

文章编号:0494-0911(2008)03-0018-04

中图分类号:P282.2

文献标识码:B

一种有效的 WGS-84 坐标系与地方坐标系转换方法

廖超明^{1,2}, 姜卫平³, 覃允森⁴

(1. 武汉大学 测绘学院, 湖北 武汉 430079; 2. 广西壮族自治区测绘局, 广西南宁 530023;
3. 武汉大学 卫星导航定位技术研究中心, 湖北 武汉 430079; 4. 广西第二测绘院, 广西 柳州 545006)

A Effective Method of Transformation between WGS-84 and Local Coordinate System

LIAO Chao-ming, JIANG Wei-ping, QIN Yun-sen

摘要: WGS-84 坐标系与地方坐标系之间转换关系的确定是 GPS 技术应用中的一个关键问题。在分析经典三维坐标转换方法的基础上, 给出一种采用多项式拟合法进行 GPS 坐标转换的方法。通过工程实例对三维坐标转换的精度和可靠性进行分析, 从而验证了多项式拟合法是一种有效的三维坐标转换方法。

关键词: WGS-84 坐标系; 地方坐标系; 坐标转换; 多项式拟合法

一、引言

WGS-84 坐标系与地方坐标系之间的三维坐标转换计算, 经典方法是采用 Bursa-Wolf 模型(7 参数)或 Molodensky 模型(3 参数)进行坐标转换^[1]。第一步: 获取相应椭球似大地水准面差距 ζ , 将地方坐标系下公共点三维坐标 (x, y, h) 换算为 (X, Y, Z) 。第二步: 利用公共点两套已知坐标计算转换参数, 通过转换参数将源坐标系 (X_s, Y_s, Z_s) 转换为目标坐标系 (X_L, Y_L, Z_L) 。第三步: 按照第一步逆序计算, 得到地方坐标系的平面坐标 (x, y) 和正常高 h 。

由以上分析可知, 采用经典模型进行坐标换算过程复杂、计算量大, 更重要的是普通测量用户很难获得高精度的 ζ 值, 直接影响到转换参数以及转换成果的精度^[2]。为此, 本文提出一种有效的三维坐标转换方法——多项式拟合法。

二、多项式拟合法基本原理

1. 基本思路

笔者在实际工作中发现, WGS-84 坐标系与 1980 西安坐标系之间二维坐标差值 $\Delta x, \Delta y$ 的变化趋势具有显著规律: Δx 自南向北逐步变小, Δy 自南偏东向北偏西逐步变大。WGS-84 坐标系下大地高 H 与 1985 国家高程基准下正常高 h 的差值 ζ 总体变化趋势是自东偏南向西偏北逐步变小, 受到区域

重力场变化影响, 局部 ζ 变化趋势会发生不规则改变。

局部区域 GPS 大地高转换正常高采用多项式拟合方法能够获得较好的成果^[3,4]。能否利用三维坐标差值 $\Delta x, \Delta y, \zeta$ 与平面坐标 (x, y) 的关系, 采用多项式拟合方法实现 WGS-84 坐标系与地方坐标系之间的三维坐标转换? 本文就这个问题进行了数学模型推导, 并通过实例对其坐标转换精度进行分析。

2. 数学模型

假设 WGS-84 坐标系的平面坐标和大地高为 (x_s, y_s, H_s) , 地方坐标系的平面坐标和正常高为 (x_L, y_L, h_L) , 建立坐标转换关系

$$\left. \begin{aligned} x_L &= x_s + \Delta x \\ y_L &= y_s + \Delta y \\ h_L &= H_s - \zeta \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_i &= a_{x0} + a_{x1} \cdot dx_i + a_{x2} \cdot dy_i + \\ &\quad a_{x3} \cdot dx_i \cdot dy_i + a_{x4} \cdot dx_i^2 + a_{x5} \cdot dy_i^2 \\ \Delta y_i &= a_{y0} + a_{y1} \cdot dx_i + a_{y2} \cdot dy_i + \\ &\quad a_{y3} \cdot dx_i \cdot dy_i + a_{y4} \cdot dx_i^2 + a_{y5} \cdot dy_i^2 \\ \zeta_i &= a_{z0} + a_{z1} \cdot dx_i + a_{z2} \cdot dy_i + \\ &\quad a_{z3} \cdot dx_i \cdot dy_i + a_{z4} \cdot dx_i^2 + a_{z5} \cdot dy_i^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式(2)即为多项式拟合法的基本数学模型, 可以用一个统一的数学模型代替, 即

收稿日期: 2008-01-03

基金项目: 国家 973 计划资助项目(2006CB701300); 地理空间信息工程国家测绘局重点实验室开放基金资助项目(200622)

作者简介: 廖超明(1975-), 男, 广西南平人, 博士生, 主要从事 GPS 数据处理方法与 GPS 技术应用研究。

$$F_i = a_{j0} + a_{j1} \cdot dx_i + a_{j2} \cdot dy_i + a_{j3} \cdot dx_i \cdot dy_i + a_{j4} \cdot dx_i^2 + a_{j5} \cdot dy_i^2 \quad (3)$$

式中, $a_{j0}, a_{j1}, a_{j2}, a_{j3}, a_{j4}, a_{j5}$ 为多项式系数; F_i 为随机向量; dx_i, dy_i 为第 i 个 GPS 控制点相对于测区中心点平面坐标 (\bar{x}, \bar{y}) 的差值; $i = 1, 2, 3, \dots, n$; n 为公共点个数。

由式(3)列出误差方程

$$V = A\beta - l \quad (4)$$

由最小二乘原理可得未知参数向量 β 的估计向量 $\hat{\beta}$:

$$\hat{\beta} = (A^T P A)^{-1} A^T P l \quad (5)$$

在式(5)求解过程中, 假设各公共点三维向量观测值为独立等权。

由式(1)得到式(6):

$$\begin{cases} \Delta x = x_L - x_s \\ \Delta y = y_L - y_s \\ \zeta = H_s - h_L \end{cases} \quad (6)$$

利用公共点坐标分量的差值组成观测向量 l , 对 WGS-84 坐标系下的平面坐标 (x_{si}, y_{si}) 进行中心化, 构建设计矩阵 A 。由式(5)计算未知参数向量估值 $\hat{\beta}$, 即多项式系数 $a_{j0}, a_{j1}, a_{j2}, a_{j3}, a_{j4}, a_{j5}$, 分别确定三维分量的回归方程。给定 WGS-84 坐标系下任意点的平面坐标 (x_s, y_s) , 由式(1)、式(2)转换得到地方坐标系下的三维坐标 (x_L, y_L, h_L) 。

3. 精度评定

由观测向量 l 、设计矩阵 A 和式(4)、式(5)计算公共点观测量拟合残差 v_i , 得到未知参数单位权中误差的估值 m_0 :

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[P_i v_i v_i]}{n - t}} \quad (7)$$

式中, n 为公共点个数; t 为未知参数个数。

未知参数单位权中误差是反映未知参数解算的内符合精度。为了检验多项式拟合法三维坐标转换的可靠性, 本文采用外符合精度检测方法对转换成果进行精度评定。

三、计算与精度分析

1. 工程简介

QZ 城市 GPS 框架网布设了 60 个控制点(如图 1 所示), 平均边长约 8 km, 覆盖面积约 3 000 km², 按照 B 级网技术要求进行 GPS 观测, 同时进行了二等水准测量。

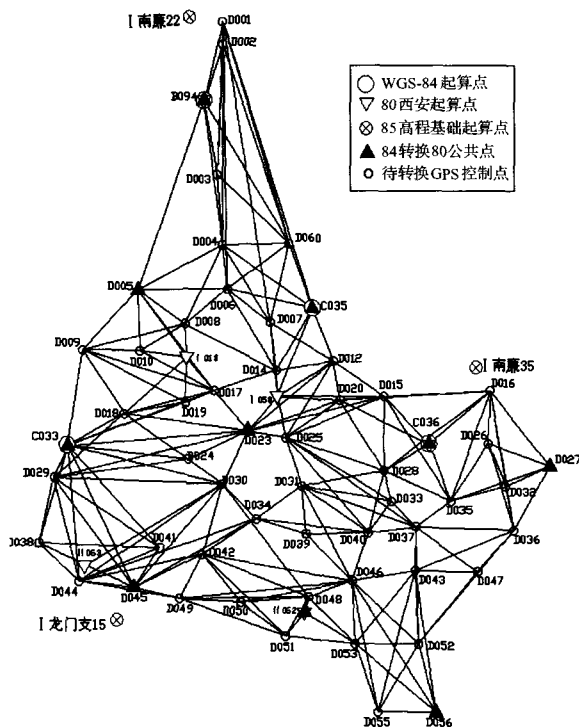


图 1 QZ 城市 GPS 框架网布点图

2. 数据处理

采用 GAMIT (Ver 10.21) 软件进行 GPS 基线解算, 获取高精度三维基线向量, 采用 PowerADJ (3.0V) 软件进行 GPS 网平差计算。WGS-84 坐标系下利用 B094, C033, C035, C036 进行三维约束平差, 起算点兼容性良好, 平面精度为 ± 5 mm, 最大点位中误差为 ± 6.2 mm, 大地高精度为 ± 10 mm, 最大高程中误差为 ± 13.4 mm。1980 西安坐标系下利用 B094, C036, I 013, I 058, II 062, II 063 进行二维约束平差(简称 80 西安平差成果), 起算点兼容性良好, 平面精度优于 ± 10 mm, 最大点位中误差为 ± 9.2 mm。控制点二等水准测量每千米偶然中误差为 ± 0.89 mm。

3. 转换方案

根据多项式拟合法数学模型, 利用公共点两套坐标由式(5)求取多项式系数 $a_{j0}, a_{j1}, a_{j2}, a_{j3}, a_{j4}, a_{j5}$; 以 WGS-84 坐标系待转换坐标 (x_s, y_s, H_s) 为输入数据, 由式(1)、式(2)计算得到 1980 西安坐标系平面坐标和 1985 国家高程基准正常高 (x_L, y_L, h_L) 。

本文设计了四套计算方案, 分别对公共点数量和点位分布差异进行讨论。

方案 1: 以相邻点间约 25 km 的距离均匀选择 10 个公共点, 这些点分布在控制网的四周和中央, 如图 1 所示。

方案 2:在方案 1 的基础上去掉北面的 B094 号点,利用 9 个公共点进行转换计算。

方案 3:在方案 1 的基础上去掉 D005, D023 号点,利用 8 个公共点进行转换计算。这些点基本分布在控制网的四周,相邻点间平均距离达到 35 km。

方案 4:在方案 1 的基础上均匀增加到 16 个公共点,相邻点间平均距离约为 20 km。

4. 精度分析

由式(4)、式(5)、式(7)计算各方案的多项式系数和未知参数单位权中误差估值,如表 1 所示。

表 1 多项式系数及未知参数单位权中误差估值

		a_0/m	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	m_0/m
方案 1 (10 点)	x 分量	-1.098 1	-6.419 7	-0.195 7	-0.222 2	4.893 5	-0.039 3	0.010
	y 分量	-115.424 6	1.416 4	-0.702 0	-0.405 2	4.222 2	-0.006 2	0.015
	h 分量	-20.771 8	-13.706 4	3.544 2	19.740 4	36.925 9	0.122 1	0.011
方案 2 (9 点)	x 分量	-1.102 6	-6.033 7	-0.189 4	1.994 0	37.490 2	0.037 5	0.010
	y 分量	-115.431 2	1.985 3	-0.692 8	2.861 2	52.266 9	0.107 1	0.016
	h 分量	-20.768 8	-14.262 6	3.536 2	19.250 5	30.475 0	0.018 9	0.014
方案 3 (8 点)	x 分量	-1.097 9	-6.415 9	-0.196 8	-0.392 1	4.150 1	-0.040 8	0.014
	y 分量	-115.424 7	1.422 9	-0.704 0	-0.666 4	3.562 1	0.000 7	0.022
	h 分量	-20.774 2	-14.118 3	3.565 4	23.859 6	58.994 3	0.067 7	0.014
方案 4 (16 点)	x 分量	-1.097 9	-6.416 5	-0.196 7	-0.892 4	2.942 9	-0.033 5	0.007
	y 分量	-115.424 0	1.419 2	-0.704 0	-1.415 5	0.939 4	-0.002 5	0.010
	h 分量	-20.765 4	-14.384 1	3.563 6	17.693 8	33.710 3	-0.010 6	0.018

从表 1 可知,方案 1、方案 2、方案 4 三维分量未知参数单位权中误差精度相当,方案 3 在 y 分量的转换精度略有下降。

利用各方案多项式系数将待定点 WGS-84 坐标转换为 1980 西安坐标系下的平面坐标(简称 80 西安转换成果)和 1985 国家高程基准下的正常高。假设 80 西安平差成果和二等水准测量成果为真值,按照式(8)、式(9)求转换成果与平差成果的三维分

量残差 v_i 和外符合精度 $m_{\text{外}}$,如表 2 所示。

$$\left. \begin{aligned} v_x &= x_i - x_L \\ v_y &= y_i - y_L \\ v_h &= h_i - h_L \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

$$\left. \begin{aligned} m_x &= \pm \sqrt{[v_x v_x]/n} \\ m_y &= \pm \sqrt{[v_y v_y]/n} \\ m_h &= \pm \sqrt{[v_h v_h]/n} \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

表 2 三维分量坐标转换外符合精度统计表

										m				
		$m_{\text{外}}$	v_{max}	no.	v_{min}	no.			$m_{\text{外}}$	v_{max}	no.	v_{min}	no.	
方案 1	x 分量	0.003	0.004	D063	-0.005	D036	方案 3	x 分量	0.007	0.007	D038	-0.014	D060	方案 1 略优。
	y 分量	0.004	0.008	D063	-0.008	D060		y 分量	0.011	0.012	D038	-0.021	D060	
	h 分量	0.028	0.055	D046	-0.054	D013		h 分量	0.026	0.045	D046	-0.057	D013	
方案 2	x 分量	0.014	0.059	D001	-0.011	D047	方案 4	x 分量	0.002	0.003	D063	-0.005	D060	本文选择方案 4 作为最终坐标转换成果,44 个外符合精度检测点的三维分量残差分布如图 2、图 3 所示。
	y 分量	0.019	0.082	D002	-0.015	D048		y 分量	0.004	0.006	D063	-0.008	D060	
	h 分量	0.024	0.046	D046	-0.052	D013		h 分量	0.021	0.038	D046	-0.053	D013	

由表 2 可知,方案 2 和方案 3 由于公共点分布不均匀、点间的距离过大,导致数学模型精度偏低。方案 1 和方案 4 所得的三维分量残差中误差整体较好, x,y 分量的精度相当, h 分量的精度方案 4 比方

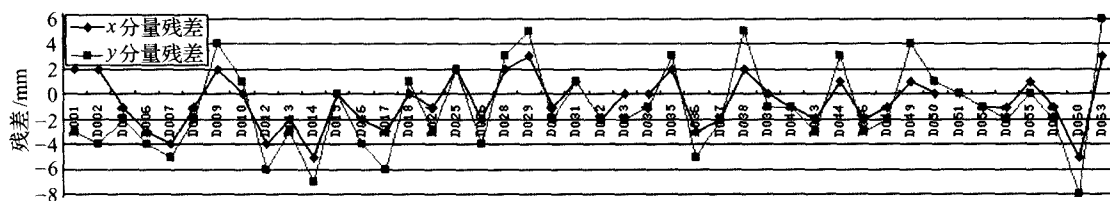


图2 平面二维分量残差分布图

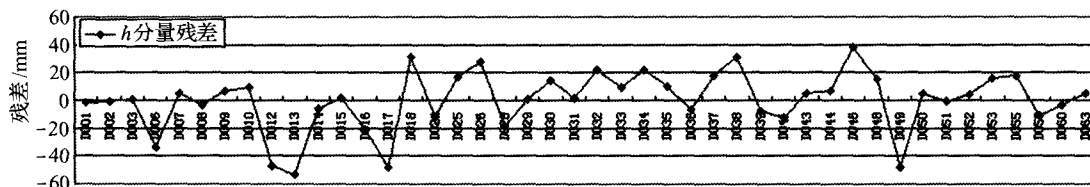


图3 高程分量残差分布图

充分体现 GPS 动态定位技术的优越性。

四、结束语

由上述分析可知,多项式拟合法是一种采用平面坐标位置作为因变量的三维坐标转换方法。其最大特点是以转换点平面坐标(x, y)为因变量,不需要知道目标椭球似大地水准面差距 ζ 就能够实现坐标系间三维坐标转换,具有坐标转换精度高、成果可靠、便于应用等优点。

目前,我国各城市正在兴建城市级 CORS 系统,采用多项式拟合法进行 GPS 坐标系统转换,能够使用户实时获取所需地方坐标系下的三维坐标成果,

参考文献:

- [1] 刘基余,等.全球定位系统原理及其应用[M].北京:测绘出版社,1995.
- [2] 周忠谟.地面网与卫星网之间转换的数学模型[M].北京:测绘出版社,1984.
- [3] 陆彩萍,伍吉仓,王解先.顾及 EGM96 模型的 GPS 水准高程拟合[J].测绘工程,2002,11(3):31-34.
- [4] 邸国辉,姜卫平.GPS 水准及其在测绘工程中的应用[J].地理空间信息,2006,4(1):6-8.

(上接第 17 页)

变形量的大小提出约束法和 TIKHONOV-LAMBDA 两种不同的单历元确定模糊度的方法。最后以实验数据验证了其准确性。不同的模糊度确定方法结合似单差法可以快速解算出任何大小的变形信息,这有利于 GPS 技术在变形监测领域中的推广,实现变形监测自动化。

参考文献:

- [1] 余学祥,等.GPS 变形监测数据处理自动化——似单差法的理论与方法[M].徐州:中国矿业大学出版社,2004.

- [2] 余学祥,等.GPS 变形监测信息高精度快速解算方法研究[J].东南大学学报(自然科学版),2003,33(6):758-762.
- [3] 余学祥,等.GPS 变形监测信息的单历元解算方法研究[J].测绘学报,2002,31(2):123-127.
- [4] 欧吉坤,王振杰.单频 GPS 快速定位中模糊度解算的一种新方法[J].科学通报,2003,24(12):2 572-2 575.
- [5] 王磊,翟国君,黄漠涛.单历元 GPS 姿态中病态方程解算方法的分析[J].测绘通报,2007,(2):7-10.
- [6] 柯福阳.基于 Internet GPS 变形监测快速解算的理论研究与软件实现[M].淮南:安徽理工大学出版社,2007.