

(三) 赤道坐标系与黄道坐标系	(78)
四、空间直角坐标系及其旋转	(78)
(一) 空间直角坐标系一般式	(78)
(二) 天球直角坐标系	(79)
(三) 直角坐标轴旋转	(79)
(四) 用转轴法转换天球坐标系	(80)
五、时间化算	(81)
(一) 地方时与地理经度关系	(81)
(二) 地方民用时与区时的关系	(81)
(三) 区时与世界时的关系	(81)
(四) 日界线	(81)
(五) 化平太阳时为恒星时	(81)
(六) 化恒星时为平太阳时	(81)
六、蒙气差、光行差、视差	(82)
(一) 蒙气差	(82)
(二) 周年光行差	(82)
(三) 周日光行差	(83)
(四) 视差	(83)
七、岁差、章动引起天体坐标的变化	(84)
(一) 岁差对 α 、 δ 的影响	(84)
(二) 岁差对 α 、 δ 影响的精确计算	(85)
(三) 章动对恒星 α 、 δ 的影响	(85)
八、恒星位置计算	(86)
(一) 由星表历元平位置计算岁首平位置	(86)
(二) 由岁首平位置计算测瞬视位置	(86)
九、纬度测定	(87)
(一) 南北星中天高差法	(87)
(二) 太尔各特法	(87)
十、经度测定	(89)
(一) 收时测定	(89)

(二) 表差确定	(89)
(三) 经度概算	(90)
(四) 经度精算	(91)
十一、多星等高同时确定经纬度	(92)
(一) 计算公式	(92)
(二) 天文等高测量等精度条件	(92)
(三) 图解法确定测站经纬度	(93)
(四) 平差法求测站经纬度	(93)
十二、方位角测定	(94)
(一) 一测回方位角计算	(94)
(二) 测站上方位角总结果的计算	(96)
十三、天文测量成果的归算	(96)
(一) 经纬度归算至三角点中心	(96)
(二) 方位角归心	(96)
(三) 子午线收敛角的改正	(96)
(四) 正反方位角检验	(97)
十四、天文常数	(97)

第六节 卫星大地测量

一、卫星轨道参数及符号	(98)
二、卫星轨道基本定律	(99)
(一) 运动方程	(99)
(二) 开普勒三定律	(99)
(三) 开普勒方程	(100)
三、轨道参数间的关系	(100)
四、卫星运动的主要摄动	(101)
(一) 由地球扁度引起的	(101)
(二) 由大气阻力引起的	(101)
五、入轨点速度及角度误差对卫星轨道的影响	(102)
(一) V_0 影响	(102)

(二) ξ 、 V_0 合并影响	(102)
六、圆或近圆轨道卫星星下轨迹计算	(103)
(一) 轨道周期	(103)
(二) 运动角速度	(103)
(三) 地球自转角速度	(103)
(四) 轨道平面摄动的角速度	(103)
(五) 计算星下点经纬度	(103)
(六) 卫星入轨后第一次通过结点的经度	(104)
(七) 卫星飞经以后各结点的经度	(104)
(八) 在不同纬度, 卫星离开某一结点所需的时间 及相应的经差	(104)
七、已知卫星轨道参数 a 、 e 、 i 、 ω 、 Ω 、 τ 求卫星飞经 某一纬度的 φ 、 h 、 v 、 t 、 λ	(104)
八、最大斜距 S , 观测弧段 L , 作用范围 D	(105)
九、非过顶卫星情况下观测弧段长度计算	(105)
十、根据卫星星下点轨迹上两点的经纬度求卫星轨道 上相应两点间弧段长	(105)
十一、卫星方位角 A 及仰角 E	(106)
十二、静止同步卫星观测计算	(106)
十三、卫星蒙气差附加改正数	(107)
十四、人造卫星光行差时间改正	(107)

第七节 物理大地测量

一、地球重力场	(109)
(一) 地球对单位质点的引力	(109)
(二) 地球的重力	(109)
(三) 地球重力位	(109)
(四) 水准椭球表面上的正常重力位	(110)
(五) 水准椭球外部点正常重力位	(110)
二、正常重力公式	(110)

(一) 椭球面上正常重力	(110)
(二) 正常重力实用公式	(111)
(三) 正常重力的高程改正	(112)
三、地球形状理论	(112)
(一) 扰动位	(112)
(二) 重力归算与重力异常	(113)
(三) 重力位的球谐函数表达式	(113)
(四) 大地水准面起伏 N 、重力异常 Δg 、纯重力 异常 δg 的球函数展开式	(114)
(五) 由重力异常计算地球位系数	(115)
(六) 扰动位的球面近似解——斯托克斯公式	(115)
(七) 扰动位的近似地面解——莫洛琴斯基公式 ...	(116)
四、高程及高程异常	(117)
(一) 正高	(117)
(二) 正常高	(117)
(三) 大地高	(117)
(四) 用天文水准方法计算高程异常差	(117)
(五) 用天文重力水准方法计算高程异常	(118)
五、地球外部重力场	(118)
(一) 引力沿球坐标三个分量	(118)
(二) g 在向径、运动、轨道面法线方向的分量 ...	(118)
(三) 沿上述方向的摄动分量	(119)
(四) 正常引力沿三个坐标轴的分量	(119)
(五) 扰动重力三个分量	(119)

第二章 地形及工程测量

第一节 地形测量

一、交会法计算	(120)
二、引点法计算	(123)

三、导线法计算	(124)
四、水准路线平差	(125)
五、间接高程计算	(125)
六、量距改正	(125)
七、视距公式	(126)
八、用水平面代替水准面的限度	(127)
九、水银气压计读高改正	(128)

第二节 地形成图、成果精度

一、地形图精度标准	(128)
二、各专业要求之特殊精度	(129)
三、地形图修测精度	(129)
(一) 地物	(129)
(二) 高程	(129)
四、起算数据对总中误差的影响	(129)
五、测角精度	(130)
(一) 水平角观测值的精度	(130)
(二) 垂直角观测精度	(130)
(三) 测角限差	(132)
六、测距精度估算	(132)
(一) 普通测距	(132)
(二) 视差测距	(132)
(三) 几种视距之精度	(133)
(四) 量距之精度	(133)
七、控制点之精度估算	(133)
(一) 线形锁	(133)
(二) 交会点	(134)
(三) 导线测量	(135)
(四) 水准点精度	(135)
(五) 间接高程	(135)

第三节 工程测量

一、工程设计对地形图精度要求	(136)
二、图上图解一点的位置误差	(137)
三、对平面控制测量精度要求	(137)
四、对高程控制测量之精度要求	(137)
(一) 测区首级高程控制网精度	(137)
(二) 测区内互为最远点之间的高程中误差	(137)
五、测图控制网布测	(138)
(一) 末级控制网边长	(138)
(二) 末级基本控制点边长	(138)
(三) 最弱边相对中误差	(138)
(四) 测回数的确定	(138)
(五) 点位误差椭圆	(138)
六、放样	(139)
(一) 直线及角度放样	(139)
(二) 曲线放样	(139)
七、放样元素的精度分析	(141)
(一) 普通钢尺测设长度的精度估算	(141)
(二) 角度放样精度分析	(141)
(三) 高程放样的精度分析	(142)
(四) 直角坐标法测设点位精度	(142)
(五) 极坐标法测设点位精度	(143)
(六) 方向线交会法测设点位精度	(143)
(七) 长度交会放样精度	(144)
(八) 轴线交会法精度	(144)
八、坑道测量	(144)
(一) 横向贯通误差	(144)
(二) 竖向贯通误差	(146)
(三) 竖井联系测量	(146)

九、机场测量	(148)
(一) 净空点计算公式及精度	(148)
(二) 导航台定位精度	(149)
(三) 主方格网点定位精度	(149)
(四) 土方量计算	(150)
十、海港测量	(150)
十一、变形观测	(151)
(一) 精度要求	(151)
(二) 高精度水准对 i 角的严格要求	(151)
(三) 倾斜观测	(152)
(四) 水平位移观测	(152)

第三章 摄影测量

第一节 地面摄影测量

一、地面立体摄影测量基本公式	(154)
(一) 等偏式	(154)
(二) 正直式	(155)
二、镜箱主距及像主点位置的确定	(156)
(一) 焦距 f 值的计算	(156)
(二) x_0 、 y_0 的确定	(156)
三、摄影基线的长度要求	(156)
四、摄影机安置误差及限制	(156)
(一) 外方位元素误差对像点坐标的影响	(156)
(二) 摄影机的安置误差	(157)
五、地面立体摄影测量的精度估计	(157)

第二节 航空摄影测量

一、基本公式	(159)
(一) 航空摄影	(159)

(二) 透视变换中的特别点、线间的关系	(160)
(三) 航测中常用的坐标系	(160)
(四) 综合法中常用的物、像坐标关系式	(161)
(五) 像点坐标的系统误差及其改正	(162)
(六) 像点比例尺	(165)
(七) 因像片倾斜和地面起伏引起的像点移位	(166)
(八) 因像片倾斜和地面起伏引起的方向偏差	(167)
(九) 空间直角坐标系的旋转变换	(168)
(十) 共线条件方程	(173)
(十一) 单像空间后方交会公式	(174)
(十二) 空间前方交会	(176)
(十三) 相对方位元素的计算	(176)
(十四) 模型点坐标重心化	(177)
(十五) 空间相似变换	(178)
(十六) 空间双点后交	(178)
(十七) 像片纠正	(179)
(十八) 测微高差仪计算航高差	(184)
(十九) 激光测高仪之改正	(184)
(二十) 脉冲雷达定位改正	(185)
二、航测内业中常用公式	(186)
(一) 航摄资料的验收	(186)
(二) 接触印像	(186)
(三) 照像与缩小	(187)
(四) 纠正镶嵌	(188)
(五) 分带投影转绘	(190)
(六) 电算加密	(191)
(七) 视差立体测图仪	(207)
(八) 多倍仪测图	(211)
(九) 精密立体测图仪	(213)
(十) 正射投影技术	(222)

第三节 卫星摄影测量

- 一、地图制图对卫星照片的要求 (228)
- 二、成像系统之精度 (228)
- 三、习惯使用的三个坐标系 (229)
- 四、轨道测定 (230)
 - (一) 相机在摄影瞬间的位置 (230)
 - (二) 卫星在轨道上定位的具体方法 (230)
 - (三) 轨道平面定向 (231)
 - (四) 距离及其变率的测定 (232)
- 五、摄影姿态的确定 (233)
- 六、航天摄影的飞行计划 (233)

第四章 制图与印刷

第一节 制图

- 一、投影公式 (238)
 - (一) 常用代字 (238)
 - (二) 投影的一般公式 (239)
 - (三) 旋转椭球体在球面上的投影 (241)
 - (四) 任意点的球面极坐标与地理坐标及球面直角坐标关系式 (242)
- 二、投影公式汇集 (242)
 - (一) 圆锥投影 (242)
 - (二) 圆柱投影 (247)
 - (三) 方位投影 (253)
 - (四) 伪圆锥投影 (256)
 - (五) 伪圆柱投影 (257)
 - (六) 多圆锥投影 (261)

(七) 其他投影	(263)
(八) SOM 投影	(265)
二、图上测算	(267)
(一) 距离测算	(267)
(二) 测定方位角	(268)
(三) 测定点的地理坐标	(268)
(四) 测定面积	(268)
(五) 测定体积	(269)
(六) 测定平均高程、地表坡度及表面积	(270)

第二节 印刷

一、复照	(271)
二、胶印	(273)

第五章 测量平差

第一节 测量偶然误差的分布密度函数

一、普遍函数	(275)
二、普遍函数的特例	(275)
(一) 均匀分布密度函数	(275)
(二) 拉普拉斯分布密度函数	(275)
(三) 高斯分布密度函数	(276)
三、误差与精度	(276)
四、误差传播定理	(276)

第二节 根据高斯分布密度函数进行平差

一、直接观测平差	(277)
二、间接观测平差 (参数平差、坐标平差)	(277)
(一) 计算步骤	(277)
(二) 改正数方程的建立	(278)

(三) 法方程式解算	(279)
(四) 精度估算	(282)
三、条件观测平差 (联系数法)	(284)
(一) 条件数确定	(284)
(二) 条件平差计算步骤	(285)
(三) 分组平差	(288)
四、三边测量平差	(288)
(一) 求角公式	(288)
(二) 角改正数与边改正数关系	(289)
(三) 坐标条件方程式	(289)
五、边角网平差	(289)

第三节 综合平差

一、基本公式	(290)
二、各种平差处理	(291)
(一) 间接平差	(291)
(二) 条件平差	(291)
(三) 参数分组或消去一部分参数平差	(292)
(四) 两组观测结果同时平差	(293)
(五) 未知数加权问题	(293)
(六) 滤波、推估和配置	(294)
(七) 有约束条件的平差	(295)

第六章 常用数学、物理公式及常数

第一节 数学公式

一、三角公式	(296)
二、代数	(299)
三、几何	(304)
四、微积分	(311)

五、内插公式	(316)
第二节 光、电学常用公式	
一、光学常用公式	(318)
二、电学常用公式	(322)
第三节 按公式进行计算的精度分析	
一、公式本身精度	(325)
二、凑整误差	(325)
三、应用电子计算机计算的特点	(326)
第四节 数学、物理常数	
一、数学常数	(327)
二、物理常数	(327)
(一) 光速	(327)
(二) 光的波谱	(327)
(三) 声速	(327)
(四) 物体线膨胀系数	(328)
(五) 物体比重	(328)
(六) 几种媒介的折射率	(328)
(七) 高空大气密度	(328)
(八) 随高度变化的大气折射率 n	(329)
(九) 物质介电常数	(329)
(十) 物质的电阻率	(329)
(十一) 无线电波谱	(330)
(十二) 几个主要地球椭球体参数	(330)
(十三) 地球的其他常数	(331)
(十四) 各旧有高程系统间的概略关系	(331)
(十五) 两个基准高程系统换算	(331)
三、计量单位	(331)

第一章 大地测量

第一节 椭球解算及投影

常用符号

L 、 B 、 A —大地经度、纬度、方位角； l —经差

λ 、 φ 、 α —天文经度、纬度、方位角

X 、 Y 、 Z 、 T —直角坐标，平面坐标方位角

γ —子午线收敛角

δ —方向改正

H 、 h_G —点的正常高、1.2 点之高差

M 、 N 、 r —子午、卯酉、平行圈曲半径

R 、 R_s —平均及任意法截线的曲半径

S 、 D —椭球面及高斯平面上之距离

s —大地线长

ξ 、 η —垂线偏差在子午圈及卯酉圈的分量

ζ —高程异常

h —大地高

下角标 m 表中数，0 表标准位置，1 表测站或起点，2 表照准点或终点，字母前 Δ 表差值，公式中另当别用的都有专注。

一、椭球元素及其相互关系₍₁₀₁₎

(一) 基本元素

a 、 b —长短半径

f —扁率 $f = \frac{a-b}{a}$ 1.1.1

$$e \text{—第一偏心率} \quad e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad 1.1.2$$

$$e' \text{—第二偏心率} \quad e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad 1.1.3$$

$$c \text{—极曲率半径} \quad c = \frac{a^2}{b} \quad 1.1.4$$

(二) 各元素间关系

$$\begin{aligned} a &= b\sqrt{1+e'^2} & b &= a\sqrt{1-e^2} & c &= a\sqrt{1+e'^2} \\ a &= c\sqrt{1-e^2} & e' &= e'\sqrt{1+e'^2} & e &= e'\sqrt{1-e^2} \end{aligned} \quad 1.1.5$$

$$V = W\sqrt{1+e'^2} \quad W = V\sqrt{1-e^2} \quad e^2 \approx 2\alpha$$

$$\text{常取 } t = \tan B \quad \eta = e' \cos B \quad W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}$$

$$V = \sqrt{1 + \eta^2}$$

二、几种坐标系间的关系₍₁₀₀₎

(一) 由大地坐标计算空间大地直角坐标₍₁₀₇₎

$$X = \left(\frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} + h \right) \cos B \cos L = (N + h) \cos B \cos L$$

$$Y = \left(\frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} + h \right) \cos B \sin L = (N + h) \cos B \sin L \quad 1.1.6$$

$$Z = \left[\frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} (1 - e^2) + h \right] \sin B = [N(1 - e^2) + h] \sin B$$

(二) 由空间大地直角坐标计算大地坐标

$$l = \arctan \left(\frac{Y}{X} \right) \quad 1.1.7$$

$$B = \arctan \left(\frac{Z/r}{(1 - e^2)} \right)$$

$$h = \sqrt{r^2 + (Z + Ne^2 \sin B)^2} - N$$

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad E = E_0 + \frac{3}{2} K E_0^3 r^2 Z^2 / R^4$$

$$E_0 = \frac{e^2}{\left(1 + K \sqrt{1 - \frac{e^2 Z^2}{R^2}}\right)} \quad R = \sqrt{r^2 + Z^2}$$

$$K = \frac{R}{a} - \frac{(1-f)}{\sqrt{1 - \frac{e^2 r^2}{R^2}}} \quad N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$$

(三) 由大地坐标计算子午面直角坐标

$$L = L$$

$$x = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \cos B = \frac{a}{W} \cos B \quad 1.1.8$$

$$y = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} (1 - e^2) \sin B = \frac{a}{W} (1 - e^2) B$$

(四) 由子午面直角坐标计算空间大地直角坐标

$$X = x \cos L$$

$$Y = x \sin L$$

$$Z = y$$

1.1.9

(五) 由大地坐标计算归化纬度坐标

$$L = L$$

$$\cos u = \frac{\cos B}{W} = \frac{\cos B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \quad 1.1.10$$

$$\sin u = \frac{\sin B \sqrt{1 - e^2}}{W}$$

, u —为归化纬度

(六) 由大地坐标计算地心坐标

$$L = L$$

$$\tan \varphi = (1 - e^2) \tan B \quad 1.1.11$$

(七) 由地心坐标计算子午面直角坐标

$$L = L$$

$$x = \frac{a \cos \varphi \sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \varphi}} \quad 1.1.12$$

$$y = \frac{a \sin \varphi \sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \varphi}}$$

三、地面元素归算至椭球面上

(一) 椭球面上的几种曲率半径₍₁₀₈₎

$$M = \frac{c}{V^3} = \frac{a(1 - e^2)}{V^3 \sqrt{(1 - e^2)^3}} \quad 1.1.13$$

$$N = \frac{a}{W} = \frac{c}{V} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \quad 1.1.14$$

$$R = \sqrt{MN} = \frac{N}{V} = \frac{a \sqrt{1 - e^2}}{1 - e^2 \sin^2 B} \quad 1.1.15$$

$$R_A = \frac{N}{1 + \eta^2 \cos^2 A} = \frac{\frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}}{1 + e^2 \cos^2 B \cos^2 A} \quad 1.1.16$$

(二) 子午线及平行圈弧长₍₁₀₈₎

1. 子午线弧长

(1) 一般公式

$$X = a(1 - e^2) \left[A \frac{B_2 - B_1}{\rho} - \frac{B}{2} (\sin 2B_2 - \sin 2B_1) + \frac{C}{4} (\sin 4B_2 - \sin 4B_1) \right]$$

$$- \sin 4B_1) - \frac{D}{6} (\sin 6B_2 - \sin 6B_1) + \dots \dots \dots] \quad 1.1.17$$

$$\text{式中: } A = 1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \frac{175}{256}e^6 + \frac{11025}{16384}e^8 + \dots \dots$$

$$B = \frac{3}{4}e^2 + \frac{15}{16}e^4 + \frac{525}{512}e^6 + \frac{2205}{2048}e^8 + \dots \dots$$

$$C = \frac{15}{64}e^4 + \frac{105}{256}e^6 + \frac{2205}{4096}e^8 + \dots \dots$$

$$D = \frac{35}{512}e^6 + \frac{315}{2048}e^8 + \dots \dots$$

B_1 、 B_2 —子午线上两点的纬度

对于克拉索夫斯基椭球有下列数值:

$$(e^2 = 0.006693421623)$$

$$A = 1.0050517739 \quad B = 0.0050623776$$

$$C = 0.0000106245 \quad D = 0.0000000208$$

对于 IAG-75 椭球有下列数值:

$$(e^2 = 0.0066943849996)$$

$$A = 1.005052506 \quad B = 0.005063112$$

$$C = 0.000010627 \quad D = 0.000000020$$

(2) 由赤道至纬度 B_1 的子午弧长 1.1.18

$$X = a(1 - e^2) \left(A \frac{B_1}{\rho} - \frac{B}{2} \sin 2B_1 + \frac{C}{4} \sin 4B_1 - \frac{D}{6} \sin 6B_1 + \dots \dots \right)$$

(3) 弧长甚短时的子午线长

$$X = M_n \frac{(B_2 - B_1)^n}{\rho^n} \left\{ 1 + \frac{e^2}{8} + \frac{(B_2 - B_1)^2}{\rho^{n+2}} \cos B_n \right\} \quad 1.1.19$$

($x \leq 400km$ 精确到 $0.001m$; $x \leq 45km$ 可舍去大括号中之第二项)

2. 平行圈弧长

$$s = N \cos B \frac{l''}{\rho''} \quad 1.1.20$$

(三) 水平方向归算到椭球面上的改正⁽¹⁰⁷⁾

1、垂线偏差

$$\delta''_{\perp} = -(\xi \cos A_{12} - \eta \sin A_{12}) \cot Z_{12} \quad 1.1.21$$

式中: Z —天顶距,

2、标高差

$$\delta''_{\perp} = \frac{e^2}{2} (H_2 + \zeta + a_2) \frac{\rho''}{M_2} \cos^2 B_2 \sin 2A_{12} \quad 1.1.22$$

H_2 —照准点正常高 a_2 —照准点觇标高

3、截面差

$$\delta''_{\perp} = -\frac{e^2 \rho''}{12 N_1^2} S_{12}^2 \cos^2 B_1 \sin 2A_{12} \quad 1.1.23$$

4、三差改正计算及取位: 一等三角需全部计算, 取至 $0.001''$; 二等三角仅计算 δ_{\perp} , 取至 $0.01''$; 三等三角一般不顾及三项改正, 当 $\xi, \eta > 10''$ 或 $H > 2000m$ 时, 应顾及前两项改正, 计算时取至 $0.1''$ 。

(四) 地面长度归算到椭球面上

1、基线尺量距的归算⁽¹⁰¹⁾

垂线偏差对长度归算的影响

$$\Delta s_{\perp} = \frac{u}{\rho''} (H_2 - H_1) \text{ (影响较小一般不予考虑)}. \quad 1.1.24$$

式中: u —基线方向的垂线偏差,

高程对长度归算的影响

$$S = S_0 \left(1 - \frac{H_{\text{基}} + \zeta}{R_0 + H_{\text{基}} + \zeta} \right) \quad 1.1.25$$

式中 $H_{\text{基}}$ —基线对于似大地水准面的平均正常高

第一节 椭球解算及投影

2. 电磁波测距的归算₍₁₀₅₎

$$S = d_s \left(1 + \frac{d_s^2}{24R_s^2} \right) + 1.25 \times 10^{-7} H_s d_s^2 \sin 2B_s \cos A_{12} \quad 1.1.26$$

式中: $d_s = \left(d + \frac{h^2}{2d} + \frac{h^4}{8d^3} \right) \frac{R_s}{R_s + H_s} \quad h = H_s - H_1$

此公式用于 $S \leq 80km$

(五) 拉普拉斯方程式₍₁₁₄₎

(天文方位角和大地方位角的关系)

$$A = \alpha - (\lambda - L) \sin \varphi = \alpha - \eta \tan \varphi \quad 1.1.27$$

(六) 垂线偏差公式

(天文经纬度和大地经纬度间的关系)

$$B = \varphi - \xi; \quad L = \lambda - \eta \sec \varphi \quad 1.1.28$$

(七) 椭球面上三角形解算₍₁₀₇₎

(勒让德定理)

$$A_1 = A_0 - \frac{\varepsilon''}{3}; \quad B_1 = B_0 - \frac{\varepsilon''}{3}; \quad C_1 = C_0 - \frac{\varepsilon''}{3} \quad 1.1.29$$

ε'' —球面角超

A_0, B_0, C_0 —球面角

A_1, B_1, C_1 —平面角

四、椭球面元素归算至高斯平面(高斯投影)

(一) 正反算公式₍₁₀₈₎

1. 正算公式 1.1.30

$$\begin{aligned} x = X &+ \frac{Nt}{2\rho''^2} \cos B l''^2 + \frac{Nt}{24\rho''^4} \cos^3 B (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) l''^4 \\ &+ \frac{Nt}{720\rho''^6} \cos^3 B (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330t^2\eta^2) l''^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{Nt}{40320\rho''} \cos^3 B (1385 - 3111t^2 + 543t^4 - t^6) l''^4 \\
y = & \frac{N}{\rho''} \cos B l'' + \frac{N}{6\rho''^3} \cos^3 B (1 - t^2 + \eta^2) l''^3 + \frac{N}{120\rho''^5} \cos^5 B (5 \\
& - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 + 58t^2\eta^2) l''^5 + \frac{N}{5040\rho''^7} \cos^7 B (61 \\
& - 479t^2 + 179t^4 - t^6) l''^7
\end{aligned}$$

此公式精度可达 $0.001m$ ，若只要求 $0.1m$ 精度， x 式中去掉 l''^4 项， y 式去掉 l''^5 项中的 $14\eta^2 + 58\eta^2 t^2$ 两项及 l''^7 项。

式中： X —赤道至纬度 B 之子午弧长

2. 反求公式

1.1.31

$$\begin{aligned}
B'' = B''_0 - & \frac{\rho'' t}{2MN} y^2 + \frac{\rho'' t}{24MN^3} (5 + 3t^2 + \eta^2 - 9t^2\eta^2) y^4 \\
& - \frac{\rho'' t}{720MN^5} (61 + 90t^2 + 45t^4) y^6 \\
l'' = & \frac{y}{N \cos B_0} \rho'' \left[1 - \frac{y^2}{6N^2} (1 + 2t^2 + \eta^2) + \frac{y^4}{120N^4} (5 + 28t^2 \right. \\
& \left. + 24t^4 + 6\eta^2 + 8\eta^2 t^2) \right]
\end{aligned}$$

此公式精度可达 $0.0001''$ ，若只要求 $0.01''$ ， B'' 式可舍去 y^6 项， l'' 式可舍去 y^4 项中 $-2\eta^2 - 16\eta^2 t^2$ 项。公式右端 t 、 η 、 M 、 N 各元素均是以垂足纬度 B_0 (由子午弧长公式反求) 为根据的相应值。

(二) 曲率改正公式(方向改正)₍₁₀₇₎

$$\begin{aligned}
\delta''_{12} = & -\frac{f''}{3} (x_2 - x_1) \left(2y_1 + y_2 - \frac{y_2^2}{R''_1} \right) - \frac{\eta^2 t (y_2 - y_1)}{R''_1} y_2^2 \rho'' \\
\delta''_{21} = & \frac{f''}{3} (x_2 - x_1) \left(2y_2 + y_1 - \frac{y_1^2}{R''_2} \right) + \frac{\eta^2 t (y_2 - y_1)}{R''_2} y_1^2 \rho''
\end{aligned}$$

1.1.32

式中: $f_n = \frac{\rho''}{2R_n} \cdot 10^4$, 该式误差小于 $0.001''$, 用于一等三角。

$$\begin{aligned}\delta''_{12} &= -\frac{\rho''}{6R_n^2} (x_2 - x_1)(2y_1 + y_2) \\ \delta''_{21} &= \frac{\rho''}{6R_n^2} (x_2 - x_1)(2y_2 + y_1)\end{aligned}\quad 1.1.33$$

当 $y_n < 250km$ 时, 误差小于 $0.01''$, 用于二等三角。

$$\delta''_{12} = -\delta''_{21} = -\frac{y_n \rho''}{2R_n^2} (x_2 - x_1) \quad 1.1.34$$

此式误差小于 $0.1''$, 用于三等三角。

(三) 距离改正公式₍₁₀₇₎

$$D - S = S \left(\frac{y_n^2}{2R_n^2} + \frac{\Delta y^2}{24R_n^2} + \frac{y_n^4}{24R_n^4} \right) \quad 1.1.35$$

当 $S < 70km$ $y_n < 350km$ 时, 误差小于 $0.001m$, 可用于一等计算, 对于二等可舍去括号中的最末项, 对于三等可只取括号内第一项。

(四) 子午线收敛角计算₍₁₀₇₎

1. 由 L 、 B 计算 1.1.36

$$\gamma'' = l'' \sin B \left[1 + \frac{l''^2 \cos^2 B}{3\rho''^2} (1 + 3\eta^2 + 2\eta^4) + \frac{l''^4 \cos^4 B}{15\rho''^4} (2 - t^2) \right]$$

当 $l'' \leq 3.5^\circ$ 时, 精确到 $0.001''$, 当 $l'' \leq 2^\circ$ 时, l''^3 项可略去; 取 $0''.01$ 精度时, 舍去 $2\eta^4$ 及 t^2 项; 取 $0''.1$ 精度时, 舍去 l''^4 及三次项中 $2\eta^4$; 取 $1''$ 精度时三次项仅取第一项。

2. 由 x 、 y 计算 1.1.37

$$\gamma'' = \frac{\rho'' y}{N} t - \frac{\rho'' y^3}{3N^3} t(1 + t^2 - \eta^2) + \frac{\rho'' y^5}{15N^5} t(2 + 5t^2 + 3t^4)$$

上式精度可达 $0.001''$ ，取 $0.01''$ 精度时不能舍项；取 $0.1''-1''$ 精度时，可将 y' 及三次项中 η^2 舍去，式中 l 、 η 、 N 均以垂足纬度为根据。

(五) 邻带坐标换算

1. 间接换带

$$x_1, y_1 - L, B - x_2, y_2$$

2. 直接换带

$$\text{一般公式}_{(108)} \quad 1.1.38$$

$$x_2 = x_{02} + a_1 \Delta x_1 - b_1 \Delta y_1 + \frac{1}{2} a_1 (\Delta x_1^2 - \Delta y_1^2) - b_1 \Delta x_1 \Delta y_1 \\ + \frac{1}{6} a_1 \Delta x_1 (\Delta x_1^2 - 3\Delta y_1^2) - \frac{1}{6} b_1 \Delta y_1 (3\Delta x_1^2 - \Delta y_1^2) + \dots \dots$$

$$y_2 = y_{02} + b_1 \Delta x_1 + a_1 \Delta y_1 + \frac{1}{2} b_1 (\Delta x_1^2 - \Delta y_1^2) + a_1 \Delta x_1 \Delta y_1 \\ + \frac{1}{6} b_1 \Delta x_1 (\Delta x_1^2 - 3\Delta y_1^2) + \frac{1}{6} a_1 \Delta y_1 (3\Delta x_1^2 - \Delta y_1^2) + \dots \dots$$

式中：

$$\Delta x_1 = x_1 - x_{01} \quad \Delta y_1 = y_1 - y_{01} \quad a_1, b_1 \text{—系数}$$

$x_{01}, y_{01}, x_{02}, y_{02}$ —辅助点在一、二带中坐标。

$$(1) \text{ 当辅助点在分带子午线上时: }_{(109)} \quad 1.1.39$$

$$x_2 = x_0 + \Delta x_1 \cos \theta - \Delta y_1 \sin \theta + \frac{1}{2} a_2 (\Delta x_1^2 - \Delta y_1^2) - b_2 \Delta x_1 \Delta y_1 \\ + \delta_2$$

$$\pm y_2 = -y_0 + \Delta x_1 \sin \theta + \Delta y_1 \cos \theta + a_2 \Delta x_1 \Delta y_1 + \frac{1}{2} b_2 (\Delta x_1^2 \\ - \Delta y_1^2) + \delta_2$$

式中： x_0, y_0 —辅助点坐标

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0; \quad \Delta y_1 = \pm y_1 - y_0$$

复号系统之上符号适应从西到东的换带，下符号适应从东到西的换带。

$$\theta = 2\gamma_0$$

$$a_2 = -\frac{3\sin 2B(1 + e'^2\eta^2\cos^2 B)l^2}{N}$$

$$b_2 = \frac{2\cos Bl}{N} (1 + e'^2\eta^2\cos^2 B - \frac{l^2}{6} - 5l^2\sin^2 B)$$

$$\delta_x = C\Delta x_1(\Delta x_1^2 - 3\Delta y_1^2) + D\Delta y_1(\Delta y_1^2 - 3\Delta x_1^2)$$

$$\delta_y = D\Delta x_1(\Delta x_1^2 - 3\Delta y_1^2) - C\Delta y_1(\Delta y_1^2 - 3\Delta x_1^2)$$

$$C = \frac{l^2}{3N^2} (7\sin^2 B - 3)$$

$$D = -\frac{\sin Bl}{3N^2} (1 + 5e'^2\eta^2\cos^2 B)$$

(2) 卡岗换带法(辅助点选在分带子午线上)_{cos} 1.1.40

$$x_2 = x_0 + \Delta x_1 \cos \theta - \Delta y_1 \sin \theta - \frac{1}{2} k_1 (\Delta x_1^2 - \Delta y_1^2) - k_2 \Delta x_1 \Delta y_1 + \delta_x$$

$$\pm y_2 = y_0 + \Delta x_1 \sin \theta + \Delta y_1 \cos \theta - k_2 \Delta x_1 \Delta y_1 + \frac{1}{2} k_1 (\Delta x_1^2 - \Delta y_1^2) + \delta_y$$

$$\text{式中: } k_1 = \frac{y_0}{R^2} (1 + \cos \theta - 2\sin^2 \theta)$$

$$k_2 = \frac{y_0}{R^2} \sin \theta (2\cos \theta + 1)$$

$$\delta_x = -mm_1 \Delta x + m \frac{\beta}{\rho} \Delta y + \Delta m \Delta x + \frac{\Delta \beta}{\rho} \Delta y$$

$$\delta_y = -mm_1 \Delta y + \Delta m \Delta y + \frac{\Delta \beta}{\rho} \Delta x$$

$$\begin{aligned}
m_1 &= \left(y_0 + \frac{\Delta y_1}{2} \right)^2 \frac{1}{2R^2} + \frac{\Delta y_1^2}{24R^4} \\
&+ \frac{1}{24R^4} \left(y_0 + \frac{\Delta y_1}{2} \right)^4 \\
m_2 &= \left(y_0 - \frac{\Delta y}{2} \right)^2 \frac{1}{2R^2} + \frac{\Delta y^2}{24R^4} + \frac{1}{24R^4} \left(y_0 - \frac{\Delta y}{2} \right)^4 \\
m &= m_2 - m_1, \quad \beta = \delta_1 + \delta_2 (\text{两个带方向改正代数和}) \\
\Delta m, \Delta \beta &\text{表 } m, \beta \text{ 从第二项起各项和} \\
\Delta x_1 &= x_1 - x_0, \quad \Delta y_1 = y_1 - y_0 \\
\Delta x &= \Delta x_1 \cos \theta - \Delta y_1 \sin \theta \\
\Delta y &= \Delta y_1 \cos \theta + \Delta x_1 \sin \theta \\
\theta &= 2\gamma_0
\end{aligned}$$

计算 m_1, m_2 之 R 为两点之平均曲率半径.

(3) 金扬善换带法(辅助点选在分带子午线上)

$$\begin{aligned}
x_1 &= x_0 + m\Delta y_1 + m_1\Delta y_1^2 + m_2\Delta y_1^3 + m_3\Delta y_1^4 \\
\pm y_1 &= y_0 + n\Delta y_1 + n_1\Delta y_1^2 + n_2\Delta y_1^3 + n_3\Delta y_1^4
\end{aligned} \tag{1.1.41}$$

$$m = -\sin 2\gamma_0, \quad n = -\cos 2\gamma_0$$

$$m_1 = A \sin 3\gamma_0, \quad n_1 = A \cos 3\gamma_0$$

$$m_2 = -C \cos 4\gamma_0 - D \sin 4\gamma_0$$

$$n_2 = C \sin 4\gamma_0 - D \cos 4\gamma_0$$

$$m_3 = \frac{5y_0}{8R_0^4} \sin 2\gamma_0, \quad n_3 = \frac{y_0}{12R_0^4}$$

$$A = \cos \gamma_0 \left(\frac{y_0}{R_0^3} - \frac{2\eta^2 t}{R_0^3} y_0^2 \tan \gamma_0 - \frac{y_0^3}{3R_0^4} \right)$$

$$C = \frac{1}{6R_0^3} \sin 2\gamma_0 + \frac{4\eta^2 t^2}{3R_0^3} y_0 \cos 2\gamma_0$$

$$D = \left(\frac{y_0}{R_0^3} \cos \gamma_0 \right)^2$$

式中 γ 、 y 、 R 、 η 、 t 均以辅助点为根据。

在实用中根据不同精度要求常用下列三种形式表示：

$$x_1 = x_0 + m\Delta y_1 + \varepsilon_x$$

$$y_1 = -(y_0 + n\Delta y_1 + \varepsilon_y)$$

误差小于1m

$$x_2 = x_0 + (m + m_1\Delta y_1)\Delta y_1 + \delta_x$$

$$y_2 = -[y_0 + (n + n_1\Delta y_1)\Delta y_1 + \delta_y]$$

当三度换带 $\Delta y_1 < 80km$ ，六度换带 $\Delta y_1 < 60km$ 时用此式
仍可得精密结果。

$$x_3 = x_0 + [m + (m_1 + m_2\Delta y_1)\Delta y_1]\Delta y_1 + \sigma_x$$

$$y_3 = -\{y_0 + [n + (n_1 + n_2\Delta y_1)\Delta y_1]\Delta y_1 + \sigma_y\}$$

误差小于0.002m

(4) 毕留柯夫换带法(辅助点在西带中央子午线上)_{non}

1.1.42

$$x_2 = x_0 + x' + D_{11}x' \pm D_{12}y_1 + D_{21}a \pm D_{22}b + D_{31}c \pm D_{32}d \\ + D_{41}e \pm D_{42}f + D_{51}g \pm D_{52}h$$

$$y_2 = \pm y_0 + y_1 + D_{11}y_1 - (+)D_{12}x' + D_{21}b - (+)D_{22}a + D_{31}d \\ - (+)D_{32}c + D_{41}f - (+)D_{42}e + D_{51}h - (+)D_{52}g$$

y_1 为正时用上(前)符号，否则用下(后)符号。

式中：

$$x_1 = x_0 - s_0$$

$$a = (x'^2 - y_1^2)10^{-6}$$

$$b = 2x'y_1 \cdot 10^{-6}$$

$$c = (x'a - y_1b)10^{-6}$$

$$d = (x'b + y_1a)10^{-6}$$

$$e = (x'c - y_1d)10^{-6}$$

$$f = (x'd + y_1c)10^{-6}$$

$$g = (x'e - y_1f)10^{-6}$$

$$h = (x'f + y_1e)10^{-6}$$

$$D_{11} = \frac{1}{2} \cos^2 B (1 - t^2 + \eta^2) l^2 + \frac{1}{24} \cos^4 B (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2)$$

$$-58\eta^2 t^2)l^4 + \frac{1}{720} \cos^4 B (61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6)l^6$$

$$D_{13} = -t \cos B l - \frac{1}{6} t \cos^3 B (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4)l^3$$

$$- \frac{1}{120} t \cos^5 B (61 - 58t^2 + t^4)l^5$$

$$D_{14} = \left[\frac{t}{N} \cos^3 B (-1 - 2\eta^2 - \eta^4)l^2 + \frac{t}{6N} \cos^5 B (-7 + 5t^2)l^4 \right] 10^6$$

$$D_{15} = \left[-\frac{1}{2N} \cos B (1 + \eta^2)l - \frac{1}{12N} \cos^3 B (5 - 13t^2 + 14\eta^2 - 49\eta^2 t^2)l^3 - \frac{1}{240N} \cos^5 B (61 - 418t^2 + 121t^4)l^5 \right] 10^6$$

$$D_{16} = \left[\frac{1}{3N^2} (-1 + t^2 - 3\eta^2 + 8\eta^2 t^2)l^2 + \frac{1}{18N^2} \cos^4 B (-7 + 36t^2 - 5t^4)l^4 \right] 10^6$$

$$D_{17} = \left[\frac{t}{6N^2} \cos B (1 + 5\eta^2 + 4\eta^4)l + \frac{1}{36} t \cos^3 B (41 - 13t^2)l^3 \right] 10^6$$

$$D_{18} = \left(\frac{1}{3N^2} t \cos^3 B l^2 \right) 10^6$$

$$D_{19} = \left[\frac{1}{24N^2} \cos B (1 + 6\eta^2 - 12\eta^2 t^2)l + \frac{1}{144N^2} \cos^3 B (41 - 121t^2)l^3 \right] 10^6$$

$$D_{20} = \left[\frac{1}{15N^2} \cos^3 B (1 - t^2)l^3 \right] 10^6$$

$$D_{21} = \left(-\frac{1}{120N^2} t \cos B l \right) 10^6$$

注：計算 D_{ij} 之元素均以輔助點坐標為根據。

(六) 方位角换带₍₁₁₁₎

1. 用公式

$$\alpha_{12}^{E(W)} = \alpha_{12}^{E(W)} \pm (\gamma_1^E - \gamma_1^W) \pm (\delta_{12}^E - \delta_{12}^W) \quad 1.1.43$$

E, W —表示东带及西带

2. 用换带坐标反算

(七) 边长换带

1. 间接换带—正反两次投影

2. 用换带坐标直接反算边长

五、短距离大地测量主题解₍₁₂₂₎

(一) 高斯(Gauss)平均引数算式

A. 正算 1.1.44

$$\begin{aligned} \Delta B = & \frac{1}{N} (1 + \eta^2) s \cdot \cos A + \frac{1}{8N^3} (-\eta^2 + t^2 \eta^2 - 2\eta^4 \\ & - 3t^2 \eta^4) s^3 \cos^3 A + \frac{1}{24N^3} (2 + 3t^2 + 4\eta^2 + 3t^2 \eta^2 \\ & + 2\eta^4) s^3 \cos A \sin^2 A + \frac{1}{240N^3} (-1) s^5 \cos^3 A \sin^2 A \\ & + \frac{1}{1920N^3} (16 + 60t^2 + 45t^4) s^5 \cos A \sin^4 A \\ \Delta L = & \frac{1}{N \cos B} s \cdot \sin A + \frac{1}{24N^3 \cos B} (-1 - \eta^2 \\ & + 9t^2 \eta^2) s^3 \cos^2 A \sin A + \frac{t^2}{24N^3 \cos B} s^3 \sin^3 A \\ & + \frac{1}{1920N^3 \cos B} s^5 \cos^4 A \sin A + \frac{1}{960N^3 \cos B} (-4 \end{aligned}$$

$$-5t^2)s^3\cos^2A\sin^3A + \frac{1}{1920N^3\cos B}(8t^2+9t^4)s^3\sin^3A$$

$$\begin{aligned}\Delta A = & \frac{t}{N}s^3\sin A + \frac{t}{24N^3}(2+7\eta^2+9t^2\eta^2+5\eta^4)s^3\cos^2A\sin A \\ & + \frac{t}{24N^3}(2+t^2+2\eta^2)s^3\sin^3A + \frac{t}{120N^3}s^3\cos^4A\sin A \\ & + \frac{t}{480N^3}(8+5t^2)s^3\cos^2A\sin^3A + \frac{t}{1920N^3}(16+20t^2 \\ & + 9t^4)s^3\sin^3A\end{aligned}$$

$$B_2 = B_1 + \Delta B \quad L_2 = L_1 + \Delta L$$

$$A_2 = A_1 + 180^\circ + \Delta A$$

顾及五次项的算式，可解算 400km 以下的大地主题正算，
顾及三次项的算式，可解算 200km 以下的大地主题正算，均精
确到 0.0001"。式中使用的 B 、 N 、 A 、 t 、 η 值，均以两点之坐
标中数为根据。

B、反算

1.1.45

$$s\sin A_m = r_{01}\Delta L + r_{21}\Delta B^2\Delta L + r_{03}\Delta L^3 + [r_{41}\Delta B^4\Delta L + r_{23}\Delta B^2\Delta L^3 \\ + r_{05}\Delta L^5]$$

$$s\cos A_m = s_{10}\Delta B + s_{30}\Delta B^3 + s_{12}\Delta B\Delta L^2 + [s_{32}\Delta B^3\Delta L^2 + s_{14}\Delta B\Delta L^4]$$

$$\Delta A'' = t_{01}\Delta L + t_{21}\Delta B^2\Delta L + t_{03}\Delta L^3 + [t_{41}\Delta B^4\Delta L + t_{23}\Delta B^2\Delta L^3 \\ + t_{05}\Delta L^5]$$

$$\tan A_m = \frac{s \cdot \sin A_m}{s \cdot \cos A_m} \quad s = \frac{s \cdot \sin A_m}{\sin A_m} = \frac{s \cdot \cos A_m}{\cos A_m}$$

$$A_1 = A_m - \frac{1}{2}\Delta A \quad A_2 = A_m + \frac{1}{2}\Delta A \pm 180^\circ$$

式中系数为：

$$r_{01} = \frac{1}{\rho} N \cos B$$

$$r_{21} = \frac{1}{24\rho^3} N \cos B (1 - \eta^2 - 9\eta^2 t^2 + \eta^4 + 18\eta^4 t^2)$$

$$r_{23} = \frac{1}{24\rho^3} N \cos^3 B (-t^2)$$

$$r_{41} = \frac{7}{5760\rho^5} N \cos B$$

$$r_{25} = \frac{1}{2880\rho^5} N \cos^3 B (-8 - 35t^2)$$

$$r_{25} = \frac{1}{1920\rho^5} N \cos^3 B (-8t^2 + t^4)$$

$$s_{10} = \frac{1}{\rho} N (1 - \eta^2 + \eta^4 - \eta^6)$$

$$s_{30} = \frac{1}{8\rho^3} N (\eta^2 - t^2 \eta^2 - 2\eta^4 + 7t^2 \eta^4)$$

$$s_{12} = \frac{1}{24\rho^3} N \cos^2 B (-2 - 3t^2 + 3t^2 \eta^2 - 3t^2 \eta^4)$$

$$s_{32} = \frac{1}{1440\rho^5} N \cos^2 B (-4 - 15t^2)$$

$$s_{14} = \frac{1}{5760\rho^5} N \cos^4 B (-8 - 20t^2 + 15t^4)$$

$$t_{01} = \cos B t$$

$$t_{21} = \frac{1}{24\rho^2} \cos B t (3 + 2\eta^2 - 2\eta^4)$$

$$t_{03} = \frac{1}{12\rho^2} \cos^3 B t (1 + \eta^2) \quad t_{41} = \frac{5}{384\rho^4} \cos B t$$

$$t_{23} = \frac{1}{96\rho^4} \cos^3 B t (1 - 2t^2) \quad t_{05} = \frac{1}{240\rho^4} \cos^5 B t (2 - t^2)$$

计算各系数所用 B 、 N 、 B 、 η 、 t 均由平均坐标计算。当距离计算至厘米，方位角计算至 $0.001''$ 时，本公式可解算距离长达 400km 的大地主题反算；若舍去方括号内的那些项，即略去

五次项时，可用于解算 200km 以下的大地主题反算。

(二) 赫里斯托夫(Христоф)算式

1.1.46

$$\Delta B''_{\text{H}} = b_{00}u + b_{20}u^3 + b_{02}v^2 + b_{22}u^2 + b_{40}uv^2 + b_{04}u^4 + b_{24}u^2v^2 + b_{42}v^4 + b_{24}u^2v^2 + b_{40}uv^4$$

$$\Delta L''_{\text{H}} = l_{00}v + l_{20}uv + l_{02}u^2v + l_{22}v^3 + l_{40}u^3v + l_{04}uv^3 + l_{24}u^2v^3 + l_{42}v^5$$

$$\Delta A''_{\text{H}} = a_{00}v + a_{20}uv + a_{02}u^2v + a_{22}v^3 + a_{40}u^3v + a_{04}uv^3 + a_{24}u^2v^3 + a_{42}v^5$$

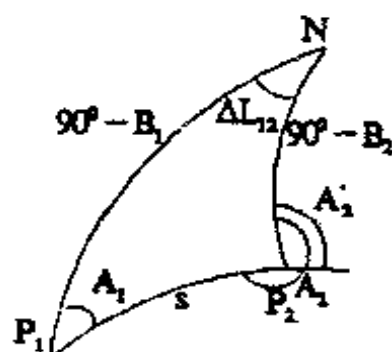


图 1.1.1

式中: $u = s \cdot \cos A_1$; $v = s \cdot \sin A_1$

各系数为: (系数下标含义为: 前一下标为 u 的指数, 后一下标为 v 的指数)

$$b_{00} = \rho''(1 + \eta^2) / N$$

$$b_{20} = 3\rho''t(-\eta^2 - \eta') / 2N^3$$

$$b_{02} = \rho''t(-1 - \eta^2) / 2N^3$$

$$b_{22} = \rho''(-\eta^2 + t^2\eta^2 - 2\eta' + 6t^2\eta') / 2N^3$$

$$b_{40} = \rho''(-1 - 3t^2 - 2\eta^2 + 6t^2\eta^2 - \eta' + 9t^2\eta') / 6N^5$$

$$b_u = \rho'' t \eta^2 / 2N'$$

$$b_v = \rho'' t (-4 - 6t^2 + 9\eta^2 + 3t^2\eta^2) / 12N'$$

$$b_w = \rho'' t (1 + 3t^2 + 2\eta^2 - 6t^2\eta^2) / 24N'$$

$$b_x = \rho'' (-2 - 15t^2 - 15t^4) / 30N'$$

$$b_y = \rho'' (1 + 30t^2 + 45t^4) / 120N'$$

$$l_u = \rho'' / N \cos B$$

$$l_v = \rho'' t / N' \cos B$$

$$l_w = \rho'' (1 + 3t^2 + \eta^2) / 3N' \cos B$$

$$l_x = \rho'' (-t^2) / 3N' \cos B$$

$$l_y = \rho'' t (2 + 3t^2 - \eta^2) / 3N' \cos B$$

$$l_z = \rho'' t (-1 - 3t^2 - \eta^2) / 3N' \cos B$$

$$l_{xx} = \rho'' (2 + 15t^2 + 15t^4) / 15N' \cos B$$

$$l_{yy} = \rho'' (-1 - 20t^2 - 30t^4) / 15N' \cos B$$

$$l_{zz} = \rho'' (t^2 + 3t^4) / 15N' \cos B$$

$$a_u = \rho'' t / N$$

$$a_v = \rho'' (1 + 2t^2 + \eta^2) / 2N'$$

$$a_w = \rho'' t (5 + 6t^2 + \eta^2 - 4\eta^4) / 6N'$$

$$a_x = \rho'' t (-1 - 2t^2 - \eta^2) / 6N'$$

$$a_y = \rho'' (5 + 28t^2 + 24t^4 + 6\eta^2 + 8t^2\eta^2) / 24N'$$

$$a_z = \rho'' (-1 - 20t^2 - 24t^4 - 2\eta^2 - 8t^2\eta^2) / 24N'$$

$$a_{xx} = \rho'' t (61 + 180t^2 + 120t^4) / 120N'$$

$$a_{yy} = \rho'' t (-29 - 140t^2 - 120t^4) / 60N'$$

$$a_{zz} = \rho'' t (1 + 20t^2 + 24t^4) / 120N'$$

注：解算 b 、 l 、 a 、 u 、 v 所用的 A 、 N 、 t 、 η 均应以大地线起始点坐标为根据；解算 120km 以下的大地主题解，精度可达万分之一秒。

六、长距离大地测量主题解⁽¹⁰⁸⁾

(一) 贝塞尔(Bessel)算式

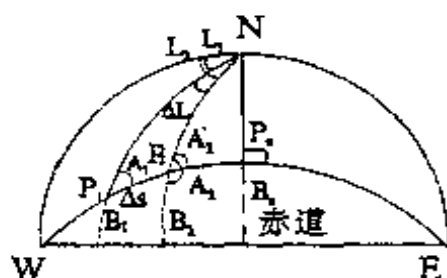


图 1.1.2

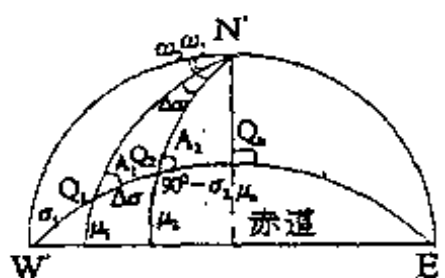


图 1.1.3

A、正算

1.1.47

$$\tan u_1 = \tan B \sqrt{1 - e^1} \qquad \cos u_1 = \cos u_1 \sin A_1$$

$$\tan \sigma_1 = \tan u_1 \sec A_1$$

$$\sin u_1 = \cos u_1 \cos A_1 \sec \sigma_1 \text{ (核算用)}$$

$$\Delta\sigma'' = \alpha_1 \frac{\Delta\sigma}{h} + \beta \sin \Delta\sigma \cos(2\sigma_1 + \Delta\sigma) + \gamma \sin 2\Delta\sigma \cos 2(2\sigma_1 + \Delta\sigma)$$

$$\sin u_1 = \sin u_0 \sin(\sigma_0 + \Delta\sigma) \quad \tan A'_1 = \cot u_0 \sec(\sigma_0 + \Delta\sigma)$$

$$\sin \Delta \omega = \sin \Delta \sigma \sin A_1 \sec u_1$$

$$\sin \Delta \omega = \sin \Delta \sigma \sin A', \sec u, (\text{核算用})$$

$$\tan B_2 = \frac{\tan u_2}{\sqrt{1 - e^2}}$$

$$L_2 = L_1 + \Delta\omega - 2\alpha\cos u_1 \{ \alpha' \Delta\sigma'' + \beta' \sin \Delta\sigma \cos (2\sigma_1 + \Delta\sigma) \}$$

$$A_2 = A'_2 + 180^\circ$$

式中:

$$\alpha_1 = \rho'' \left\{ 1 - \frac{k^2}{4} + \frac{7k^4}{64} - \frac{15k^6}{256} + \dots \dots \right\}$$

$$\beta = \rho^n \left\{ \frac{k^2}{4} - \frac{k^4}{8} + \frac{37k^6}{512} + \dots \right\}$$

$$\gamma = \rho'' \left\{ \frac{k^4}{128} - \frac{k^6}{128} + \dots \dots \right\}$$

$$\delta = \rho'' \left\{ \frac{k^6}{1536} + \dots \dots \right\}$$

$$k = e' \sin u_1, \quad \alpha' = \frac{1}{2} - \frac{k'^2}{12} + \frac{k'^4}{24}$$

$$\beta' = \rho'' \left(\frac{k'^2}{12} - \frac{k'^4}{18} \right) \quad k' = \sqrt{\frac{\frac{3e'^2}{4}}{1 - \frac{3e'^2}{4}} \sin u_1}$$

计算步骤如下:

1. 计算贝塞尔辅助球面纬度 u_1 。
2. 计算辅助量 u_1 、 σ_1 ，按照下表决定它们所属的象限。
3. 计算 k^2 、 k'^2 、 α_1 、 β 、 γ 、 α' 、 β' 各系数。

4. 计算大圆弧 $\Delta\sigma''$: 取 $(\Delta\sigma'') = \frac{\rho''}{\alpha} V_1 \Delta s$ 概略地计算 $\Delta\sigma$ 的第一次近似值 $(\Delta\sigma)$ 。若需计算精确到 $0.001''$ ，在进行逐次趋近计算时，当前后二次求得的 $\Delta\sigma''$ 之差小于 $0.1''$ ，则不必再作进一步趋近。

5. 计算贝塞尔辅助球面纬度 u_2 、方位角 A'_1 和球面经度差 $\Delta\omega$ 。

6. 计算 B_2 、 L_2 、 A_2 。

B. 反算

1.1.48

$$\tan u_1 = \tan B_1 \sqrt{1 - e^2} \quad \tan u_2 = \tan B_2 \sqrt{1 - e^2}$$

$$u_m = \frac{1}{2} (u_2 + u_1) \quad \Delta u = (u_2 - u_1)$$

$$\tan A_m = \frac{\cos u_m}{\sin \frac{\Delta u}{2}} \tan \frac{\Delta \omega}{2} \quad \tan \frac{\Delta A}{2} = \frac{\sin u_m}{\cos \frac{\Delta u}{2}} \tan \frac{\Delta \omega}{2}$$

$$A_1 = A_n - \frac{1}{2} \Delta A$$

$$A'_1 = A_n + \frac{1}{2} \Delta A$$

$$A_2 = A'_1 + 180^\circ$$

$$\sin \Delta \sigma = \cos u_1 \sin \Delta \omega \csc A_1, \quad \sin \Delta \sigma = \cos u_1 \sin \Delta \omega \csc A'_1, (\text{核算})$$

$$\cos u_1 = \cos u_1 \sin A_1, \quad \cos u_1 = \cos u_1 \sin A'_1, (\text{核算})$$

$$\tan \sigma_1 = \tan u_1 \sec A_1$$

$$\Delta \omega = L_2 - L_1 + 2 \alpha \cos u_1 \{ \alpha' \Delta \sigma'' + \beta' \sin \Delta \sigma \cos(2\sigma_1 + \Delta \sigma) \}$$

$$\Delta s = \frac{b}{\alpha_1} \{ \Delta \sigma'' - \beta \sin \Delta \sigma \cos(2\sigma_1 + \Delta \sigma) - \gamma \sin 2 \Delta \sigma \cos 2(2\sigma_1 + \Delta \sigma) \}$$

计算步骤如下:

1. 计算 u_1 、 u_2 。
2. 计算 A_1 、 A'_1 ，求 $\Delta \omega$ 的第一次近似值时，若 $s < 2000 \text{ km}$ ，可用约旦相应公式计算；若 $s > 2000 \text{ km}$ ，可直接把 ΔL 就当作是 $\Delta \omega$ 的第一次近似值。方位角的象限可按下表确定。
3. 计算大圆弧 $\Delta \sigma$ 和辅助量 u_1 和 σ_1 ，仍可用正算方法确定象限。
4. 计算 k'^1 ，进而计算 α' 、 β' 。
5. 计算球面经度差 $\Delta \omega$ ：先把椭圆体面上经度差 ΔL 换算为较精确的 $\Delta \omega$ 值，再利用这个较精确的 $\Delta \omega$ 值重复上面的 2~5 各步骤，直至 A_1 、 A'_1 、 $\Delta \sigma$ 、 u_1 、 σ_1 和 $\Delta \omega$ 值完全正确为止。
6. 计算 k^2 再计算(或查表) α_1 、 β 、 γ 各系数值。
7. 计算 Δs 。

(二) 赫尔默特(Helmert)算式

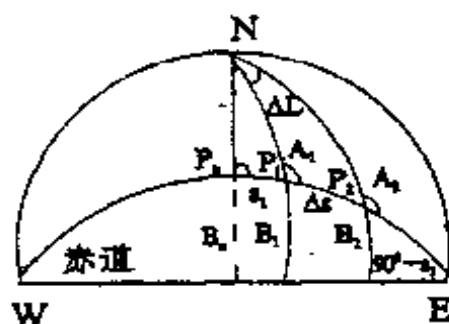


图 1.1.4

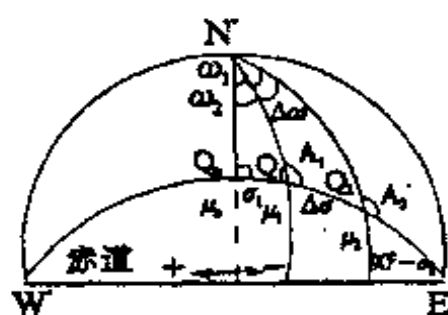


图 1.1.5

$$\sigma(\text{赫}) = \sigma(\text{贝}) - 90^\circ$$

$$k'^2 = e^2 \sin^2 B_1, \quad k_1 = \frac{1 - \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_1}}{1 + \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_1}}$$

1. s 与 σ 关系式

1.1.49

$$s = b \frac{1 + \frac{1}{4} K_1'}{1 - K_1'} \left\{ \sigma + \left(\frac{1}{2} K_1 - \frac{3}{16} K_1' \right) \sin 2\sigma - \frac{1}{16} K_1' \sin 4\sigma + \frac{1}{48} K_1' \sin 6\sigma \right\}$$

计算 40000km 大地线长, 精度达 1mm, 略去 k_1' 项精度达 1cm.

$$\sigma = s' - \left(\frac{1}{2} K_1 - \frac{9}{32} K_1' \right) \sin 2s' + \frac{5}{16} K_1' \sin 4s' - \frac{29}{96} K_1' \sin 6s'$$

$$\text{式中: } s' = \frac{s(1 - K_1)}{b(1 + \frac{1}{4} K_1')}$$

计算 20000km 大地线长, 精度达 1mm, 略去 k_1' 项精度

达 1cm。

2. Δs 与 $\Delta\sigma$ 关系式 1.1.50

$$\Delta\sigma^\circ = \Delta s'^\circ + Q_1 \sin \Delta s' \cos(2s'_1 + \Delta s') + Q_2 \sin 2\Delta s' \cos 2(2s'_1 + \Delta s') + Q_3 \sin 3\Delta s' \cos 3(2s'_1 + \Delta s')$$

$$\text{式中: } \Delta s' = \frac{\Delta s(1 - K_1)}{b(1 + \frac{1}{4}K_1^2)} \quad \Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1$$

$$Q_1 = -(\bar{K}_1 - \frac{9}{16\rho^2} \bar{K}_1^2) \quad Q_2 = \frac{5}{8\rho} \bar{K}_1^3$$

$$Q_3 = -\frac{29}{48\rho^2} \bar{K}_1^3 \quad \bar{K}_1 = K_1 \rho^\circ$$

3. ΔL 与 $\Delta\omega$ 关系式 1.1.51

$$\Delta L^\circ = \Delta\omega^\circ - \cos u_1 \{ R_1 \Delta\sigma^\circ - R_2 \sin \Delta\sigma \cos(2\sigma_1 + \Delta\sigma) + R_3 \sin 2\Delta\sigma \cos 2(2\sigma_1 + \Delta\sigma) \}$$

式中:

$$\Delta L = L_2 - L_1 \quad \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

$$R_1 = \frac{e^2}{2} (1 + n - \frac{\bar{K}_1}{2\rho} - \frac{\bar{K}_1^2}{4\rho^2})$$

$$R_2 = \frac{e^2}{4} K_1 \quad R_3 = \frac{e^2}{16\rho} \bar{K}_1^2$$

当大地线长为 40000km 时, 该式精度为 0.00001"。

(三) 韦伯 (Weber) 算式

A. 正算: 1.1.52

$$\tan u_1 = \tan B_1 \sqrt{1 - e^2} \quad B_1 - u_1 = k \sin(B_1 + u_1)$$

$$\cos u_1 = \cos u_1 \sin A_1 \quad -\tan \sigma_1 = \frac{\cos A_1}{\tan u_1}$$

$$w'_1 = w_1 \frac{n'}{n} \quad v'_1 = F' \sin(2\sigma_1 - w'_1)$$

第一节 椭球解算及投影

$$z'_1 = \sigma_1 + v'_1 \quad \Delta z' = \frac{\Delta s \cdot 100}{Q'}$$

$$z'_2 = z'_1 + \Delta z' \quad w'_2 = (w_1 + p \frac{n'}{n}) \frac{n'}{n}$$

$$v'_2 = F' \sin(2z'_2 - 5w'_2 - 5f' \sin 4\sigma_2 + p \frac{n'}{n} \sin^3 u_2)$$

$$\sigma_2 = z'_2 - v'_2 \quad \Delta \sigma = \sigma_2 - \sigma_1$$

$$\Delta v' = v'_2 - v'_1 \quad \Delta s = Q' \frac{\Delta \sigma + \Delta v'}{100} \text{ (核算用)}$$

$$\tan \omega_i = \frac{\tan \sigma_i}{\cos u_i} \quad (i = 1, 2) \quad \operatorname{ctg} A'_2 = \operatorname{ctg} A_1 \frac{\sin \sigma_2}{\sin \sigma_1}$$

$$\tan u_2 = -\frac{\cos A'_2}{\tan \sigma_2} \quad \Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$$

$$u_2 = \frac{1}{2}(u_1 + u_2) \quad \sin \frac{A'_2 - A_1}{2} = \frac{\sin \frac{\Delta \omega}{2} \sin \frac{u_2}{2}}{\cos \frac{\Delta \sigma}{2}} \text{ (核算用)}$$

$$\Delta L = \Delta \omega - \cos u_2 (q \Delta \sigma - \frac{e'}{2} \Delta \omega') \quad L_2 = L_1 + \Delta L$$

$$\tan B_2 = \frac{\tan u_2}{\sqrt{1 - e'^2}} \quad B_2 - u_2 = k \sin(B_2 + u_2)$$

$$A_2 = A'_2 + 180^\circ$$

$$\text{式中: } k = \left(n + \frac{n' \sin^2(B + u)}{6} \right) \rho''$$

$$n = \frac{a - b}{a + b} \quad Q' = R' \frac{\pi}{2}$$

$$R' = a' \frac{1 + \frac{1}{4} n'^2}{1 + n'} \quad F' = \left(\frac{n'}{2} - \frac{49 n'^3}{256} \right)$$

$$n' = \frac{a' - b'}{a' + b'} \quad b' = a' \sqrt{1 - K'^2}$$

$$K' = e \sin B_1$$

计算步骤:

- 1、计算 u_1 、 $\cos u_1$ 、 σ_1
- 2、计算(或查表) Q' 、 F' 、 q 、 $\frac{n'}{n}$ 、 f' 和 w
- 3、计算 z'_1
- 4、计算 w'_1 ，按 $w'_1 = w_{11} + p \frac{n'}{n}$ 计算。
- 5、计算 v'_1 、 σ_2
- 6、计算 ω_1 、 ω_2 、 A_1 、 u_2
- 7、计算 L_2 、 B_2

B、反算:

1.1.53

$$\tan u_1 = \tan B_1 \sqrt{1 - e^2}$$

$$\tan u_2 = \tan B_2 \sqrt{1 - e^2}$$

$$B - u = k \sin(B + u)$$

$$(\Delta\omega)_1 = \Delta L + \Delta L \cdot C \cdot \alpha \quad (\Delta L < 20^\circ)$$

$$(\Delta\omega)_1 = \Delta L + (\Delta\sigma)_1 \cdot C \cdot \alpha \frac{\sin \Delta L}{\sin \Delta\sigma} \quad (\Delta L > 20^\circ)$$

$(\Delta\sigma)_1$ 用图解法得，或用后式计算得

$$\sin \frac{1}{2} \Delta\sigma = \sin \frac{1}{2} \Delta u + C \cdot \sin \frac{1}{2} \Delta\omega$$

$$\cos u_1 = C \frac{\sin \Delta\omega}{\sin \Delta\sigma}$$

$$(\Delta\omega)_2 = \Delta L + \cos u_1 \left[q \Delta\sigma + 1.8'' \sin \Delta\sigma \left(\frac{2D^2}{\sin \frac{1}{2} \Delta\sigma} - \sin^2 u_1 \right) \right]$$

$$\sin \sigma_2 = \frac{D}{\sin u_1 \sin \frac{1}{2} \Delta\sigma}$$

第一节 椭球解算及投影

$$C = \cos u_1 \cos u_2 \quad D = \cos u_2 \sin \frac{\Delta u}{2}$$

$$w'_2 = w'_1 \frac{n'}{n}$$

$$\Delta w' = w'_2 - w'_1$$

$$\Delta v' = F' \{ \sin(2\sigma_2 - w'_2) - \sin(2\sigma_1 - w'_1) \}$$

$$(\Delta \omega)_1 = \Delta L + \cos u_2 \left(q \Delta \sigma - \frac{e^2}{2} \Delta w' \right)$$

$$\tan A_2 = \tan \frac{\Delta \omega \cos u_2}{2 \sin \frac{\Delta u}{2}} \quad \tan \frac{\Delta A}{2} = \tan \frac{\Delta \omega \sin u_2}{2 \cos \frac{\Delta u}{2}}$$

$$A_2 = \frac{1}{2}(A'_2 + A_1) \quad \Delta A = A'_2 - A_1$$

$$\sin \Delta \sigma = \frac{\sin \Delta \omega \cos u_1}{\sin A_1} = \frac{\sin \Delta \omega \cos u_1}{\sin A'_1} \quad (\text{核算用})$$

$$\Delta s = Q' \frac{(\Delta \sigma + \Delta v')^2}{100}$$

计算步骤:

- 1、计算 u_1 、 u_2 、 C 、 D
- 2、逐渐趋近求 $\Delta \omega$ 、 $\Delta \sigma$ 、 $\cos u_2$ ，以 ΔL 作为 $\Delta \omega$ 第一近似值
- 3、计算(或查取) Q' 、 $\frac{n'}{n}$ 、 F' 、 q
- 4、计算 σ_1 、 σ_2 ， $\sigma_1 = \sigma_2 - \frac{(\Delta \sigma)_2}{2}$ ； $\sigma_2 = \sigma_2 + \frac{(\Delta \sigma)_2}{2}$
- 5、计算 $\Delta v'$ 、 $\Delta \omega'$
- 6、计算 $\Delta \omega$ 、 $\Delta \sigma$ 精确值
- 7、计算 A_1 、 A_2 、 Δs

(四) 约旦(Jordan)方法

A、正算步骤:

1.1.54

1、计算 u_1 、 u_2 、 σ_1 2、计算 k_s 、 k_L

$$\begin{aligned}
k_s = & 1 + \frac{1}{2}\eta^2 - \frac{1}{8}\eta^4 + \frac{1}{16}\eta^6 - \frac{5}{128}\eta^8 + \frac{7}{256}\eta^{10} \\
& + \frac{f}{32N} [(-16\eta^2 - 8\eta^4 + 2\eta^6 - \eta^8)\cos A]\Delta s \\
& + \frac{1}{48N^2} [(8t^2\eta^2 + 4t^2\eta^4 - t^2\eta^6) \\
& + (-8\eta^2 - 12\eta^4 + 24t^2\eta^4 - 3\eta^6 + 12t^2\eta^6)\cos^2 A]\Delta s^2 \\
& + \frac{f}{48N^3} [(8\eta^2 + 12\eta^4 - 18t^2\eta^4 + 3\eta^6 - 9t^2\eta^6)\cos A \\
& + (26\eta^4 + 39\eta^6 - 30t^2\eta^6)\cos^3 A]\Delta s^3 + \frac{\Delta s^4}{R^4} \text{ 项}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_L - k_s = & \frac{1}{48N^2} [(-8t^2\eta^2 - 4t^2\eta^4 + t^2\eta^6)\cos^2 A]\Delta s^2 \\
& + \frac{f}{48N^3} [(8t^2\eta^2 + 4t^2\eta^4 - t^2\eta^6)\cos A + (-8\eta^2 - 8t^2\eta^2 \\
& - 12\eta^4 + 8t^2\eta^4 - 3\eta^6 + 7t^2\eta^6)\cos^3 A]\Delta s^3 + \frac{\Delta s^4}{R^4} \text{ 项}
\end{aligned}$$

计算使用的 η 、 t 、 A 、 N 均以起算点坐标为依据。3、计算大圆弧 $\Delta\sigma$ ， $\alpha\Delta\sigma = k_s\Delta S$ 4、计算 u_1 、 A' 、 $\Delta\omega$ 5、计算 ΔL 、 B_1 ， $\Delta\omega = k_L\Delta L$ ； $\tan B_1 = \frac{\tan u_1}{\sqrt{1-e^2}}$

解算距离不大于500km，精度可达0.001m

B、反算步骤：

1.1.55

1、计算 u_1 、 u_2 2、计算 $\Delta\omega$

$$\Delta\omega = \Delta L V_{\omega}(1 - P\Delta B^2 - Q\Delta L^2)$$

$$P = \frac{\eta_m^2}{24} (1 + 3t_m^2 - \eta_m^2); \quad Q = \frac{\eta_m^2}{12} \sin^2 B_m$$

3、计算 $\Delta\sigma$

$$\sin^2 \frac{\Delta\sigma}{2} = \sin^2 u_2 \frac{-u_1}{2} + \cos u_1 \cos u_2 \sin^2 \frac{\Delta\omega}{2} \quad (\Delta S < 500km)$$

$$\cos \Delta\sigma = \sin u_1 \sin u_2 + \cos u_1 \cos u_2 \cos \Delta\omega \quad (\Delta S > 500km)$$

4、求 ΔS

$$\Delta S = \frac{a\Delta\sigma}{\rho''} (1 - T\Delta B^2 + Q\Delta L^2)$$

$$T = -\frac{\eta_m^2}{24} (1 - t_m^2 - \eta_m^2 + 8\eta_m^2 t_m^2)$$

5、求 A_1 、 A_2

$$\sin A_1 = \frac{\cos u_1 \sin \Delta\omega}{\sin \Delta\sigma} \quad \sin A'_1 = \frac{\cos u_1 \sin \Delta\omega}{\sin \Delta\sigma}$$

$$A_2 = A'_1 \pm 180^\circ$$

解算距离不超过500km时，精度可达0.01m

七、长距离大地测量主题近似解₍₁₉₈₈₎

(一) 莫洛佐夫(Морозов)正算近似公式

1.1.56

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_0 + A_1 \quad \Delta\sigma_0 = \alpha_0 \Delta S$$

$$A_1 = \beta \sin \Delta\sigma_0 \cos(2\sigma_1 + \Delta\sigma_0)$$

$$\Delta L = (\omega_2 - \omega_1) - \alpha_2 \Delta\sigma'' \cos u_1$$

$$\tan u_1 = \sqrt{1 - e'^2} \tan B_1$$

$$\tan B_1 = \sqrt{1 + e'^2} \cos A'_1 \tan(\sigma_1 + \Delta\sigma)$$

对于克拉索夫斯基椭球上式有下列系数:

$$\sqrt{1 - e'^2} = 0.996648 \quad \sqrt{1 + e'^2} = 1.003364$$

$$\alpha_0 = 0.0323931 + 0.0000545 \cos^2 u_0$$

$$\beta = 346''.5 - 346''.2 \cos^2 u_0$$

$$\alpha_1 = 0.003351$$

17000km以下距离，其终点坐标误差50-100m

(二) 张志新反算近似公式

1.1.57

$$\operatorname{ctg}[\alpha_1] = \cos B_1 \tan B_2 \operatorname{csc} \Delta L - \sin B_1 \operatorname{ctg} \Delta L$$

$$\operatorname{ctg}[\alpha_2] = \sin B_1 \operatorname{ctg} \Delta L - \cos B_1 \tan B_2 \operatorname{csc} \Delta L$$

$$\tan\{\sigma_1 + [\Delta\sigma]\} = -\frac{\tan B_2}{\cos[\alpha_1]}, \quad \tan \sigma_1 = \frac{\tan B_1}{\cos[\alpha_1]}$$

$$[\Delta\sigma] = \{\sigma_1 + [\Delta\sigma]\} - \sigma_1$$

$$\cos[B_1] = \cos B_2 \sin[\alpha_1] = -\cos B_1 \sin[\alpha_2]$$

$$\delta = \sin B_1 \cos B_2 \cos[\alpha_1] + \sin B_2 \cos B_1 \cos[\alpha_2]$$

$$\Delta S = P[\Delta\sigma''] + Q\sigma$$

$$P = 30.87084 + 0.05185 \cos^2[B_1]$$

$$Q = 32073 - 125 \cos^2[B_1]$$

$$\Delta A_1 = 695'' \cos^2[B_1] h_1$$

$$\Delta A_2 = 695'' \cos^2[B_2] h_2$$

$$h_1 = \operatorname{ctg}[\alpha_1] + k \operatorname{ctg}[\alpha_2]$$

$$h_2 = \operatorname{ctg}[\alpha_2] + k \operatorname{ctg}[\alpha_1]$$

$$A_1 = [\alpha_1] + \Delta A_1$$

$$A_2 = [\alpha_2] + \Delta A_2$$

八、椭球变换₍₁₀₁₎

椭球间坐标变换一般按下列步骤计算:

$$(x, y) = (L, B) + h = (X, Y, Z) = (X_0, Y_0, Z_0) = (L_0, B_0, h_0)$$

(一) 广义大地坐标微分公式

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} dB \\ dL \\ dH \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-\sin B \cos L}{(M+H)} & \frac{-\sin B \sin L}{(M+H)} & \frac{\cos B}{(M+H)} \\ \frac{-\sin L}{(N+H)\cos B} & \frac{\cos L}{(N+H)\cos B} & 0 \\ \cos B \cos L & \cos B \sin L & \sin B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \alpha \cdot \sin 2B / M & (1 + \alpha \cdot \cos^2 B) \sin 2B \\ 0 & 0 \\ -(1 - \alpha \cdot \sin^2 B) & a(1 - \alpha \cdot \cos^2 B) \sin^2 B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da \\ d\alpha \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -(1 + 2\alpha \cdot \cos 2B) \sin L & (1 + 2\alpha \cdot \cos 2B) \cos L & 0 \\ (1 - 2\alpha) \tan B \cos L & (1 - 2\alpha) \tan B \sin L & -1 \\ -N \cdot \alpha \cdot \sin 2B \sin L & N \cdot \alpha \cdot \sin 2B \cos L & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -\alpha \cdot \sin 2B \\ 0 \\ N(1 - 2\alpha \cdot \sin^2 B) \end{bmatrix} Am \quad 1.1.58
 \end{aligned}$$

(二) 略去欧拉角和尺度变化的微分公式

 1. 用 dX_0 、 dY_0 、 dZ_0 、 da 、 $d\alpha$ 表 dB 、 dL 、 dH

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} dB \\ dL \\ dH \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-\sin B \cos L}{(M+h)} & \frac{-\sin B \sin L}{(M+h)} & \frac{\cos B}{(M+h)} \\ \frac{-\sin L}{(N+h)\cos B} & \frac{\cos L}{(N+h)\cos B} & 0 \\ \cos B \cos L & \cos B \sin L & \sin B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \alpha \cdot \sin 2B / M & (1 + \alpha \cdot \cos^2 B) \sin 2B \\ 0 & 0 \\ -(1 - \alpha \cdot \sin^2 B) & a(1 - \alpha \cdot \cos^2 B) \sin^2 B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da \\ d\alpha \end{bmatrix} \quad 1.1.59
 \end{aligned}$$

2. 用 dB 、 dL 、 dH 、 da 、 $d\alpha$ 表 dX_0 、 dY_0 、 dZ_0 1.1.60

$$\begin{bmatrix} dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(M+H)\sin B \cos L & -(N+H)\cos B \sin L & \cos B \cos L \\ -(M+H)\sin B \sin L & (N+H)\cos B \cos L & \cos B \sin L \\ (M+H)\cos B & 0 & \sin B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dB \\ dL \\ dH \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{N \cos B \cos L}{a} & \frac{\cos B \cos L \sin^2 B M}{(1-\alpha)} \\ \frac{N \cos B \sin L}{a} & \frac{\cos B \sin L \sin^2 B M}{(1-\alpha)} \\ \frac{N(1-e^2)\sin B}{a} & -\frac{(1-\cos^2 B - e^2 \sin^2 B)\sin B M}{(1-\alpha)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da \\ d\alpha \end{bmatrix}$$

(三) 球近似大地微分公式

公式中几个矩阵含义为:

$$A = \begin{bmatrix} -\sin B \cos L & -\sin L & \cos B \cos L \\ -\sin B \sin L & \cos L & \cos B \sin L \\ \cos B & 0 & \sin B \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \cos B \cos L & a \cos B \cos L \sin^2 B \\ \cos B \sin L & a \cos B \sin L \sin^2 B \\ \sin B & -a(1 + \cos^2 B) \sin B \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -a \sin B & a \cos B \sin L \\ a \sin B & 0 & -a \cos B \cos L \\ -a \cos B \sin L & a \cos B \cos L & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} a \cos B \cos L \\ a \cos B \sin L \\ a \sin B \end{bmatrix}$$

1、用椭球中心位移、椭球参数变化、欧拉角和尺度变化，计算地面点大地坐标变化。

$$\begin{bmatrix} adB \\ a \cdot \cos B dL \\ dH \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \end{bmatrix} - A^{-1} B \begin{bmatrix} da \\ d\alpha \end{bmatrix} + A^{-1} C \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} + A^{-1} B \Delta m \quad 1.1.61$$

2、由大地原点的大地坐标变化、椭球参数变化、欧拉角和尺度变化，计算椭球中心位移。

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} adB_0 \\ a \cdot \cos B_0 dL_0 \\ dH_0 \end{bmatrix} + B_0 \begin{bmatrix} da \\ d\alpha \end{bmatrix} - C_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} - D_0 \Delta m \quad 1.1.62$$

3、由大地原点大地坐标的变化、椭球参数的变化、欧拉角和尺变化，计算任意点大地坐标的变化。

$$\begin{bmatrix} adB \\ a \cdot \cos B dL \\ dH \end{bmatrix} = A^{-1} A_0 \begin{bmatrix} adB_0 \\ a \cdot \cos B_0 dL_0 \\ dH_0 \end{bmatrix} + A^{-1} (B_0 - B) \begin{bmatrix} da \\ d\alpha \end{bmatrix} + A^{-1} (C - C_0) \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} + A^{-1} (D - D_0) \Delta m \quad 1.1.63$$

4、采用布尔莎(Bursa)参数公式

1.1.64

$$X_0 = X(1 + \Delta m) + Y \cdot \frac{\varepsilon_1}{\rho^2} - Z \cdot \frac{\varepsilon_2}{\rho^2} + dX_0$$

$$Y_0 = Y(1 + \Delta m) - X \cdot \frac{\varepsilon_x}{\rho''} + Z \cdot \frac{\varepsilon_z}{\rho''} + dY_0$$

$$Z_0 = z(1 + \Delta m) + x \cdot \frac{\varepsilon_x}{\rho''} - Y \cdot \frac{\varepsilon_z}{\rho''} + dz_0$$

5. 垂线偏差和大地水准面差距变换公式 (韦宁·迈内兹公式)

$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ -\frac{dN}{a} \end{bmatrix} = A^{-1} A_1 \begin{bmatrix} d\xi_1 \\ d\eta_1 \\ -\frac{dN_1}{a} \end{bmatrix} - \frac{A^{-1}}{a} (B_1 - B) \begin{bmatrix} da \\ dx \end{bmatrix} \\ - \frac{A^{-1}}{a} (C - C_1) \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} - \frac{1}{a} A^{-1} (D - D_1) \Delta m \quad 1.1.65$$

下标“1”表示属于大地原点

(四) 新旧大地坐标的转换

1. 方法之一

1.1.66

$$B_{(m)} = B_{(M)} + dB$$

$$L_{(m)} = L_{(M)} + dL$$

$$h_{(m)} = h_{(M)} + dH$$

$$dB'' = \frac{\rho''}{M} [k_1 \sin B \cos B + k_2 \sin^3 B \cos B - k_3 \sin B \cos L \\ - k_4 \sin B \sin L + k_5 \cos B]$$

$$dL'' = \frac{\rho''}{N \cdot \cos B} [k_6 \cos L - k_7 \sin L]$$

$$dH = k_8 \cos B \cos L + k_9 \cos B \sin L + k_{10} \sin B$$

式中:

$$k_1 = ade^1 + e^1 da$$

$$k_2 = ae^2 de^2$$

$$k_1 = dX_0 = N \cdot \cos B \frac{da}{a} + M \cdot \sin^2 B \cos B \frac{de^2}{2(1-e^2)}$$

$$-(M+H) \sin B dB + \cos B dH$$

$$k_3 = dY_0 = (N+H) \cos B dL$$

$$k_4 = dZ_0 = N(1-e^2) \sin B \frac{da}{a} + \left(\frac{M}{2} \sin^2 B - N \right) \sin B de^2$$

$$+(M+H) \cos B dB + \sin B dH$$

$$2. \text{方法之二}_{\text{max}} \quad 1.1.67$$

$$dB = -\frac{1}{M+H} [\Delta X \cdot \sin B \cos L + \Delta Y \cdot \sin B \sin L - \Delta Z \cdot \cos B]$$

$$+ \frac{1}{M+H} \left[\frac{e^2}{W} \Delta a + \frac{N}{2W} (2 - e^2 \sin^2 B) \Delta e^2 \right] \sin B \cos B$$

$$dL = -\frac{1}{(N+H) \cos B} [\Delta X \cdot \sin L - \Delta Y \cdot \cos L]$$

$$dH = \Delta X \cdot \cos B \cos L + \Delta Y \cdot \cos B \sin L + \Delta Z \cdot \sin B - W \Delta a + \frac{1}{2} N \cdot \sin^2 B \Delta e^2$$

上式忽略了微分公式的二次项, 使用限制由下式决定:

$$\Delta \leq \pm 8'' . 1 \cdot 10^3 \sqrt{m''}$$

式中: m'' —坐标允许转换差;

Δ —椭球长半轴和空间直角坐标的最大差值。

(五) 高斯平面坐标系转换(118)

$$dx = \Delta X_0 + dx_0 + N \sum E_{ij} (\Delta x)^i (y)^j \quad 1.1.68$$

式中:

$$E_{10} = -(1 + \eta^2) \frac{dH_0}{N}$$

$$E_{20} = -\frac{1}{2} (1 + \eta^2) dB_0 + \frac{3}{2} \eta^2 \frac{dH_0}{N}$$

$$E_n = \frac{1}{2} dB_0 + \frac{1}{2} \eta^2 t \frac{dH_0}{N}$$

$$E_n = \frac{1}{6} \frac{dH_0}{N} + \frac{1}{6} \left[\frac{da}{a} - \frac{1}{2} \cos^2 B (2 - t^2) d\varepsilon \right]$$

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{dH_0}{N} - \frac{1}{2} \left[\frac{dH_0}{N} - \frac{1}{2} \cos^2 B (2 - t^2) d\varepsilon \right]$$

$$dy = dy_0 + N \Sigma F_n (\Delta x)' (y)' \quad 1.1.69$$

式中:

$$F_n = -\frac{dH_0}{N}$$

$$F_n = -dB_0 + \eta^2 t \frac{dH_0}{N}$$

$$F_n = \frac{1}{2} \eta^2 \cos B dL_0$$

$$F_n = \frac{1}{2} \frac{dH_0}{N} + \frac{1}{2} \left[\frac{da}{a} - \frac{1}{2} \cos^2 B (2 - t^2) d\varepsilon \right]$$

$$F_n = -\frac{1}{6} \frac{dH_0}{N} - \frac{1}{6} \left[\frac{da}{a} - \frac{1}{2} \cos^2 B (2 - t^2) d\varepsilon \right]$$

式中: Δx_0 为新旧椭球相应同一纬度的子午线弧长之差

$$dy_0 = K_1$$

$$dx_0 = N [\sin B (K_1) - \cos B (K_2) + \eta^2 t (1 - \eta^2 - \eta^2 t^2) \frac{da}{a} + \frac{1}{2} \cos^2 B t (2 - 4\eta^2 - 3\eta^2 t^2 + 6\eta^4 + 9\eta^2 t^2 + 4\eta^2 t^4) d\varepsilon]$$

$$K_1 = M_0 \sin B_0 dB_0 - \cos B_0 dH_0$$

$$K_2 = N_0 \cos B_0 dL_0$$

$$K_3 = -M_0 \cos B_0 dB_0 - \sin B_0 dH_0$$

(六) 广义弧度测量方程

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ N \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ N' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\sin B \cos L}{M} & \frac{\sin B \sin L}{M} & -\frac{\cos B}{M} \\ \frac{\sin L}{N} & \frac{\cos L}{N} & 0 \\ \cos B \cos L & \cos B \sin L & \sin B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -\frac{\alpha \sin 2B}{M} & -(1 + \alpha \cos^2 B) \sin 2B \\ 0 & 0 \\ -(1 - \alpha \sin^2 B) & a(1 - \alpha \cos^2 B) \sin^2 B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da \\ d\alpha \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} (1 + 2\alpha \cos 2B) \sin L & -(1 + 2\alpha \cos 2B) \cos L & 0 \\ -(1 - 2\alpha) \sin B \cos L & -(1 - 2\alpha) \sin B \sin L & \cos B \\ -N \sin 2B \sin L & N \sin 2B \cos L & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \alpha \sin 2B \\ 0 \\ N(1 - 2\alpha \sin^2 B) \end{bmatrix} \Delta m
 \end{aligned} \tag{1.1.70}$$

(七) 方位角变换(用于短边)

$$A = A' + \Delta A \tag{1.1.71}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta A &= dL'' \sin B - (dB'' \sin A - dL'' \cos B \cos A) \operatorname{ctg} z \\
 &+ \frac{\Delta N_2}{2M} \rho'' \eta^1 \sin 2A \text{ 式中: } \operatorname{ctg} z = \frac{\Delta N_2 - \Delta N_1}{S}
 \end{aligned}$$

(八) 边长变换(用于短边)

$$S = S' - \frac{S'}{R} \Delta N_2 + \frac{\Delta N_2 - \Delta N_1}{\rho''} (dB'' \cos A + dL'' \cos B \sin A) \tag{1.1.72}$$

附: 几种代表椭球的球

1、与椭球等面积的球

$$R_s = a \left(1 - \frac{1}{6} e^2 - \frac{17}{360} e^4 - \frac{67}{3024} e^6 \right) \quad 1.1.73$$

2、与椭球等体积的球

$$R_v = a \left(1 - \frac{1}{6} e^2 - \frac{5}{72} e^4 - \frac{55}{1296} e^6 \right) \quad 1.1.74$$

3、半径等于椭球三轴平均值的球

$$R_m = a \left(1 - \frac{1}{6} e^2 - \frac{1}{24} e^4 - \frac{1}{48} e^6 \right) \quad 1.1.75$$

我国采用的两个椭球常数

椭球名称	IAG-75		克拉索夫斯基	
基本常数	a	6378140m	d	6378245m
	GM	$3986005 \cdot 10^6 \text{ m}^3 / \text{s}^2$	f	1 / 298.3
	J_2	$108263 \cdot 10^{-8}$		
	ω	$7292115 \cdot 10^{-11} \text{ rad/s}$		
导出常数	b	6356755.28856m	b	6356863.01877m
	e^2	0.00669438487525	e^2	0.00669342162297
	e'^2	0.00673950169345	e'^2	0.00673852541468
	f	0.00335281311553		

第二节 三角测量

习惯用代号

 α, z —垂直角、天顶距 D, d, s —距离 i —仪器高 T —坐标方位角 α, β, γ —表示相应角 h —高差 a 或 l —觇标高 A, B —表求距角

第二节 三角测量

C —表间隔角

w —闭合差

p —权

i, j —序次

Δ —增量

v —偶然误差

M, m, μ —中误差

N, n —观测次数

δ —正弦秒差

一、选点及观测中常用公式

(一) 觇标高计算(107)

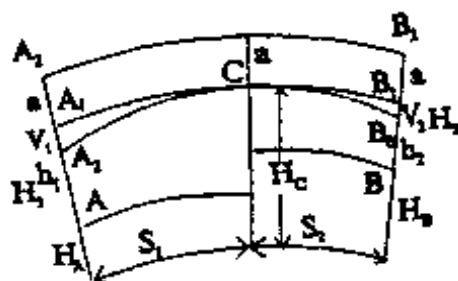


图 1.2.1

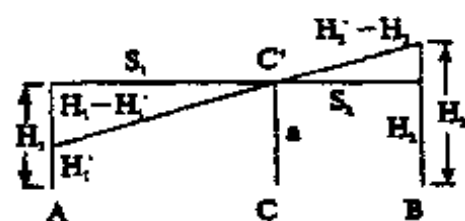


图 1.2.2

$$H = h + \gamma + a \quad 1.2.1$$

式中:

h —按地图确定的觇标高

γ —球气差

a —视线高出障碍物的距离

还应按下式确定最有利觇标高 (先确定距障碍物较远的最低觇标高 H'_1)

$$H'_1 = H_1 + (H_1 - H'_1) \frac{s_2}{s_1} \quad 1.2.2$$

H_1, H_2 —按觇标高计算公式得的1、2点觇标高

H'_1, H'_2 —视线倾斜时相应的两点觇标高

s_1, s_2 —障碍物至1、2两点之距离

(二) 图形强度因数 R 及权倒数 $1/p$ (108)

$$R = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_1 \delta_2, \quad \frac{1}{p} = \frac{3}{4} R \quad 1.2.3$$

(三) 仪器三轴误差及对观测值影响 (107)

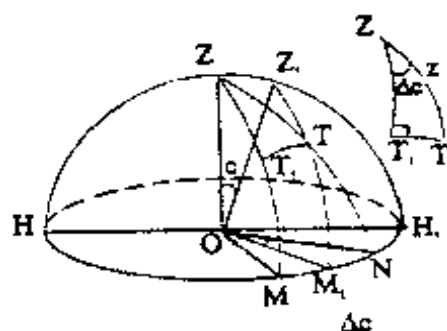


图 1.2.3

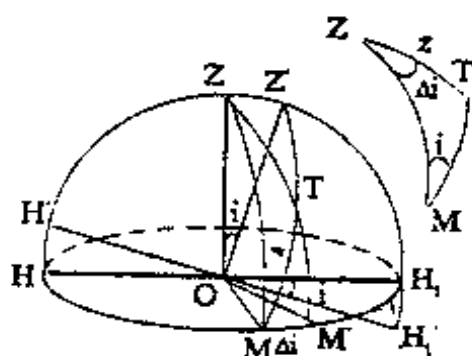


图 1.2.4

1. 照准误差:

$$2c = L - R \pm 180^\circ \quad 1.2.4$$

对方向观测影响:

$$\Delta c = \frac{-c}{\sin z} \quad z \text{—目标天顶距}$$

2. 水平轴倾斜误差: (常和 c 值同时测定) 1.2.5

$$\text{高低点法: } \frac{1}{4n} [\sum_i (L - R)_n + \sum_i (L - R)_n] \cos \alpha$$

$$i = \frac{1}{4n} [\sum_i (L - R)_n - \sum_i (L - R)_n] \operatorname{ctg} \alpha$$

$$\text{平高点法: } c = \frac{1}{2n} \sum_{u-n} \dots$$

$$i = \frac{1}{2n} \operatorname{ctg} \alpha \sum_i (L - R)_n - \frac{c}{\sin \alpha}$$

式中: n —测回数

α —高、低、平点垂直角

第二节 三角测量

i 对水平方向的影响: $\Delta i = i \operatorname{ctg} z = i \tan \alpha$

3. 垂直轴倾斜影响:

1.2.6

零分划注记靠近垂直度盘一边

$$\Delta v = \frac{1}{4} [(左 + 右)_s - (左 + 右)_L] \tau'' \tan \alpha$$

零分划注记在中央

$$\Delta v = \frac{1}{4} [(左 + 右)_L + (左 + 右)_s] \tau'' \tan \alpha$$

式中:

左、右—气泡左右端读数

τ'' —水准器格值

L、R—盘左、右读数

α —垂直角

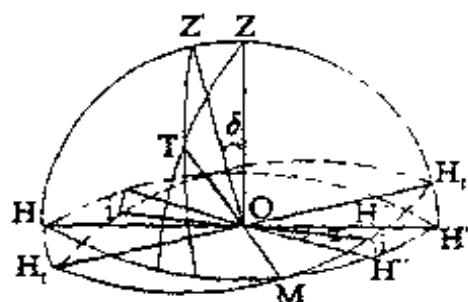


图 1.2.5

(四) 照准部及度盘偏心差(108)

1. 照准部偏心:

1.2.7

$$d = \frac{[v]}{n} \quad v = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$f = -\frac{2[v \cos M_s]}{n \sin p} = \frac{2[v \sin M_s]}{n \cos p}$$

$$\tan p = -\frac{[v \cos M_s]}{[v \sin M_s]} \quad e = \frac{fr}{2\rho''}$$

对游标仪器: $v = M_s - M_L \pm 180^\circ$

对光学仪器: $v = 2(i - i')$ i 、 i' —相邻两分划符合读数.

v_1 、 v_2 由两次重复测定.

2. 度盘偏心: 观测方法不同, 仍用原公式计算(注意符号)

的不同意义),

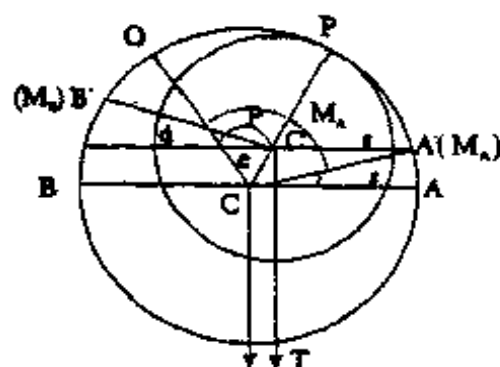


图 1.2.6

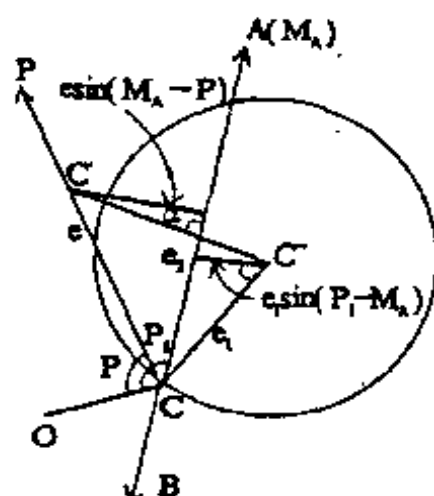


图 1.2.7

(五) 度盘位置分配(107)

1. 方向观测法:

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{180}{m}(i-1) + w'(i-1) + \frac{\tau}{m}(i - \frac{1}{2}) \\ L_2 &= \frac{180}{m}(i-1) + 4'(i-1) + \frac{2'}{m}(i - \frac{1}{2}) \quad (j_n, j_1) \\ L_3 &= \frac{180}{m}(i-1) + 10'(i-1) + \frac{10'}{m}(i - \frac{1}{2}) \quad (j_1) \end{aligned} \right\} \quad 1.2.8$$

式中：

第一总测回数

i-所测测回序号

w —度盘最小分划值

一、测微器总格数

2、组合测角法: (n —方向数)

1.2.9

分组数: $r = n - 1$ (n 为偶数时)

$$r = n \quad (n \text{ 为奇数时})$$

第二节 三角测量

每个角度在各测回间变换: $\sigma = \frac{180}{m} + 4' + \frac{2'}{m}$

各组间变换: $\delta = \frac{\sigma}{(n-1)} + 4'$ (n 为偶数)

$\delta = \frac{\sigma}{n} + 4'$ (n 为奇数)

(六) 垂直角及指标差计算

1.2.10

J_w 、 T 仪器: $\alpha = L - R$ $i = (L + R) - 180^\circ$

J_1 、 010 仪器: $\alpha = \frac{1}{2}(R - L - 180^\circ)$ $i = \frac{1}{2}(L + R - 360^\circ)$

(七) 球气差公式:

$\gamma = \frac{1-k}{2R} s$ 1.2.11

k —大气折光系数

二、概算常用公式

(一) 基本计算

1. 测站及照准点归心(107)

$$\left. \begin{aligned} c &= \frac{e}{s} \rho'' \sin(M + \theta) \\ \gamma &= \frac{e_1}{s} \rho'' \sin(M + \theta_1) \end{aligned} \right\} 1.2.12$$

e —偏心率, 取至 $0.001''$

θ —偏心角, 取至 $15'$, 加下角标1为照准点归心元素。

归心元素测定的理论精度为:

$$m_s \leq 4.53mm; m_\theta \leq \frac{0''.26}{e}$$

2. 测站平差 am

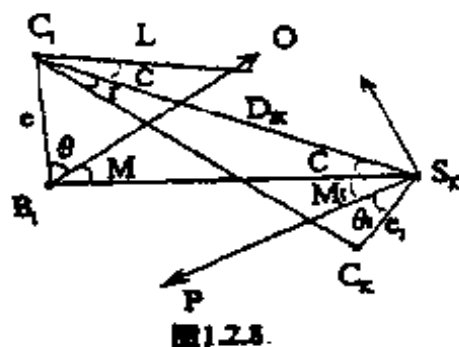


图1.2.8

方向观测:

1.2.13

$$\text{平差值 } L_i = \frac{[l_i]}{m}$$

$$\text{一测回方向值中误差 } \mu = \frac{1.253}{\sqrt{m(m-1)}} \frac{[|v_i|]}{n}$$

$$\text{测回方向值中误差 } M_r = \pm \frac{\mu}{\sqrt{m}}$$

式中:

 l —观测值 n —方向数 m —测回数

分组观测:

1.2.14

设两组联测方向 i 、 j 且一、二组联测方向值分别为 i' 、 j' 及 i'' 、 j'' , 相应改正数 v'_i 、 v'_j 及 v''_i 、 v''_j ,

$$-v'_i + v'_j - v''_i + v''_j + W_{12} = 0$$

$$W_{12} = (j - i') - (j' - i'')$$

组成法方程式解出联系数 k , 再求各角改正数:

$$\begin{aligned} i_1 &= i' + \frac{W_{12}}{4} & j_1 &= j' - \frac{W_{12}}{4} \\ i_2 &= i'' - \frac{W_{12}}{4} & j_2 &= j'' + \frac{W_{12}}{4} \end{aligned}$$

组合测角:

$$\text{测站平差角: } [ik] = \frac{1}{n} \{2(ik) + (ik)' + (ik)'' \dots \dots\}$$

式中: $(ik)'$ 、 $(ik)'' \dots \dots$ 为间接角

$$\text{一测回角度中误差: } \mu = \pm \sqrt{\frac{2m[vv]}{(n-1)(n-2)}}$$

1.2.15

$$\text{测站平差角中误差: } \pm M = \sqrt{\frac{4[vv]}{n(n-1)(n-2)}}$$

3. 坐标计算₍₁₀₇₎

增量公式:

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x_1 + D_{12} \cos T_{12} \\ y_2 &= y_1 + D_{12} \sin T_{12} \end{aligned} \right\} \quad 1.2.16$$

余切公式:

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= \frac{x_1 \operatorname{ctg} \beta + x_2 \operatorname{ctg} \alpha - y_1 + y_2}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} \\ y_2 &= \frac{y_1 \operatorname{ctg} \beta + y_2 \operatorname{ctg} \alpha + x_1 - x_2}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} \end{aligned} \right\} \quad 1.2.17$$

4. 边长方位角计算

$$\left. \begin{aligned} D_{12} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ T_{12} &= \arctan \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \end{aligned} \right\} \quad 1.2.18$$

(二) 控制网几何条件检校(见第五章)

(三) 三角高程计算

1. 用大地线长计算高差公式₍₁₀₇₎

单向公式: 1.2.19

$$H_2 - H_1 = S \left(1 + \frac{H_m}{R} \right) \tan \alpha_{12} + i_1 - l_2 + CS^2 + u_1 S$$

$$H_2 - H_1 = S \tan \alpha_{12} + i_1 - l_1 + CS^2 + \Delta h_{12} + u_2 S$$

u —垂线偏差在观测方向上的分量

$$\Delta h_{12} = S \left(-\frac{H_m}{R} \right) \tan \alpha_{12}$$

H_m —两点概略高程的平均值

$$C = \frac{1-k}{2R} \quad k\text{—折光系数}$$

对向公式: 1.2.20

$$H_2 - H_1 = S \tan \frac{1}{2}(\alpha_{12} - \alpha_{21}) + \frac{1}{2}(i_1 + l_1) - \frac{1}{2}(i_2 + l_2 + \Delta h(\text{对}))$$

$\Delta h(\text{对}) = \text{对向高差与} \frac{H_n}{R} \text{之乘积。若需要高精度,还应考虑高差与} \frac{y_n^2}{2R^3} \text{的乘积。}$

2. 采用平面边长计算高差公式

对向公式₍₁₀₇₎ 1.2.21

$$H_2 - H_1 = S \left(1 + \frac{H_n}{R} + \frac{y_n^2}{2R^3} \right) \tan \frac{1}{2}(\alpha_{12} - \alpha_{21}) + \frac{1}{2}(i_1 + l_1) - \frac{1}{2}(i_2 + l_2) + D \cdot \tan \frac{1}{2}(\alpha_{12} - \alpha_{21}) \left(\frac{H_n}{R} - \frac{y_n^2}{2R^3} \right)$$

式中: $D = S \left(1 + \frac{y_n^2}{2R^3} \right)$

采用斜距的单向公式₍₁₀₈₎ 1.2.22

$$H_2 - H_1 = d \sin \alpha_{12} + C d^3 \cos^3 \alpha_{12} \left(1 - \frac{H_1}{R} \right) + i_1 - l_1$$

3. 两差改正系数的确定

(1) 已知高差情况下:

$$C = C_0 + \Delta C \quad \Delta C = \frac{\Delta H_{12} - (H_2 - H_1)_0}{S^3} \quad 1.2.23$$

$(H_2 - H_1)_0$ —按 C_0 计算的高差

ΔH_{12} —已知高差

(2) 两点间同时观测了垂直角:

$$\Delta C = - \frac{(H_2 - H_1)(\text{往}) + (H_1 - H_2)(\text{返})}{2S^3} \quad 1.2.24$$

4. 观测高差质量的检验₍₁₀₇₎

往返差: $w = h_{12} + h_{21}$ 1.2.25

第二节 三角测量

$$\text{环线闭合差: } w = \sum_1^{\cdot} h_i \quad 1.2.26$$

$$\text{路线闭合差: } w = \sum h_i - (H_B - H_A) \quad 1.2.27$$

(四) 精度估算及限差(107)

1、平面精度估算(习惯使用下列代号)

N —三角形个数

k —三角形序号

m 带下角标 F 、 G 、 a 、 A 、 l 、 u 分别表观测方向、测角、边长、方位角、锁纵向、锁横向中误差

L —三角锁长

(1) 边长对数中误差与边长相对中误差关系

$$m_{\lg a} = \mu \frac{m_a}{a} 10^6 \quad 1.2.28$$

$$\mu = 0.43429448$$

(2) 测角精度分析

a、一测回方向中误差(按测回较差计算)

$$m_r = \frac{1.253}{m(m-1)} \cdot \frac{[|v|]}{n} \quad 1.2.29$$

b、按双观测较差计算观测精度

$$m = \sqrt{\frac{[(l_u - l_v)^2]}{2n}} \quad 1.2.30$$

c、菲列罗公式(按三角形闭合差计算)

$$m = \sqrt{\frac{[W^2]}{3n}} \quad 1.2.31$$

d、按平差改正数计算

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{r}} \quad 1.2.32$$

e、平差角中误差

$$M_s = m_s \cdot k \quad k = \sqrt{\frac{N \text{应观测数}}{[n] \text{观测总数}}} \quad 1.2.33$$

(3) 点位中误差与纵横向上中误差关系

$$\left. \begin{aligned} m_x^2 &= m_s^2 \cos^2 \theta + m_y^2 \sin^2 \theta \\ m_y^2 &= m_s^2 \sin^2 \theta + m_x^2 \cos^2 \theta \end{aligned} \right\} \quad 1.2.34$$

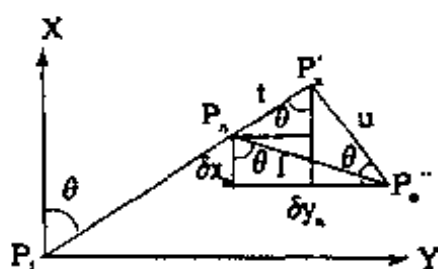


图 1.2.9

(4) 三角单锁边长、方位角及锁的纵横向上中误差
一端有相应起始元素

$$m_{\text{锁边}}^2 = m_{\text{锁边}}^2 + \frac{4}{3} \sum_{k=1}^N (\delta_{x_{k-1}}^2 + \delta_{x_{k-1}} \delta_{x_k} + \delta_{y_k}^2) m''^2 \quad 1.2.35$$

$$m_{\text{锁边}}^2 = m_{\text{锁边}}^2 + \frac{4}{3} N m''^2 \quad (\text{按角度平差}) \quad 1.2.36$$

$$= m_{\text{锁边}}^2 + (0.4N + 0.9) m''^2 \quad (\text{按方向平差}) \quad 1.2.37$$

$$m_{\text{锁边}}^2 = L^2 \left[\left(\frac{m_{a_0}}{a_0} \right)^2 + \frac{2}{9N} (4N^2 \pm 3N + 5) \left(\frac{m''_r}{\rho''} \right)^2 \right] \quad 1.2.38$$

三角形个数为偶数时取上符号，否则取下符号
(按角度平差)

$$= L^2 \left[\left(\frac{m_{a_0}}{a_0} \right)^2 + \frac{2}{9N} (4N^2 \pm 3N + 5) \left(\frac{m''_r}{\rho''} \right)^2 \right] \quad 1.2.39$$

(按方向平差)

$$m_{\text{锁边}}^2 = L^2 \left[\left(\frac{m_{a_0}}{\rho''} \right)^2 + \frac{2}{9N} (4N^2 - 3N + 5) \left(\frac{m''_r}{\rho''} \right)^2 \right] \quad 1.2.40$$

(按角度平差)

$$= L^2 \left[\left(\frac{m_{A_1}}{\rho''} \right)^2 + \frac{1}{15N} (4N^2 + 4N + 12) \left(\frac{m''_r}{\rho''} \right)^2 \right] \quad 1.2.41$$

(按方向平差)

两端有相应起始元素

$$m_{\text{终}}^2 = \frac{1}{2} m_{\text{终}0}^2 + \frac{1}{4} \sum_{k=1}^N (\delta_{3k-1}^2 + \delta_{3k-2} \delta_{3k} + \delta_{3k}^2) m''_r^2 \quad 1.2.42$$

$$m_{AN}^{r^2} = \frac{1}{2} m_{A0}^{r^2} + \frac{1}{3} N m''_r^2 \quad (\text{按角度平差}) \quad 1.2.43$$

$$= \frac{1}{2} m_{A0}^{r^2} + \left(\frac{N^2}{10N+22} + \frac{9}{10} \right) m''_r^2 \quad (\text{按方向平差}) \quad 1.2.44$$

$$= \frac{1}{2} m_{A0}^{r^2} + \left(\frac{N^2}{10N+24} + \frac{24}{25} \right) m''_r^2 \quad 1.2.45$$

(两端同时有起算边长及方位角)

$$m_r^2 = \frac{L^2}{2} \left[\left(\frac{m_{A0}}{a_0} \right)^2 + \frac{2}{9N} (2N^2 - 3N + 10) \left(\frac{m''_r}{\rho''} \right)^2 \right] \quad 1.2.46$$

(按角度平差)

$$= \frac{L^2}{2} \left[\left(\frac{m_{A0}}{a_0} \right)^2 + \frac{2}{9N} (2N^2 - 3N + 10) \left(\frac{m''_r}{\rho''} \right)^2 \right]$$

(按方向平差)

1.2.47

$$m_r^2 = \frac{L^2}{2} \left[\left(\frac{m_{A0}}{\rho''} \right)^2 + \frac{2}{9N} (2N^2 - 3N + 10) \left(\frac{m''_r}{\rho''} \right)^2 \right]$$

(按角度平差)

1.2.48

$$= \frac{L^2}{2} \left[\left(\frac{m_{A0}}{\rho''} \right)^2 + \frac{1}{15N} (2N^2 + 4N + 24) \left(\frac{m''_r}{\rho''} \right)^2 \right]$$

(按方向平差)

1.2.49

(5) 几种复杂三角锁边长、方位角及锁的纵横向上误差
矩形大地四边形

$$\left(\frac{m_a}{a} \right)^2 = \left(\frac{m_{A0}}{a_0} \right)^2 + \text{ctg}^2 \beta \left(\frac{10N-1}{6} \right) \left(\frac{m''_r}{\rho''} \right)^2 \quad 1.2.50$$

$$m_{\Delta}''^2 = m_{\Delta}''^2 + \left(\frac{N}{2} + 0.916 \right) m_{\Delta}''^2, \quad 1.2.51$$

$$m_{\Delta}''^2 = L^2 \left[\left(\frac{m_{\Delta}''}{a_{\Delta}} \right)^2 + \operatorname{ctg}^2 \beta \frac{N}{3} \left(\frac{m_{\Delta}''}{\rho''} \right)^2 \right] \quad 1.2.52$$

$$m_{\Delta}''^2 = L^2 \left[\left(\frac{m_{\Delta}''}{\rho''} \right)^2 + \operatorname{ctg}^2 \beta \frac{N}{3} \left(\frac{m_{\Delta}''}{\rho''} \right)^2 \right] \quad 1.2.53$$

正菱形大地四边形

$$\left(\frac{m_{\Delta}''}{a_{\Delta}} \right)^2 = \left(\frac{m_{\Delta}''}{a_{\Delta}} \right)^2 + 1.205n \left(\frac{m_{\Delta}''}{\rho''} \right)^2 \quad 1.2.54$$

n —四边形去掉一条对角线后，全锁的三角形个数。

正三角形双锁

$$\left(\frac{m_{\Delta}''}{a_{\Delta}} \right)^2 = \left(\frac{m_{\Delta}''}{a_{\Delta}} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(n + \frac{5}{4} \right) \left(\frac{m_{\Delta}''}{\rho''} \right)^2 \quad 1.2.55$$

$$m_{\Delta}''^2 = m_{\Delta}''^2 + \frac{1}{3} \left(n + \frac{5}{4} \right) m_{\Delta}''^2 \quad 1.2.56$$

$$m_{\Delta}''^2 = L^2 \left[\left(\frac{m_{\Delta}''}{a_{\Delta}} \right)^2 + \frac{4n^2 + 13n + 20}{36(n+1)} \left(\frac{m_{\Delta}''}{\rho''} \right)^2 \right] \quad 1.2.57$$

$$m_{\Delta}''^2 = L^2 \left[\left(\frac{m_{\Delta}''}{\rho''} \right)^2 + \frac{4n^2 + 13n + 20}{36(n+1)} \left(\frac{m_{\Delta}''}{\rho''} \right)^2 \right] \quad 1.2.58$$

式中： n —双锁的上半(或下半)锁三角形个数。

(6) 三角网边长、方位角及纵横向上误差

连续三角网

有一条起始边长及方位角

$$m_{\Delta}'' = \pm 0.69 m_{\Delta}'' \sqrt{n-1+10t_{(n)}} \quad 1.2.59$$

$$m_{\Delta}'' = \pm 0.3 m_{\Delta}'' \sqrt{n-1+10t_{(n)}} \quad 1.2.60$$

一等锁包围的

$$m_{\Delta}'' = \pm 0.31 m_{\Delta}'' \sqrt{N+48t_{\left(\frac{N}{2}\right)}-6.5} \quad 1.2.61$$

$$m_{\Delta}'' = \pm 0.14 m_{\Delta}'' \sqrt{N+48t_{\left(\frac{N}{2}\right)}-6.5} \quad 1.2.62$$

第二节 三角测量

式中: n —距起始边三角形个数

$$t_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{2}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$$

连续网中任两点对角线的方位角及纵横向中误差
一条边角起算的

$$m''_{\alpha} = m''_{\alpha_0} \sqrt{\frac{n^2 - 3n + 50}{45n}} \quad 1.2.63$$

$$m_{\alpha} = m_{\alpha_0} = \frac{m''_{\alpha_0}}{\rho''} L \sqrt{\frac{n^2 - 3n + 50}{45n}} \quad 1.2.64$$

一等锁包围的

$$m''_{\alpha} = m''_{\alpha_0} \sqrt{\frac{n^2 - 3n + 50}{45n} - \frac{n^2 - 5n + 80}{70N}} \quad 1.2.65$$

$$\frac{m''_{\alpha_0}}{\rho''} L \sqrt{\frac{n^2 - 3n + 50}{45n} - \frac{n^2 - 5n + 80}{70N}} \quad 1.2.66$$

式中: n —两点间三角形个数 L —对角线边长

N —实测起始边之间的三角形个数

(7) 中、小三角网精度估算

只有一条起始边的经验公式

$$m_{\text{终}}^2 = m_{\text{始}}^2 + \frac{1}{T} [T - (N + 4.16p)] \left(\frac{\delta_{\text{中}}}{\delta_{\text{始}}}\right)^2 \Sigma R m_{\alpha}^2 \quad 1.2.67$$

式中: T —网测角总数 p —中点多边形个数

$$\Sigma R = \Sigma(\delta_{\alpha}^2 + \delta_{\alpha}\delta_{\beta} + \delta_{\beta}^2)$$

有两条边起算的经验公式

$$m_{\text{终}} = \frac{1}{\sqrt{R}} (1 + \alpha \sqrt{R - 1}) m_{\text{始}} \quad 1.2.68$$

R —网重数 α —经验系数

在网中划出一条三角锁(包括两条起始和待估算边),先用一端有起始边长的三角单锁最弱传距边中误差公式,从两起始边出发算得两个中误差且取中数即为 $m_{\text{中}}$,再按上式计算。

(8) 插入点元素精度估算

a. 点位中误差

二方向对向定点(图1.2.10)

$$M_2^2 = \frac{1}{3\rho^2 \sin^2 \gamma} (d_1^2 + d_2^2 + s^2) m''^2 \quad 1.2.69$$

三方向对向定点(图1.2.11)

$$M_2^2 = m^2 (d_1^2 d_2^2 + d_1^2 d_3^2 + d_2^2 d_3^2 + d_1^2 s^2 + d_2^2 s^2 + d_3^2 s^2) / 8\rho^2 (d_1^2 \sin^2 \alpha + d_2^2 \sin^2 \beta + d_3^2 \sin^2 \gamma + d_1 d_2 \sin \alpha \sin \beta + d_1 d_3 \sin \alpha \sin \gamma + d_2 d_3 \sin \beta \sin \gamma) \quad 1.2.70$$

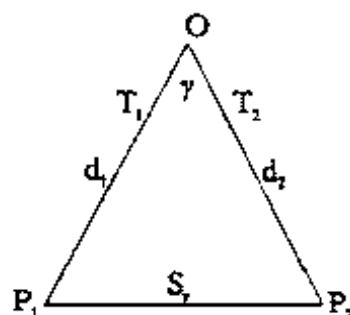


图1.2.10

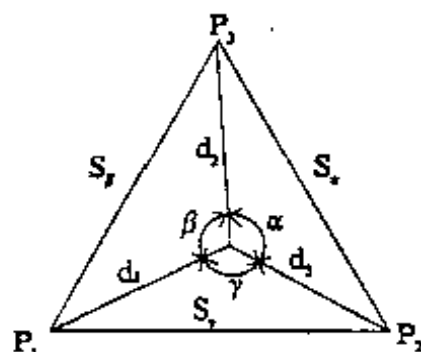


图1.2.11

b. 方位角中误差

$$\text{二方向定点: } m_{r_{\text{两}}}^2 = \frac{2}{3} m''^2 \quad 1.2.71$$

三方向定点:

$$m_{r_{\text{三}}}^2 = [(3d_1^2 \sin^2 \beta + 3d_2^2 \sin^2 \gamma + 2d_1 d_2 \sin \beta \sin \gamma) / 8(d_1^2 \sin^2 \alpha + d_2^2 \sin^2 \beta + d_3^2 \sin^2 \gamma + d_1 d_2 \sin \alpha \sin \beta + d_1 d_3 \sin \alpha \sin \gamma + d_2 d_3 \sin \beta \sin \gamma)] m''^2 \quad 1.2.72$$

c. 边长中误差

$$\text{二方向定点: } m_{d_1}^2 = M_2^2 - \left(\frac{m_{r_1}}{\rho} \right)^2 d_1^2 \quad 1.2.73$$

$$\text{三方向定点: } M_{d_1}^2 = M_2^2 - \left(\frac{m_{r_1}}{\rho} \right)^2 d_1^2 \quad 1.2.74$$

第二节 三角测量

2、高程精度估算

(1) 对向观测高差中误差公式

$$m_h^2 = h^2 \left(\frac{m_s}{s} \right)^2 + \frac{s^2}{2} \left(\frac{m_\rho}{\rho} \right)^2 + \left(\frac{s^2}{4R} \right)^2 m_\mu^2 + m_l^2 \quad 1.2.75$$

式中各项误差分别为距离、垂直角、两差及量高误差的影响。

(2) 每一点的平差高程值中误差

$$M_i = \pm \sqrt{\frac{[p'\delta\delta]}{n-1}} \quad 1.2.76$$

式中：n—推求本点高程的方向数 p' —改化权

δ —待定点平差高程与推算高程之差

(3) 测区高程平差值中误差

$$M = \pm \sqrt{\frac{[M_i^2]}{m}} \quad m \text{—测区待定点总数} \quad 1.2.77$$

3、限差

二、三、四等方向观测法限差表

表 1.2.1

项目	二等		三等			四等		
	J_n	T_1	J_n	J_1	J_2	J_n	J_1	J_2
两次读数差	1	1	1	1	3	1	1	3
归零差	5	6	5	6	8	5	6	8
2C 互差	9	9	9	9	13	9	9	13
半测回差	6		6			6		
测回差	5	6	5	6	9	5	6	9
三角形 闭合差	3.5		7.0			9.0		
高程限差	垂直角互差及指标差互差 J_1 型 $10''$ J_2 型 $15''$ 量高互差 5cm; 往返差 $0.15D(km)m$; 闭合差 $\pm 0.05\sqrt{[D^2(km)]}m$							

第一章 大地测量

组合测角法限差表

表 1.2.2

序号	项目	一等		二等	
		J_{11} 型	J_{12} 型	J_{21} 型	J_{22} 型
1	主望远镜目镜测微器 三次读数互差	3"		3"	
2	偏扭观测镜目镜测微器 三次读数互差	3"		3"	
3	测微器两次读数互差	1		1	
4	两次照准目标读数互差		4		4
5	上下半测回角值差	5	6	5	6
6	各测回角值差	4	5	4	5
7	直、间接角互差				
	3—4 个方向	2.5		3	
	5—6 个方向	3		4	
	7 个以上方向	4		5	
8	三角形最大闭合差	2.5		3.5	
备注	二等采用三方向法观测时, 限差按此表执行				

1974 年起我国国家三角网布设精度

表 1.2.3

等级	一等	二等	三等	四等
边长 km	15—45	10—18	5—8	2—6
边相对中误差	1:25 万	1:20 万	1:15 万	1:10 万
测角中误差	0.7	1.0	1.8	2.5
满足等高距	10m	5	2.5(2.0)	2(1)
边数限制	平原 5	10	5	10
	山地 7		3	2
平差后的 高程中误差	1	0.5	0.25	0.2
			0.20	0.1

备注: $m_1 = 0".5$ $m_2 = 0".02$ $m_3 = 0.3$

第二节 三角测量

1958 年起我国国家三角网精度

表 1.2.4

等级	一等	二等	三等	四等
平均边长 km	25	13	8	4
边长相对中误差	1:15 万	1:15 万	1:8 万	1:4 万
边长绝对中误差	0.17	0.09	0.10	0.10
方位角中误差	1.0	1.0	2.0~3.0	3.0~4.0
相对点位中误差	0.21	0.11	0.13~0.16	0.12~0.13
测角中误差	0.7	1.0	1.8	2.5
高差限差	往返	5m / 边	1m / 10km	
	闭合差	$0.5m\sqrt{\frac{D}{10}+n}$		D—大于 10km 的边长 n—小于 10km 的边长
天文精度	m_s	0.5		
	m_1	0.'02		
	m_s	0" .3		

1958 年前我国国家三角网布设规格

表 1.2.5

等级	一等	二等(二补)	三等	四等
平均边长 km	20—30	18(13)	8	4—5
测角中误差(") (非列罗公式)	0.7—0.9	1.5(2.5)	5	10
最大三角形 闭合差(")	3	5(9)	15	
最弱边边长 相对中误差	1:10 万	1:7 万	1:1.5 万	
起算元素精度	边长精度	1:30 万	1:20 万	
	天文观测	m_s	0.5	1.0
		m_1	0.45	0.75
		m_s	0.3	0.4

常用经纬仪技术数据

表 1.2.6

生产国	型号	望远镜			度盘直径		最小读数		水准器			
		放大倍率	物镜孔径	最短视距 m	水平	竖直	水平 "	竖直 "	竖轴 "	竖盘 "	望远镜 "	园形 "
瑞士 威特	T_1	60 80	70	100	240	135	0.1	0.2		2		4
	T_2	24 30 40	60	4	135	90	0.2		7	13		
	T_3	28	40	1.5	90	70	1		20	30		8
瑞士 克恩	DKM_1	27 45	72	19	100	100	0.5		10	10		
	DKM_2	30	45	1.7	75	70	1		20	20		
西德 奥普托	Th_1	30	40	1.6	100	85	1		20			10
	Th_2	25	35	1.2	78	70	3		30			15
东德 蔡司	ThEO 003	32 75	65	4000	250	200	0.2		10			
	010	31	53	20	84	60	1		20	20		8
	020	25	35	2.1	96	74	60		30			8
苏联	T_{100}	35' 50 60	60	5	200	130	1					
	T_1	30 40	50	5	140	90	1		7	12		
	OT_{100}	24 30 40	60	5	135	90						
中国	DJ_{100}	30 45 55	65	3	150	90	0.2		4	10		8
	DJ_1	24 30 45	60	3	130	90	0.2		6	10		8
	DJ_2	28	40	2	90	70	1		20			8
	DJ_3	28	40	2	94	76	60		30			8

第三节 导线测量

一、导线测量原理公式

(一) 第 n 条边方位角公式

$$T_n = T_0 + \sum \beta_i - (n-1)180^\circ \quad 1.3.1$$

T_0 —已知平面坐标方位角

β —折角 n —折角个数

(二) P_{n+1} 点坐标公式

$$x_{n+1} = x_1 + \sum D_i \cdot \cos T_i \quad y_{n+1} = y_1 + \sum D_i \cdot \sin T_i \quad 1.3.2$$

二、长度测量改正

(一) 尺长改正

$$\Delta L = L + \delta L + K(t - t_0) \quad 1.3.3$$

L —尺全长

δL —和标准尺比较之差

K —钢尺膨胀系数

t —钢尺校正时的温度

t_0 —标准尺长的相应温度

(二) 温度改正

$$\Delta = KL'(t - t_0) \quad 1.3.4$$

L' —量距全长

(三) 倾斜改正

$$\Delta h = -\frac{h^2}{2L'} \quad 1.3.5$$

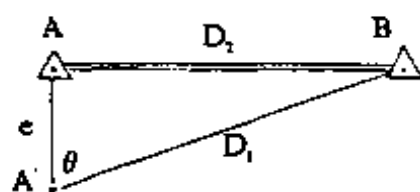
L' —测段距离 h —测段高差

当尺段坡度超过5%时, 用下式进行倾斜改正:

$$L = \sqrt{L'^2 - h^2} \quad 1.3.6$$

三、导线测量的概算

(一) 边长归心改正



$$\Delta D_e = -e \cos \theta + \frac{e^2 \sin^2 \theta}{2D_1} \left(1 + \frac{e \cos \theta}{D_1} \right)$$

1.3.7

图 1.3.1

(二) 方位角条件及图形条件闭合差计算及限差

$$w_{\alpha} = T_{\alpha} + \sum_{i=1}^n \beta_i - T_{\alpha} - (n-1)180^\circ \quad 1.3.8$$

$$\text{限差} = \pm 2\sqrt{2m_{\alpha}^2 + nm_{\beta}^2}$$

$$w_{\beta} = \sum_{i=1}^n \beta_i - (n-2)180^\circ \quad 1.3.9$$

$$\text{限差} = \pm 2m_{\beta}\sqrt{n}$$

T_{α} 、 T_{β} —已知坐标方位角

β_i —折角

n —折角或内角个数

(三) 按 w_{α} 、 w_{β} 计算测角中误差

$$m_{\alpha} = \pm \sqrt{\frac{1}{K+k} \left(\sum_{i=1}^K \frac{w_{\alpha i}^2}{n_i + 2} + \sum_{i=1}^k \frac{w_{\beta i}^2}{n_i} \right)} \quad 1.3.10$$

K 、 k —方位角及图形条件数

n_i —第 i 个量线节传算方位角的角度个数

n_i —第 i 个闭合图形中的角度个数

(四) 坐标条件闭合差及限差

导线环

1.3.11

$$w_x = \sum \Delta x = [D_i \cdot \cos T_i] \quad w_y = \sum \Delta y = [D_i \cdot \sin T_i]$$

$$w_{\text{容}x} = 2\{0.11[\Delta x^2]_1 + 0.36[\Delta y^2]_1 + 0.17[\Delta x^2]_2 + 0.73[\Delta y^2]_2 + 0.13[\Delta x^2]_3 + 0.09[\Delta y^2]_3\}$$

$$w_{\text{容}y} = 2\{0.11[\Delta y^2]_1 + 0.36[\Delta x^2]_1 + 0.17[\Delta y^2]_2 + 0.73[\Delta x^2]_2 + 0.13[\Delta y^2]_3 + 0.09[\Delta x^2]_3\}$$

I、II、III—构成环线的一、二等导线及一等三角锁段

Δx 、 Δy —百公里为单位的坐标增量

附和导线

1.3.12

$$w_x = x_1 + \sum_{i=1}^n D_i \cos T_i - x_{n+1}$$

$$w_y = y_1 + \sum_{i=1}^n D_i \sin T_i - y_{n+1}$$

$$w_{\text{容}x} = 3\left\{\lambda^2 \Delta x^2 + [\Delta x^2] \left(\frac{m_s}{D}\right)^2 + [(y_{n+1} - y_1)^2] \frac{m_s^2}{\rho^2}\right\}$$

$$w_{\text{容}y} = 3\left\{\lambda^2 \Delta y^2 + [\Delta y^2] \left(\frac{m_s}{D}\right)^2 + [(x_{n+1} - x_1)^2] \frac{m_s^2}{\rho^2}\right\}$$

Δx 、 Δy —附和导线闭合边的纵横坐标差

x_{n+1} 、 y_{n+1} —导线终点的纵横坐标

各级附和导线精度指标

表 1.3.1

等级	λ	m_s / D	m_s
二等	1:50 万	1:20 万	1"
三等	1:50 万	1:15 万	1" .8
四等	1:50 万	1:10 万	2" .5

四、导线的设计

(一) 国家导线网布设规格(表 1.3.2)

(二) 导线形状

曲折系数:

$$q \leq \frac{1}{3} \cdot \frac{\rho}{m_s} \cdot \frac{m_s}{L} \quad 1.3.13$$

导线离开闭合边的允许垂距:

$$\eta' \leq \frac{2}{3\sqrt{n+1}} \cdot L \quad 1.3.14$$

闭合边倾斜角:

$$\tan \alpha \leq \frac{1}{3} \cdot \frac{\frac{m_{\omega}}{L}}{\sqrt{(\frac{m_s}{L})^2 - \lambda^2}} \quad 1.3.15$$

$$\text{一般取 } \frac{m_{\omega}}{L} = \frac{m_s}{L} = \frac{1}{25 \text{ 万}} \quad \lambda = \frac{1}{50 \text{ 万}} \quad \alpha_m = 2\alpha \leq 40^\circ$$

国家导线网规格表

表 1.3.2

等级	一	二	三	四
环长 km	1000—2000	500—1000		
节长度 km	100—150	100—150	附和导线 <200	附和导线 <150
边长 km	10—30	10—30	7—20	4—15
节内边数	<7	<7	<20	<20
转折角 中误差	0.7	1.0	1.8	2.5
边长相对 中误差	1/25 万	1/20 万	1/15 万	1/10 万

五、导线测量的精度估算

(一) 导线方位角中误差

1、自由导线

一端有已知方位角

$$m_{\alpha_{\text{终}}} = \pm \sqrt{m_{\alpha_{\text{始}}}^2 + nm_{\beta}^2} \quad 1.3.16$$

两端有已知方位角

$$m_{\alpha_{\frac{n+1}{2}}} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}m_{\alpha_{\text{始}}}^2 + \frac{n+1}{4}m_{\beta}^2} \quad 1.3.17$$

2、等边直伸附和导线

$$m_{\alpha_{\text{终}}} = \pm m_{\beta} \sqrt{k - \frac{k^2}{n+1} - \frac{3k^2(n-k+1)^2}{n(n+1)(n+2)}} \quad 1.3.18$$

k —导线中间边序号

(二) 导线纵横向上误差及点位中误差

1、自由导线

A、一端有已知方位角

纵横向上误差 1.3.19

$$m_y^2 = \lambda^2 L^2 + [D_i^2 \cos^2 T_i]_i \left(\frac{m_{\beta}}{D} \right)^2 + [(y_{n+1} - y_1)^2]_i \left(\frac{m_{\beta}}{\rho} \right)^2$$

$$m_x^2 = L^2 \left(\frac{m_{\beta}}{\rho} \right)^2 + [D_i^2 \sin^2 T_i]_i \left(\frac{m_{\beta}}{D} \right)^2 + [(x_{n+1} - x_1)^2]_i \left(\frac{m_{\beta}}{\rho} \right)^2$$

点位中误差 1.3.20

$$M^2 = L^2 \left(\frac{m_{\beta}}{\rho} \right)^2 + \lambda^2 L^2 + [D_i^2]_i \left(\frac{m_{\beta}}{D} \right)^2 + [D_{n+1}^2]_i \left(\frac{m_{\beta}}{\rho} \right)^2$$

λ —测边相对系统中误差

L —终点至起点对角线长

D_{n+1} —导线终点至*i*点之距离

$L, x_i, y_i, D_i, T_i, D_{n+1}$ 可从设计图上量取(以*L*作*x*轴)。

B、两端有已知方位角

纵横向中误差 1.3.21

$$m_x^2 = \lambda^2 L^2 + [(\xi_{i+1} - \xi_i)^2]_i \left(\frac{m_D}{D} \right)^2 + [\eta_i]_{i+1} \left(\frac{m_\rho}{\rho} \right)^2$$

$$m_y^2 = [(\eta_{i+1} - \eta_i)^2]_i \left(\frac{m_D}{D} \right)^2 + [\xi_i]_{i+1} \left(\frac{m_\rho}{\rho} \right)^2 + \frac{L^2}{2} \left(\frac{m_n}{\rho} \right)^2$$

点位中误差 1.3.22

$$M^2 = \frac{L^2}{2} \left(\frac{m_n}{\rho} \right)^2 + \lambda^2 L^2 + [D_i^2]_i \left(\frac{m_D}{D} \right)^2 + [D_n^2]_{i+1} \left(\frac{m_\rho}{\rho} \right)^2$$

D_n —*i*点与重心点间的距离

$x_0 = \frac{[x]}{n+1}, y_0 = \frac{[y]}{n+1}$ —重心坐标

ξ, η —导线点在重心坐标系中的坐标, 平行*x*轴的*ξ*轴为纵轴, 平行*y*轴的*η*轴为横轴。

2、等边直伸附和导线

(中间点对起始点纵横向中误差及点位中误差)

$$\left. \begin{aligned} m_x^2 &= \frac{n}{4} m_D^2 \\ m_y^2 &= \frac{L^2}{16} \left(\frac{m_{rm}}{\rho} \right)^2 + \frac{n+6}{192} L^2 \left(\frac{m_\rho}{\rho} \right)^2 \\ M^2 &= \frac{L^2}{16} \left(\frac{m_{rm}}{\rho} \right)^2 + \frac{L^2}{4n} \left(\frac{m_D}{D} \right)^2 + \frac{n+6}{192} L^2 \left(\frac{m_\rho}{\rho} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad 1.3.23$$

六、电磁波测距斜距计算₍₁₂₉₎

常用下列符号

c—光速

n—折射率

f—频率

p—压力

第三节 导线测量

e —湿度

t —干温

t' —湿温

Δ —改正数

角标 0 为标准的, h 为一定高度的, m 为中数, ρ 为气象, e 为偏心距, n 、 f 意义同上。

m 为中误差, 加下角标为相应函数中误差。

(一) 一测回斜距

电磁波测距仪基准折射率表

表 1.3.3

仪器类型	n_0	仪器类型	$10(n_0 - 1)$	备考
NASM—2A	1.0003 0343	NASM—2A	0.0030 358	白炽灯
NASM—3	0850	NASM—3	358	白炽灯
NASM—4D	0850	NASM—4D	358	白炽灯
AGA—6	0850	NASM—4D	476	汞灯
AGA—8	0850	AGA—6	358	白炽灯
DI—50	1985	AGA—6	450	汞灯
MRA—3	2492	AGA—8	023	He-Ne 激光
MRA—101	2492			

$$D_i = \frac{n_0}{n} d_i \text{ 或 } = \frac{c_0 T_i}{2n} \quad 1.3.24$$

d_i —与 n_0 相应的距离观测值

c_0 —真空光速

T_i —电磁波在所测距离上往返时间

(二) N 测回斜距

$$D = D_0 + \Delta D_n + \Delta D_e + \Delta D_p + \Delta D_f + \Sigma \quad 1.3.25$$

D_0 —实测斜距

$$\Delta D_s = -(2k - k^2) \frac{D_s^2 (km)}{24 \cdot 10^{-6} R^2 (km)} mm$$

$$\Delta D_s = -e \cos \theta + \frac{e^2 (1 - \cos^2 \theta)}{2D_s} \left(1 + \frac{e \cos \theta}{D_s} \right)$$

$$= -e \cos \theta \quad (\text{当 } e(m) \leq \sqrt{D_s(km)} \text{ 时})$$

$$\Delta D_s = D_s \frac{f_s - f}{f_s}$$

ΔD_s 称为电磁波波道弯曲改正, k 为大气折光系数

ΔD_s — 归心改正 ΔD_s — 频率改正

Σ 为其他各项改正(仪器常差、对中误差等)

(三) 斜距化算到参考椭球面上

$$s = D'' + \frac{(D'')^2}{24R_A} + 1.25 \cdot 10^{-7} H_m(km) D'^2(km)$$

$$\sin 2B_1 \cos A_{12} \quad 1.3.26$$

$$\text{式中: } D'' = D' \frac{R_A}{R_A + H_m}$$

$$D' = \sqrt{D^2 - (\Delta H)^2} \quad (\Delta H \text{ 是两点大地高差})$$

(四) 几种测距仪测距的折射率改正(112)

1. 微波测距

$$\Delta D_s = D_s (N_s - N) \quad 1.3.27$$

$$N_s = (n_s - 1) 10^6$$

$$N = (n - 1) 10^6 \quad (\text{埃森Essen—富鲁木Froom公式})$$

$$= \frac{103.49}{T} (p - e) + \frac{86.26}{T} \left(1 + \frac{5748}{T} \right) e$$

$$T = 273.16 + t$$

$$e = 4.58 \times 10^{\frac{10}{25.3 + t}} - 0.000662(t - t')(1 + 0.001146t')p$$

第三节. 导线测量

实用中常按下式计算折射率

$$n = 1 + (A \cdot P \cdot 10^{-3} + B)10^{-4} \quad 1.3.28$$

A 、 B —系数

A 、 B 算式₍₂₈₎

t 区间 $-10 \sim +50^{\circ}$ (湿球未结冰)

$$A = \frac{10349000}{273.2 + t} + \left[\frac{17.23}{273.2 + t} - \frac{495822.48}{(273.2 + t)^2} \right] 66.2(t - t')(1 + 0.001146t')$$

$$B = \left[\frac{495822.48}{(273.2 + t)^2} - \frac{17.23}{273.2 + t} \right] 458 \cdot 10^{-\frac{7.56}{273.2 + t}}$$

t 区间 $+10 \sim -15^{\circ}$ (湿球结冰)

$$A = \frac{10349000}{273.2 + t} + \left(\frac{17.23}{273.2 + t} - \frac{495822.48}{(273.2 + t)^2} \right) 58.3(t - t')(1 + 0.001146t')$$

$$B = \left[\frac{495822.48}{(273.2 + t)^2} - \frac{17.23}{273.2 + t} \right] 458 \cdot 10^{-\frac{7.56}{273.2 + t}}$$

t 区间 $0 \sim -30^{\circ}$ (湿球结冰, 用毛发湿度表)

$$A = \frac{10349000}{273.2 + t}$$

$$B = \left[\frac{495822.48}{(273.2 + t)^2} - \frac{17.23}{273.2 + t} \right] \gamma \cdot 458 \cdot 10^{-\frac{(9.812 - 0.0033 \cdot 12t)}{273.16 + t}}$$

γ —毛发湿度表测定的相对湿度

计算 A 、 B 后, 即可按1.3.27式计算 ΔD 。

其他改正项按1.3.25式计算

2、激光测距

$$\Delta D_s = D'(n_s - n) \quad 1.3.29$$

$$= [300.23 - \frac{107.91p - 15.02e}{T}] 10^{-4} D(p, e \text{ 以 } mmHg \text{ 为单位})$$

$$= [300.23 - \frac{80.94p - 11.27e}{T}] 10^{-6} D(p, e \text{ 以 } mb \text{ 为单位})$$

式中:

$$e = 4.58 \cdot 10^{\frac{7.5t}{237.3+t}} - 0.000662(t - t')(1 + 0.001146t')p$$

$$= 4.58 \cdot 10^{\frac{9.3t}{265.5+t}} - 0.000583(t - t')(1 + 0.001146t')p$$

$$= 4.58 \cdot 10^{\frac{9.43t - 0.0037712t^2}{271.16+t}}$$

三个等式对应三个温度区间

$$-10 \sim +50 \quad +10 \sim -15 \quad 0 \sim -30$$

实用中常按下式计算折射率

$$n = 1 + [10(n_s - 1)P \cdot A - B] 10^{-6} \quad 1.3.30$$

$10(n_s - 1)$ 见表3

A 、 B 算式₍₁₃₃₎

t 区间 $-10 \sim +50^\circ$; 湿球未结冰:

$$A = \frac{1}{1 + \alpha t} \left[\frac{10^6}{76} + 1.181(t - t')(1 + 0.001146t') \right]$$

$$B = \frac{5.5}{1 + \alpha t} \cdot 4.58 \cdot 10^{\frac{7.5t}{237.3+t}}$$

t 区间 $+10 \sim -15^\circ$; 湿球结冰:

$$A = \frac{1}{1 + \alpha t} \left[\frac{10^6}{76} + 1.075(t - t')(1 + 0.001146t') \right]$$

$$B = \frac{5.5}{1 + \alpha t} \cdot 4.58 \cdot 10^{\frac{9.3t}{265.5+t}}$$

t 区间 $0 \sim -30^\circ$; 湿球结冰, 用毛发湿度表:

$$A = \frac{10^6}{76(1 + \alpha t)}$$

$$B = \frac{5.5}{1 + \alpha t} \gamma \cdot 4.58 \cdot 10^{\frac{9.43t - 0.0037712t^2}{271.16+t}},$$

Σ 项考虑下列因素:

$$\text{机座置平改正 } \Delta D_s = a \sin \alpha = 0.132 m \sin \alpha$$

第三节 导线测量

α 在置平度盘上直接读出

a 为仪器及棱镜常差

3. 红外测距

$$\Delta D_s = D(N_s - N)10^{-6}$$

$$N = (n - 1)10^6 = \frac{(n_s - 1)10^6}{(1 + \alpha t)760} p - \frac{5.5 \cdot 10^{-2}}{1 + \alpha t} e \quad 1.3.31$$

(巴雷尔 *Barret*-塞尔斯 *Sears* 公式)

$$N_s = (n_s - 1)10^6 = 287.604 + \frac{3 \cdot 1.6288}{\lambda^2} + \frac{5 \cdot 0.0136}{\lambda^4} \quad 1.3.32$$

(λ 以 μm 为单位)

Σ 项主要考虑加常数 ΔD_s (加常数数值由检验仪器给出)

其他有关项目按1.3.25式计算。

(五) 气压及湿度随高度变化的关系式

$$p_s = p_0 e^{-\frac{g}{RT_m}} \quad 1.3.33$$

e —自然对数底

$g = 980.6 cm / 秒^2$

$R = 287 \cdot 10^6$ 尔格/克·度

p_0 、 p_s —一定高度及0高度上的气压

T_m —不同高度的平均温度

$$e_s = e_0 \cdot 10^{-k(t_1 - t_0)} \quad 1.3.34$$

e —湿度, 下标含意同气压

k —经验系数

t_1 、 t_0 —地面及一定高度上的平均温度

(六) 大气压力的单位换算

$$P_{mm} = 0.750062 P_{mb} \quad 1.3.35$$

P_{mm} 、 P_{mb} —以毫米及毫巴为单位的大气压

七、测距仪精度估算

(一) 微波测距仪

$$M_r^2 = \left[\left(\frac{m_c}{c} \right)^2 + \left(\frac{m_n}{n} \right)^2 + \left(\frac{m_f}{f} \right)^2 \right] D^2 + \frac{\lambda^2}{4} m_k^2 + m_{\Delta\phi}^2 \quad 1.3.36$$

式中：前三项为光速、折射率、频率的误差影响，与距离成比例；后两项为测相误差及零点差。五项影响分别为：

$0.004 \cdot 10^{-6}$ ， $4.3 \cdot 10^{-6}$ ， $1.0 \cdot 10^{-6}$ ， $1.0mm$ ， $2.0 \sim 1.0mm$ 。

(二) 激光测距仪

$$M_r^2 = \left[\left(\frac{m_c}{c} \right)^2 + \left(\frac{m_n}{n} \right)^2 + \left(\frac{m_f}{f} \right)^2 \right] D^2 + U m_{\Delta\phi}^2 + m_k^2 + m_{\Delta}^2 + m_r^2 \quad 1.3.37$$

前三项为比例误差，分别

为： $4 \cdot 10^{-8}$ ， $0.78 \cdot 10^{-6}$ ， $0.5 \cdot 10^{-6}$

后四项分别为测相差、仪器常数测定差、仪器及反光镜对中差，其数值分别为 $1 \sim 2mm$ ； $2 \sim 3mm$ ； $1 \sim 2mm$ （高标上作业时，此项误差约为 $2 \sim 3mm$ ）

(三) 红外测距仪

$$m_r^2 = \left[\left(\frac{m_c}{c} \right)^2 + \left(\frac{m_n}{n} \right)^2 + \left(\frac{m_f}{f} \right)^2 \right] D^2 + \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 m_{\Delta\phi}^2 + m_k^2 + m_{\Delta}^2 + m_r^2 \quad 1.3.38$$

前三项为比例误差，分别为： $4 \cdot 10^{-8}$ ； $2 \cdot 10^{-6}$ ， $5 \cdot 10^{-6}$

后四项为测相误差；仪器常差；对中误差及周期误差，分别为 $5mm$ ； $5mm$ ； $3mm$ 。

八、电磁波测距仪资料统计表

各型号测距仪一览表

表 1.3.4

微波测距仪

序号	型号	生产国	量程 m~km	测距精度		载波频率 KMH,	测距频率		功率 W	温度范围 ℃
				A	B		M 兆	级数		
1	MRA,	英	100 50	1.0	3	10.0 10.5	75	5	38	-32 +44
2	CA-1000	英	50 30	1.5	5	10.10 10.45	25	5	4.6	-20 +50
3	WJ-1	中	150 30	10	3	9.26 9.40	7.5	4	50	-10 +40
4	DWJ-1	中	150 40	3	3	9.3 9.5	7.5	4	42	-10 +55
5	75 式	中	150 10	20		9.3 9.4	7.5	4		-40 +50
6	DWY-2	中	150 15	10	10	10.05 10.35	7.5	4	19	-10 +40
7	CWG-1	中	100 20	5	10	9.0 9.1	7.5	4	10	

表 1.3.5

光速、激光测距仪

序号	型号	生产国	量程 km	测距精度		光源	测距频率		功率 W	温度范围 ℃
				A	B		M 兆	级数		
1	G.6BL	瑞典	0.015~25	5	1	He-Ne 激光	30	4	26	-40 +40
2	G.76	瑞典	0.001~3	1	1	He Ne2mW	30/0.3	2	60	-20 +50
3	G.700	瑞典	10cm~0.5	5	1	He Ne1mW	30/0.3	2	70	-30 +50
4	G.600	瑞典	40	0.5	1	He Ne1mW	30	4	26	-40 +40
5	ME 3000	瑞士	2.5	0.02	1	氙闪光灯	500	5	18	
6	R-III	英	60	0.5	1	He-Ne2.2mW	15	4	60	-28 +49
7	G-I	英	30	$5 \cdot 10^{-7}$		双色激光	500	5	45	
8	JCY-2	中	20~30	0.5	1	He-Ne2mW	30	5	55	
9	DC-30JG	中	30~40	0.5	1	He-Ne3mW	30	5	70	-20 +40
10	DCS-1	中	0.01~5	1	1	He-Ne1mW	15 0.15	3	70	-10 +40
11	HQ-102	中	30	1	1	He-Ne5mW	30	5	84	-15 +25
12	JCY-3	中	50	0.5	1	He-Ne4mW	15	4	72	-20 +45

表 13.6

红外测距仪(A)

序号	型号	生产国	量程 km	测距精度		辐射源 GaAs 发光管	测距频率		功耗 W	温度范围 ℃
				A	B		Hz	级数		
1	AGA-14A	瑞典	15	0.5	5	9100A*	15	2	20	-20.+50
2	ELD12	联邦	0.5	0.5	2	9100A*	15	2	5	-20.+60
3	Elm2	德国	3	0.5	2	9100A*	15	3		
4	EOK2000	民主 德国	2.5	1		9000A*	30	3	8	-30.+45
5	EOT2000		2	1		9100A*	15	3	13	-25.+45
6	Roco18		3	1		9100A*				
7	DI-3	瑞士	1	0.5	5	8750A*	7.5	2	14	-25.+50
8	DI-3S	瑞士	2	0.5	5	8850A*	7.5	2	17	-25.+50
9	TCI	瑞士	2	0.5	5	8850A*	4.9	2	16	-25.+50
10	DI-4	瑞士	2	0.5	5	8850A*	4.8	2	5	-25.+50
11	TC1L	瑞士	7	0.5	5	8850A*	4.9	2	16	-25.+50

紅外測距儀(H)

序 号	型 号	生产国	測程 km	測距精度		辐射源	測距頻率		功耗 W	溫度范围 ℃
				A	B		HHZ	級数		
12	DI-4L	瑞士	7	0.5	5	8850A°	4.8	2	5	-25+50
13	DI-20	瑞士	14	0.5	1	8850A°	4.8	2		-20+50
14	DM1000	瑞士	2.5	0.4	4	9000A°	15	2	11	-20+50
15	DM2000	瑞士	3	1		8750A°	15	2	11	
16	DM500	瑞士	0.5	0.5	5	8750A°	15/0.15	2		-20+50
17	DM501	瑞士	1.6	0.5	5	8750A°	15/0.15	2		-20+50
18	DM502	瑞士	2	0.5	5	8600A°	15/0.15	2		
19	HP3800A/B	英	3	0.5	7	9100A°	15/0.15	4	12	
20	HP3808A	英	10	0.5	1	8400A°	15		18	-20+55
21	HP3820A	英	5	0.5	1	8300A°	15	3		-10+40
22	HDM-70	英	1	0.5	10	9100A°	30			-25+55

红外测距仪(C)

序号	型号	生产国	量程 km	测距精度		辐射源	测距频率		功耗 w	温度范围 ℃
				A	B		HHZ	级数		
26	SDM-5A	日	0.8	0.5	5	9000A°				
27	RED2	日	5	0.5	5	9000A°				-20+50
28	MND-2	日	2	1		9000A°	15	2	30	
29	ND-250	日	0.1 2.5	0.5	5	9000A°			8	-20+50
30	DM-C3	日	2.5	0.5	5	9000A°				
31	KДГ-3	苏	2	1		9200A°	30	4	5	-10+50
32	HGC-1	中	2	1.5		9300A°	15	2	14	-20+40
33	DCH-1	中	1.5	1		9300A°				
34	DCH500	中	0.5	2		9100A°	1.5	1	6.3	-10+40
35	DCH-1	中	2	1	5	8700A°	15	2	15	-10+40
36	DJCY-1	中	8	2.5	4	8650A°	7.5	4	2.4	-10+40

第四节 水准测量⁽¹⁰⁷⁾

一、仪器检验及外业计算

(一) i 角计算公式

$$\text{调焦检查: } i'' = \frac{\rho \Delta''}{D} = \frac{\rho''}{2D} [(a_2 - b_2) - (a_1 - b_1)] \quad 1.4.1$$

a, b —两标尺读数, 角标表示两个测站

D —两标尺间距离

$$\text{不调焦检查: } i'' = \frac{\rho''}{2D} [(v_1 + v_2) - (a + b - 2c)] \quad 1.4.2$$

固定仪器中心情况下 c 为常数, 如 N , $c = 5mm$

(二) 标尺分划面弯曲引起的尺长改正

$$\Delta l = \frac{8f^2}{3l} \quad 1.4.3$$

式中: l —弯曲分划面长 f —矢长。

(三) 计算高差的各项改正数及概略高程计算

$$1. \text{ 标尺每米真长误差改正: } \delta_l = f \Sigma h' \quad 1.4.3$$

式中: f —米间隔误差; $\Sigma h'$ —测高差。

2. 水平面不平行改正:

$$\epsilon = -0.0000015395 \sin 2\varphi_m H_m \Delta\varphi' mm \quad 1.4.4$$

式中: φ_m 、 H_m 、 $\Delta\varphi'$ 为两点间之平均纬度、平均高程及纬差(以分为单位)

$$3. \text{ 路线闭合差改正: } v_i = \frac{R_i}{\sum R_i} w \quad 1.4.5$$

$$w = (H_2 - H_1) + \Sigma h' + \Sigma \epsilon$$

4. 概略高程公式

第四节 水准测量

$$H = H_0 + \Sigma h' + \Sigma s + \Sigma v \quad 1.4.6$$

式中: $\Sigma h'$ —已加尺长改正的高差总和

(四) 每公里高差中数之中误差

$$\text{附合水准路线: } M_{\Delta} = \pm \sqrt{\frac{1}{4n} \left[\frac{\Delta\Delta}{R} \right]} \quad 1.4.7$$

$$\text{闭合环: } M_{\Delta} = \pm \sqrt{\frac{1}{N} \left[\frac{ww}{F} \right]} \quad 1.4.8$$

n —测段数 Δ —测段往返不符值(mm)

R —测段长(km) N —水准环数

F —环线周长(公里)

二、水准测量精度估算

(一) 用往返高差不符值计算每公里高差中数之偶然中误差

η 及系统中误差 σ

$$\sigma^2 = \frac{1}{4[L]} \left[\frac{s_i^2}{L} \right] \quad 1.4.9$$

$$\eta^2 = \frac{1}{4} \left\{ \frac{[\Delta^2]}{[L]} - \frac{[R^2]}{[L]^2} \left[\frac{s_i^2}{L} \right] \right\} \quad 1.4.10$$

以各测段距离之累积表示横坐标, 往返高差不符值累积表示纵坐标作图, 先按测段顺序绘出不符值折线图, 再将坡度大致相同的折线用一直线代替, 各直线两端点的纵坐标之差即为系统误差 s_s , 相应的直线长为 L_s .

(二) 用水准路线闭合差 w 计算 σ

$$\sigma^2 = \frac{1}{[L^2]} \left\{ \frac{[ww]}{2} - \eta^2 [L] \right\} \quad 1.4.11$$

第五节 天文测量⁽¹²⁷⁾

常用符号:

α —赤经

δ —赤纬

t —时间

A —地平经度或方位角

Z —天顶距

S —恒星时

S_0 —世界时 0^h 对应的格林尼治恒星时

T —平太阳时

T_0 —世界时

ε —黄赤交角

h, m, s —时、分、秒

E, S, W, N —东、南、西、北

一、天球上与地球公转有关的几个主要圈、点、线

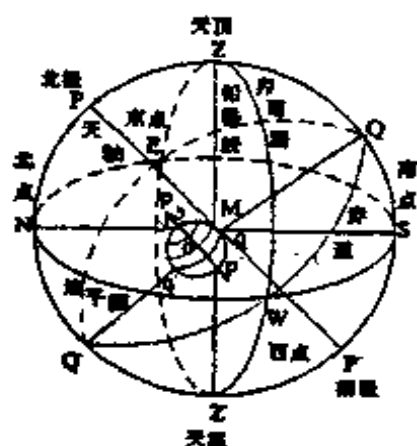


图 1.5.1



图 1.5.2

二、天球坐标系

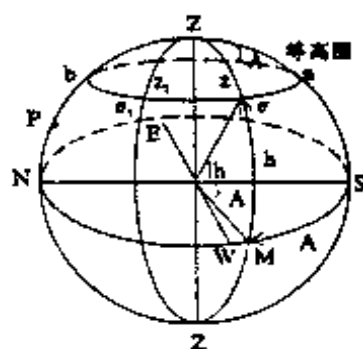


图 1.5.3 地平坐标系

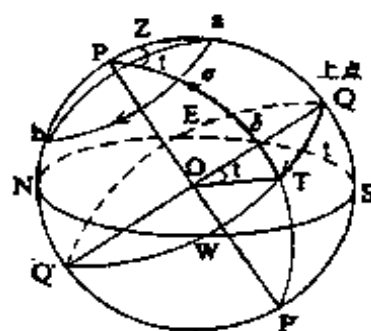


图 1.5.4 时角坐标系

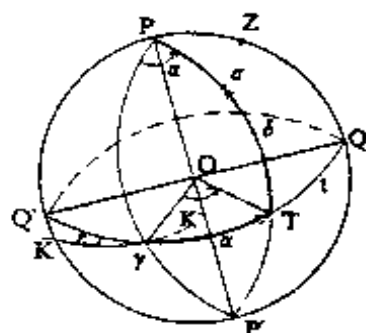


图 1.5.5 赤道坐标系

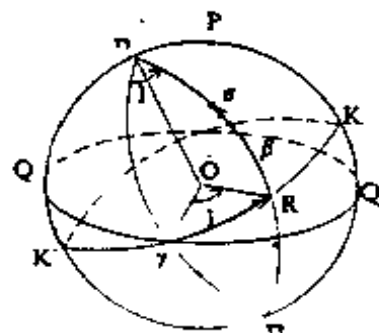


图 1.5.6 黄道坐标系

三、几个天球坐标系间之关系

东、西星定位三角形

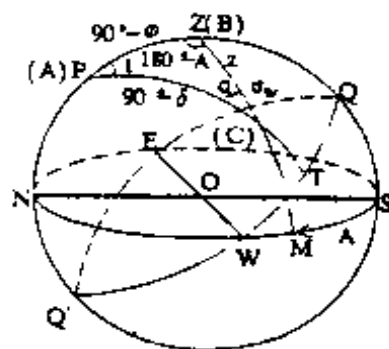


图 1.5.7

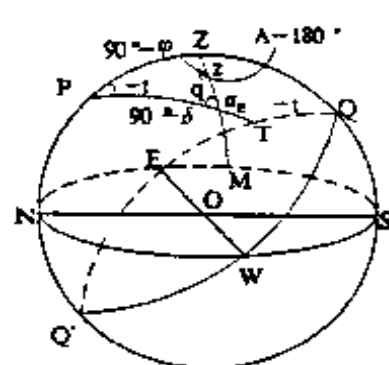


图 1.5.8

(一) 地平坐标系与时角坐标系

$$\cos\delta\sin t = \sin Z \sin A$$

$$\sin\delta = \sin\varphi\cos Z - \cos\varphi\sin Z\cos A \quad 1.5.1$$

$$\cos\delta\cos t = \cos Z\cos\varphi + \sin Z\sin\varphi\cos A$$

(二) 时角坐标系与赤道坐标系

$$\delta = \delta \quad \alpha = t, -t \quad 1.5.2$$

(三) 赤道坐标系与黄道坐标系

$$\cos\beta\cos\lambda = \cos\delta\cos\alpha$$

$$\sin\beta = \sin\delta\cos\varepsilon - \cos\delta\sin\varepsilon\sin\alpha \quad 1.5.3$$

$$\cos\beta\sin\lambda = \sin\delta\sin\varepsilon + \cos\delta\cos\varepsilon\sin\alpha$$

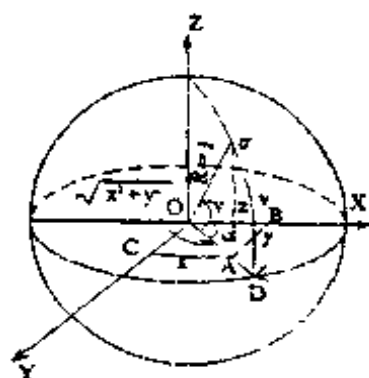
(λ, β —黄道坐标系坐标)

四、空间直角坐标系及其旋转

(一) 空间直角坐标系一般式(左手坐标系)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos v & \cos u \\ \cos v & \sin u \\ \sin v & 0 \end{bmatrix} \quad 1.5.4$$

进行异手坐标系转换时,分别乘反向矩阵



$$P_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

图 1.5.9

$$P_y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad P_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(二) 天球直角坐标系

将一般式进行下列取代即得相应的直角坐标系 1.5.5

- 1、地平直角坐标系: $v = A \quad u = h$
- 2、时角直角坐标系: $v = \delta \quad u = t$
- 3、赤道直角坐标系: $v = \delta \quad u = \alpha$
- 4、黄道直角坐标系: $v = \beta \quad u = \lambda$

(三) 直角坐标轴旋转

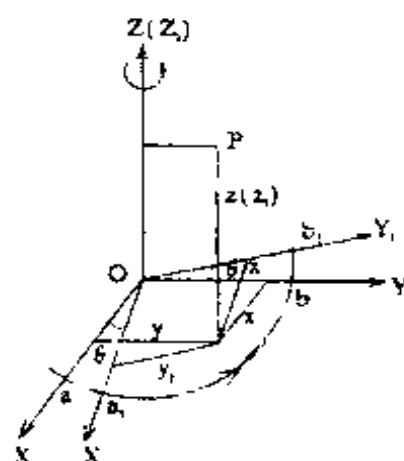


图 1.5.10

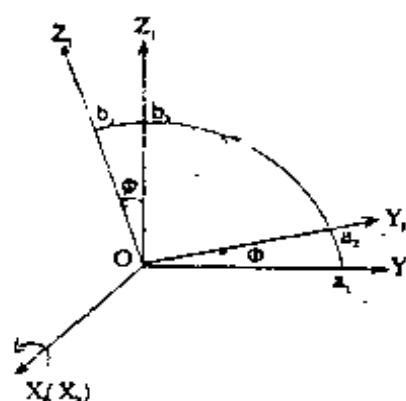


图 1.5.11

1.5.6

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = R_{100} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = R_{x00} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = R_{(x_1)} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$R = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix}$$

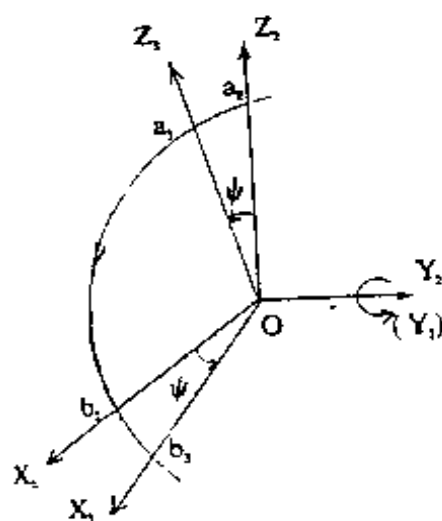


图 1.5.12

(四) 用转轴法转换天球坐标系

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{L, \text{天球系}} = R_1(\varphi - 90^\circ) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{L, \text{地球系}}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{L, \text{地球系}} = R_1(-t_1) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{L, \text{天球系}} \quad 1.5.7$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{天球系}} = R_{360} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{地心天球系}}$$

五、时间化算

(一) 地方时与地理经度关系

$$\lambda_A - \lambda_B = S_A - S_B = T_A - T_B \quad 1.5.8$$

(二) 地方民用时和区时的关系(东经地区)

$$m_r = T_r - (n - \lambda_r) \quad 1.5.9$$

m_r —地方民用时 n —时区

(三) 区时和世界时的关系

$$T_r = T_0 + n_r \quad T_0 = T_r - n_r \quad 1.5.10$$

(四) 日界线

国际上把 180° 的经圈叫做日期变更线(简称日界线)。即从东半球跨过日界线到西半球时, 日期要减少一天。反之, 若从西半球跨过日界线到东半球时, 日期则要增加一天。

(五) 化平太阳时为恒星时

$$s = S_0 + T_0 + T_0 \mu \pm \lambda \left\{ \frac{*}{\square} \right. \quad 1.5.11$$

$$T_r = T \pm \lambda \left\{ \frac{*}{\square} \right. \quad \mu = \frac{1}{365.2422} = 0.00273791$$

(六) 化恒星时为平太阳时

$$T = (S - S_0) - (S - S_0)v \pm \lambda \left\{ \frac{*}{\square} \right. \quad 1.5.12$$

$$S = s \pm \lambda \left\{ \frac{*}{\square} \right. \quad v = \frac{1}{366.2422} = 0.00273043$$

上述两项化算均可在天文年历附表中查得

六、蒙气差、光行差、视差

(一) 蒙气差

$$\rho = \rho_s(1 + \alpha A + B) \quad 1.5.13$$

$$\rho_s = 206265(\mu_s - 1)\tan Z' \quad A = \frac{-\frac{t}{273}}{1 + \frac{t}{273}}$$

$$B = \frac{p}{760} - 1 \quad Z' \text{—视天顶距}$$

t —温度 p —大气压

μ_s —当 $t = 0^\circ\text{C}$, $p = 760\text{mm}$ 时的地面折射率

当 $Z' \leq 45^\circ$ 时取 $\alpha = 1$, $Z' > 45^\circ$ α 用下面数轴上的值:

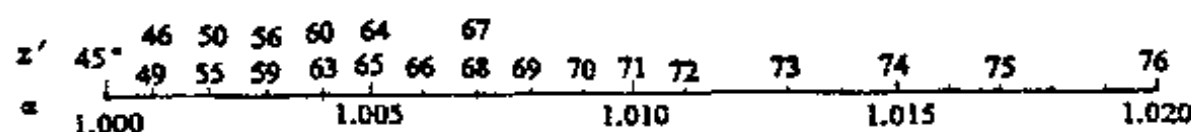


图1.5.13

$Z' < 30^\circ$ 时, 取 $\rho = \rho_s = 60''.2\tan Z'$, 精度达 $0''.1$

(二) 周年光行差

1. 常数算式:

$$K_1 = 206265 \frac{2\pi a}{CT\sqrt{1-e^2}} \quad 1.5.14$$

C —光速

T —恒星年

a —日地距

e —0.016722(地球轨道偏心率)

2. 周年光行差对赤经赤纬的影响

1.5.15

$$\Delta\alpha = -K_1 \cos l_\odot \cos \delta \cos \alpha \sec \delta - K_1 \sin l_\odot \sin \alpha \sec \delta$$

$$\Delta\delta = -K_1 \cos l_\odot \cos \epsilon (\tan \epsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta) - K_1 \cos \alpha \sin \delta \sin l_\odot$$

引入代号, 可预先制表

$$\begin{aligned} C &= -k_1 \cos \epsilon \cos l_0 & D &= -K_1 \sin l_0 \\ c &= \cos \alpha \sec \delta & c' &= \tan \epsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta \\ d &= \sin \alpha \sec \delta & d' &= \cos \alpha \sin \delta \\ \Delta \alpha &= C \cdot c + D \cdot d \\ \Delta \delta &= C \cdot c' + D \cdot d' \end{aligned}$$

(三) 周日光行差

1、常数算式:

$$\begin{aligned} K_1 &= 206265 \frac{V_\odot}{C} & 1.5.16 \\ &= 0''.3199 \cos \varphi \\ &= 0''.0213 \cos \varphi \end{aligned}$$

$$V_\odot = 0.465 \cos \varphi \text{ km / 秒}$$

2、对恒星赤经赤纬的影响

$$\left. \begin{aligned} \Delta \alpha &= 0''.021 \cos \varphi \cos t \sec \delta \\ \Delta \delta &= 0''.032 \cos \varphi \sin t \sin \delta \end{aligned} \right\} & 1.5.17$$

$\delta > 80^\circ$ 时必须考虑此项改正

3、对恒星天顶距 Z 、方位角 A 的影响

$$\left. \begin{aligned} \Delta Z &= 0''.32 \cdot \cos \varphi \sin A \cos Z \\ \Delta A &= 0''.32 \cdot \cos \varphi \cos A \csc Z \end{aligned} \right\} & 1.5.18$$

(四) 视差

1、周日视差(地心视差)

①、表达式

$$\begin{aligned} p &= p_\odot \sin Z' & 1.5.19 \\ \sin p_1 &= \frac{R}{\Delta} \sin Z' \end{aligned}$$

当 $Z' = 90^\circ$ 时 p_1 最大, 用 p_s 表示, 称为地平视差

②、对天顶距的影响

$$Z = Z' - p_1 \quad 1.5.20$$

③、对方位角无影响

2、周年视差

①、表达式

$$p_1 = \pi \sin \delta \quad 1.5.21$$

②、对赤经赤纬的影响 1.5.22

$$\Delta \alpha_s = C \cdot \Delta c + D \cdot \Delta d$$

$$\Delta \delta_s = C \cdot \Delta c' + D \cdot \Delta d'$$

$$\Delta c = +0.0532\pi \cdot d$$

$$\Delta c' = +0.532\pi \cdot d'$$

$$\Delta d = -0.0448\pi \cdot c$$

$$\Delta d' = -0.0448\pi \cdot c'$$

七、岁差、章动引起天体坐标的变化

(一) 岁差对 α 、 δ 的影响

$$\Delta \alpha_s = (m + n \sin \alpha \cdot \tan \delta)(t - t_0)$$

$$\Delta \delta_s = n \cos \alpha (t - t_0) \quad 1.5.23$$

$$m = \psi' \cos \varepsilon - q$$

$$n = \psi' \sin \varepsilon$$

$\psi' = 50''.37084 - 0''.00493T$, 是平极绕黄极运动之角速度(秒/年)

T —为从1900年起的回归世纪

上式用于 $t - t_0 \leq 1$ 年; 当 $t - t_0 = 1 \sim 25$ 年, $\delta > 80^\circ$

时, 要考虑二阶导数

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \frac{dm}{dt} + \frac{1}{2} n^2 \cdot \sin 2\alpha + \left(\frac{dn}{dt} \sin \alpha + m \cdot n \cos \alpha \right) \tan \delta$$

$$+ n^2 \sin 2\alpha \cdot \tan^2 \delta$$

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{dn}{dt} \cos \alpha - m \cdot n \sin \alpha - n^2 \sin^2 \alpha \tan \delta \quad 1.5.24$$

(二) 岁差对 α 、 δ 影响的精确计算

$$\alpha = a + Z$$

$$\delta = \delta_0 + (\delta - \delta_0) \quad 1.5.25$$

$$a = a_0 + (a - a_0) \quad a_0 = \alpha_0 + \zeta_0$$

$$\tan(a - a_0) = \frac{P \sin a_0}{1 - P \cos a_0}$$

$$P = \sin \theta (\tan \delta_0 + \tan \frac{1}{2} \theta \cdot \cos a_0)$$

$$\zeta_0 = 2304''.948 T_1 + 0''.302 T_1^2 + 0''.0179 T_1^3$$

$$\theta = 2004''.255 T_1 - 0''.426 T_1^2 - 0''.0416 T_1^3$$

$$Z = 2304''.948 T_1 + 1''.093 T_1^2 + 0''.0192 T_1^3$$

$$\tan \frac{1}{2} (\delta - \delta_0) = \frac{\cos \frac{1}{2} (a + a_0)}{\cos \frac{1}{2} (a - a_0)} \tan \frac{1}{2} \theta$$

(三) 章动对恒星 α 、 δ 的影响

$$\Delta \alpha_* = \frac{\Delta \psi}{\psi'} (m + n \cdot \sin \alpha \cdot \tan \delta) + \frac{\Delta \psi}{\psi'} q - \Delta \varepsilon \cdot \tan \delta \cdot \cos \alpha$$

$$\Delta \delta_* = \frac{\Delta \psi}{\psi'} n \cdot \cos \alpha + \Delta \varepsilon \cdot \sin \alpha \quad 1.5.26$$

用直角坐标的转轴公式也可得到等效结果

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{真}} = R_3(-\varepsilon - \Delta \varepsilon) \cdot R_1(-\Delta \psi) \cdot R_2(\varepsilon_0) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{平}} \quad 1.5.27$$

八、恒星位置计算

(一) 由星表历元平位置计算岁首平位置

1. 由 3447 颗恒星平位置表, 计算恒星岁首平位置

$$\alpha_s = \alpha_t + (t' - t_0)\mu_s + \frac{(t' - t_0)^2}{100} \cdot \frac{1}{2} \dot{\mu}_s \quad 1.5.28$$

$$\approx \alpha_t + (t' - t_0)\mu_s$$

$$\delta_s = \delta_t + (t' - t_0)\mu_s + \frac{(t' - t_0)^2}{100} \cdot \frac{1}{2} \dot{\mu}_s \quad 1.5.29$$

 α_t, δ_t 为恒星在星表历元 t_0 时的平坐标 t 为瞬间岁首 μ 为年变 $\dot{\mu}$ 为长期变2. 由 FK 星表计算岁首恒星平位置 ($dt \approx 100$ 年)

$$\begin{aligned} \alpha_s &= \alpha_t + \frac{t' - t_0}{100} \cdot \frac{d\alpha}{dt} + \frac{(t' - t_0)^2}{100^2} \cdot \frac{1}{2} \frac{d^2\alpha}{dt^2} \\ \delta_s &= \delta_t + \frac{(t' - t_0)}{100} \cdot \frac{d\delta}{dt} + \frac{(t' - t_0)^2}{100^2} \cdot \frac{1}{2} \frac{d^2\delta}{dt^2} \end{aligned} \quad 1.5.30$$

 $t' - t_0$ 以世纪为单位, α, δ 的两阶导数由星表给出

(二) 由岁首平位置计算测瞬视位置

1. 用贝塞尔日数计算 1.5.31

$$\alpha = \alpha_0 + (A + A')a + (B + B')b + C \cdot c + D \cdot d + E + (t - t_0)\mu_s$$

$$\delta = \delta_0 + (A + A')a' + (B + B')b' + C \cdot c' + D \cdot d' + (t - t_0)\mu_s$$

贝塞尔日数:

$$A = n \cdot \tau + \Delta\psi' \sin \epsilon \quad A' = d\psi \sin \epsilon$$

$$B = -\Delta\epsilon' \quad B' = -d\epsilon$$

$$E = -\frac{q}{\psi'} (\Delta\psi' + d\psi)$$

恒星常数:

$$\begin{aligned} a &= \frac{m}{n} + \sin \alpha \tan \delta & a' &= \cos \alpha \\ b &= \cos \alpha \tan \delta & b' &= -\sin \alpha \end{aligned}$$

2. 用独立日数计算 1.5.32

$$\alpha = \alpha_0 + f + g \sin(G + \alpha) \tan \delta + h \sin(H + \alpha) \sec \delta \Delta \alpha_s + (t - t_0) \mu_s$$

$$\begin{aligned} \delta &= \delta_0 + g \cdot \cos(G + \alpha) + h \cdot \cos(H + \alpha) \sin \delta + i \cdot \cos \delta + \Delta \delta_s \\ &\quad + (t - t_0) \mu_s \end{aligned}$$

独立日数:

$$f = \frac{m}{n} (A + A') + E = m \cdot \tau + (\Delta \psi' + d\psi) \cos \varepsilon$$

$$g \cdot \cos G = (A + A')$$

$$g \cdot \sin G = (B + B')$$

式中各常数项均可从天方年历中查取。

当 $|\delta| > 60^\circ$ 时, 需分别加入 $\Delta \alpha_s$, $\Delta \delta_s$ 二阶项改正

$$\Delta \alpha_s = j_s \cdot \tan^2 \delta; \quad \Delta \delta_s = j_s \cdot \tan \delta$$

3. 恒星视位置计算中内插因子 n 的计算

$$\left. \begin{aligned} \text{以世界时 } 0^h \text{ 为准: } n &= \frac{(T - \lambda)}{24} \\ \text{以恒星时 } 0^h \text{ 为准: } n &= \frac{S}{24} = \frac{s - \lambda}{24} \end{aligned} \right\} \quad 1.5.33$$

九、纬度测定

(一) 南北星中天高差法

$$\varphi = \frac{1}{2}(\delta_s + \delta_n) + \frac{1}{2}(h_n - h_s) \quad 1.5.34$$

(二) 太尔各特法

1. 选星条件

纬度观测星对条件

表 1.5.1

项 目 \ 仪 器		$J_{\text{星}} T_{\text{星}}$	$DKM_{\text{星}}$
天顶距限制	$\Delta Z = Z_{\text{星}} - Z_{\text{星}}$	$ \Delta Z \leq 18'$	$ \Delta Z \leq 16'$
	$Z_{\text{星}} = (Z_{\text{星}} + Z_{\text{星}}) / 2$	$Z_{\text{星}} \leq 40^{\circ}$	
	在一个点上 $\Sigma \Delta Z$	$\Sigma \Delta Z < \pm 20'$	
时间限制	$S_{\text{星}} - S_{\text{星}} = \alpha_{\text{星}} - \alpha_{\text{星}} \quad 3'' < S_{\text{星}} - S_{\text{星}} < 15''$		
1、星等：视测区气象条件而定，一般选 6 等以内星为宜			
2、选取 GC 或 KГ3 二星表的星数应不超过总星数的四分之一			

2、选配星对方法

1.5.35

$$\delta_{\text{星}} = 2\varphi - \delta_{\text{星}} \pm 18' (\text{或 } 16')$$

$$3'' < |\alpha_{\text{星}} - \alpha_{\text{星}}| < 15'', \delta \text{ 由 } -40^\circ \text{ 至 } +80^\circ$$

3、计算公式

$$\varphi = \frac{1}{2}(\delta_{\text{星}} + \delta_{\text{星}}) \pm (m_{\text{星}} - m_{\text{星}}) \frac{R}{2} + (i_{\text{星}} - i_{\text{星}}) \frac{\tau}{4} \pm \frac{1}{2}(\rho_{\text{星}} - \rho_{\text{星}}) + \frac{1}{2}(K_{\text{星}} + K_{\text{星}} \{ \frac{1}{n} \})$$

1.5.36

 m —测微鼓读数 R —目镜测微器周值 i —水准器倾斜 τ —太尔各特水准器格值 ρ —蒙气差改正 K —星径曲率改正

I、II 是观测情况，I 为测微器读随天顶距增大而增大取 +，II 为相反情况取 -。

 $i_{\text{星}} - i_{\text{星}}$ 的计算：情况 I 时取 $i_{\text{星}} - i_{\text{星}} = (\text{左} - \text{右})_{\text{星}} - (\text{左} - \text{右})_{\text{星}}$ 情况 II 时取 $i_{\text{星}} - i_{\text{星}} = (\text{左} + \text{右})_{\text{星}} - (\text{左} + \text{右})_{\text{星}}$