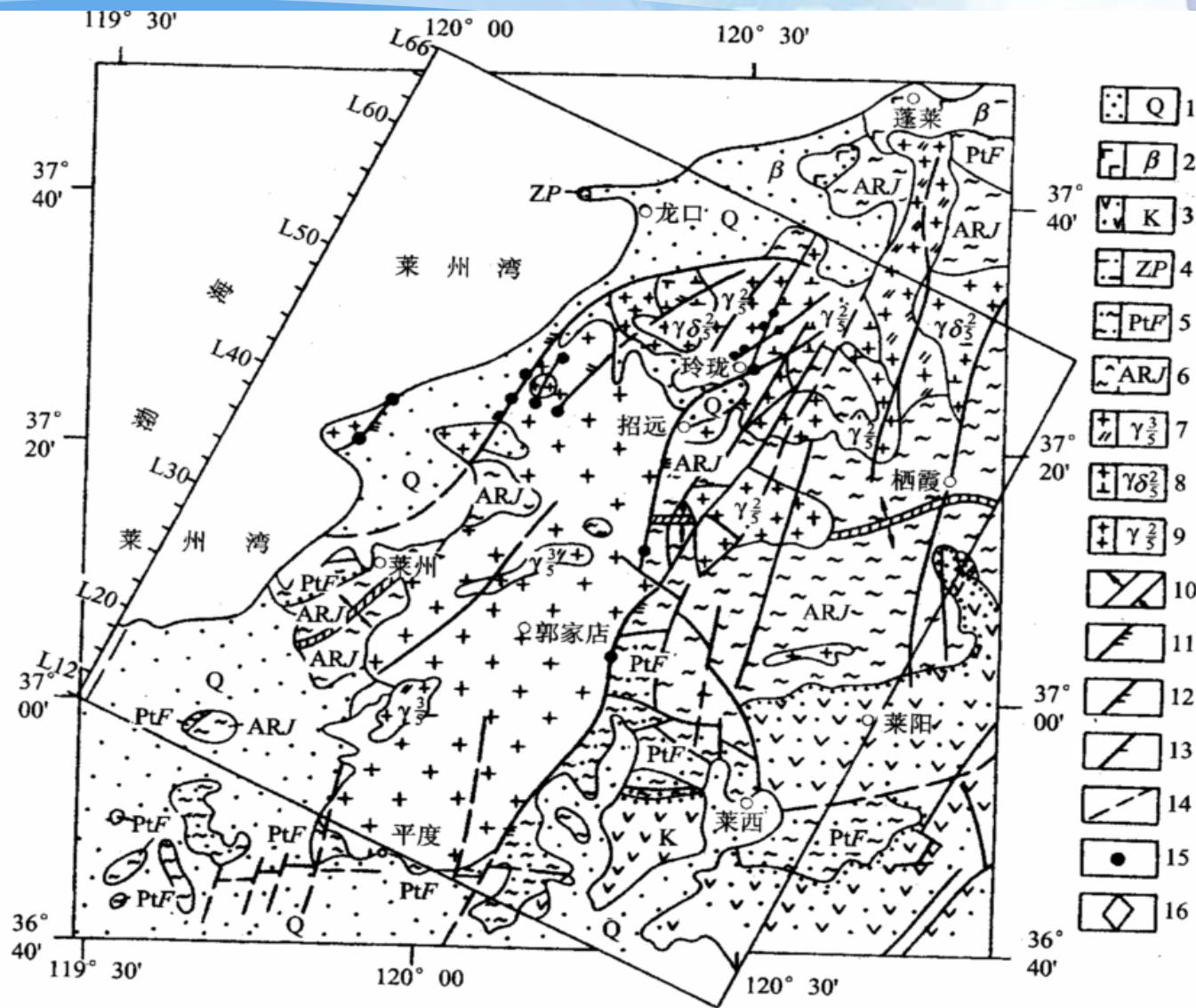



图5-1 胶东西北部区域地质图



位于胶东半岛的玲珑花岗岩体的密度为 2.66g/cm^3 ，与其围岩，即古老变质岩之间有 0.15 的密度差，能够引起明显的负异常。这个地区的地质图（图5-1）与本区重力异常图（图5-2）的比较表明，玲珑花岗岩体的地表形态及延伸趋势，与异常图中部的重力负异常十分相似。因此可以认为，这一重力负异常是有玲珑花岗岩体引起的。一条重力-密度剖面也生动地说明这一点。（图5-3）。

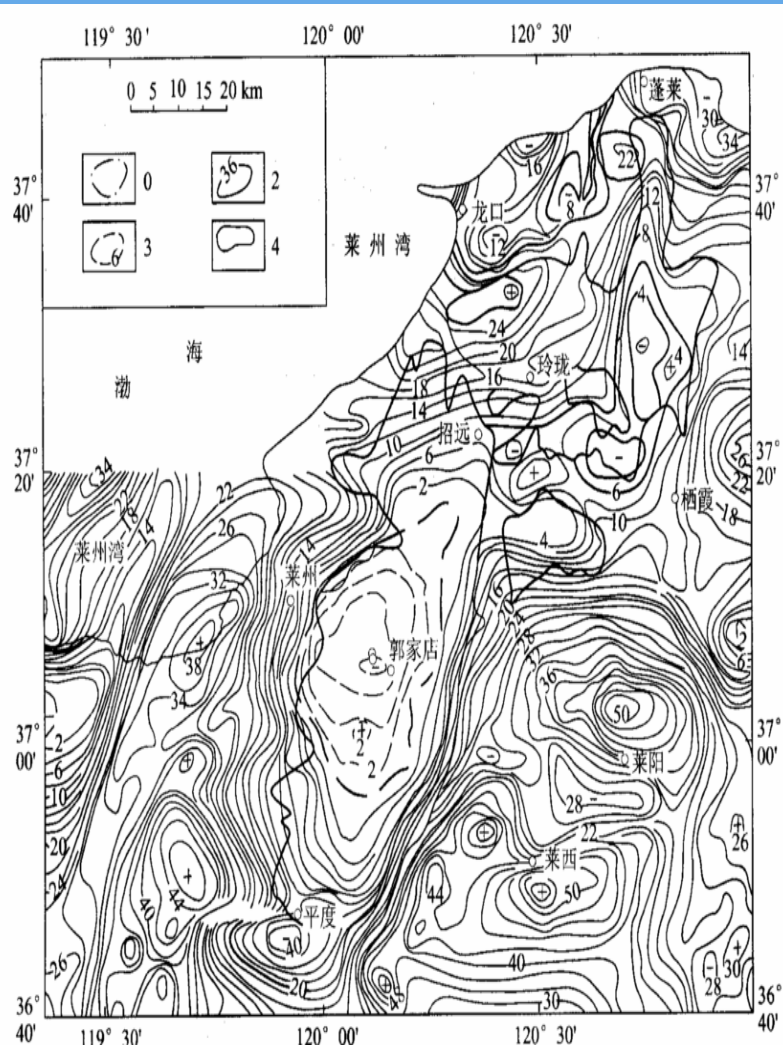


图5-2 胶东西北部布格重力异常图

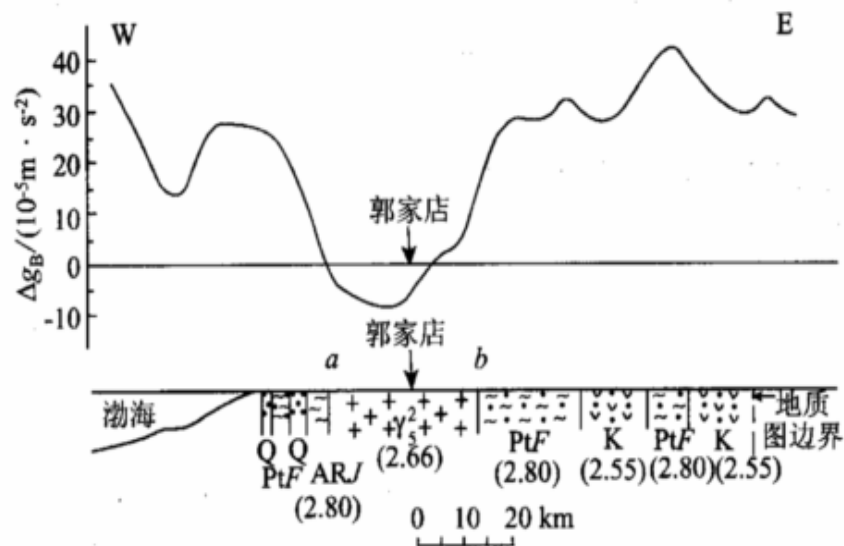


图5-3 L30方向地质-重力综合剖面

应用人机交互式的重力正演模拟在岩体地表露头的控制下，得到了玲珑花岗岩体的三维分布图（图5-4）。图5-4表明，这个面积3100，而厚度不到10km的岩体，是一个岩席，而不是以前推断的无根岩基。

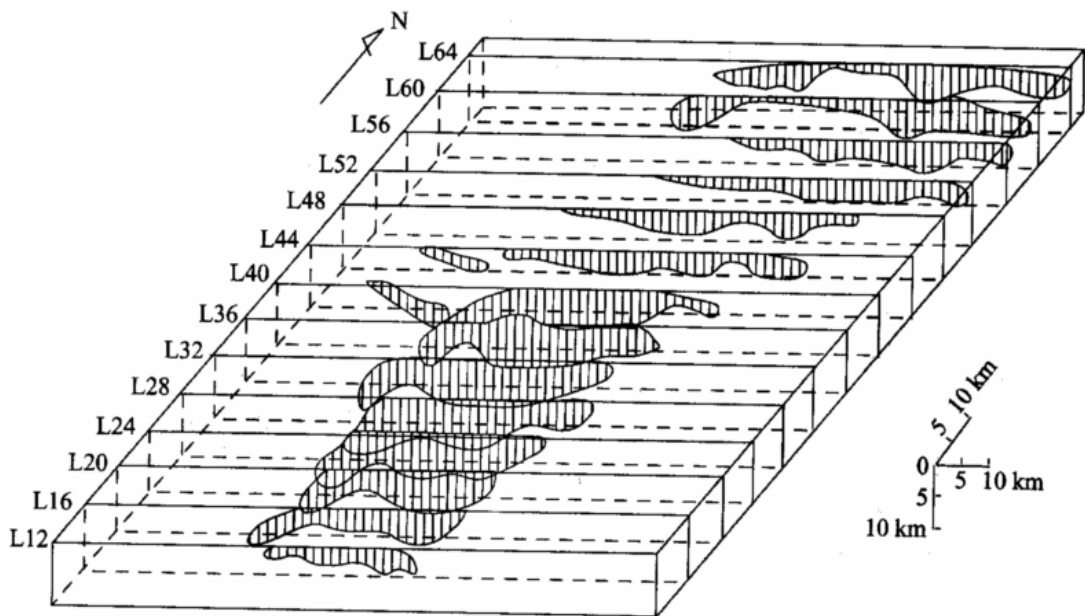


图5-4 玲珑花岗质杂岩体的三维分布

二、吉林某地含铜硫铁矿的重力勘探

利用1: 2000~1: 5000大比例尺的重力测量结果，可以寻找某些金属矿床。前长春地质学院陈善等于20世纪70年代在吉林省某地进行了利用重力法勘探金属矿的研究，成功地发现了含铜硫铁矿。

本区已经发现小型矽卡岩磁铁矿。为了扩大矿区的范围，并研究异常场源的情况，在原有的地面磁测工作基础上，进行了1: 2500的重力测量工作，得到了本区的布格重力异常图（图5-5）。从重力异常特征可看出，局部异常因受明显的区域异常的影响，其形态和特征并不清楚。为了突出局部异常，利用平滑曲线法计算出剩余重力异常（图5-6）。

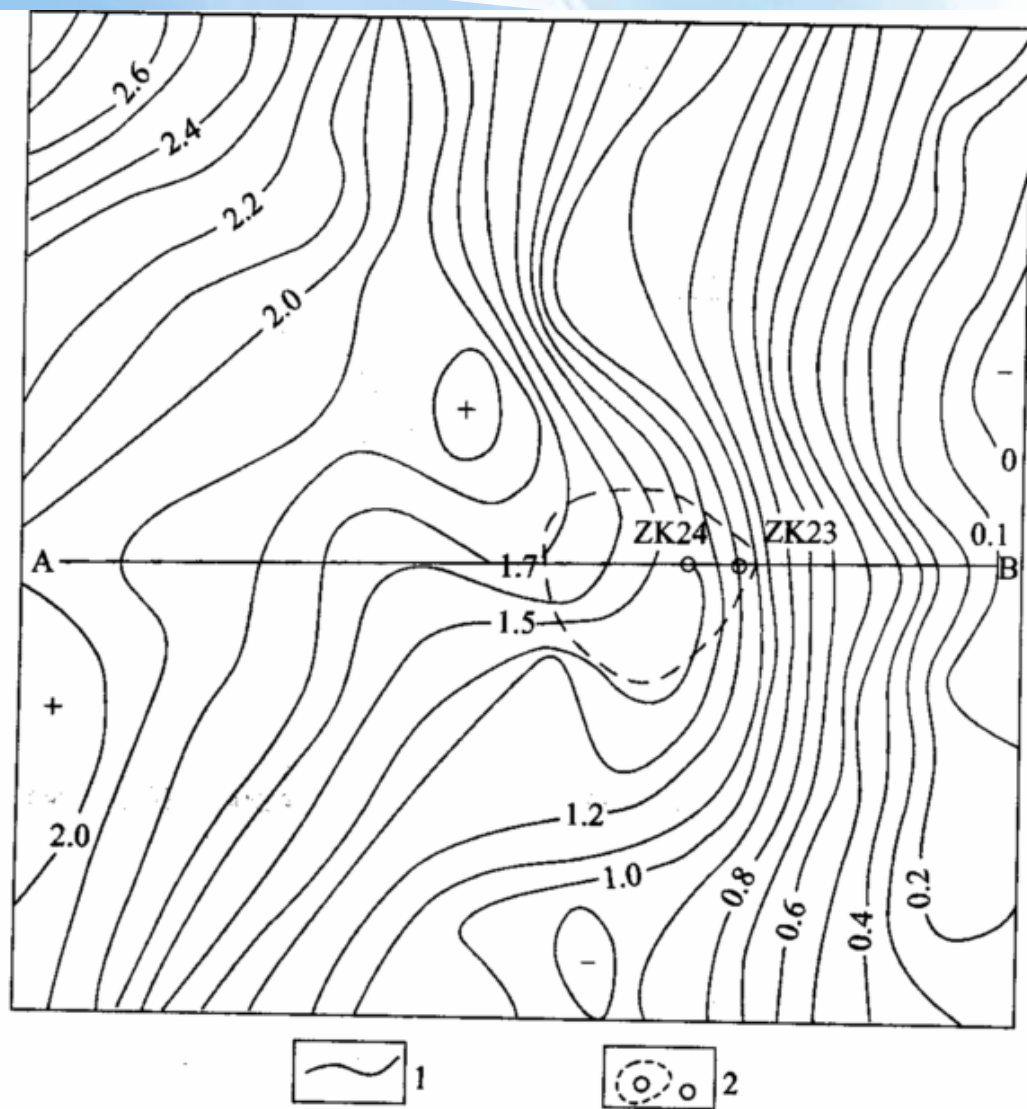


图5-5 吉林省某矿区布格重力异常图（陈善等提供）
等值线距10g.u.；1-重力异常等值线；2-重力发现的含铜硫铁矿范围和钻井位置

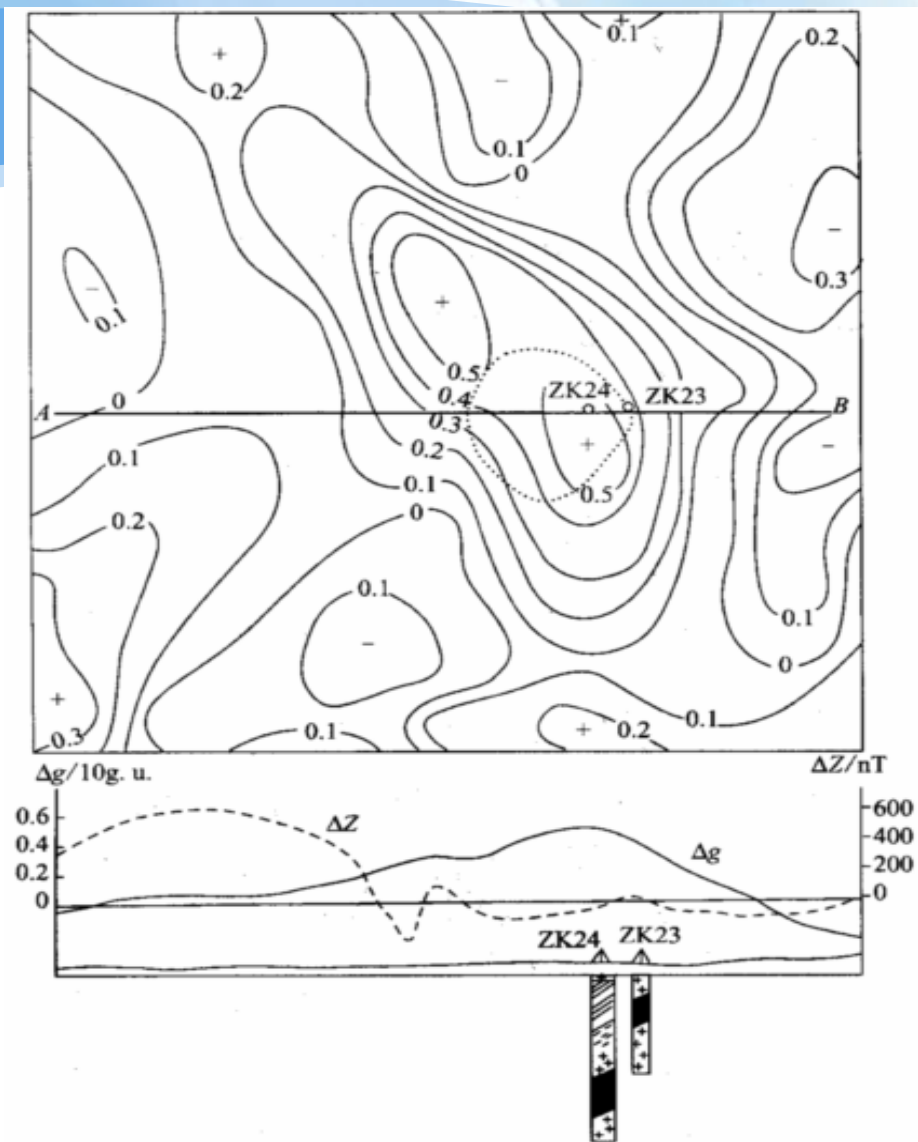



图5-6 吉林省某矿区剩余布格重力异常图
(陈善等提供)



剩余重力异常图表明，整个局部异常具有两个异常中心，其中西北部的封闭的异常等值线所圈定的范围与已知的铁矿位置一致，并与1000nT的磁力异常等值线所圈闭的面积相符。东南部的明显的封闭重力异常等值线位于磁异常的零线及100nT等值线之间，即磁异常对这个重力场源体没有任何反映。

根据已知铁矿的产状和它与围岩的密度差对西北部的重力正异常进行了正演计算，发现计算的异常基本与西北部的实例异常相当，因而证明了它的底部不可能存在另外的矿体。

由于东南部只有重力异常，而几乎没有磁异常反映，为了查明原因布设了验证钻孔ZK23. 布设钻孔的目的是验证重力异常，并同时验证若异常。结果在十几深处只见到2~3m厚的磁铁矿及黄铁矿化的砂卡岩，这样磁异常得到了基本解释。但是对利用钻孔所控制的这个矿体进行的重力正演计算，其结果却只有实测异常的1/3左右，显然深部还有高密度体的存在。为了进一步查明原因，又在重力异常中心设计了钻孔ZK24。结果在167m深处见到了含铜硫铁矿（钻探前，重力解释推测的高密度体顶部的最大深度为170m左右），矿体厚度为40m，矿石的密度为 $4.50 \sim 4.95 \text{ g/cm}^3$ ；而它的磁化率却很低，基本无磁性。有后来几个钻孔所控制的矿体产状进行了正演计算，其结果与实测重力异常基本吻合，从而查明了引起重力异常的场源。

这个实例说明，应用重力资料或重力-磁法资料的综合解释，对于寻找在磁铁矿附近无磁性的高密度矿体，效果较好。同时说明，解释工作应本着解释-验证-再解释-再验证的原则，直到查明异常产生的原因为止。



参考文献

[1] 孟令顺，傅维州编，地质学研究中的地球物理基础.2004，吉林大学出版社

[2] 曾华霖编，重力场与重力勘探.2005，地质出版社

[3] 孟令顺，杜晓娟编，勘探重、磁力学.2008，地质出版社（待出）



Thank You !