文章编号：1000－7598 (2009) 06－1549－06

颗粒流强度折减法和重力增加法的边坡安全系数研究

周 健[1, 2]，王家全[1, 2]，曾 远[3]，贾敏才[1, 2]

（1. 同济大学 地下建筑与工程系，上海 200092；2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室，上海 200092；
3. 中交第三航务工程勘察设计院有限公司，上海 200032）

摘 要：将强度折减法和重力增加法的思路引入离散单元法，对土坡安全系数的评价作尝试性研究。运用颗粒流软件，采用强度折减法和重力增加法对边坡进行稳定分析。结果表明颗粒流计算得到的结果与有限元和条分法计算结果比较接近，为计算边坡稳定开辟了一条新的途径。采用颗粒流求解边坡的安全系数不需要条分，也即不需要对条间力做假定，同时不需要假定滑移面的位置和形状，颗粒根据所受到的接触力调整其位置，最终从抗剪强度最弱面发生剪切破坏。最后对强度折减法的不等比例折减提出了不同观点，为今后的研究提供思路。

关 键 词：颗粒流；离散元；强度折减法；重力增加法；安全系数

中图分类号：TU 457 **文献标识码：**A

Slope safety factor by methods of particle flow code strength reduction and gravity increase

ZHOU Jian[1, 2]，WANG Jia-quan[1, 2]，ZENG Yuan[3]，JIA Min-cai[1,2]

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai, 200092, China; 3. CCCC Third Harbor Consultants Co.,Ltd., Shanghai 200032, China)

Abstract: Strength reduction method and gravity increase method are introduced into the discrete element method for experimental study of slope safety factor. The research of slope stability is carried on by using particle flow code (PFC) software and adopting strength reduction and gravity increase methods, and the result is close to the calculation results of finite element method and slice method. The method opens a new way for calculating slope stability. If using PFC to solve the slope safety factor, slice method is not needed, namely it does not need to make an assumption of the inter-slice force. And at the same time, it does not need to assume the position and the shape of the sliding surface, because the particles adjust their positions according to their received contact forces; and finally, the shear failure of the slope occurs on the weakest surface of shear strength. Different viewpoints are put forward about inequality proportion reduction of strength reduction method, which provide new speculations for future research.

Key words: particle flow code(PFC); discrete element method; strength reduction method; gravity increase method; safety factor

1 引 言

颗粒离散元法是基于最初的圆盘和圆球颗粒模型发展起来的，适用于颗粒数目较多，且单个几何形状可用圆球近似而不产生显著差异的情况，在化工制药、农业、食品和土力学等领域均有应用。1979 年 Cundall 和 Strack[1]开发了第一个研究颗粒介质力学的二维离散元模拟程序，得到与前人的圆盘组合体光弹性实验的接触力场相当吻合的结果，成为离散元模拟颗粒运动的开端。

国内外学者在颗粒离散元方面作了大量应用性研究，国外学者 Bardet 和 Proubet[2-3]应用理想的二维颗粒集合体模拟了粒状材料中剪切带的结构，对剪切带的厚度、带内位移、孔隙比、体应变及颗粒旋转进行了研究。Huang[4]用颗粒流模型模拟在砂岩掘进过程中，岩体内因应力的变化而引起的裂隙

收稿日期：2007-07-09
基金项目：国家自然科学基金项目（No. 50578122）。
第一作者简介：周健，男，1957 年生，教授，博导，主要从事地基处理技术、土体细观力学模拟、环境岩土工程等方面的研究工作。
E-mail: tjuzj@vip.163.com

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

发展规律。周健等[5−7]应用颗粒流理论模拟了砂土和黏土平面应变试验的应力-应变曲线。周健和刘文白[8]用颗粒流数值模拟分析了扩展基础的上拔荷载与位移关系。2002 年和 2004 年在德国和日本召开两届颗粒流数值模拟国际研讨会，收集了上百篇世界各国关于颗粒流数值模拟的文章，内容涉及岩石、采矿、砂土破坏机理、土体细观本构关系等方面，所有这些研究成果均显示出颗粒流数值模拟具有广阔的应用前景。

而边坡的破坏形式包括崩塌、滑坡、泥石流等。触发边坡破坏的因素是多种多样的，降雨和地震是最常见的滑坡灾害的外因，人类的工程活动也是导致边坡破坏的重要原因。在土力学中的发展中，边坡稳定分析是和另外两个分支即土压力和地基承载力同时发展起来的。边坡问题始终是土力学研究的一个重要课题[9-12]。

在极限平衡分析中，安全系数的定义通常有两种：一种是降低材料的强度达到极限平衡，具有材料强度储备的性质；另一种是加大荷载达到极限平衡，具有超载系数的性质。该思路最早被用于有限单元法中评估边坡的稳定性，这就是强度折减法和重力增加法。早在 1975 年，Zienkiewicz，Humpheson 和 Levis[13]就共同撰文提出在有限元中采用增加外荷载或降低材料强度来计算岩土工程的安全系数。但在离散单元法中，大部分学者只是利用离散单元进行土坡破坏机制的研究，而对安全系数方面的研究鲜见报道，基于此，本文将强度折减法和重力增加法的思路引入离散单元法中，对土坡安全系数的评价作尝试性研究。

2 强度折减法

在边坡工程稳定分析中，人们最关心的是边坡是否稳定，稳定安全系数多大。在极限平衡法中根据力或力矩平衡计算安全系数，安全系数定义为滑移面抗滑力（矩）与滑动力（矩）之比，这是边坡安全系数的传统定义，即：

$$F=\frac{\int(c+\sigma\tan\phi)\mathrm{d}l}{\int\tau\mathrm{d}l} \tag{1}$$

离散元是位移分析法，因此，用临界位移来确定安全系数是比较合适的方法。在离散元动静力分析中，摩擦系数 f 和连接强度 pb 的大小是决定边坡离散系统是否稳定的重要因素。在 f 、 pb 从大到小的变化过程中，必定存在一临界的 f_{cr} 、 pb_{cr}，当 $f\leqslant f_{\mathrm{cr}}$ 、 $pb\leqslant pb_{\mathrm{cr}}$ 时，系统位移大于临界位移（即系统失稳），而当 $f>f_{\mathrm{cr}}$ 、 $pb>pb_{\mathrm{cr}}$ 时，系统位移小于临界位移（即系统处于稳定状态）。因此，可以以实际摩擦系数（或连接强度）与临界摩擦系数（临界连接强度）之比作为安全系数。这里我们假设给 f 、 pb 以相同的安全储备，则当找到 f_{cr} 、 pb_{cr} 时，边坡的临界稳定安全系数 F 可定义如下：

$$F=\frac{f}{f_{\mathrm{cr}}}=\frac{pb}{pb_{\mathrm{cr}}} \tag{2}$$

这就等同于极限平衡法是将 c 和 $\tan\phi$ 折减为 $\frac{c}{F}$ 和 $\frac{\tan\phi}{F}$，使边坡的安全系数等于 1，即极限平衡状态。这样理解，则极限平衡法中的安全系数 F 也是强度折减系数。由此可见，强度折减法中的强度折减系数 F 和极限平衡条分法中的安全系数 F 意义是一样的[14]。

3 重力增加法

重力增加法的计算原理与强度折减法原理正好相反，其基本思想是单调增加边坡的重力荷载，直至边坡失稳[15-16]。应该说重力增加法的思路和求结构极限承载能力以及地基承载力的思路是一样的。求结构极限承载能力时，单调递增作用在结构上的荷载，荷载位移曲线峰点对应的就是结构的极限承载能力。求地基承载力也是递增荷载，直至求解不再收敛。这两者的计算加载模式和计算对象的实际受力形式是一致的。而处理边坡问题的重力增加法和它们的不同之处就是，递增的荷载仅是体荷载（重力），那么这种加载模式应该只和没有其它超载的天然边坡是一致的。

对于摩擦角较大的平缓边坡应用重力增加法时应特别注意，重力增加时土体中的平均正应力比剪应力增长得快，因此土体强度增长会超过剪应力增长速度，土体可能不会破坏。

4 两种方法边坡稳定的颗粒流模拟

4.1 土体细观参数的选取

颗粒流程序对模型输入的是材料的细观参数，通过砂土和黏土的双轴试验模拟，分析土颗粒的颗粒间摩擦系数，颗粒间接触刚度，颗粒形状等的细观参数对宏观参数的影响，将土体细观参数与宏观力学反应联系起来。为了把颗粒流计算结果和有限元结果进行比较，同时用 FLAC 进行了分析，其中宏观参数很容易从颗粒流模拟的双轴试验得到对应的 c 、 φ 、 E 、 ν 、 ψ 等值。算例中用到的细观参数见表 1 所示。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 1　颗粒流模拟的细观参数
Table 1　Meso-parameters of PFC

参数名称	参数	砂土	黏土
颗粒最小粒径	R_{min}	0.05	0.006
颗粒最大粒径	R_{max}	0.12	0.008
法向接触刚度	K_n	2×10^8	5×10^7
切向接触刚度	K_s	1.6×10^8	4×10^7
颗粒摩擦系数	f	0.7	0.4
法向连接强度	Pb_n	0	2×10^5
切向连接强度	Pb_s	0	2×10^5
孔隙率	n	0.2	0.16

4.2　黏性土细观参数和宏观参数的关系

图 1 为不同颗粒摩擦系数下颗粒连接强度和黏聚力的关系曲线，图 2 为不同颗粒连接强度下颗粒摩擦系数和内摩擦角的关系曲线。从图中看出，不同的摩擦系数，其黏聚力的变化范围在很小的条带内，可见不同的摩擦系数对黏聚力的影响不是很大，黏聚力主要由颗粒间的连接强度提供。同理由图 2 可以看出颗粒连接强度对内摩擦角影响不是很大，当颗粒摩擦系数较小时，内摩擦角随颗粒连接强度的增大有少量的提高，当颗粒摩擦系数到一定值时，不同颗粒连接强度对应的内摩擦角向条带内集中，颗粒连接强度的影响变得不是很明显。可以认为，当颗粒摩擦系数较大时，材料的内摩擦角主要受颗粒的内摩擦系数影响。

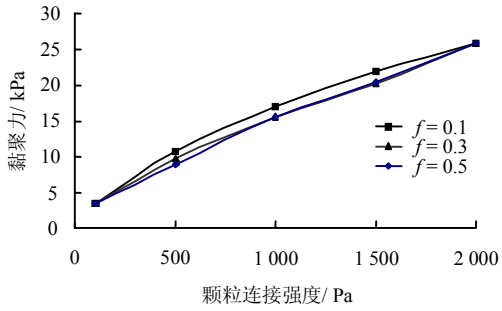


图 1　不同摩擦系数的黏聚力与颗粒连接强度关系曲线
Fig.1　Relation curves of cohesive force and particle bonding strength of different friction coefficients

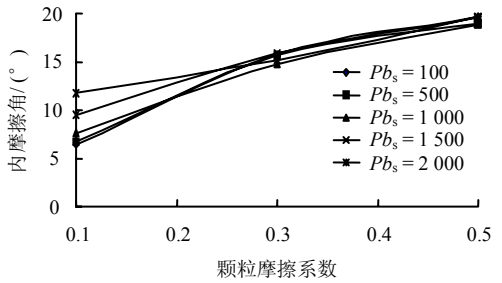


图 2　不同连接强度的内摩擦角与颗粒摩擦系数关系曲线
Fig.2　Relation curves of internal friction angle and particle friction coefficient of different bonding strengths

4.3　强度折减法和重力增加法的计算比较

算例 1（砂性土坡）

该模型见图 3，图中 E 为弹模，v 为泊松比，c 为凝聚力，φ 为内摩擦角，γ 为重度，ψ 为剪胀角。

采用颗粒流求解边坡的安全系数不需要条分，也就不需要对条间力做假定，而且不需要假定滑移面的位置和形状，颗粒根据所受到的接触力调整其位置，最终从抗剪强度最弱的面发生剪切破坏。边坡破坏时强度指标折减（重力增加）的倍数就是安全系数。颗粒流根据每个时步的结果云图可以监视边坡的破坏过程，从局部破坏到整体失稳，最终很清楚的分辨出滑移面的位置，见图 4，图 5。图中把产生位移的颗粒设成深颜色的，并用颜色的深浅表示位移的大小。图中线条为初始边坡轮廓。

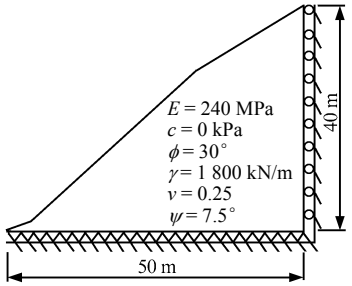


图 3　算例 1 模型
Fig.3　Model of example 1

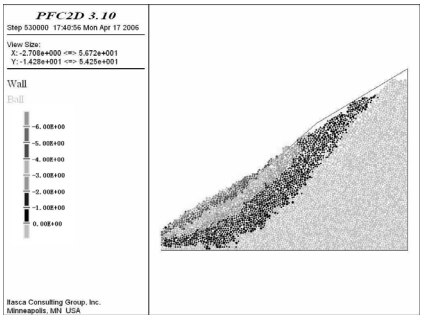


图 4　强度折减法 X 方向位移图
Fig.4　The X displacement diagram of strength reduction method

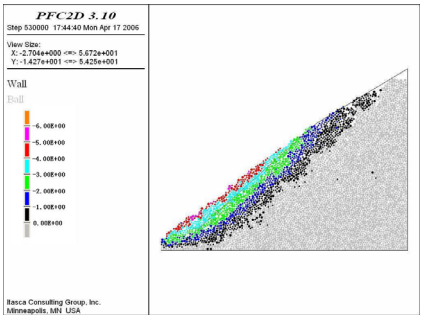


图 5　重力增加法 X 方向位移图
Fig.5　The X displacement diagram of gravity increase method

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

由于是无黏性土，用强度折减法时只要对内摩擦系数进行逐步折减，直到刚使边坡破坏时的折减系数就是边坡的安全系数。在有明显位移的情况下，以累计位移导致边坡失稳作为破坏标准。当无明显位移时，以颗粒的平均不平衡力<10^{-1} N，并且最大不平衡力/平均不平衡力<10 作为计算结束的标准。采用颗粒流计算时，首先保证开始折减时边坡处于稳定状态，然后从 1 开始，每次折减 0.1，逐一进行颗粒流模拟分析，得到不同内摩擦系数对应的颗粒位移场，根据上面的破坏判断标准，破坏时对应的折减系数即是安全系数。由此得到的安全系数为 1.70。采用重力增加法得到的安全系数为 1.85。同样的算例，用 Bishop 法计算的安全系数为 1.595，其滑裂面形状如图 7 所示。从破坏形式上看，强度折减的滑弧面比重力增加法的要深。因为增加土的重力荷载，同时土体内的正应力也在增大，在黏聚力为 0 的情况下，由 Mohr-Coulomb 抗剪强度公式可知土体抗剪强度与法向应力成线性关系，因而内部的土体抗剪强度也随着增长，所以破坏只发生在较浅层的土体上。

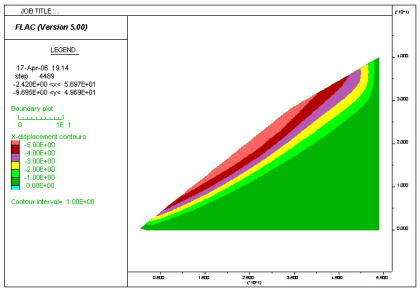


图 6 用 FLAC 计算的 *X* 方向位移图

Fig.6 The *X* displacement diagram calculating by FLAC

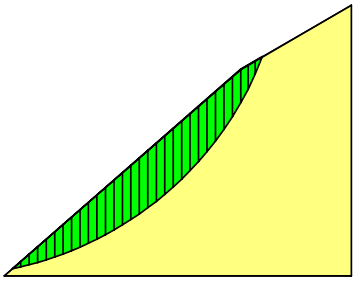


图 7 用 Bishop 法计算的滑裂面

Fig.7 Sliding surface calculating by Bishop

算例 2（黏性土坡）

算例 2 模型见图 8。

计算过程中对连接强度和内摩擦系数同时进行折减，同时采用 FLAC 程序的强度折减法和 Bishop 法进行安全系数计算，由此得到的安全系数如表 2 所示。

表 2 不同方法计算的边坡安全系数

Table 2 Slope safety factor of different calculation methods

计算方法	强度折减		重力增加	Bishop 法
	(PFC)	（FLAC）	(PFC)	
安全系数	1.15	1.08	1.25	1.118

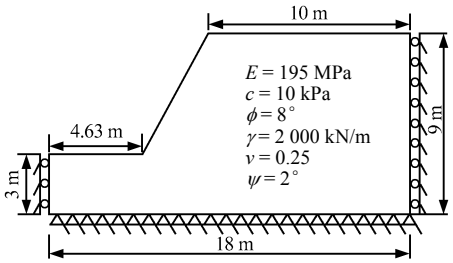


图 8 算例 2 模型

Fig.8 Model of example 2

从图 9～13 的破坏形式上来看，各种方法得到的破坏面非常接近。从安全系数上来看，由颗粒流得到的安全系数会比 FLAC 和 Bishop 的结果偏大一些。这是由于计算参数上的原因。颗粒流输入的参数是颗粒接触的摩擦系数，颗粒连接强度、刚度等细观参数，FLAC 和 Bishop 法输入的是材料的宏观参数，两者关系的建立是根据该组细观参数通过模拟室内双轴试验得到对应的宏观参数。在模拟过程中的一些客观因素导致两组参数的对应关系存在一定的误差。

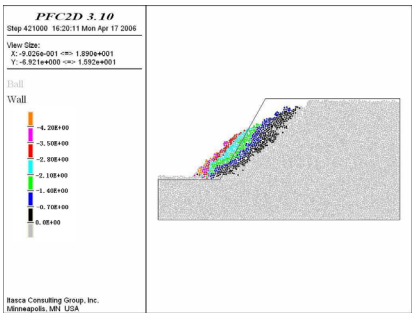


图 9 强度折减法 *X* 方向位移图

Fig.9 The *X* displacement diagram of strength reduction method

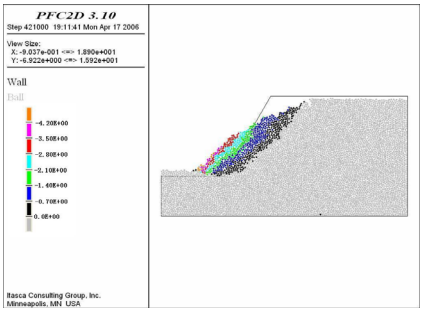


图 10 重力增加法 *X* 方向位移图

Fig.10 The *X* displacement diagram of gravity increase method

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

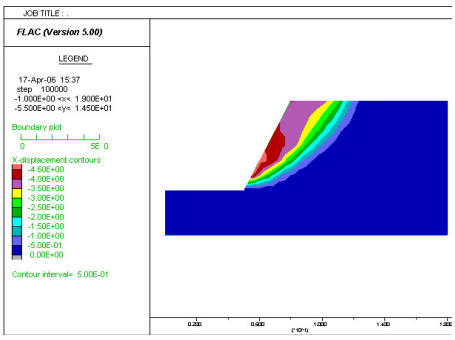


图 11　用 FLAC 计算的 *X* 方向位移图

Fig.11　The *X* displacement diagram calculating by FLAC

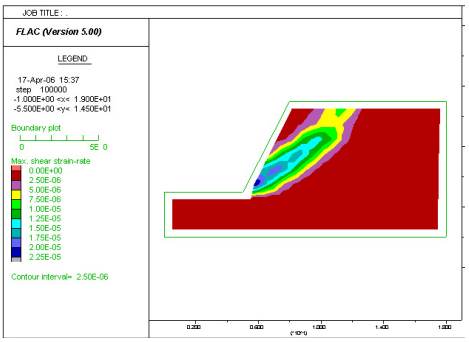


图 12　用 FLAC 计算的剪应变云图

Fig.12　Shear strain contours calculating by FLAC

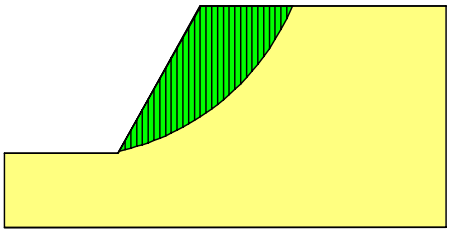


图 13　用 Bishop 计算的滑裂面

Fig.13　Sliding surface calculating by Bishop

5　强度折减法和重力增加法的讨论

国内外试验研究结果证明，φ 值较稳定，波动较小，而 c 值受外界因素影响较大，不够稳定，波动较大，因此，把 c 、φ 值同等看待按等比例强度折减显然是不够合理，也不符合实际的，而采用不等比例强度折减既较合理且符合实际，但不等比例强度折减中的不等比例如何选用又是一个值得研究解决的课题。也有学者在重力坝坝基稳定分析中采用等保证率法，即按等保证率选取 c 、φ 值，随着保证率的增大，c 、φ 值逐渐降低，得到两个不同的折减系数 K_c 和 K_φ 值，随着 K_c 和 K_φ 值逐渐增大，引起坝体的从局部到整体的渐进破坏。但不等比例强度折减方法分析边坡稳定仍然存在 c 、φ 值按何种不同比例折减、如何根据两个不同折减系数 K_c 和 K_φ 值来评价边坡的稳定性等一系列的问题。作者根据强度折减法的特点提出自己的一点看法。当材料受压时，相应的屈服条件采用 Mohr-Coulomb 准则，受压剪切破坏后的材料抗剪屈服条件为 $\tau = f_r\sigma + c_r$，其中，f_r 、c_r 分别为材料的抗剪摩擦系数和黏结力。相对土中的某一点，σ 值不变，当 f、c 折减至 f_r 、c_r 时，材料发生剪切破坏。

图 14 为在围压为 100 kPa 条件下不同颗粒摩擦系数和连接强度的强度等值线。

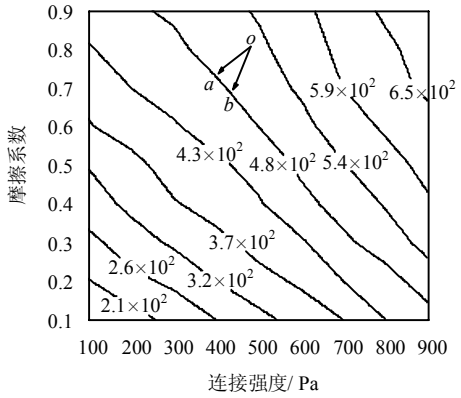


图 14　抗剪强度等值线图

Fig.14　Shear strength contours

从图 14 看出，对于图中 o 点，如果按等比例折减，则 f、c 折减至 a 点材料才发生破坏，从材料能提供的抗剪强度来看，沿材料抗剪强度等值线的梯度折减，在 b 点，材料也发生破坏，而 b 点的折减系数明显低于 a 点的折减系数。这样导致在安全储备一定的条件下，沿 a 方向折减算出来的安全系数会偏大。最大梯度方向是等值线函数 $f(x,y)$ 上一点增长最快的方向，其数学表达式为 $\boldsymbol{gradf}(x,y) = \dfrac{\partial f}{\partial x}\boldsymbol{i} + \dfrac{\partial f}{\partial y}\boldsymbol{j}$。所以作者认为沿着相应的强度等值线图的最大梯度折减更符合实际，不失为是个更合理的方法。因此从图 14 可以看出，f 、c 按等比例折减，所得安全系数偏大于按等值线图最大梯度折减得到的安全系数。

最后值得注意的是，强度折减法和重力增加法可以得出边坡破坏的位移情况及滑裂面，但是这些结果的数值是否具有应用价值是值得商榷的。因为两者的结果都是在假想模型的基础上得到的，强度折减法是“虚假”的强度参数，重力增加法是“虚假”的荷载，并且由图 4～13 可看出，对于不同的 c 、φ 值组合，在相同的抗剪强度下其破坏形式有可能有很大的差别。作者认为，这些结果可以给出边坡失稳的趋势，可以用来定性了解失稳临界状态的应

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

力分布。但是具体数值并不能反映失稳临界状态的实际情况。

6 结 论

（1）采用颗粒流模拟土坡的变形破坏全过程，不需要假定滑移面的位置和形状，颗粒根据所受到的接触力调整其位置，最终从抗剪强度最弱的面发生剪切破坏。

（2）采用强度折减法和重力增加法对边坡进行稳定分析，得到的结果与有限元和条分法计算结果比较接近，表明用该方法计算边坡稳定是可行的，同时也开辟了一条计算边坡稳定的新途径。

（3）笔者认为沿着相应的强度等值线图的最大梯度折减更符合实际，为该问题今后的研究提供了思路。

参 考 文 献

[1] CUNDALL P A, STRACK O D L. A discrete numerical model for granular assemblies[J]. **Geotechnique**, 1979, 29(1): 47－65.

[2] BARDET J P, PROUBET J. A numerical investigation of structure of persistent shear bands in granular media[J]. **Geotechnique**, 1991, 41(4): 599－613.

[3] BARDET J P, PROUBET J. Shear-band analysis in idealized granular material[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 1992, 118(8): 397－415.

[4] HUANG H, DETOURNAY E, BELLIER B. Discrete element modeling of rock cutting[J]. **Rock Mechanics for Industry**, 1999, 1: 123－130.

[5] 周健, 池毓蔚, 池永, 等. 砂土双轴试验的颗粒流模拟. 岩土工程学报, 2000, 22(6): 701-704.
ZHOU Jian, CHI Yu-wei, CHI Yong, et al. Simulation of biaxial test on sand by particle flow code[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2000, 22(6): 701－704.

[6] 周健, 廖雄华, 池永, 等. 土的室内平面应变试验的颗粒流模拟[J]. 同济大学学报, 2002, 30(9): 44－1050.
ZHOU Jian, LIAO Xiong-hua, CHI Yong, et al. Simulating plane strain test of soils by particle flow code[J]. **Journal of Tongji University**, 2002, 30(9): 44－1050.

[7] 周健, 池永. 土的工程力学性质的颗粒流模拟[J]. 固体力学学报, 2004, 25(4): 377－382.
ZHOU Jian, CHI Yong. Simulating soil properties by particle flow code[J]. **Acta Mechanica Solida Sinica**, 2004, 25(4): 377－382.

[8] 刘文白, 周健. 扩底桩的上拔试验及其颗粒流数值模拟[J]. 岩土力学, 2004, 25: 201－206.
LIU Wen-bai, ZHOU Jian. Prototype tests and particle flow numerical simulation of under-reamed piles on uplift loading[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25: 201－206.

[9] 史如平. 土木工程地质学[M]. 江西: 江西高校出版社, 1994.

[10] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.

[11] 陈惠发. 极限分析与土体塑性[M]. 北京: 人民交通出版社, 1995.

[12] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[M]. 北京: 水利出版社, 1980.

[13] ZIENKIEWICZ O C, HUMPHESON C, LEWIS R W. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics[J]. **Geotechnique**, 1975, 25(4): 671－689.

[14] 赵尚毅, 郑颖人, 时卫民, 等. 用有限元强度折减法求边坡稳定安全系数[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(3): 343－346.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, SHI Wei-min, et al. Analysis on safety factor of slope by strength reduction FEM[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2002, 24(3): 343－346.

[15] SWAN C C, SEO Y K. Limit state analysis of earthen of slopes using dual continuum/FEM approaches[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1999, 23: 1359－1371.

[16] SEO Y K. Computational methods for elasto-plastic slope stability analysis with seepage[D]. Iowa: The University of Iowa, 1998.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net