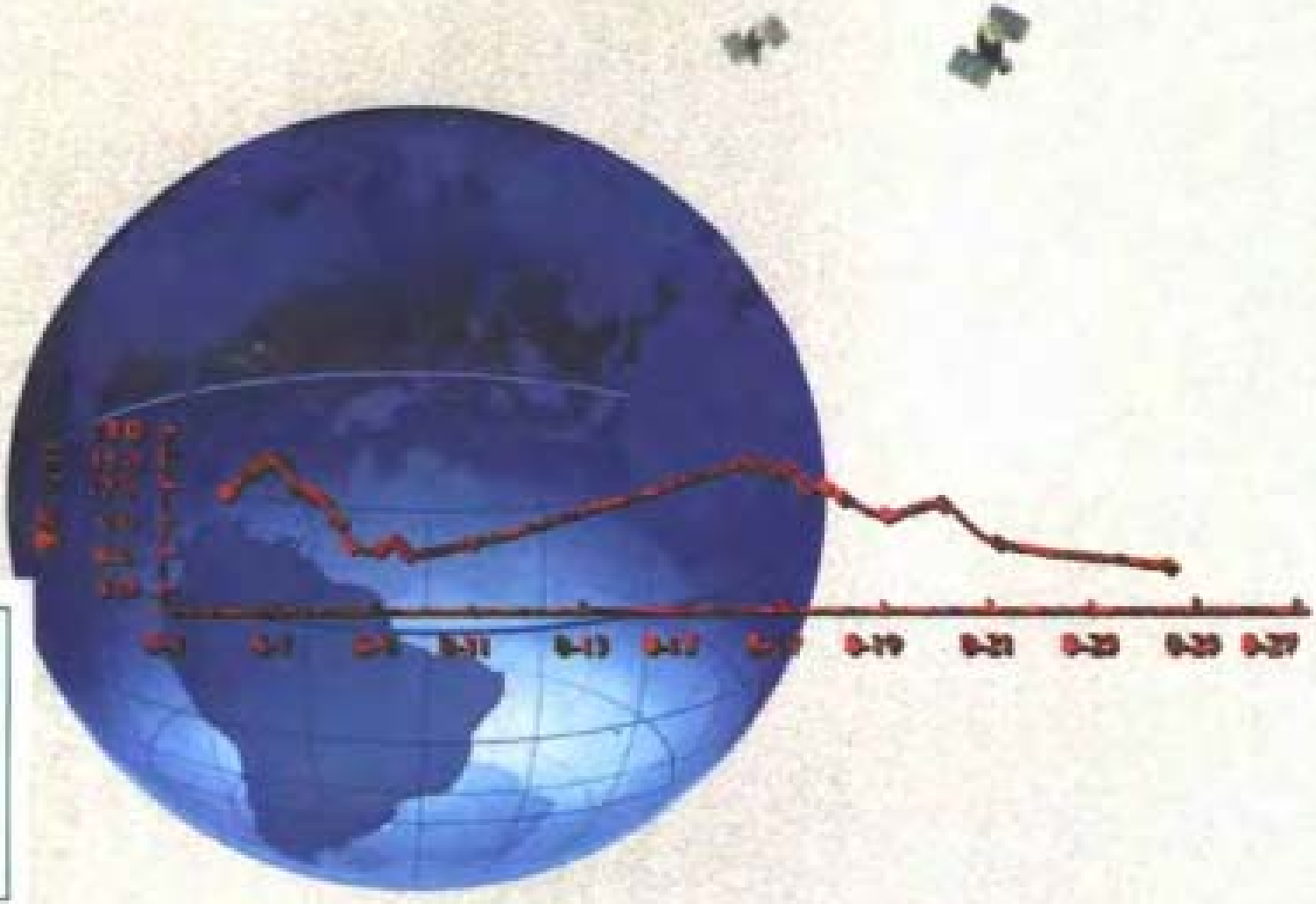
GPS定位技术在地面形变测量中的应用

张华海 金继读 李景芝 余学祥 徐仁龙 编著



中国矿业大学出版社

责任编辑　陈玉和
封面设计　肖新生



ISBN 7-81070-274-2 / P·16
定价：18.00 元

P642.26
Z-379

GPS 定位技术在地面形变测量中的应用

张华海　金继读　李景芝
余学祥　　徐仁龙　编著

中国矿业大学出版社

责任编辑 陈玉和

图书在版编目(CIP)数据

GPS 定位技术在地面形变测量中的应用/张华海著. 徐州：中国矿业大学出版社，2000.11

ISBN 7-81070-274-2

Ⅰ.G… Ⅱ.张… Ⅲ.全球定位系统(GPS)-应用-变形测量 Ⅳ.P228

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 57490 号

中国矿业大学出版社出版发行

(江苏徐州 邮政编码 221008)

出版人 解京选

中国矿业大学印刷厂印刷 新华书店经销

开本 850×1168 1/32 印张 5.5 字数 142 千字

2000 年 11 月第 1 版 2000 年 11 月第 1 次印刷

印数 1～1000 册 定价 18.00 元

前　言

全球定位系统(GPS)以全天候、高精度、自动化、高效益等显著特点，成功地应用于大地测量、工程测量、航空摄影测量、地壳运动监测、工程变形监测、地球动力学研究、运载工具导航等多种学科，给测绘领域带来一场深刻的技术革命。

目前，GPS 系统在硬件和软件方面不断得到完善。在短距离静态相对定位中，采用 GPS 卫星广播星历，GPS 定位精度达毫米级。如果采用精密星历和相应的数据处理软件，定位精度可达亚毫米级。长距离静态相对定位可达 10^{-8} 的相对精度。这就有可能将 GPS 定位技术应用于地面形变测量。自从 GPS 系统投入运行之后，国内外已有不少应用的实例。

根据多年的应用研究，本书首先论述地面形变测量的内容、方法以及精度要求，然后论述 GPS 相对定位的原理以及 GPS 定位技术用于地面形变测量的方法，着重论述 GPS 形变监测网的布设、数据处理方法与变形分析，最后介绍 GPS 定位技术在地面形变测量中的应用实例。

全书共分五章，由中国矿业大学张华海、李景芝，徐州师范大学金继读，淮南工业学院余学祥，霍煤集团地勘公司徐仁龙等共同完成。全书由张华海统稿。其中第一章、第四章、第五章由张华海执笔，第二章、第三章由金继读执笔，李景芝、余学祥参加了第四章第六节、第五章第六节和第八节的编写。徐仁龙参加了第三章第二节的编写并参加了实际应用的数据处理。李景芝最后进行了全书的校对。

鉴于我们的水平有限，书中难免存在不当之处，望广大读者批评指正。

编　著　者

2000 年 10 月 30 日

内 容 简 介

在简述地面形变测量的基本内容与各种方法的基础上，重点介绍 GPS 定位技术在地面形变测量中的应用，包括 GPS 形变监测网的设计、野外观测、数据处理、变形分析等内容。章节编排如下：

第一章，地面形变测量概论。简述地面形变测量的基本内容和方法。

第二章，GPS 精密定位原理。主要叙述 GPS 静态相对定位的基本原理。

第三章，GPS 定位技术用于地面形变测量的方法。主要论述 GPS 形变监测网的设计与观测方法。

第四章，数据处理与变形分析。GPS 观测数据处理的各种方法以及变形结果分析。

第五章，应用实例。

本书可作为大专院校工程测量专业课程的参考教材，也可供各类形变测量科技人员参考使用。

目　录

前言

第一章　地面形变测量概论 …… 1

§1.1　地面形变引起的破坏及变形观测的任务 …… 1

一、地面形变引起的破坏

二、变形观测的任务

§1.2　地面形变测量方法简介 …… 4

一、常规大地测量方法

二、液体静力水准等物理方法

三、近景摄影测量方法

四、应用 GPS 技术进行地面形变测量

§1.3　地面形变测量的精度要求与频率 …… 8

一、地面形变测量的精度要求

二、变形观测频率的确定

§1.4　地面形变测量变形分析指标 …… 10

一、移动指标

二、变形指标

§1.5　变形观测数据处理的基准选择 …… 12

一、常规测量经典平差中的基准选择

二、变形观测数据处理的基准选择

第二章　GPS 相对定位原理 …… 16

§2.1　概述 …… 16

一、GPS 卫星的导航电文

二、GPS 卫星的测距信号
三、绝对定位与相对定位
四、动态定位与静态定位
五、GPS 绝对定位的基本原理
§2.2 伪距测量…… 23
一、伪距测量原理
二、伪距定位观测方程
§2.3 载波相位测量…… 26
一、载波相位测量原理
二、载波相位测量的观测方程
三、整周未知数 N_0 的确定
§2.4 GPS 绝对定位 …… 32
一、伪距观测方程的线性化
二、伪距法绝对定位的解算
三、绝对定位精度的评价
§2.5 GPS 相对定位 …… 37
一、载波相位观测值的线性组合
二、观测方程的线性化及平差模型
三、精度评定
§2.6 差分 GPS 定位技术 …… 45
一、单站 GPS 的差分(SRDGPS)
二、局部区域 GPS 差分系统(LADGPS)
三、广域差分 GPS 系统(WADGPS)

第三章 GPS 定位技术用于地面形变测量的方法 …… 51
§3.1 GPS 测量的误差来源及其影响 …… 51
一、与卫星有关的误差
二、与信号传播有关的误差

三、与接收机有关的误差
§3.2　GPS 形变监测网的技术设计 …… 55
一、GPS 形变监测网技术设计的依据
二、GPS 形变监测网的精度与密度
三、GPS 形变监测网的基准设计
四、GPS 形变监测网形设计
五、技术设计说明书的编写
§3.3　GPS 形变监测网的外业观测 …… 62
一、外业准备
二、实地选点与埋设标石
三、外业观测
§3.4　观测数据的预处理及质量检核…… 65
一、观测数据的预处理
二、观测成果的质量检核
三、外业返工

第四章　数据处理与变形分析 …… 68
§4.1　概述…… 68
一、数据传输与数据预处理
二、基线向量的解算及网平差
§4.2　GPS 定位成果的表示方法 …… 76
一、在 WGS—84 坐标系中点位的表示方法
二、在地平坐标系中的表示方法
三、在国家大地坐标系或地方独立坐标系中的表示方法
四、用高斯平面坐标表示点的平面位置
§4.3　GPS 定位成果的坐标转换 …… 80
一、同一大地坐标系内三维直角坐标(*XYZ*)与大地坐标(*BLH*)之间的转换

二、地心空间直角坐标系(*XYZ*)与站心地平
直角坐标系(*xyz*)之间的关系
三、将大地坐标(*BL*)变换为高斯平面坐标(*xy*)
四、不同空间直角坐标系统之间的转换
五、不同大地坐标系的换算
六、GPS时间系统及其换算
§4.4 GPS形变监测网的平差模型与抗差估计
在平差中的应用…… 86
一、概述
二、GPS监测网的静态平差
三、抗差估计模型
四、变形分析基准的统一
五、坐标转换参数与坐标改正数一起解算的平差模型
§4.5 GPS基线向量网在国家坐标系或地方
独立坐标系中的约束平差…… 95
一、GPS基线向量网三维约束平差
二、二维约束平差
三、GPS基线向量网与地面网联合平差
§4.6 GPS形变监测网动态数据处理 …… 102
一、标准卡尔曼滤波模型
二、GPS监测网形变分析
三、GPS监测网数据处理抗差卡尔曼滤波模型
§4.7 GPS高程 …… 113
一、解析内插法
二、曲面拟合法
三、多项式曲面拟合精度评定
四、提高GPS水准精度的措施
§4.8 GPS监测网变形分析 …… 121

一、观测资料的整理与变形值的计算
二、对变形观测资料的分析
三、监测网点位稳定性分析
四、回归分析方法在变形观测中的应用
五、模糊聚类分析在变形观测中的应用

第五章　应用实例 …… 129
§5.1　GPS 定位技术在露天矿边坡变形监测中的应用 …… 129
一、边坡变形测量的精度要求
二、边坡变形监测网的布设及施测
三、数据处理
§5.2　GPS 定位技术在矿区或城市地面沉降中的应用 …… 133
一、应用例一
二、应用例二
§5.3　GPS 定位技术在大坝变形监测中的应用 …… 140
一、基准控制点与变形监测点的布设
二、GPS 自动化监测系统的构成
三、系统运行与结果分析
四、实测精度
五、关于坐标转换问题
§5.4　GPS 定位技术在滑坡监测中的应用 …… 143
一、GPS 形变监测网的布设
二、作业实验
三、GPS 监测网基准点稳定性分析
四、GPS 监测网滑坡区监测点的水平位移
五、GPS 监测网点的垂直位移

六、GPS 定位技术用于滑坡监测经验总结
§5.5 GPS 定位技术用于高层建筑动态变形监测 …… 147
一、GPS 定位技术用于高层建筑物位移测试原理
二、用 GPS 技术测量卡尔加里高塔的振动
三、用 GPS 定位技术测量深圳地王大厦在强台风下的位移
§5.6 GPS 监测网动态数据处理算例 …… 150
一、模拟数据
二、标准卡尔曼滤波模型
三、抗差卡尔曼滤波模型
四、总结
§5.7 GPS 定位技术用于地壳形变监测的几个实例 …… 155
一、龙门山 GPS 地壳形变监测网
二、首都圈 GPS 地壳形变监测网
三、喜马拉雅山局部地区板块与地壳形变监测网
§5.8 GPS(监测)网数据处理软件包简介 …… 160
一、GPS(监测)网数据处理软件包系统流程
二、GPS(监测)网数据处理软件
三、常规平面(监测)网数据处理软件
四、GPS 网平面坐标系统转换软件
五、水准(监测)网数据处理软件
六、GPS 高程系统转换软件

参考文献 …… 166

第一章　地面形变测量概论

地面形变是指一定范围内地面形态的变化。地面形态的变化包括地面上升、下降、水平移动、倾斜、裂缝、滑坡等现象。

随着时代的进步，人类生产、生活领域不断扩大。高大建筑物和工业设施遍布城乡。基于生产和生活的需要，大量抽取地下水，不断进行地下矿物的开采等等因素的影响，造成城市和矿区地面下沉，地面建筑物倾斜、变形，加上地震、山体滑坡、露天矿边坡变形等地面形变，严重威胁着人类的生产和生存。迫切需要监视地表、地面建筑和各种工程设施以及生存空间的点位移动状况，进行地面形变测量。

本章论述地面形变测量的一般概念：变形测量的任务、基本方法、精度要求、变形分析的衡量指标以及参考基准等问题。

§1.1　地面形变引起的破坏及变形观测的任务

一、地面形变引起的破坏

地壳板块运动引起大面积地区地质构造发生变化，使地层产生变形和破坏，使区域地表产生垂直（升高或沉降）形变、地表倾斜、断裂，引起滑坡、地震，对地面建筑物和各种设施造成不同程度的破坏。位于运动板块边缘的建筑物将造成较大程度的破坏。由地壳构造等引起的地震力达到5级以上，就可以使建筑物产生裂缝或倒塌。山体滑坡造成村庄的埋没、河流堵塞改道。

过量抽取地下水（如居民用水，工业用水，农业灌溉等）影响土

层结构，会产生地表沉降，引起建筑物破坏。70年代山东泰安塌陷、秦皇岛柳江盆地塌陷是比较典型的例子。近年来，江苏南部的苏州、无锡、常州等地市，由于地下水的过量抽取，加上地面建筑物的增加，使城市地表下沉严重，一些地方出现塌陷漏斗。

自然条件的变化也会引起地表的变形。如大气温度、降雨量的变化使地表土层收缩或膨胀，地基变形。冰冻和融化可使地表膨胀或下沉，破坏道路路面或使建筑物遭受破坏。

地下矿物的开采引起地表移动和破坏。采空区面积扩大到一定范围后，岩层移动发展到地表，使地表产生移动和变形，出现裂缝或塌陷。在沉陷区形成下沉盆地，引起地表的垂直、水平位移，坡度发生变化。对位于影响范围内的建筑物、道路、河流等带来不同程度的影响。平原地区因地面下沉使盆地积水，造成大量耕地被水淹没。在下沉盆地边缘地区，地表受到压缩或拉伸，产生裂缝。位于其上的建筑物会发生倾斜，产生水平变形，出现裂缝并遭到不同程度的破坏。

露天矿的边坡变形及其造成的危害不可忽视。随着露天矿物的开采深度的增加，露天矿的边坡受到排土的压力及自身重力的影响会产生变形甚至滑坡，给矿物的生产和安全造成危害。

二、变形观测的任务

由于种种原因造成地表移动、变形，影响建筑物的安全，影响人类生存空间的安全，造成空间环境的破坏。人们迫切需要监视地表移动变形，测量建筑物和各种工程设施以及空间环境的点位移动状况，进行变形观测。

变形观测的任务是首先在地表变形区域布设若干变形监测点（或曰观测点），然后定期进行观测，采集变形观测点的各期变形信息，对观测数据进行处理，计算出变形观测点的变形量及其变化速率，进行变形分析，找出变形规律，并作出预测，对其变形引起的破坏提出防范措施。

随着变形观测的类型以及观测目的的不同，变形观测的内容也不同。由前述可知，变形观测的内容大致有以下几个方面。

1. 大地形变测量与地震预报

大地形变测量是在大范围内通过形变测量了解地壳的动态。观测的内容是地面的垂直形变（即地面的上升或下沉）、水平形变（即地面点间的距离变化、水平位移或扭转），得出地壳的移动大小、速度和方向等规律，为采取安全措施提供有关数据，进行地震的预报。

2. 地表沉降观测

地下矿物的开采、过量抽取地下水引起的地表沉降属于此类观测的内容。通过对沉降地区（矿物开采地区、城市范围）的变形监测点的高程及水平位置的观测，计算出变形点的点位变化量及其变化速率，进行变形分析。对下沉盆地地表的影响范围内的建筑物进行变形观测，提供安全措施。

在城市地下，在交通路线下面，在河湖下面采矿（简称“三下采矿”）对地表沉降观测提出了更高的要求。

3. 露天矿边坡变形观测

露天矿边坡移动变形以及山体滑坡观测属于此类观测。在露天矿边坡范围或山体滑坡范围布设若干变形监测点，通过测量变形监测点的高程变化、水平位值变化，计算出边坡移动速度和方向，预测其变化规律，提出安全防范措施。

4. 工程建筑及其各种设施的变形观测

此类变形观测一般在较小范围内对各种工程建筑如工业与民用建筑物、土工或钢筋混凝土建筑（如大坝等）的变形测量。观测的主要内容仍然是变形观测点的高程变化、水平位移。计算建筑物的倾斜、弯曲、变形，大坝的稳定性和坝体的弯曲变形。对高大建筑物除进行静态的变形观测外，对受大风、气温、水位等影响的动态变形观测也是非常重要的。

综上所述，各类变形观测都是在变形区域布设若干变形监测点，用一定的方法测量出变形点的位置移动数据，即点的高程和水平位置随时间的变化，以期获得变形规律，用于解决经济社会生活中的问题。

§1.2　地面形变测量方法简介

地面形变测量的基本方法有传统的常规大地测量方法；利用液体静力水准、激光准直、应变计等物理仪器的物理方法；近景摄影方法；GPS测量方法等。目前，形变测量正朝着自动化和半自动化方向发展。

一、常规大地测量方法

常规大地测量方法包括几何水准测量、三角测量、三边测量、导线测量、基准线法等测量方法。由于所使用的观测仪器如精密水准仪、精密经纬仪、测距仪以及全站仪等比较普及，常规测量方法仍然是目前较多采用的方法。

常规大地测量方法首先要在地面形变区域布设变形监测网。变形监测网由变形监测控制点(基准点)和观测点组成。有的变形监测网的布设由控制点、工作基点、观测点组成，工作基点实际上是控制过渡点。根据不同的测量方法，监测网点构成不同的网形。如应用三角测量法时，监测点互相通视构成三角网；应用导线测量法时，监测点构成相邻点通视的导线网。用多种测量方法时，监测网布设成综合监测网。图1-1表示某矿区地面形变综合监测网。图中采动影响区即为地面沉降区。(对于水库大坝的形变监测网其布设形式与图1-1类似)。图中，“△”和“□”分别为变形监测控制点的三角点和导线点，$ABCD$构成大地四边形，用精密测距仪测量了AD、BC水平边长，用四等三角测量了水平角。“○”为变形观测点，与导线点和三角点一起构成5秒级导线网。监测网的高程用四

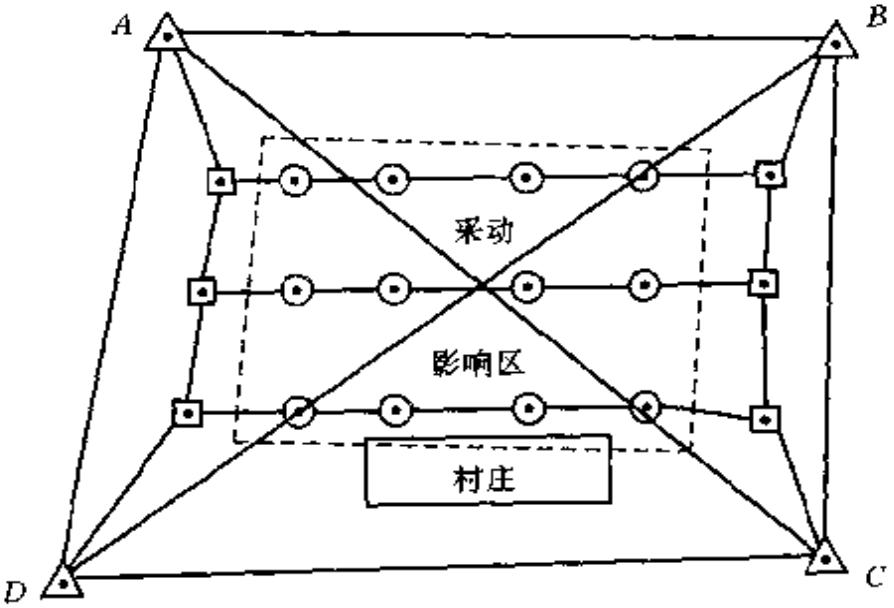


图 1-1　某矿区地面形变监测网

等水准测量方法测定。

变形监测网布设好后，进行定期观测。每期观测之后进行经典自由网或附合网平差。以第一期平差结果作为基准数据，以后各期平差结果与第一期结果进行比较，各期之间也进行比较，求得高程和平面坐标的变化量及其变化速率，进行变形分析。

常规大地测量方法的优点是能充分发挥现有仪器设备的作用；能够满足变形观测的精度要求。缺点是要求点间通视，工作量大，观测时间较长，只能定期进行不连续的观测。

二、液体静力水准等物理方法

液体静力水准测量是利用特制的液体静力水准仪测定观测点高程的方法。液体静力水准仪是利用两个相联接的容器中装有同类均质液体、液体表面处于同一水平面上的原理制成的。

影响确定液面位置精度的误差主要有仪器误差和外界条件变化引起的测量误差。仪器误差主要有仪器安置、倾斜、读数及其温度变化对仪器观测部件的影响等。外界条件的影响主要有温度、气

压变化对液面位置的影响，容器中液体蒸发、液体被弄脏使其密度改变，都会影响观测精度。

液体静力水准测量由于各种误差的影响，一般不能进行等级高程控制测量，只能用于特定条件下两点间的高差变化测定，多用于测量机组和大型设备的倾斜、大型水坝垂直变形测量。如果用水作为填充液体，则不能在冬季使用，用酒精和水银作为填充液体则造价太高。

用激光准直仪测定观测点的水平位移的原理是利用激光的方向性强、发射角小，能量集中的优点，发射出一条高精度的激光空间准直线，为视准线法提供一条精确的基准线，用来测定准直线上各变形点的水平位移。该测量方法的缺点是变形观测点的布设不灵活。

还有其他一些物理测量方法。如利用各种传感器进行建筑物裂缝观测等，其优点是能够连续观测，自动化程度较高，但适用范围小。

三、近景摄影测量方法

利用摄影测量方法定期对变形地面或物体进行摄影，通过对摄影相片的量测确定变形点的空间坐标，求出不同时期的坐标之差，便可以进行变形分析。由于变形观测精度要求较高，目前主要是利用近景摄影测量方法进行变形观测。近景摄影测量方法分为静态变形观测和动态变形观测。对于后者，则需进行高精度连续摄影观测。

近景摄影测量方法有单片摄影测量和立体摄影测量两种。如果变形值发生在一个方向或一个平面内，则可采用单片摄影测量。应用立体摄影测量方法时，应先布置与被摄物体面平行的摄影基线。根据实际需要确定摄影测量方法。

用近景摄影测量进行变形观测，其内业处理、相片量测方法与一般的摄影测量相同。对各期相片分别进行量测可以求得变形位

移值。也可以将变形前后两张相片放在立体坐标量测仪上量测坐标差，直接确定变形位移值。

近景摄影测量方法一般用于范围不大的地面（如地面夯坑）或物体（如建筑物）的变形观测。摄影经纬仪距变形地面或物体的距离一般为数米至数百米。根据一个立体像对的量测测定变形值的精度约为摄影距离的1/5000～1/50 000，为保证变形观测的精度，实际应用时，摄影距离不应太远。此外，用摄影测量方法进行变形观测比常规大地测量方法操作复杂，摄影仪器也比较昂贵。应用时应从效率、经济、精度等各方面进行可行性分析。对于较大范围的矿区、城市地面沉降变形观测不宜采用近景摄影测量方法。

四、应用GPS技术进行地面形变测量

GPS系统包括空间卫星星座、地面监控跟踪站以及用户GPS接收机三大部分。

用一台GPS接收机对四颗以上的卫星进行观测，可以确定接收机天线中心的三维坐标。这种定位方法叫做单点定位或者叫做绝对定位。由于GPS卫星位置误差、信号传播中的误差、接收机本身的误差等影响，单点定位的精度约为数米至几十米。

用两台以上GPS接收机同时对四颗以上相同的卫星进行观测，通过数据处理可以求得两点之间的三维坐标差，已知一点的坐标便可求得另一点的坐标。这种定位方法叫做相对定位。相对定位消除或减弱了各种误差后，其定位精度大大高于常规大地测量的精度。短距离静态相对定位精度可达毫米级，采取一定措施后可达亚毫米级。

另外，用GPS相对定位进行测量时，各点之间无需通视，观测可以全天候进行，观测时间短，效率高，能同时提供三维坐标。

目前，GPS技术在大地测量、航空摄影测量、精密工程测量、地形、地籍及房地产测量、海洋测绘等各方面的应用已很普遍。在地面形变测量如矿区、城市地面沉降观测、露天矿边坡变形测量等

应用中也取得了很多成果。实践证明，GPS技术用于地面形变测量是切实可行的好方法。本书以下几章将详细论述GPS技术在地面形变测量中的理论、观测与数据处理方法。

§1.3　地面形变测量的精度要求与频率

一、地面形变测量的精度要求

地面形变测量的精度要求一般是指对变形值的观测精度要求。通常由变形值本身的必要精度确定观测精度。例如对工业与民用建筑物的变形观测，把高层建筑物的允许倾斜值的1/20作为倾斜变形的必要精度，即必要的中误差$M=\Delta\times1/20$。确定了必要的中误差之后，再根据现有仪器设备和技术，提出对建筑物变形观测点的施测精度要求，即观测中误差。一般取必要中误差M的1/3作为对观测中误差的要求。这样，根据误差理论，取2～3倍观测中误差的最大影响，能够保证变形值的必要精度。

若不考虑变形测量控制点的误差，则观测精度要求指的是变形观测点点位相对于控制点的三维绝对误差。

不同类型的形变测量，对观测精度的要求不同。对采动变形观测、滑坡变形观测的精度要求与对工业与民用建筑物、大坝等的变形观测的精度要求是不一样的。

工程测量规范(GB50026－93)中对建筑物、滑坡等变形监测划分了四个等级，各等级精度要求见表1-1所列。

表1-1　　变形测量的等级划分及精度要求　　(单位:mm)

等　级	一	二	三	四	备　注
变形点高程中误差	±0.3	±0.5	±1.0	±2.0	变形点高程中误差、点位中误差系相对于最近基准点而言
变形点点位中误差	±1.5	±3.0	±6.0	±12.0	

表 1-1 中，一二等级的精度适用范围为变形敏感的建筑物、重要的工程设施、古建筑、重要建筑场地的滑坡监测等，三四等级的精度适用于一般建筑物、滑坡监测等。

煤矿测量规程(煤炭工业出版社，1989 年)中对采动变形观测(包括地表移动，铁路建筑物变形，边坡变形等)提出了相应等级的精度要求。对变形测量控制点的测量精度，高程测量按三等水准测量的精度要求，平面控制测量按四等三角或导线测量精度要求，较小的变形监测网其平面控制测量可按 5 秒级导线或三角测量精度要求。对变形观测点的测量精度，则按四等水准测量及 5 秒级导线或三角测量的精度要求。

二、变形观测频率的确定

变形观测频率指的是重复观测的周期。对于不同类型的变形测量以及不同阶段的变形观测其观测频率是有差别的。

对建筑物沉降观测，高层建筑每增加 1～2 层应观测 1 次，竣工后的观测周期，可根据建筑物的稳定情况确定。

对水坝的观测周期，在竣工初期，应每半个月或 1 个月观测 1 次，坝体基本稳定后，可以每季度观测一次。汛期前和汛期后各观测 1 次。

对于采动变形观测，地面形变监测网建好后，进行开采前的最初两次全面观测。当地表下沉达到 50～100 mm 时，开始进行采动后的第一次全面观测。在地表移动活跃期，进行不少于 4 次全面观测，地表移动稳定后进行最后一次全面观测。在地表移动活跃期，对地面建筑物的变形观测每月观测不应少于 2 次，在初始期和衰退期，每月至少观测 1 次。对铁路观测站，一般每隔 1～2 个月进行 1 次全面观测，根据下沉速度的需要，应加密观测次数。

对于露天矿边坡变形观测，应进行预测以确定边坡开始滑坡的时间，当观测点的水平移动或下沉大于 30 mm 时，认为滑坡期已经开始。滑坡期开始后，应视变形位移速度的大小，确定观测周

期，必要时应进行实时动态监测。

§1.4　地面形变测量变形分析指标

地面形变测量的目的是通过变形观测了解地面形变（即垂直沉降和水平位移）的情况，然后进行变形分析，得出变形的规律和破坏程度，最后作出管理决策。而变形规律和破坏程度要用观测系统的移动、变形和破坏程度的指标来表述。

一、移动指标

移动指标一般指下沉和水平移动的数据。下沉数据指在垂直面内的移动量；水平移动数据指在水平面内的移动量，在水平面内的移动量也可以用在平面坐标 x 和 y 轴上的分量表示，叫做水平移动分量。如果以三维坐标（xyz）表示地面移动指标，则移动指标为在三个坐标轴上的移动分量。

具体计算为：

下沉量　　$W_i=H_i-H_{0i}$

水平移动　　$U_i=L_i-L_{0i}$

水平移动分量　　$U_{xi}=x_i-x_{0i}$，$U_{yi}=y_i-y_{0i}$

三维坐标移动分量　$U_{Xi}=X_i-X_{0i}$，$U_{Yi}=Y_i-Y_{0i}$，$U_{Zi}=Z_i-Z_{0i}$

式中　i——变形观测点的编号；

H_i、H_{0i}——分别表示第 i 点计算时刻和首次测得的高程；

L_i、L_{0i}——分别表示第 i 点到控制点的计算时刻和首次测量的长度；

x_i、x_{0i}、y_i、y_{0i}——分别表示第 i 点的计算时刻和首次测量的 x、y 坐标；

X_i、X_{0i}、Y_i、Y_{0i}、Z_i、Z_{0i}——分别表示第 i 点的计算时刻和首次测量的 X、Y、Z 坐标。

二、变形指标

不同类型的变形观测其变形指标有所不同。

因开采矿物和抽取地下水等引起的矿区和城市地表移动，一般会形成地表移动盆地、裂缝或塌陷漏斗。参照文献[1]，对于地表移动盆地其变形指标如下：

(1) 倾斜变形 i

地表倾斜变形 i 系指相邻两变形点在竖直方向的相对移动量与两相邻点间水平距离的比值。如相邻两变形点 2 和 3 的下沉差为 W_3-W_2，两点间水平距离为 S_{23}，则 2、3 点间的倾斜变形值为：

$$i_{23}=\frac{W_3-W_2}{S_{23}} \qquad \text{mm/m} \tag{1-1}$$

(2) 曲率变形 K

曲率变形 K 系指两相邻线段的倾斜变形之差与两线段中点间水平距离的比值。如 2、3、4 三个相邻的变形点，由 2-3 和 3-4 分别计算倾斜值 i_{23} 和 i_{34}，两倾斜变形值不等，使地面产生弯曲，则曲率变形 K 为：

$$K=\frac{i_{34}-i_{23}}{\frac{1}{2}(S_{23}+S_{34})}=\frac{2(i_{34}-i_{23})}{(S_{23}+S_{34})} \qquad \text{mm/m}^2 \tag{1-2}$$

地表曲率 K 有正负之分，正负曲率分别表示地表呈现上凸与下凹弯曲。

(3) 水平变形 ε

地表水平变形 ε 系指相邻两变形点的水平移动差值与两点间水平距离的比值。实际上水平变形反映了相邻两点间单位长度的水平移动的差值。如 2 和 3 两相邻变形点的水平变形 ε 为：

$$\varepsilon_{23}=\frac{U_3-U_2}{S_{23}} \qquad \text{mm/m} \tag{1-3}$$

水平变形 ε 有正负之分，正值 ε_{23} 表示 2 和 3 两点间呈现拉伸变形，负值 ε_{23} 则表示两点间呈现压缩变形。

类似上面的水平变形的定义，还可定义沿不同坐标轴的坐标分量变形值。

对于地面上建筑物的变形指标，同样用倾斜变形、水平变形等指标衡量变形程度。对于不同建筑物，其变形破坏程度通常用允许变形和极限变形值表示，参见文献[1]。

对于山体滑坡和露天矿边坡变形观测除上述变形指标之外，还应当给出变形移动速度 v 以及在平面上移动的坐标方位角 α 等变形指标。

变形移动速度 v 系指同一变形观测点两期观测移动量之差与两期观测时间段的比值，即单位时间内的移动量。可根据不同的移动指标求出各期对首期或各期之间的各种移动速度。如下沉速度、水平移动速度等。同理，根据三期移动指标还可计算各种移动加速度 a。

在平面上移动的坐标方位角 α 表示山体或边坡移动的方向。对于某一点的移动坐标方位角 α_i 由水平移动分量 U_{yi} 和 U_{xi} 计算：

$$\alpha_i = \arctan \frac{U_{yi}}{U_{xi}} \tag{1-4}$$

根据 U_{yi}，U_{xi} 的不同符号，确定 α_i 的象限。

同样，可根据各期对首期或各期之间的水平移动分量计算不同期之间的移动的坐标方位角。

§1.5 变形观测数据处理的基准选择

地面形变监测网的变形分析建立在多期重复观测相比较的基础上。因此，各期观测数据处理时需要有一个统一的基准。基准的选择分为位置基准、方位基准和尺度基准三种。采用的基准不同，相应的变形点的位移量也不同。

一、常规测量经典平差中的基准选择

常规测量中，待定点的坐标（包括高程和平面坐标）通常都是在有一定的起算数据下对观测值进行平差计算得到。平差计算时所采用的起算数据即为平差问题的基准，也称为参考基准。在进行经典平差时，对于水准网平差应至少已知一个点的高程作为高程基准，对于平面网平差，至少已知一个点的平面坐标、该点至另一点的已知方位角和边长（或者已知两个点的平面坐标）分别作为位置基准、方位基准和尺度基准。如果没有已知点，对水准网可假定一个稳定点的高程作为高程基准，对平面网则假定一个稳定点的平面坐标至另一稳定点的方位角和边长作为位置、方位和尺度基准。

二、变形观测数据处理的基准选择

对于地面变形监测网，在实际应用中会遇到各种不同的情况。例如监测网中有固定的基准点，或者网中一部分点稳定而另一部分点不稳定，或者网中全部观测点都是变形点。针对不同的监测网在对观测数据进行平差计算时，参考基准的选择是有区别的。

1. 变形监测网中有固定的基准点

在远离变形观测点处建立若干固定不变的基准点，这些基准点与变形点共同组成变形监测网，对变形观测的数据进行处理时以固定不变的基准点的坐标作为参考基准，这种基准称为固定基准。这是实际应用中最多最常用的监测网的布设方式和常用的基准选择。例如图 1-1 中 A、B、C、D 四点就是固定基准点。采用固定基准分析其他各点变形大小，这是最合理的。在山体滑坡、露天矿边坡移动变形观测以及小范围内的地面沉降变形观测中适宜于布设有固定基准的监测网。对这种监测网的各期观测数据进行平差计算时，可采用经典平差方法。平差时选择固定基准作为参考基准。

2. 变形监测网中一部分点相对另一部分点是稳定的

范围较大的变形监测网中经常存在一部分点相对于另一部分点是稳定的，在网中即使选择了固定基准点，这些固定基准点由于地震、采动等影响也可能有所变化。对这种变形监测网进行数据处理时，宜采用拟稳平差法，其参考基准为稳定点的局部重心基准。要确定哪些点较稳定，需要进行稳定点的分析。

3. 变形监测网中各点都是变形点

大范围的矿区和城市地面沉降变形监测网，较难选定固定不变的基准点，这时可将全部变形点构成变形监测网。对这种监测网的每期观测数据进行处理时，宜采用秩亏自由网平差方法，其参考基准为全部变形点的重心参考基准。

以上几种基准的选择是在常规测量变形观测数据处理时经常遇到的。实际应用中，选择合适的基准才能求出符合实际的变形点的位移量。要选择合适的基准，往往需要通过几种基准下平差结果的比较来分析哪种基准更符合实际。为了避免每选择一种基准都要重新进行平差计算的麻烦，可以通过平差结果的坐标转换的方法把某一参考基准下的平差结果转换到另一给定参考基准下的平差结果。

GPS 定位技术用于地面形变测量对观测数据进行平差计算时，仍然会遇到基准的选择问题。GPS 接收机接收卫星发来的信号，在两台以上 GPS 接收机同步观测数据处理中，要解算两点之间的基线向量(Δx　Δy　Δz)，此时就存在基准点坐标位置基准的选择问题。基准点坐标不同时，解算的基线向量会有差异，用有差异的基线向量进行 GPS 网平差时，会得出不同的变形点的坐标。另外，每一期的观测结果由于卫星轨道误差、卫星信号传播误差等因素的影响，其基准(包括位置、方位和尺度基准)都不一样。在对每一期的观测结果进行数据处理时，包括基线向量的解算、GPS 网平差等，都要注意选择统一的基准。

常规测量用于变形监测数据处理时基准的选择请读者参阅有

关文献。对于 GPS 技术用于地面形变测量数据处理的方法及其对参考基准的选择本书后面第四章将进行详细讨论。

第二章　GPS 相对定位原理

§2.1　概　　述

一、GPS 卫星的导航电文

GPS 系统包括三大部分：空间部分——GPS 卫星星座；地面控制部分——地面监控系统；用户设备部分——GPS 信号接收机。

由 21 颗工作卫星和 3 颗在轨备用卫星组成 GPS 卫星星座，记作(21＋3)GPS 星座。24 颗卫星均匀分布在 6 个轨道平面内，轨道倾角为 55°，各个轨道平面之间相距 60°，即轨道的升交点赤径各相差 60°。每个轨道平面内各颗卫星之间的升交角距相差 90°，一轨道平面上的卫星比西边相邻轨道平面上的相应卫星超前 30°。

GPS 卫星的核心部件是高度精确的时钟、导航电文存储器、双频发射和接收机以及微处理机。而对于 GPS 定位成功的关键在于高稳定度的频率标准。这种高稳定度的频率标准由高度精确的时钟提供。因为 10^{-9}s 的时间误差将会引起 30 cm 的站星距离误差。为此，每颗 GPS 工作卫星一般安设两台铷原子钟和两台铯原子钟，并计划未来采用更稳定的氢原子钟(其频率稳定度优于 10^{-14})。GPS 卫星虽然发送几种不同频率的信号，但是它们均源于一个基准信号(其频率为 10.23 兆赫)，所以只需启用一台原子钟，其余作为备用。卫星钟由地面站检验，其钟差、钟速连同其他信息

由地面站注入卫星后，再转发给用户设备。

在GPS系统中，GPS卫星的作用如下：

1. 用L波段的两个无线载波(19 cm和24 cm波)向广大用户连续不断地发送导航电文和测距信号。每个载波用导航信息$D(t)$和伪随机码(PRN)测距信号进行双相调制。用于捕获信号及粗略定位的伪随机码叫C/A码(又叫S码)，精密测距码(用于精密定位)叫P码。由导航电文可以知道该卫星当前的位置和卫星的工作情况。

2. 在卫星飞越注入站上空时，接收由地面注入站用S波段(10 cm波段)发送到卫星的导航电文和其他有关信号，并通过GPS信号电路，适时地发送给广大用户。

3. 接收地面主控站通过注入站发送到卫星的调度命令，适时地改正运行偏差或启用备用时钟等。

GPS卫星的导航电文主要包括：卫星星历、时钟改正、电离层时延改正、工作状态信息以及C/A码转换到捕获P码的信息。这些信息是以二进制码的形式按规定格式组成，按帧向外播送。卫星导航电文又叫数据码(D码)。

导航电文中的卫星星历是为用户接收机提供的计算卫星位置的有关信息。主要包括卫星的六个开普勒轨道参数，轨道摄动九参数以及GPS时间的两个参数。

六个轨道参数为：

$\sqrt{a}$ ——轨道长半径的平方根；

e——轨道偏心率；

i_0——轨道倾角；

Ω_0——升交点赤径；

w ——近地点角距；

M_0——平近点角。

九个摄动参数为：

Δn——由精密星历计算得到的卫星平均角速度与按给定参数计算所得的平均角速度之差；

$\dot{\Omega}$　-升交点赤径的变化率；

$\dot{i}$——轨道倾角变化率；

c_{uc}、c_{us}——分别为纬度幅角的余弦、正弦调和项改正的振幅；

c_{ic}、c_{is}——分别为轨道倾角的余弦、正弦调和项改正的振幅；

c_{rc}、c_{rs}——分别为轨道半径的余弦、正弦调和项改正的振幅。

两个时间参数为：

t_{oe}——卫星星历表参考历元；

$AODE$——星历表的数据龄期；

$AODE=t_{oe}-t_c$，t_c 为作预报星历测量的最后观测时间。

用上述的卫星星历可以计算 GPS 卫星在观测瞬间的位置。

具体计算及数据例请参阅文献[2]。

值得注意的是，GPS 系统向一般用户只提供精度为数十米的广播星历。一些国家或部门根据各自建立的卫星跟踪站所获得的对 GPS 卫星的观测资料计算出精密的星历或叫做后处理星历，这些后处理星历可以提供给用户使用。有的 GPS 数据处理软件提供的精密星历为某一 GPS 时刻卫星的地心坐标。

二、GPS 卫星的测距信号

GPS 卫星发射的测距信号又叫测距码，它是一个具有一定周期的取值为 0 和 1 的离散符号串。它不仅具有高斯噪声所有的良好的自相关特征，而且具有某种确定的编码规则。所以这种测距码又叫伪随机噪声码。

测距码分为用于粗测距的 C/A 码和用于精测距的 P 码两种。C/A 码的码长为 1023 bit，码元宽度为 0.98 ms，周期为 1 ms。P 码的码长为 6.19×10^{12} bit，码元宽度为 0.098 ms，周期约为 267 天。

每颗 GPS 卫星都向用户接收机发射各自的测距码，而每一台 GPS 接收机都能够接收所有 GPS 卫星的测距码，同时还复制出与

每颗GPS卫星相同的测距码。

GPS卫星发射的测距码和接收机复制产生的相同的测距码都是伪随机噪声码。根据伪随机噪声码的自相关特性，接收机接收到卫星发来的测距码后，与复制的测距码相比较，便可求出测距码从GPS卫星到接收机之间的传播时间差，从而测得接收机至GPS卫星的空间距离。这就是测距信号的作用。

三、绝对定位与相对定位

在§1.2之四中已经简单述及GPS绝对定位(又叫单点定位)和相对定位的基本概念。绝对定位是用一台GPS接收机独立地对多颗GPS卫星进行观测，确定GPS接收机天线中心在WGS—84坐标系中相对于坐标系原点—地球质心的绝对位置。绝对定位的优点是只用一台GPS接收机独立地进行定位，外业观测方便，数据处理简单。但由于受到GPS卫星轨道误差、钟差以及卫星信号在大气中传播的误差等因素的影响，定位精度较差。所以绝对定位仅用于车辆、船舶、飞机等的导航定位以及低精度的测量等领域中。

GPS相对定位(又叫差分定位)则是至少用两台GPS接收机，同步观测相同的多颗GPS卫星，通过数据处理，确定两台GPS接收机天线之间的相对位置(坐标差)。由于消除或减弱了卫星轨道误差、钟差及信号传播误差等各项系统误差的影响，GPS相对定位是GPS定位中精度最高的一种定位方法，广泛用于大地测量、精密工程测量、地球动力学研究等领域。

实际工，经典的三角测量、三边测量、导线测量等方法也属于相对定位测量之列。通过测量水平角、边长等观测量，计算出待定点与已知起算点之间的相对位置(坐标差)，从而求出各待定点的坐标。

GPS相对定位又有静态相对定位和动态相对定位之分。

四、动态定位与静态定位

992583

根据GPS接收设备的运动状态可以将GPS定位分为静态定位和动态定位。静态定位指的是对于固定不动的待定点，将GPS接收机天线安置于其上，观测数分钟乃至更长的时间，确定该点的三维坐标。在仅有一台GPS接收机时，这种定位方式叫做静态绝对定位。若以两台GPS接收机分别安置于两个固定不动的待定点上，经过一定时间的观测，可以确定两待定点之间的相对位置，此为静态相对定位。

动态定位指的是GPS接收设备安置在运动的载体上，处于动态的情况下的定位方式。同样，在仅有一台GPS接收机时，这种动态定位方式叫做动态绝对定位。若有两台GPS接收机，一台接收机安置在一个固定的观测点上，另一台接收机安置在运动的载体上并且在运动中与固定观测点上的接收机进行同步观测，确定运动载体相对固定点的瞬时位置，这种定位方式叫做动态相对定位。

静态定位时，接收机天线处于静止状态，可以连续地接收GPS卫星的信号，获得充分多的多余观测量，测后通过数据处理，定位精度提高。特别是静态相对定位，两台GPS接收机经过一定时间的观测，事后经过数据处理。解算出两点之间的基线向量(三维坐标差)，其精度可达毫米量级，所以，在大地测量、精密工程测量、地壳形变监测中，静态相对定位得到了广泛的应用。

动态定位精度虽然不如静态定位。但动态定位是测定运动载体的瞬间位置，所以动态绝对定位广泛用于车船导航。而动态相对定位的应用有两种情况：第一种情况是将一台接收机天线安置于地面已知点上作为基准点，另一台接收机安置于运动载体上，与基准点的接收机同步观测。根据基准点的已知坐标可以求出定位结果的改正数或观测值的改正数，通过基准点上接收机和运动载体上的接收机之间的数据链把改正数实时传送给运动载体上的接收机，这样，运动的接收机的定位精度会大大提高。这种定位方式叫做动态差分定位或叫实时动态差分定位，可以用于车船的精密导

航，或用于普通测量定位。第二种情况是，一台接收机天线安置于地面上已知的基准点上，另一点接收机安置于运动的载体上，与基准点上的接收机同步观测，通过提高观测数据的采样率，例如每秒钟观测10次以上，经过事后数据处理，求出运动载体的动态位置。这种相对定位方式可用于高层建筑物变形观测，求出建筑物在大风等外力作用下的摆动变形规律。

综上所述，鉴于GPS相对定位具有较高的定位精度，而静态相对定位又能达到毫米级的定位精度，所以在本书中，主要讲述GPS相对定位特别是静态相对定位的原理及其在地面形变测量中的应用。

在讲述GPS相对定位原理之前，在本节先简单叙述GPS绝对定位的基本原理。

五、GPS绝对定位的基本原理

测量学中有测距交会确定点位的方法，与其相似，无线电导航定位、卫星激光测距定位以及GPS定位，其定位原理也是利用测距交会的原理确定点位。

就无线电导航定位来说，设想在地面上有三个无线电信号发射台，其坐标已知，用户接收机在某一时刻分别测量了接收机至其中两个发射台的距离之差Δd_1、Δd_2。根据双曲线的特性，双曲线上各点到两已知定点的距离之差为常数，则接收机位于两个距离之差确定的两双曲线的交点上，再根据接收机的概略位置即可定出接收机的真正位置。这就是迄今仍在使用的无线电导航定位系统的定位原理。

近代卫星大地测量中的卫星激光测距定位也是应用了测距交会定位原理。虽然用于激光测距的卫星(表面上安装有激光反射镜)是在不停的运动中，但总可以利用固定于地面三个已知点上的卫星激光测距仪同时测定某一时刻至卫星的空间距离d_1、d_2、d_3，应用测距交会的原理便可确定该时刻卫星的空间位置。如此，可以

确定三个以上卫星点的空间位置。如果在第 4 个地面点上(坐标未知),也有一台卫星激光测距仪同时参与测定了该点至三个卫星点的空间距离,则利用所测定的三个空间距离可以交会出该地面点的位置。

GPS 绝对定位的基本原理就是基于测距交会的原理。GPS 卫星发射测距信号和导航电文,导航电文中含有卫星的位置信息。用户用 GPS 接收机在某一时刻同时接收三颗以上的 GPS 卫星信号,测量出测站点(接收机天线中心)P 至三颗以上 GPS 卫星的距离并解译出该时刻所观测 GPS 卫星的坐标值,用距离交会法解算出测站 P 的位置。如图 2-1 所示,设在时刻 t_i 于测站点 P 用 GPS

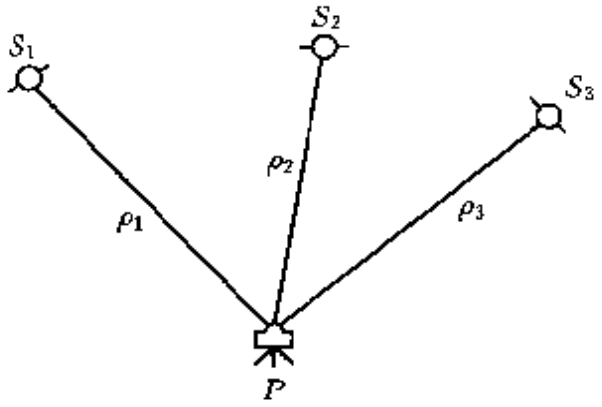


图 2-1　GPS 绝对定位基本原理

接收机同时测得 P 点至三颗GPS 卫星 S_1、S_2、S_3 的距离 ρ_1、ρ_2、ρ_3,通过 GPS 电文解译出该时刻三颗 GPS 卫星的三维坐标分别为 $(X^j、Y^j、Z^j)$,$j=1,2,3$。用距离交会的方法求解 P 点的三维坐标 $(X、Y、Z)$的观测方程为:

$$\left.\begin{aligned}\rho_1^2 &= (X-X^1)^2+(Y-Y^1)^2+(Z-Z^1)^2\\ \rho_2^2 &= (X-X^2)^2+(Y-Y^2)^2+(Z-Z^2)^2\\ \rho_3^2 &= (X-X^3)^2+(Y-Y^3)^2+(Z-Z^3)^2\end{aligned}\right\} \tag{2-1}$$

在 GPS 定位中,GPS 卫星是高速运动的卫星,其坐标值随时

间在快速变化着。需要适时地由 GPS 卫星信号测量出测站至卫星之间的距离，适时地由卫星的导航电文解译出卫星的坐标值，并进行测站点的定位。依据测距的原理，其定位原理与方法主要有伪距法定位、载波相位测量定位以及差分 GPS 定位等。

要弄清各种定位的原理，首先要弄清伪距测量的原理和载波相位测量的原理。

§2.2 伪距测量

伪距法定位是由 GPS 接收机在某一时刻测出的到四颗以上 GPS 卫星的伪距以及已知的卫星位置，采用距离交会的方法求定接收机天线所在点的三维坐标。所测伪距就是由卫星发射的测距码信号到达 GPS 接收机的传播时间乘以光速所得出的量测距离。由于卫星钟、接收机钟的误差以及无线电信号经过电离层和对流层中的延迟，实际测出的距离 ρ' 与卫星到接收机的几何距离 ρ 有一定差值，因此一般称量测出的距离为伪距。用 C/A 码进行测量的伪距为 C/A 码伪距，用 P 码测量的伪距为 P 码伪距。伪距法定位虽然一次定位精度不高(P 码定位误差约为 10 m，C/A 码定位误差为 30～50 m)，但因其具有定位速度快，且无多值性问题等优点，仍然是GPS 定位系统进行导航的最基本的方法。同时，所测伪距又可以作为载波相位测量中解决整波个数不确定问题(模糊度)的辅助资料。因此，有必要了解伪距测量以及伪距法定位的基本原理和方法。

一、伪距测量原理

GPS 卫星依据自己的时钟发出某一结构的测距码，该测距码经过 τ 时间的传播后到达接收机。接收机在自己的时钟控制下产生一组结构完全相同的测距码——复制码，并通过时延器使其延迟时间 τ'。将这两组测距码进行相关处理，若自相关系数 $R(\tau')\neq$

1，则继续调整延迟时间 τ'，直至自相关系数 $R(\tau')=1$ 为止。使接收机所产生的复制码与接收到的GPS卫星测距码完全对齐，那么其延迟时间 τ' 即为GPS卫星信号从卫星传播到接收机所用的时间 τ。GPS卫星信号的传播是一种无线电信号的传播，其速度等于光速 c，卫星至接收机的距离即为 τ 与 c 的乘积。

为什么采用码相关技术来确定伪距呢？

GPS卫星发射出的测距码是按照某一规律排列的，在一周期内每个码对应着某一特定的时间。应该说识别出每个码的形状特征，即用每个码的某一标志即可推算出时延值 τ，进行伪距测量。但实际上每个码在产生过程中都带有随机误差，并且信号经过长距离传送后也会产生变形。所以根据码的某一标志来推算时延值 τ 就会产生比较大的误差。因此采用码相关技术在自相关系数 $R(\tau')=\max$ 的情况下来确定信号的传播时间 τ。这样就排除了随机误差的影响，实质上就是采用了多个码特征来确定 τ 的方法。由于测距码和复制码在产生的过程中均不可避免地带有误差，而且测距码在传播过程中还会由于各种外界干扰而产生变形，因而自相关系数往往不可能避免地带有误差，而且测距码在传播过程中还会由于各种外界干扰而产生变形，因而自相关系数往往不可能达到“1”，只能在自相关系数为最大的情况下来确定伪距。也就是本地码与接收码基本上对齐了。这样可以最大限度地消除各种随机误差的影响，以达到提高精度的目的。

测定自相关系数 $R(\tau')$ 的工作由接收机锁相环路中的相关器和积分器来完成。如图2-2，由卫星钟控制的测距码 $A(t)$ 在GPS时间 t 时刻自卫星天线发出，经传播延迟 τ 到达GPS接收机，接收机所接收到的信号为 $A(t-\tau)$。由接收机钟控制的本地码发生器产生一个与卫星发播相同的本地码 $A(t+\Delta t)$，Δt 为接收机钟与卫星钟的钟差。经过码移位电路将本地码延迟 τ'，送至相关器与所接收到的卫星发播信号进行相关运算，经过积分器后，即可得到自相

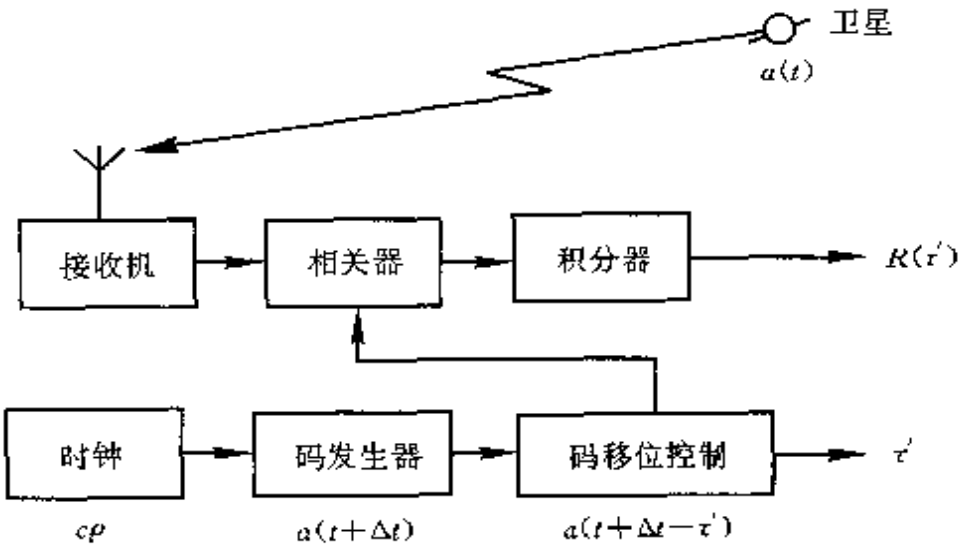


图 2-2　伪距测量原理

关系数 $R(\tau')$输出：

$$R(\tau') = \int A(t-\tau)A(t+\Delta t-\tau')\mathrm{d}t \tag{2-2}$$

调整本地码延迟 τ'，可使相关输出达到最大值

$$R(\tau') = \max$$
$$t-\tau = t+\Delta t-\tau' \tag{2-3}$$

可得：

$$\tau' - \tau = \Delta t + nT$$
$$\rho' = \rho - c\Delta t + n\lambda \tag{2-4}$$

式中　ρ'——伪距测量值；

ρ——卫星至接收机的几何距离；

T　—测距码的周期；

$\lambda=cT$　—相应测距码的波长，$n=0,1,2,\cdots$是正整数；

c　—信号传播速度。

式(2-4)即为伪距测量的基本方程。式中 $n\lambda$ 称为测距模糊度。如果已知待测距离小于测距码的波长(如用 P 码测距)，则 $n=0$，有

$$\rho' = \rho + c\Delta t \tag{2-5}$$

称为无模糊度测距。

由式(2-5)可知，伪距观测值 ρ' 是待测距离与钟差等效距离之和。钟差 Δt 包含接收机钟差 δt_K 与卫星钟差 $\delta t'$，即 $\Delta t = -\delta t_K + \delta t'$，若再考虑到信号传播经电离层的延迟和大气对流层的延迟，则(2-5)式改写为：

$$\rho = \rho' + \delta\rho_1 + \delta\rho_2 + c\delta t_K - c\delta t' \tag{2-6}$$

式(2-6)即为所测伪距与真正的几何距离之间的关系式。式中 $\delta\rho_1$、$\delta\rho_2$ 分别为电离层和对流层的改正项。

二、伪距定位观测方程

从式(2-6)中可以看出，电离层和对流层改正项可以按照一定的模型进行计算，卫星钟差 $\delta t'$ 可以自导航电文中取得。而几何距离 ρ 与卫星坐标(X_s, Y_s, Z_s)与接收机坐标(X, Y, Z)之间有如下关系：

$$\rho^2 = (X_s - X)^2 + (Y_s - Y)^2 + (Z_s - Z)^2 \tag{2-7}$$

式中卫星可根据卫星导航电文求得，所以式中只包含接收机坐标的三个未知数。

如果将接收机钟差 δt_K 也作为未知数，则共有四个未知数，接收机必须同时至少测定四颗卫星的距离才能解算出接收机的三维坐标值。为此，将式(2-7)代入式(2-6)，有

$$\begin{aligned}&[(X_s^j - X)^2 + (Y_s^j - Y)^2 + (Z_s^j - Z)^2]^{1/2} - c\delta t_K \\ &\quad = \rho'^j + \delta\rho_1^j + \delta\rho_2^j - c\delta t^j\end{aligned} \tag{2-8}$$

式中　j——卫星数，$j=1,2,3,4,\cdots\cdots$。

式(2-8)即为伪距定位的观测方程组。

§2.3　载波相位测量

利用测距码进行伪距测量是全球定位系统的基本测距方法。

然而由于测距码的码元长度较大，对于一些高精度应用来讲其测距精度还显得过低无法满足需要。如果观测精度均取至测距码波长的百分之一，则伪距测量对 P 码而言量测精度为 30 cm，对 C/A 码而言为 3 m 左右。而如果把载波作为量测信号，由于载波的波长短，$\lambda_{L1}=19$ cm，$\lambda_{L2}=24$ cm，所以就可达到很高的精度。目前的大地型接收机的载波相位测量精度一般为 1～2 mm，有的精度更高。但载波信号是一种周期性的正弦信号，而相位测量又只能测定其不足一个波长的部分，因而存在着整周数不确定性的问题，使解算过程比较复杂。

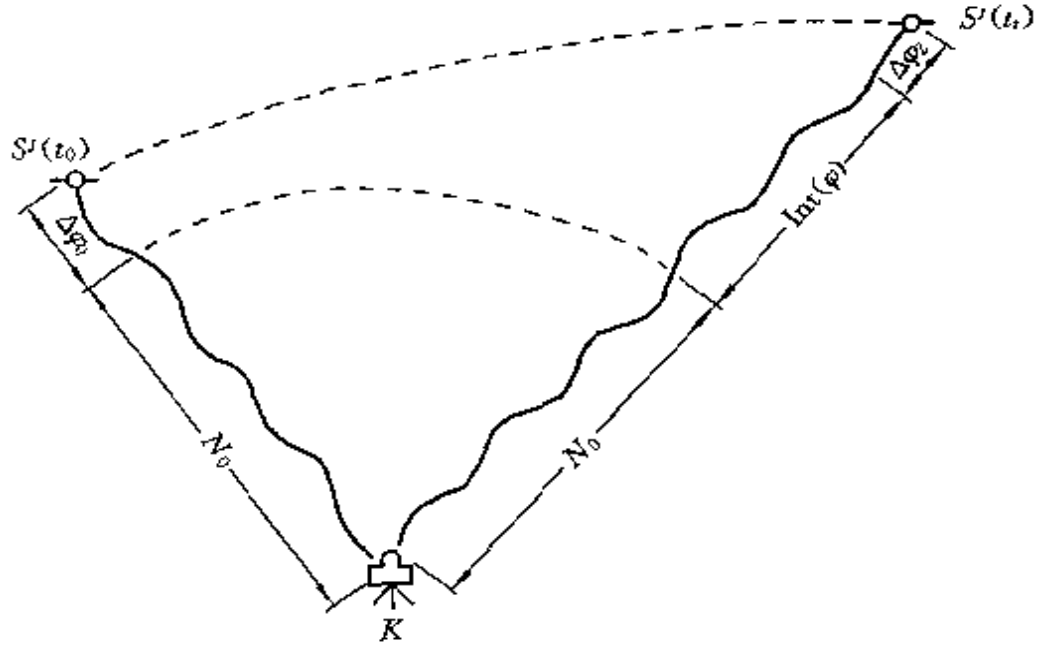


图 2-3　载波相位测量原理

在 GPS 信号中由于已用相位调整的方法在载波上调制了测距码和导航电文，因而接收到的载波的相位已不再连续，所以在进行载波相位测量以前，首先要进行解调工作，设法将调制在载波上的测距码和卫星电文去掉，重新获取载波，这一工作称为重建载波。重建载波一般可采用两种方法，一种是码相关法，另一种是平方法。采用前者用户可同时提取测距信号和卫星电文，但用户必须

知道测距码的结构。采用后者用户无需掌握测距码的结构，但只能获得载波信号而无法获得测距码和卫星电文。

一、载波相位测量原理

载波相位测量的观测量是GPS接收机所接收的卫星载波信号与接收机本振参考信号的相位差。以$\varphi_k^j(t_k)$表示k接收机在接收机钟面时刻t_k时所接收到的j卫星载波信号的相位值，$\varphi_k(t_k)$表示k接收机在钟面时刻t_k时所产生的本地参考信号的相位值，则k接收机在接收机钟面时刻t_k时观测j卫星所取得的相位观测量可写为：

$$\Phi_k^j(t_k) = \varphi_k^j(t_k) - \varphi_k(t_k) \tag{2-9}$$

通常的相位或相位差测量只是测出一周以内的相位值。若以周(2π)为单位，$\Phi_k^j(t_k)$是周的小数。实际测量中，如果对整周进行计数，则自某一初始取样时刻(t_0)以后就可以取得连续的相位测量值。

如图(2-3)，在初始t_0时刻，测得小于一周的相位差为$\Delta\varphi_0$，其整周数为N_0^j，此时包含整周数的相位观测值应为

$$\begin{aligned}\Phi_k^j(t_0) &= \Delta\varphi_0 + N_0^j \\ &= \varphi_k^j(t_0) - \varphi_k(t_0) + N_0^j\end{aligned} \tag{2-10}$$

接收机继续跟踪卫星信号，不断测定小于一周的相位差$\Delta\varphi(t)$，并利用整波计数器记录从t_0到t_i时间内的整周数变化量$\mathrm{Int}(\varphi)$，只要卫星S^j从t_0到t_i中间卫星信号没有中断，则初始时刻整周模糊度N_0^j就为一常数。这样，任一时刻t_i卫星S^j到k接收机的相位差为

$$\Phi_k^j(t_i) = \varphi_k^j(t_i) - \varphi_k(t_i) + N_0^j + \mathrm{Int}(\varphi) \tag{2-11}$$

上式说明了，从第一次开始，在以后的观测中，其观测量包括了相位差的小数部分和累计的整周数。因此，其他时刻的观测在数学模型中不再引入新的模糊参数，仍只含有第一次观测时的模糊

参数 N_0^j。

二、载波相位测量的观测方程

载波相位观测量是接收机和卫星位置的函数，只有得到了它们之间的函数关系才能从观测量求解接收机(或卫星)的位置。

设在 GPS 标准时间 T 时刻卫星 S^j 发播的载波相位为 $\varphi^j(T)$，经过传播延迟 $\tau_k^j(T)$ 后为 k 接收机所接收。也就是说，k 接收机在钟面时刻 t_k 时所接收到的卫星 S_j 的载波相位 $\varphi_k^j(t_k)$。

就是卫星 S^j 在 GPS 时 T 时刻的载波相位 $\varphi^j(T)$，若再考虑到接收机钟面时与 GPS 标准时的钟差，则有

$$\varphi_k^j(t_k) = \varphi^j(T) \tag{2-12}$$

$$T = t_k + \delta t_k - \tau_k^j(T) \tag{2-13}$$

式中　δt_k —— 接收机钟差；

$\tau_k^j(T)$ —— 卫星 S^j 至接收机 k 的传播延迟。

在地固坐标系中，传播延迟是接收机与卫星位置的函数，又是时间的函数。

式(2-13)代入式(2-12)：

$$\varphi_k^j(t_k) = \varphi^j(t_k + \delta t_k - \tau_k^j(T)) \tag{2-14}$$

将式(2-14)代入式(2-9)，并考虑到 t_k 时的整周数 N_k^j，可得接收机 k 在其钟面时刻 t_k 时观测卫星 S^j 所取得的相位观测量：

$$\Phi_k^j(t_k) = \varphi^j(t_k + \delta t_k - \tau_k^j(T)) - \varphi_k(t_k) + N_k^j \tag{2-15}$$

式中，N_k^j 可以认为是第一次观测时刻相位差的整周数—— 模糊度参数(设 t_k 为初始时刻)，以后各次不同时刻的观测可以将整周累计数并入观测量中，式中仍保留初始整周数 N_k^j。显然，对于不同的接收机、不同的卫星，其模糊度参数是不同的。一旦观测中断，因不能进行连续整周的计数，即使是同一台接收机观测同一颗卫星，也不能使用同一个模糊参数。

式(2-15)中包含了不同的时间参数，应将 $\tau_k^j(T)$ 中的参数 T

转化为统一的接收机钟面时刻t_k，由式(2-15)有

$$\tau_k^j(T)=\tau_k^j(t_k+\delta t_k-\tau_k^j(T))=\frac{1}{c}(\rho_k^j(t_k+\delta t_k-\tau_k^j(T))) \tag{2-16}$$

将(2-16)式中$\tau_k^j(T)$和(2-15)式中φ^j项在t_k处展开，取至$(\frac{1}{c})^2$项，并考虑到相位变化与时间的关系$\Delta\varphi=f\Delta t$(以周为单位)，可以得到

$$\begin{aligned}\Phi_k^j(t_k)=&\varphi^j(t_k)+f^j\delta t_k-\frac{1}{c}(f^j\rho_k^j(t_k)\\&-\frac{1}{c}(f^j\dot{\rho}_k^j(t_k))[\delta t_k-\frac{1}{c}(\rho_k^j(t_k))]\\&-\varphi_k(t_k)+N_k^j\end{aligned} \tag{2-17}$$

式(2-17)即为载波相位测量的观测方程式。式中包含了卫星至接收机的距离$\rho_k^j(t_k)$及其时间变化率$\dot{\rho}_k^j(t_k)$，它们是卫星与接收机位置的函数。这正是利用载波相位观测量进行接收机定位或卫星定轨的理论基础。

如果传播延迟$\tau_k^j(T)$中考虑到电离层和对流层的影响$\delta\rho_1(t_k)$和$\delta\rho_2(t_k)$，则载波相位观测方程有以下形式：

$$\begin{aligned}\Phi_k^j(t_k)=&\varphi^j(t_k)+f^j\delta t_k-\frac{1}{c}(f^j\rho_k^j(t_k))\\&-\frac{1}{c}(f^j\dot{\rho}_k^j(t_k))[\delta t_k-\frac{1}{c}(\rho_k^j(t_k))]\\&-\varphi_k(t_k)+N_k^j-\frac{1}{c}(f^j\delta\rho_1(t_k))+\frac{1}{c}(f^j\delta\rho_2(t_k))\end{aligned} \tag{2-17}$$

式中含有$1/c(\dot{\rho}_k^j(t_k))$的项，对距离的影响很小，在相对定位中，如果基线较短，(如小于10 km)，则有关的项可以忽略，于是上式可简化为

$$\Phi_k^j(t_k)=\varphi^j(t_k)+f^j\delta t_k-\frac{1}{c}(f^j\rho_k^j(t_k))$$

$$-\varphi_k(t_k)+N_k^j-\frac{1}{c}(f^j\delta\rho_1(t_k))+\frac{1}{c}(f^j\delta\rho_2(t_k)) \quad (2\text{-}18)$$

式中 $\varphi^j(t_k)$— 卫星的载波相位(包含卫星钟差);

δt_k ——接收机钟差;

$\varphi_k(t_k)$ ——接收机参考信号相位;

其余同前。

以下在分析GPS定位原理时,均采用载波相位观测方程的简化形式(2-18)。

三、整周未知数 N_0 的确定

初始时刻载波相位的整周数 N_0 是一个常数,又叫整周未知数或整周模糊度。

确定整周未知数 N_0 是载波相位测量的一项重要工作。常用的方法有下列几种:

1. 伪距法

伪距法是在进行载波相位测量的同时又进行了伪距测量,将伪距观测值减去载波相位测量的实际观测值与载波波长 λ 的乘积(化为以距离为单位)后即可得到 $\lambda \cdot N_0$。但由于伪距测量的精度较低,所以要有较多的 $\lambda \cdot N_0$ 取平均值后才能获得正确的整波段数。

2. 将整周未知数当作平差中的待定参数——经典方法

把整周未知数当作平差计算中的待定参数来加以估计和确定有两种方法。

(1) 整数解

整周未知数从理论上讲应该是一个整数,利用这一特性能提高解的精度。短基线定位时一般采用这种方法。具体步骤如下:

首先根据卫星位置和相位观测值进行平差计算,求得基线向量和整周未知数。由于各种误差的影响,解得的整周未知数往往不是一个整数,称为实数解。然后将其固定为整数(通常采用四舍五

入法),并重新进行平差计算。在计算中整周未知数采用整周值并视为已知数,以求得基线向量的最后值。

(2) 实数解

当基线较长时,误差的相关性将降低,许多误差消除得不够完全。所以无论是基线向量还是整周未知数,均无法估计得很准确。在这种情况下再将整周未知数固定为某一整数往往无实际意义,所以通常将实数解作为最后解。

采用经典方法解算整周未知数时,为了能正确求得这些参数,往往需要一个小时甚至更长的观测时间,从而影响了作业效率,所以只有在高精度定位领域中才应用。

3. 多普勒法(三差法)

由于连续跟踪的所有载波相位测量观测值中均含有相同的整周未知数 N_0,所以将相邻两个观测历元的载波相位相减,就将该未知参数消去,从而直接解出坐标参数。这就是多普勒法。但两个历元之间的载波相位观测值之差受到此期间接收机钟及卫星钟的随机误差的影响,所以精度不太好,往往用来解算未知数的初始值。三差法可以消除掉许多误差,所以使用较广泛。

4. 快速确定整周未知数法

1990 年 E. Frei 和 G. Beutler 提出了利用快速模糊度(即整周未知数)解算法进行快速定位的方法。采用这种方法进行短基线定位时,利用双频接收机只需观测一分钟便能成功地确定整周未知数。

§2.4 GPS 绝对定位

GPS 绝对定位也叫单点定位。绝对定位又分为静态绝对定位和动态绝对定位。静态绝对定位精度高于动态绝对定位。用伪距观测值或用载波相位观测值都可以进行绝对定位。本节主要讨论

用伪距观测值进行静态绝对定位的原理。

一、伪距观测方程的线性化

不同历元对不同卫星同步观测的伪距观测方程式(2-8)中，有观测站坐标和接收机钟差四个未知数。令$(X_0、Y_0、Z_0)^T$、$(\delta_X、\delta_Y、\delta_Z)^T$分别为观测站坐标的近似值与改正数，将(2-8)式展为台劳级数，并令

$$\left.\begin{aligned}(d\rho/dX)_{X0} &= (X_s^j - X_0)/\rho_0^j = l^j\\(d\rho/dY)_{Y0} &= (Y_s^j - Y_0)/\rho_0^j = m^j\\(d\rho/dZ)_{Z0} &= (Z_s^j - Z_0)/\rho_0^j = n^j\end{aligned}\right\} \tag{2-19}$$

其中，$\rho_0^j=[(X_s^j-X_0)^2+(Y_s^j-Y_0)^2+(Z_s^j-Z_0)^2]^{1/2}$，取至一次微小项的情况下，伪距观测方程的线性化形式为：

$$\begin{aligned}\rho_0^j &- (l_j \quad m_j \quad n_j)\begin{bmatrix}\delta_X\\ \delta_Y\\ \delta_Z\end{bmatrix} - c\delta t_k\\ &= \rho'^j + \delta\rho_1^j + \delta\rho_2^j - c\delta t^j\end{aligned} \tag{2-20}$$

二、伪距法绝对定位的解算

对于任一历元t_i，由观测站同步观测四颗卫星，则$j=1,2,3,4$，上述式(2-20)为一方程组。令$c\delta t_k=\delta\rho$，则方程组形式如下(为书写方便，省略t_i)：

$$\begin{bmatrix}\rho_0^1\\ \rho_0^2\\ \rho_0^3\\ \rho_0^4\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}l^1 & m^1 & n^1 & -1\\ l^2 & m^2 & n^2 & -1\\ l^3 & m^3 & n^3 & -1\\ l^4 & m^4 & n^4 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta_X\\ \delta_Y\\ \delta_Z\\ \delta_\rho\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\rho'^1 + \delta\rho_1^1 + \delta\rho_2^1 - c\delta t_1\\ \rho'^2 + \delta\rho_1^2 + \delta\rho_2^2 - c\delta t_2\\ \rho'^3 + \delta\rho_1^3 + \delta\rho_2^3 - c\delta t_3\\ \rho'^4 + \delta\rho_1^4 + \delta\rho_2^4 - c\delta t_4\end{bmatrix} \tag{2-21}$$

令

$$A_i=\begin{bmatrix} l^1 & m^1 & n^1 & -1 \\ l^2 & m^2 & n^2 & -1 \\ l^3 & m^3 & n^3 & -1 \\ l^4 & m^4 & n^4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\delta X=(\delta_X \quad \delta_Y \quad \delta_Z \quad \delta_\rho)^{\mathrm{T}}$$

$$L^j=(\rho^j+\delta\rho_1^j+\delta\rho_2^j-c\delta t^j-\rho_0^j)$$

$$L_i=(L^1 \quad L^2 \quad L^3 \quad L^4)^{\mathrm{T}}$$

式(2-21)可简写为

$$A_i\delta X+L_i=0 \tag{2-22}$$

当同步观测的卫星数多于四颗时，则须通过最小二乘平差求解，此时式(2-22)可写为误差方程组的形式：

$$V_i=A_i\delta X+L_i \tag{2-23}$$

根据最小二乘平差求解未知数：

$$\delta X=-(A_i^{\mathrm{T}}A_i)^{-1}(A_i^{\mathrm{T}}L_i) \tag{2-24}$$

未知数中误差：

$$M_x=\sigma_0\sqrt{q_{ii}} \tag{2-25}$$

式中　M_x——未知数中误差；

σ_0　——伪距测量中误差；

q_{ii}——权系数阵 Q_x 主对角线的相应元素：

$$Q_x=(A_i^{\mathrm{T}}A_i)^{-1} \tag{2-26}$$

在静态绝对定位的情况下，由于观测站固定不动，可以在不同历元同步观测不同的卫星，以 n 表示观测的历元数，忽略接收机钟差随时间变化的情况，由式(2-23)可得相应的误差方程式组

$$V=A\delta X+L \tag{2-27}$$

其中

$$V=(V_1\,V_2\cdots V_n)^{\mathrm{T}}$$

$$A=(A_1\,A_2\cdots A_n)^{\mathrm{T}}$$

$$L=(L_1\,L_2\cdots L_n)^{\mathrm{T}}$$

$$\delta X=(\delta_X\,\delta_Y\,\delta_Z\,\delta_\rho)^{\mathrm{T}}$$

按最小二乘法求解：

$$\delta \boldsymbol{X} = -(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L} \tag{2-28}$$

未知数的中误差仍按式(2-25)估算。

如果观测的时间较长，接收机钟差的变化往往不能忽略。这时可将钟差表示为多项式的形式，把多项式的系数作为未知数在平差计算中一并求解。也可以对不同观测历元引入不同的独立钟差参数，在平差计算中一并解算。

用户接收机安置在运动的载体上处于动态情况下，确定载体瞬时绝对位置的定位方法，称为动态绝对定位。此时，一般同步观测四颗以上的卫星，利用式(2-24)即可求解出任一瞬间的实时解。动态绝对定位主要用于导航定位中。

应用载波相位观测值进行静态绝对定位。其精度高于伪距法静态绝对定位。在载波相位静态绝对定位中，应注意对观测值加入电离层、对流层等各项改正，防止和修复整周跳变，以提高定位精度。整周未知数解算后，不再为整数，可将其调整为整数，解算出的观测站坐标称为固定解，否则称为浮点解。载波相位静态绝对定位解算的结果可以为相对定位的参考站(或基准站)提供较为精密的起始坐标。

三、绝对定位精度的评价

由伪距绝对定位的权系数阵 $\boldsymbol{Q}_X$(式 2-26)可知，$\boldsymbol{Q}_X$ 在空间直角坐标中的一般形式为

$$\boldsymbol{Q}_X = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{31} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{bmatrix} \tag{2-29}$$

实际应用中，为了估算测站点的位置精度，常采用其在大地坐标系统中的表达形式。假设在大地坐标系统中相应点位坐标的权系数阵为

$$\boldsymbol{Q}_B = \begin{bmatrix} q'_{11} & q'_{12} & q'_{13} \\ q'_{21} & q'_{22} & q'_{23} \\ q'_{31} & q'_{32} & q'_{33} \end{bmatrix} \tag{2-30}$$

根据方差与协方差传播定律可得

$$\boldsymbol{Q}_B = \boldsymbol{R}\boldsymbol{Q}'_X\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \tag{2-31}$$

式中

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} -\sin B\cos L & -\sin B\sin L & \cos B \\ -\sin L & \cos L & 0 \\ \cos B\cos L & \cos B\sin L & \sin B \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Q}_X = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix}$$

由权系数阵式(2-29)主对角线元素定义精度因子"*DOP*"后，则相应精度可表示为

$$M_r = DOP \cdot \sigma_0 \tag{2-32}$$

精度因子通常有：

(1) 平面位置精度因子 *HDOP* 及其相应的平面位置精度：

$$HDOP = \sqrt{q_{11} + q_{22}}$$
$$M_h = HDOP \cdot \sigma_0 \tag{2-33}$$

(2) 高程精度因子 *VDOP* 及其相应的高程精度：

$$VDOP = \sqrt{q_{33}}$$
$$M_v = VDOP \cdot \sigma_0 \tag{2-34}$$

(3) 空间位置精度因子 *PDOP* 及其相应的三维定位精度：

$$PDOP = \sqrt{q_{11} + q_{22} + q_{33}}$$
$$M_p = PDOP \cdot \sigma_0 \tag{2-35}$$

(4) 接收机钟差精度因子 *TDOP* 及其钟差精度：

$$TDOP = \sqrt{q_{44}}$$

$$M_t = TDOP \cdot \sigma_0 \tag{2-36}$$

(5) 几何精度因子 $GDOP$ 及其三维位置和时间误差综合影响的中误差 M_g:

$$GDOP = \sqrt{q_{11} + q_{22} + q_{33} + q_{44}} = \sqrt{PDOP^2 + TDOP^2}$$

$$M_g = GDOP \cdot \sigma_0 \tag{2-37}$$

精度因子的数值与所测卫星的几何分布图形有关。假设由观测站与四颗观测卫星所构成的六面体体积为 V，则分析表明，精度因子 $GDOP$ 与该六面体体积 V 的倒数成正比，即

$$GDOP \propto 1/V \tag{2-38}$$

一般来说，六面体的体积越大，所测卫星在空间的分布范围也越大，$GDOP$ 值越小；反之，六面体的体积越小，所测卫星的分布范围越小，则 $GDOP$ 值越大。实际观测中，为了减弱大气折射影响，卫星高度角不能过低，所以必须在这一条件下，尽可能使所测卫星与观测站所构成的六面体的体积接近最大。

§2.5　GPS 相对定位

GPS 相对定位有静态相对定位和动态相对定位之分。用伪距观测值或用载波相位观测值都可以进行相对定位。本节仅讨论用载波相位观测值进行静态相对定位的原理。

一、载波相位观测值的线性组合

在两个观测站或多个观测站同步观测相同卫星的情况下，卫星的轨道误差、卫星钟差、接收机钟差以及电离层和对流层的折射误差等对观测量的影响具有一定的相关性，利用这些观测量的不同组合(求差)进行相对定位，可有效地消除或减弱相关误差的影响，从而提高相对定位的精度。

GPS 载波相位观测值可以在卫星间求差，在接收机间求差，也可以在不同历元间求差。各种求差法都是观测值的线性组合。

将直接观测值相减的过程叫做求一次差。所获得的结果被当作虚拟观测值，叫做载波相位观测值的一次差或单差。常用的求一次差是在接收机间求一次差。设测站 1 和测站 2 分别在 t_i 和 t_{i+1} 时刻对卫星 k 和卫星 j 进行了载波相位观测，如图 2-4 所示，t_i 时刻在测站 1 和测站 2，对 k 卫星的载波相位观测值为 $\varphi_1^k(t_i)$ 和 $\varphi_2^k(t_i)$，对 $\varphi_1^k(t_i)$ 和 $\varphi_2^k(t_i)$ 求差，得到接收机间（站间）对 k 卫星的一次差分观测值为：

$$SD_{12}^k(t_i) = \varphi_2^k(t_i) - \varphi_1^k(t_i) \tag{2-39}$$

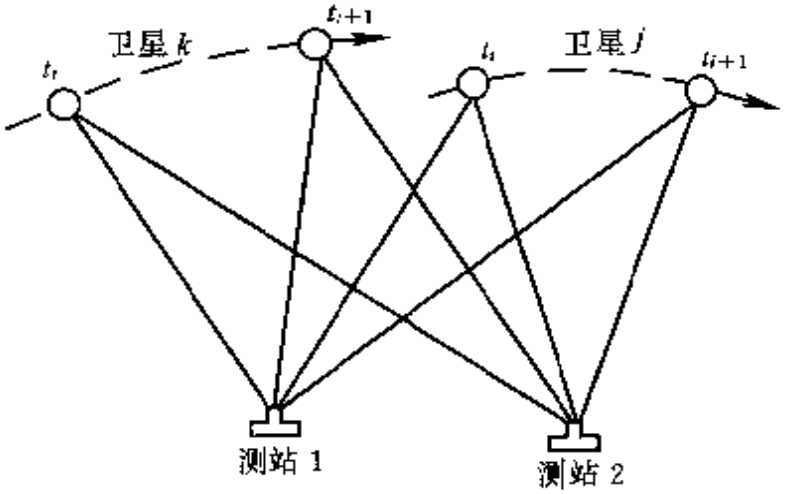


图 2-4　求差法说明图

同样，对 j 卫星，其 t_i 时刻站间一次差分观测值为：

$$SD_{12}^j(t_i) = \varphi_2^j(t_i) - \varphi_1^j(t_i) \tag{2-40}$$

对另一时刻 t_{i+1}，同样可以列出类似的差分观测值。

对载波相位观测值的一次差分观测值继续求差，所得到的结果仍可以被当作虚拟观测值，叫做载波相位观测值的二次差或双差。常用的求二次差是在接收机间求一次差后再在卫星间求二次

差，叫做星站二次差分。例如对在 t_i 时刻 k、j 卫星观测值的站间单差观测值 $SD_{12}^{k}(t_i)$ 和 $SD_{12}^{j}(t_i)$ 求差，得到站星二次差分 $DD_{12}^{kj}(t_i)$ 即双差观测值：

$$\begin{aligned} DD_{12}^{kj}(t_i) &= SD_{12}^{j}(t_i) - SD_{12}^{k}(t_i) \\ &= \varphi_2^j(t_i) - \varphi_1^j(t_i) - \varphi_2^k(t_i) + \varphi_1^k(t_i) \end{aligned} \tag{2-41}$$

同样在 t_{i+1} 时刻，对 k、j 卫星的站间单差观测值求差也可求得双差观测值。

对二次差继续求差称为求三次差。所得结果叫做载波相位观测值的三次差或三差。常用的求三次差是在接收机、卫星和历元之间求三次差。例如，将 t_i 时间接收机 1 和接收机 2 对卫星 k、j 的双差观测值 $DD_{12}^{kj}(t_i)$ 与 t_{i+1} 时刻接收机 1 和接收机 2 对卫星 k、j 的双差观测值 $DD_{12}^{kj}(t_{i+1})$ 再求差，即对不同时刻的双差观测值求差，便得到三次差分观测值 $TD_{12}^{kj}(t_i,t_{i+1})$ 即三差观测值：

$$TD_{12}^{kj}(t_i,t_{i+1}) = DD_{12}^{kj}(t_{i+1}) - DD_{12}^{kj}(t_i) \tag{2-42}$$

上述各种差分观测值模型能够有效地消除各种偏差项。单差观测值中可以消除与卫星有关的载波相位及其钟差项，双差观测值中可以消除与接收机有关的载波相位及其钟差项，三差观测值中可以消除与卫星和接收机有关的初始整周模糊度项 N。因而差分观测值模型是GPS 测量应用中广泛采用的平差模型。特别是双差观测值即站星二次差分模型，更是大多数GPS 基线向量处理软件包中必选的模型。

二、观测方程的线性化及平差模型

为了求解观测站之间的基线向量，首先应将观测方程线性化，然后列出相应的误差方程式，应用最小二乘平差原理求解观测站之间的基线向量。为此，设观测站待定坐标近似值向量为 $\boldsymbol{X}_{k0}(x_{k0}\ y_{k0}\ z_{k0})$，其改正数向量为 $\delta\boldsymbol{X}_k=(\delta x_k\ \delta y_k\ \delta z_k)$，对于式(2-18)中的

$\rho_k^j(t)$项，即观测站 k 至所测卫星 j 的距离 $\rho_k^j(t)$，按台劳级数展开并取其一次微小项，参考式(2-19)，有

$$\rho_k^j(t) = \rho_{k0}^j(t) - (l_k^j(t)\ m_k^j(t)\ n_k^j(t))\begin{bmatrix}\delta x_k\\ \delta y_k\\ \delta z_k\end{bmatrix} \tag{2-43}$$

式中各项含义同(2-19)式。

1. 单差观测方程的误差方程式模型

对于单差观测值模型，取两观测站为 1 和 2，将(2-18)式代入式(2-40)有

$$\begin{aligned}SD_{12}^j(t) &= \varphi_2^j(t) - \varphi_1^j(t)\\ &= -\frac{f}{c}(\rho_2^j(t) - \rho_1^j(t) + f(\delta t_2(t) - \delta t_1(t)\\ &\quad + (N_2^j(t_0) - N_1^j(t_0) - (\varphi_2(t) - \varphi_1(t)) + \frac{f}{c}(\delta\rho_{12}(t)\\ &\quad - \delta\rho_{11}(t)) + \frac{f}{c}(\delta\rho_{22}(t) - \delta\rho_{21}(t))\end{aligned} \tag{2-44}$$

令　$\Delta t(t) = \delta t_2(t) - \delta t_1(t)$

$\Delta N^j = N_2^j(t_0) - N_1^j(t_0)$

$\Delta\rho_1(t) = \delta\rho_{12}(t) - \delta\rho_{11}(t)$

$\Delta\rho_2(t) = \delta\rho_{22}(t) - \delta\rho_{21}(t)$

则单差观测方程为

$$\begin{aligned}SD_{12}^j &= -\frac{f}{c}(\rho_2^j(t) - \rho_1^j(t)) + \Delta t(t) + \Delta N^j\\ &\quad + \frac{f}{c}(\Delta\rho_2(t) + \Delta\rho_1(t))\end{aligned} \tag{2-45}$$

式中消除了卫星钟差的影响，Δt 为两观测站接收机相对钟差，最后一项为对流层和电离层的影响，如果利用模型或双频观测技术进行了修正，则为修正后的残差对相位观测值的影响，单差观测方程可简化为：

$$SD_{12}^{j}(t) = -\frac{f}{c}(\rho_2^j(t) - \rho_1^j(t)) + \Delta t(t) + \Delta N^j \quad (2\text{-}46)$$

在两观测站中，以测站 1 作为已知参考点，测站 2 为待定点，应用式(2-43)和式(2-46)可得单差观测方程线性化的形式：

$$SD_{12}^{j}(t) = -\frac{f}{c}\cdot(l_2^j(t) \quad m_2^j(t) \quad n_2^j(t))\begin{bmatrix}\delta x_2\\ \delta y_2\\ \delta z_2\end{bmatrix} + f\Delta t(t)$$

$$-\Delta N^j + \frac{f}{c}(\rho_{20}^j(t) - \rho_1^j(t)) \quad (2\text{-}47)$$

式中 $\rho_1^j(t)$ 为由观测站 1 至卫星 j 的距离。

单差观测方程的误差方程为：

$$\Delta V^j(t) = -\frac{f}{c}(l_2^j(t)\ m_2^j(t)\ n_2^j(t))\begin{bmatrix}\delta x_2\\ \delta y_2\\ \delta z_2\end{bmatrix}$$

$$+ f\Delta t(t) - \Delta N_j + \Delta L^j(t) \quad (2\text{-}48)$$

式中 $\Delta L^j(t) = \frac{f}{c}(\rho_{20}^j(t) - \rho_1^j(t)) - SD_{12}^j(t)$

两站同步观测 nj 个卫星的情况下，可以列出 n_j 个误差方程：

$$V(t) = (\Delta V^1(t)\ \Delta V^2(t)\ \cdots\ \Delta V^n(t))^{\mathrm{T}} \quad (2\text{-}49)$$

设同步观测同一组卫星的历元数为 nt，则相应的误差方程式组为：

$$V = (V(t_1)\ V(t_2)\ \cdots\ V(t_n))^{\mathrm{T}} \quad (2\text{-}50)$$

组成法方程后便可解算出待定点坐标改正数、钟差等未知参数。其过程略。

2. 双差观测方程的误差方程式模型

设两观测站同步观测的卫星为 S^j 和 S^k，以 S^j 为参考卫星，应用式(2-41)、式(2-43)可得双差观测方程式(2-41)的线性化形式：

$$DD_{12}^{k}(t) = -\frac{f}{c}(\Delta l_2^k(t)\ \Delta m_2^k(t)\ \Delta n_2^k(t))\begin{bmatrix}\delta x_2\\ \delta y_2\\ \delta z_2\end{bmatrix} - \Delta\Delta N^k$$

$$+\frac{f}{c}(\rho_{20}^{k}(t) - \rho_1^k(t) - \rho_{20}^{j}(t) + \rho_1^j(t)) \qquad (2\text{-}51)$$

式中消去了接收机钟差等有关项，

$$DD\varphi_{12}^{kj}(t) = SD_{12}^{k}(t) - SD_{12}^{j}(t)$$

$$\begin{bmatrix}\Delta l_2^k(t)\\ \Delta m_2^k(t)\\ \Delta n_2^k(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}l_2^k(t) - l_2^j(t)\\ m_2^k(t) - m_2^j(t)\\ n_2^k(t) - n_2^j(t)\end{bmatrix}$$

$$\Delta\Delta N^k = \Delta N^k - \Delta N^j$$

令 $\Delta\Delta L^k = \frac{f}{c}(\rho_{20}^{k}(t) - \rho_1^k(t) - \rho_{20}^{j}(t) + \rho_1^j(t)) - DD\varphi_{12}^{kj}(t)$

则(2-51)式的误差方程形式为：

$$V^k(t) = -\frac{f}{c}(\Delta l_2^k(t)\ \Delta m_2^k(t)\ \Delta n_2^k(t))\begin{bmatrix}\delta x_2\\ \delta y_2\\ \delta z_2\end{bmatrix}$$

$$-\Delta\Delta N^k + \Delta\Delta L^k(t) \qquad (2\text{-}52)$$

当两站同步观测的卫星数为 nj 时，误差方程组如下：

$$V(t) = A(t)\delta x_2 + B(t)\Delta\Delta N + \Delta\Delta L(t) \qquad (2\text{-}53)$$

式中，

$$\boldsymbol{V}(t) = (V^1(t)\ V^2(t)\ \cdots\ V^{nj-1}(t))^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{A}(t) = -f/c\begin{bmatrix}\Delta l_2^1(t) & \Delta m_2^1(t) & \Delta n_2^1(t)\\ \Delta l_2^2(t) & \Delta m_2^2(t) & \Delta n_2^2(t)\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \Delta l_2^{nj-1}(t) & \Delta m_2^{nj-1}(t) & \Delta n_2^{nj-1}(t)\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}(t)=\begin{bmatrix}1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1\end{bmatrix}$$

$$\Delta\Delta\boldsymbol{N}=(\Delta\Delta N^1 \quad \Delta\Delta N^2 \quad \cdots \quad \Delta\Delta N^{nj-1})^{\mathrm{T}}$$

$$\Delta\Delta\boldsymbol{L}(t)=(\Delta\Delta N^1(t) \quad \Delta\Delta N^2(t) \quad \cdots \quad \Delta\Delta N^{nj-1}(t))^{\mathrm{T}}$$

$$\delta\boldsymbol{X}_2=(\delta x_2 \quad \delta y_2 \quad \delta z_2)^{\mathrm{T}}$$

如果在基线两端对同一组卫星观测的历元数为 nt，相应的误差方程式组为：

$$\boldsymbol{V}=(\boldsymbol{AB})\begin{bmatrix}\delta\boldsymbol{X}_2\\ \Delta\Delta\boldsymbol{N}\end{bmatrix}+L \tag{2-54}$$

式中，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{A}&=(A(t_1) \quad A(t_2) \quad \cdots \quad A(t_{nt}))^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{B}&=(B(t_1) \quad B(t_2) \quad \cdots \quad B(t_{nt}))^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{L}&=(\Delta\Delta L(t_1) \quad (\Delta\Delta L(t_2) \quad \cdots \quad (\Delta\Delta L(t_{nt}))^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{V}&=(V(t_1) \quad V(t_2) \quad \cdots \quad V(t_{nt}))^{\mathrm{T}}\end{aligned}$$

相应的法方程式为：

$$\boldsymbol{N}\Delta\boldsymbol{X}+\boldsymbol{U}=0$$

式中，

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{X}&=(\delta\boldsymbol{X}_2 \quad \Delta\Delta\boldsymbol{N})^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{N}&=(\boldsymbol{A} \quad \boldsymbol{B})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} \quad \boldsymbol{B})\\ \boldsymbol{U}&=(\boldsymbol{A} \quad \boldsymbol{B})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PL}\end{aligned}$$

$\boldsymbol{P}$ 为双差观测值的权阵。

与单差观测值不同的是，双差观测量之间有相关性，这里的权阵 $\boldsymbol{P}$ 不再是对角阵。如在一次观测中对 nj 个卫星进行了相位测量，可以组成 $nj-1$ 个双差观测值。形成这些双差观测值时，有的单差观测值被使用多次，因而双差观测值是相关的。为使权阵形式

较为简洁，可以选择一个参考卫星，其它卫星的观测量都与参考卫星的单差观测量组成双差。例如选择卫星1作为 t_i 观测历元的参考卫星，则观测历元 t_i 时，$nj-1$ 个双差观测值的相关系数为1/2，其协因数阵为

$$\boldsymbol{Q}_i = \begin{bmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 2 \end{bmatrix} \tag{2-56}$$

不同观测历元所取得的双差观测值彼此不相关。在一段时间内(nt 个历元)取得的双差观测值其协因数阵为一分块对角阵：

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{P}^{-1} = \begin{bmatrix} Q_1 & & & \\ & Q_2 & & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{Q} & & \ddots & \\ & & & Q_{nt} \end{bmatrix} \tag{2-57}$$

这样，双差观测模型的基线解为：

$$\Delta \boldsymbol{X} = -\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{U} \tag{2-58}$$

对于三差模型，模型中消除了整周不定参数，通过列误差方程、法方程，可以直接解出基线解。不再赘述。

由于地面形变监测网的范围一般不大，GPS点(包括控制点与变形观测点)间的距离一般在数公里或数百米之内，基线解算的结果应采用载波相位双差观测值的基线解。

三、精度评定

1. 单位权中误差估值：

$$m_0 = \sqrt{\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{V}/(n-k-2)} \tag{2-59}$$

2. 平差值的精度估计

未知数向量 $\boldsymbol{X}$ 中任一分量的精度估值为

$$m_{x_i} = m_0\sqrt{1/p_{x_i}} \tag{2-60}$$

式中 p_{ii}——由 $N-1$ 中对角元素求得，$p_{ii}=1/Q_{\hat{x}\hat{x}i}$。

基线长 $b=\sqrt{(\Delta X_{12}^0+\delta X_{12})^2+(\Delta Y_{12}^0+\delta Y_{12})^2+(\Delta Z_{12}^0+\delta Z_{12})^2}$，在 $(\Delta X_{12}^0, \Delta Y_{12}^0, \Delta Z_{12}^0)$ 处展开后，

$$\delta b = \boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}\Delta \boldsymbol{X} \tag{2-61}$$

由协因数传播定律可得：

$$Q_{bb} = \boldsymbol{f}^{\mathrm{T}} Q_{\delta\Delta x} \boldsymbol{f}$$

基线长度 b 中误差估值为：

$$m_b = m_0\sqrt{Q_{bb}} \tag{2-62}$$

基线长度相对中误差估值为

$$f_b = \frac{m_b}{b}\times 10^6 \tag{2-63}$$

下面给出某一基线向量解算结果：

基线端点号：01～05

基线向量值：$\Delta X=-11\ 675.629$ $\Delta Y=-2505.650$

$\Delta Z=-3791.074$ $S=12\ 584.391$

向量标准差：$M_{\Delta X}=0.001\ 046\ 6$ $M_{\Delta Y}=0.001\ 309\ 4$

$M_{\Delta Z}=0.001\ 644\ 3$ $M_{\Delta S}=0.0009$

相关系数阵：

	dx	dy	dz
dx	1.000 000		
dy	−0.599 817	1.000 000	
dz	−0.221 641	0.545 551	1.000 000

§2.6 差分GPS定位技术

差分技术很早就被人们所应用。比如相对定位中，在一个测站上对两个观测目标进行观测，将观测值求差；或在两个测站上对同

一个目标进行观测，将观测值求差；或在一个测站上对一个目标进行两次观测求差。其目的是消除公共误差，提高定位精度。利用求差后的观测值解算两观测站之间的基线向量，这种差分技术已经用于静态相对定位。

本节讲述的差分GPS定位技术是，将一台GPS接收机安置在基准站上进行观测。根据基准站已知精密坐标，计算出基准站到卫星的改正数，并由基准站实时的将这一改正数发送去。用户接收机在进行GPS观测的同时，也接收到基准站的改正数，并对其定位结果进行改正，从而提高定位精度。

GPS定位中，存在着三部分误差：一是每台接收机公有的误差，如：卫星钟误差、星历误差、电离层误差、对流层误差；二是传播延迟误差；三是接收机固有的误差，如：内部噪声、通道延迟、多路径效应。采用差分定位，可完全消除第一部分误差，可大部分消除第二部分误差(视基准站至用户的距离)。

差分GPS可分为单基准站差分、具有多个基准站的局部区域差分和广域差分三种类型。

一、单站GPS的差分(SRDGPS)

单站差分按基准站发送的信息方式来分，可分为位置差分、伪距差分和载波相位差分三种，其工作原理大致相同。

1. 位置差分原理

设基准站的已知精密坐标为$(X_0、Y_0、Z_0)$，在基准站上的GPS接收机测出的坐标为：$(X、Y、Z)$(包含着轨道误差、时钟误差、SA影响、大气影响、多路径效应及其他误差)，即可按下式求出其坐标改正数为：

$$\begin{aligned}\Delta X &= X - X_0\\ \Delta Y &= Y - Y_0\\ \Delta Z &= Z - Z_0\end{aligned} \tag{2-64}$$

基准站用数据链，将这些改正数发送出去，用户接收机在解算时加

入以上改正数：

$$\begin{aligned} X_p &= X'_p - \Delta X \\ Y_p &= Y'_p + \Delta Y \\ Z_p &= Z'_p + \Delta Z \end{aligned} \tag{2-65}$$

其中 X'_p、Y'_p、Z'_p 为用户接收机自身观测结果，X_p、Y_p、Z_p 为经过改正后的坐标。顾及用户接收机位置改正值的瞬时变化，上式可进一步写成：

$$\begin{aligned} X_p &= X'_p + \Delta X + \frac{\mathrm{d}(\Delta X - X'_p)}{\mathrm{d}t} \cdot (t - t_0) \\ Y_p &= Y'_p + \Delta Y + \frac{\mathrm{d}(\Delta Y - Y'_p)}{\mathrm{d}t} \cdot (t - t_0) \\ Z_p &= Z'_p + \Delta Z + \frac{\mathrm{d}(\Delta Z - Z'_p)}{\mathrm{d}t} \cdot (t - t_0) \end{aligned} \tag{2-66}$$

其中 t_0 为校正的有效时刻。

这样，经过改正后的用户坐标就消去了基准站与用户站共同的误差。

这种方法的优点是：计算简单，适用于各种型号的 GPS 接收机。

这种方法的缺点是：基准站与用户必须观测同一组卫星，这在近距离可以做到，但距离较长时很难满足。故位置差分，只适用于 100 km 以内。

2. *伪距差分原理*

这是应用最广的一种差分。在基准站上，观测所有卫星，根据基准站已知坐标(X_0、Y_0、Z_0)和测出的各卫星的地心坐标(X^j、Y^j、Z^j)，按下式求出每颗卫星每一时刻到基准站的真正距离 R^j：

$$R^j = [(X^j - X_0)^2 + (Y^j - Y_0)^2 + (Z^j - Z_0)^2]^{1/2} \tag{2-67}$$

其伪距为 ρ_0^j，则伪距改正数为：

$$\Delta\rho^j = R^j - \rho_0^j \tag{2-68}$$

其变化率为：

$$\mathrm{d}\rho^j = \Delta\rho^j / \Delta t \tag{2-69}$$

基准站将 $\Delta\rho^j$ 和 $\mathrm{d}\rho^j$ 发送给用户，用户在测出的伪距 ρ^j 上加改正，求出经改正后的伪距：

$$\rho_p^j(t) = \rho^j(t) + \Delta\rho^j(t) + \mathrm{d}\rho^j(t - t_0) \tag{2-70}$$

并按下式计算坐标：

$$\rho_p^j = [(X^j - X_p)^2 + (Y^j - Y_p)^2 + (Z^j - Z_p)^2]^{1/2} + C * \mathrm{d}\tau + V_1 \tag{2-71}$$

其中 $\mathrm{d}\tau$ 为钟差，V_1 为接收机噪声。

伪距差分的优点是：基准站提供所有卫星的改正数，用户接收机观测任意 4 颗卫星，就可完成定位。因提供的是 $\Delta\rho^j$ 和 $\mathrm{d}\rho^j$ 改正数，可满足 RTCMSC－104 标准(国际海事无线电委员会)。

缺点是：差分精度随基准站到用户的距离增加而降低。

3. 载波相位差分原理

位置差分和伪距差分，能满足米级定位精度，已广泛应用于导航、水下测量等。而载波相位差分，可使实时三维定位精度达到厘米级。

载波相位差分技术又称 RTK(Real Time Kinematic)技术，是实时处理两个测站载波相位观测量的差分方法。载波相位差分方法分为两类，一类是修正法，另一类是差分法。所谓修正法，即将基准站的载波相位修正值发送给用户，改正用户接收到的载波相位，再求解坐标。所谓差分法即是将基准站采集的载波相位发送给用户，进行求差解算坐标。可见修正法属准 RTK，差分法为真正 RTK。将式(2-71)写成载波相位观测量形式即可得出相应的方程式：

$$R_0^j + \lambda(N_{p0}^j - N_0^j) + \lambda(N_p^j - N_0^j) + \varphi_p^j - \varphi_0^j = [(X^j - X_p)^2 + (Y^j - Y_p)^2$$

$$+ (Z' - Z_p)^2]^{\frac{1}{2}} + \Delta d\rho \qquad (2\text{-}72)$$

式中　N'_{p0}——表示用户接收机起始相位模糊度；

N'_0——基准点接收机起始相位模糊度；

N'_p——用户接收机起始历元至观测历元相位整周数；

N'_0——基准点接收机起始历元至观测历元相位整周数；

φ'_p——用户接收机测量相位的小数部分；

φ'_0——基准点接收机测量相位的小数部分；

$\Delta d\rho$——同一观测历元各项残差，其他符号同前。

这里的关键是求解起始相位模糊度。求解起始相位模糊度通常用以下几种方法：删除法、模糊度函数法、FARA 法、消去法。用不同的方法时，式(2-72)应作相应的改变。

RTK 技术可应用于海上精密定位，测图和地籍测绘。

RTK 技术也同样受到基准站至用户距离的限制，为解决此问题，发展成局部区域差分和广域差分定位技术。通常把一般差分定位系统叫 DGPS，局部区域差分定位系统叫 LADGPS，广域差分系统叫 WADGPS。

差分定位的关键技术是高波特率数据传输的可靠性和抗干扰问题。

单站差分 GPS 系统结构和算法简单，技术上较为成熟。主要用于小范围的差分定位工作。对于较大范围的区域，则应用局部区域差分技术，对于一国或几个国家范围的广大区域，应用广域差分技术。

二、局部区域 GPS 差分系统(LADGPS)

在局部区域中应用差分 GPS 技术，应该在区域中布设一个差分 GPS 网，该网由若干个差分 GPS 基准站组成，通常还包含一个或数个监控站。位于该局部区域中的用户根据多个基准站所提供的改正信息，经平差后求得自己的改正数。这种差分 GPS 定位系

统称为局部区域差分GPS系统，简称LADGPS。

局部区域差分GPS技术通常采用加权平均法或最小方差法对来自多个基准站的改正信息(坐标改正数或距离改正数)进行平差计算以求得自己的坐标改正数或距离改正数。其系统的构成为：有多个基准站，每个基准站与用户之间均有无线电数据通讯链。用户与基准站之间的距离一般在500 km以内才能获得较好的精度。

三、广域差分GPS系统(WADGPS)

为了在一个广阔的地区提供高精度的GPS差分服务，将多个基准站组网。各基准站并不单独地将自己所求得的距离改正数播发给用户，而是将它们送往广域差分GPS网的数据处理中心进行统一处理，以便将卫星星历误差，大气传播延迟误差分离开来。然后再将各种误差估值播发给用户，由用户分别进行改正。这种差分GPS系统称为广域差分GPS系统，简称WADGPS。这种系统是在一个相当大的区域中用相对来讲数量较少的基准站组成一个稀疏的差分GPS网。由于目前所用的各种电离层延迟模型一般都有8个参数，因此WADGPS网中至少应包括8个基准站，一般应包括10个以上的基准站，并且应有一个监测站。在基准站上应配备双频接收机，有条件的还应配备原子钟。

除静态相对定位之外，本节讲述的几种差分定位技术应用于GPS形变监测尚在研究之中。

第三章　GPS 定位技术用于地面形变测量的方法

GPS 定位测量比常规测量有全天候观测、不要求点间通视、观测时间短、速度快、精度高等特点。GPS 相对定位能提供高精度的三维信息，方便地测定变形点对于基准点之间的变形值。所以 GPS 相对定位在地面形变测量中有着广阔的应用前景。

本章在讨论 GPS 测量的误差来源及其影响之后，重点论述用 GPS 相对定位技术进行地面形变测量的方法，包括 GPS 形变监测网的设计、外业观测以及观测成果的质量检核等内容。

§3.1　GPS 测量的误差来源及其影响

GPS 测量是通过 GPS 接收机接收卫星发来的信息确定地面点的三维坐标。因此 GPS 测量的误差来源有：① 与卫星有关的误差；② 与信号传播有关的误差；③ 与接收机及其观测作业有关的误差。

一、与卫星有关的误差

1. 卫星星历误差

GPS 卫星系统提供的广播星历计算出的卫星位置有几十米的误差.这种误差作为一种起算数据误差严重影响单点定位的精度。即使对于 GPS 相对定位也会产生一定的影响。

由于星历误差为系统性偏差，因而在两测站同步观测的相对定位求出的坐标差中大大消除了卫星星历误差的影响。设星历误

差为 ds，测站至卫星的距离为 ρ，两测站间的基线向量长度为 b，卫星星历误差引起的基线误差为 db，则有

$$\frac{db}{b}=\frac{ds}{\rho} \tag{3-1}$$

$\frac{ds}{\rho}$ 称为星历的相对误差，$\frac{db}{b}$ 为基线的相对误差。实践表明，经数小时观测后，基线的相对误差大约是卫星星历误差的 $\frac{1}{4}$ 左右。一般广播星历能保证 $(1\sim2)\times10^{-6}$ 的相对定位精度。

在相对定位中，如果采用广播星历解算两点之间的坐标差，则两点之间的基线长度小于 5 km 时，星历误差会引起几个毫米的定位误差。所以 GPS 相对定位用于地面形变测量时，变形点对基准点之间的距离不应太远。否则，应当采用精密星历解算两点之间的坐标差。

2. 时钟误差

GPS 定位测量中卫星钟和接收机钟均采用GPS 时间系统。卫星钟按照美国海军天文台所维持的协调世界时 UTC 由主控站进行调整。卫星钟和 GPS 时之间的误差在 1 毫秒以内。加上卫星导航电文中给定的钟差 a_0、钟速 a_1 及钟速的变化率 a_2 对时钟进行改正后，卫星钟与 GPS 标准时间之差约为 20 毫微秒左右，相当于 6 米左右的距离误差。相对定位中，通过对观测值在接收机间求差，可以消除卫星钟差的影响。对于接收机钟差，一般是将其作为未知数解算。在卫星间对观测值求差，可以消除接收机钟差。这样，在相对定位中，通过在接收机间和卫星间求双差观测值解算的基线向量中，便消除了钟差的影响。

二、与信号传播有关的误差

1. 电离层折射误差

电离层是位于高度为 50 km～1000 km 之间的大气层。当 GPS 卫星信号穿过电离层时，信号的路径产生弯曲，传播速度发

生变化。用信号传播时间乘上真空光速得到的距离不等于卫星至接收机间的几何距离。即使在天顶方向，这种距离差最大时可达50 m，接近地平方向时可达150 m。电离层中的电子密度在白天、夜间，以及不同季节是不同的，无法用一个严格的数学模型描述其大小和变化规律。实际观测中只能采取措施消除或减弱电离层的影响。

实际应用中采用双频接收技术解算电离层折射改正$\delta\rho_1$。经改正后的距离观测值中消除了绝大部分的电离层的影响。残余部分大约有1×10^{-6}的影响。如果再采取测站间对观测值求差的方法解算基线，则可消除电离层折射误差的公共部分。即使对于单频接收机，当两测站间的距离不太远时，利用求差后的观测值解算基线，电离层折射误差的影响也不会超过1×10^{-6}。

所以，对于地面形变测量，为了消除电离层对相对定位的影响，尽量采用双频接收机观测，此外，点间的距离不应太远，最好在5 km之内。

2. 大气折射误差

由地面至11 km高空为对流层，11 km以上为同温层。大气折射改正指卫星信号经过大气的对流层和同温层所产生的折射改正。大气折射改正与测线上(测站至卫星)的气温、气压和湿度有关，同时还与卫星的地平高度角有关。在天顶方向，改正数均为2.3 m左右，卫星的高度角为10°时，折射改正可达13 m。目前采用的大气折射改正模型较多，而且模型精度比较理想。利用测站地面实测气象数据对观测值进行大气折射改正，大气折射总影响的95%左右可通过现有各种模型消去。

对于高精度的相对定位测量，采用差分处理，对观测值在星际间和测站间求双差观测值，能消除极大部分大气折射公共的偏差值。对于数十米至数公里较短的基线测量，不实测气象数据，仅采用标准气象数据对观测值进行大气折射模型改正，再按双差观测

值解算基线向量，大气折射的残余误差对基线向量的影响不会超过$(1\sim2)\times10^{-6}$。所以，当GPS形变监测网的点间距离在几公里以内时，观测过程中，可以不实测气象数据，而采用标准气象数据对观测值进行大气折射模型改正。

关于大气折射改正模型常用的有霍普菲尔德等改正模型。详见文献[2]。

3. 多路径传播误差

GPS接收机天线不仅直接接收从卫星天线发射的电波，还会接收从卫星本身或接收机天线附近的地面、建筑物、树林以及其他物体反射的通过不同路径传来的电波。反射波和直接波在机内产生干涉，使观测值偏离真正的值，造成多路径传播误差。这种由于多路径的信号传播所引起的干涉延迟现象称作多路径效应。如果反射波和直接波在接收机周围叠加而被接收，则产生所谓重影的耦合效应。

多路径效应或重影效应严重损害GPS测量的精度，是GPS精密定位的一种重要的误差源。在城市等高反射环境下，对于静态定位，单次的伪距定位精度会降低10 m，对载波相位测量会产生厘米级的误差。所以对于高精度的GPS相对定位应当注意消除或减弱多路径传播误差。特别对于GPS形变监测网，观测中应当使用水平极化板半径较大的所谓仰径天线。除此之外，应当改善观测环境。例如采取选站时避免测站附近有大面积平静的水面，避免天线附近有高层建筑物，不宜在坡度过大的山坡上设站观测，观测时，汽车不要停放在天线附近，观测者和其他人员不要靠近天线等措施。

三、与接收机有关的误差

1. 接收机钟误差

GPS接收机一般采用高精度的石英钟，其稳定度为10^{-9}，比卫星钟的稳定度低得多。若接收机钟与卫星钟间的同步差为1微

秒，则由此引起的等效距离误差约为300 m。

减少接收机钟差的方法有：将接收机钟差作为独立的未知数在数据处理中求解；在相对定位中通过在卫星间对观测值求差来消除接收机的钟差。

2. 接收机的位置误差

接收机的位置指接收机天线相位中心的位置。天线的相位中心一般与几何中心有一定偏差，仪器检定时，应当测定其偏差值及其偏离方向。观测过程中除将天线几何中心与测站点精确对中外，各测站天线做到定向安置，这样，在相对定位中会减弱相位中心偏离误差。

此外，观测过程中，接收机内部的热噪声引起的信号抖动，时钟的频率漂移引起的相位或测距误差，天线相位中心迁移引起的偏差等误差也会对GPS测量带来影响。对于此类误差应当在选购接收机时根据检测报告，选择合乎精度要求的接收设备。

§3.2 GPS形变监测网的技术设计

与常规形变监测网的技术设计相类似，GPS形变监测网的技术设计首先要根据变形监测的任务，依据现行规范(规程)，在变形区域设计出一定精度和密度的GPS基准点、变形观测点，构成监测网形，进行精度估算，选择最佳网形，制定观测纲要。

一、GPS形变监测网技术设计的依据

GPS形变监测网技术设计既要依据GPS测量规范和规程，又要依据工程测量规范、各部门制定的规程以及变形监测任务书。具体如下：

1.《全球定位系统(GPS)测量规范》，1992年由国家测绘局编制发布。

2.《全球定位系统城市测量技术规程》，1997年由国家建设

部编制发布。

3.《工程测量规范》,1993 年由国家技术监督局、建设部联合编制发布。

4. 其他规程如:《煤矿测量规程》,1989 年由国家能源部制定发布。

变形监测任务书或合同书是施工单位上级主管部门或合同甲方下达的技术要求文件。这种文件是指令性的,它规定了测量任务的范围、目的、精度和密度要求,提交成果资料的内容和时间,完成任务的经济指标等。

二、GPS 形变监测网的精度与密度

GPS 形变监测网的精度与密度等主要技术要求应同时参照工程测量中变形测量的技术要求和 GPS 测量的技术要求。

工程测量规范关于变形测量部分提出对水平位移监测网和垂直位移监测网按常规测量方法的主要技术要求见表 3-1 和表 3-2。

表 3-1　　水平位移监测网的主要技术要求

等级	平均边长 /m	测角中误差 /m	最弱边相对中误差	相邻基准点的点位中误差 /mm
一等	<300	±0.7	≤1/25 万	1.5
二等	<300	±1.0	≤1/12 万	3.0
三等	<350	±1.8	≤1/7 万	6.0
四等	<400	±2.5	≤1/4 万	12.0

GPS 测量规范和规程中关于 GPS 网的主要技术要求综合如表 3-3。

表中上面两行列出了 GPS 测量规范中关于国家 A 级、B 级网的精度和密度要求,下面三行为 GPS 城市测量技术规程中的二、三、四等 GPS 网的精度和密度要求。

表 3-2 垂直位移监测网的主要技术要求

等级	使用水准仪型号	水准尺	每km高差全中误差/mm	每站高差中误差/mm	往返较差、附合或环线闭合差/mm	检测已测高差较差/mm	相邻基准点高差中误差/mm
一	DS_{05}	因瓦	1	0.07	$0.15\sqrt{n}$	$0.2\sqrt{n}$	0.3
二	DS_{05}	因瓦	1	0.13	$0.30\sqrt{n}$	$0.5\sqrt{n}$	0.5
三	DS_{05}或DS_1	因瓦	2	0.30	$0.60\sqrt{n}$	$0.8\sqrt{n}$	1.0
四	DS_1或DS_3	因瓦或双面	6	0.70	$1.40\sqrt{n}$	$2.0\sqrt{n}$	2.0

表 3-3 GPS网的主要技术要求

等级	平均距离/km	固定误差 a/mm	比例误差 b/1×10^{-6}	最弱边相对中误差
A	300	≤5	≤0.1	
B	70	≤8	≤1	
二	9	≤10	≤2	1/12万
三	5	≤10	≤5	1/8万
四	2	≤10	≤10	1/4.5万

比较表 3-3 和表 3-1 可以看出，如果将GPS技术用于地面形变测量，则应按照国家A、B级网的精度要求进行；至于点的密度，应根据实际情况确定，可以在几十米至几公里之间变通，点间的距离不宜过长。

三、GPS形变监测网的基准设计

地面形变监测网的基准设计包括位置基准、方位基准和尺度基准的设计。常规测量中位置基准一般由给定的起算点坐标确定，方位基准一般由给定的起算方位角确定，尺度基准一般由地面的

电磁波测距边确定。方位基准和尺度基准也可以由两个以上的起算点的坐标确定。因此，工程测量规范中对于变形测量基准点的布设规定每个工程至少应有三个稳定可靠的点作为基准点。

GPS 相对定位用于地面形变测量，解算出的基线向量是属于 WGS－84 坐标系的三维坐标差。实际需要的点位坐标可以是 WGS－84 坐标系的坐标，也可能是国家坐标系或地方独立坐标系的坐标。所以在 GPS 形变监测网的基准设计时，必须明确 GPS 成果所采用的坐标系统和起算数据，即明确 GPS 形变监测网所采用的基准。

GPS 网的基准和常规测量的基准一样包括位置基准、方位基准和尺度基准。位置基准由起算的 GPS 点的坐标确定，而方位基准和尺度基准分别由 GPS 基线向量的方位和距离确定。GPS 测量的结果是三维坐标，位置基准有三个，方位基准有三个，尺度基准一个。这样，如果以固定的基准点作为 GPS 网的起算数据，则在基准设计时，至少应当选择三个稳定的基准点。为了增加 GPS 形变监测网的可靠性，则应选择 4～5 个稳定的基准点。

对于 GPS 形变监测网坐标系的选择，如果选择 WGS－84 坐标系，在进行 GPS 网设计时，最好能联测附近的高精度的国家 GPS 点。如果附近没有高精度的国家 GPS 点，则每期的 GPS 观测结果进行数据处理时都以第一期的基准点的坐标为基准。如果选择国家坐标系或地方独立坐标系，则基准点应同时具有国家坐标系或地方独立坐标系的坐标值，以便将 GPS 观测结果进行坐标转换，将各点的 WGS－84 坐标转换为国家的坐标系或地方的独立坐标系。

GPS 测量所得的高程为 WGS－84 坐标系中的大地高。在地面沉降观测中可以按大地高进行变形分析。如果实际应用中采用水准高程，则 GPS 网的基准点应同时测定其水准高程，以便将 GPS 高程通过曲面拟合转换为水准高程。

在第一章概述中提到地面形变监测网的基准选择。常规测量中，根据变形网的不同情况，存在有固定起算点的固定基准，有部分稳定点的局部重心基准，有全部变形点的重心参考基准。在 GPS 形变监测网中同样存在不同的基准选择。这方面的详细内容在第四章数据处理中论述。

四、GPS 形变监测网形设计

常规测量中对形变监测网的网形设计是一项重要的工作。如图 1-1 所示的某矿区地面形变综合监测网，网中有三角网、导线网。而在 GPS 网形设计时，因 GPS 同步观测不要求点间通视，其网形设计有较大的灵活性。

根据不同的精度要求，GPS 网的网形布设通常有点连式、边连式及边点混合连接等几种基本方式。GPS 观测中，三台或三台以上接收机同步观测获得的基线向量构成同步环。所谓点连接、边连接等方式均指各时段同步环之间的连接。

点连式是指相邻同步图形之间仅有一个公共点的连接。这种方式布点所构成的网形几何强度很弱，很少有非同步图形闭合条件，在 GPS 形变监测网中一般不使用。

边连式是指同步图形之间由一条公共基线连接。这种布网方案，网的几何强度高，有较多的重复边和非同步图形闭合条件。这种网的可靠性也比点连式强。所以在 GPS 形变监测网中多采用边连式的网形。

以图 1-1 某矿区地面形变监测网为例，A、B、C、D 为四个基准点。若用三台 GPS 接收机进行观测两个时段，其中第一时段为 A、B、C 三点，第二时段为 A、D、C 三点，如图 3-1，则产生一个重复边 AC，产生一个非

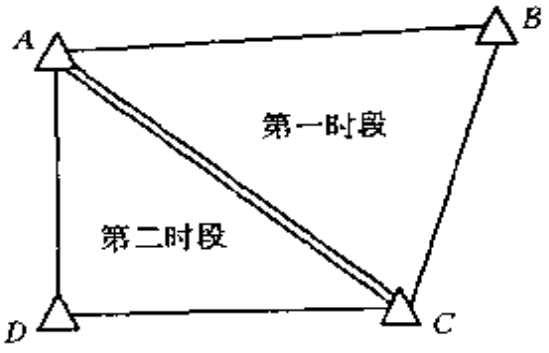


图 3-1　两个时段的观测网形

同步闭合环 $A-B-C-D-A$。如果再行观测第三时段 A、B、D 三点，则又增加了两条重复边 AB 与 AD，又增加了一个非同步闭合环 $B-C-D-B$。

对于图 1-1 所示地面形变监测网，若设计为 GPS 网，则可以去掉网中变形监测控制点中的导线点，保留控制点中的三角点（A、B、C、D）作为基准点与变形观测点一同进行 GPS 网的网形设计。用三台接收机进行观测的网形设计如图 3-2 所示，若用四台接收机进行观测，则网形设计如图 3-3 所示。还可以设计出不同的网形，以便优选出最佳布网方案。

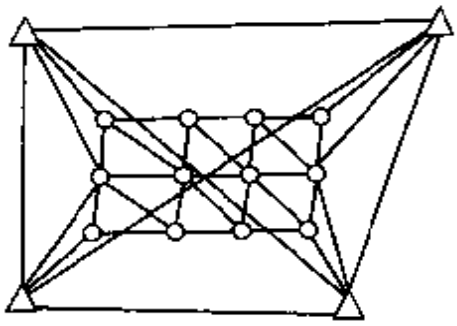


图 3-2　三台接收机观测网形

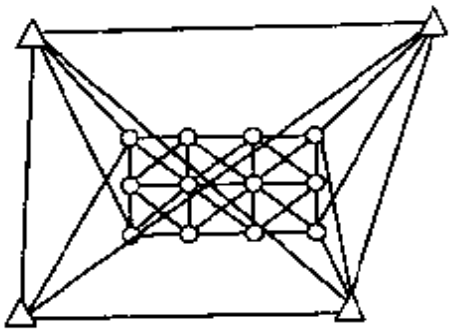


图 3-3　四台接收机观测网形

对于图 3-2，基准网点 4 个，三个时段，基准点与变形观测点连成三角形 16 个，观测 16 个时段。对于图 3-3，4 个基准网点观测一个时段，基准点与变形观测点连成 8 个大地四边形，观测 8 个时段。显然用四台接收机观测比用三台接收机观测时段数少了一半，两种网形的多余观测数都比较多，属于可靠性较强，精度较高的网形。

对设计出的 GPS 网形，要依据接收机的观测精度，网形结构，进行精度预计，同时给出该网形的可靠性指标。求出最弱点位中误差。考虑到观测时段数，最后优化出精度能满足要求，工作量最省

的方案。

* 关于可靠性指标：可靠性估算是推算与预估 GPS 网在平差计算时对粗差的检验能力和了解可能具有的残余粗差的影响程度。可靠性与多余观测分量 $r_i=1-\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{Q}_{xx}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i$ 密切相关。根据网形，计算出观测值的多余观测分量 r_i，据此，计算出可靠性指标。$0\leqslant r_i\leqslant r$，$r_i$ 越大，可靠性越强。一般认为，平均多余观测分量达到 0.4 以上时，该网便具有足够的多余观测数。具体计算请读者参考控制网设计有关教科书。

五、技术设计说明书的编写

技术设计完成后，应提交技术设计说明书。技术设计说明书编写的主要内容如下：

1. 任务来源及其具体要求。需要进行什么性质的变形监测，测区的范围、施测精度指标、完成日期等。

2. 测区概况。通过任务书中介绍以及到实地调查，说明测区的范围、面积、行政隶属关系、交通状况、人文地理、地形及气候状况、测区已有控制点的利用情况等。

3. GPS 监测网布设方案。包括网形及其连接方式、精度与可靠性预计，绘制监测网图。

4. 点位选定与标石埋设。说明对 GPS 点位实地选定与点位标石埋设的具体要求。

5. 观测纲要的制定。所用仪器设备、对观测工作的基本要求，观测实施方案。

6. 数据处理。数据处理方法，使用软件，基准点坐标的选择，外业观测数据的检核方法，点位精度的评定指标。

7. 提交的成果。包括观测成果，观测点坐标及其位移，点位平面图，位移曲线图，变形分析报告等。

8. 完成任务的措施。包括人员组织，车辆的使用，经费的预算等。

§3.3 GPS形变监测网的外业观测

一、外业准备

1. 仪器、设备的准备

包括GPS接收机、计算机、电源等配套设备；交通用车及通讯工具；施测用材料；观测记录用纸及存贮介质。

2. 拟定外业观测计划

主要内容有：

(1) 编制GPS卫星的可见性预报图。使用随机软件输入测区中心某一测站的概略经纬度和高程，输入日期和时间，卫星高度角$>15°$，使用不超过20 d的星历文件，显示并打印出GPS卫星的可见性预报图。

(2) 选择卫星的几何强度与最佳观测时段。在卫星数$\geqslant 4$颗且分布均匀，$PDOP<6$的时段就是最佳观测时段。

(3) 编制作业进度表。作业组在观测前根据测区地形、交通情况、GPS网形设计、卫星预报表等编制作业调度表，以提高工作效益。作业调度表包括观测时段编号、测站编号、测站点名称及接收机号、观测时间等。

3. GPS接收机检验

(1) 一般检验。检查各部件及其附件是否齐全、完好，检验与校正光学对点器，对气象仪表应定期送检。

(2) 通电检验。接收机接通电源后指示灯、按键、仪表显示是否正常。自检正常后，按操作步骤检验仪器的工作情况。

(3) 实测检验。用标准基线检验；已知坐标、边长检验；零基线检验；相位中心偏移量检验等项、至少每年测试一次。

二、实地选点与埋设标石

对于基准点的实地选定，按照GPS观测要求，应注意以下

几点：

（1）点位应设在易于安装接收设备、视野开阔的较高点上；

（2）点位周围15°以上不应有障碍物；

（3）点位应远离大功率无线电发射源、远离高压电线；

（4）点位附近不应有大面积水面；

（5）点位应选在交通方便的地方；

（6）点位基础稳定，易于长期保存。

对变形观测点的选定除按照上述要求外，应将点位设立在变形体上能反映变形特征的位置。

对于标石的埋设必须注意坚固稳定、利于长久保存和使用。基准点标石最好与基岩相连，还要考虑到不同地方的冻土深度等条件。标石埋设好后应填写点之记（点位说明）。

三、外业观测

1. 外业观测作业的基本技术要求

观测方法：按相对定位方法，至少采用两台以上GPS接收机进行同步观测；

卫星高度角应选择≥15°；

有效观测卫星个数应在4颗以上；

数据采样间隔为10～20 s比较适宜，对高层建筑物动态相对定位观测，其数据采样间隔应为0.05～0.1 s比较合适；

空间位置精度因子*PDOP*值应选择<6；

观测时段长度，基准点间同步观测应在2 h以上，变形点与基准点、变形点之间同步观测应在1.5 h以上。

2. 天线安置及量高

（1）GPS天线应与基准点、变形点精密对中。一种是通过三脚架与标志中心对中，天线基座上的圆水准气泡必须整平。另一种方式是利用强制对中设备安置天线与标石中心精密对中。

（2）天线的定向标志线应指向正北，定向误差不应超过

3°～5°。

（3）刮风天气安置天线时，应将天线进行三方向固定。

（4）天线架设好后，应在圆盘间隔120°的三个方向分别量取天线高，三次结果之差不应超过3 mm，取其三次结果的平均值作为天线高度。

3. 开机观测

天线安置完成后，在离开天线适当位置的地面上安置GPS接收机，接通接收机与天线、电源的联接电缆，按约定时间开机进行观测。观测过程中，仪器操作人员应注意以下事项：

（1）确认接收机与电源、天线等连接正确后方可开机。

（2）开机后通过自检显示正常后，再输入有关测站和时段控制信息。

（3）一个时段观测过程中不允许关机又开机和改变有关参数的设置，不允许改变天线位置。

（4）如需测定气象数据，每时段应在开始、中间、结束测定三次气温、气压值、气温读至0.1℃，气压读至10 Pa。

（5）天线高按规定于时段的始、末各量取一次，及时输入仪器并记录人手簿之中。

（6）观测过程中观测人员不要远离接收机，注意仪器工作是否正常。电池容量是否足够该时段供电使用应当心中有数。听到低电压报警要及时处理，否则会造成仪器内部数据的破坏或丢失。

（7）观测过程中使用对讲机通话不要靠近接收机天线。

（8）观测过程中随时查看内存容量，每日观测结束后，应及时将数据转存至计算机硬盘、软盘上，确保观测数据不丢失。

4. 观测记录

观测记录分仪器自动记录和测量手簿记录。

观测过程中，仪器自动在硬盘、记录卡上记录载波相位观测值及相应的历元，同一历元伪距观测值，GPS卫星星历及卫星钟差

参数，实时绝对定位结果，测站信息等。

测量手簿是在观测过程中随时填写的，如项目工程名称、观测者、观测日期、测站名、时段号、天气状况，记录开始时间、结束时间、接收机及天线号、天线高、测站周围障碍物情况，观测过程中仪器工作状况等。记录格式参见有关规范(规程)。

接收机内存数据文件转存到外存介质上时，不得进行任何剔除或删改。存储介质应贴制标签编号妥善保存。

§3.4　观测数据的预处理及质量检核

一、观测数据的预处理

为了对观测数据进行检核，保证观测成果的预期精度，如同常规测量中的概算一样，对GPS观测数据要进行预处理。GPS观测数据的预处理主要包括数据的传输和基线向量的解算及其检核计算。

1. 数据传输

用数据传输电缆连接接收机与计算机，打开接收机电源，在计算机键盘上操作数据传输程序的指令，观测数据便从接收机内存传输到计算机硬盘预先设置的目录中。有的传输程序在传输过程中可以输入测站名及天线高等数据。

数据传输的同时将原始记录通过解码分流，形成各种数据文件，如星历文件，观测值文件和测站信息文件等。

还可以将各种数据文件转变为标准格式(RINEX)，以便对不同型号的GPS接收机同步观测的数据进行统一数据的预处理。

2. 基线解算

基线向量的解算一般采用多站、多时段自动处理的方式进行。对于个别精度较差的基线也可以进行手工单独解算。

基线解算一般采用双差相位观测值。

对于一般精度的形变监测网，卫星广播星历坐标值可以作为基线解的起算数据。对于较高精度的形变监测网，应当采用精密星历作为基线解算的起算值。

基线解算中所需的起算点的坐标，对于联测了国家GPS A、B级网控制点或其他高等级GPS网控制点的，应当选择这些点的已有WGS－84坐标。否则，应当选择观测时间长的单点定位的WGS－84坐标系。对于GPS形变监测网，各期观测的基线解算应当选择统一的起算点的坐标。

基线向量解算的结果根据整周模糊度这一未知数解算的精度会产生双差固定解、浮点解或三差解。对于形变监测网边长只在几公里之内的基线解，应当采用双差固定解为最后基线解算结果。

基线解算的结果是WGS－84坐标系内的两个GPS点之间的三维坐标差(Δx Δy Δz)及其协方差阵。

二、观测成果的质量检核

基线解算完成后，应进行观测成果的质量检核，包括同步环闭合差检核、重复观测边检核及异步环闭合差检核。

1. 同步环闭合差检核

当GPS网环中各边为三台以上接收机同步观测时，由于基线间不能做到完全严格的同步等原因，使得同步环闭合差可能不为零而为一较小的数值。规范中规定，三边同步环闭合差限差值为：

$$w_x、w_y、w_z \text{ 分别} \leqslant \frac{\sqrt{3}}{5}\sigma$$

$$w = (w_x^2 + w_y^2 + w_z^2)^{\frac{1}{2}} \leqslant \frac{3}{5}\sigma \qquad (3\text{-}2)$$

式中　σ ——相应级别按平均边长计算的中误差。

2. 重复观测边检核

在边连接的GPS网形中，会出现同一条基线边观测了多个时段，基线解算后得到多个边长结果，这种具有多个独立观测结果的

边即为重复观测边。对于重复观测边的任意两个时段的结果互差，规范中规定均应小于相应等级精度(按平均边长计算)的 $2\sqrt{2}$ 倍，即$\leqslant 2\sqrt{2}\sigma$。

3. 异步观测环检核

在GPS网中，选取一组完全独立的基线构成异步环(或独立环)。异步环中各条基线是不同时段观测解算的结果。异步环的坐标分量闭合差和全长闭合差应符合下式

$$w_x、w_y、w_z 分别 \leqslant 2\sqrt{n}\sigma,$$

$$w \leqslant 2\sqrt{3n}\sigma \tag{3-3}$$

式中　n——异步环中的边数。

若发现环闭合差超出上述规定的限差，应分析原因，对其中部分或全部成果重测。

三、外业返工

对经检核超限的基线在分析的基础上，进行野外返工观测。返工时应注意：

1. 检核超限造成一个观测点不能与两条合格的独立基线相连结，则在该点上应重测一条以上独立基线。

2. 检核超限时，可以舍弃精度较差的基线边，但必须保证舍弃基线后的异步环所含基线数不能太多。例如不能多于6条基线边。

3. 因点位不符合GPS观测要求(如点附近有障碍物等)而造成一个测站多次重测仍不能满足各项限差要求时，可另行增选新点进行重测。

第四章　数据处理与变形分析

§4.1　概　　述

GPS 接收机采集记录的是 GPS 接收机天线至卫星的伪距、载波相位和卫星星历等数据。如果采样间隔为 20 s，则每 20 s 钟记录一组观测值，一台接收机连续观测一小时将有 180 组观测值。每组观测值中有对 4 颗以上卫星的观测数据以及地面气象观测数据等。GPS 数据处理要从原始的观测值出发得到最终的测量定位成果，其数据处理过程大致分为 GPS 测量数据的传输、观测数据的预处理、基线解算、GPS 网平差以及变形分析等几个阶段。数据处理的基本流程如图 4-1 所示。

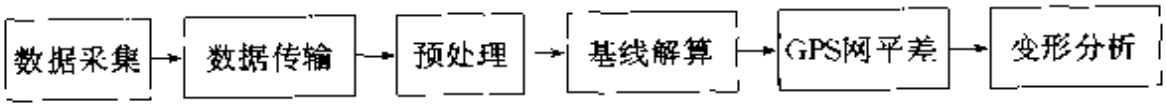


图 4-1　GPS 数据处理基本流程图

图 4-1 中第一步数据采集的是 GPS 接收机进行野外观测记录的原始观测数据，野外观测记录的同时用随机软件解算出测站点的位置和运动速度，提供导航服务。数据传输至基线解算一般是用随机软件（后处理软件）将接收机记录的数据传输到计算机，在计算机上进行预处理和基线解算。GPS 网平差包括 GPS 基线向量网平差、GPS 网与地面网联合平差等内容。对于 GPS 形变监测网各期的数据进行平差之后，还要进行变形分析。

一、数据传输与数据预处理

第三章关于观测数据预处理中已经论述了观测数据的传输以及基线向量的解算。主要目的是为了对观测结果进行质量检核，所以外业观测数据的预处理实际上相当于常规测量中的“概算”。本章论述的数据预处理、基线解算及GPS网平差讲的是数据处理各个过程的具体内容及其原理。

观测数据由接收机至计算机传输后生成伪距和载波相位观测值文件、卫星星历参数文件以及测站信息文件等。

不同接收机提供的星历文件、观测值文件格式不同，但都可以通过随机软件将其转为标准格式，以便多台不同类型的接收机联合作业。下面给出用Leica SR9500 GPS接收机转为标准格式后的广播星历文件与观测值文件，见下页及下下页。

在GPS定位技术用于地面形变测量中，为了提高定位精度，有时不用接收机直接接收的广播星历，而要采用精密星历。IGS提供SP3、EF18等类型的精密星历。其SP3格式如下（每15 min给出各个GPS星历的x、y、z及钟差数据），见69页。

此外，还有测站信息文件。在预处理中必须将这些数据文件解译成标准化文件。

GPS数据预处理的目的是：对数据进行平滑滤波检验，剔除粗差；统一数据文件格式并将各类数据文件加工成标准化文件（如GPS卫星轨道方程的标准化，卫星时钟钟差标准化，观测值文件标准化等），找出整周跳变点并修复观测值；对观测值进行各种模型改正。

1. GPS卫星轨道方程的标准化

数据处理中要多次进行卫星位置的计算，而GPS广播星历每小时有一组独立的星历参数，使得计算工作十分繁杂，需要将卫星轨道方程标准化，以便计算简便，节省内存空间。GPS卫星轨道方程标准化一般采用以时间为变量的多项式进行拟合处理。

2 NAVIGATION DATA RINEX VERSION / TYPE

EPHTORNX2.3—1 版本 09—NOV—99 19:45 PGM / RUN BY / DATE

END OF HEADER

26 99 9 29 3 59 60.0 0.66585140302BD--03—0.534328137292D—11 0.000000000000D+00

0.240000000000D+02 0.146250000000D+02 0.488663198794D—08 0.187296653552D+01

0.808387994766D—06 0.114786329214D—01 0.558048486710D—05 0.515365240479D+04

0.273600000000D+06 0.000000000030D+00 0.203025235422D+01 0.223517417908D—06

0.961354670109D+00 0.271968750030D+03 0.518607092353D—02—0.834677660322D—08

0.137505729025D—09 0.100000000000D+01 0.102900000000D+04 0.000000000000D+00

0.700000000000D+01 0.000000000000D+00—0.651925802231D—08 0.280000000030D+03

0.000000000300D+00

6 99 9 29 3 59 60.0 0.131782144308D—06 0.000000000000D+00 0.000000000000D+00

0.670000000000D+02 0.388437500000D+02 0.516557241426D—08 0.179990004460D+00

0.211223959923D—05 0.701993308030D—02 0.216811895370D—05 0.515362340545D+04

0.273600000000D+06 0.335276126862D—07—0.110368667625D+01 0.856816768646D—07

0.951333034657D+00 0.329218750000D+03—0.243680521600D+01—0.876929373561D—08

—0.153577827539D—10 0.100000000000D+01 0.102900000000D+04 0.000000000000D+00

0.700000000000D+01 0.000000000000D+00—0.512227416039D—08 0.323000000000D+03

0.000000000000D+00

9 99 9 29 3 59 60.0—0.119786709547D—04—0.136424205266D—11 0.000000000000D+00

0.200000000000D+01—0.355937500000D+02 0.512378495188D—08 0.367737243218D—01

—0.182352960110D—05 0.941894692369D—02 0.883825123310D—05 0.515372612381D+04

0.273600000000D+06 0.502514190292D—07 0.305746482403D+01 0.113621354103D—06

0.944008610525D+00 0.202718750000D+03 0.522018827974D+00—0.844392289423D—08

—0.415731615799D—09 0.100000000000D+01 0.102900000000D+04 0.000000000000D+00

0.700000000000D+01 0.000000000000D+00—0.558793544769D—08 0.258000000000D+03

0.000000000000D+00

注：为节省篇幅，星历文件中仅列出 26 号、6 号、9 号三个 GPS 卫星在 1999 年 9 月 29 日 4：00 整时的各轨道参数。

```
2 OBSERVATION DATA RINEX VERSION / TYPE
OBSTORNX 2.3-1 版本 09-NOV-99 19:45 PGM / RUN BY / DATE
OBSERVER / AGENCY
hs0803 MARKER NAME
hs0803 MARKER NUMBER
10557 LEICA SR9500 5.04 REC # / TYPE / VERS
282717 LEICA AT202/302 ANT # / TYPE
-2311289.8971 4663636.2572 3673982.0311 APPROX POSITION XYZ
1.8950 0.0000 0.0000 ANTENNA: DELTA H/E/N
1 1 WAVELENGTH FACT L1/2
4 P1 L1 P2 L2 # / TYPES OF OBSERV
1999 9 29 2 915.000000 TIME OF FIRST OBS
END OF HEADER
99  9 29  2  9 15.0000000  0  7G26G10G17G 6G 9G23G24       0.000000765
  19848200.838  104302998.45249  19848197.565  81275951.56049
  22306673.244  117222356.95947  22306672.557  91342094.92548
  22137016.381  116330809.31248  22137014.743  90647372.53648
  22545894.734  118479472.62148  22545893.389  92321663.73948
  23389983.216  122915184.16147  23389985.580  95778081.78446
  24036969.621  126315134.23047  24036969.456  98427371.70847
  23710995.592  124602102.95444  23710995.023  97092557.72846
99  9 29  2  9 30.0000000  0  6G26G10G17G 6G 9G23   0.000000728
  19850185.245  104313426.58048  19850181.973  81283177.37749
  22312042.102  117250570.24647  22312041.379  91364079.28848
  22128380.185  116285425.73648  22128378.498  90612008.74648
  22551956.452  118511327.41848  22551955.200  92345485.59348
  23379746.610  122861390.43047  23379748.840  95736164.66946
  24030897.964  126283228.08147  24030897.795  98402509.85347
```

注：观测值文件中仅列出测站 HS0803 1999 年 9 月 29 日 02：09：15 时刻对 7 颗 GPS 卫星的观测数据，以及 2：09：30 时刻对 6 颗 GPS 卫星的观测数据。

```
#aP1996  4 21  0  0  .00000000      96 BRBIT ITR93 HLM  IGS
## ##  850      .00000000      900.00000000  50194      .000000000000
+    27      1  2  3  4  5  6  7  9 11 15 16 17 19 20 21 22 23
+                21 25 26 27 28 29 31 18  0  0  0  0  0  0  0  0  0
+                 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
+                 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
+                 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
+                 5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5
+                 5  5  5  6  5  5  5  8  0  0  0  0  0  0  0  0  0
+                 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
+                 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
+                 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
%c    c cc ccc ccc cccc c ccc cccc cccc ccccc ccccc ccccc ccccc
%c    cc cc ccc ccc cccc cccc cccc cccc ccccc ccccc ccccc ccccc
%f  .0000000  .000000000  .000000000000  .000000000000000
%f  0.000000  .000000000  .000000000000  .000000000000000
%i    0    0    0    0    0    0    0    0    0
%i    0    0    0    0    0    0    0    0    0
/* RAPID SERVICE ORBIT COMBINATION FROM WEIGHTED AVERAGE OF:
/* cod emr esa gfz jpl ngs sio
*  REFERENCED TO GPS CLOCK AND TO WEIGHTED MEAN POLE:
*
* 1996 4 21 0 0 .0000
P    1   -20844.049743    16468.077022      682.661913      53.373384
P    2    12944.841539   -10393.087351   -20299.319500    -249.520321
P    3    -8227.617128    20375.329181   -15109.930516       4.797767
P    4    13744.751940    -9683.391414    20691.429314      22.047268
P    5   -12382.621960   -20060.938837    12297.360719      46.113385
P    6   -19546.653943    -1100.613728    18148.758734       8.140737
P    7    20712.123279   -16336.600000     -518.876248     719.136221
P    8   -17764.334276   -16037.093050   -11757.506817    -18.951339
P   11    12179.034086    18588.450559    14478.113351      13.469001
P   12    19077.231547    18588.450559    14478.113351     293.252460
P   14    -1683.739746   -26408.146377     2316.366780       8.084014
P   17   -24486.194361     4762.737719    -9703.838269    -112.960182
P   19    25533.173686     3886.160761    -6400.473223     139.007154
P   20   -15478.615183    -9745.065423    19106.253908      11.598467
P   21   -12024.261423    12964.155803   -19620.577712    -19.792304
P   22    -3194.648377    24157.810245    19016.934726     301.593609
P   23   -15229.612960    -1727.102367   -21438.835952       9.523407
P   24      544.423074   -15500.071774    21780.182093     170.842903
P   25   -11810.793050    11908.640383    20691.862582      -1.623079
P   26    -3711.867947   -15876.253008   -20761.862582    -183.285168
P   27    21532.343236    -3952.280131   -15530.087869      26.271535
P   28   -12532.381692    20254.408891   -11879.981052      78.225814
P   29    12432.222182     9589.977773    21587.249183       8.991759
P   31     4170.173983    15571.909204   -21113.804060      47.166131
P   48    21074.399097    -2889.491428    15694.503514   999999.999999
*  1996  1  21  0  15  .0000
P    1   -20941.113297    16195.399001     2157.407872      53.633533
     ...
```

将已知的多组不同历元的星历参数所对应的卫星位置 $P_i(t)$ 表达为时间 t 的多项式形式：

$$P_i(t) = a_{i0} - a_{i1}t + a_{i2}t^2 + \cdots - a_{in}t^n \qquad (4\text{-}1)$$

利用拟合法求解多项式系数。解出的系数 a_{in} 记入标准化星历文件，用它们来计算任一时刻的卫星位置。多项式的阶数 n 一般取8～10就足以保证米级轨道拟合精度。

拟合计算时，时间 t 的单位需规格化，规格化时间 T 为：

$$T_i = [2t_i - (t_1 - t_m)]/(t_m - t_1) \qquad (4\text{-}2)$$

式中　T_i　　对应于 t_i 的规格化时间；

t_1, t_m　　观测时段开始和结束的时间。

很显然，对应于 t_1 和 t_m，T_1 和 T_m 分别为－1和＋1。对任意时刻 t_i 其 $|T_i| \leqslant 1$。

需指出的是，拟合时引进了规格化的时间，则在实际轨道计算时也应使用规格化的时间。

2. 卫星钟差的标准化

来自广播星历的卫星钟差（即卫星钟钟面时间与GPS系统标准时间之差 Δt_s）是多个数值，需要通过多项式拟合求得惟一的、平滑的钟差改正多项式。用于确定真正的信号发射时刻并计算该时刻的卫星轨道位置，同时也用于将各站对各卫星的时间基准统一起来以估算它们之间的相对钟差。当多项式拟合的精度优于±0.2 ns时，可精确探测整周跳变，估算整周未知数。

钟差的多项式形式为：

$$\Delta t_s = a_0 - a_1(t_s - t_0) + a_2(t_s - t_0)^2 \qquad (4\text{-}3)$$

式中　a_0, a_1, a_2　　星钟参数；

t_0——星钟参数的参考历元。

由多个参考历元的卫星钟差，利用最小二乘法原理求出多项式系数 a_i，再由式(4-3)计算任一时刻的钟差。因为GPS时间定义区间为一个星期，即604 800 s，故当 $t - t_0 > 302\ 400$ s（t_0 属于下

GPS 周)时 t 应减去604 800 s.$t-t_0<-302\ 400$ s(t_0属于上一GPS周)时 t 应加上604 800 s。

3. 观测值文件的标准化

不同的接收机提供的数据记录有不同的格式。例如观测时刻这个记录，可能采用接收机参考历元，也可能是经过改正归算至GPS 标准时间。在进行平差(基线向量的解算)之前，观测值文件必须规格化、标准化。具体包括：

记录格式标准化。各种接收机输出的数据文件在记录类型、记录长度和存取方式方面采用同一记录格式。

记录项目标准化。每一种记录应包含相同的数据项。如果某些数据项缺项，则应以特定数据如"0"或空格填上。

采样密度标准化。各接收机的数据记录采样间隔可能不同，如有的接收机每15 s 记录一次，有的则20 s 记录一次。标准化后应将数据采样间隔统一成标准长度。标准长度应大于或等于外业采样间隔的最长的标准值。采样密度标准化后，数据量将成倍地减少，所以这种标准化过程也称为数据压缩。数据压缩应在周跳修复后进行。数据压缩常用多项式拟合法。压缩后的数据应等价于被压缩区间内的全部数据，且保持各压缩数据的误差独立。

数据单位的标准化。数据文件中，同一数据项的量纲和单位应是统一的，例如，载波相位观测值统一以周为单位。

二、基线向量的解算及网平差

基线向量的解算是一个复杂的平差计算过程，基线向量解算原理见第三章第五节。解算时要顾及观测时段中信号间断引起的数据剔除、观测数据粗差的发现及剔除、星座变化引起的整周未知参数的增加等问题。

基线处理完成后应对其结果作以下分析和检核：

1. 观测值残差分析

平差处理时假定观测值仅存在偶然误差，理论上，载波相位观

测精度为1%周，即对 L_1 波段信号观测误差只有2 mm。因而当偶然误差达1 cm 时，应认为观测值质量存在系统误差或粗差。当残差分布中出现突然的跳变时，表明周跳未处理成功。

2. 基线长度的精度

处理后基线长度中误差应在标称精度值内。多数双频接收机的基线长度标称精度为5 mm $\pm 1\times10^{-6}\times D$，单频接收机的基线长度标称精度为10 mm $\pm 2\times10^{-6}\times D$。

对于20 km 以内的短基线，单频数据通过差分处理可有效地消除电离层影响，从而确保相对定位结果的精度，当基线长度增长时，双频接收机消除电离层的影响将明显优于单频接收机数据的处理结果。

3. 双差固定解与双差实数解

理论上整周未知数 N 是一整数，但平差解算得的是一实数，称为双差实数解。将实数确定为整数在进一步平差不作为未知数求解时，这样的结果称为双差固定解。短基线情况下可以精确确定整周未知数，因而其解算结果优于实数解，但两者之间的基线向量坐标应符合良好(通常要求其差小于5 cm)。当双差固定解与实数解的向量坐标差达分米级时，则处理结果可能有疑，其原因多为观测值质量不佳。基线长度较长时，通常以双差实数解为佳。对于GPS 形变监测网，因 GPS 点间距离较短，其基线解算应采用双差固定解为最后结果。

4. 基线向量环闭合差的计算及检核

由同时段的若干基线向量组成的同步环和不同时段的若干基线向量组成的异步环，其闭合差应能满足相应等级的精度要求。其闭合差值应小于相应等级的限差值。基线向量检核合格后，便可进行基线向量网的平差计算(以解算的基线向量作为观测值进行无约束平差)，平差后求得各 GPS 点之间的相对坐标差值，加上基准点的坐标值，求得各 GPS 点的坐标。

实际应用中，往往要求得各 GPS 点在国家坐标系中的坐标值。为此，还需要进行坐标转换，将 GPS 点的坐标值转换为国家坐标系坐标值。也可以将 GPS 网与地面网进行联合平差（包括固定地面网点已知坐标、边长、方位角、高程等的约束平差，坐标转换，或将 GPS 基线网与地面网的观测数据一并联合平差）。

§4.2　GPS 定位成果的表示方法

GPS 定位的结果是 GPS 点在 WGS－84大地坐标系中的坐标。实际应用中除了 WGS－84坐标系外，还有国家坐标系或地方独立坐标系。根据需要可以将一种坐标系的坐标转换为另一种坐标系中的坐标。在论述坐标系转换之前，本节论述 GPS 成果的各种表示方法。

一、在 WGS－84坐标系中点位的表示方法

WGS－84大地坐标系的几何定义是：原点位于地球质心，Z 轴指向 BIH1984.0定义的协议地球极（CTP）方向，X 轴指向 BIH1984.0的零子午面和 CTP 赤道的交点，Y 轴与 Z、X 轴构成右手坐标系。对应于 WGS－84大地坐标系有一 WGS－84椭球，椭球长半轴 $a=6\ 378\ 137$ m，扁率 $\alpha=1/298.257\ 223\ 563$。

GPS 卫星定位系统采用的坐标系就是 WGS－84大地坐标系，因而所有利用 GPS 接收机进行测量计算的成果（单点绝对定位结果、相对定位结果）均属于 WGS－84坐标系。

单点定位确定的是 GPS 点在 WGS－84坐标系中的空间三维直角坐标（XYZ），也可以用大地经度 L、大地纬度 B 和大地高程 H 表示如图4-2所示。

相对定位确定的是点之间的相对位置，因而可以用直角坐标差 ΔX、ΔY、ΔZ 表示，也可以用大地坐标差 ΔB、ΔL 和 ΔH 表示。相对定位时其中一个点是固定点。设为1号点，其坐标为 X_1、Y_1、Z_1 或

B_1、L_1、H_1，则另一点（2号点）的三维直角坐标和大地坐标可分别求得如下：

$$\left.\begin{aligned} X_2 &= X_1 + \Delta X \\ Y_2 &= Y_1 + \Delta Y \\ Z_2 &= Z_1 + \Delta Z \end{aligned}\right\} \tag{4-4}$$

$$\left.\begin{aligned} B_2 &= B_1 + \Delta B \\ L_2 &= L_1 + \Delta L \\ H_2 &= H_1 + \Delta H \end{aligned}\right\} \tag{4-5}$$

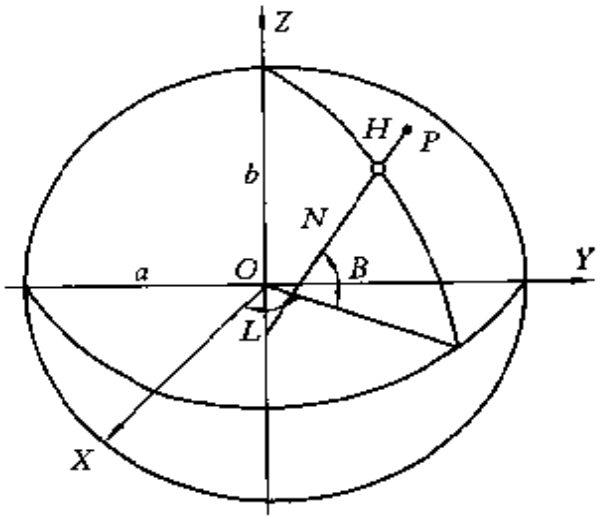


图4-2

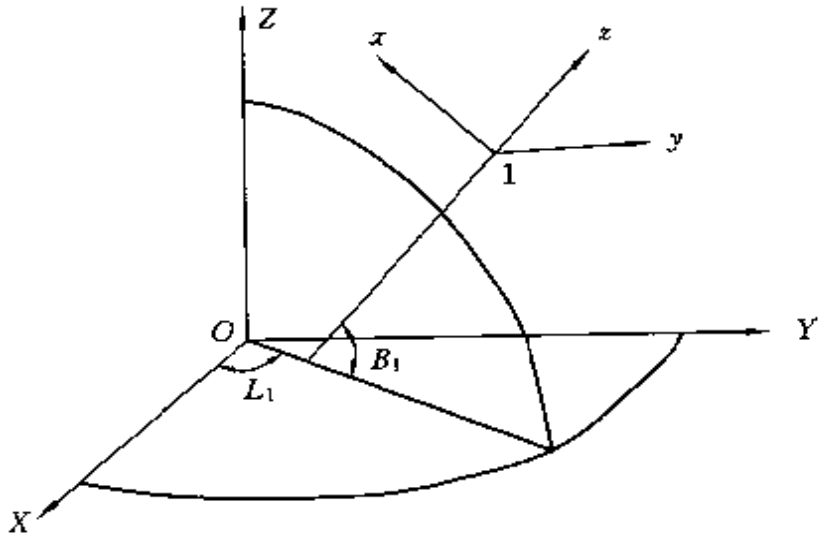


图4-3

二、在地平坐标系中的表示方法

地面监测网的区域面积不大时，可以在监测区域的适当位置选择一点（如GPS网中的1号固定点）作为坐标系的原点，以该点的法线方向为z轴，子午线向北方向为x轴，y轴和z、x轴构成左

手坐标系，这样建立的坐标系1 xyz 为以测站点1号点为原点的地平空间直角坐标系（图4-3）。另一点（如2号点）在该坐标系内的坐标为：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{地平} = \begin{bmatrix} -\sin B_1\cos L_1 & -\sin B_1\sin L_1 & \cos B_1 \\ -\sin L_1 & \cos L_1 & 0 \\ \cos B_1\cos L_1 & \cos B_1\sin L_1 & \sin B_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \tag{4-6}$$

式中　B_1、L_1——1号点的大地纬度和大地经度；

$(\Delta X\ \Delta Y\ \Delta Z)$——2号点对1号点的基线向量。

如果以垂直角 α（或天顶距 γ）、方位角 A 和空间距离 D 表示2号点在以1号点为原点的地平极坐标系中的位置（如图4-4），则有：

$$\left.\begin{aligned} x &= D\cos\alpha\cos A \\ y &= D\cos\alpha\sin A \\ z &= D\sin\alpha \end{aligned}\right\} \tag{4-7}$$

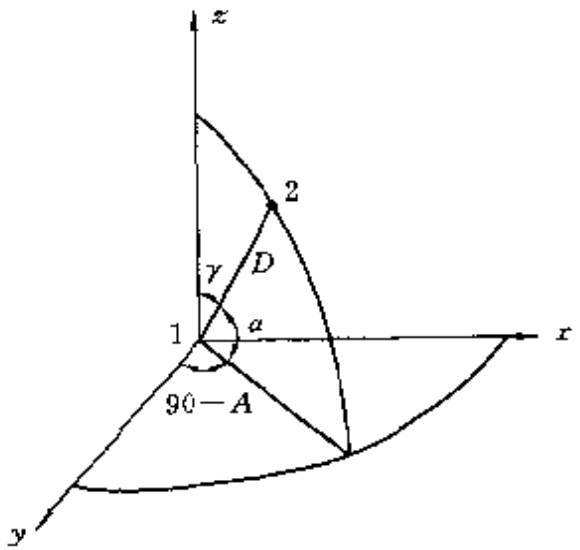


图4-4

$$\left.\begin{aligned} D &= \sqrt{x^2+y^2+z^2} \\ 或\ A &= \arctan(y/x) \\ \alpha &= \arcsin(z/D) \end{aligned}\right\} \tag{4-8}$$

在地平坐标系中，x、y 实际上是2点对1点（原点）的平面坐标，z 是2点对1点的高程。

三、在国家大地坐标系或地方独立坐标系中的表示方法

国家大地坐标系（如1954北京坐标系，1980国家大地坐标等都是对应相应的参考椭球而建立的坐标系，地方独立坐标系也对应一定的参考椭球。点的位置在国家大地坐标系或地方独立坐标系

中的表示方法同图4-1。

1954北京坐标系的参考椭球采用了克拉索夫斯基椭球元素：

$a=6\ 378\ 245$ m，$\alpha=1/298.3$

1980年国家大地坐标系的参考椭球元素采用1975年国际大地测量与地球物理联合会第十六届大会的推荐值：

$a=6\ 378\ 140$ m，$\alpha=1/298.257$

至于地方独立坐标系的参考椭球，其中心、轴向和扁率与国家参考椭球相同，其椭球长半径 a 则有一改正量。设某地方独立坐标系位于海拔高为 h 的曲面上，该地方的大地水准面差距为 ξ，则该曲面离国家参考椭球的高度为

$$dN = h + \xi \tag{4-9}$$

根据假定，地方坐标系参考椭球与国家大地坐标系参考椭球中心一致、轴向一致、扁率相等，仅长半径有一变值 da，则有

$$da/a = dN/N$$

即

$$da = (a/N) \cdot dN \tag{4-10}$$

此外 a 为国家参考椭球长半径，N 为相应于该椭球的地方独立坐标系原点的卯酉圈曲率半径。这样，地方参考椭球的长半径 a_L 及其扁率分别为：

$$a_L = a + da \tag{4-11}$$

$$\alpha_L = \alpha \tag{4-12}$$

四、用高斯平面坐标表示点的平面位置

点的位置除了用三维直角坐标、大地坐标、地平坐标表示外，还可以用高斯平面坐标表示点的平面位置。在知道了 GPS 点的相应某一椭球的大地坐标(BL)之后，可以按照高斯正形投影的变换公式将大地坐标变换为高斯平面坐标(x，y)。而点的高程则可以采用水准高程即海拔高。

§4.3　GPS定位成果的坐标转换

GPS定位成果属于WGS－84大地坐标系坐标。可以通过坐标转换的方法转换为国家坐标系或地方独立坐标系坐标。本节讨论各种转换方法。

一、同一大地坐标系内三维直角坐标(*XYZ*)与大地坐标(*BLH*)之间的转换

同一大地坐标系内同一空间点的三维直角坐标与大地坐标参数之间的转换公式如下：

$$\left.\begin{aligned} X &= (N+H)\cos B\cos L \\ Y &= (N+H)\cos B\sin L \\ Z &= [N(1-e^2)+H]\sin B \end{aligned}\right\} \tag{4-13}$$

式中　$N=a/\sqrt{1-e^2\sin^2 B}$，N——该点的卯酉圈曲率半径；

$e^2=(a^2-b^2)/a^2$，a、e——该大地坐标系对应椭球的长半轴和第一偏心率。

由X、Y、Z反求B、L、H的公式一些教科书都给出了迭代计算公式。本书中给出一组直接计算的公式：

$$\left.\begin{aligned} L &= \arctan(Y/X) \\ H &= \sqrt{X^2+Y^2+(Z+Ne^2\sin B_0)^2}-N \\ B &= \arctan[(Z/\sqrt{X^2+Y^2})(1-e^2N/(N+H)^{-1})] \end{aligned}\right\} \tag{4-14}$$

其中B_0和N按下式求出：

$$\left.\begin{aligned} U &= \arctan[Za/(\sqrt{X^2+Y^2}b)] \\ B_0 &= \arctan[(Z+be'^2]\sin^3 U)/(\sqrt{X^2+Y^2}-ae^2\cos^3 U)] \\ N &= a/\sqrt{1-e^2\sin^2 B_0} \end{aligned}\right\} \tag{4-15}$$

式中　a、b、e、e' —— 参考椭球的长半径、短半径、第一和第二偏心率。

上述公式计算的顺序为 $U \rightarrow B_0 \rightarrow N \rightarrow L \rightarrow H \rightarrow B$，不需迭代，一次计算的精度可满足 B、L 达0.00001 s，H 达0.001 m 的精度要求。

需要指出的是，有的基线解算软件（如 GAMIT 软件）用地心纬度 φ、经度 L 和点至地心的距离 R 表示 GPS 卫星在 WGS－84 坐标系中的坐标，叫做地心纬度坐标（φLR）。其坐标与空间直角坐标（xyz）的关系与(4-7)式类似。

二、地心空间直角坐标系（XYZ）与站心地平直角坐标系（xyz）之间的关系

由文献[2]直接写出地心空间直角坐标系（XYZ）与站心地平直角坐标（xyz）之间的转换公式：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{地心2}} = \begin{bmatrix} -\sin B\cos L & -\sin L & \cos B\cos L \\ -\sin B\sin L & \cos L & \cos B\sin L \\ \cos B & 0 & \sin B \end{bmatrix}_1 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{地平2}} + \begin{bmatrix} (N+H)\cos B\cos L \\ (N+H)\cos B\sin L \\ [N(1-e^2)+H]\sin B \end{bmatrix}_1 \tag{4-16}$$

式中，下标“1”，“2”表示点号。以1号点为地平坐标原点。由上式可以得到：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{地平2}} = \begin{bmatrix} -\sin B\cos L & -\sin B\sin L & \cos B \\ -\sin L & \cos L & 0 \\ \cos B\cos L & \cos B\sin L & \sin B \end{bmatrix}_1 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{地心2}} + \begin{bmatrix} Ne^2\sin B\cos B \\ -(N+H)+Ne^2\sin^2 B \end{bmatrix}_1 \tag{4-17}$$

地平直角坐标与地平极坐标之间的转换见公式(4-7)。

三、将大地坐标(BL)变换为高斯平面坐标(xy)

已知地面一点的大地经纬度 L 和 B，在确定了高斯投影的中央子午线经度 L_0 之后，即可按高斯正形投影正算，反算公式实现(BL)与(xy)之间的变换。请参考大地测量学有关教科书，在此不再列出。

四、不同空间直角坐标系统之间的转换

进行两个不同空间直角坐标系统之间的坐标转换，需要求出坐标系统之间的转换参数。转换参数一般是利用重合点的两套坐标值通过一定的数学模型进行计算。当重合点数为三个以上时，可以采用布尔萨七参数法进行转换。

设$\overline{X}_{Di}$和$\overline{X}_{Gi}$分别为地面网点和 GPS 网点的参心和地心坐标向量。由布尔莎模型可知：

$$\overline{X}_{Di} = \overline{\Delta X} + (1 + \mu)\boldsymbol{R}(\varepsilon_x)\boldsymbol{R}(\varepsilon_y)\boldsymbol{R}(\varepsilon_z)\,\overline{X}_{Gi} \tag{4-18}$$

式中，$\overline{X}_{Di} = (X_{Di}, Y_{Di}, Z_{Di})^{\mathrm{T}}$，$\overline{X}_{Gi} = (X_{Gi}, Y_{Gi}, Z_{Gi})^{\mathrm{T}}$，$\overline{\Delta X} = \Delta X, \Delta Y, \Delta Z)^{\mathrm{T}}$ 是平移参数矩阵，μ 是尺度变化参数

$$\boldsymbol{R}(\varepsilon_z) = \begin{bmatrix} \cos\varepsilon_z & \sin\varepsilon_z & 0 \\ -\sin\varepsilon_z & \cos\varepsilon_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{R}(\varepsilon_y) = \begin{bmatrix} \cos\varepsilon_y & 0 & -\sin\varepsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varepsilon_y & 0 & \cos\varepsilon_y \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{R}(\varepsilon_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon_x & \sin\varepsilon_x \\ 0 & -\sin\varepsilon_x & \cos\varepsilon_x \end{bmatrix} \text{为旋转参数矩阵，}$$

通常将 $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \mu, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 称为坐标系间的转换参数。

为了简化计算，当 $\mu, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 为微小量时，忽略其间的互乘项，且 $\cos\varepsilon = 1$，$\sin\varepsilon = \varepsilon$，则上述模型变为：

$$\begin{bmatrix} X_{Di} \\ Y_{Di} \\ Z_{Di} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} + (1 + \mu)\begin{bmatrix} X_{Gi} \\ Y_{Gi} \\ Z_{Gi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 0 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & \varepsilon_x & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_{Gi} \\ Y_{Gi} \\ Z_{Gi} \end{bmatrix} \tag{4-19}$$

令　$\overline{R}=(\Delta x\ \Delta y\ \Delta z\ \mu\ \varepsilon_x\ \varepsilon_y\ \varepsilon_z)^{\mathrm{T}}$

$$C_i=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & X_{Gi} & 0 & -Z_{Gi} & Y_{Gi}\\ 0 & 1 & 0 & Y_{Gi} & Z_{Gi} & 0 & -X_{Gi}\\ 0 & 0 & 1 & Z_{Gi} & -Y_{Gi} & X_{Gi} & 0\end{bmatrix}$$

上式可简写为：

$$\overline{X}_{Di}=\overline{X}_{Gi}+C_i\overline{R} \tag{4-20}$$

通过上述模型，利用重合点的两套坐标值 X_{Di} 和 X_{Gi}（$i=1,2,\cdots,N$），采取平差的方法可以求得转换参数。求得转换参数后，再利用上述模型进行各点的坐标转换（包括重合点和非重合点的坐标转换）。对于重合点来说，转换后的坐标值与已知值有一差值。其差值的大小反映转换后坐标的精度。其精度与被转换的坐标精度有关，也与转换参数的精度有关。

实际应用中对于局部 GPS 网还可应用基线向量求解转换参数的方法，这种方法是先求出各重合点相对地面网原点的基线向量，然后利用基线向量求定转换参数。具体做法如下：

对于地面网原点，由(4-18)式有：

$$\overline{X}_{D0}=\overline{\Delta X}+(1+\mu)R(\varepsilon_z)R(\varepsilon_y)R(\varepsilon_x)\overline{X}_{G0} \tag{4-21}$$

(4-18)式减去(4-21)式得：

$$\overline{X}_{Di}=\overline{X}_{D0}+(1+\mu)R(\varepsilon_z)R(\varepsilon_y)R(\varepsilon_x)(\overline{X}_{Gi}-\overline{X}_{G0}) \tag{4-22}$$

可以假定 $i=1$ 为原点。(4-22)式实际上是以1点为原点，其余点与原点的坐标差--基线向量为已知值的坐标转换式。利用此式可列出误差方程式，求出转换参数（只有三个旋转角 $\varepsilon_x,\varepsilon_y,\varepsilon_z$ 和一个尺度变化参数 μ）。

实际数据计算表明，第二种方法的精度优于第一种方法。

五、不同大地坐标系的换算

不同大地坐标系的换算，除了上述七个参数外，还应增加两个转换参数，这就是两种大地坐标系所对应的地球椭球参数（$\mathrm{d}a$，$\mathrm{d}\alpha$）。不同大地坐标系的换算公式又称大地坐标微分公式或变换椭

球微分公式。这部分公式比较复杂，参阅有关大地测量教科书。

六、GPS 时间系统及其换算

1. 时间系统的重要意义

在 GPS 卫星定位中，时间系统有着重要的意义。作为观测目标的 GPS 卫星以每秒几公里的速度运动，对观测者而言卫星的位置（方向、距离、高度）和速度都在不断地变化。因此，在卫星测量中，例如在由跟踪站对卫星进行定轨时，每给出卫星位置的同时，必须给出对应的瞬间时刻。当要求 GPS 卫星位置的误差小于1 cm 时，相应的时间误差应小于2.6 μs。又如在卫星定位测量中，GPS 接收机接收并处理 GPS 卫星发射的信号，测定接收机至卫星之间的信号传播时间，再乘以光速换算成距离，进而确定测站的位置。因此，要准确地测定观测站至卫星的距离，必须精确地测定信号的传播时间。如果要求距离误差小于1 cm，则信号传播时间的测定误差应小于0.03 ns。所以，任何一个观测量都必须给定取得该观测的时刻。为了保证观测量的精度，对观测时刻要有一定的精度要求。

时间系统与坐标系统一样，应有其尺度（时间单位）与原点（起始历元）。只有把尺度与原点结合起来，才能给出时刻的概念。

2. 世界时 UT 与协调世界时 UTC

世界时 UT 是以平子夜为零时起算的格林尼治平太阳时。在世界时 UT 中加入地球极移改正得到世界时 UT1，再加上地球自转速度季节性变化的改正项得到世界时 UT2。由于地球自转的不规则变化，世界时系统难以满足高精度测量的要求。20世纪50年代开始，建立了高稳定度的以物质内部原子运动特征为基础的原子时系统 IAT。国际原子时 IAT 的原点取在1958年1月1日0时 UT2，由于启动误差，$(IAT-UT2)_{1958.0}=-0.0039$ s。

原子时系统稳定，但因地球科学的许多问题需要以地球自转为基础的世界时，而且由于原子时秒长比世界时秒长略短，使原子

时超前于世界时，不便于实际应用，为此，国际上建立了兼有两种时间系统各自优点的新的时间系统，这就是从1972年起所采用的协调世界时 UTC，简称协调时。

协调世界时 UTC 采用原子时秒长，原子时比世界时每年快约1 s，两者之差逐年积累，便采用跳秒的方法使协调时与世界时的时刻相接近，其差不超过1 s。UTC 与 UT1的差值 ΔT 由时间服务部门在发布 UTC 和 UT1时给出。这样，可以方便地自协调世界时 UTC 得到世界时 UT1。

各地方由于使用本时区的区时，如北京时为第八时区的区时，因此应当注意区时与世界时的差别。区时减去时区号即为世界时。在 GPS 测量中，应当注意区分区时与世界时。

3. GPS 时间系统

GPS 系统是测时测距系统。时间在 GPS 测量中是一个基本的观测量。卫星的信号，卫星的运动，卫星的坐标都与时间密切相关。对时间的要求既要稳定又要连续。为此，GPS 系统中卫星钟和接收机钟均采用稳定而连续的 GPS 时间系统。

GPS 时间系统采用原子时 IAT 秒长作为时间基准，但时间起算的原点定义在1980年1月6日 UTC 0时。启动后不跳秒，保持时间的连续。以后随着时间的积累，GPS 时与 UTC 时的整秒差以及秒以下的差异通过时间服务部门定期公布（至1999年相差达15 s）。卫星播发的卫星钟差也是相对 GPS 时间系统的钟差，在利用 GPS 直接进行时间校对时应注意到这一问题。

GPS 时与 IAT 时在任一瞬间均有一常量偏差：

$$IAT_{时} - GPS_{时} = 19\ s \tag{4-23}$$

式中的常量偏差19 s 是 IAT 在1958年1月1日0时启动至1980年1月6日0时原子时与世界时之差。

实际应用 GPS 时间中还应注意自1980年1月6日起算的 GPS 周数，比如至1999年8月22日0时，其 GPS 周数为1023周。除此之

外，GPS 定位观测日期的年积日数也是经常遇到的一个数值，比如，2000年10月20日这一天，年积日为294。一些 GPS 接收机数据处理软件中观测值文件与星历文件的名称要用到 GPS 时间的年积日数；从网上下载某一天的精密星历时，要用到该天的 GPS 周数以及该天的星期数。

§4.4　GPS 形变监测网的平差模型与抗差估计在平差中的应用

一、概述

在第二章§2.5 GPS 相对定位中论述了由载波相位双差观测值解算两观测站之间的基线向量的原理。两观测站对4颗以上的 GPS 卫星进行观测，取得了多组载波相位观测值，经过平差，解算出两观测站间的基线向量及其方差与协方差。实际观测中，同时参加作业的接收机可能多于两台，同一观测时段中可以解算多条基线向量，另外，在经过多个时段的观测之后，GPS 网中既有多个同步观测环又有多个异步观测环。为了消除 GPS 网环闭合差的矛盾，需要进行 GPS 基线向量网的平差。GPS 基线向量网的平差是以基线向量为观测值，以其方差阵之逆阵为权，进行平差计算，求其各 GPS 点的平差坐标并进行精度估计。

在以两观测站之间的基线向量为观测值进行网的平差时，一般认为任一基线向量的三个分量之间是相关的，而不同的基线向量之间是相互独立的。

对于大地测量和各种工程测量的 GPS 基线向量网的平差分为三种类型。一是经典的自由网平差，又叫无约束平差，平差时固定网中某一点的坐标，平差的主要目的是检验 GPS 网本身的内部符合精度以及基线向量之间有无明显的系统误差和粗差，同时提供为确定 GPS 点的正常高的大地高程数据。二是非自由网平差，

又叫约束平差，平差时以已知的国家大地坐标系或地方独立坐标系的某些点的坐标、边长和方位角作为约束条件，平差后得到各GPS点在国家坐标系或地方独立坐标系内的坐标，提供给测图和各种工程使用的控制点坐标。三是GPS网与地面网联合平差，除了GPS基线向量观测值和约束数据以外，还有地面常规测量值如边长、方向和高差等，将这些数据一并进行平差。前一种平差是在WGS－84坐标系内进行的，后两种平差一般是在国家坐标系或地方独立坐标系内进行的。平差可以用三维模式进行，也可以用二维模式进行。当进行二维平差时，应首先将三维GPS基线向量及其方差阵转换至二维平差计算的椭球面或高斯投影平面。

对于GPS形变监测网，上述三种平差类型应用较多的是在WGS－84坐标系内的经典自由网平差与非自由网平差。如果需要将GPS定位结果转换为国家坐标系或地方独立坐标系，则可以按照上述的在国家坐标系或地方独立坐标系内的非自由网平差以及GPS网与地面网的联合平差进行处理。

本节根据GPS形变监测网的不同类型首先讨论各期形变观测值可采用的几种平差模型，然后介绍剔除观测值中可能存在粗差的抗差估计模型，采用坐标转换的方法将各期的平差结果转换到同一基准下，以便进行变形分析。

二、GPS监测网的静态平差

对于GPS监测网的静态平差，从经典自由网平差、秩亏自由网平差和拟稳平差三个方面来讨论。

1. GPS监测网的经典自由网平差

GPS监测网中有远离形变区域的稳定的基准点，在各期进行静态平差时，可以选定一个共同的基准点进行GPS网的空间无约束平差。

设某一GPS监测网中，已知基准点点号为1，其坐标为 $X_1=(x_1\ y_1\ z_1)^{\mathrm{T}}$，网中总点数为 n，待定点的近似坐标为 $X_i^0=(x_i^0\ y_i^0\ z_i^0)^{\mathrm{T}}$

($i=2,3,\cdots,n$，下同)，坐标改正数为 $\mathrm{d}\hat{X}_i=(\mathrm{d}\hat{x}_i\ \mathrm{d}\hat{y}_i\ \mathrm{d}\hat{z}_i)^{\mathrm{T}}$ 待定点坐标平差值为 $\hat{X}_i=\hat{x}_i\quad\hat{y}_i\quad\hat{z}_i)^{\mathrm{T}}$。

以基线向量 $\Delta\boldsymbol{X}_{ij}=(\Delta x_{ij}\ \Delta y_{ij}\ \Delta z_{ij})^{\mathrm{T}}$ 为观测值，则对任一基线向量，误差方程的矩阵形式为

$$\boldsymbol{V}_{ij}=-\boldsymbol{E}_1\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}_i+\boldsymbol{E}_1\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}_j-\boldsymbol{L}_{ij}，权为\ P_{ij} \tag{4-24}$$

式中　$\boldsymbol{V}$——残差矩阵；

$\boldsymbol{E}_1$——单位矩阵；

$\boldsymbol{L}$——常数矩阵。

当 i 或 j 为已知点时，其改正数为零。对 GPS 网中 m 条独立基线向量，可得整体误差方程组为

$$\underset{3m,1}{\boldsymbol{V}}=\underset{3m,3n-3}{\boldsymbol{A}}\ \underset{3n-3,1}{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}}-\underset{3m,1}{\boldsymbol{L}}$$

$$\text{权阵}\quad\underset{3m,3m}{\boldsymbol{P}} \tag{4-25}$$

根据相关观测最小二乘平差原理，对于经典平差可得

$$\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}}=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{L}=\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{L} \tag{4-26}$$

$$\hat{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{X}^0+\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{X}} \tag{4-27}$$

$$\hat{\sigma}=\sqrt{\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{V}/(3m-3n+3)} \tag{4-28}$$

$$\boldsymbol{Q}_x=\boldsymbol{N}^{-1} \tag{4-29}$$

$$D=\hat{\sigma}_0^2N^{-1} \tag{4-30}$$

式中　$\hat{\sigma}$——单位权中误差；

D——$\mathrm{d}\hat{x}$ 的方差估值。

GPS 网经过经典平差后，位置基准为已知基准点坐标。

2. GPS 监测网的秩亏自由网平差

当 GPS 点均位于形变区域内时，应采用秩亏自由网平差法。此时，GPS 网的位置基准为各点近似坐标的平均值，即为网的重心基准，该基准在平差后是不变的。设进行秩亏自由网平差时，

GPS 点的平差坐标为$\overline{X}_i=(\overline{x}_i\ \overline{y}_i\ \overline{z}_i)^{\mathrm{T}}(i=1,2,\cdots,n)$，其近似坐标为$\overline{X}_i^0=(\overline{x}_i^0\ \overline{y}_i^0\ \overline{z}_i^0)$，改正数为$\mathrm{d}\overline{X}_i=(\mathrm{d}\overline{x}_i\ \mathrm{d}\overline{y}_i\ \mathrm{d}\overline{z}_i)$，则有

$$\overline{\boldsymbol{X}}_i=\overline{\boldsymbol{X}}_i^0+\mathrm{d}\overline{\boldsymbol{X}}_i \tag{4-31}$$

如上所述，由于位置基准在平差前后不变，即有

$$\frac{1}{n}\sum\overline{\boldsymbol{X}}_i=\frac{1}{n}\sum\overline{\boldsymbol{X}}_i^0$$

式(4-31)对所有 GPS 点坐标求平均值，则有

$$\sum\mathrm{d}\overline{\boldsymbol{X}}_i^0=0 \tag{4-32}$$

很明显，GPS 网经典自由网平差坐标和秩亏自由网平差坐标间仅差一常数，设为$\delta\overline{X}_i=(\delta\overline{x}\ \delta\overline{y}\ \delta\overline{z})^{\mathrm{T}}$，则有

$$\overline{\boldsymbol{X}}_i=\hat{\boldsymbol{X}}_i^0+\delta\overline{\boldsymbol{X}}\quad(i=1,2,\cdots,n) \tag{4-33}$$

$$\delta\overline{\boldsymbol{X}}=\overline{\boldsymbol{X}}_i-\hat{\boldsymbol{X}}_i^0=\overline{\boldsymbol{X}}_i-\hat{\boldsymbol{X}}_i+\mathrm{d}\overline{\boldsymbol{X}}_i \tag{4-34}$$

在 n 个 GPS 点上对式(4-34)求和并顾及式(4-32)，得

$$\delta\overline{\boldsymbol{X}}=\frac{1}{n}\sum(\overline{\boldsymbol{X}}_i-\hat{\boldsymbol{X}}_i) \tag{4-35}$$

将式(4-35)代入式(4-33)得

$$\overline{\boldsymbol{X}}_i=\hat{\boldsymbol{X}}_i+\frac{1}{n}\sum(\overline{\boldsymbol{X}}_i^0-\hat{\boldsymbol{X}}_i) \tag{4-36}$$

由式(4-36)即可将经典平差的坐标 $\hat{\boldsymbol{X}}_i$ 转换成秩亏自由网平差的坐标$\overline{\boldsymbol{X}}_i$。

对式(4-36)求全微分，经过整理可得由经典平差的 GPS 点坐标平差值的互协因数阵 $\boldsymbol{Q}_{\hat{x}}$(式4-29)计算秩亏自由网平差后 GPS 点坐标平差值的互协因数阵 $\boldsymbol{Q}_{\bar{x}}$的公式为

$$\boldsymbol{Q}_{\bar{x}}=\left(\boldsymbol{I}-\frac{1}{n}\boldsymbol{E}\right)\boldsymbol{Q}_{\hat{x}}\left(\boldsymbol{I}-\frac{1}{n}\boldsymbol{E}\right)^{T} \tag{4-37}$$

式中　$\boldsymbol{I}$——$3n$ 阶单位阵；

$\boldsymbol{E}$—— 由 $n\times n$ 个3行3列的单位阵组成。

3. GPS 监测网的拟稳平差

布设 GPS 监测网时，若有一部分点对于另一部分点是相对稳定的，则可采用拟稳平差。

设 GPS 监测网中，按拟稳平差，非稳定点平差后的坐标为

$$\overline{\boldsymbol{X}}_{1i} = \overline{\boldsymbol{X}}^0_{1i} + \mathrm{d}\,\overline{\boldsymbol{X}}_{1i} \quad (i = 1,2,\cdots,t_1) \tag{4-38}$$

稳定点平差后的坐标为

$$\overline{\boldsymbol{X}}_{2i} = \overline{\boldsymbol{X}}^0_{2i} + \mathrm{d}\,\overline{\boldsymbol{X}}_{2i} \quad (i = 1,2,\cdots,t_2) \tag{4-39}$$

以上两式中，$\overline{\boldsymbol{X}}_i$，$\overline{\boldsymbol{X}}^0_i$ 及 $\mathrm{d}\,\overline{\boldsymbol{X}}$ 分别为坐标平差值、坐标近似值及其改正数，t_1 为非稳定点数，t_2 为稳定点数。

对于 GPS 网拟稳平差，要求各稳定点近似坐标的平均值不变，并等于各稳定点平差坐标的平均值，即

$$\frac{1}{t_2}\sum \overline{\boldsymbol{X}}_{2i} = \frac{1}{t_2}\sum \boldsymbol{X}^0_{2i}$$

则有

$$\frac{1}{t_2}\sum \mathrm{d}\,\boldsymbol{X}^0_{2i} = 0 \tag{4-40}$$

可见，当 GPS 网采用拟稳平差时，其位置基准为稳定点的重心坐标，平差后是保持不变的。很明显，GPS 网经典平差坐标和拟稳平差坐标间仅差一常数，设为 $\delta\,\overline{\boldsymbol{X}}=\delta\,\overline{x}\;\delta\,\overline{y}\;\delta\,\overline{z})$，则有

$$\overline{\boldsymbol{X}}_{1i} = \hat{\boldsymbol{X}}_{1i} + \delta\,\overline{\boldsymbol{X}} \tag{4-41}$$

$$\overline{\boldsymbol{X}}_{2i} = \hat{\boldsymbol{X}}_{2i} + \delta\,\overline{\boldsymbol{X}} \tag{4-42}$$

由式(4-42)得

$$\delta\,\overline{\boldsymbol{X}} = \overline{\boldsymbol{X}}_{2i} - \hat{\boldsymbol{X}}_{2i} = \overline{\boldsymbol{X}}^0_{2i} - \hat{\boldsymbol{X}}_{2i} + \mathrm{d}\,\overline{\boldsymbol{X}}_{2i} \tag{4-43}$$

在 t_2 个稳定点上，对式(4-43)求和并顾及式(4-40)，得

$$\delta\,\overline{\boldsymbol{X}} = \frac{1}{t_2}\sum (\overline{\boldsymbol{X}}^0_{2i} - \hat{\boldsymbol{X}}_{2i}) \tag{4-44}$$

将式(4-44)代入式(4-41)，(4-42)得

$$\overline{\boldsymbol{X}}_i = \hat{\boldsymbol{X}}_i + \frac{1}{t_2}\sum (\overline{\boldsymbol{X}}^0_{2i} - \hat{\boldsymbol{X}}_{2i}) \tag{4-45}$$

对式(4-45)求全微分，经整理可得

$$\boldsymbol{Q}_{\bar{x}} = (\boldsymbol{I} - \frac{1}{t_2}\boldsymbol{E}_2)\boldsymbol{Q}_{\hat{x}}(\boldsymbol{I} - \frac{1}{t_2}\boldsymbol{E}_2)^{\mathrm{T}} \tag{4-46}$$

式中　$\boldsymbol{I}$——$3n$ 阶单位矩阵；

$\boldsymbol{E}_2$···　$3n$ 阶方阵，除与拟稳点所对应的列由3行3列单位阵组成外，其他列元素均为零。

利用式(4-45)和式(4-46)即可将经典自由网平差坐标$\overline{\boldsymbol{X}}$及其互协因数阵$\boldsymbol{Q}_{\hat{x}}$转换为拟稳平差坐标$\overline{X}$及其互协因数阵$\boldsymbol{Q}_{\bar{x}}$。

三、抗差估计模型

上面讨论的静态平差模式均存在一个前提条件，即认为观测值中不含粗差。但在 GPS 实践中，由于存在周跳、多路径效应、对流层及电离层的影响，难以确保观测值中完全没有粗差。当 GPS 观测值中含有粗差时，首先影响到各期 GPS 监测网的平差结果，进而使变形分析结果与实际情况完全不符。

从 GPS 监测网的数据处理来看，由于秩亏自由网平差结果和拟稳平差结果均可由经典自由网平差结果转换而得，因此，若各期 GPS 监测网在进行经典平差时，采取抗差估计方法，清除观测值中存在的粗差对平差成果的影响，则转换后秩亏自由网平差结果及拟稳平差结果中，也就消除了粗差观测值的影响，从而使得变形分析结果也就与实际情况一致。

抗差估计的效果取决于等价权函数，根据标准化残差构造如下的相关观测等价权函数

$$\overline{P}_{ij} = \begin{cases} P_{ij}, & (D_j \leqslant k_0) \\ P_{ij} \cdot \dfrac{k_0}{D_j} \cdot \left(\dfrac{k_1 - D_j}{k_1 - k_0}\right)^2, & (k_0 < D_j \leqslant k_1) \\ 0, & (D_j > k_1) \end{cases} \tag{4-47}$$

其中

$$D_j = \sqrt{P_{jj}}\,|V_j| / \sqrt{r_{ij}}\,\hat{\sigma} \tag{4-48}$$

在以上两式中，$\hat{\sigma}$ 为验后单位权中误差，V_j 为改正数，P_{ij} 为权元

素，$\overline{P}_{jj}$为等价权元素，r_{jj}为第 j 个观测值的多余观测分量，k_0为分位参数，k_1为淘汰点。其中 $k_0=2.5\sim3.5$，$k_1=3.5\sim4.5$。

式(4-47)表示的等价权函数是在解差分析的基础上提出的，其抗差效果通过实例得到了证明。该等价权函数具有以下特点：① 由于 D_j 实际上是标准化残差，因此它本身对观测值中的粗差具有较强的抗差能力；② 由于 D_j 受到观测空间(V_j)和设计空间(r_{jj})的共同作用，因此，该抗差估计模型对观测空间的误差及设计空间的不完善性均具有良好的抗差性及改善作用；③ 对含粗差的杠杆观测值具有良好的抗差性；④ 可克服由于先验单位权中误差取值不当而达不到抗差效果的缺陷。

抗差估计需迭代求解，其计算例见第五章第2节。

这样，利用该抗差估计模型，即可剔除基线向量中可能存在的粗差，从而为下一步各变形分析基准的统一打下基础。

四、变形分析基准的统一

GPS 监测网是三维网，各期观测值之间存在着系统性的位置偏差、尺度偏差和方位偏差。也可以认为各期观测值是在具有微小差异的不同系统中观测得到的，变形分析时要比较各期观测的结果。为了保证变形分析结果的正确性，必须消除各期观测结果的系统性偏差，亦即实现各期观测结果基准的统一。

采用第1部分中的数据处理模型，进行经典自由网平差、秩亏自由网平差或拟稳平差，每期观测值分别利用已知基准点坐标、网的重心坐标或部分稳定点的重心坐标进行 GPS 网的无约束平差。如果各期 GPS 网进行无约束平差时都以首期坐标为基准，则无约束平差后便实现了位置基准的统一，各期结果还存在尺度和方位基准有待统一。

实现各期基准的统一可以采用坐标系统转换的方法，将各期平差结果转换为统一的基准，坐标系统转换模型常用的有布尔莎七参数模型。

设GPS监测网首期平差坐标为X_{i0}，第k期平差坐标为X_{ik}，类似(4-18)式布尔莎模型有如下形式

$$X_{i0} = \Delta X + (1 + \mu)R(\varepsilon_z)R(\varepsilon_y)R(\varepsilon_x)X_{ik} \qquad (4\text{-}49)$$

式中　ΔX——第k期转换到首期的三个平移参数；

μ——尺度比参数；

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$——旋转参数。

如果各期无约束平差不是以首期坐标为基准，即各期平差结果的位置基准不统一，可以利用式(4-49)进行各期结果对首期结果的坐标转换，然后进行变形分析。

对于以首期坐标为基准进行无约束平差后的各期结果，已实现了位置基准的统一。再利用式(4-49)实现尺度和方位基准的统一时应去掉式中的三个平移参数，仅保留一个尺度和三个旋转参数计算各期结果对首期结果的转换参数，并求出各期转换后的坐标，然后进行变形分析。

这样，通过各期平差中的抗差估计，即可剔除观测值中可能存在的粗差，从而保证各期平差结果的正确性(也避免将粗差当作系统偏差来处理)。通过坐标系统的转换，克服了各期观测值间存在的系统性的偏差，实现了变形分析基准的统一，获得可靠的变形分析结果。

对于较大的GPS监测网，监测点的形变有可能存在某种系统性。这种系统性的形变有可能被当作各期对首期的系统偏差而作为未知参数进行处理。而应用坐标系统转换法时，也可能将系统性形变值隐含在转换参数中而不被发现。为了避免这种现象的发生，在求出某一期对首期的转换参数以后，应对转换参数采用t检验法进行统计假设检验，若转换参数通过检验，则根据相应的转换模型即可将后期的平差结果转换到首期的基准上。在建立GPS监测网时，若条件许可，最好在远离变形区域建立三个以上稳定的基准点。各期观测结果在进行坐标系统转换时，以稳定的已知基准点实

现基准的统一。

采用坐标系统转换的方法实现各期基准的统一除了式(4-49)布尔莎七参数模型之外，还可以采用坐标转换的多项式回归模型。设监测点的第1、第 K 期坐标分别为 $(X\ Y\ Z)^{\mathrm{T}}$、$(X\ Y\ Z)_K^{\mathrm{T}}$，以 X 分量为例，可列出将第 K 期坐标转换为第一期坐标基准的二次多项式回归模型：

$$X_1 = a_0 + a_1X_K + a_2Y_K + a_3Z_K + a_4x_K^2 + a_5Y_K^2 + a_6Z_K^2 + a_7(XY)_K + a_8(XZ)_K + a_9(YZ)_K$$

式中 $a_0 \sim a_9$ 为多项式系数。利用公共点的第1、第 K 期的坐标值求出多项式系数后，便可利用该多项式回归模型进行坐标转换。

实际应用中，视公共点的多少，可以选取多项式的部分项作为回归模型进行坐标转换。具体应用请参考本章第七节(§4.5)关于GPS高程的曲面拟合法。

五、坐标转换参数与坐标改正数一起解算的平差模型

前面讨论的是针对不同类型的GPS形变监测网，选择经典自由网平差、秩亏自由网平差或拟稳平差的方法，对各期观测结果平差之后，再按照坐标转换的方法实现各期结果对首期结果基准的统一。这种方法分两步进行，可以利用已有的平差程序和坐标转换程序。文献[7]给出了将坐标转换参数作为未知数与GPS点坐标改正数一起建立平差模型，同时解算出坐标转换参数与GPS点的坐标改正数。

设以首期网所定义的坐标系为参考系，由首期平差得出的点位坐标作为以后各期的坐标初值，以后各期坐标与首期坐标间仍存在着尺度和方位的偏差，对于网中的 i 号点，有

$$x_i^0 + \delta\hat{x}_i = (1+\mu)\boldsymbol{R}_x(\varepsilon_x)\boldsymbol{R}_y(\varepsilon_y)\boldsymbol{R}_z(\varepsilon_z)(x_i^0 + \delta\hat{x}_i) \quad (4\text{-}50)$$

式中 x_i^0、$\delta\hat{x}_i$——某一期第 i 号点的坐标初值及其改正数；

$\delta\hat{x}_i$——第 i 号点某一期坐标转换为首期基准后的改正数；

μ、ε_x、ε_y、ε_z——某期对首期的坐标转换的尺度与方位参数；

$\boldsymbol{R}$——旋转矩阵。

因转换参数为微小量，将(4-50)式展开并略去二次项可得

$$x_i^0 + \delta\hat{x}_i = x_i^0 + \delta\hat{x}_i + \boldsymbol{F}_i\delta\hat{\boldsymbol{Y}}$$

即

$$\delta\hat{x}_i = \delta\hat{x}_i + \boldsymbol{F}_i\delta\hat{\boldsymbol{Y}} \tag{4-51}$$

式中

$$\boldsymbol{F}_i = \begin{pmatrix} X_i^0 & 0 & -Z_i^0 & Y_i^0 \\ Y_i^0 & Z_i^0 & 0 & -X_i^0 \\ Z_i^0 & -Y_i^0 & X_i^0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\delta\hat{\boldsymbol{Y}} = (\mu\ \varepsilon_X\ \varepsilon_Y\ \varepsilon_Z)^{\mathrm{T}}$$

对于整个GPS网 m 个监测点，有

$$\delta\hat{X}_K = \delta\hat{X}_K + \boldsymbol{F}\delta\hat{\boldsymbol{Y}} \tag{4-52}$$

式中　$F=(F_1^{\mathrm{T}}, F_2^{\mathrm{T}}\cdots F_m^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$

对第 K 期观测其整体误差方程式为

$$\boldsymbol{V}_K = \boldsymbol{A}_K\delta\hat{x}_K + \boldsymbol{B}_K\delta\hat{\boldsymbol{Y}} - \boldsymbol{L}_K \tag{4-53}$$

式中　$\boldsymbol{B}_K=\boldsymbol{A}_K\boldsymbol{F}_K$

顾及到位置基准、尺度基准和方位基准，有

$$\boldsymbol{A}_X\delta\hat{\boldsymbol{X}}_K + \boldsymbol{A}_Y\delta\hat{\boldsymbol{Y}} = 0 \tag{4-54}$$

由式(4-53)和式(4-54)一起组成法方程，可以解算出未知数：

$$\begin{pmatrix} \delta\hat{\boldsymbol{X}}_K \\ \delta\boldsymbol{Y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A}_K^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_K\boldsymbol{A}_K + \boldsymbol{A}_X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_X & \boldsymbol{A}_K^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_K\boldsymbol{A}_K + \boldsymbol{A}_X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_Y \\ \boldsymbol{B}_K^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_K\boldsymbol{A}_K + \boldsymbol{A}_Y^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_X & \boldsymbol{B}_K^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_K\boldsymbol{A}_K + \boldsymbol{A}_Y^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_Y \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \boldsymbol{A}_K^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_K\boldsymbol{L}_K \\ \boldsymbol{B}_K^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_K\boldsymbol{L}_K \end{pmatrix} \tag{4-55}$$

式中 P_K 是观测值 L_K 的权阵。

精度评定同前。

§4.5　GPS基线向量网在国家坐标系或地方独立坐标中的约束平差

实际应用中，有时需要将GPS定位成果转换为国家坐标系或

地方独立坐标系，除了利用公共点的坐标按坐标转换方法将GPS定位成果转换为国家坐标系或地方独立坐标系坐标之外，还可以按照GPS基线向量网约束平差的方法直接求出GPS点在国家坐标系或地方独立坐标系中的坐标。

一、GPS基线向量网三维约束平差

GPS基线向量网的三维约束平差可以在国家(或地方)大地坐标系中进行，约束条件是地面网点的固定坐标，固定大地方位角和固定空间弦长，平差结束后同时完成了坐标系统的转换。

GPS基线向量观测值由WGS－84坐标系向国家(或地方)坐标系转换的模型按照(4-22)式为：

$$\Delta X_{ijD} = (1 + \mu)R(\varepsilon_x)R(\varepsilon_y)R(\varepsilon_z)\Delta X_{ijG} \tag{4-56}$$

式中　ΔX_{ijG}——基线向量观测值；

ΔX_{ijD}——转换到国家(或地方)大地坐标系中的基线向量；

μ 和 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$——转换参数，即尺度参数和三个欧拉角旋转参数。

1. 误差方程式的列立

$$\begin{bmatrix} V\Delta_{xij} \\ V\Delta_{yij} \\ V\Delta_{zij} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathrm{d}x_i \\ \mathrm{d}y_i \\ \mathrm{d}z_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathrm{d}x_j \\ \mathrm{d}y_j \\ \mathrm{d}z_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x_{ij} \\ \Delta y_{ij} \\ \Delta z_{ij} \end{bmatrix} \mu$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & -\Delta z_{ij} & \Delta y_{ij} \\ \Delta z_{ij} & 0 & \Delta x_{ij} \\ -\Delta y_{ij} & \Delta x_{ij} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x_{ij} + x_i^0 - x_j^0 \\ \Delta y_{ij} + y_i^0 - y_j^0 \\ \Delta z_{ij} + z_i^0 - z_j^0 \end{bmatrix} \tag{4-57}$$

式中除待定点的坐标改正数为未知数外，尺度差 μ 和三个旋转参数$(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$也作为未知数在平差时解算。

考虑到约束条件如固定大地方位角条件中的改正数以两端点的大地坐标的改正数作为未知数，所以可将误差方程(4-57)改换成以待定点的大地坐标改正数 $\mathrm{d}B$ 为平差未知数的误差方程式，

为此，设

$$\mathrm{d}B_i = (\mathrm{d}B_i, \mathrm{d}L_i, \mathrm{d}H_i \tag{4-58}$$

由式(4-13)可得 $\mathrm{d}B_i$ 与 $\mathrm{d}X_i$ 间的关系为：

$$\mathrm{d}X_i = A_i \mathrm{d}B_i \tag{4-59}$$

式中

$$A_i = \begin{bmatrix} -(N_i + H_i)\sin B_i^0 \cos L_i^0/\rho & -(N_i + H_i)\cos B_i^0 \sin L_i^0/\rho & \cos B_i^0 \cos L_i^0 \\ -(N_i + H_i)\sin B_i^0 \sin L_i^0/\rho & (N_i + H_i)\cos B_i^0 \cos L_i^0/\rho & \cos B_i^0 \sin L_i^0 \\ (N_i + H_i)\cos B_i^0/\rho & 0 & \sin B_i^0 \end{bmatrix} \tag{4-60}$$

代入式(4-57)后为：

$$\begin{bmatrix} V\Delta_{xij} \\ V\Delta_{yij} \\ V\Delta_{zij} \end{bmatrix} = -A_i \begin{bmatrix} \mathrm{d}B_i \\ \mathrm{d}l_i \\ \mathrm{d}H_i \end{bmatrix} + A_j \begin{bmatrix} \mathrm{d}B_j \\ \mathrm{d}L_j \\ \mathrm{d}H_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x_{ij} \\ \Delta y_{ij} \\ \Delta z_{ij} \end{bmatrix} \mu + \begin{bmatrix} 0 & -\Delta x_{ij} & \Delta y_{ij} \\ \Delta z_{ij} & 0 & \Delta x_{ij} \\ \Delta y_{ij} & \Delta x_{ij} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x_{ij} + x_i^0 - x_j^0 \\ \Delta y_{ij} + y_i^0 - y_j^0 \\ \Delta z_{ij} + z_i^0 - z_j^0 \end{bmatrix} \tag{4-61}$$

写成矩阵形式为：

$$\boldsymbol{V} = -\boldsymbol{A}_i \mathrm{d}\boldsymbol{B}_i + \boldsymbol{A}_j \mathrm{d}\boldsymbol{B}_j + \Delta\boldsymbol{X}_{ij}\mu + \boldsymbol{R}_{ij}\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{L}_{ij} \tag{4-62}$$

式中

$$\boldsymbol{L}_{ij} = \begin{bmatrix} \Delta x_{ij} + x_i^0 - x_j^0 \\ \Delta y_{ij} + y_i^0 - y_j^0 \\ \Delta z_{ij} + z_i^0 - z_j^0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

权阵为 P_{ij}。

2. 约束条件方程

(1) 固定点坐标条件

设第 K 点为已知点，则有坐标条件：

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B}_k = 0 \tag{4-63}$$

体现在误差方程中某一基线端点为已知点时，应消去该点改正数项。

(2) 固定空间弦长条件

设 $\boldsymbol{D}_{ik}$ 为地面网中高精度空间弦长，平差时作为已知值以作为GPS基线向量网的尺度基准，则有条件方程

$$-\boldsymbol{C}_{ik}\boldsymbol{A}_i\mathrm{d}\boldsymbol{B}_i+\boldsymbol{C}_{ik}\boldsymbol{A}_k\mathrm{d}\boldsymbol{B}_k-\boldsymbol{W}_{Dik}=0 \tag{4-64}$$

式中

$$\boldsymbol{C}_{ik}=\begin{pmatrix}\dfrac{\Delta X_{ik}}{D_{ik}} & \dfrac{\Delta Y_{ik}}{D_{ik}} & \dfrac{\Delta Z_{ik}}{D_{ik}}\end{pmatrix}$$

$$W_{Dik}=\sqrt{\Delta x_{ik}^{02}+\Delta y_{ik}^{02}+\Delta z_{ik}^{02}}-D_{ik}$$

(3) 固定大地方位角条件

设 α_{kj} 为地面网中已知的大地方位角，平差时作为GPS基线向量网的定向基准，则有条件方程：

$$-\boldsymbol{F}_{kj}\boldsymbol{A}_k\mathrm{d}\overline{\boldsymbol{B}}_k+\boldsymbol{F}_{kj}\boldsymbol{A}_j\mathrm{d}\overline{\boldsymbol{B}}_j+\boldsymbol{W}_{\alpha kj}=0 \tag{4-65}$$

式中

$$F_{kj}=1/D_{kj}^0\sin Z_{kj}^0\begin{bmatrix}\sin\alpha_{kj}\sin B_k^0\cos L_k^0-\cos\alpha_{kj}\sin L_k^0\\ \sin\alpha_{kj}\sin B_k^0\cos L_k^0+\cos\alpha_{kj}\sin L_k^0\\ \sin\alpha_{kj}\cos B_k^0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{W}\alpha_{kj}=\arctan(y_{kj}/x_{kj})-\alpha_{kj}$$

z_{kj}^0 为 K 点作测点站时 j 点的天顶距近似值

$$Z_{kj}^0=\operatorname{arccot}[z_{kj}^0/(x_{kj}^0\cos\alpha_{kj}+y_{kj}^0\sin\alpha_{kj})]$$

$x_{kj}^0, y_{kj}^0, z_{kj}^0$ 为以 K 点为原点的地平直角坐标系中 j 点的坐标值。

3. 法方程的组成及解算

法方程式的组成及解算按带有条件的相关间接平差方法进行。

将误差方程式写为：

$$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{B}_B\mathrm{d}\boldsymbol{B}-L \tag{4-66}$$

将条件方程式写为

$$\boldsymbol{C}\mathrm{d}\boldsymbol{B}+\boldsymbol{W}=0 \tag{4-67}$$

组成法方程式为：

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{N} & \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{C} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathrm{d}\boldsymbol{B}\\ \boldsymbol{K}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-\boldsymbol{U}\\ \boldsymbol{W}\end{pmatrix}=0 \tag{4-68}$$

式中

$$\boldsymbol{N}=\boldsymbol{B}_{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_{B},\boldsymbol{U}=\boldsymbol{B}_{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{L},$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B}=(\mathrm{d}\boldsymbol{B}_{1}^{\mathrm{T}},\mathrm{d}\boldsymbol{B}_{2}^{\mathrm{T}},\cdots,\mathrm{d}\boldsymbol{B}_{n}^{\mathrm{T}},\varepsilon_{x},\varepsilon_{y},\varepsilon_{z})$$

K——联系数。

解算式(4-68)得：

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{K}&=(\boldsymbol{C}\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})^{-1}(\boldsymbol{W}+\boldsymbol{C}\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{U}),\\ \mathrm{d}\boldsymbol{B}&=\boldsymbol{N}^{-1}(\boldsymbol{U}-\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K})\end{aligned}\right\} \tag{4-69}$$

平差后未知数的协因数阵：

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{Q}_{B}&=\boldsymbol{N}^{-1}+\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{kk}\boldsymbol{C}\boldsymbol{N}^{-1}\\ \boldsymbol{Q}_{kk}&=-(\boldsymbol{C}\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})^{-1}\end{aligned}\right\} \tag{4-70}$$

单位权方差估值为：

$$\hat{\sigma}_{0}^{2}=\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{V}/(3m-t+r) \tag{4-71}$$

式中　m——基线向量个数；

t——未知数个数(含待定点坐标和转换参数)；

r——条件方程个数。

平差后未知数的方差估值为：

$$D_{B}=\hat{\sigma}_{0}^{2}Q_{B} \tag{4-72}$$

二、二维约束平差

实际应用中以国家(或地方)坐标系的一个已知点和一已知基线的方向作为起算数据，平差时将GPS基线向量观测值及其方差阵转换到国家(或地方)坐标系的二维平面(或球面)上，然后在国家(或地方)坐标系中进行二维约束平差。转换后的GPS基线向量

网与地面网在一个起算点上位置重合，在一条空间基线方向上重合。这种转换方法避免了三维基线网转换成二维基线向量时地面网大地高不准确引起的尺度误差和变形，保证GPS网转换后整体及相对几何关系的不变性。转换后，二维基线向量网与地面网之间只存在尺度差和残余的定向差，因而进行二维约束平差时只要考虑两网之间的尺度差参数和残余定向差参数。

1. GPS基线向量观测值的误差方程式

$$\left.\begin{aligned} V_{\Delta x_{ij}} &= -\mathrm{d}x_i + \mathrm{d}x_j - \Delta x_{ij}\mathrm{d}\mu - \frac{\Delta y_{ij}}{\rho''}\mathrm{d}\alpha + \Delta x_{ij} + x_i^0 - x_j^0 \\ V_{\Delta y_{ij}} &= -\mathrm{d}y_i + \mathrm{d}y_j + \Delta y_{ij}\mathrm{d}\mu - \Delta\frac{x_{ij}}{\rho''}\mathrm{d}\alpha + \Delta y_{ij} + y_i^0 - y_j^0 \end{aligned}\right\} \tag{4-73}$$

式中　Δx、Δy、$\mathrm{d}x$、$\mathrm{d}y$——转换后的二维基线向量观测值和待定点坐标改正数；

$\mathrm{d}\mu$、$\mathrm{d}\alpha$——尺度差和残余定向差参数，当i点或j点为固定点时，相应的改正数为0。

2. 约束条件方程

(1) 边长约束条件

$$-\cos\alpha_{ij}^0\mathrm{d}x_i - \sin\alpha_{ij}^0\mathrm{d}y_i + \cos\alpha_{ij}^0\mathrm{d}x_j + \sin\alpha_{ij}^0\mathrm{d}y_j + W_{sij} = 0 \tag{4-74}$$

式中
$$\alpha_{ij} = \arctan[(y_j^0 - y_i^0)/(x_j^0 - x_i^0)]$$
$$W_{sij} = [(x_j^0 - x_i^0) + (y_j^0 - y_i^0)]^{1/2} - S_{ij}$$

(2) 坐标方位角约束条件

$$a_{ij}\mathrm{d}x_i + b_{ij}\mathrm{d}y_i + a_{ij}\mathrm{d}x_j + b_{ij}\mathrm{d}y_j + W_{\alpha ij} = 0 \tag{4-75}$$

式中

$$a_{ij} = \rho''\sin\alpha_{ij}^0/S_{ij}^0 \qquad b_{ij} = \rho''\cos\alpha_{ij}^0/S_{ij}^0$$
$$W_{\alpha ij} = \arctan[(y_j^0 - y_i^0)/(x_j^0 - x_i^0)] - \alpha_{ij}$$

三、GPS 基线向量网与地面网联合平差

当地面网除了已知数据(已知点坐标,已知边长和已知方位角)以外,还有常规观测值(如方向、边长等),则将 GPS 基线向量观测值与地面网的已知数据和常规观测值一起进行的平差叫做 GPS 基线向量与地面网联合平差。

联合平差可以两网的原始观测量为根据,也可以两网单独平差的结果为根据。

平差时,引入坐标系统的转换参数,平差的同时完成坐标系统的转换。

1. 三维联合平差

GPS 基线向量观测值的误差方程和条件方程同三维约束平差。地面网观测值误差方程为:

(1) 空间弦长观测值的误差方程

$$V_{D_{ij}} = -C_{ij}A_i\mathrm{d}B_i + C_{ij}A_j\mathrm{d}B_j - L_{D_{ij}} \tag{4-76}$$

式中 $$L_{D_{ij}} = D_{ij} - (\Delta x_{ij}^{02} + \Delta y_{ij}^{02} + \Delta z_{ij}^{02})^{1/2}$$

D_{ij}——空间弦长观测值,相应的权为 $P_{D_{ij}}$。

(2) 方向观测值的误差方程

$$V_{\beta_{ij}} = -\mathrm{d}z_i - F_{ij}A_i\mathrm{d}B_i + F_{ij}A_j\mathrm{d}B_j - L_{\beta_{ij}} \tag{4-77}$$

式中 $$L_{\beta_{ij}} = \beta_{ij} + z_i^0 - \alpha_{ij}^0$$

$\mathrm{d}z_i$——i 点定向角未知数的改正数;

z_i^0——i 点定向角未知数近似值;

β_{ij}——方向观测值;

α_{ij}^0——大地方位角近似值。

法方程组成及解算以及精度评定与三维约束平差相同。求单位权方差时自由度计算中应加上地面观测值个数。

三维联合平差也可以在三维直角坐标系中进行。

由于地面网通常都是在大地坐标系统或高斯平面坐标系统中进行平差计算的,为计算网点的大地高程,必须以相应的精度确定

点的高程异常。但实际上高程异常的精度在东西沿海地区好于1米，而在西北高山地区，只能保持数米的精度。这样，高程异常的误差直接影响所求地面网点大地高的精度，从而影响据以计算的空间直角坐标的精度，在这种情况下，大地高的方差和协方差也难以比较可靠地确定，这样一来便会对两网的联合平差造成不利影响。因此，通常应选择二维联合平差的方案。

2. 二维联合平差

二维联合平差时，GPS 基线向量观测值的误差方程与约束方程同二维约束平差。而地面网的方向和边长观测值的误差方程如下：

方向观测的误差方程为

$$\begin{aligned} V_{Lij} = &- \mathrm{d}z_i + a_{ij}\mathrm{d}x_i + b_{ij}\mathrm{d}y_i \\ &- a_{ij}\mathrm{d}x_j - b_{ij}\mathrm{d}y_j - L_{ij} \end{aligned} \tag{4-78}$$

式中　d_{zi}——点 i 上定向角未知数改正数，其近似值为 z_i^0。

$$L_{ij} = z_i^0 + l_{ij} - a_{ij}^0$$

边长观测值误差方程为

$$\begin{aligned} V_{Sij} = &- \cos\alpha_{ij}^0\mathrm{d}x_i - \sin\alpha_{ij}^0\mathrm{d}y_i + \cos\alpha_{ij}^0\mathrm{d}x_j \\ &+ \sin\alpha_{ij}^0\mathrm{d}y_j - L_{Sij} \end{aligned} \tag{4-79}$$

式中

$$L_{Sij} = S_{ij} - S_{ij}^0$$

§4.6　GPS形变监测网动态数据处理

随着GPS技术在地壳形变监测中的广泛应用，处理形变监测数据的手段也日趋多样化，其中 Kalman 滤波越来越受到人们的青睐。卡尔曼滤波是一种对动态系统进行数据处理的有效方法，它是利用观测向量来估计随时间不断变化的状态向量，从估计的角度来说，属于“状态”估计问题。卡尔曼滤波方程是一组递推公式，

其计算过程实际上是一个不断预报又不断修正的过程，因此更便于实时处理多期复测数据，这一特点正是GPS形变监测数据处理所期望的。

本节结合GPS监测网，首先介绍标准卡尔曼滤波模型的基本原理，然后介绍其在GPS监测网中的应用；最后介绍抗差卡尔曼滤波模型。其应用示例请参阅第五章第2节。

一、标准卡尔曼滤波模型

1. 卡尔曼滤波的状态方程和观测方程

卡尔曼滤波模型由状态方程和观测方程（又称量测方程）组成，这里首先介绍GPS监测网状态方程的建立。

设某一GPS监测网由 n 个点组成，网中基线向量为 m。以GPS点在WGS-84空间直角坐标系中的三维位置和三维速率为状态向量。设点在时刻 t 的位置向量为 $\xi_i(t)$，其瞬时速率为 $\lambda_i(t)$，而将瞬时加速率 $\Omega_i(t)$ 看作一种随机干扰，则有以下微分关系式

$$\left.\begin{aligned}\underset{3,1}{\dot{\xi}}(t) &= \lambda_i(t)\\ \underset{3,1}{\dot{\lambda}}(t) &= \Omega_i(t)\end{aligned}\right\} \tag{4-80}$$

记 i 点的状态向量为 $\boldsymbol{X}_i(t)$，全网的状态向量为 $\boldsymbol{X}(t)$，即

$$\begin{aligned}\underset{6,1}{\boldsymbol{X}_i}(t) &= \left[\underset{3,1}{\xi_i}(t) \quad \underset{3,1}{\lambda_i}(t)\right]^{\mathrm{T}}\\ &= \left[X_i(t) \quad Y_i(t) \quad Z_i(t) \quad \dot{X}_i(t) \quad \dot{Y}_i(t) \quad \dot{Z}_i(t)\right]^{\mathrm{T}}\\ \underset{6n,1}{\boldsymbol{X}_i}(t) &= \left[\boldsymbol{X}_1(t) \quad \boldsymbol{X}_2(t) \quad \cdots \quad \boldsymbol{X}_n(t)\right]^{\mathrm{T}}\\ \underset{3,1}{\boldsymbol{\Omega}_i}(t) &= \left[\ddot{X}_i(t) \quad \ddot{Y}_i(t) \quad \ddot{Z}\boldsymbol{X}_n(t)\right]^{\mathrm{T}}\\ \underset{3n,1}{\boldsymbol{\Omega}_i}(t) &= \left[\boldsymbol{\Omega}_1(t) \quad \boldsymbol{\Omega}_2(t) \quad \cdots \quad \boldsymbol{X}_n(t)\right]^{\mathrm{T}}\end{aligned}$$

则式(4-80)可写成

$$\dot{\boldsymbol{X}}_i(t) = \begin{bmatrix}0 & \boldsymbol{E}\\ 0 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{X}_i(t) + \begin{bmatrix}0\\ \boldsymbol{E}\end{bmatrix}\boldsymbol{\Omega}_i(t) \tag{4-81}$$

式中0和 E 分别为三阶零矩阵和三阶单位阵。式(4-81)是一个常系

数连续线性系统微分方程，采用拉普拉斯变换，将其离散化，可得卡尔曼滤波的状态方程为：

$$X_{i,K+1}=\begin{bmatrix}E & \Delta t_K E\\ 0 & E\end{bmatrix}X_{i,K}+\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\Delta t_K^2 E\\ \Delta t_K E\end{bmatrix}\Omega_{i,K} \qquad (4\text{-}82)$$

将上式写成纯量形式(仅给出 X 分量，Y 和 Z 分量类似)有

$$X_{i,K+1}=X_{1,K}+\Delta t_K \dot{X}_{i,K}+\frac{1}{2}\Delta t_K^2 \ddot{X}_{i,K}$$

$$\dot{X}_{i,K+1}=\dot{X}_{1,K}+\Delta t_K \ddot{X}_{i,K}$$

式中，$\Delta t_K=t_{K+1}-t_K$，而 t_K 和 t_{K+1} 分别为第 K 期和第 $K+1$ 期的观测时刻。根据 n 个点上状态方程的纯量形式，可得全网的状态方程为

$$X_{K+1}=\begin{bmatrix}E & \Delta t_K E & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & E & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & 0 & E & \Delta t_K E & \cdots & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & E & \cdots & 0 & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & E & \Delta t_K E\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & E\end{bmatrix}X_K+$$

$$\begin{bmatrix}1/2\Delta t_K^2 E & 0 & \cdots & 0\\ \Delta t_K E & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 1/2\Delta t_K^2 E & \cdots & 0\\ 0 & \Delta t_K^2 E & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1/2\Delta t_K^2 E\\ 0 & 0 & \cdots & \Delta t_K E\end{bmatrix}\Omega_K \qquad (4\text{-}83)$$

将式(4-83)记为

$$X_{K+1}=\Phi_{K+1,K}X_K+\Gamma_{K+1,K}\Omega_K \qquad (4\text{-}84)$$

式(4-84)即为GPS监测网的状态方程。

GPS监测网的动态监测系统由状态方程(4-84)和观测方程组成。当以基线向量为观测值时，某一基线向量L_{ij}在第$K+1$期的观测方程为

$$L_{ij/K+1}=-\xi_{i/K+1}+\xi_{j/K+1}-\Delta t_{ij/K+1}\lambda_{i/K+1}+\Delta t_{ij/K+1}\lambda_{j/K+1}+\Delta_{ij/K+1} \tag{4-85}$$

式中　$\Delta t_{ij/K+1}=t_{ij/K+1}-t_{K+1}$——基线向量$L_{ij}$的观测时刻；

t_{K+1}——第$K+1$期观测的中心时刻。

对于GPS监测网而言，$\Delta t_{ij/K+1}$与两期观测的时间间隔$\Delta t_K=t_{K+1}-t_K$相比可忽略不记，则式(4-85)变为

$$L_{ij/K+1}=-\xi_{i/K+1}+\xi_{j/K+1}+\Delta_{ij/K+1}$$

其纯量表式为

$$\begin{bmatrix}\Delta X_{ij}\\ \Delta Y_{ij}\\ \Delta Z_{ij}\end{bmatrix}_{K+1}=-\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_i\\Y_i\\Z_i\end{bmatrix}_{K+1}+\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_j\\Y_j\\Z_j\end{bmatrix}_{K+1}+\begin{bmatrix}V_{\Delta X_{ij}}\\V_{\Delta Y_{ij}}\\V_{\Delta Z_{ij}}\end{bmatrix}_{K+1}$$

则全网的观测方程为

$$\underset{3m,1}{L_{K+1}}=\underset{3m,6n}{B_{K+1}}\underset{6n,1}{X_{K+1}}+\underset{3m,1}{\Delta_{K+1}} \tag{4-86}$$

动态方程(4-84)和观测方程(4-86)共同构成了GPS监测网卡尔曼滤波的数学模型

$$\left.\begin{aligned}X_K&=\Phi_{K,K-1}X_{K-1}+\Gamma_{K,K-1}\Omega_{K-1}\\L_K&=B_KX_K+\Delta_K\end{aligned}\right\} \tag{4-87}$$

式中　$\Phi_{K,K-1}$——$K-1$到K时刻的系统一步转移矩阵；

$\Gamma_{K,K-1}$——系统噪声矩阵；

Ω_{K-1}——$K-1$时刻的系统噪声；

B_K——K 时刻系统的观测矩阵；

Δ_K—— 时刻系统的观测噪声；

X_K ——K 时刻的系统待估状态向量；

L_K—— K 时刻系统的观测值。

卡尔曼滤波的随机模型为

$$\left.\begin{aligned} &E(\Omega_K)=0, E(\Delta_K)=0, \operatorname{cov}(\Omega_K,\Delta_j)=0 \\ &\operatorname{cov}(\Omega_K,\Omega_j)=D_\Omega(K)\delta_{Kj}, \operatorname{cov}(\Delta_K,\Delta_j)=D_\Delta(K)\delta_{Kj} \end{aligned}\right\} \tag{4-88}$$

式中　$D_\Omega(K)$——系统动态噪声方差阵；

$D_\Delta(K)$ ——观测噪声方差阵；

δ_{Kj}——Kronecker(克罗内克)函数。

2. 标准卡尔曼滤波方程

式(4-87)给出了 GPS 监测网的卡曼滤波的数学模型，根据最小二乘估计、极大验后估计或广义最小二乘估计原理，即可利用观测向量 L_K 计算 t_K 时刻状态向量 X_K 最佳估值 $X(K/K)$。其解算过程请参阅《广义测量平差》(崔希璋，於宗俦，陶本藻。测绘出版社，1992)，这里仅给出推导结果的卡尔曼滤波方程：

$$\left.\begin{aligned} X_{(K/K)} &= X_{(K/K-1)} + J_K E_K \\ D_{X(K/K)} &= (I - J_K B_K) D_{X(K/K-1)} \end{aligned}\right\} \tag{4-89}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} X_{(K/K-1)} &= \Phi_{K,K-1} X_{(K-1/K-1)} \\ D_{X(K/K-1)} &= \Phi_{K,K-1} D_{X(K/K-1)} \Phi_{K,K-1}^T \\ &\quad + \Gamma_{K,K-1} D_{\Omega(K-1)} \Gamma_{K,K-1}^T \\ J_K &= D_{X(K/K-1)} B_K^T [B_K D_{X(K/K-1)} B_K^T + \\ &\quad D_{\Delta(K)}]^{-1} \\ E_K &= L_K - B_K X_{(K/K-1)} \end{aligned}\right\} \tag{4-90}$$

式中　$X_{(K/K-1)}$、$D_{X(K/K-1)}$——状态向量的一步预测值和一步预测

方差阵；

$X_{(K/K)}$、$D_{X(K/K)}$——状态向量的滤波值和方差阵；

J_K——状态增益矩阵；

E_K——预测残差或新息。

按下述方法确定了系统的初始状态后，即可根据滤波方程及新的观测值求得新的状态向量滤波值，这正适于处理多期观测的GPS监测网的观测数据，以对监测网进行变形分析。

3. *动态系统初始状态的确定*

从卡尔曼滤波方程可以看出，要确定系统在 t_K 时刻的状态，首先必须知道系统的初始状态，即应了解系统的初值。一般而言，滤波前系统的初始状态难以精确确定，但如果初值的选取达不到一定的要求，则可能导致滤波结果中含有较大误差，从而根据这种滤波结果确定的GPS点的形变量将失真。因此恰当地确定系统的初值，是保证形变分析结果正确性的前提之一。

1）状态参数初值的确定

当采用GPS点的位置和速率为状态向量时，一般先对两期GPS监测网的观测值进行经典平差，得位置参数 ξ_K^1 和 ξ_K^1（$i=1,2,\cdots,n$）。则位置参数的初值取为

$$\xi^0 = \xi^1 = [X_1^1 \quad Y_1^1 \quad Z_1^1 \cdots X_n^1 \quad Y_n^1 \quad Z_n^1]^T \tag{4-91}$$

速率参数的初值取为

$$\lambda^0 = (\xi^1 - \xi^1)/(t^1 - t^1) = (\xi^1 - \xi^1)/\Delta t \tag{4-92}$$

则GPS监测网的状态参数初值为

$$\boldsymbol{X}_{(0)} = \boldsymbol{X}_{(0/0)} = [\xi^0 \quad \lambda^0]^T \tag{4-93}$$

2）方差阵初值的确定

（1）观测噪声的方差阵 $\boldsymbol{D}_\Delta$，可由观测方法确定。当以基线向量为观测值时，随机软件在提供基线向量时，也提供了（或通过计算可得）各基线向量的方差阵。

（2）状态参数的初始方差阵

在采用经典平差对前两期 GPS 监测数据进行处理时，可取位置参数的初始方差阵为

$$\boldsymbol{D}_{\xi^0} = \boldsymbol{D}_{\xi^{\text{II}}} \tag{4-94}$$

即取为第Ⅱ期网经典平差后 GPS 点的互协方差阵。

由式(4-94)，根据协方差阵传播定律，可得速率参数的初始协方差阵为

$$\boldsymbol{D}_{\lambda^0} = \Delta t^{-2}\boldsymbol{D}_{\xi^{\text{I}}} + \boldsymbol{D}_{\xi^{\text{II}}}) \tag{4-95}$$

则状态参数的初始协方差阵为

$$\boldsymbol{D}_{X(0)} = \boldsymbol{D}_{X(\cdot/0)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{D}_{\xi^0} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{D}_{\xi^0} \end{bmatrix} \tag{4-96}$$

(3) 动态噪声的初始方差阵

当瞬时速率作为状态参数时，则瞬时加速率为动态噪声，其方差阵为

$$\boldsymbol{D}_{\Omega}(0) = 4\Delta t^{-4}\boldsymbol{D}_{\xi^0} \tag{4-97}$$

这样，根据前两期经典平差获得的系统初始状态，利用以后各期的观测值，由滤波方程式(4-89)，即可获得系统在观测瞬间的状态。根据两期间系统状态参数间的差异，采用统计假设检验，即可判定两期间系统是否存在形变。

二、GPS 监测网形变分析

设 t_{K-1}、t_K 时刻位置参数的滤波值分别为 $\boldsymbol{X}_{(K-1/K-1)}$、$\boldsymbol{X}_{(K/K)}$，则 $\Delta\boldsymbol{X}_K = \boldsymbol{X}_{(K-1/K-1)} - \boldsymbol{X}_{(K/K)}$。因为卡尔曼滤波值是正态随机观测向量的线性最小方差无偏估计，则 ΔX_K 服从正态分布。因此，可采用 μ 检验法来检验动态系统在两次观测期间是否有显著的变化。即在两期间，GPS 监测网是否产生了形变。

检验统计量为

$$\mu_i = \Delta X_K^i / d_K^i \tag{4-98}$$

式中 d_K^i 为

$$d_K^i = D_{X(K-1/K-1)} + D_{X(K/K)}$$

的主对角元素的平方根。选取检验水平 α，当

$$\mu_i < \mu_{\frac{1}{2}\alpha} \qquad i = 1,2,\cdots,n$$

时，接受零假设，认为该点在两期间发生了形变，而形变的大小即为 ΔX_K；否则认为该点在两期观测间没有显著的形变。

三、GPS 监测网数据处理抗差卡尔曼滤波模型

卡尔曼滤波理论对动态系统提出了严格的要求，见式(4-88)，即要求系统噪声和观测噪声为零均值白噪声。这一条件在实践中难以满足，致使滤波结果失真。在 GPS 监测网观测过程中，由于受到周跳、整周模糊度解算误差及多路径效应等的影响，致使基线向量中含有粗差。当采用标准卡尔曼滤波模型的结果进行变形分析时，则不可避免地导致变形分析结果的失真。作者根据观测值中的粗差对状态向量滤波值的影响规律，构造了 GPS 监测网动态数据处理的抗差卡尔曼滤波模型，以抵抗基线向量中的粗差对变形分析结果的影响。

1. 观测粗差对状态向量的影响

对于 GPS 变形监测网，当观测向量中含有粗差时，则系统的观测方程应为

$$\tilde{L}_K = B_K X_K + H_K \epsilon_K + \Delta_K \tag{4-99}$$

式中　H_K——K 时刻的粗差干扰矩阵，由元素0和1组成；

ϵ_K —— 粗差。

此时若仍然按标准滤波模型进行滤波，则含有粗差影响的预测残差为

$$\tilde{E}_K = \tilde{L}_K - B_K X_{(K/K-1)} = E_K + H_K \epsilon_K \tag{4-100}$$

即粗差在预测残差中得到了全部反映，则此时状态向量为

$$\tilde{X}_{(K/K)} = X_{(K/K-1)} + J_K \tilde{E}_K \tag{4-101}$$

即观测值中的粗差通过状态增益矩阵 J_K 影响到状态向量滤波值。由于我们不知道粗差位置及其大小，实际上仍然按式(4-89)计算

状态向量的滤波值。因为粗差在预测残差中得到了全部反映，如果我们能根据预测残差对增益矩阵加以限制的话，则可达到消除或削弱观测值中的粗差对状态向量滤波值影响的目的，从而实现卡尔曼滤波对观测值中粗差的抗差化。

由于观测值 L_K 与预测值 $X_{(K/K-1)}$ 是相互独立的，则预测残差的方差阵为

$$D_E(K) = D_\Delta(K) + B_K D_{X(K/K-1)} B_K^{\mathrm{T}} \tag{4-102}$$

将观测方程改写成误差方程，有

$$V_K = B_K X_{(K/K-1)} - L_K = -(I - B_K J_K) E_K \tag{4-103}$$

由式(4-102)得

$$D_\Delta(K) D_E^{-1}(K) = I - B_K D_{X(K/K-1)} B_K^{\mathrm{T}} D_E^{-1}(K) = I - B_K J_K \tag{4-104}$$

将式(4-104)代入式(4-103)得

$$V_K = -D_\Delta(K) D_E^{-1}(K) E_K \tag{4-105}$$

则

$$D_V(K) = D_\Delta(K) D_E^{-1}(K) D_\Delta(K) \tag{4-106}$$

由式(4-104)，则式(4-105)、(4-106)为

$$V_K = -[D_V(K) D_\Delta^{-1}(K)] E_K = -(I - B_K J_K) E_K \tag{4-107}$$

$$D_V(K) = (I - B_K J_K) D_\Delta(K) \tag{4-108}$$

在误差可靠性理论中，与式(4-107)相应的表达式为

$$V_K = -[Q_V(K) Q_\Delta^{-1}(K)] E_K \tag{4-109}$$

在取观测值的先验方差因子为1的情况下，式(4-107)和式(4-109)是一致的。因此，根据误差处理和可靠性理论，可定义[$D_V(K)$ $D\Delta^{-1}(K)$]的第 j 个对角元素为第 j 个观测值的多余观测分量 r_j。由式(4-107)可看出，多余观测分量 r_j 取决于 GPS 监测网的设计矩阵 B_K 和增益矩阵 J_K，基经向量中的粗差通过多余观测分量影响到状态参数滤波值。

2. 抗差卡尔曼滤波模型

当基线向量观测值中含有粗差时，可以采用粗差识别方法对粗差进行定位。有关文献中采用的检验统计量为

$$W_j = \frac{V_j(K)}{\sigma_0 \sqrt{Q_{V_j}(K)}} \sim N(0,1) \tag{4-110}$$

采用粗差探测方法识别观测值中的粗差，影响到GPS监测网数据处理的自动化程度。若采用抗差估计，既可以消除或削弱粗差对滤波成果的影响，又不需要进行人工干预，这对于GPS监测网的数据处理来说，显得尤为重要。

从式(4-101)可以看出，观测向量中的粗差通过状态增益矩阵 $\boldsymbol{J}_K$ 影响到状态向量滤波值。由于粗差在预测残差中得到了全部反映，如果我们能根据预测残差对增益矩阵加以限制，则可达到消除或削弱观测值中的粗差对状态向量影响的目的，从而实现卡尔曼滤波对观测值中粗差的抗差化。根据抗差估计理论，称这种受到限制的增益矩阵为等价增益矩阵。抗差卡尔曼滤波模型的抗差效果，取决于等价增益矩阵。通过分析，构造如下的等价增益矩阵

$$\tilde{\boldsymbol{J}}_{ij}\begin{cases}\boldsymbol{J}_{ij}, & S_j \leqslant K_0 \\ \boldsymbol{J}_{ij} \times \dfrac{k_0}{S_j} \times \left(\dfrac{k_1 - S_j}{k_1 - k_0}\right)^2, & k_0 < S_j \leqslant k_1 \\ 0, & S_j > k_1\end{cases} \tag{4-111}$$

式中 K_0、k_i 为抗差参数。k_0称为分位参数，取 $k_0 = 2.5 \sim 3.5$；k_i 称为淘汰点，取 $k_i = 3.5 \sim 4.5$。而

$$S_j = |r_j E_j| \sqrt{D_{V_j}(K)} \tag{4-112}$$

式(4-112)中，E_j 为观测向量 j 的预测残差，按式(4-90)的第四式计算；r_j 为观测向量 j 的多余观测分量，按式(4-107)计算；$D_{V_j}(K)$ 为观测向量 j 的方差，按式(4-108)计算。则等价增益矩阵根据 S_j，对观测向量 j 或剔除不用，或降低其对状态向量的影响，或完全利

用该观测向量。

实际上，抗差卡尔曼滤波的抗差效果，取决于判定标准 S_i，当 S_i 不合适时，则由式(4-111)和式(4-112)构造的等价增益矩阵起不到抗差效果。与式(4-110)相比，式(4-112)充分顾及了粗差在预测残差中得到了全部反映这一特点，同时也简化了计算工作。此外，由式(4-111)和式(4-112)构造的等价增益矩阵考虑到了预测残差和监测网的多余观测分量对状态向量滤波估值的影响。从经典平差理论来看，即顾及到观测空间和设计空间对参数估值的影响。因此这种抗差卡尔曼滤波模型，对观测空间和设计空间均具有良好的抗差作用。

3. 抗差卡尔曼滤波方程的解算

抗差卡尔曼滤波需迭代求解。首先按式

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{X}^{(t)}_{(K/K-1)} &= \boldsymbol{X}^{t-1}_{(K/K)} \\ \boldsymbol{E}^{(t)} &= \boldsymbol{L}_K - \boldsymbol{B}_K \boldsymbol{X}^{(t)}_{(K/K-1)} \end{aligned}\right\} \tag{4-113}$$

计算第 t 次迭代时的状态向量的预测值及观测值的预测残差，即将第$(t-1)$步状态向量的抗差滤波值 $\boldsymbol{X}^{t-1}_{(K/K)}$ 作为第 t 步抗差滤波时状态向量的预测值 $X^{(t)}_{(K/K-1)}$，并据此计算第 t 步的预测残差；然后按式(4－111)和式(4-112)计算等价增益矩阵；第三步，按式

$$\boldsymbol{X}^{t}_{(K/K)} = \boldsymbol{X}^{(t)}_{(K/K-1)} + \tilde{\boldsymbol{J}}^{(t)}_K \boldsymbol{E}^{(t)}_K \tag{4-114}$$

计算第 t 步抗差滤波值。当前后两次迭代计算的状态向量滤波值之差小于迭代收敛精度时，则本期抗差滤波结束。在式(4-113)中，当 $t=1$时 $\boldsymbol{X}^{(0)}_{(K/K)}$ 是标准卡尔曼滤波模型计算得的滤波值。这种迭代算法有助于加快迭代收敛速度。当抗差滤波结束后，按式

$$\boldsymbol{D}_{X(K/K)} = (\boldsymbol{I} - \tilde{\boldsymbol{J}}_K \boldsymbol{B}_K)\boldsymbol{D}_{X(K/K-1)} \tag{4-115}$$

计算本期抗差滤波的状态向量方差阵，其中的等价增益矩阵是抗差滤波收敛时的结果。

按上述步骤对下一期观测数据进行抗差卡尔曼滤波处理。最

后根据滤波结果，即可采用二中的方法来检验GPS监测网在两期观测间监测点上是否发生了变形及变形值的大小。

§4.7　GPS高程

由GPS相对定位得到的基线向量，通过GPS网平差，可以得到高精度的大地高差。如果网中有一点或多点具有精确的WGS－84大地坐标系的大地高程，则在GPS网平差后，可求得各GPS点的WGS－84大地高 H_{84}。H_{84}可以作为监测网变形分析的高程基准。

但在实际应用中，地面点的高程采用正常高系统。地面点的正常高 H_s 是地面点沿铅垂线至似大地水准面的距离。这种高程是通过水准测量来确定的。这就有必要找出GPS点的大地高 H_{84} 与正常高程 H_s 的关系，并用一定的方法将 H_{84} 转换为 H_s。

图4-6所示为大地高与正常高之间的关系，其中，ζ 表示似大地水准面至椭球面间的距离，叫做高程异常。显然，如果知道了各GPS点的高程异常 ζ 值，则不难由各GPS点的大地高 H_{84} 求得各GPS点的正常高 H_s 值。如果同时知道了各GPS点的大地高 H_{84} 和正常高 H_s，则可以求得各点的高程异常 ζ

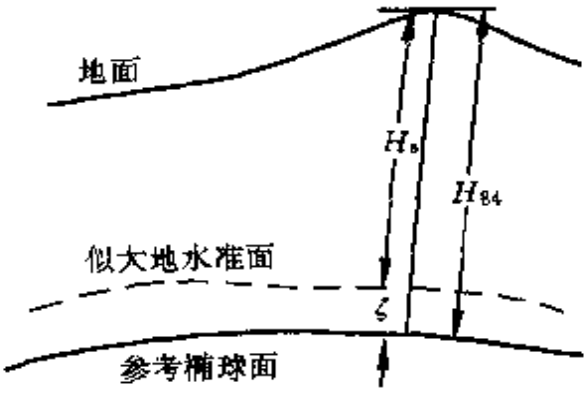


图4-5　大地高与正常高的关系

$$H_s = H_{84} - \zeta$$

或

$$\zeta = H_{84} - H_s \tag{4-116}$$

由此可见，研究GPS高程的意义有两个方面，一是精确求定GPS的正常高，一是求定高精度的似大地水准面。故通常又称利

用 GPS 和水准测量成果确定似大地水准面的方法为 GPS 水准。

实际上，很难获得高精度的高程异常 ζ 值，而 GPS 单点定位误差又较大，一般测区内缺少高精度的 GPS 基准点，GPS 网平差后，很难得到高精度的大地高 H_{84}。所以很难应用上式精确地计算各 GPS 点的正常高。

精确计算各 GPS 点的正常高 H_s，目前主要有 GPS 水准高程（简称 GPS 水准）、GPS 重力高程和 GPS 三角高程等方法。本节主要讲述 GPS 水准高程方法。

GPS 水准高程，是目前 GPS 作业中最常用的一种方法。

目前，国内外用于 GPS 水准计算的各种方法主要有：绘等直线图法；解析内插法（包括曲线内插法、样条函数法和 Akima 法）；曲面拟合法（包括平面拟合法、多项式曲面拟合法、多面函数拟合法、曲面样条拟合法，非参数回归曲面拟合法和移动曲面法）等。

下面介绍变形监测中常用的 GPS 水准高程计算方法。

一、解析内插法

当 GPS 点布设成测线时，可应用以下曲线内插法，求定待求点的正常高。其原理是：根据测线上已知点平面坐标和高程异常，用数值拟合的方法，拟合出测线方向的似大地水准面曲线，再内插出待求点的高程异常，从而求出点的正常高。

（1）多项式曲线拟合法

设点的 ζ_i 与 x_i（或 y_i 或拟合坐标）存在的函数关系（$i=0,1,2,\cdots,n$）可以用下面 $m(m\leqslant n)$ 次多项式：

$$\zeta(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_m x^m \qquad (4\text{-}117)$$

来拟合。

在已知点处的高差 $R_i=\zeta_m(x_i)-\zeta_i$，在 $\sum R_i^2=\min$ 条件下解各 a_i，继而求出各点的 ζ，从而获得点的 H_s。

（2）三次样条曲线拟合法

当测线长，已知点多，ζ 变化大时，按 $\sum R_i^2=\min$ 解求的 a_i 误差会增大，故通常总采取分段计算，这样使曲线在分段点上不连续，也影响拟合精度。为此，采用三次样条法来拟合。

设过 n 个已知点，ζ_i 和 x_i（或 y_i 拟合坐标）在区间$[x_i, x_{i-1}](i=0,1,2,\cdots,n-1)$上有三次样条函数关系：

$$\begin{aligned}\zeta(x)=&\zeta(x_i)+(x-x_i)\zeta(x_i,x_{i+1})\\&+(x-x_i)(x-x_{i+1})\zeta(x,x_i,x_{i+1})\end{aligned}\tag{4-118}$$

式中　x——待点坐标；

x_i、x_{i+1}——待求点两端已知点的坐标。

其中 $\zeta(x_i,x_{i+1})$ 为一阶差商。$\zeta(x_i,x_{i+1})=(\zeta_{i+1}-\zeta_i)/(x_{i+1}-x_i)$；$\zeta(x,x_i,x_{i+1})$ 为二阶差商，$\zeta(x,x_i,x_{i+1})=1/6[\zeta''(x_i)+\zeta''(x)+\zeta''(x_{i+1}]$，而 $\zeta''(x_i)(i=1,2,\cdots,n-1)$，满足系数矩阵为对称三角阵的线性方程组：

$$\begin{aligned}&(x_i-x_{i-1})\zeta''(x_{i-1})+2(x_{i+1}-x_{i-1})\zeta''(x_i)\\&\quad+(x_{i+1}-x_i)\zeta''(x_{i+1})\\&=6[\zeta''(x,x_{i+1})-\zeta(x_{i-1},x_i)]\\&\zeta(x_0)=\zeta''(x_n)=0\end{aligned}\tag{4-119}$$

用追赶法解(4-119)方程组，可求出 $\zeta''(x_i)$ 和 $\zeta(x_i,x_{i+1})$，而

$$\zeta''(x)=\zeta''(x_i)+(x-x_i)\zeta''(x_i,x_{i+1})\tag{4-120}$$

二、曲面拟合法

当GPS点布设成一定区域面时，可以应用数学曲面拟合法求待定点的正常高。其原理是，根据测区中已知点的平面坐标 x、y（或大地坐标 B、L）和 ζ，用数值拟合法，拟合出测区似大地水准面，再内插出待求点的 ζ、从而求出待求点的正常高。下面介绍几种常用的拟合方法。

(1) 多项式曲面拟合法

设点的 ζ 与平面坐标(x,y)或(B,L)有以下关系：

$$\zeta = a_0 + a_1\Delta B_i + a_2\Delta L_i + a_3\Delta B_i^2 + a_4\Delta L_i^2 + a_5\Delta B\Delta L \tag{4-121}$$

其中

$$\Delta B = B_i - B_0 \qquad \Delta L_i = L_i - L_0$$

$$B_0 = \sum_{i=1}^{n} B_i/N \qquad L_0 = \sum_{i=1}^{n} L_i/N \tag{4-122}$$

根据 m 个公共点的 ζ 值可确定多项式(4-121)中的系数 a_j。确定了多项式中各系数后，即可应用该多项式求出 m 个已知点以外的各点的高程异常 ζ_j，($j=m+1, m+2, \cdots, n$)，然后由(4-121)式计算其正常高 H_s 值。

根据公共点的多少，可以选择多项式的不同项数进行曲面拟合。对于不同测区，可以选择平面型、完全二次型或非完全二次型等多项式模型。

研究计算表明，对地形有起伏的或高程较大的测区，下边的多项式中的正余弦项及高程 H 项对高程异常的拟合有某种程度的补偿作用。

$$\zeta_i = a_0 + a_1 B + a_2 L + a_3 H + a_4\cos B + a_5\sin L + a_6\sin H \tag{4-123}$$

拟合计算后，各已知高程点也会有拟合高程值。可以求出拟合高程与已知高程之差。对于拟合后出现较大高程之差的点，应考虑其可能具有粗差而将其剔除后，再重新进行拟合计算，这样可提高拟合精度。

(2) 曲面样条拟合法

曲面样条拟合法是基于无限大平板小挠度方程的数学模型，设点的 ζ 与点的坐标 x、y 存在如下样条关系：

$$\left.\begin{aligned}\zeta(x,y) &= a_0 + a_{1x} + a_{2y} + \sum_{i=1}^{n} F_i r_i^2 \ln r_i^2 \\ \sum_{i=1}^{n} &= \sum_{i=1}^{n} x_i F_i = \sum_{i=1}^{n} y_i F_i = 0\end{aligned}\right\} \tag{4-124}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}a_0 &= \sum_{i=1}^{n} [A_i + B_i(x_i^2 + y_i^2)] \\ a_1 &= -2\sum_{i=1}^{n} B_i x_i \\ a_2 &= -2\sum_{i=1}^{n} B_i y_i \\ F_i &= P_i/(16\pi D) \\ r_i^2 &= (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2\end{aligned}\right\} \tag{4-125}$$

式中　x_i、y_i——已知点的坐标；

x、y——待求点的坐标；

A_i、B_i——待定系数；

P_i——一点的负载；

D——刚度。

对于每一个公共点都可以列出一个$\zeta(x,y)$方程，对于n个公共点列出$n+3$个方程，求解出$n+3$个未知系数a_0、a_1、a_2、F_1、F_2、…、F_n。求解方程组(4-124)时，至少应有三个公共点。

三、多项式曲面拟合精度评定

为了能客观评定GPS水准计算的精度，在布设几何水准联测点时，适当多联测几个GPS点，其点位也应均匀地分布全网，以作外部检核用。

(1) 内符合精度

根据参与拟合计算已知点的ζ_i值与拟合值ζ_i'，用$V_i = \zeta_i' - \zeta_i$求拟合残差V_i，按下式计算GPS水准拟合计算的内符合精度m：

$$m = \pm\sqrt{[VV]/(n_0 - 1)} \tag{4-126}$$

式中　n_0——　V 的个数。

(2) 外符合精度

根据核检点 ζ_i 与拟合值 ζ_i' 之差 v_i，按下式计算GPS水准的外符合精度 M：

$$M = \pm\sqrt{[vv]/(n - 1)} \tag{4-127}$$

式中　n　—检核点数。

(3) GPS水准精度评定

① 根据检核点至已知点的距离 L(单位：km)，按下表计算检核点拟合残差的限值，以此来评定GPS水准所能达到的精度。

表4-1

等　　级	允许残差/mm
三等几何水准测量	$\pm 12\sqrt{L}$
四等几何水准测量	$\pm 20\sqrt{L}$
普通几何水准测量	$\pm 30\sqrt{L}$

② 用GPS水准求出的GPS点间的正常高程差，在已知点间组成附合或闭合高程导线，按计算的闭合差 W 与表4-1中允许残差比较，来衡量GPS水准达到的精度。

(4) 外围点的精度估算

各种拟合模型都不宜外推，但在实际工作中，测区的GPS点不可能全部都包含在已知点连成的几何图形内。对这些外围点，GPS水准计算时只能外推，外推点的残差按下式来估算：

$$V = a + cD \tag{4-128}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} c &= (\sum DV - \sum D\sum V/n)/(\sum D^2 - (\sum D)^2/n \\ a &= \sum V/n - C\sum D/n \end{aligned}\right\} \tag{4-129}$$

D 是待求点至最近已知点的距离(单位:km),系数 a,c 可根据测区部分外围检核点按式(4-129)计算出。

按式(4-128)计算出残差 V,根据表4-1估算精度。

四、提高 GPS 水准精度的措施

从理论研究和实践经验可知,提高 GPS 水准精度应注意以下几个方面。

1. 提高大地高(差)测定的精度

大地高(差)测定的精度是影响 GPS 水准精度的主要因素之一。因此,要提高 GPS 水准的精度,必须有效地提高大地高(差)测定的精度,其措施主要有:

(1) 提高局部 GPS 网基线解算的起算点坐标的精度

研究表明,当起算点坐标有10 m 误差时,对其他 GPS 点的高程会产生10 mm 的误差。因此,应尽量采用国家 A、B 级 GPS 网点为局部 GPS 网的起算点。

(2) 改善 GPS 星历的精度

用精密星历比用广播星历可提高精度34%。我们应建立自己的测轨系统,提供精密星历服务。

(3) 选用双频 GPS 接收机。

(4) 观测时应选择最佳的卫星分布。

(5) 减弱多路径误差和对流层延迟误差。

(6) 大于10 km 的 GPS 网点应实测气象参数。

实践表明,当边长大于10 km,两端点气压差为7 Pa,气温差为2 ℃,相对湿度差为4%,此时用实测气象参数与取平均气象参数对基线处理的边长仅产生1 mm 误差,对大地高差产生0.1 m 误差。

2. 提高联测几何水准的精度

据分析，采用四等几何水准联测的误差，约占GPS水准总误差的30%。因此，尽量采用三等几何水准来联测GPS点。对特殊应用的GPS网，应用二等精密水准来联测，以利于有效提高GPS水准的精度。

3. 提高转换参数的精度

提高转换参数精度的方法是利用我国已有的VLBI和SLR站的地心坐标转换参数，或利用国家A、B级GPS网点来推算转换参数。但这一项误差在GPS水准中是次要的。

4. 提高拟合计算的精度

提高拟合计算的精度办法是：

(1) 根据测区似大地水准面变化情况，合理地布设已知点，并选定足够的已知点。已知点位，应均匀地布设于测区。测区周围应有几何水准联测点，由这些已知点连成的多边形，应包围整个测区。因拟合计算不宜外推，否则会发生振荡。

(2) 根据不同测区，选取合适的拟合模型。对高差大于100 m的测区，一般要加地形改正。

(3) 对含有不同趋势地区的大测区，可采取分区计算的办法。

(4) 计算时，坐标取到米或10 m，但高程异常应取到mm。计算结果应由计算机绘出测区高程异常等值线图，以便分析测区高程异常变化情况，提高拟合计算精度。

从以上分析和国内外GPS水准实践情况看，在局部GPS网中，采用拟合法进行计算，GPS水准高程的内符合精度一般可达2.0×10^{-6}左右。对于测区面积不大的平坦地区，特别是测区内高程异常的变化有规律的地区，公共点分布均匀的情况下，多项式曲面拟合法能够达到比较理想的精度。只要用三等几何水准联测已知点，点位分布合理，点数足够，GPS水准可代替四等几何水准；在山区，只要加地形改正，也可达到四等几何水准的精度。

具体应用请参阅文献[2]和文献[8]。

根据以上GPS水准高程的精度，GPS水准高程用于一般地面沉降监测可以用GPS定位与水准测量相结合的方式，发挥GPS测量的优越性。对于较高精度的地面沉降观测，可以用各监测点的WGS－84大地高作为基准进行变形分析，即各期高程基准都以第一期高程为基准，但仍要采用坐标转换或曲面拟合的方法实现基准的统一。

§4.8　GPS监测网变形分析

工程测量规范关于变形测量一章中规定，在变形测量观测工作结束后应对监测网进行平差计算与精度评定，进行监测网点位稳定性检验，根据工程需要提交监测点位移成果表，绘制观测点位置图，绘制观测点水平位移和垂直位移曲线图，提交变形分析报告。归纳起来就是对观测资料进行整理，计算变形值，进行变形分析。

一、观测资料的整理与变形值的计算

观测资料的整理包括检查野外观测记录，对不合要求的应立即进行重测，对观测结果进行平差计算，最终得到监测点的位置（平面坐标和高程）及其变化量。

变形值的计算包括：

1. 计算移动值

常规测量一般要计算水平位移、垂直位移量。水平位移指沿x、y轴方向的位移或沿视准线方向上的纵向和横向位移，垂直位移一般指下沉量。考虑到GPS形变监测网的数据类型，位移值的计算还应包括X、Y、Z三个坐标轴方向的三维移动量，即空间移动分量，以及投影到平面上的水平移动和垂直移动分量（垂直位移可以大地高也可以转换后的水准高表示）。

2. 绘制各种变形曲线图

(1) 观测点变形过程曲线。将每个观测点的水平位移或下沉量或空间移动分量随观测时间的顺序排列绘出变化过程曲线图。

(2) 水平位移分布图。在变形观测平面图上绘出各观测点的水平位移分布图。

(3) 下沉等值线图。在变形观测平面图上标注各观测点的下沉值，用内插法绘制下沉等值线图。从图上可清楚地看出下沉分布情况。

(4) 视准线纵向下沉剖面图。以视准线为横坐标，以垂直向下方向为纵坐标轴。横坐标轴上标明观测点位置，纵坐标轴表示下沉量，绘出其曲线图。

(5) 与其他因素有关的相关曲线图。如地表下沉与地下水位的下降关系图；水坝的位移与上游水位关系图；建筑物下沉与荷载关系图；边坡移动与排土场堆上量的关系图等。

二、对变形观测资料的分析

对变形观测资料的分析包括计算变形值；定性分析变形产生的原因和规律；定量分析变形规律并导出变形值与有关影响因素的函数关系；在定性定量分析的基础上预测变形范围并依据标准制定建筑物的安全性。

1. 变形值的计算

依据§1.4中变形分指标计算各期观测结果对首期结果或各期结果之间的位移量或下沉量后，分别计算倾斜 i、曲率 k 以及水平变形 ε 等变形指标。根据实际需要，如对滑坡观测，只需计算观测点各期对首期的水平位移及下滑值，绘制位移—时间曲线或滑动速度曲线即可进行变形分析。

2. 对变形的定性与定量分析

定性分析即成因分析，如对建筑物下沉与作用在它上面的荷载加以分析；采动区地表位移与采空区岩层移动下沉的分析；城市

地表下沉与过量抽取地下水的分析等等。

定量分析主要指统计分析。如变形监测点的稳定性分析、回归分析以及模糊聚类分析等。下面论述几种定量分析的原理及方法。

3. 变形预报

依据变形分析，计算最终变形值，根据规定的允许和极限变形值判断是否会出现危及安全的过大变形。对于滑坡形变则需要根据动态变化情况对滑坡失稳临界点作出估计。对采动区地表移动应定出移动盆地边界以及地表移动对建筑物(构筑物)的影响。

三、监测网点位稳定性分析

对监测网点位稳定性分析的主要目的是判断网中有无固定点或相对稳定点，以便在变形分析中采用合适的基准。

1. 有起算数据的监测网点位稳定性分析

有起算数据的监测网其已知的起算点一般是固定点。认为起算点不动，可以分析变形点的稳定性，即哪些点为相对稳定点，哪些点为变形点。如果对起算数据点也怀疑其稳定性，则应分析起算点的稳定性。分析的方法是根据两期观测点坐标的变化的限差检验法进行。方法如下：

(1) 依据起算数据对两期观测分别作经典平差。两期的平差结果为 X_1、X_2及 Q_{XX1}、Q_{XX2}。下标1、2分别表示第1、第2期观测。

(2) 计算各点两期的坐标差 $\mathrm{d}X$ 及其协方差 $Q_{\mathrm{d}X}$

$$\mathrm{d}X = X_2 - X_1 \tag{4-130}$$

$$Q_{\mathrm{d}X} = Q_{XX1} + Q_{XX2} \tag{4-131}$$

(3) 计算坐标差 $\mathrm{d}X$ 的中误差 $\hat{\sigma}_{\mathrm{d}_X}$

$$\hat{\sigma}_{\mathrm{d}X} = \hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{\mathrm{d}X}} \tag{4-132}$$

式中　$\hat{\sigma}_0$ ——两期观测单位权中误差的平均值。

$$\hat{\sigma}_0^2 = (f_1\sigma_1^2 + f_2\sigma_2^2)/(f_1 + f_2) \tag{4-133}$$

式中　f_1、f_2　—两期相应的多余观测数。

(4) 若取2倍中误差作为限差，则检验式为

$$|\mathrm{d}X| \leqslant 2\hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{\mathrm{d}X}} \tag{4-134}$$

需要说明的是，上述式中的 X、$\mathrm{d}X$ 在平面监测网中应为各点的 X、Y 坐标及其坐标差；在三维网中应为各点的 X、Y、Z 坐标及其坐标差；在水准网中应为各点的高程及其高程之差。

如果怀疑起算点不稳定应将怀疑的起算点当作变形点，同样用上述的限差检验法。

当一个点的两期观测坐标差满足式(4-134)时，认为是稳定点，否则认为存在位移。

2. 秩亏自由网点位稳定性分析

对于无起算数据的秩亏自由网，可以根据多期观测点位的变化来分析点位的稳定性。其方法如下：

(1) 对监测网的各期观测，取相同的近似坐标，分别进行秩亏自由网平差，对各点取多期的平均点位 $\overline{X}_i$，i 为点号。

(2) 计算各期相对于平均点位的偏差 V_{i1}、V_{i2}、…、V_{ik}。下标 k 为期号。

(3) 用各期偏差 V_{ik} 计算各点的均方差 $\hat{\sigma}$

$$\hat{\sigma} = \pm \sqrt{\frac{[VV]}{k-1}} \tag{4-135}$$

(4) 当点位稳定时应满足下述检验式

$$\hat{\sigma} \leqslant 2\hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{XX}} \tag{4-136}$$

3. 对稳定点的整体检验法

(1) 计算任意两期各点的坐标差 $\mathrm{d}X$ 及其协方差阵 $Q_{\mathrm{d}X}$。见式(4-130)及(4-131)。

(2) 计算坐标差的均方差 $\hat{\sigma}^2_{\mathrm{d}X}$。见式(4-132)。如果 $\mathrm{d}X$ 中不含变形信息，则 $\hat{\sigma}^2_{\mathrm{d}X}$ 是单位权方差 $\hat{\sigma}^2_0$ 的无偏估计。

(3) 用 F 检验法。构成统计量

$$F = \frac{\hat{\sigma}_{dX}^2}{\hat{\sigma}_0^2} \sim F(f_{dX}, f) \tag{4-137}$$

式中　f_{dX}为dX中相互独立的变量个数，$f = f_1 + f_2$为两期观测自由度个数之和。如果通过检验，则认为位移不显著。

4. 单点检验法

(1) 用t检验法检验单个点的稳定性

在两期观测精度相同的情况下，用t检验法逐点进行位移显著性检验。

设某点两期坐标差为$dX = X_2 - X_1$，其方差为$\sigma_{dX}^2 = \sigma_0^2(q_{X1} + q_{X2})$，构成$t$统计量

$$t = \frac{dX - (D_2 - D_1)}{\sigma_0\sqrt{q_{X1} + q_{X2}}} \Big/ \sqrt{\frac{f_1\hat{\sigma}_1^2 + f_2\hat{\sigma}_2^2}{f\sigma_0^2}} = \frac{dX - (D_2 - D_1)}{\hat{\sigma}\sqrt{q_{X1} + q_{X2}}} \tag{4-138}$$

式中　D_2、D_1——点位在第2、第1期的期望值。

如果dX中不含变形信息，则$D_2 = D_1$。原假设$D_1 - D_2 = 0$，进行t检验后，如果原假设成立，则点位移不显著。

(2) 利用变形误差椭圆法(或变形误差椭球法)检验单个点的稳定性。

其原理为利用两期观测平差后的某点的误差椭圆(或误差椭球)元素计算变形误差椭圆元素，取其2倍作为极限变形误差椭圆(或误差椭球)。检查该点的位移向量是否落在变形误差椭圆(或误差椭球)内。

具体计算公式参见文献[1]。

四、回归分析方法在变形观测中的应用

变形体的变形原因往往是多方面的。变形体的变形与变形原因之间的关系比较复杂，有线性关系，也有非线性关系。所谓回归分析法即为统计的方法。首先确定变形值与变形因素之间的回归

数学模型。如果是非线性回归问题，可以化为线性问题求解。设 y 为变形值，$x_1, x_2, \cdots, x_m$ 为变形因素，又称自变量，则回归模型为

$$y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \cdots + b_mx_m + \varepsilon \qquad (4\text{-}139)$$

式中　a、b_i—— 回归系数；

ε—— 随机误差。

如果进行了 N 次观测（$N > m+1$），则可列出 N 个观测方程，应用最小二乘原理解求回归系数，最后得到回归方程或预报方程：

$$y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \cdots + b_mx_m \qquad (4\text{-}140)$$

只处理两个变量之间的回归分析称为一元回归分析，当两个变量之间的关系为线性关系时，为一元线性回归分析。在变形分析中，一元线性回归分析应用较多。如建筑物下沉量与时间的关系，水坝变形与上游水位的关系等。通过多期观测解算回归系数，建立回归方程即预报方程，从而找出变形与变形因素之间的函数关系，便可做出变形分析预报。

五、模糊聚类分析在变形观测中的应用

监测网点全部位于变形区域内时，尽管原来已有已知点，但已知点和变形观测点在形变过程中都可能产生位移或下沉。此时，以重心参考基准的秩亏自由网平差法在变形分析中会出现错误的分析结论。因为各期观测平差前后假定网的重心点不变，重心点等价于固定的起算点。如果整个网点都有变形，则重心点也会有变形。将重心点作为参考不动点，在平差时没有顾及整个网点的系统性误差。变形分析也就有了问题。纠正的方法可以从平差模型上作改进，将系统误差引入平差模型。也可以采用模糊数学理论中的动态聚类分析方法，也叫模糊聚类法。

1. 模糊聚类法的实质

基于监测网点的“稳定”与“变形”在划分上具有模糊性，把观测点的变形按稳定程度分成若干类，每个观测点仅在一个分类中，最后按一定的标准将变形观测点分为稳定点与变形点（把彼此接

近的点归为一类），这种数据处理的方法称为模糊聚类分析法。

应用模糊聚类法，首先应确定监测网点的变形关系矩阵 $\boldsymbol{R}$。根据监测网中点与点之间的连接，按照“二值逻辑”的表示方法，存在观测关系的为1，不存在观测关系的为0。

由于“变形”与“稳定”之间的模糊性，必须将用“二值逻辑”表示的普通关系矩阵 $\boldsymbol{R}$ 转化为模糊变化关系矩阵，即建立相似关系矩阵 $\underset{\sim}{\boldsymbol{R}}$。$\underset{\sim}{\boldsymbol{R}}$ 中的元素 r_{ij} 为点与点之间的变形相似系数。$0 \leqslant r_{ij} \leqslant 1$，$i$、$j=1,2,\cdots,n$。$i=j$ 时，$r_{ij}=1$，表示自我相似程度。

确定变形相似系数的工作称为标定。标定方法有十多种。根据应用条件和实际情况选取 r_{ij} 的标定公式。

经过标定之后，模糊关系矩阵 $\underset{\sim}{\boldsymbol{R}}$ 成为具有自返性（$r_{ij}=1$）和对称性（$r_{ij}=r_{ji}$）的 $n \times n$ 阶模糊相似矩阵。如果模糊相似矩阵还满足传递性，即 $\underset{\sim}{\boldsymbol{R}} \circ \underset{\sim}{\boldsymbol{R}} \subseteq \underset{\sim}{\boldsymbol{R}}$，则 $\underset{\sim}{\boldsymbol{R}}$ 为模糊等价矩阵，记为

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{R}} \circ \underset{\sim}{\boldsymbol{R}} = \underset{\sim}{\boldsymbol{R}}^2 \tag{4-141}$$

其元素

$$r_{ij}^2 = \bigvee_{k=1}^{n} (r_{ik} \wedge r_{kj}) \tag{4-142}$$

根据实际应用要求，选择不同的 λ 截矩阵 $\boldsymbol{R}_\lambda$。可以证明，只有当 $\underset{\sim}{\boldsymbol{R}}$ 为模糊等价关系矩阵时，$\underset{\sim}{\boldsymbol{R}}$ 的任意 λ 截矩阵为普通等价布尔矩阵。λ 截矩阵 $\boldsymbol{R}_\lambda$ 中的元素

$$r_{ij} = \begin{cases} 1, r_{ij} \geqslant \lambda \\ 0, r_{ij} < \lambda \end{cases} \tag{4-143}$$

根据 λ 截矩阵 $\boldsymbol{R}_\lambda$ 即可对变形点进行分类。

水平 λ 从1逐渐下降到0时，形成各种分类，称为动态聚类。

由模糊相似矩阵构造出一个新的模糊等价矩阵可以采用平方法。即

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{R}}^* = \underset{\sim}{\boldsymbol{R}}^k = \underset{\sim}{\boldsymbol{R}} \circ \underset{\sim}{\boldsymbol{R}} \circ \cdots \underset{\sim}{\boldsymbol{R}} \quad (k \text{ 次}) \tag{4-144}$$

$\boldsymbol{R}^*$ 是一个模糊等价矩阵时，同时也是一个传递闭包。

接下来的工作便是动态聚类分析。分析的关键是根据有关规程和实际测量的精确度确定 λ 截集水平值。如根据测量精度确定相似系数 r_{ij}，则取 $\lambda=r_{ij}$ 作为截集水平值，将其作为区分稳定与变形的标准。

2. 模糊聚类分析的步骤

(1) 标定

将观测位移或下沉变化转化为模糊矩阵元素 r_{ij}，r_{ij} 即为变形指数。最终得到变形模糊关系矩阵 $\underset{\sim}{R}$。

(2) 求传递闭包

用平方法求传递闭包 R^*。

(3) 进行动态聚类分析。

根据观测精度，确定 λ 截水平值，以 $r_{ij}=\lambda$ 区分稳定点与变形点。

模糊聚类法不需要有固定的已知点，求传递闭包的过程是一个系统内部均衡过程，保持了事物本来面目。既省去了繁杂的变形分析基准的选择过程，又省去了平差模型正确性的检验和点位稳定性的检验，这种方法在监测网点全部位于变形区域时是一种较好的变形分析方法。

第五章　应用实例

本章主要讲述GPS静态相对定位在地面形变测量中的应用实例。GPS静态相对定位具有布网灵活、精度高等特点。目前GPS接收机的标称精度为(1～5) mm+$1\times10^{-6}\times D$，实际应用中如果采用精密星历和相应软件，还可以使相对精度达0.1×10^{-6}。所以在地面形变监测网的布设中，点间的距离可以比常规测量长一些。这就比较容易将监测网布设成基准控制网加变形网的形式。基准控制点间以及基准控制点和变形点间的距离可以达数公里之远。基准网点可以认为固定不动(当然也要定期检测)，通过基准点与变形观测点之间的相对定位，可以精确求得变形观测点的坐标，用于变形分析。

§5.1　GPS定位技术在露天矿边坡变形监测中的应用

露天矿的范围一般在方圆数公里之内，比较适宜于GPS定位技术进行测量。随着露天矿采掘深度的不断增加，排土场的土石堆积越来越高，边坡的稳定性成了安全生产的重要隐患。需要定期对边坡进行监测，确定边坡开始滑动的时间，并在滑坡期开始后，及时监测边坡位移及其速度，作出预报，制定相应安全措施，达到安全生产的目的。

一、边坡变形测量的精度要求

《煤矿测量规程》中规定，当观测点的水平移动或下沉大于30

mm时，即认为滑坡期已经开始。目前使用的各种型号的GPS接收机，按广播星历进行相对定位的基线解算，能达到(1～5) mm＋$1\times10^{-6}\times D$的标称精度如果观测方法得当，实测精度还可提高。如果采用卫星精密星历进行基线解算，其精度可提高到亚毫米级。完全可以满足矿区地面形变测量的精度要求。

二、边坡变形监测网的布设及施测

某露天煤矿的开采场地沿煤层走向约3 km，沿倾向宽约2.5 km，设计最大开采深度300 m。采场顶帮最终边坡高290 m，加上排土场高80 m，总高达370 m。预计有可能产生较大变形甚至滑动。为此，在该矿周围及排土场边坡布设了边坡变形监测网。具体网形如图5-1所示。图中1、2、3、4号点为基准控制点，5～10号点为边坡变形观测点。

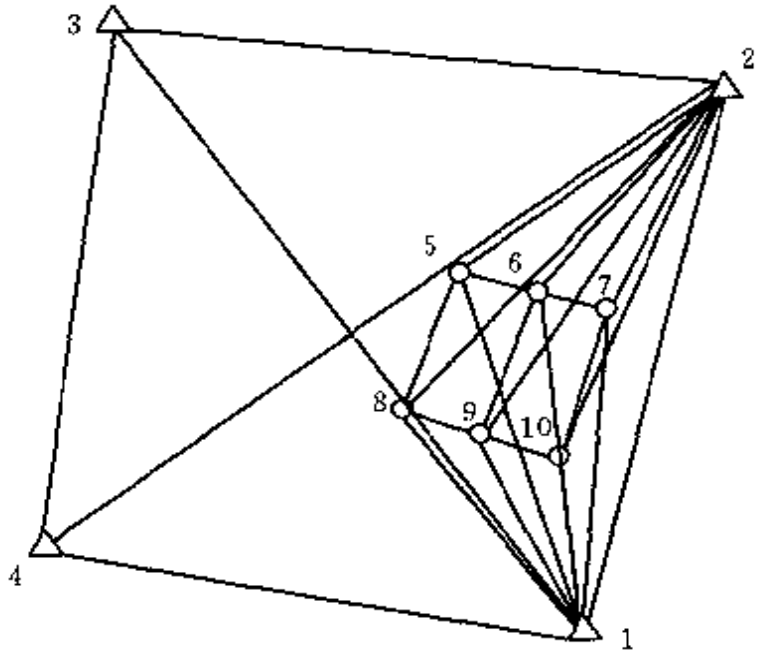


图5-1　露天煤矿GPS形变监测网

基准控制点间距离最长为5 km。变形观测点间距离为250～

750 m，基准控制点 1、2 与变形观测点间距离为 1.6～2.6 km。

采用三台 GPS 接收机进行观测的时段设计如表 5-1 所列。

表 5-1　　用三台 GPS 接收机进行观测的时段设计

时段号	点号	时段长/h	时段号	点号	时段长
1	1,2,3	3	8	1,2,9	1.5
2	1,2,4	3	9	1,2,10	1.5
3	1,3,4	3	10	5,6,8	1.5
4	1,2,5	1.5	11	6,8,9	1.5
5	1,2,6	1.5	12	6,7,9	1.5
6	1,2,7	1.5	13	7,9,10	1.5
7	1,2,8	1.5			

注：经实际观测和数据处理，设计时段长可以缩短，对于基准控制点观测时段长可为 2 h，对于变形观测点观测时段长可为 1.5 h 即能达到精度要求。

三、数据处理

1. 基线解算、计算同步环闭合差和异步环闭合差及进行 GPS 网平差

每期各条基线的解算应选择同一位置基准。基线解算按随机软件进行，解算后，计算同步环闭合差小于 2 mm，异步环闭合差小于 10 mm，GPS 网平差为固定 1 号点的无约束平差，平差后单位权中误差为 1.6 mm，点位中误差为 4.5 mm。表 5-2 列出了第一期观测的 4 个基准控制点的同步环和异步环闭合差。

表 5-2　　基准控制点同步环与异步环闭合差

环编号	时段号	闭合差 /mm			环线长 /km
		Δx	Δy	Δz	
同步 1—2—3—1	1	−0.3	+0.8	+1.0	12.4
同步 1—2—4—1	2	+0.2	−0.2	−1.0	11.4
同步 1—3—4—1	3	+2.0	+0.8	0	11.1
异步 1—2—3—1	2,1,3	+8.0	+1.5	−8.7	12.4
异步 1—2—4—1	1,2,3	+5.0	+9.7	+0.1	11.4
异步 2—3—4—2	1,3,2	+5.0	−7.5	+8.6	11.1
异步 1—3—4—1	1,3,2	−5.5	−8.4	+6.6	11.1

2. 由两期观测结果计算点的位移量

对两期观测结果分别进行基线解算。第二期观测结果进行基线解算时与第一期基线解算时的位置基准相差约 10 m。由于两期结果之间还存在尺度与方位偏差，因此，要由两期观测结果计算点的位移量，尚需进行坐标转换，即将第二期结果转换为第一期基准之下的结果，然后再计算点的位移量。也可以用曲面拟合的方法实现两期观测结果的转换。经计算，两种方法计算结果是一致的。表 5-3 列出了基准控制点两期高程及其转换后的差别。

表 5-3　　基准控制点两期高程转换及其差值

点号	H_1/m	H_2/m	$H_{2转}$/m	差值 /mm	备注
1	165.2959	164.4395	165.2946	−1.3	
2	95.1278	94.2853	95.1293	1.5	
3	152.2099	151.3111	152.2109	1.0	
4	81.1849	80.3307	81.1837	−1.2	

注：对基准控制点两期观测结果转换后的大地坐标(B, L)之差值也很小，0.0001 s，对变形观测点两期观测结果转换后的差值最大为 6 mm。

该露天矿边坡变形监测网在一年多的时间里共观测了三次，经数据处理后，观测点的位移量均很小，最大位移量为几个毫米，其变化量仍在观测误差范围之内，说明边坡是稳定的。

§5.2　GPS定位技术在矿区或城市地面沉降中的应用

一个矿区的大小一般在3～5 km范围之内，一个城市的大小在几公里至几十公里的范围之内。矿区或城市地面沉降观测一般用水准测量的方法进行。水准测量精度高，但劳动强度大，作业时间长。用GPS相对定位与水准测量相结合的方法进行矿区或城市地面沉降观测或者只用GPS相对定位方法进行矿区或城市地面沉降观测，实践证明是一种行之有效的好方法。

国内外的研究资料证明，对于数公里的短基线，GPS相对定位精度达毫米级。早在1984年，美国斯坦福粒子加速器的工程测量中，平差后位置精度达1～2 mm，高程精度2～3 mm；90年代初，中国大港油田地面垂直形变监测网中，GPS大地高测量精度为3～4 mm；1994年，苏州城市GPS形变监测网两期数据处理，GPS网平面精度为2～3 mm，高程精度5 mm；1998年，在湖北省清江隔河岩大坝GPS自动监测系统项目实践中，GPS高程形变精度达1 mm。

对于矿区地表下沉的观测，按照《煤矿测量规程》的规定分为采动后的第一次和地表移动稳定后的最后一次全面观测以及活跃期间的多次全面观测。在活跃期（缓倾斜煤层和倾斜煤层地表每月下沉值大于50 mm，倾斜煤层地表每月下沉值大于30 mm）进行不少于四次全面观测。按照这种标准，GPS静态相对定位完全能够满足矿区地表下沉的精度要求，而且能够同时得到地表平面位移和下沉的三维数据。

下面是矿区应用 GPS 相对定位技术进行地面形变测量的例子。

一、应用例一

1. 矿区地面形变监测网的布设与施测

进行矿区地面形变测量，首先需要布设基准点控制网，在此基础上布设形变观测点网。基准控制点应选在矿区地面形变区域的周围，如图 5-2 中的 1～4 点。埋设的控制点数一般以 4～6 点为宜，既保证控制点的互相检核，又不致于有过多的观测工作量。形变观测点布设在相应的变形地带，如图 5-2 中的 5～9 点，具体要求参见《煤矿测量规程》。基准控制点和形变观测点的选设还应顾及 GPS 观测的要求，如点的周围不应有高压电线、无线电发射台以及高大建筑物等。

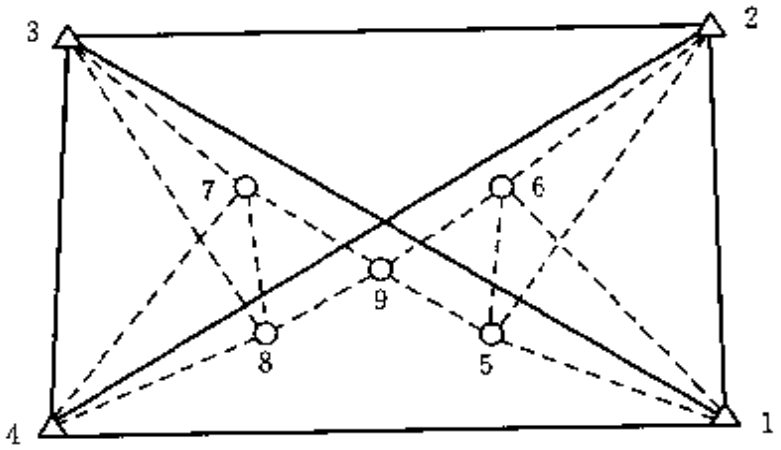


图 5-2

用 GPS 静态相对定位对监测网进行观测时，应有足够的多余观测，使观测网形成较多的重复基线边和异步环，以增强监测网的可靠性，提高定位精度。如图 5-2 所示，当采用三台 GPS 接收机时，对基准控制点 1～4 号点，可以采取四个时段的观测方案，即 1--2-3，1—2-4，1—3—4，2--3—4。对 5～9 形变观测点，采取六

个时段的观测方案，即 1—2—5，1—2—6，3—4—7，3—4—8，5—6—9，7—8—9。根据计算，网中各基线的多余观测分量为 0.5 以上，有足够高的可靠性。

对该监测网进行了两期观测。每期观测结果分别进行了基线解算，其同步环闭合差、异步环闭合差均合乎规范要求。

2. 根据两期观测结果计算点的位移量

根据两期观测结果，用坐标转换法和多项式曲面拟合法转换各 GPS 点的坐标。如图 5-2 所示，已知该监测网第一期观测 GPS 网平差结果，第二期观测 GPS 网进行了无约束平差。

以第一期平差结果为基础数据，以 1—4 号基准点坐标为基准坐标，用坐标转换法和多项式拟合法对第二期数据进行处理，计算出形变点的坐标并与第一期的结果进行比对，确定变形值。两种处理方法结果是一致的。其高程与水准测量的结果之差也在限差之内。具体数据见表 5-4。限于篇幅，仅列出高程部分。可以看出，第二期观测数据转换后，基准点稳定，5-9 号高程的变化应视为下沉的结果。

表 5-4　某矿区形变网两期 GPS 观测数据计算结果(m)

点号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
一期	31.185	226.979	115.297	45.127	69.524	67.124	99.662	79.753	55.307
二期	23.331	219.114	107.449	37.283	51.633	59.211	91.721	71.824	47.293
转换	31.186	226.978	115.296	45.128	69.485	67.065	99.563	79.672	55.145
差值	−0.001	+0.001	+0.001	−0.001	−0.039	−0.059	−0.099	−0.081	−0.162

二、应用例二

本例通过一个实测的矿区 GPS 网，将实测数据作为首期观测值，在此基础上模拟第二期观测数据并赋予粗差，然后用经典自由网平差、秩亏自由网平差、拟稳平差三种方法进行平差计算，计算

中引入抗差模型式(4-47)。三种平差方法得出一致的结果，证明了抗差估计在变形监测数据处理中的应用是成功的。

图 5-3 为某矿区一个实测 GPS 网，通过对外业观测值及平差成果的分析，该网观测值中无粗差，质量合格，作为 GPS 监测网的首期观测值。

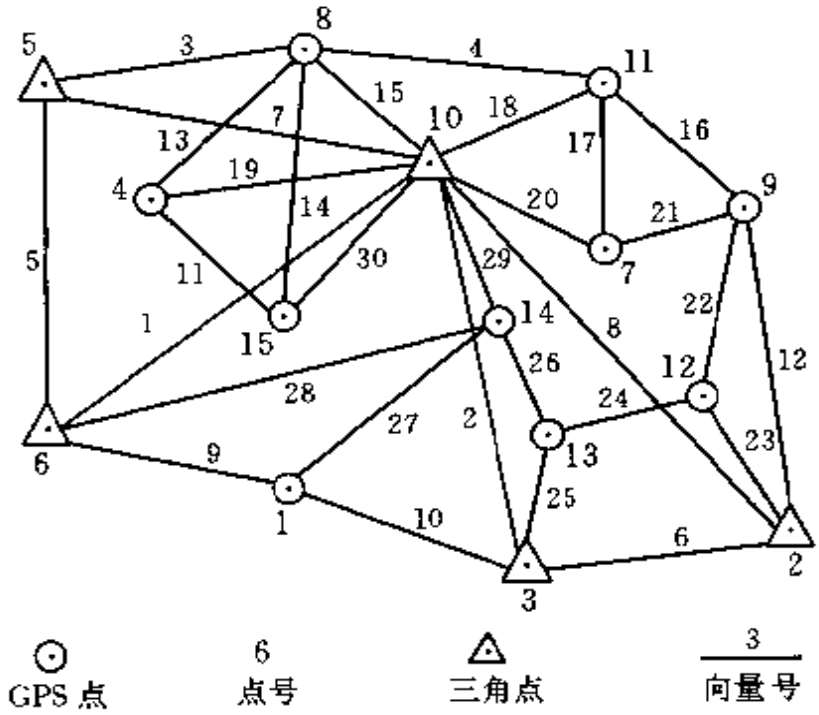


图 5-3　矿区 GPS 网

1. 模拟数据

为衡量三种静态平差模式对形变的敏感程度及抗差估计模型抵抗粗差的能力，在首期观测值的基础上按下述方法模拟第二期观测值：

(1) 在部分点(4，12，14，15 点)中加入模拟变形值 DX、DY、DZ(见表 5-5)；

表 5-5　　模拟变形值/mm

点号	DX	DY	DZ
4	−10	−8	−15
12	−8	−20	−10
14	−25	−24	−30
15	−30	−40	−55

（2）根据所加变形值，反算出基线向量观测值；

（3）在反算出的部分基线向量中加入粗差（粗差位置及其大小见表 5-6 中前两栏）。

表 5-6　　抗差估计对粗差的识别

粗差位置	粗差大小 /mm	零等价权位置 *	残差 /mm
ΔX_4	−20	10	+20.0
ΔY_7	+20	20	−19.8
ΔZ_{13}	−20	39	+19.9
ΔX_{19}	+20	55	−20.1
ΔY_{19}	−20	56	+19.9
ΔZ_{28}	+20	84	−20.2

* 零等价权位置按一个基线向量中有三个分量计。

这样，即产生了含有粗差的 GPS 监测网的第 2 期模拟观测值。

数据处理时，首先以 1 号点为基准点，对这两期观测值进行空间无约束平差，然后将经典平差结果分别转化为秩亏自由网平差结果（以第一期经典平差结果的坐标为近似值）和拟稳平差结果（拟稳点为周边的 1，2，3，5，6，8，9，11 等 8 点，以这 8 点第一期经典平差结果为近似值）。在进行第二期 GPS 网平差时，采用抗差估

计，求出各残差，以考察抗差模型的抗差效果（见表 5-6）。然后，用坐标系统转换方法，将同一种平差方法的结果转换到与第一期同一基准，以消除两期观测值中可能存在的系统性尺度偏差和方位偏差，最后进行变形分析。

2. 抗差效果与变形分析

在对第二期观测值进行抗差估计时，取 $K_0=2.5$，$K_1=3.5$，抗差估计后，等价权及其对应的残差列于表 5-6 中的后两栏。可以看出，所加的粗差已基本上在残差中得到了改正（最大相差 0.2 mm，因而克服了观测值中的粗差对平差结果的影响。可见，采用的抗差估计模型(4-47)式，具有良好的抗差效果。

表 5-7 中列出了统一基准后，三种平差方法所计算得的变形值。

表 5-7　　平差计算结果

点号	坐标	观测值无粗差时平差变形值	观测值有粗差平差各点变形值			
			LS 估计	经典抗差估计	秩亏抗差估计	拟稳抗差估计
4	x	−10.0		−10.0	−9.5	−9.3
	y	−8.0		−7.9	−8.6	−8.4
	z	−15.0		−14.4	−14.9	−14.9
12	x	−8.0	−5.3	−8.0	−7.3	−7.3
	y	−20.0		−19.7	−20.4	−20.2
	z	−10.0		−9.9	−10.5	−10.5
14	x	−25.0	−24.7	−24.9	−24.4	−24.3
	y	−24.0	−24.1	−24.0	−24.8	−24.6
	z	−30.0	−34.6	−30.5	−31.0	−31.0
15	x	−30.0	−30.5	−30.0	−29.5	−29.3
	y	−40.0	−37.2	−40.1	−40.9	−40.6
	z	−55.0	−49.2	−54.4	−55.0	−55.0

表5-7中，观测值无粗差时，秩亏自由网平差和拟稳平差计算结果与经典自由网平差一致；当观测值有粗差时，表中的LS估计为经典自由网平差结果，秩亏自由网平差和拟稳平差计算结果与经典自由网平差计算结果相差甚少，这两种情况不再列入表中。

对照表5-5和表5-7可以看出，当GPS监测网中不含粗差时，平差后计算的变形值与模拟的变形值完全相同。而当观测值中存在粗差时，若以最小二乘平差的结果进行计算，则计算结果与模拟变形值相差甚远，且本来存在形变的点，未能计算出来。

纵观表5-6和表5-7，可以看出，当观测值中存在粗差时，采用式(4-47)构造的等价权函数进行抗差估计，计算结果与模拟变形值相差甚小，最大相差1.0 mm(该处的模拟变形值为－30 mm)，与实际情况基本一致。可见，抗差估计能较好地消除观测值中存在的粗差对变形结果的影响。

通过本例的计算可以看出：

不同类型的GPS形变监测网进行数据处理时，对各期基线向量观测值，可采用经典自由网平差、秩亏自由网平差或拟稳平差的方法，采用式(4-47)构造的等价权函数进行抗差估计，能较好地剔除观测值粗差对平差结果的影响，避免了将粗差当作系统性偏差处理的缺陷，这无疑有利于获得可靠的形变信息。

鉴于变形分析必须在同一基准下进行，故应给定参考系和相应的初值。一般以首期平差坐标(或已知基准点坐标)作为各期坐标初值。对于各期观测对首期观测的尺度和方位基准的偏差，可将其作为系统性未知参数与坐标改正数一同建立模型进行平差解算，也可以应用坐标系统转换的方法将各期平差结果转换至首期观测平差计算给定的参考系。但各种计算都必须保证参与平差计算的观测值不含有粗差为前提，才能够利用平差计算结果进行正确的变形分析。

§5.3　GPS 定位技术在大坝变形监测中的应用

实践证明，对于数公里的短边长，GPS 相对定位可达毫米级精度。§5-1 与§5-2 的应用实例也说明了这一点。随着 GPS 系统的完善，GPS 接收机性能和解算软件不断改进，在短距离（二三公里以内）上能够达到亚毫米级的精度。比如目前标称精度为 1 mm $+(0.1\sim1)\times10^{-6}\times D$ 的接收机已经问世；使用精密星历和高精度的基线解算软件（如 GAMIT 软件），对观测时段长为 1 h 的观测资料的解算其水平精度优于 1 mm，垂直精度优于 1.5 mm。这样，高精度的 GPS 定位技术便可用于水库大坝的变形监测。

文献[6]中给出了 GPS 技术在隔河岩大坝变形监测的应用实例，现简介如下。

一、基准控制点与变形监测点的布设

为了提高大坝监测的精度和可靠性，在大坝两岸坚固的山岩上选定了两个点位地质条件好、点位稳定且能满足 GPS 观测条件的基准控制点。在大坝上选定了既能反映大坝形变又能满足 GPS 观测条件的 5 个监测点。5 个监测点和两个基准控制点共同组成 GPS 监测网。

大坝 GPS 监测网图如图 5-4 所示。

二、GPS 自动化监测系统的构成

GPS 接收机数据的传输采用有线和无线相结合的方法，将监测点上 GPS 接收机的观测数据和基准点上 GPS 接收机的观测数据传输给数据处理终端。整个监测系统结构如图 5-5 所示。

安置于两个基准点与 5 个监测点的 7 台 GPS 接收机昼夜连续观测，实时将观测资料传输至控制中心，进行处理、分析、贮存。从每台 GPS 接收机传输数据开始到处理、分析、变形显示为止，总

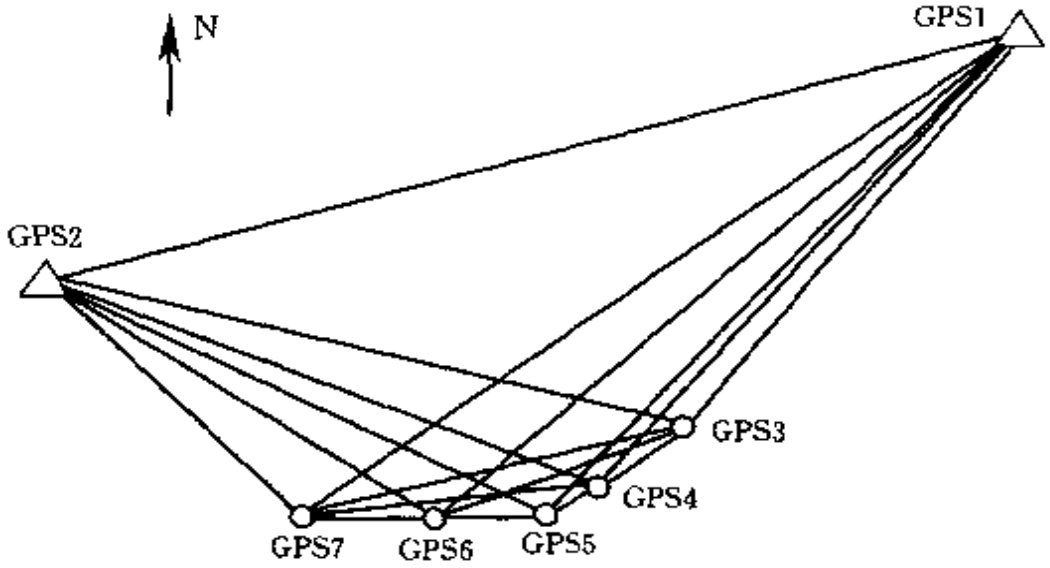


图 5-4　大坝 GPS 监测网

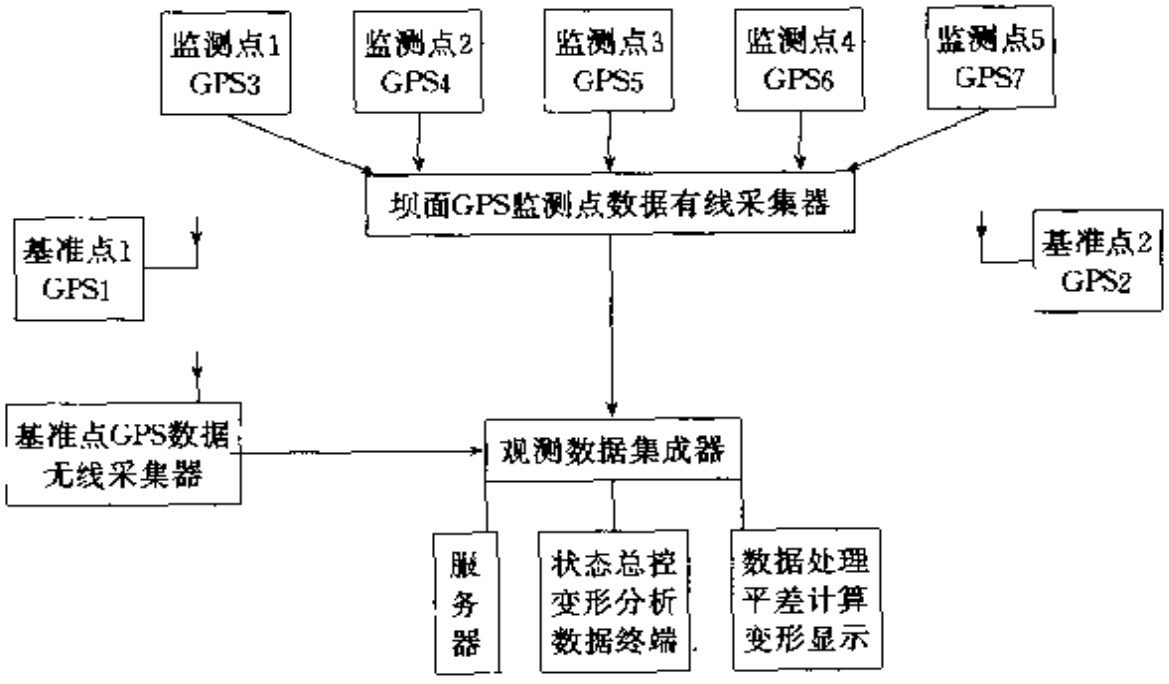


图 5-5　大坝 GPS 监测系统结构框图

共需时小于10 min。完全可以完成1 h、2 h或更长时间的相对定位结果的解算。

三、系统运行与结果分析

1. 数据传输与数据处理

坝面上5台GPS接收机通过有线指令定时(1 h、2 h或6 h)将观测数据传输至坝面数据采集器,再通过光纤送至控制中心,两个基准点的GPS观测数据也按指令通过无线方式传送至控制中心。在控制中心用GAMIT软件和GPSADJ软件分别进行基线向量的解算和GPS基线向量网平差计算。从数据传输到基线解算和平差计算约需10 min。

2. 变形分析及结果显示

平差后得到监测点的实时定位坐标。再经过坐标转换并经滤波输出变形量、变形曲线,并在屏幕上实时显示变形曲线和有关信息。变形观测数据、数据处理结果、变形分析的结果,进入数据库并定期自动转存于可擦写光盘或磁带。

3. 实时监控

在总控终端屏幕上,实时显示7台GPS接收机的工作状态。系统能自动报警,便于及时排除故障,保证系统正常工作。

四、实测精度

通过比较连续数日同一时段的1 h解基线的重复性结果与均值之差,在南北方向、东西方向均小于1.2 mm,垂直方向均小于4 mm,其中误差分别为0.4、0.7和1.4 mm。6 h解基线重复性结果与均值之差更小。

系统运行的结果显示了GPS技术用于大坝变形监测完全能够满足精度要求。显示了比常规监测方法的优越性,即实现全天候监测,实时监测,自动化监测。从而降低了人力、物力、财力的消耗,极大地提高了生产效率。

五、关于坐标转换问题

坐标转换过程如下(具体公式请参阅文献[9])。

1. 由GPS定位确定的WGS－84椭球坐标转换为大坝工程测区的工程椭球坐标。工程椭球与WGS－84椭球中心和扁率不变，按测区平均高程确定椭球半径增量 Δa，按大地坐标椭球变换微分公式将GPS点的WGS－84坐标转换为工程椭球坐标(具体参阅本书第四章内容及有关大地测量教科书)。

2. 工程椭球至高斯平面坐标转换。按照工程测区给定的中央子午线经度 L_0，用高斯投影公式，实现工程椭球坐标至高斯平面坐标的转换。

3. 高斯平面坐标至大坝坐标的转换。设定坐标轴旋转角与尺度比参数后，在至少有两个公共点坐标的条件下，按平面坐标转换公式将高斯平面坐标转换为大坝坐标。当公共点多于两个点，可按最小二乘法求解。

4. 工程平面坐标位移转换为径向和切向位移。根据实际需要，对于非直线性工程建筑物，需要知道监测点在径向和切向方向上的位移变化情况。为此，还需将各点在工程平面坐标系中的位移转换为径切向位移。可以不考虑尺度比参数，仅考虑切向与工程平面坐标 x 轴的夹角，即可实现坐标位移的径切向转换。

§5.4　GPS定位技术在滑坡监测中的应用

文献[10]给出了GPS定位技术在滑坡监测中的应用实例。该滑坡位于长江三峡库区的长江岸边。滑坡体前缘高程70 m，后缘高程520 m，相对高差达450 m，滑坡面积达4 km^2，滑坡体积约一亿多立方米。滑坡体上有4000多家住户，一个乡政府，两所学校，一个磷肥厂。1996年底，长江水利委员会综合勘测局开始采用GPS定位技术对该滑坡体进行监测。

一、GPS形变监测网的布设

如图5-6所示，A、B、C、D为位于滑坡区外稳定基岩上的4个监测基准点；1～12号点为滑坡区监测点，监测点按照地质条件分别沿三个断面布设。

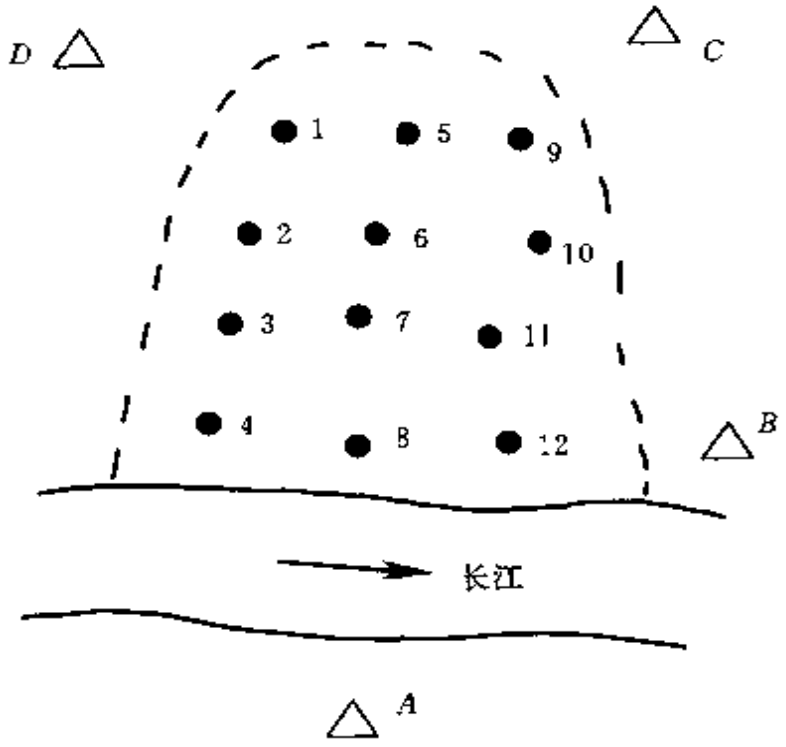


图5-6　位于长江三峡库区的某GPS监测网

二、作业实验

基准点与监测点用4台Turbo Rogue SNR－8000型GPS接收机进行观测，同时，用Ⅱ等几何水准测量垂直位移量。

GPS接收机天线采用强制对中设站。于1997年1、5、6、7月共进行4次观测，数据采样率为30 s，每时段观测4 h，自1997年8月起，数据采样率改为15 s，每时段观测时间为2 h。到1999年9月，共进行了13次观测。

基线解算用Rogue接收机的随机软件TSS，网平差采用武汉天任有限公司的GPSADJ软件。平差计算以C、D两固定点的坐

标为起算数据，在独立坐标系中进行二维平差。

三、GPS 监测网基准点稳定性分析

用GAMIT/GLOBK 精密基线解算软件分别对 1997 年 1 月、9 月，1998 年 9 月，1999 年 9 月的观测数据进行综合处理，得到基准点坐标与首次值之差及其精度如表 5-8 所列。

表 5-8　　GPS 监测网基准点稳定性　　（单位：mm）

点位＼时间		1997 年 9 月	σ	1998 年 9 月	σ	1999 年 9 月	σ
C	N	+0.8	±0.7	+2.3	±0.5	+1.6	±0.6
	E	+1.2	±0.6	+0.2	±0.4	+1.4	±0.5
B	N	−0.3	±0.8	+3.0	±0.6	+2.9	±0.7
	E	+4.1	±0.6	+0.5	±0.5	+1.1	±0.6
A	N	+1.5	±0.8	+2.7	±0.7	+5.4	±0.6
	E	−1.4	±0.6	+1.7	±0.6	+0.9	±0.5

从表中可以看出，*C*、*B*、*A* 三个基准点的 N、E 方向坐标中误差均小于±0.8 mm。基准点相对稳定，可作为滑坡监测的基准。

四、GPS 监测网滑坡区监测点的水平位移

取 1997 年 9 月，1998 年 9 月，1999 年 9 月共三期跨度大的观测数据，分别用随机软件和 GAMIT/GLOBK 软件进行处理，在 12 个监测点的 72 个坐标分量的统计中，两种处理方法结果的差值超过 5.0 mm 的共计 6 个，最大差值为 10.1 mm，最小差值为 0。

1997 年 9 月的南北方向位移量之差的平均值为 3.9 mm，其余平均值在 2 mm 左右。说明在边长数百米的监测点数据处理中，用随机软件处理结果精度能够满足滑坡监测的要求。当然，用 GAMIT/GLOBK 软件得到的精度高于随机软件得到的精度。

同时也说明了，两小时的观测数据量能满足滑坡监测水平精

度的要求。

五、GPS 监测网点的垂直位移

由于监测网点同时进行了Ⅱ等水准测量，所以可以将 GPS 测得的大地高与正常高进行比较。表 5-9 列出了 GPS 大地高形变量 Δ_{GPS} 与水准测量形变量 $\Delta_{水准}$ 的比较差值。表中数据为 $\Delta=\Delta_{GPS}-\Delta_{水准}$。

表 5-9　　GPS 大地高形变量与水准测量形变量比较（单位：mm）

点名 / 时间	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1997 年 9 月	−2.2	−2.4	−1.8	−3.0	−0.7	−3.6	−3.4	0	−2.7	+2.3	−1.1	−2.0
1998 年 9 月	−5.2	+1.8	−3.6	−2.6	−0.8	−0.6	−3.7	1.3	−3.8	−0.1	−0.7	0.6
1999 年 9 月	+1.0	−1.1	−5.1	−3.4	−0.4	−1.8	+1.6	0.3	−0.4	−2.0	−1.4	−1.8

表中 Δ 最大值为 5.2 mm，最小值为 0，平均值为 1.95 mm。

若令 $\Delta_{水准}$ 无误差，则 GPS 测得的高程形变量的中误差为

$$m_{GPS}=m_{\Delta}=\sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n-1}}=\pm 2.4\ \text{mm}$$

若顾及二等水准测量误差影响，由实际测量结果计算水准测量垂直位移量的中误差为±0.71 mm，可以算得大地高测量垂直形变量中误差为±2.29 mm，所以大地高的测量中误差为

$$m_H=2.29/\sqrt{2}=\pm 1.6\ \text{mm}$$

m_H 即体现了 GPS 滑坡监测大地高的外符合精度。

GPS 测量大地高的内符合精度由 1997 年 1 月和 1999 年 9 月两期观测用 GAMIT/GLOBK 软件计算所得的大地高中误差取平均值为 $m=\pm 1.9$ mm。这与外符合精度的 m_H 比较相差较小。

m_H 与 m 一致，说明了 GPS 大地高监测滑坡变形精度的可靠性，而大地高测量精度±1.6 mm 也满足了大坝形变监测技术规

范的相应要求。

六、GPS 定位技术用于滑坡监测经验总结

1. GPS 监测网在布设时，应在滑坡体外围布设 4 个以上的基准控制点，并定期用 GPS 接收机进行检测，以确保基准控制点的稳定可靠。滑坡体上的监测点至少应与两个以上的基准控制点联测，以便通过计算求出监测点的位移量并用于变形分析。

2. 在短距离（基线边长为几公里以内）的形变监测地区，用广播星历能够满足滑坡监测精度要求。但对于距离较远的基准控制网点，最好采用精密星历，其基线解算与网平差应采用高精度的 GPS 分析软件。

3. 为保证 GPS 垂直位移监测的精度和可靠性，每时段观测时间应在 2 h 以上，每个监测点至少观测两个时段。

4. GPS 监测网点观测时，应采取强制对中措施，保证对中精度在 1 mm 以内。为保证高程方向的监测精度，应采用固定天线高方法，以消除丈量天线高的误差。

§5.5　GPS 定位技术用于高层建筑动态变形监测

高层建筑物如电视塔，高楼大厦等在强风的作用下会产生一定频率和振幅的振动位移。其振动频率一般为 0.1～10 Hz，振幅则取决于建筑物高度、外界风力大小及建筑物结构和材料，有的振幅值达于几厘米，有的甚至会达几十厘米。对高层建筑物进行动态变形监测是建筑物抗震性能测试的重要内容。

一、GPS 定位技术用于高层建筑物位移测试原理

GPS 定位技术用于高层建筑位移测量是采用载波相位差分数学模型，测定动态点相对于基准点间的位移量。实质上仍然是相对定位的原理。测量时，将一台 GPS 接收机天线安置在距待测建

筑物不远的地方(如 1 km 之内)称为基准站。基准站地基要相对稳定,周围 5°以上无建筑物以减少多路径误差影响。另一台 GPS 接收机天线安置在高层建筑物顶端,也要求周围尽量无遮挡物,保证至少可同时接收 5 颗以上GPS 卫星的信号。数据采样率应在每秒 10 次以上,数据实时记录在计算机内,两站同步观测记录至少 15～20 min 数据为一时段。数据处理时,先用前 3 min 数据求定整周模糊度,然后再计算每个历元的位置。数据处理得到的结果是 WGS-84 坐标系坐标。再经坐标转换为沿建筑物轴向的位移值,得到位移值与时间的曲线,用离散快速傅里叶变换进行频谱分析求出建筑物顶层摆动的主振频率和振幅值。

二、用 GPS 技术测量卡尔加里高塔的振动

文献[11]中论述了用 GPS 定位技术对卡尔加里高塔振动的监测。该塔建于 1968 年。塔上主天线底板高出地表约 160 m。塔身为圆锥形。塔身底部外径 20 m,墙厚 1 m;上部外经 12 m,墙厚 2 m。按照设计要求,对于 160 km 时速的风力,160 m 处位移量为 165 mm。

接收机选用卡尔加里 NovAtel 通讯公司制造的 GPSCard951 型机,是 10 通道,采样率为每秒 10 次的 C/A 码接收机。GPS 天线选用 NovAtel1501 型高增益天线。

基准点设在距塔北面约 1 km 远的一幢三层楼顶,其上安置一台接收机。塔上在塔顶主天线处安置两台接收机,目的是防止一台发生故障,作为备用数据。

1993 年 11 月 19 日上午,当时西风风力为 60 km 时速,阵风 100 km 时速。每秒 10 次采样率采集了 15 min 的数据。数据采集全过程中可观测的 GPS 卫星有 8 颗。卫星分布的几何强度因子 GDOP 为 2～3。卫星高度角均超过 10°。

数据处理结果为,塔的南北方向和东西方向振动频率大致相同,约为 0.3 Hz。南北方向振幅为±15 mm;东西方向振幅约为±

5 mm。用离散快速傅里叶变换进行频谱分析求得主振频率为0.36 Hz，振幅为±16 mm。

对东西方向振动弱，南北方向振动强的分析原因是：西风与塔的东西方向振动异相，而塔身造成西风分流，从而在塔的南北两侧形成涡流，产生压力差所致。

三、用GPS定位技术测量深圳地王大厦在强台风下的位移

文献[12]介绍了用GPS接收机对深圳地王大厦的振动监测。深圳地王大厦由68层办公大厦(主楼)和公寓副楼及下部裙楼组成。主楼高324.95 m，副楼高116 m，裙楼高21 m。主楼由一个矩形和两个半圆形组成，长约70 m。长轴南北走向，北偏西19°26′。楼顶部两个半圆变成两个圆柱形，直径为24 m。圆柱再上部为直径12 m小圆柱，小圆柱上分别安装60 m高避雷针。

该大厦1994年5月27日开工，至1995年6月9日封顶。该楼设计时，理论估算自振频率小于0.2 Hz，顶层位移在脉动情况下估计有几十毫米，在每秒54 m大风作用下，最大位移按H_0 1/400计算可达700 mm。

用GPS定位技术测试大厦振动的方法是：基准站点设在位于大厦西南面，距大厦500 m的深圳城建设计院第三分院大楼六层楼顶上，该建筑物稳定。GPS观测点设置在大厦主楼楼顶天台面上，其高度为302.16 m。

接收机选用两台加拿大NOVATEC公司3151型GPS接收机，该接收机为12通道单频机。采样率为每秒10次。原始观测值为C/A码伪距，载波相位。

观测时间选在1996年9月10日，恰有第16号台风经过深圳，其中心风力12级，到达深圳风力为8级。风向西偏北，阵风风速达每秒25 m。数据采集时间为25～30 min为一时段，共采集了三个时段，卫星高度角大于5°，第一二时段观测到8颗卫星，第三时段只有6颗卫星。

数据处理采用P－RTK 软件。先用200 多秒钟观测值用OTF方法求解整周模糊度，当解求精度达到 10 mm 时，将求出整周模糊度回代重新计算。最后得出每个历元位置结果。

测试共提供了三种成果。

1. 在阵风下顶点位移时程曲线。在 8 级台风下，大厦东西方向最大位移 95.2 mm，南北方向 55.5 mm。

2. 大厦动态振动波形。东西方向最大振幅为±17 mm，平均振幅为 8 mm；南北方向最大振幅为±10 mm，平均振幅为 4 mm。

3. 大厦动态振动频率。经离散快速傅里叶变换，进行频谱分析，振动频率为：东西方向为 0.174 Hz，南北方向为 0.205 Hz。

§5.6　GPS 监测网动态数据处理算例

一、模拟数据

图 5-3 为一实测 GPS 网，经外业质量检查及空间无约束平差(以 1 号点为基准点)，其质量合乎相应等级的精度要求。在第一期网平差的基础上，分别在 4、7、12、13、14、15 等点的坐标上人为加入不同的变形值，然后重新计算基线向量，并在其中加入随机误差。这样模拟了 5 期GPS 监测网的观测值。表 5-10 中列出了Ⅱ～Ⅵ期 GPS 监测网的模拟变形值。

表 5-10　　**模拟变形值　/mm**

点号		观测期号				
		Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ
4	X	−4	−10	−30	−60	−80
	Y	−6	−3	−38	−70	−90
	Z	−10	−15	−85	−100	−120

续表

点号		观测期号				
		Ⅰ	Ⅱ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ
7	X				−10	−20
	Y				−8	−20
	Z				−15	−30
12	X	−3	−8	−38	−50	−70
	Y	−8	−20	−80	−100	−110
	Z	−6	−10	−60	−80	−100
13	X				−12	−30
	Y				−18	−40
	Z				−8	−20
14	X	−10	−25	−55	−70	−80
	Y	−12	−24	−104	−120	−140
	Z	−20	−30	−70	−90	−120
15	X	−12	−30	−50	−70	−90
	Y	−14	−40	−80	−100	−110
	Z	−25	−55	−135	−152	−160

二、标准卡尔曼滤波模型

采用经典平差方法，首先对第Ⅰ、Ⅱ期观测数据进行平差计算，以获取卡尔曼滤波方程中的初值，然后对第Ⅲ－Ⅵ期模拟数据进行滤波处理，即可获得第Ⅲ－Ⅵ期模拟观测瞬间GPS监测网的位置参数滤波值、速率参数滤波值以及位置参数和速率参数的协方差阵。根据协方差阵，可获得第Ⅲ－Ⅵ期GPS网在模拟观测瞬间位置参数中误差和速率参数中误差，以对滤波成果进行精度评定。

根据两个期间位置参数滤波值及其协方差阵，按式(4-98)构造统计量，即可检验两个期间在哪些点上产生了形变及形变的大小。表5-11中列出了其中的部分检验结果(取检验显著性水平 α

=0.05)。

表 5-11　　形变检验结果(mm)

点号		观测期号			点号		观测期号		
		Ⅳ—Ⅲ	Ⅴ—Ⅳ	Ⅵ—Ⅴ			Ⅳ—Ⅲ	Ⅴ—Ⅳ	Ⅵ—Ⅴ
4	X	−28.1	−28.5	−21.8	13	X		−10.7	−19.9
	Y	−28.5	−31.9	−22.4		Y		−16.6	−23.5
	Z	−67.3	−17.2	−20.2		Z		−7.8	−13.2
7	X		−9.2	−12.2	14	X	−31.1	−13.2	−12.2
	Y		−8.8	−13.2		Y	−78.2	−17.8	−19.6
	Z		−13.9	−16.3		Z	−38.0	−18.1	−31.2
12	X	−29.7	−11.4	−20.4	15	X	−21.8	−18.6	−22.8
	Y	−59.6	−19.8	−11.5		Y	−42.7	−17.5	−12.1
	Z	−48.2	−19.1	−22.1		Z	−80.4	−18.9	−8.6

对比表5-10和表5-11可以看出，在所加变形值的GPS监测点上，实际计算得的变形值与模拟变形值相比，最大相差2.8 mm。若考虑其中包括了模拟观测值中引入的随机误差的影响，则可以认为，根据卡尔曼滤波确定的变形值与实际情况吻合得很好。

以上是在WGS－84空间直角坐标系中进行检验的结果。实际上，还可将各期滤波结果转化为大地坐标后，投影到高斯平面上，从而在WGS－84大地高系统中进行高程形变检验，在WGS－84高斯平面直角坐标系中进行平面形变检验，并绘制出形变分析图。

三、抗差卡尔曼滤波模型

1. 模拟粗差

在上述模拟观测值的基础上，分别在第Ⅳ期和第Ⅴ期的模拟基线向量中，加入模拟粗差，与第Ⅰ、Ⅱ期观测值一起构成方案B。

由这四期未加粗差的模拟观测值组成方案 A。所加粗差的位置及其大小见表 5-12 所列。

表 5-12　　模拟粗差(mm)

期号	基线序号	粗差大小			期号	基线序号	粗差大小		
		ΔX	ΔY	ΔZ			ΔX	ΔY	ΔZ
	7	−10	−25	−20		5	+20	0	0
Ⅳ	16	−30	+15	0	Ⅴ	10	0	−15	0
	22	0	0	+18		17	−20	0	+15
						29	0	0	−17

利用以上两种方案的观测值进行卡尔曼滤波时，由于第Ⅰ期和第Ⅱ期数据不含粗差，因此可由这两期数据获得滤波的初值。然后第Ⅳ期和第Ⅴ期模拟观测值分别采用标准卡尔曼滤波模型和抗差卡尔曼滤波模型进行滤波，根据滤波结果进行变形分析，并将变形分析结果与模拟变形值进行比较，以考察(4-11)式所构造的抗差卡尔曼滤波模型的抗差效果。

2. 抗差滤波模型计算结果

表 5-13 中列出了方案 A 和方案 B 分别采用标准卡尔曼滤波模型和抗差卡尔曼滤波模型(取抗差参数 $K_0=3.5$，$K_1=4.5$)的计算结果所得变形值与模拟变形值之间最大差值的绝对值。

表 5-13　　计算变形值与模拟变形值之差(mm)

期号	模型	方案 A						方案 B					
		4	7	12	13	14	15	4	7	12	13	14	15
Ⅱ～Ⅳ	标准	1.2		1.3		1.5	0.7	2.0		4.2		1.0	1.9
	抗差	0		0		0	0.1	0.2		0.5		0.1	02
Ⅳ～Ⅴ	标准	1.1	0.5	1.1	0.7	1.5	0.8	7.4	10.0	4.0	7.0	3.4	6.6
	抗差	0	0	0	0	0.1	0	0.6	1.3	0.5	0.3	0.7	0.6
Ⅰ～Ⅴ	标准	0.9	0.5	0.4	0.7	0.3	0.4	5.4	9.8	5.6	6.4	1.1	4.7
	抗差	0	0	0	0	0.1	0.1	0.6	1.1	0.6	0.6	0.7	0.6

由表5-13可以看出：

1. 若观测值中无粗差(方案A)，当采用标准卡尔曼滤波模型时，计算变形值与模拟变形值间的最大差值在2 mm内，平均在1 mm以下；当采用抗差卡尔曼滤波模型时，计算变形值与模拟变形值基本相同。因此所构造的抗差滤波模型，符合抗差估计理论的第一个特点，即当观测值服从正态分布时，抗差滤波模型的计算结果和标准滤波模型的计算结果是一致的。

2. 若观测值中含有粗差(方案B)，当采用标准卡尔曼滤波模型时，在模拟的变形点上，计算变形值与模拟变形值间的最大差值可达1 cm，平均在3 mm以上。同时在大部分非变形点上，也检测出了形变，其最大变形值可达1 cm以上。可见，在观测值中含有粗差的情况下，采用标准的卡尔曼滤波模型，则会导致变形分析结果的失真。

3. 若观测值中含有粗差(方案B)，当采用抗差卡尔曼滤波模型时，在模拟的变形点上，计算变形值与模拟变形值间的最大差值不会超过1.5 mm，平均在0.6 mm以下；在非变形点上，未检测出形变。这一结果优于无粗差时标准卡尔曼模型的计算结果，即采用抗差卡尔曼滤波模型的计算结果所得的变形值是可靠的。因此式(4-111)构造的抗差滤波模型，符合抗差估计理论的第二个特点，即当观测值服从污染正态分布时，抗差滤波模型的计算结果，与观测值服从正态分布时标准滤波模型的计算结果是一致的。

此外，我们还对以上两方案的速率参数滤波值进行了比较分析，所得结论与上述相同。

利用抗差卡尔曼滤波模型，还对其他模拟GPS监测网数据进行了处理，所得结论也与上述相同。总之，不论观测值中是否含有粗差，采用抗差滤波模型，均可获得可靠的变形值。

四、总结

卡尔曼滤技术应用于GPS变形监测数据处理中，可实时地获

得监测系统的当前状态。由于卡尔曼滤波除了可掌握系统的当前状态外，还可预测系统的未来，这对于变形监测网来说，也是一个重要的方面。

在GPS监测网的数据采集过程中，由于各种因素的影响，致使基线向量中可能含有粗差。此时若采用标准卡尔曼滤波模型进行数据处理，即使观测值中含有较小的粗差(如算例中最大粗差为3 cm，这在GPS测量实践中是有可能的)，也会导致变形分析结果的失真，从而使我们作出错误的决策。采用抗差卡尔曼滤波模型进行数据处理，不论观测值中是否含有粗差，变形分析结果与实际情况基本一致，对粗差的影响不敏感。

式(4-111)构造的抗差卡尔曼滤波模型，充分顾及到粗差在预测残差中得到全部反映这一特点，并考虑到了预测残差和监测网的多余观测分量对状态向量滤波估值的影响。从经典平差理论来看，即顾及到观测空间和设计空间对参数估值的影响。抗差卡尔曼滤波模型，对观测空间和设计空间均具有良好的抗差作用。同时本节提供的迭代算法有助于加快迭代收敛速度。

§5.7 GPS定位技术用于地壳形变监测的几个实例

监测地壳形变、测定地球板块间相对运动的速率，进行地震预报，要求相对定位的精度优于10^{-7}量级。监测点之间的距离一般在几十至数百千米。这对传统的大地测量技术来说是很难实现的。实践证明，GPS地壳形变监测网基线相对精度可达10^{-8}量级。这就有可能将GPS定位技术用于地壳形变监测。本节介绍几个应用实例。

一、龙门山GPS地壳形变监测网

文献[14]介绍了中美合作建立的位于我国西南地区的龙门山

GPS 地壳形变监测网的布设和观测情况。如图 5-7 所示。第一期观测的监测网点都在四川省境内，总共布设了 11 个观测站，每个观测站由 1 个站和 3 个辅助点组成，各观测边长约为 40～250 km。观测使用 7 台 TRIMBLE 4000 SST 双频 GPS 接收机。第一期观测于 1991 年 9 月进行，每个主站都进行三个时段的观测，每个时段观测大约 5～7 h。观测过程中，将成都观测站作为基准站，该站在整个观测期间固定一台仪器进行了连续观测，其他 6 台接收机中的 4 台用于主站的观测，其余两台用于辅助站的观测。第二期将监测网的范围扩展到云南地区，增加了 13 个观测站。第二期观测于 1995 年进行。

龙门山 GPS 地壳形变监测网观测数据的处理采用美国麻省理工学院(MIT)提供的 GAMIT 和 GLOBK 软件。在数据处理中，先利用广播星历对观测数据进行预处理，然后利用全球站数据(台湾)精化龙门山 GPS 地壳形变监测网中成都基准站的坐标；接着固定成都基准站分别对龙门山 GPS 地壳形变监测网中每个时段所有同步观测主站分别做基线解和松弛解；最后利用 GLOBK 软件对同期和不同期的观测结果进行分析处理。

利用 GAMIT 软件解算的基线结果，其相对中误差在 1.1～9.6×10^{-8}，两期观测基线的变化，即 $L_{91}-L_{93}$ 在 1.1～3.7 cm 范围内。利用 GLOBK 软件解算结果与 GAMIT 软件解算结果基本一致。

从对现有的两期观测资料的分析可以看出，两期观测基线的相对定位精度均优于进行地壳形变分析所需的 10^{-7} 的精度，说明了 GPS 定位技术用于地壳形变监测是可行的。

二、首都圈 GPS 地壳形变监测网

文献[15]介绍了国家地震局在首都圈建设的一个高精度的 GPS 地壳形变监测网。该网的范围为：北纬 38.5°～41.0°、东经 113.0°～120.0°。西起山西大同、定襄；东至赤峰、秦皇岛；南起定

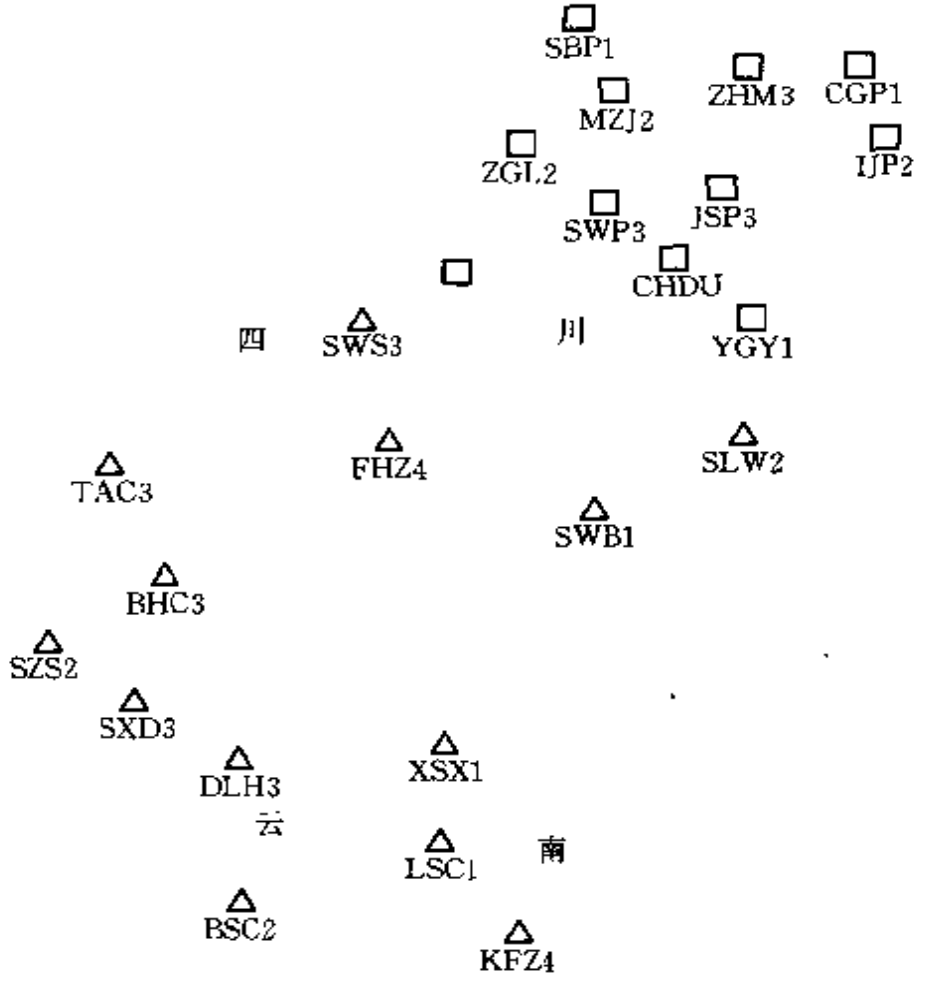


图 5-7

县、沧州；北到张家口、承德，覆盖面积约 15 万平方公里。该网预计平差后边长相对精度的平均值将优于 5×10^{-8} 量级，监测每年 10^{-7} 量级的形变，为首都圈内 6.0 级以上大地震的长、中、短期预报提供依据。

布网方案：在 15 万平方公里的范围内，利用已有的 20 个 GPS 点，新增 37 个点，共 57 个 GPS 监测点。点间距离为 50～100 km。点位大体分布均匀，京西北地区，主要活动构造带两侧缩短点距，布设得密一些。在首都圈外围的华北地区扩大点距，布设得稀一

些，与原有华北 GPS 网联系起来。

复测周期为每年一次。

提高 GPS 观测精度的措施：

1. 建立卫星跟踪网，解算 GPS 卫星的精密星历；

2. 采取长时段连续观测的作业方案；

3. 研究符合实际的对流层大气模型，提高时延的改正精度。

预期观测精度将优于 5×10^{-8} 量级。

三、喜马拉雅山局部地区板块与地壳形变监测网

文献[16]介绍了喜马拉雅山局部地区板块与地壳形变监测的情况。由中美合作，在喜马拉雅山中部布设GPS 网点。布点分为喜马拉雅山北坡西藏布点 5 个和南坡尼泊尔布点 20 个。如图 5-8 所示。GPS 点间距离在数十千米至 250 km 之间，观测方案采取GPS 静态定位与精密水准测量相结合的方法进行。

观测使用 TRIMBLE 4000 SST 和改进型 SSE 双频接收机。基准站每天 24 小时连续观测，其他各站进行四天以上的重复观测，主测站每天观测时间大于 6 h。1991 年 3 月进行了首次观测，1993 年、1994 年、1995 年进行了复测，其中 1991 年、1995 年为南北坡同步观测。

数据处理采用 GAMIT/GLOBK 软件在工作站上进行。将原始观测数据进行 RINEX 变换，转换为标准交换格式数据；利用全球跟踪网站的数据进行卫星轨道参数的计算，用精密星历对全部观测数据进行解算。数据分析第一步先用 GAMIT 软件处理各时段 GPS 观测数据，第二步用 GLOBK 软件进行多时段综合解算，以获得网平差的结果以及测站的速度等参数。基线解算平面精度为±0.3～2.1 mm，高程精度为±0.5～3.3 mm。

综合水准资料，对监测地区的垂直形变进行分析研究。

经过多年的观测与数据处理，并进行变形分析，得出了喜马拉雅山中部地区板块与地壳形变的重要数据。

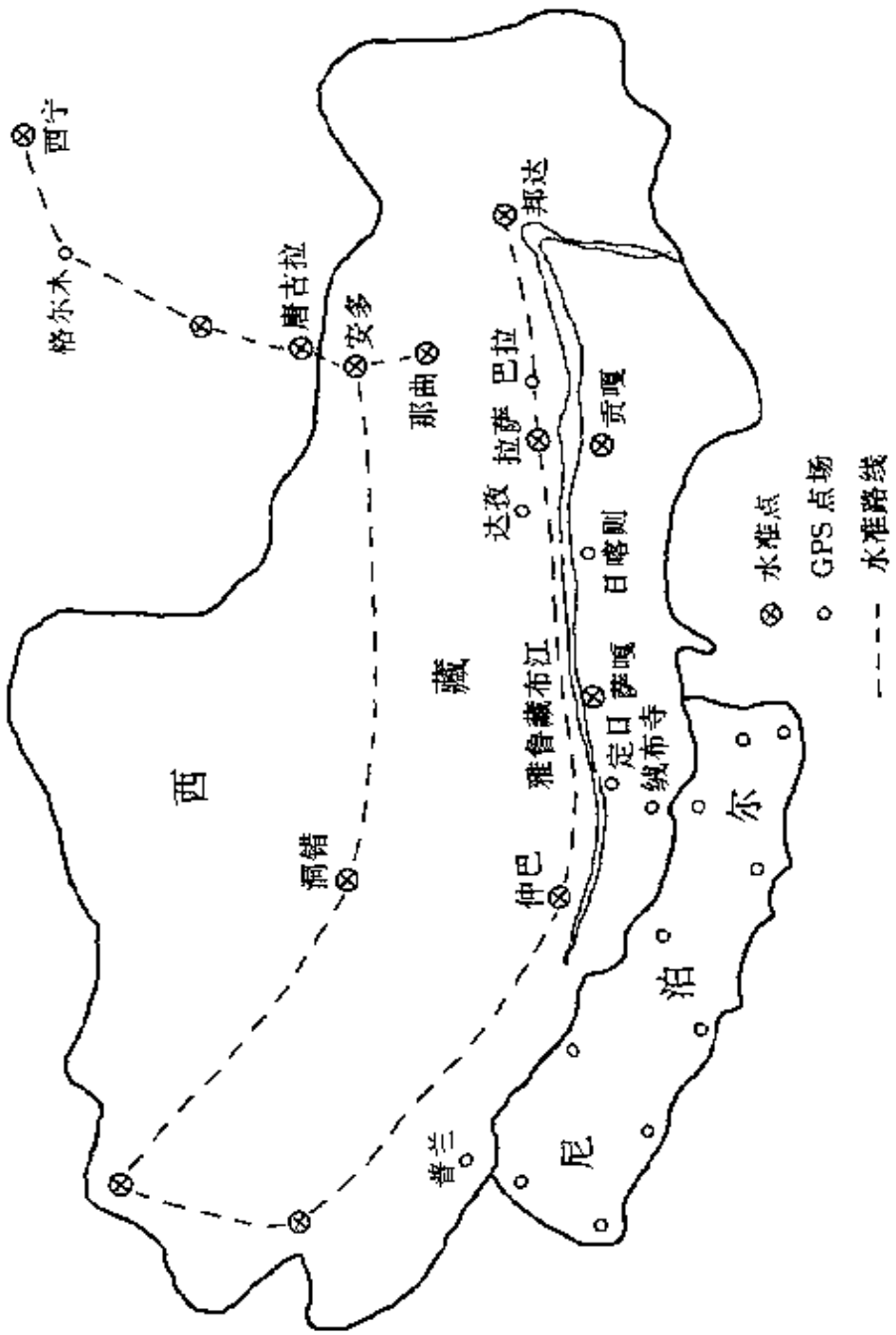


图 5—8　喜马拉雅山中部南北坡 GPS 及水准路线布设示意图

§5.8　GPS(监测)网数据处理软件包简介

在第四章数据处理理论的基础上，我们开发了 GPS(监测)网数据处理软件包(GMNDPS2.5)。该软件包以 Visual Basic 6.0 为开发工具，可在 Window 95/98/NT 下运行。该软件包由以下五个软件有机地结合在一起，以实现不同的功能，并具有在线联机帮助文档，极大地方便了用户。

一、GPS(监测)网数据处理软件包系统流程(见图 5-9)

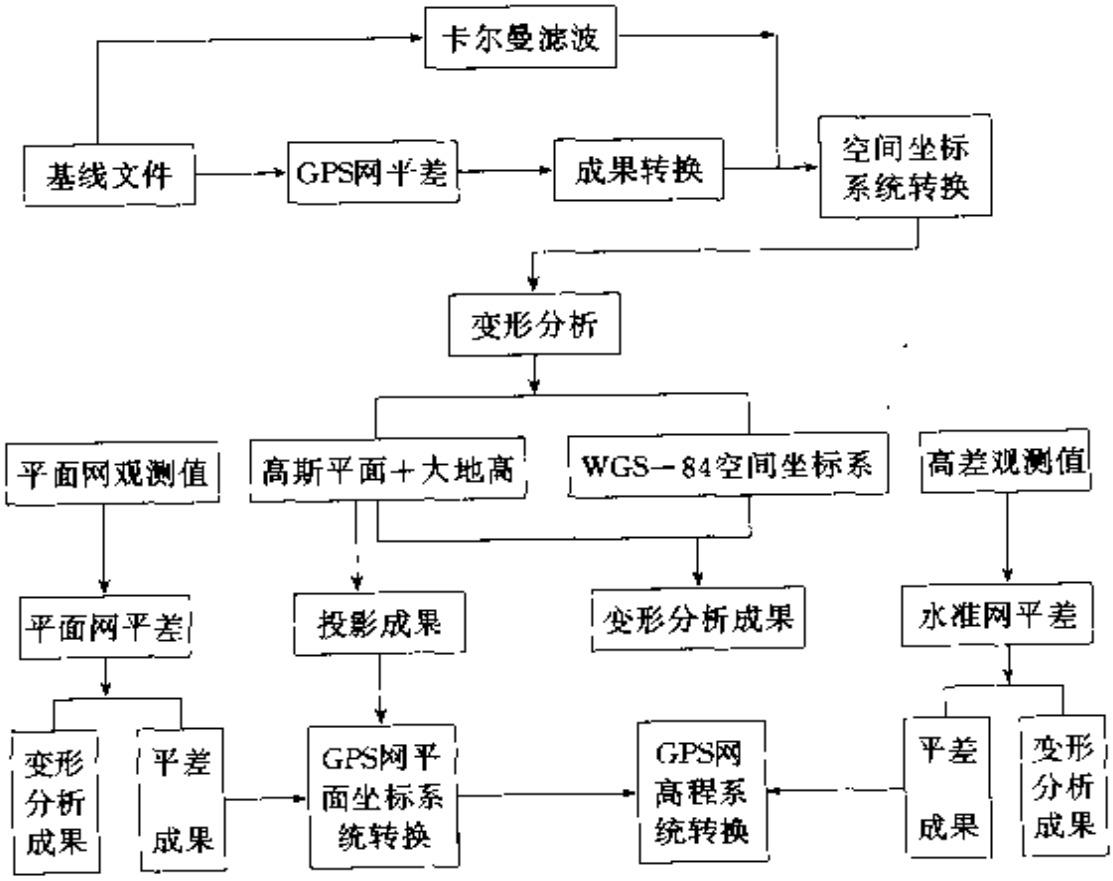


图 5-9　GPS(监测)网数据处理软件包系统流程

二、GPS(监测)网数据处理软件

这是该软件包的主要组成部分，由 GPS 网平差模块、卡尔曼

滤波模块、成果转换模块、空间坐标系统转换模块和变形分析模块组成。

1. GPS 网平差模块

该模块利用随机软件解算的基线向量，对 GPS 网进行空间平差，并对 GPS 网的质量进行分析。输出成果包括坐标和观测值平差值、粗差探测结果、控制网的内外可靠性指标、各种精度指标（如点位中误差、基线向量中误差及相对误差等）及投影到平面上的控制网图形。

该模块中，还提供了多种抗差估计模型，以实现自动剔除观测值中的粗差对平差成果影响的目的。

对于经典自由网的平差成果，还可转换为秩亏自由网平差成果和拟稳平差成果。对于 GPS 监测网，可利用各期平差成果在 WGS—84 空间或高斯平面上进行变形分析。

2. 卡尔曼滤波模块

60 年代初问世的卡尔曼滤波理论，是一种对动态系统进行数据处理的有效方法，它利用观测向量来估计随时间不断变化的状态向量。由于其在对状态向量进行估计时，不需要存储大量的历史观测数据，利用新的观测值，通过不断的预测和修正，即可估计出系统新的状态。因此卡尔曼滤波被广泛地应用于各种动态测量系统中，特别是在工程变形和地壳形变、动态数据处理与 GPS 定位定轨等方面的应用更为多见。

该模块采用六参数（三个位置参数和三个速率参数）对 GPS 监测网进行动态数据处理。提供的成果主要有状态参数滤波值、状态参数的精度信息、动态系统的预报信息及监测网的平面图形。利用滤波成果，可对监测网进行变形分析。

由于卡尔曼滤波理论对动态系统提出了严格的要求，即要求系统噪声和观测噪声为零均值白噪声。这一条件在实践中难以满足，致使滤波结果失真。因此我们根据观测值中的粗差对状态向量

滤波值的影响规律，还构造了GPS监测网动态数据处理的抗差卡尔曼滤波模型，以抵抗基线向量中的粗差对变形分析结果的影响。

3. 成果转换模块

该模块用于将GPS自由网（一个固定点）的平差成果转换为秩亏自由网平差成果或拟稳平差成果，以解决监测网布设在变形区内的问题。这种情况，在矿区是经常遇到的。该模块提供的成果主要是转换后的坐标平差值及其协因数阵，利用这些成果即可进行变形分析。

4. 空间坐标系统转换模块

该模块的主要功能，是实现GPS监测网两期平差成果间空间转换（转换模型可根据需要进行选择），以克服两期观测值间可能存在的系统性方位偏差、位置偏差和尺度偏差，统一GPS监测网的变形分析基准。利用转换后的成果即可进行变形分析。

5. 变形分析模块

该模块是本软件的主要组成部分，其主要功能是利用各期的平差成果（经典平差成果、滤波成果、秩亏自由网平差成果、拟稳平差成果）进行GPS监测网的变形分析。

该模块提供了两种变形分析空间，其一是WGS－84空间直角坐标系；其二是WGS－84高斯平面直角坐标系和大地高系统。对于第一种分析空间，提供的分析成果有：同精度观测检验结果、监测点位移值、整体形变检验和单点形变检验结果，以及监测点的位移过程曲线图。对于秩亏自由网平差成果，还可进行相对稳定点的选择。

对于第二种分析空间，提供的成果由投影成果和变形分析成果两部分组成。投影成果有：大地坐标、高斯平面坐标、协因数阵及投影GPS网形。其中的高斯平面坐标及其协因数阵，与GPS重合点的地面坐标一起，利用GPS网平面坐标系统转换软件，即可实现GPS网到地面网的坐标系统转换；其中的大地高，与GPS水准

联测点一起，利用GPS高程系统转换软件，即可将GPS点的大地高转换为正常高。

对于第二种分析空间，其变形分析成果，除与空间变形分析成果相似的部分外，还可提供变形分析图。在用户输入一定信息后，还可绘制下沉曲线和变形曲线。

三、常规平面(监测)网数据处理软件

该软件对几种常用的常规平面控制网(测角网、测边网、边角网、混合网、导线网)进行设计和平差计算。各种控制网均可含有固定角、固定基线边或固定坐标方位角等约束条件。采用的平差方法有最小二乘估计和抗差估计。提供的成果由三部分组成：其一是控制网的质量，包括粗差探测结果、内外可靠性指标和单位权中误差检验结果；第二部分是平差成果，包括观测值平差值、坐标平差值、点位中误差和相对中误差、边长中误差和相对中误差、坐标方位角中误差、平差前后观测值中误差及改正数中误差；第三部分是图形部分，包括控制网图形、误差椭圆和相对误差椭圆图形。

对于常规平面变形监测网，利用各期平差成果可在高斯平面上进行变形分析，分析成果有同精度观测检验结果、监测点位移值、单点形变检验结果，以及监测点的位置过程曲线图。

常规平面网的平差成果与GPS网的平差成果联合起来，采用GPS网平面坐标系统转换软件，即可将GPS网的成果转换为地面网中的成果。

四、GPS网平面坐标系统转换软件

该软件利用GPS网与地面网的重合点坐标，在高斯平面上将GPS网点坐标转换为国家或地方局部坐标系下的坐标。采用的转换模型是四参数模型(两个平移参数、一个尺度比参数和一个旋转角参数)，并可实施一个点的强制约束转换。采用的转换方法除常用的最小二乘估计(或附有约束条件的最小二乘估计)外，还有抗差估计方法和高崩溃污染率抗差估计方法。高崩溃污染率抗差估

计方法，可自动选择稳定的坐标转换基准点。对于所选择的坐标转换模型是否合适，软件也提供了检验模块。

该软件提供的输出成果有：转换后的GPS点坐标、转换模型参数、转换模型的内部符合精度及外部检核精度、转换后GPS网的精度指标（点位中误差、边长中误差与相对中误差、坐标方位角中误差）及转换图形。

GPS网在WGS－84高斯平面坐标系下的坐标及其协因数阵可利用GPS（监测）网数据处理软件中的变形分析模块获取；地面点的高斯平面坐标（地面网所在坐标系）可利用常规平面（监测）网数据处理软件获得。然后本软件将这两种成果进行合并（根据重合点的点名），即可进行坐标系统转换。

五、水准（监测）网数据处理软件

该软件对水准网进行平差计算。采用的平差方法有最小二乘估计和抗差估计。提供的成果由两部分组成：其一是控制网的质量，包括粗差探测结果、内外可靠性指标和单位权中误差检验结果；第二部分是平差成果，包括观测值平差值、高程平差值、平差后高差中误差及高程中误差。

对于高程变形监测网，利用各期平差成果可进行分析，分析成果有同精度观测检验结果、监测点位移值、单点形变检验结果，以及监测网的变形分析图形。在用户输入一定信息后，还可绘制下沉曲线和变形曲线。

水准网的平差成果与GPS网平面坐标系统转换后的平差成果联合起来，采用GPS高程系统转换软件，即可将GPS点的大地高转换为水准高。

六、GPS高程系统转换软件

该软件利用GPS水准联测点的大地高和水准高程，以及GPS点转换后的高斯平面坐标，将GPS测得的大地高转换为水准高程。采用的转换模型有多项式模型（平面、相关平面、二次多项式和

三次多项式)和多面函数模型。该软件提供的输出成果有:转换后的GPS点的水准高程、转换模型参数、转换模型的内部符合精度及外部检核精度及转换图形。

GPS点转换后的高斯平面直角坐标由GPS网平面坐标系统软件提供;水准联测点的水准高程由水准(监测)网平差软件提供。然后本软件将这两种成果进行合并(根据水准联测点点名),即可进行高程系统转换。