

图绘新技术小丛书



刘永福 编  
李辉 编  
张俊 编

# 地球重力场及固体潮

测绘出版社

测绘新技术小丛书

# 地球重力场及固体潮

管泽霖 宁津生 范良季 编

测绘出版社

本书是从大地测量学角度介绍地球重力场和固体潮的理论知识及其作用。内容有：重力测量方法及仪器，地球重力场的基本知识，重力测量资料在大地测量中所起的作用，地球潮汐的成因、现象以及和大地测量的关系等。

本书阐述力求简明扼要、通俗易懂、概念清晰，并介绍了这方面的新技术和新成就。

### **地球重力场及固体潮**

管泽霖 宁津生 范良季 编

•  
测绘出版社出版

测绘出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行，各地新华书店经售

•  
开本 787×1092 1/32·印张 2 1/2·字数 56 千字

1982 年 8 月第一版·1982 年 8 月第一次印刷

印数 1—2,500 册·定价 0.29 元

统一书号：15039·新 238

## 出版说明

为适应实现“四化”需要，测绘单位广大技术人员和干部迫切希望了解测绘新技术发展情况及其基本知识，为此，我们组织出版这套《测绘新技术小丛书》。

本套小丛书是入门性质的科普读物，适合于具有一定测绘知识的业务人员和业务管理干部阅读。

## 前 言

地球重力场及固体潮理论是研究地球在重力作用下所表现出来的各种几何的和物理的属性，以及它们由于地球受到其它天体，如月亮和太阳的引力及地球和这些天体之间的相对运动而发生的变化。地球的这些几何和物理属性包括地球的形状、重力、重力位和水准面等等。若对这些属性及其变化规律有了详细的了解，则可利用它们去研究与地球有关的其它许多科学技术问题。所以地球重力场及固体潮理论在大地测量学、地球物理学和天文学以及空间技术等科学技术领域里得到了应用。

本书主要是从大地测量学角度介绍地球重力场和固体潮的理论知识及其作用。其内容为重力测量方法及仪器，地球重力场的基本知识，重力测量资料在大地测量中所起的作用，地球潮汐的成因、现象以及和大地测量的关系等。而在介绍这些内容时力求简明扼要，通俗易懂，着重概念，避免理论推导，并尽量介绍这方面的新技术和新成就。但限于编者水平，若有不妥之处，请读者指正。

编 者

1981 年 于武汉

# 目 录

<b>一 重力测量</b> .....	( 1 )
(一) 什么是重力.....	( 1 )
(二) 绝对重力测量.....	( 3 )
(三) 相对重力测量.....	( 4 )
(四) 海洋与航空重力测量.....	( 8 )
(五) 重力基准.....	(10)
<b>二 地球重力场</b> .....	(12)
(一) 地球的形状.....	(12)
(二) 大地水准面差距.....	(17)
(三) 重力位及其等位面.....	(18)
(四) 用重力推算球函数系数的方法.....	(23)
(五) 动力卫星大地测量.....	(25)
(六) 大地测量参考系统.....	(33)
(七) 地球外部重力场的作用.....	(34)
<b>三 重力测量在建立国家大地网中的作用</b> .....	(37)
(一) 天文大地基准.....	(37)
(二) 三角网的归算.....	(39)
(三) 垂线偏差.....	(41)
(四) 天文水准和天文重力水准.....	(48)
(五) 正高.....	(50)
(六) 转换参数的确定.....	(51)
<b>四 地球潮汐</b> .....	(54)
(一) 潮汐原理.....	(54)
(二) 刚体地球的潮汐现象.....	(60)

(三) 弹性地球的潮汐现象和勒甫数·····	(62)
(四) 地球潮汐观测和调和分析·····	(68)
(五) 地球潮汐和大地测量的关系·····	(71)

# 一 重力测量

## (一) 什么是重力

大家知道，地球上的万物都受到地球的吸引。如悬挂的重物，当系它的绳索断开时，重物会迅速地落到地上；射出的炮弹经过一段时间的空中飞行后，也会落到地上来；发射一颗人造卫星，要用多级运载火箭使它获得巨大的速度来克服地球的吸引……。这一切都说明地球对外部空间任何质点都存在吸引力的作用。但是，为什么会产生这种现象呢？著名的科学家牛顿发现的万有引力定律解释了这种现象。这一定律指出，任何两质点间都存在着相互的引力作用，其引力的大小与它们的质量的乘积成正比，而和它们之间距离的平方成反比。

上面所谈的地球“吸引”的种种现象，并不是很确切的。因为人类生活和居住的地球不是一个静止不动的物体，而是绕着它的自转轴在不断地旋转。这样，地球表面上任何一点 $A$ （如图1-1所示），除了受到地球巨大质量的吸引力 $F$ 之外，还受到因地球自转而产生的惯性离心力 $P$ 的作用。上面所说的许多地球“吸引”现象，实际上是这两个力的合力 $G$ ，即重力在起作用。

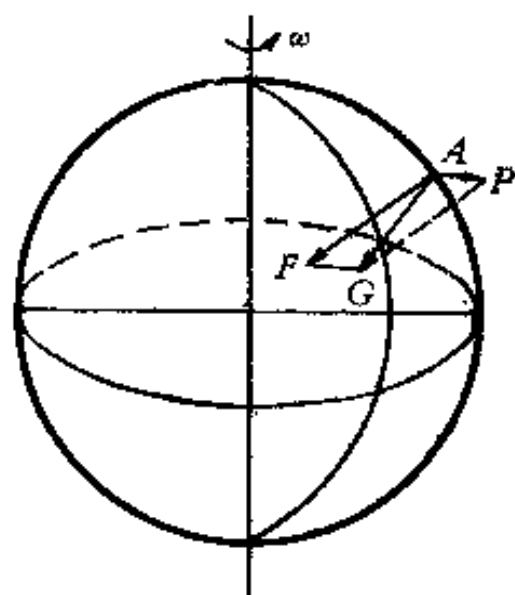


图 1-1



它的方向就是铅垂线方向。不过在重力中离心力很小，它大约只有引力的三百分之一，所以近似地说成是受到地球的引力作用。

地面上的物体，既然受到地球重力的作用，那么该物体就沿铅垂线方向作加速运动，其加速度就是重力加速度。我们所说的重力测量，实际上测定的是重力加速度值，但习惯上仍称它为重力。重力的单位也就是加速度的单位，在C.G.S制中为厘米/秒<sup>2</sup>，重力测量中给它一个专门名称叫做“伽”，这是为了纪念世界上第一个测定重力的意大利物理学家伽里略而命名的，即1伽=1厘米/秒<sup>2</sup>。在实际工作中，为了使用方便，又将一伽的千分之一称为“毫伽”，将一毫伽的千分之一称为“微伽”。

在物理学中，我们总是将重力加速度当作常数，计算时用980厘米/秒<sup>2</sup>就够了。但是若要求测定重力到几个毫伽的精度，则重力就不是一个常数了。这是因为地球内部的质量分布不均匀。例如地下有矿藏，有的是金属矿，有的是石油等等。因此，在不同的地点就有不同的吸引力，同时地面各点距地球旋转轴的位置也不同，也就有不同的离心力，所以说地面上各点的重力值是不相同的，但它们的变化有一个大致的趋势，即从赤道向两极逐渐略微增大，其变化范围约在978伽至983伽之间。

如果测定的精度要达到几个微伽的话，那么不仅要考虑地面各点的重力不同，而且还要考虑到同一点的重力也在不断地变化着，因为地球内部的物质和地球的旋转轴不是固定不变的。同时太阳、月亮对该点也有吸引力作用，这就是说应该用动态的观点来看地球。在同一点上重力的变化约为几百个微伽。

## (二) 绝对重力测量

既然地面上的物体都要受到重力的作用，因此，我们就可以利用观测物体在重力作用下的各种运动来测定重力。例如，物体的自由下落，摆的摆动，弦的振动，弹簧的伸缩等等。

现在，根据重力测量的数值，可将重力测量分为绝对重力测量和相对重力测量两种。下面先来介绍目前常用的自由落体测定绝对重力的方法。

这种方法的原理是很简单的。图 1-2 是物理学中的一个简单的实验。在真空中有一小球从某一起始位置由静止开始自由下落，每经过一秒钟量测一次小球的下落距离，结果发现小球在第二秒时的下落距离  $h_2$  是第一秒时下落距离  $h_1$  的 4 倍，在第三秒时的下落距离  $h_3$  为第一秒时下落距离的 9 倍，以此类推。这就是说小球在自由下落时通过的路程  $h$  和时间  $t$  有 1:4:9:16:25…… 的关系，它符合  $h =$

$\frac{1}{2}gt^2$  的规律。这里的  $g$  就是重力

加速度（即重力）。所以我们只要测出物体自由下落时的距离  $h$  和相应的时间  $t$ ，就可以按这个公式计算出绝对重力值  $g$ 。

当要求测定重力的精度达到 1 微伽，即相对精度为  $10^{-9}$  量级时，则对时间和距离的测定也要达到这

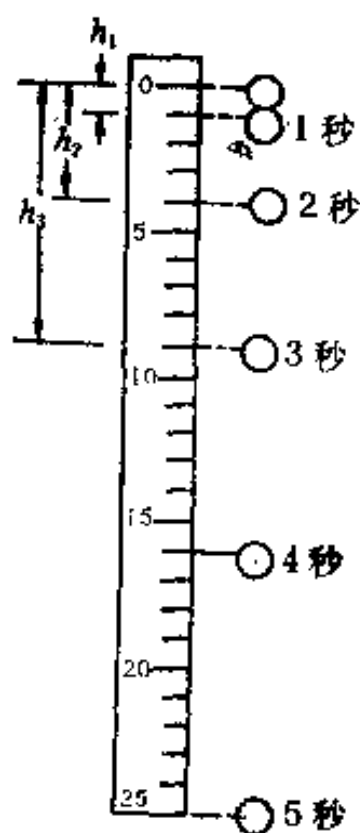


图 1-2

个量级的精度。显然，应用一般的计时钟和通常量测距离的方法是无法达到的。现在都采用石英钟测定时间，用激光干涉方法测定距离。图 1-3 是我国计量科学院制造的激光绝对重力仪，通过国际比对证明其精度可达  $10 \sim 20$  微伽，已进入世界先进水平的行列，该图是工作人员在进行测定工作的情况。

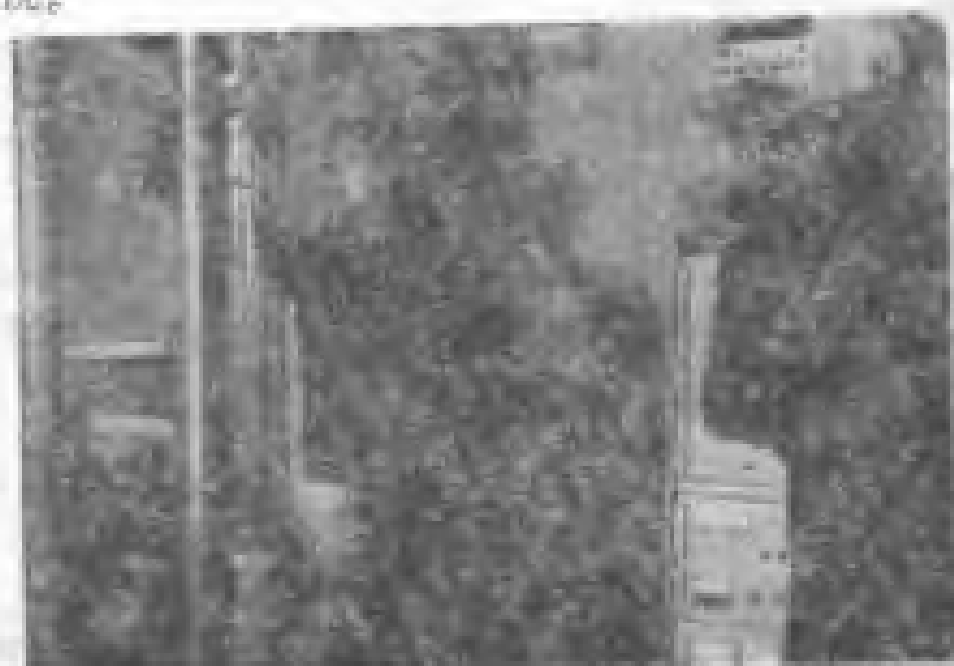


图 1-3

### (三) 相对重力测量

从重力测量发展过程来看，先有绝对重力测量。但由于测量距离和时间的精度受到当时科学技术水平的限制，不能达到很高的要求，因此人们采用了相对重力测量的原理，使重力测量精度有了突破。而目前绝对重力测量的精度又达到或有可能超过相对重力测量的精度，因此有人预测绝对重力测量又会代替相对重力测量。不过就目前而言，绝对重力测量仪器笨重，在测量时对周围环境有很高的要求，观测时间也较长，因而还不及相对重力测量方便。所以相对重力测量

仍是野外测量的主要手段。由于相对重力测量测出的结果是两点的重力差  $\Delta g$ ，而不是一点重力的绝对值，因此而得名。

相对重力测量所使用的仪器称为重力仪。这类仪器很轻巧、精度高、观测计算简单，便于野外使用。其原理是利用物体的受力平衡，量测物体受重力变化而产生的位移来测定两点的重力差。例如图 1-4 有一摆杆围绕细丝旋转，在这一点上转动读数器，改变弹簧的弹力使指标对准仪器的照准目标的长线，这时摆杆受两个力的作用，一个是弹簧的弹力，另一个是重力，摆杆受力平衡，静止不动。这时可以在读数器上读取读数  $s_1$ 。再将仪器搬到第二点上，由于第二点的重力不等于第一点的重力，这时指标不对准照准目标的长线，我们转动读数器，改变弹簧的弹力，使指标线仍对准照准目标的长线，再在读数器上读取读数  $s_2$ ，因此可以根据两点的读数差  $\Delta s$  求出两点的重力差  $\Delta g$ 。用公式表示就是：

$$\Delta g = c \cdot \Delta s \quad (1-1)$$

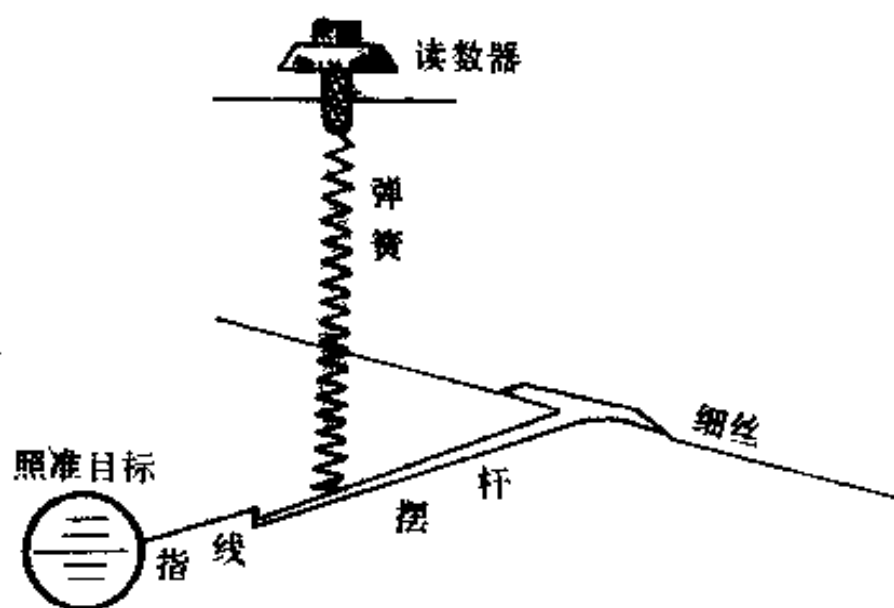


图 1-4

上式中  $c$  是比例常数，它表示读数器上每一格所相应的重力值的大小，称为重力仪格值。可以用检验的方法求得。

由于  $\Delta g$  和  $\Delta s$  的数量大小相当，所以如果要求测定重力差的精度达 1 微伽，则要求测定  $\Delta s$  的相对误差是  $10^{-3} \sim 10^{-4}$  量级。

目前我国测绘部门中较为广泛使用的有北京地质仪器厂生产的 ZS 型石英弹簧重力仪。这种仪器的外形如图 1-5 所示。

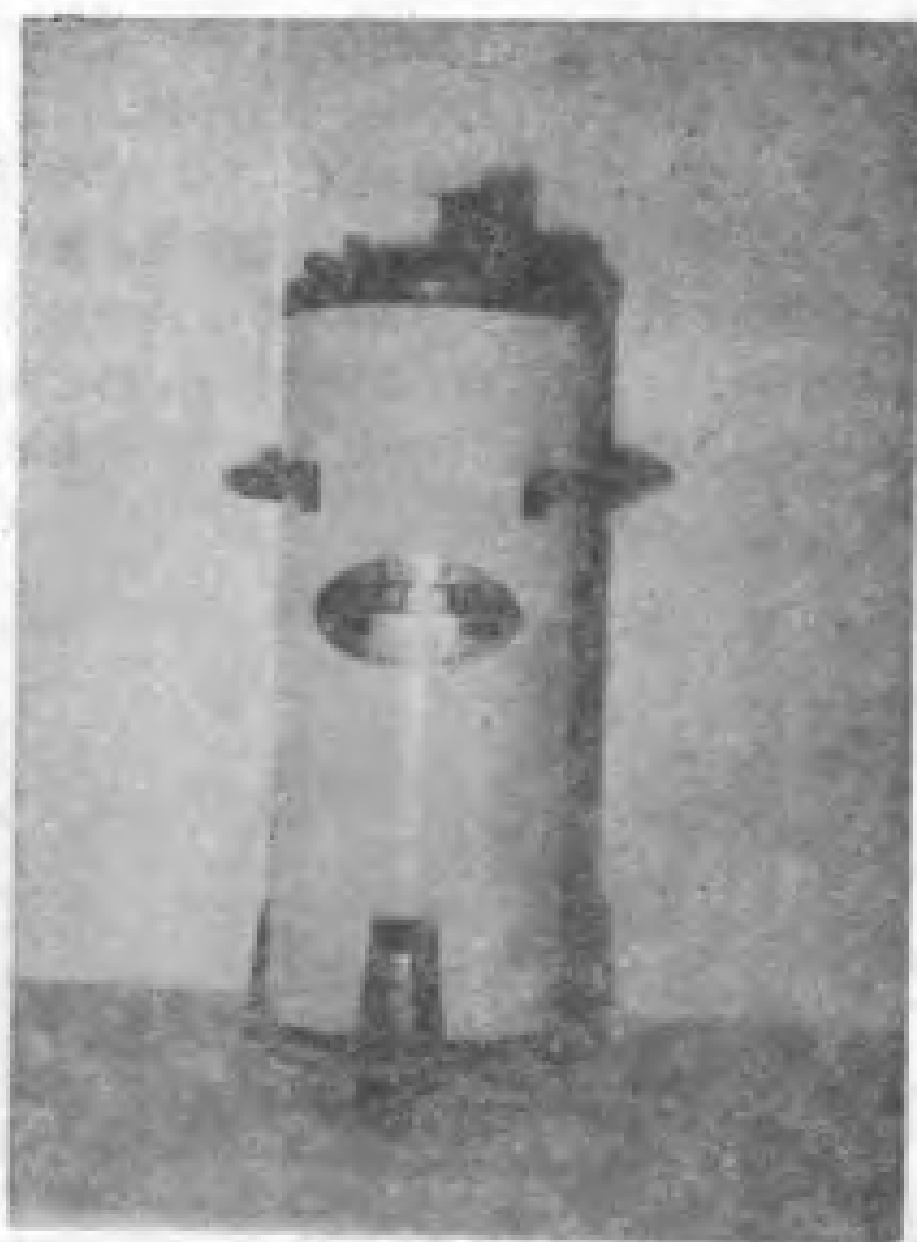


图 1-5

上面这种用弹簧制成的重力仪都存在一个带有普遍性的问题，就是所谓零点飘移。我们都有这样的经验，在一根橡皮筋上若一直悬挂着一个重物，经过一段时间再将重物去掉，可以发现橡皮筋比原来伸长了一些。它的伸长量是在悬挂着重物时一点一点地积累起来的。如果将橡皮筋的未伸长时的下端点作为零点，则上面这种现象就好像是零点在移动，所以叫零点飘移。重力仪也有类似情况，由于摆杆悬挂在弹簧上，当重力不变时，弹簧也会发生微小变化，这就好象读数器的零点发生飘移。大家都知道，在使用磅秤之前常常要用秤上的小砝码使秤杆水平，也就是将“零点”校准，用它才能称准物品。对重力仪来说，零点是无法校准的，只好让它飘移，但要实际求出它们的数值，然后在观测值中加以改正。例如在这一点（起始点）上进行两次观测，一次在观测开始，另一次是观测结束，即观测了第二点以后再回到第一点的时候，由于观测误差比零点飘移小得多，因此两次观测之差就是这段时间内的零点飘移值。这样就可以根据它的大小和观测时间，内插出第二点的零点飘移值。因为我们是用直线内插方法求零点飘移的改正，所以要求它最好严格地与时间成比例。当然要完全达到这个要求是不可能的，只能在制造仪器时，尽可能采取一些措施去满足这种要求。另外，在实际观测时还可以尽量地缩短 1、2 点之间的观测时间，因为时间愈短，零点飘移就愈小。这就是为什么重力测量要用汽车、火车或飞机进行联测的原因。

为了削弱零点飘移的影响，近代出现了所谓超导重力仪。在叙述这种仪器原理以前，先来略谈一下什么是超导现象。有一些金属（如铌、铅等），当冷却到一定温度称为该合金的临界温度（例如摄氏零下  $273^{\circ}\text{C}$ ）以后，就会消失对

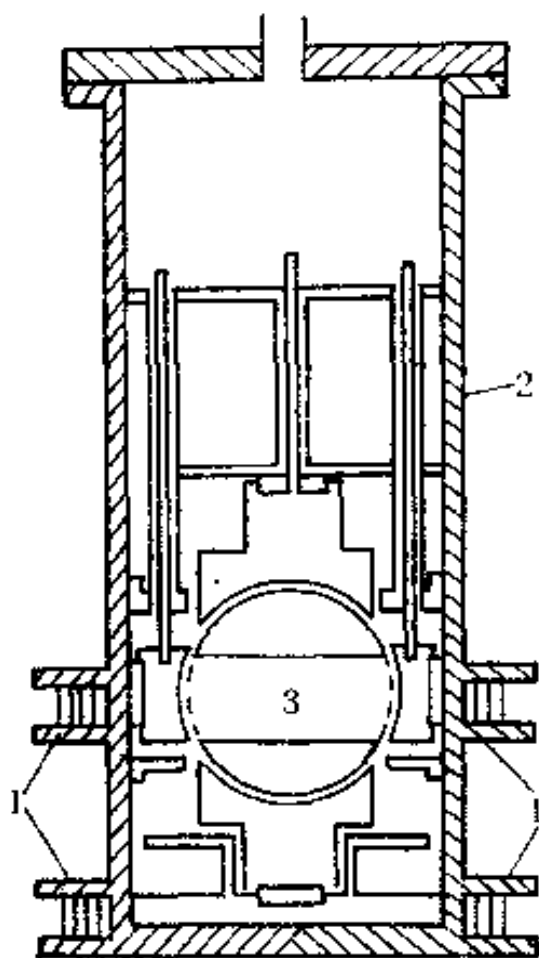


图 1-6

电流的阻力，即电阻为零。这种现象称为超导。这种情况下的金属称为超导体。当它的表面磁场强度不超过某一临界值时，超导体的内部的磁场完全排出体外成为完全抗磁体。超导重力仪就是利用了上面的超导现象制成的，如图 1-6 所示。有四个超导体制成的线圈 1，对称地安置在真空罐 2 的外部，由于没有电阻，线圈内保持稳定的电流，从而产生一稳定的磁场。另外还有一个空心的小球 3，它也是超导体，由于

它的抗磁性而悬浮在磁场中，只要电流稳定，磁场力不变，小球在空中悬浮的位置就不会改变。这样，随着观测点重力的变化，小球也就随之上下移动，我们可以根据此小球的位移，通过电子线路检测出重力的变化。

其实超导重力仪是利用稳定磁场的悬浮力代替了弹簧重力仪的弹力。由于超导体没有电阻，因此悬浮力不变，零点漂移就很小，甚至完全不存在。

#### (四) 海洋与航空重力测量

我们翻开地图一看，就知道地球表面百分之七十为海

洋，陆地约占百分之三十。所以要求得全球重力值的分布，必须在海洋上进行重力测量。同时，陆地上也还有着许多交通不便、人迹难到的地区，如冰川、沼泽、高山峻岭和原始森林等。在这些地区，只能将重力仪安置在飞机上进行重力测量。

海洋和航空重力测量跟陆地上的相对重力测量的原理、方法和使用的仪器基本相同。所不同的是在进行陆地重力测量时仪器是安置在地面稳定的地基上，重力仪仅受重力的作用。可是在进行海洋或航空重力测量时，它还受到其它许多干扰因素的影响，例如由于载体的上下颠簸，则使仪器受到具有周期变化的垂直加速度的影响；载体的左右震荡，而使仪器受到具有周期变化的水平加速度的影响；另外，由于载体的摇幌，则使仪器发生倾斜，这些干扰都会使重力测量结果受到很大的影响。为了克服这些干扰，近代设计制造的海洋或航空重力仪都采用轴对称方式，如图 1-7 所示。这是一种垂直式弹簧重力仪，用两个专门装置 1 和 2 强迫悬挂在弹簧下端的重物 3 只能在垂直方向上运动。这样无论来自那个方向的水平加速度对重物都不会有影响。同时又将重物放在一个磁铁 4 的强磁场中而使重物产生强阻尼，这样可大大削弱重物因垂直加速度影响而产生的位移，又由于作用在重物上的垂直加速度是时上时下作周期性变化，所以可通过一段时间里取重力仪观测读数的平均值来消除经过阻尼后的剩余影响。最后为了克服载体摇幌而产生的仪器

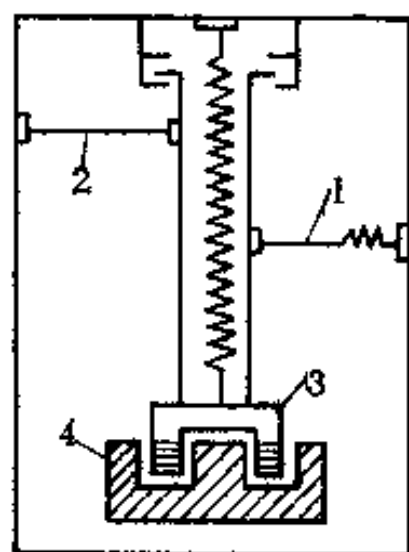


图 1-7



倾斜影响，还可将重力仪安置在陀螺稳定平台上，让它始终保持水平。

海洋与航空重力测量均采用连续、自动记录，并直接将观测数据输入电子计算机计算，最后直接给出重力测量结果。只是由于航空重力测量时，飞机的航速大，各种干扰影响比海洋重力测量时更大，所以它要求仪器、导航设备的精度更高。

## （五）重力基准

在进行相对重力测量时，全球至少要在一个点上已知绝对重力值，然后才能根据相对重力测量测定的重力差推出其它各点的重力值，这样一个世界上公认的起始点称为世界重力基点。

1906年至1966年间，国际上公认波茨坦绝对重力点为世界重力基点。随着科学技术的发展，对重力基点的精度要求愈来愈高，所以1971年国际大地测量与地球物理联合会第十五届全体大会通过决议，采用国际重力基准网（简称IGSN-71）代替波茨坦国际重力基准点，并作为重力仪格值检定的比较基线，以便统一世界重力测量资料，因此它具有较高的精度。

我国于1956~1957年，在全国范围内也建立了逐级控制的国家重力控制网，分基本点和一等点。基本点是重力控制网中的最高级控制，一等点是重力控制网中次一级的控制，这是我国重力测量的基准。以此为基础开展了各种用途的相对重力测量工作。

最后顺便指出，我们测定的是地面各点的重力值，但在许多情况下用到的却是大地水准面上的重力值，为此要将观

测重力值归化到大地水准面上，这就是所谓的重力归算。重力归算的方法很多，可以根据它的用途，选取比较合适的重力归算。在大地测量中常用的是空间归算（或空间改正），它只是考虑地面的高度对重力值的影响，即高度每增加三米，重力值大约减少一个毫伽。

本书后面还要谈到正常重力，它是重力的理论值，只要知道地面点的坐标就可以按公式将它计算出来。这样，将观测重力值加上空间改正归算成大地水准面上的重力值，它与按该点的坐标计算出来的正常重力之差，称为空间重力异常。因此在进行了重力测量的各点上都可以计算这些点的空间重力异常。如果在某一个区域内的许多点上已知空间重力异常，则可以象在地形测量中绘等高线那样将重力异常相同的点联接起来，勾绘成曲线，称为等异常线，这样的图称为空间重力异常图，这种图就可以用来为大地测量服务。

## 二 地球重力场

### (一) 地球的形状

人们对于地球形状的认识，经历了一个很长的过程。从古代“天圆地方”说开始，最初认为地球是一个平面，随着天文和航海事业的发展，才认识到地球是一个圆球。以后通过地面上长距离测量，再结合天文观测（这在大地测量中称为弧度测量）发现，在子午圈方向上靠近两极处，纬度相差一度所对应的弧长  $s_1$ ，比赤道附近纬度相差一度所对应的弧长  $s_2$  要长一些，如图 2-1 所示。地球上许多弧度测量都证实了这一点。其所以会产生这样的情况是由于地球不是一个正球，而是一个旋转椭球的缘故，此旋转椭球的短轴就是地球的旋转轴 SN，它有  $a$ 、 $b$  两个不相等的半轴，赤道是一个圆。

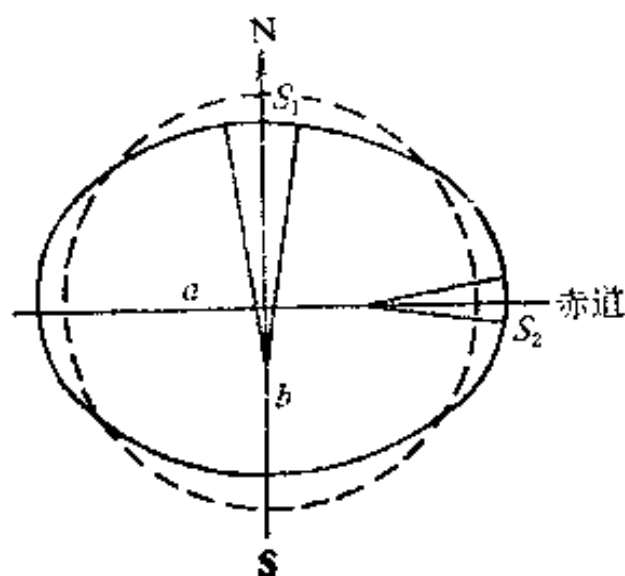


图 2-1

自从人造卫星发射以后，人们对地球形状的认识又进了一步，根据人造卫星的观测资料得到的地球形状不完全是一个旋转椭球，而是一个梨形，如图 2-2 所示。

另外还有一种经常听到的说法，认为地球是一个三轴椭

球，如图 2-3 所示。这个椭球不是椭圆绕短轴旋转而成，它的赤道面也是一个椭圆，即有  $a, b, c$  三个不相等的半轴。

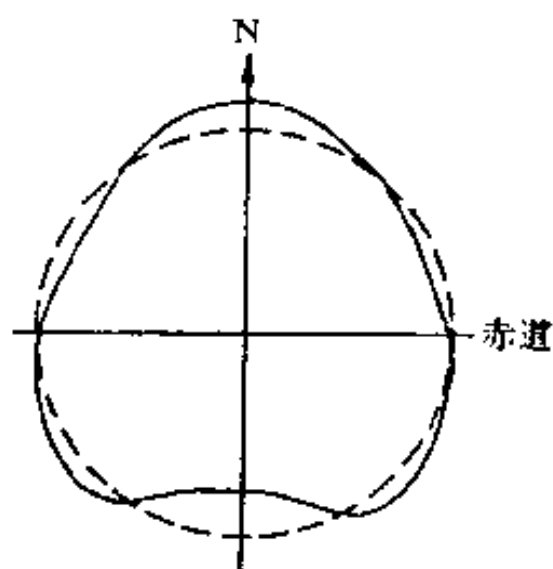


图 2-2

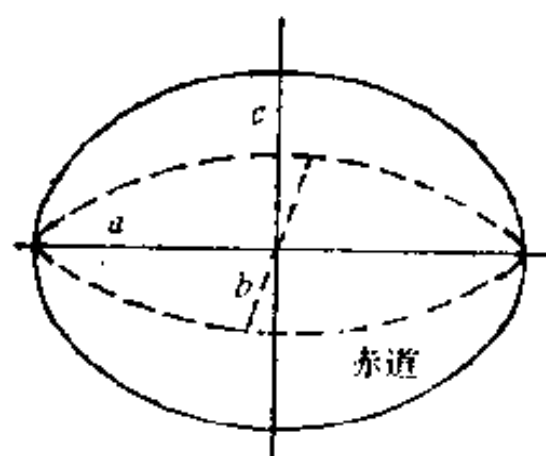


图 2-3

上面所提到的几种地球形状的结果，表面上看似乎有些矛盾，实际上并非如此，它们只是从地球形状中抽出某一特性，单独地予以强调而已。所以将地球形状不论是说成这样或那样都不够全面，实际的地球形状并不是这样规则的。在大地测量中常常用一个静止的平均海水面，使它延伸到大陆里面覆盖整个地球，这个水准面称为大地水准面，用它来表示地球形状。显然大地水准面的形状是比较复杂的，不能用一个简单的几何形状来表示，但可以用若干个简单的几何形状的叠加来表示。这是在数学中碰到这种情况时，常常采用的方法。

为了说明上述叠加的作用，我们来看一下图 2-4，其中粗线是一个比较复杂的周期为  $2\pi$  的函数  $S$ ，它随着横坐标  $t$  的变化而改变。这个函数可以用虚线表示的简单的周期函数，即三角函数  $\sin t$ 、 $\sin 2t$ 、 $\sin 3t$  的叠加来表示，也就是常

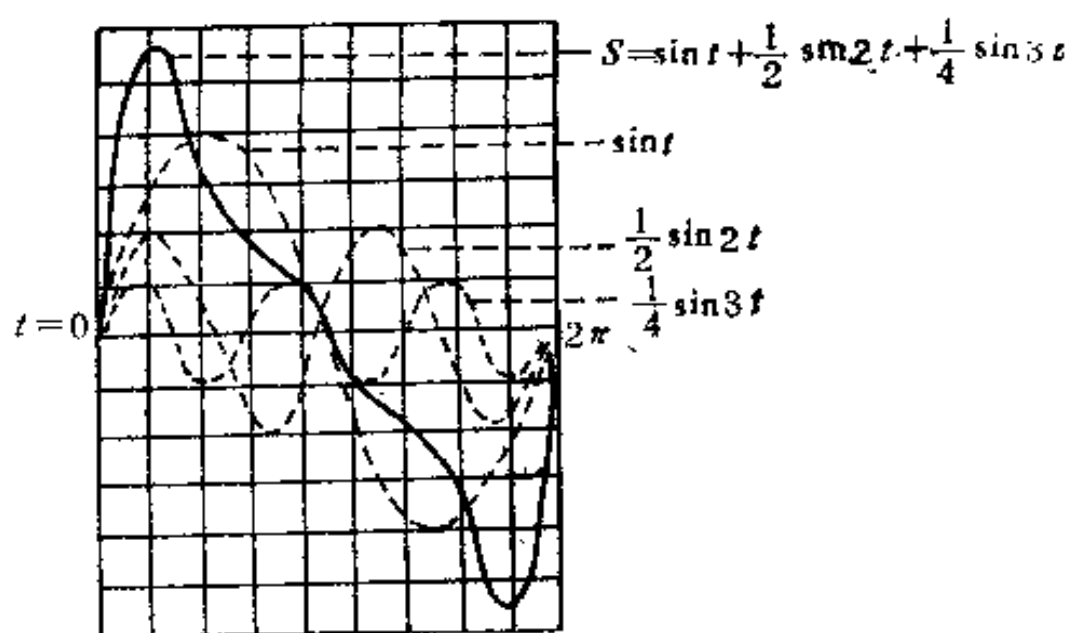


图 2-4

说的用福里哀级数展开的方法来近似地表达这个函数。这种方法在数学上叫做调和分析。若函数  $S$  的形状更为复杂，则上面三个三角函数就不能足够近似地表示  $S$  了，这时我们就要展开成更多的项，即要取  $\sin 4t$ 、 $\sin 5t$  一直到  $\sin nt$ ，用  $n$  项三角函数的叠加来表示。理论上可以取  $n$  到无穷大，但在实际中只要取到某一有限的  $n$  项为止，使它所表示的近似程度与我们所要求的准确程度一致就可以了。

另外，从图 2-4 中还可以看出两种情况：第一， $n$  愈大，则  $\sin nt$  所表示的频率就愈高，这样  $n$  的高阶项表示的是  $S$  函数的短周期的变化，也就是  $S$  函数的局部性变化。所以要研究局部变化，就必须计算到高阶的  $n$  项。又因为各三角函数  $\sin nt$  是已知的，所以只要决定了  $n$  等于多少，就可以将它们全部写出来，例如在上例中  $n=3$ ，就有  $\sin t$ 、 $\sin 2t$  和  $\sin 3t$  等三项。第二就是  $\sin nt$  前面的系数，它表示各个三角函数的振幅，例如图 2-4 中  $\sin t$ 、 $\sin 2t$  和  $\sin 3t$  前

面的系数分别为  $1$ 、 $\frac{1}{2}$  和  $\frac{1}{4}$ 。只有采用了这些系数值，它们的叠加才是  $S$  函数的图形。如果给这些系数以其它的数值，尽管  $\sin nt$  仍为  $\sin t$ 、 $\sin 2t$  和  $\sin 3t$ ，但它们叠加图形就不是图 2-4 那样了，而和  $S$  函数有所差别。因此在进行调和和分析时选择适当的系数，是我们主要研究的问题。

如果我们将  $S$  看成子午截面内大地水准面形状，暂时认为它是绕短轴旋转而成的，即与经度  $\lambda$  无关，只是纬度  $\varphi$  的函数，对它进行调和和分析时（类似于图 2-4）可以得到：

$$\begin{aligned} N &= A_{00}P_{00}(\varphi) + A_{10}P_{10}(\varphi) + A_{20}P_{20}(\varphi) + \cdots \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} A_{n0}P_{n0}(\varphi) \end{aligned} \quad (2-1)$$

上式中的  $P_{n0}(\varphi)$  与前面所讲的  $\sin nt$  类似，这里是纬度  $\varphi$  的已知函数。因为这里要把地球考虑为一个球的关系，所以不能采用福里哀级数来展开，而要采用球函数级数来展开。它也是三角函数，我们不去具体地写出它们的形式，只是强调一下它们是已知的纬度  $\varphi$  的函数。而系数  $A_{00}$ 、 $A_{10}$ 、 $A_{20}$ ……是要我们去求的。如果求出了这些系数，则大地水准面的形状也就确定了。

我们在开始所说的地球是一个旋转椭球，仅是指 (2-1) 式中与  $P_{20}(\varphi)$  有关的项而言的。说地球是一个梨形，则是指  $P_{30}(\varphi)$  项而言的。至于这个椭球的极半轴与赤道半轴的差值要依赖系数  $A_{20}$  来确定。同样，梨形地球在南北两极的差别要靠  $A_{30}$  来确定。其它各项也有相应的图形，如图 2-5 相应于  $P_{40}(\varphi)$  为四方形。图 2-6 相应于  $P_{50}(\varphi)$  为梅花形。由此类推，其它  $P_{n0}(\varphi)$  的形状也可想象得到了。

实际上在同一纬圈上大地水准面的形状也并不是一样。

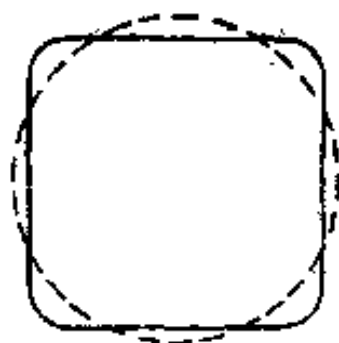


图 2-5

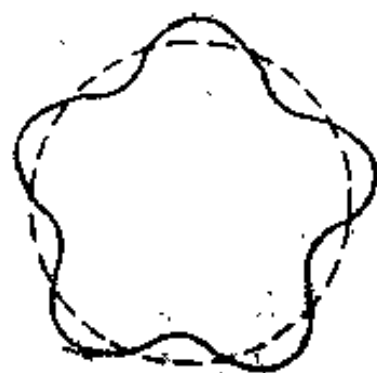


图 2-6

的，它不仅与纬度  $\varphi$  有关，而且还和经度  $\lambda$  有关。因此要考虑经度方向的差别。所以各个三角函数就有  $\varphi$  和  $\lambda$  两个变量。(2-1) 式只是调和分析中的一个部分，若将它写成完整的形式则为：

$$\begin{aligned} \overline{N} &= \sum_{n=0}^{\infty} [A_{n,0} P_{n,0}(\varphi) + \sum_{m=1}^n (A_{n,m} \cos m\lambda + B_{n,m} \sin m\lambda) P_{n,m}(\varphi)] \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (A_{n,m} \cos m\lambda + B_{n,m} \sin m\lambda) P_{n,m}(\varphi) \quad (2-2) \end{aligned}$$

式中  $P_{n,m}(\varphi)$  是已知的  $\varphi$  的三角函数，因此  $\cos m\lambda P_{n,m}(\varphi)$  和  $\sin m\lambda P_{n,m}(\varphi)$  是已知的  $\varphi$  和  $\lambda$  的三角函数，称为球函数。系数  $A_{n,m}$  和  $B_{n,m}$  称为球函数系数。从上式可以看出，当  $m=0$ （即与经度无关）时， $\cos m\lambda=1$ ， $\sin m\lambda=0$ ，(2-2) 式就是 (2-1) 式。通常当  $m=0$  时，系数  $A_{n,0}$  叫做带系数。当  $m \neq 0$  时，系数  $A_{n,m}$ 、 $B_{n,m}$  叫做非带系数。

前面所说的地球是一个三轴椭球，就是 (2-2) 式中与经纬度有关的项  $A_{2,2} \cos 2\lambda P_{2,2}(\varphi)$ 、 $B_{2,2} \sin 2\lambda P_{2,2}(\varphi)$  确定的。由于  $P_{2,2}(\varphi)$ 、 $\sin 2\lambda$ 、 $\cos 2\lambda$  是已知的  $\varphi$  和  $\lambda$  的函数，同样，如果确定了系数  $A_{2,2}$  和  $B_{2,2}$ ，就可求得赤道椭圆的长短半轴以及它们的位置。

由此可知，所谓地球是一个椭球、梨形或三轴椭球，实质上是当 (2-2) 式中所包含的  $n=2, m=0$ ;  $n=3, m=0$  以及  $n=2, m=2$  这三项加以说明的。就系数  $A_{nm}$ 、 $B_{nm}$  来说， $A_{20}$  要比其它的系数大得多，因此地球是旋转椭球形状要比其它的形状显得突出。当然不能认为地球形状就是这三种形状中的一种，或者就是这三种形状的叠加，还应该考虑其它各项，要求表达大地水准面形状的结构愈细微，所要求的项数也就愈多。

## (二) 大地水准面差距

在大地测量中为了计算方便起见，我们总是预先选择一个椭球做为根据面，这个椭球是人为地给定的，因而也是已知的。然后在这个根据面上进行大地测量计算。确定大地水准面形状，也是这样来考虑的，因为椭球形状是已知的，所以只要求得了大地水准面与这个椭球的差别，此差别称为大地水准面差距，也就确定了大地水准面形状。只要椭球选得适当，则大地水准面差距是很小的（约一、两百米）。我们知道，在测量中计算微小量时，可以在不影响精度的情况下采用许多近似，这样有利于计算。

为此在选择椭球时要求它的中心和旋转轴与地球的质心和极轴重合，椭球的质量和旋转角速度也与地球的质量和角速度相同，椭球的大小和扁率与地球配合得很好，这样的椭球称为平均椭球或总的地球椭球。如果已经知道了这个平均椭球，那么只要知道大地水准面差距，就可以确定大地水准面形状，因此只要在 (2-2) 式中将平均椭球的有关各项去掉，就可以得到大地水准面差距的表达式，它的形式为：

$$N = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\varphi) \quad (2-3)$$



因为  $n=0$ ,  $n=1$  和  $n=2$  时,  $m=0$  的诸项都是与平均椭球有关的项, 因此这些项在大地水准面差距中就没有了。但由于  $n=2$  时, 除  $m=0$  的项以外, 还有其它与平均椭球无关的项, 所以在  $n=2$  上加一个 “\*” 号, 它表示在  $n=2$  各项中已去掉与平均椭球有关的项。

对于地球来说, 平均椭球只有一个, 因此相对于平均椭球的大地水准面差距称为绝对大地水准面差距。由于它往往是用重力资料 (现在也可以用人造卫星资料) 求得的, 因此也称为重力的大地水准面差距。

从 (2-3) 式可以看出, 只要确定了其中的球函数系数, 大地水准面差距就随之确定。至于如何推求这些系数将在下面谈到。这里我们给出一个实例, 它是由西德和法国两国利用重力和人卫资料确定了 (2-3) 式中的球函数系数, 再由这些系数求出各点的大地水准面差距, 并依此绘出大地水准面形状图, 如图 2-7 所示。

### (三) 重力位及其等位面

我们知道, 拦河筑坝可使河水做功, 用来水力发电, 它所具有的能量在物理上叫做重力位能。对于同一高度的静止水面上具有相同的位能, 这种位能相同的水面称为等位面。由于水面是静止不动的, 所以在一个等位面上就没有任何与重力有关的分力, 由此等位面上各点的重力方向都垂直于这个等位面。在测量上所说的水准面就是这样的等位面, 不同高度的水准面的位能是不相等的。大地水准面是通过平均海水面的一个等位面, 这样大地水准面形状就必然与重力位能有关, 而重力资料和人卫资料又是与重力位能有关的直接和间接观测结果, 所以重力和人卫资料就引入了大地测量范



图 2-7

畴。它将大地测量中一个古老的纯粹从几何概念出发研究地球形状的问题变成了研究重力位能的物理问题，因而出现了物理大地测量和动力卫星大地测量。它们不但扩大了大地测量的范围，并成为大地测量很重要的一个发展方向。

在力学中为了讨论重力位能，常采用重力位函数，或简称重力位。它与重力位能在数值上相等，符号相反。我们在讨论大地测量问题时也采用重力位这一概念。引用重力位来讨论问题比起用重力来讨论问题的一个有利之处在于，重力位是一个标量，它便于运算，而重力是一个向量，它不仅有大小的而且还有方向，这给运算带来许多不便。

我们已经知道重力  $G$  是引力  $F$  与离心力  $P$  的合力。对于重力位  $W$  来说，它也可以写成引力位  $V$  和离心力位  $Q$  之和，即：

$$W = V + Q$$

由于离心力位只和地面点的位置以及地球旋转角速度有关，因此它是很容易求出的。由此，我们只要对地球的引力位有一个很明确的了解，就可使大地测量中的许多问题迎刃而解。

仿照大地水准面，地球的引力位也可以用球函数的叠加来表示：

$$V = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\varphi) \quad (2-4)$$

式中  $V$  是距地球质心的向径为  $r$  和经纬度为  $\lambda$ 、 $\varphi$  的  $P$  点处的引力位， $a$  是地球的长半轴。如果  $P$  点在地球上，即  $r = a$ ，则上式变为：

$$V = \frac{GM}{a} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (C_{n,m} \cos m\lambda + S_{n,m} \sin m\lambda) P_{n,m}(\varphi) \quad (2-5)$$

上式的形式与 (2-2) 式类似, 但应当注意的是在 两式 中的球函数系数是不一样的。这并非因 (2-5) 式中有一个  $\frac{GM}{a}$

的关系, 主要是 (2-2) 式中的系数是大地水准面的系数,

(2-5) 式是引力位的系数。由于  $GM$  及  $a$  与所选择的平均椭球有关, 是已知的数值, 因此只要确定了引力位的球函数系数  $C_{n,m}$  及  $S_{n,m}$ , 就可以求得引力位。

通常我们仍然采用求大地水准面差距的同样方法, 也将引力位分成两部分, 一部分是椭球的引力位  $V'$ , 它是正常部分, 称为正常引力位; 另一部分是地球的引力位  $V$  与正常部分  $V'$  之差, 它是异常部分  $T$ , 称为扰动位。只要平均椭球选择得当, 扰动位也就和大地水准面差距一样是一个微小量, 这样便于计算。

因此, 按上所述引力位可写成:

$$V = V' + T$$

则重力位可写成:

$$W = V + Q = (V' + Q) + T = U + T$$

$U$  是地球的正常重力位, 它是引力位的正常部分与离心力位合并而成; 就是说考虑到椭球也是旋转的。由此可以看出, 重力位的异常部分就是引力位的异常部分, 即扰动位  $T$ 。实际上它就是 (2-5) 式中去掉平均椭球部分的引力位。参照 (2-3) 式, 则扰动位  $T$  可写成:

$$T = \frac{GM}{a} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (C_{n,m} \cos m\lambda + S_{n,m} \sin m\lambda) P_{n,m}(\varphi) \quad (2-6)$$

在卫星大地测量中常采用符号  $J_{n,m}$  和  $K_{n,m}$  来代替  $C_{n,m}$

和  $S_{nm}$ ，它们的关系为  $C_{nm} = -J_{nm}$ ， $S_{nm} = -K_{nm}$ ，因此上式也可写成：

$$T = -\frac{GM}{a} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (J_{nm} \cos m\lambda + K_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\varphi) \quad (2-7)$$

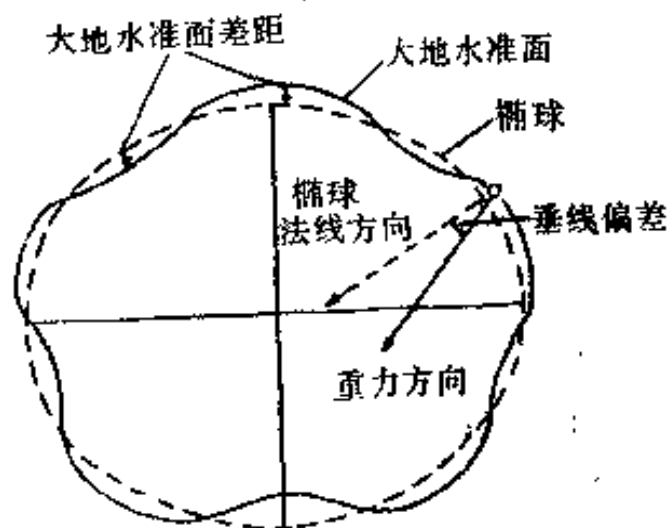


图 2-8

前面已经讲过，大地水准面是一个重力等位面。因为重力位可以划分成椭球的正常重力位和扰动位两部分，所以从物理意义上看大地水准面的几何形状也可以划分成正常部分，即椭球形状，异常部分，即大地水准面差距，如图 2-8 所示。因而大地水准面差距与扰动位是相对应的，它们之间的关系为：

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad (2-8)$$

$\gamma$  是平均椭球上的正常重力，只要平均椭球选定了，它就是已知的，可以根据计算点的位置来计算。用来计算  $\gamma$  的公式就是大地测量中常说的正常重力公式。

大地水准面形状和椭球形状不仅表现在高度上有差异，

即大地水准面差距，而且还表现在大地水准面相对于椭球有倾斜。从图 2-8 中看出，在大地水准面某一点上，大地水准面相对于椭球的倾斜，也就是该点的大地水准面法线方向（即重力方向）与椭球法线方向之间的夹角。此角度称为垂线偏差。通常总是将它投影到子午圈方向和卯酉圈方向上，变为两个分量，分别用  $\xi$  和  $\eta$  来表示。如果椭球是平均椭球，则  $\xi$ 、 $\eta$  为绝对垂线偏差分量，显然它们和扰动位  $T$  是有关系的。同理，前面曾经讲过的空间重力异常，因为它是大地水准面上的真重力  $g_0$  和椭球上的正常重力  $\gamma_0$  之差，所以空间重力异常 ( $g_0 - \gamma_0$ ) 也一定和扰动位有直接关系。总的来说，在大地测量中所要用到的和地球重力场有关的许多量，如大地水准面差距，垂线偏差以及重力异常等都和扰动位有联系，因此扰动位应当说是地球重力场中的基本函数，确定扰动位即确定 (2-7) 式扰动位的球函数系数  $J_n$  和  $K_n$  就成为物理大地测量的核心问题。

既然大地水准面差距  $N$  和垂线偏差分量  $\xi$ 、 $\eta$  跟扰动位  $T$  有关，而扰动位  $T$  又与重力异常有关。因此  $N$ 、 $\xi$  和  $\eta$  除了可以通过扰动位的球函数展开式推算之外，还可直接利用大地水准面上的重力异常由积分公式计算出来，这就是物理大地测量中著名的斯托克司和维宁·曼尼兹公式，前者计算绝对的大地水准面差距，后者计算绝对垂线偏差。

#### (四) 用重力推算球函数系数的方法

通常球函数系数用两种资料来推算，一是地面重力测量资料；二是人卫观测资料，下面分别予以介绍。

在地面上我们无法测得重力位  $W$ ，只能观测到重力  $g$ 。如果正常重力位已选定，也就是说正常重力已知的话，则可

以知道地面点的重力异常  $\Delta g$ 。前面我们已经讲过重力异常与扰动位有固定的关系，因此可以按观测的重力异常先求出重力异常的球函数系数  $J_{n,m}$ 、 $K_{n,m}$ ，然后由扰动位求得大地水准面差距和垂线偏差等。

在推算重力异常球函数系数时，按一定大小的经纬度格网，例如  $5' \times 5'$ ，将全球划分成许多区域，将各个区域内观测的重力异常取平均值作为  $5' \times 5'$  的平均重力异常。然后将平均重力异常的区域逐渐扩大，即由  $5' \times 5'$  平均重力异常组成  $20' \times 20'$  的平均重力异常。再由  $20' \times 20'$  的平均重力异常组成  $1^\circ \times 1^\circ$  的平均重力异常。例如，美国在 1977 年对全球 64800 个  $1^\circ \times 1^\circ$  的区域发表了 38000 个平均重力异常。有了  $1^\circ \times 1^\circ$  平均重力异常之后，再根据需要可以组成  $5^\circ \times 5^\circ$ 、 $10^\circ \times 10^\circ$  的平均重力异常等等。对于每一个区域的平均重力异常可以写出球函数展开式：

$$\Delta g_l = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (a_{n,m} \cos m\lambda + b_{n,m} \sin m\lambda) P_{n,m}(\varphi) \quad (2-9)$$

式中的  $\lambda$ 、 $\varphi$  是某一  $h$  区域的经纬度，是已知值。 $\Delta g$  是该区域的平均重力异常值，是由观测值得到的，也是已知的。 $a_{n,m}$ 、 $b_{n,m}$  是重力异常球函数系数，是未知数。如果在地球上有足够的平均重力异常，例如采用 1977 年美国发表的 38000 个平均重力异常，那么就可以列出 38000 个 (2-9) 式那样的方程式。然后用最小二乘法解出少于 38000 个重力异常球函数系数  $a_{n,m}$ 、 $b_{n,m}$ 。有了  $a_{n,m}$ 、 $b_{n,m}$  就可以推算出  $J_{n,m}$ 、 $K_{n,m}$ ，例如  $J_{n,m}$  与  $a_{n,m}$  有下列关系：

$$a_{n,m} = -\frac{GM}{a} (n-1) J_{n,m}$$

这样就可求出基本函数扰动位  $T_0$ 。

目前，在全球所进行的重力测量的数量仍然很少，美国发表的 38000 个  $1^\circ \times 1^\circ$  的平均重力异常也只占全球的 59%，就是这 38000 个平均重力异常中有许多还不是用直接测得的重力异常取平均求出，而是采用数学方法推估出来的。所以重力资料是很不完善的。依靠全球这样半数的平均重力异常，当然不可能求得表达全球的球函数系数  $J_{n,m}$  和  $K_{n,m}$ （即  $a_{n,m}$  和  $b_{n,m}$ ）。也就是低阶系数，即  $n$  比较小的系数，例如与地球扁率有关的  $J_2$  等。

用地面重力资料确定系数  $J_{n,m}$ 、 $K_{n,m}$  的优缺点，正好与用卫星观测资料确定这些系数的优缺点相反，因为卫星围绕地球不断运行，它在很短的时间内能通过整个地球各地区的上空，因此它能有效地确定低阶系数  $J_{n,m}$  和  $K_{n,m}$ 。但卫星离开地面的距离较远，对于代表区域性的高阶系数，它不能很好地感应出来，因此不能求得。为了兼顾两者的优点，常常将卫星观测资料结合地面重力资料一并解算。

## （五）动力卫星大地测量

实际上，用人造卫星观测资料确定  $J_{n,m}$  及  $K_{n,m}$  是动力卫星大地测量很重要的一个任务。为了叙述这个问题，就要先来说明一下卫星运行的轨道等问题。

人造卫星在空间运行，它受着许多物理因素的影响，例如大气阻力、日月引力、地球的重力场等等。这里我们只讨论地球重力场的影响。除此以外的其它影响，假定已经消除，这里不作讨论。

由于人造卫星受地球引力作用围绕地球旋转，但它不受地球自转的影响，因此也不受地球离心力的影响。按照天体力学中通用的方法也是将引力位分成两部分，但与前面的划



分方法有所区别，即一部分是将地球看成是质量均匀分布的圆球所引起的引力位，以此作为正常部分用  $V''$  表示；另一部分是由于地球质量分布不均匀，同时也不是一个规则圆球而产生的引力位，以此作为异常部分，在天文学中称为摄动位，用  $R$  表示，即：

$$V = V'' + R$$

显然前面的扰动位  $T$  与这里的摄动位  $R$  之差就是  $V' - V''$  之差，也就是椭球与圆球的引力位之差。由于正常部分是人为选择的，因此它们之间的差别是可以事先计算出来的。这样若摄动位  $R$  已知，则扰动位  $T$  也就知道了。

将 (2-4) 式去掉与均质圆球有关的引力位部分后，就得到坐标为  $r$ ， $\varphi$  和  $\lambda$  处的摄动位  $R$  为：

$$R = -\frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n (J_{n,m} \cos m\lambda + K_{n,m} \sin m\lambda) P_{n,m}(\varphi) \quad (2-10)$$

对于均质圆球的引力位来说，卫星绕它运行的轨道是一个规则的椭圆，称为克普勒椭圆。在这种情况下卫星的运行符合下列三条规律：第一，卫星运行椭圆轨道的一个焦点位于地球质心；第二，地球质心至卫星的向径，在椭圆轨道面上所扫过的面积与时间成正比；第三，卫星运行周期的平方与轨道长半轴的立方成比例。这三条定律称为克普勒三定律。

这时卫星轨道可由六个参数确定，这些参数称为轨道根数。为了说明这六个轨道根数的几何意义，在图 2-9 中画出一个天球，地球位于其中心  $O$ ， $S$  为卫星， $\gamma$  为春分点。由此这六个轨道根数是：（1）卫星轨道的升交点赤经  $\Omega$ ，当卫星从南向北运行，它与天球赤道的交点  $A$  称为升交点  $\Omega$ ，即为  $A$  与  $\gamma$  之间的夹角；（2）轨道平面倾角  $i$ ，为卫星轨

道面与赤道面之间的夹角；

(3) 近地点角距  $\omega$ ；由于地球位于椭圆的一个焦点上，因此  $H$  是近地点，近地点与升交点之间的夹角即为  $\omega$ ；(4) 卫星轨道长半轴  $\bar{a}$  (图 2-10，即图 2-9 中的卫星轨道)；

(5) 卫星轨道的偏心率  $e$ ；

(6) 卫星过近地点的时刻  $T$ 。

根数  $\bar{a}$ 、 $e$  用以决定轨道的形状 (如图 2-10 所示)，根数  $\Omega$ 、 $i$  用以确定轨道平面在空间的位置，而根数  $\omega$  确定了轨道长半轴在轨道面内的位置，根数  $T$  用以确定卫星在轨道上的位置。因此只要有了这六个根数，卫星的轨道及卫星位置就确定了。在正常情况下，即将地球作为均质圆球时，

卫星围绕地球运动的六个轨道根数应是固定的数值。如果考虑到异常部分的作用，卫星运行就偏离了这种正常轨道，称之为摄动。这种摄动就是由于摄动位引起的。在有摄动的情况下，卫星轨道根数就不是固定值，而是随时间变化的。因此，要在正常轨道中加入轨道的摄动部分，求得真实轨道，才能对卫星进行较为准确的预报，为此必须事先知道摄动位。

动力卫星大地测量是一个反问题，它是根据卫星观测值

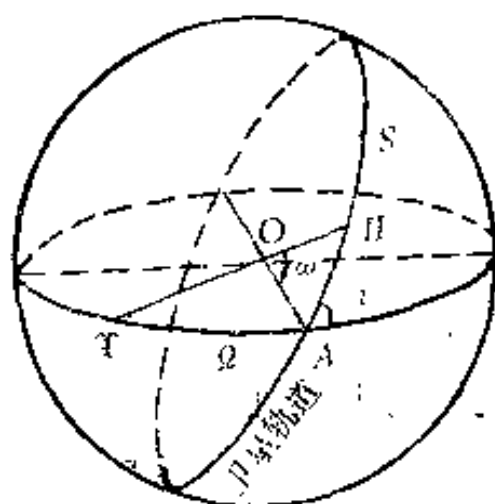
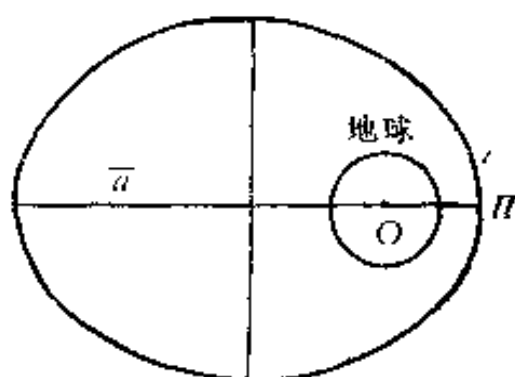


图 2-9



卫星轨道

图 2-10

确定卫星的轨道摄动，再反求摄动位  $R$ 。这种轨道摄动的方法可以用来求出球函数的头几阶带系数  $J_{n0}$ 。但是为了求出非带系数，通常不是采用轨道摄动，而是直接利用卫星的观测数据列出观测方程来解算。因为卫星轨道受到地球摄动位的影响，所以卫星观测值  $l$  是  $J_{nm}$ 、 $K_{nm}$  的函数。另外在图 2-11 中，假设观测值  $l$  是测站到卫星  $S$  之间的距离（其它类型的观测值也可采用），显然这个观测值又与测站坐标  $x$ 、 $y$ 、 $z$ （这里将坐标原点  $O$  放在地心上，因此测站坐标称为地心坐标）有关。除此以外，这个观测值当然也与卫星的某一起算时刻的轨道根数  $\bar{a}_0$ 、 $e_0$ 、 $i_0$ 、 $\Omega_0$ 、 $\omega_0$  和  $T_0$  有关。综上所述，观测值  $l$  应为引力位球函数系数、测站坐标和起算时刻的轨道根数的函数，当然它与观测时间  $t$  也有关。写成方程式则为下列形式：

$$l = l(x, y, z, \bar{a}_0, e_0, i_0, \Omega_0, \omega_0, T_0, t, J_{nm}, K_{nm})$$

如果在很多测站上进行了多次观测，那么可以列出许多个这样的观测方程，这样就可以同时解出各个卫星的  $\bar{a}_0$ 、 $e_0$ 、 $i_0$ 、

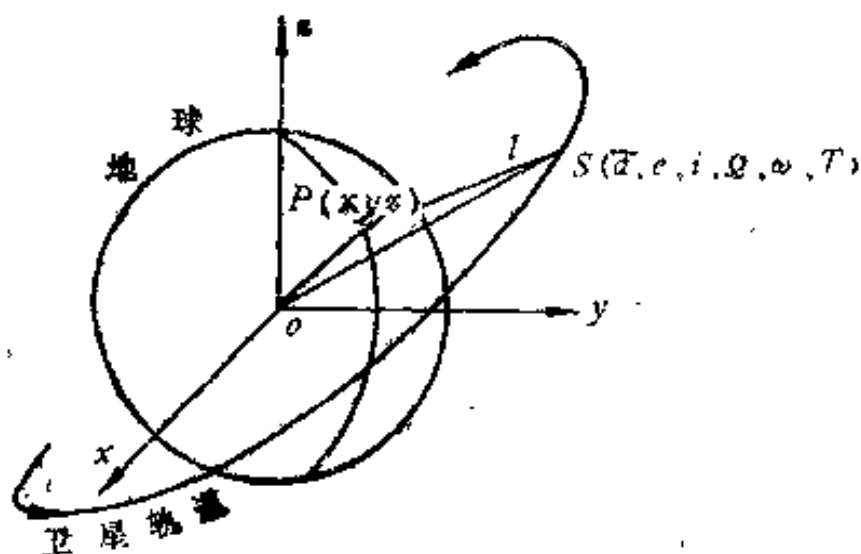


图 2-11

$\Omega_0$ ,  $\omega_0$ ,  $T_0$ , 若干个系数  $J_{n,m}$ ,  $K_{n,m}$  以及各测站的  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 。所以用这种方法不仅可以求出摄动位球函数系数, 而且还可以求得测站的地心坐标。

在卫星大地测量中, 凡是在计算时要用到卫星轨道根数的问题就称为动力卫星大地测量。顾名思义, 它是和卫星的力学性质有关的, 这类似于大地测量中的物理大地测量问题。由于动力卫星大地测量和物理大地测量都是从力学的观点来讨论大地测量问题, 因此它们的关系就非常密切, 两者常常是不可分割的, 例如上述确定  $J_{n,m}$ ,  $K_{n,m}$  的方法就是一个很明显的例子。

利用上述方法所求得的位系数和测站地心坐标的综合称为地球模型。

目前有代表意义的地球模型有三种: 一是美国斯密松天文台的 SE 模型, 至今已发表了三次, 最后一次是 SE-III 模型; 二是美国哥达德宇航中心发表的 GEM 模型, 至今已发表到 GEM-10。此种地球模型有两种形式, 单数编号 (例如 GEM-9) 是单纯采用卫星资料求得的, 双数编号 (例如 GEM-10) 是除采用卫星资料外, 还采用了地面重力资料; 三是德法两国合作求得的 GRIM 模型, 至今已发表的有 GRIM-1 和 2 (图 2-7 就是按 GRIM 模型的球函数系数求得大地水准面差距绘制的), 在这三种模型中以 GEM 模型较好。

现在我们已知道, 要确定系数  $J_{n,m}$ ,  $K_{n,m}$ , 必需对卫星进行观测, 取得上节所讲的地面测站到卫星的距离  $l$ 。这仅仅是其中的一种观测方法。一般来说, 目前主要采用以下三种观测方法来获得观测资料:

(一) **激光观测** 这种方法就是观测图 2-11 中的距离



来越尖，声调尖就是声音的频率增高了。随着火车的远离，汽笛声调就越来越低沉，声调低沉就是声音的频率降低了，这种现象在物理学上叫做多普勒效应，即当振动体（例如汽笛）对观测者以速度 $V$ 作相对运动时，观测者所收到的振动频率与振动体的振动频率不同，频率的变化与相对速度有关，因此可以根据频率变化测定两者的相对速度。用在卫星观测中我们只要将地面站接收到的频率与卫星上发射的固定频率进行比较，就可以求得卫星与地面站之间的径向速度（如图 2-14 所示）。此径向速度也可用作卫星观测数据。

这样不仅可以应用激光测距，而且还可以利用光学摄影观测和多普勒观测数据来列出观测方程，并解算出球函数的系数 $J_{nm}$ 、 $K_{nm}$ 及测站坐标。

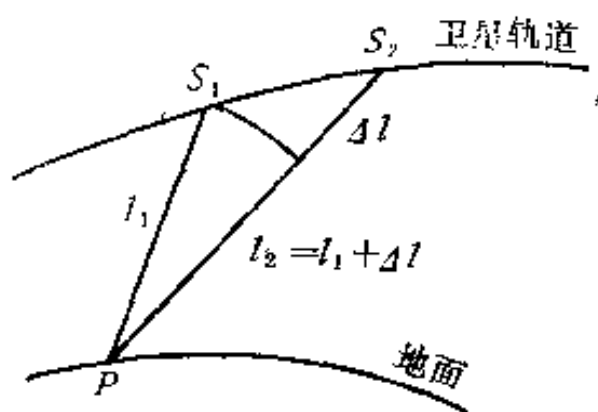


图 2-14

在目前重力资料还比较稀少的情况下，用上述方法来确定系数 $J_{nm}$ 、 $K_{nm}$ 还不能满意地获得地球重力场的详细结构，即求不出或者说求不准高阶摄动位系数。为了解决这个问题，还需要在卫星大地测量的观测中采用新技术，现在已被采用的或正在研究的有以下三种方法：

1. 卫星跟踪卫星 这种方法的基本原理是从一颗卫星上用多普勒或其它方法去跟踪另一颗卫星，精确地测定出它们之间的相对速度的变化，这种相对速度的变化反映了两个卫星下面地球引力位的局部变化，因而可以由此确定摄动位的高阶系数。这种方法有两种方案，一是低空-低空跟踪（图 2-15），它是使两颗卫星 $S_1$ 、 $S_2$ 在同一个低空轨道上运行，

两者相距约 200 公里，影响它们相对速度变化的是这段距离内地球摄动位的高阶球函数系数；二是 高空-低空 跟踪（图 2-16），它是由一颗高空同步卫星跟踪另一颗 低空 卫星，它的观测结果包含高阶系数的影响，也包含低阶系数的影响，因此要用数学方法进行分离。例如美国曾以同步卫星（应用技术卫星）跟踪低空的阿波罗或大地测量-3 卫星。

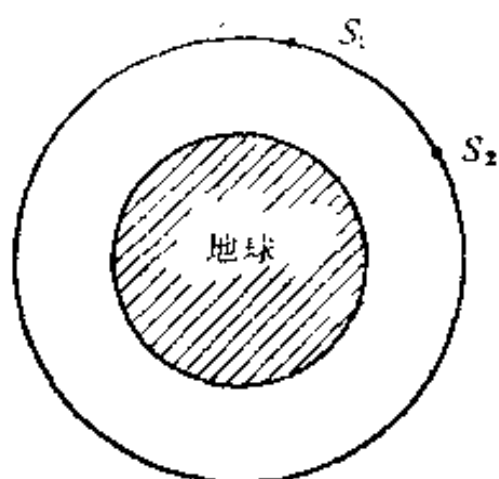


图 2-15

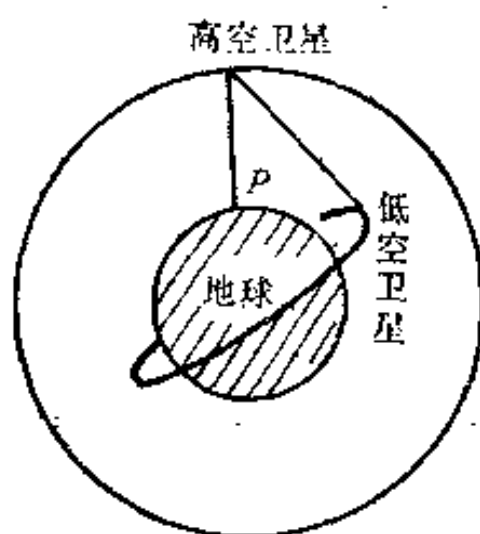


图 2-16

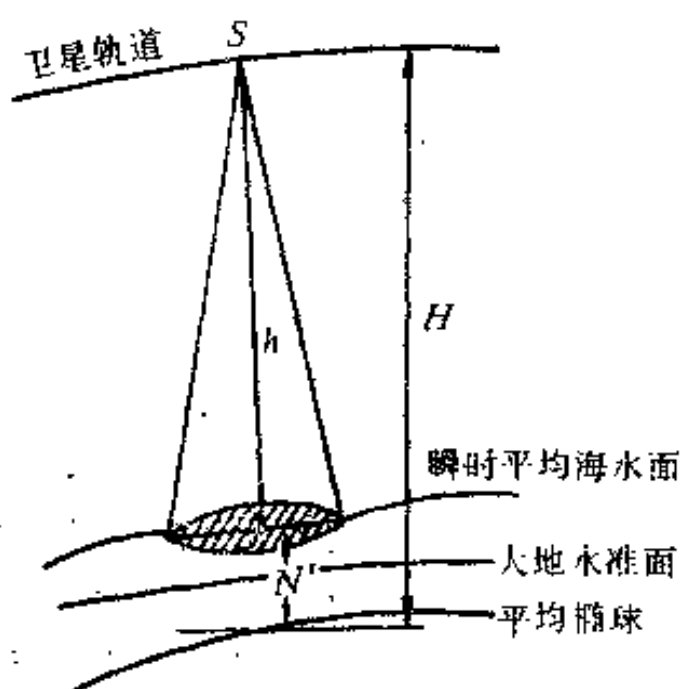


图 2-17

## 2. 卫星测高

这种方法是在卫星上安置雷达或激光测高仪，测出卫星到观测地区瞬时平均海水面的距离  $h$ （图 2-17）。若已选定了平均椭球，并已知卫星的轨道，则可求出卫星至椭球的距离  $H$ ；由图 2-17 可以看出， $N'$

$= H - h$  就是观测地区瞬时平均海水面相对于平均椭球的差距, 如果再考虑到潮汐等影响, 则可以将它改化成大地水准面差距。这种方法就是利用卫星测高资料来弥补海洋重力资料的不足, 以便与陆地重力资料一并进行解算, 而求得高阶系数。美国 1976 年发射的大地测量-3 和 1978 年发射的海洋卫星, 就安置了这种仪器, 取得比较满意的结果。

3. 重力梯度 这种方法是在低空卫星上安置重力梯度仪。这种仪器是用来测定重力在三个正交方向上的变化 (称为重力梯度)。因为重力梯度受地球摄动位高阶项的影响非常明显, 所以可以利用这种观测资料推算高阶系数。目前美国正在研制两种 (美国 Hyghs 公司的旋转共振重力梯度仪和 Ball 公司的 MESA 旋转重力梯度仪) 用于卫星上的重力梯度仪, 并已进入试验阶段。

## (六) 大地测量参考系统

前面已经说过了, 求大地水准面差距或者说求基本函数扰动位  $T$ , 要选择一个椭球, 这个椭球应当是平均椭球。这个平均椭球的长半轴  $a$  和扁率  $\alpha$  (这个数值可以用  $J_{20}$  来表示)、平均椭球的质量 (这个数值可以用万有引力常数  $G$  与地球质量  $M$  的乘积代替) 以及地球旋转角速度  $\omega$  应当与地球相应的数值配合得很好。  $a$ 、 $J_{20}$ 、 $\omega$ 、 $GM$  就称为大地测量基本参数, 由此确定的系统称为大地测量参考系统。

第十七届国际大地测量及地球物理联合会建议了 1980 年大地测量基本参数为:

地球赤道半径  $a = 6378137$  米

地球地心引力常数  $GM = 3986005 \times 10^8 \text{ 米}^3 \text{ 秒}^{-2}$

地球动力形状因子  $J_{20} = 108263 \times 10^{-9}$



地球旋转角速度  $\omega = 7292115 \times 10^{-11}$  弧度秒<sup>-1</sup>

由上述四个基本参数可以计算出大地测量中要用到的量，这里我们只写出其中几个，例如：

地球的扁率倒数  $\alpha^{-1} = 298.257222101$

椭球上的正常位  $U_0 = 6263686.0850 \times 10$  米<sup>2</sup>秒<sup>-2</sup>

赤道上的正常重力  $\gamma_e = 9.7803267715$  米秒<sup>-2</sup>

重力扁率  $\beta = 0.005302440112$

与此相应的正常重力公式为：

$$\gamma = 9.780327 (1 + 0.0053024 \sin^2 \varphi - 0.0000058 \sin^2 2\varphi) \text{ 米秒}^{-2}$$

这样平均椭球的所有几何的和物理的参数都是已知的，随着许多新的观测技术的发展推算这些参数的精度也越来越高，因此国际大地测量和地球物理联合会每隔一段时期建议一个新的大地测量参考系统，以适应各方面的需要。

## （七）地球外部重力场的作用

地球重力场是地球的一种重要的物理特征，它与许多学科有着密切的关系，例如天文学、地球物理学、地质学和计量学等等，这里不准备一一加以说明。其中只介绍它对大地测量和远程武器的作用。

地球重力场在大地测量中的作用前面已陆陆续续地讲过一些，总的说来，其作用可表现在两个方面：一是对地球形状的研究，这是所谓的科学研究目的，例如前面讲过的确定平均椭球、推算大地水准面差距以及垂线偏差。另外还可以用来确定转换参数，将相对于参考椭球的坐标化算成地心坐标。这个坐标换算问题下面还要提到。由于研究地球形状总是和研究地球重力场分不开的，所以通常将这两个名词联在

一起称为地球形状及外部重力场；另一个目的是为建立国家控制网服务，这是所谓的科学技术目的，关于这个作用我们在下一部分里再详细叙述。

确定地球形状及外部重力场对空间技术也有很重要的意义。

远程导弹在现代国防建设中占有很重要的地位。它是一种射程达一万多公里，甚至射击地球上任何区域目标的导弹。对于弹道导弹来说，它的命中率不仅与惯性制导系统有关，而且与地球物理因素有关。我们这里只说明地球重力场的作用。

导弹由发射点到达目标的整个弹道大体可以分成三段。如图 2-18 所示， $OA$  是主动段，在这一段内靠火箭发动机和控制系统作用， $AB$  为自由运行段(被动段)，这一段内火箭发动机已关闭，导弹没有控制。被动段中 80~90% 是在真空中，因此它只受地球引力场的影响。最后一段  $BC$  为再入段，导弹在这一段内重返大气层打击目标点。

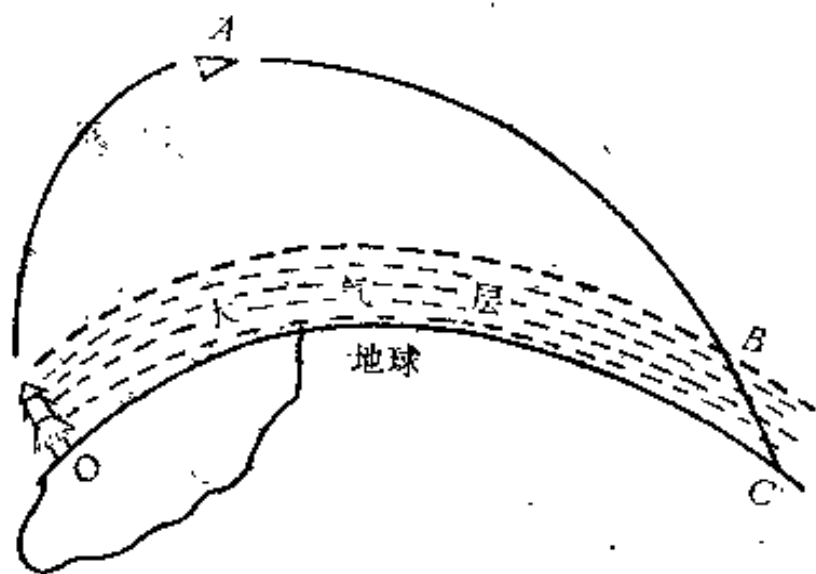


图 2-18

既然导弹自由运行段主要是受地球引力场的影响，就要给出地球引力场的数据。不但如此，就是在主动段我们也更有必要知道地球重力场的准确数据。这是因为在主动段终点A处关闭火箭发动机使它停止工作，该瞬间导弹的位置和速度应达到预先规定的数值，这样再按自由飞行才能击中目标。若关机过早或推迟，都会使导弹所处的位置和速度不是预定的数值，以至导弹落地时距目标很远，所以A点的位置和速度对导弹的准确性很有关系，这样对主动段的要求就比被动段高多了。

A点的位置和速度是根据导弹发射时的初始条件加上导弹发射后受发动机的推力、控制系统的控制力、空气动力和地球的重力等等的外力作用随时利用导弹上的计算机算得。也就是说导弹的瞬时位置和速度是随时可知的，到规定数值就自动关闭发动机。在主动段内，除重力外的许多外力都可以根据导弹上装置的加速度表加以测定和计算，唯独不能测出重力，所以要求我们事先准确地测出地球重力数据储存在计算机内以备计算，这就是为什么在远程武器中如此强调地球重力场的作用。

加速度表安置在陀螺平台上，其工作原理与惯性大地测量仪器类似。

同时又因为导弹的弹道与地球质心有关，所以发射点上的地球地心坐标是弹道计算的重要初始数据。此外在安置制导系统时，还要知道垂线偏差和绝对重力值等等。因此对地球形状和外部重力场的研究不仅具有科学研究意义，而且还具有现实的实用意义。

### 三 重力测量在建立国家大地网中的作用

#### (一) 天文大地基准

我们知道，建立国家大地网，就是要求出大地网中的三角点相对某一个参考椭球的固定位置，为此，参考椭球也应该固定在地球内，通常是预先选择一个大地基准点，使该点相对于参考椭球有固定的关系来达到这个目的。

在大地测量中，椭球面外部任意一点  $O$  的位置是采用三个坐标来表示，即大地纬度  $B$ 、大地经度  $L$  以及该点距参考椭球的高度  $OO_0$ 。（称为大地高，用  $H$  表示），如图 3-1 所示，此三个坐标称为大地坐标。由于这个参考椭球在地球内部的位置是可以移动的，则  $O$  点的大地坐标就是任意数值，为了使  $O$  点的大地坐标固定下来，我们必须给参考椭球限定一些条件。如果在  $O$  点上测定天文纬度  $\varphi$  和天文经度  $\lambda$ ，令它们分别等于大地纬度  $B$  和大地经度  $L$ ，也就是说使  $O$  点的垂线方向（重力方向）与参考椭球的法线方向相一致，由于假定了参考椭球的赤道和短轴分别平行于地球的赤道和旋转轴，因此参考椭球还能沿图 3-1 中的  $nO$  线平行移动。如果我们再给定  $O$  点的大地高，这样  $O$  点相对于参考椭球的位置

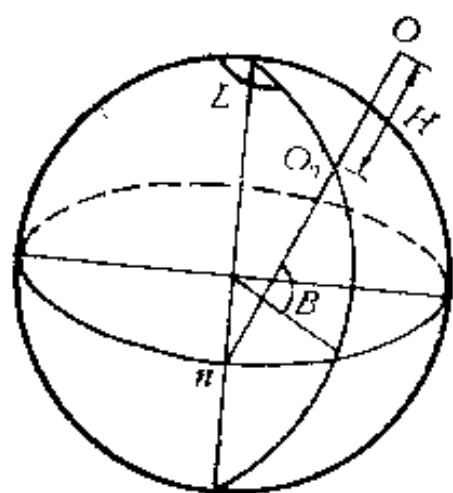


图 3-1

置就固定下来了。一般大地高是不能直接测得的，通常将它分为两部分，一部分是地面距大地水准面的高度称为正高，它可以用水准测量和重力测量数据实际求得，另一部分是大地水准面距参考椭球的距离，即大地水准面差距  $N_a$ ，它暂时还无法知道，可以假设它为零，或者大概给它一个近似数值。

由此可知，要将  $O$  点相对于参考椭球的位置固定下来，必须知道  $O$  点的大地坐标与天文坐标的关系（即垂线偏差分量  $\xi_a$ 、 $\eta_a$ ）以及相对于参考椭球的大地水准面差距  $N_a$ ，同时还要知道参考椭球的大小（长半轴  $a$ ）和形状（扁率  $\alpha$ ）， $\xi_a$ 、 $\eta_a$ 、 $N_a$ 、 $a$ 、 $\alpha$  就称为天文大地基准！如图 3-2 所示， $O$  点就是大地基准点。假定该点的  $\varphi = B$ ， $\lambda = L$ （即  $\xi_a = \eta_a = 0$ ）， $N_a$  给定某一个数值，参考椭球的大小和形状也是已知的，这样大地基准也就定了。例如我国采用的 1954 年北京坐标系就是这样的天文大地基准。

虽然大地基准点  $O$  相对于参考椭球的位置固定了，但

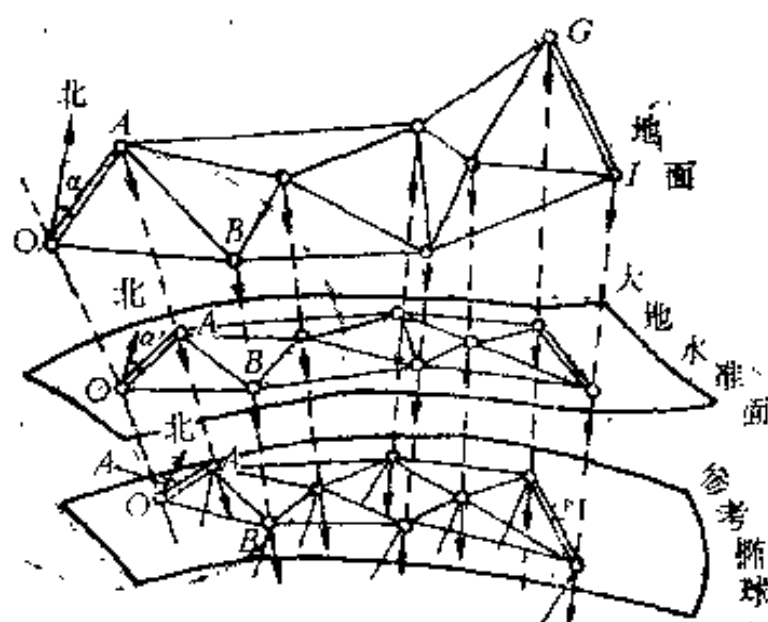


图 3-2

是三角网在参考椭球上的延伸方向还可以是任意的，因此我们又必须在 $OA$ 三角边上测定天文方位角 $\alpha$ （图3-2），并通过化算变成大地水准面上的天文方位角 $\alpha'$ ，然后按上述的简单方法使 $\alpha'$ 等于椭球上 $OA$ 边的大地方位角 $A$ 。这样三角网在参考椭球上的延伸方向就固定了。

最后应当注意的是，这里所说的大地水准面差距与前面提到的大地水准面差距是有区别的，因为这里所用的椭球是参考椭球，前面所用的是平均椭球，这两个椭球的大小和形状可能都不一样，即使一样，它们在地球内的位置也不相同。例如参考椭球是利用和大地基准点的相互关系固定在地球内，而平均椭球在地球内部的位置则是根据椭球的中心与地球质心重合等等条件来决定的，因此为了区别起见，将相对于参考椭球的大地水准面差距用另一个符号 $N_s$ 表示。又因为参考椭球的大小和形状及其在地球内的位置是人为规定的，各个国家和地区可以采用不同的参考椭球，这就不象平均椭球那样，对全球是唯一固定的。因此这种大地水准面差距具有相对的意义，通常采用“相对”大地水准面差距这个名词并用 $N_s$ 表示，以便与前面的“绝对”大地水准面差距 $N$ 有所区别。后面还要谈到相对大地水准面差距可用天文和大地测量资料求得，因此又称为天文大地水准面差距。对于垂线偏差来说，也有相对垂线偏差分量 $\xi_s$ 、 $\eta_s$ 与绝对垂线偏差分量 $\xi$ 、 $\eta$ 之分。它也是由于参考椭球法线与平均椭球法线不同而引起的，前者又称为天文大地垂线偏差，后者又称为重力垂线偏差。下面还要对垂线偏差加以说明。

## （二）三角网的归算

在整理三角网时，总是将大地坐标 $B$ 、 $L$ 与高程 $H$ 分

开进行观测和计算。前者是用三角测量,后者是用水准测量。利用三角网通过计算可以确定每个三角点的大地坐标  $B$ 、 $L$ 。因为,如果在椭球上已知  $O$  点的  $B$ 、 $L$  以及  $OA$  边的边长和方位角  $A$  (图3-2),就可以计算出  $A$  点的  $B$ 、 $L$ 。同时如果  $OAB$  三角形的内角已知的话,则可以计算出  $B$  点的大地坐标,依此类推计算出各个三角点的  $B$  和  $L$ 。如果将椭球看成是平面,则各点的平面坐标  $x$ 、 $y$ ,就可以利用简单的三角关系计算出来。而在椭球上计算  $B$ 、 $L$  就比较麻烦一些,不过道理是类似的。在大地测量中这一类计算称为大地位置计算。

为此,就提出了这样一个问题,我们在三角测量中如三角锁(或网)的边长和角度是在地面上进行观测的,如何将它变成椭球上的边长和角度呢?这就是大地测量中所要进行的观测数据的归算问题。下面我们不准备将三角测量中的归算一一列出,因为这已超出了这本小册子的范围,所以只就其中与重力有关的归算加以说明。

从图 3-3 可以看出,参考椭球上的三角形  $OAB$  的三个内角是绕  $O$ 、 $A$ 、 $B$  三点的法线为转轴而定的。但是在三角测量中用经纬仪观测的角度是以经纬仪的竖轴为转轴的,而

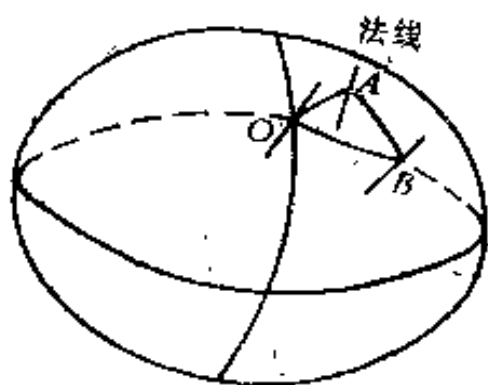


图 3-3

竖轴是在垂线方向(即重力的方向)上,因此三角网的观测角度之所以需要归化成参考椭球上的角度,就是由于各点的参考椭球的法线(图 3-2 中的无箭头的实线)与垂线(图 3-2 中有箭头的实线)不一致所致。而椭球的法线与垂线之间的

差异就是前面曾经提到过的垂线偏差。因此只要知道了垂线偏差就可以将地面上观测的角度进行归算，求得参考椭球上的角度。由于地面的垂线与大地水准面上的垂线之差很小(若需要的话，此差值也可实际求得)，在三角测量中进行角度归算时可不考虑，所以所用的垂线偏差实际上是大地水准面上的垂线与通过该点的参考椭球法线之间的角度，即大地水准面上的天文大地垂线偏差分量 $\xi$ 、 $\eta$ 。

其次，关于三角网的边长归算，是将地面上用激光测距仪等测得的边长（如图3-2和图3-4中的 $GI$ ）化算成参考椭球上的边长。由图3-4中可以看出，为了归算边长，必须知道该边的大地高，边的高度越大，边长归算的改正数越大。要求得大地高，就是要求得正高和大地水准面差距 $N$ 。

因此，总的来说，要将地面三角网归化到参考椭球上，必须知道各三角点的垂线偏差，还有量测边长的三角边上的正高和大地水准面差距。重力测量在建立国家大地网中的作用就是利用重力测量资料和地球重力场理论去求得以上这些数据。

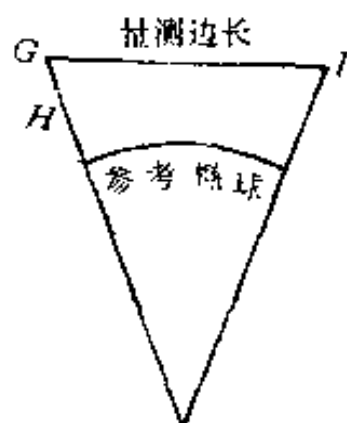


图 3-4

### （三）垂线偏差

前面我们已经在好几个地方提到了垂线偏差，并且给出了大地水准面上垂线偏差分量，提到了“相对”和“绝对”是有区别的。为了很好地说明下面的问题，有必要对垂线偏差多讲一些，有些再重复一下。

在地球重力场中已经讲过，垂线偏差与大地水准面差距



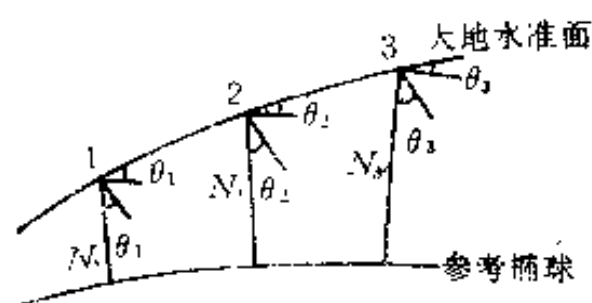


图 3-5

是有密切关系的。从图 3-5 中可以看出，若大地水准面相对于椭球有一个倾斜角  $\theta$ ，假定这个倾角是在图面的方位内，也就是垂线偏差在这个面内，

再由 1, 2, 3 点分别作与椭球相平行的平行线，则垂线偏差  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$  就表示大地水准面在这些点上相对于椭球的倾斜角。由此关系可以利用垂线偏差来求大地水准面差距的变化，这就是后面将要讲到的天文水准。当然，反之亦然。

前面又讲过，由于平均椭球与参考椭球不同，因此它们的法线是不一致的。在国家大地网中所用的是参考椭球，因此需要的是相对垂线偏差的分量  $\xi$ 、 $\eta$ 。我们知道，由天文经纬度可以决定垂线在空间的方向，这个方向又可以归化为大地水准面上的垂线方向，而大地经纬度决定了参考椭球的法线在空间的方向，根据定义这两个方向之差就是天文大地垂线偏差，或用垂线偏差分量表示，即为  $\xi$  和  $\eta$ 。显然，相对垂线偏差可以通过进行了天文观测的三角点上的天文和大地经纬度求得。

这里说要求得某一点的相对垂线偏差，除了在该点要进行天文测量外，还要知道大地坐标，但是前面说求相对垂线偏差是为了归化大地网以便计算出大地坐标  $B$ 、 $L$ ，这不是有矛盾了吗？是的，这里是有矛盾。不过我们可以采用逐渐趋近方法来解决这个矛盾。做法是第一次先假定地面上的三角网就是参考椭球上的三角网，计算出各点的  $B$ 、 $L$ ，然后用这样算得的大地坐标  $B$ 、 $L$  的近似值与天文观测的经纬度

一起计算  $\xi_a$ 、 $\eta_a$ ，用它改正三角观测值，将大地网归化到参考椭球上，再第二次计算出较准确的大地坐标  $B$ 、 $L$ 。

上面这种计算天文大地垂线偏差的方法看起来比较简单，只要在三角点上进行天文测定就行了，但是在建立国家大地网时，一般是在三角锁（或网）中相隔一定距离才测一个天文点，例如，若三角形的边长为 30 公里时，天文点的距离是 90 公里，则每隔四、五个三角形才有一个天文点，如图 3-6 所示，这是因为高精度的天文观测是相当麻烦的。这样只有那些有天文测定的三角点上才能用上述方法算出相对垂线偏差。而在归算大地网时，每个三角点上都要有垂线偏差。那么对于没有进行天文观测的那些三角点的垂线偏差又怎样求得呢？这可以采用内插的方法。

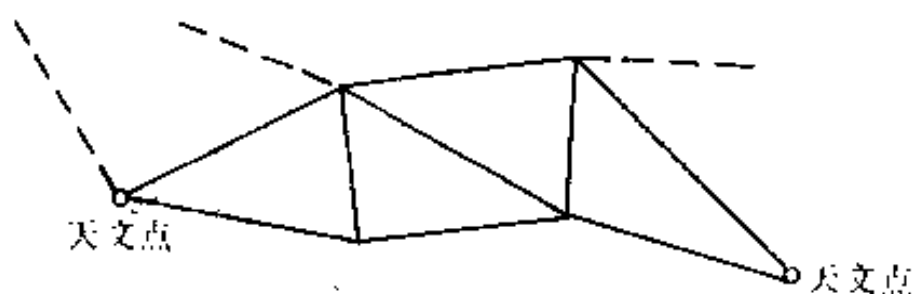


图 3-5

如果大地水准面的倾斜很平稳的话，如图 3-5 所示，那么可以按距离用直线内插方法在两已知相对垂线偏差的三角点间内插出未知点的相对垂线偏差。为了说明方便起见，假定图 3-5 是子午面，垂线偏差在子午方向内（即  $\xi_a = \theta$ ， $\eta_a = 0$ ）。现已知  $\xi_{a_1}$ 、 $\xi_{a_3}$ （即在 1 和 3 点上已进行了天文观测），求出  $\xi_{a_3} - \xi_{a_1} = \Delta\xi_a$ ，若 2 点恰好在 1、3 两点的中间，则 2 点的相对垂线偏差分量  $\xi_{a_2} = \xi_{a_1} + \frac{\Delta\xi_a}{2}$ ，

$\eta_{a_2} = 0$ 。这样就无需在 2 点上做天文观测也能求得相对垂线偏差。这种假定的情况对于平原地区是有实际意义的，但对于山区，尤其是大山区，就不是如此的了。

在山区，往往垂线偏差的变化是很不均匀的，也就是说它是非直线变化的。如图 3-7 所示，仍假设大地水准面只在子午圈方向有倾斜（即  $\eta_a = 0$ ），图中虚线表示参考椭球的法线，有箭头的实线表示垂线。如果按距离来进行直线内插，则 2 点的垂线偏差  $\xi_{a_2}$  为 2' 点的数值  $\left( \frac{\xi_{a_1} + \xi_{a_3}}{2} \right)$ ，实际上应为 2 点的数值。从图中可以看出两者不仅在数值上不同，而且在方向上也不同，有时这个差值超出了归化大地网所要求的精度，因此就不能采用这种简单的直线内插，必须考虑其它内插方法。通常可以辅助以重力资料来进行内插。

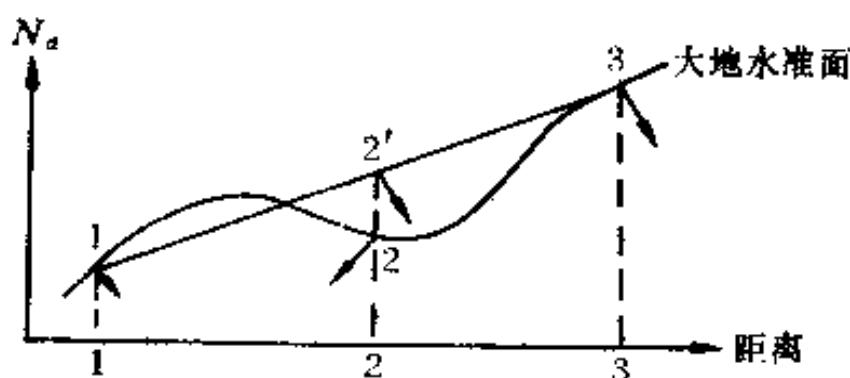


图 3-7

为了说明这个问题，先还要谈一下天文大地垂线偏差与重力垂线偏差的问题。我们假设参考椭球法线、平均椭球法线以及垂线都在子午面内，因此只有子午圈垂线偏差分量  $\xi_a$  和  $\xi$ 。从图 3-8 可以看出， $\xi_a$  与  $\xi$  之差就是两椭球法线之差，用  $\vartheta$  来表示它。即

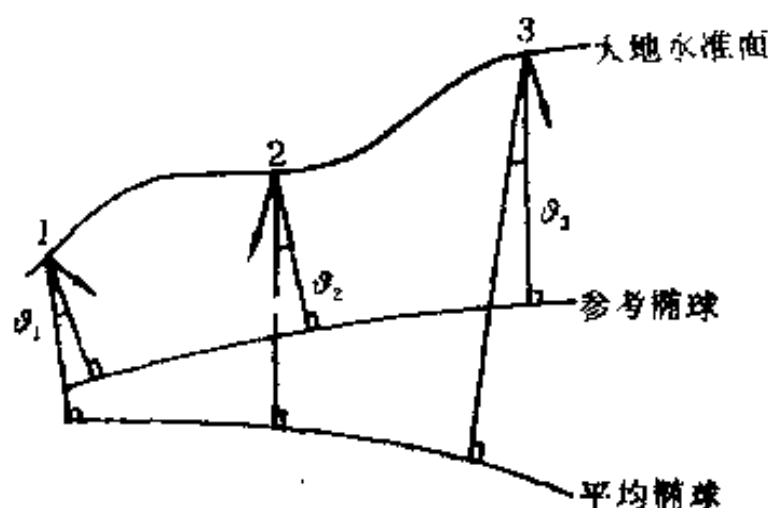


图 3-8

$$\xi_a = \xi + \vartheta \quad (3-1)$$

$\vartheta$ 就是两椭球的大小、形状以及它们在地球内的位置不同而引起的差值，在1点上为 $\vartheta_1$ ，在3点上为 $\vartheta_3$ 。再从图上可以看到，尽管 $\vartheta_1$ 与 $\vartheta_3$ 不一样，但它们之间的变化是很平稳的，因此可以用直线内插方法来内插1、3两点之间任一点的 $\vartheta$ 值，例如内插出2点的 $\vartheta_2$ 。

此外，前面已经讲过重力垂线偏差可以采用全球重力异常按积分公式直接计算出来。现在我们将整个地球表面分成两部分，一部分是以计算点为圆心的某一距离为半径的圆所围成的区域用 $\sigma$ 表示。例如如图3-9中，以1点为圆心的圆内区域，用实线圆表示，另一部分为此圆区域以外的整个地球区域，用 $\Sigma$ 表示。

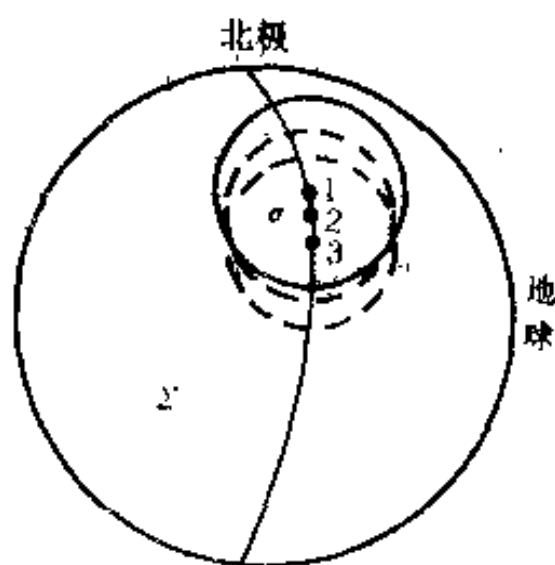


图 3-9

示，这样重力垂线偏差  $\xi$  本来应采用全球重力异常按求和方法进行的计算变成按两个区域内的重力异常分别进行计算，即求出  $\xi_\sigma$  及  $\xi_\Sigma$  而整个重力垂线偏差为：

$$\xi = \xi_\sigma + \xi_\Sigma \quad (3-2)$$

这样划分的目的在于目前尚无全球重力异常，而只在某一定大小的  $\sigma$  区域内有重力异常，所以在上式中  $\xi_\sigma$  是可以实际计算出来的， $\xi_\Sigma$  则是未知的，另外单独处理。从图 3-9 中可以看出，1, 2, 3 点之间的距离一般约几十公里，如果  $\sigma$  区域比较大（区域半径为几百公里甚至几千公里），那么 1, 2, 3 点的  $\sigma$  区域几乎重合在一起，差得很少，也就是说三个点的  $\Sigma$  区域也差得很少。但是，由于离开计算点愈近的区域内的重力异常对垂线偏差的影响愈大，因此尽管 1, 2, 3 三点的  $\sigma$  区域相差不大，但只要 1, 2, 3 三点附近的重力异常变化较大，则此三点的  $\xi_\sigma$  变化还是很大的。对于  $\Sigma$  区域来说，情况就不同了。因为  $\Sigma$  区域离开计算点比较远，对于 1, 2, 3 三点来说， $\Sigma$  区域相差不大，所以即使是  $\Sigma$  区域内的重力异常变化复杂一些，由它们计算出的三点的  $\xi_\Sigma$  相差也不会太大，这样，在这些点间  $\xi_\Sigma$  是成线性变化的。

总结上面所说的问题是，第一，天文大地垂线偏差  $\xi_a$  与重力垂线偏差  $\xi$  之差  $\delta$  在 1, 3 点之间是成直线变化的。第二，由  $\Sigma$  区域内的重力异常计算出来的垂线偏差  $\xi_\Sigma$  在 1, 3 点之间也成直线变化，因此根据 (3-1) 和 (3-2) 两式可以写出：

$$\begin{aligned} \xi_a &= \xi_\sigma + \xi_\Sigma + \delta \\ &= \xi_\sigma + \Delta \end{aligned} \quad (3-3)$$

上式中  $\Delta$  是两个直线变化量之和。当然它在 1, 3 点之间也是直线变化的。

了解了上述情况以后，现在就可以说明如何用重力资料

来内插山区的相对垂线偏差了。这种内插方法的实质是将天文大地垂线偏差分为如(3-3)式那样的两部分，一部分是非直线变化部分，用 $\sigma$ 区域内的已知重力异常按积分公式直接计算出来，另一部分是直线变化部分，可以用内插方法计算出来，这样就解决了垂线偏差非直线变化的内插问题。如图3-10所示，因为在1和3点上进行了天文观测，同时又已知该两点附近 $\sigma$ 区域内的重力异常，所以这两点的 $\xi_a$ 及 $\xi_s$ 是可以直接算出来的。这样按(3-3)式可以算出此两点的 $\Delta$ 值，而 $\Delta$ 又是成直线变化的，因此可以用直线内插的方法内插出2点的 $\Delta$ 值，同时在2点附近 $\sigma$ 区域内也有了重力异常，那么2点的 $\xi_s$ 也是可以计算出来的，因此将2点上 $\Delta$ 和 $\xi_s$ 的数值求和，就可以求得2点的 $\xi_a$ 。

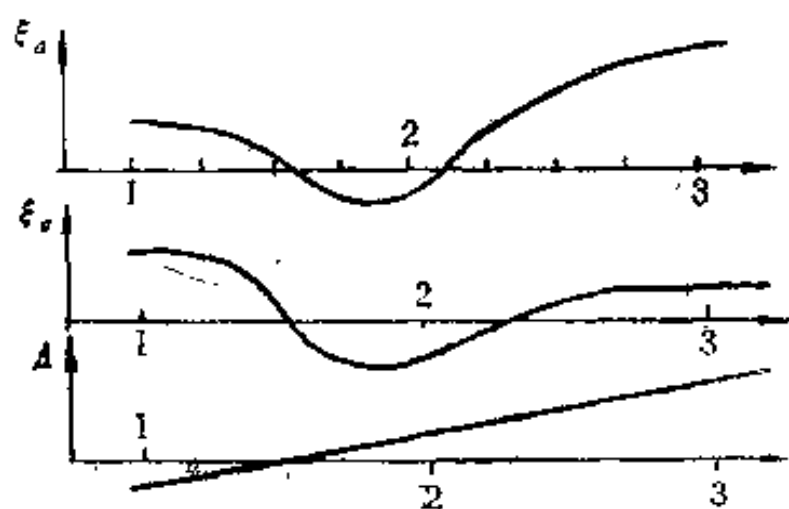


图3-10

以上我们只是根据一种特殊情况来说明问题的实质，实际上在一般情况下，垂线偏差不正好在子午方向内，即 $\eta_a \neq 0$ ，而且要内插的第二点也不刚好在1，3两点的联线上，同时要在内插的点周围也不只有两个天文点。为了可靠地求出各三角点的相对垂线偏差，通常要采用平差方法。

#### (四) 天文水准和天文重力水准

现在再来讨论一下如何求得在归化边长时所需的相对大地水准面差距问题。

前面已经讲过，大地基准点  $O$  上的  $N_o$  (图3-2) 假设是已知的，因此  $OA$  边的边长是可以进行归化的。而为了归算其它的三角边长，假如图3-2中的  $GI$ ，应如何求得它的相对大地水准面差距  $N_i$  呢？这里我们可以采用水准测量的原则求出  $O$  与  $I$  之间的大地水准面差距之差  $\Delta N_o$ ，然后加上  $O$  点的  $N_o$ ，也就可以推算出  $I$  点的  $N_i$ ，这样问题也就得到了解决。所以在国家大地网中，不是直接求出某一点的相对大地水准面差距，而是求出两点之间的相对大地水准面差距之差。推求的方法为天文水准或者天文重力水准。

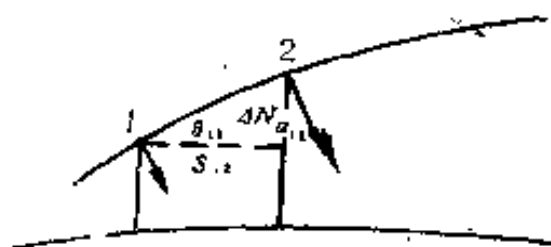


图3-11

由图3-11(即图3-5)

中已经看出，大地水准面的变化是可以利用垂线偏差的变化来计算的。由该图可知，如果1，2两点的垂线偏差是直线变化的，

那么就取  $\theta_1$  和  $\theta_2$  的平均

值  $\theta_{1,2}$  与1-2边的边长  $s_{1,2}$  的乘积作为1，2两点的大地水准面差距之差  $\Delta N_{o,1,2}$ ，即

$$\Delta N_{o,1,2} = \theta_{1,2} s_{1,2} \quad (3-4)$$

但是这样的计算方法有一个前提，即认为各点的垂线偏差是成直线变化的。这时只要在1和2点上进行了天文观测， $\theta_1$  和  $\theta_2$  就是已知值，按(3-4)式就可计算出  $\Delta N_o$ 。这种用天文大地观测数据计算大地水准面差距之差的方法称为天

文水准。

和计算相对垂线偏差一样，现在的问题也是，第一，不能在每个三角点上进行天文观测，第二能否就用  $O$  点与  $I$  点（图 3-2）上的相对垂线偏差和它们之间的距离  $S_{OI}$  按 (3-4) 式计算  $\Delta N_{OI}$ ，所以问题又回到在  $O$  与  $I$  之间的相对垂线偏差是否成直线变化上来了。当然，不成直线变化，也就不能直接采用这种方法，那么就要和内插相对垂线偏差一样，辅助以重力测量资料来进行计算。

利用重力测量资料推算相对大地水准面差距方法，实质上就是采用了内插相对垂线偏差的原理。按 (3-3) 式算出各个三角点上的  $\xi$ 。（为了说明方便起见，也假定图 3-11 为子午截面，即  $\xi_s = \theta$ ），其中各点的  $\xi$  是用重力异常算得的，而  $\Delta$  是利用  $O, I$  两点的天文大地垂线偏差和重力垂线偏差之差按距离直线内插出来的。这样就求出  $O, I$  之间各三角点的  $\xi$ ，然后再按 (3-4) 式算出相邻三角点之间的  $\Delta N$ ，再将这些  $\Delta N$  值在  $O$  到  $I$  之间求和，就得到  $O, I$  两点之间的相对大地水准面差距之差，从而得出  $I$  点的大地水准面差距。这种用重力测量资料内插出相对垂线偏差非线性变化部分所求得相对大地水准面差距之差的计算方法称为天文重力水准。

天文水准只要用到天文大地测量的资料即可求得  $\Delta N$ ，但要测很多的天文点，而天文重力水准只需利用三角网中原有的天文点，无需加测天文点就可以计算  $\Delta N$ ，但要在某一定大小的区域内有重力测量资料。所以这两种方法各有优缺点。在我国大地网中，是根据测区的特点分别采用上述两种方法中的任意一种。



## (五) 正高

重力测量资料除了用来推算相对垂线偏差和大地水准面差距之外，它在水准测量中也有一定的作用，这就是利用重力测量数据进行水准面不平行改正的问题。



图3-12

从大地测量里知道，水准测量工作是在  $a$ 、 $b$  水准尺之间安置水准仪(图3-12)，读取水准尺上的读数，此两读数之差就

是  $a$ 、 $b$  两点的高差  $\Delta l$ 。这种观测方法的前提是要每一测站上通过视线的水准面与通过  $a$  点和  $b$  点的水准面都是平行的，这样高差  $\Delta l$  才是过  $a$ 、 $b$  两点的水准面之间的距离，在这个前提下，不论你沿那条路线测出的两个水准点之间的高差都是一样的，即水准测量与路线无关。在低精度水准测量中，就是这样做的。实际上，水准面之间是不平行的，如图3-13所示，由于通过  $A$ 、 $B$  两水准点的水准面互不平行，因此在  $A$ 、 $B$  之间进行水准测量时，即使是水准测量没有观测误差，按不同的路线测得  $A$ 、 $B$  两点的高差也会得到不同

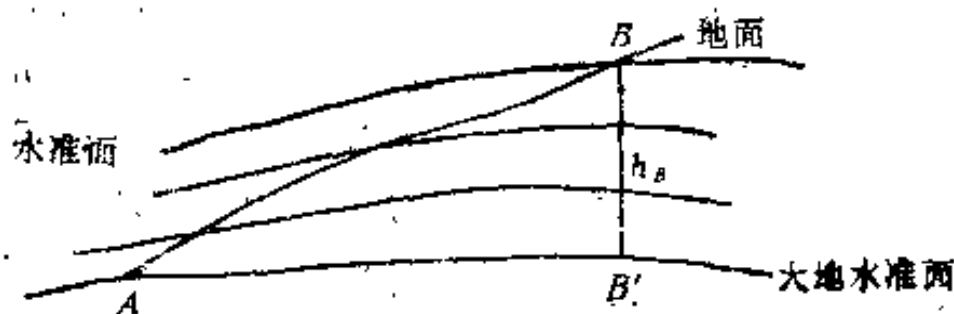


图 3-13

的数值。前面我们说过，重力是与水准面有关的，因此可以用重力测量数据在水准测量高度中改正水准面不平行的影响，从而求出  $B$  点距大地水准面的高度，即图 3-13 中的  $BB'$ ，称为正高  $h_B$ 。由重力测量数据求得的水准面不平行改正称为正高改正。

从以上所述的内容来看，重力测量在建立国家大地网的作用，主要是用来将地面大地网归化到椭球上和在水准网中用来计算水准面不平行改正。具体地说，就是计算三角点上的天文大地垂线偏差，量测边长处的天文大地水准面差距；以及水准测量的正高改正。因此它是大地测量中必不可少的部分。

## (六) 转换参数的确定

前面我们已经提到，在空间技术中，常常需要知道地面点  $P$  的地心坐标  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ ，而在国家大地网中采用的是参考椭球，所求得的是大地经纬度  $L$ 、 $B$  和大地高  $H$ ，或者用直角坐标来表示，也是以参考椭球的中心为原点的坐标  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，如图 3-14 所示。但是从图中可以看出，只要求得参考椭球中心相对于地心的三个坐标差  $\Delta X$ 、 $\Delta Y$  和  $\Delta Z$ ，就可以将  $x$ 、 $y$ 、 $z$  转换成  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ ，即

$$X = x + \Delta X$$

$$Y = y + \Delta Y \quad (3-5)$$

$$Z = z + \Delta Z$$

实际上这是一个坐标平移

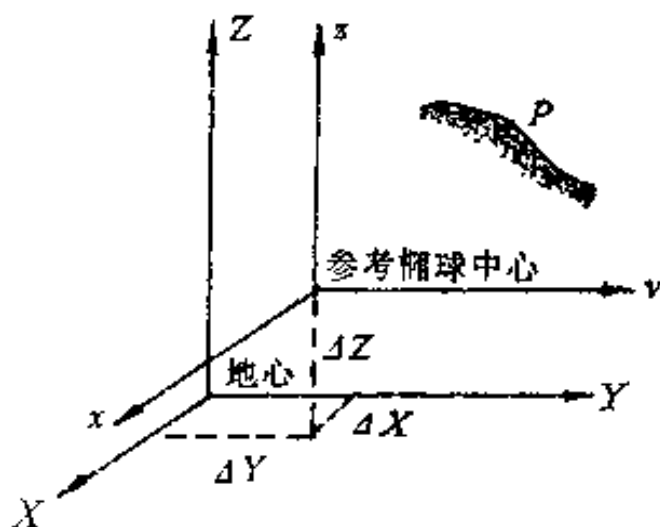


图 3-14

问题， $\Delta X$ 、 $\Delta Y$  和  $\Delta Z$  称为转换参数。可以采用重力的方法也可以用其它方法来确定，通常采用下列几种方法：

1. 与已知地心坐标的天文大地点联测。这种方法的实质是在一些控制点上已知  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ ，通过联测求得这些点上的  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ ，则可按 (3-5) 式算出  $\Delta X$ 、 $\Delta Y$ 、 $\Delta Z$ 。

2. 利用卫星直接测定。在国家大地网中，控制点的坐标  $x$ 、 $y$ 、 $z$  是已知的，因此我们可以利用卫星运行轨道和控制点上观测的卫星数据求得该点的  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 。这就是利用多普勒仪器测定转换参数的原理。

3. 根据天文大地资料计算的大地水准面差距和垂线偏差来确定。假设我们所采用的参考椭球与平均椭球的形状和大小一样，两个椭球仅是中心不一致。这样，地面控制点上两种大地水准面差距和垂线偏差之间的差别就反映了转换参数的影响。写成关系式为：

$$N - N_* = \cos B \cos L \Delta X + \cos B \sin L \Delta Y + \sin B \Delta Z$$

$$\xi'' - \xi_*'' = \frac{\rho''}{M} (\sin B \cos L \Delta X + \sin B \sin L \Delta Y - \cos B \Delta Z)$$

$$\eta'' - \eta_*'' = \frac{\rho''}{N} (\cos L \Delta Y - \sin L \Delta X)$$

上式称为弧度测量方程，式中  $M$  和  $N$  分别为子午圈和卯酉圈的曲率半径， $L$  及  $B$  分别为计算点的经纬度。由于等式左边的数值是可以通过天文大地和重力数据求得的，所以按最小二乘法可解出  $\Delta X$ 、 $\Delta Y$  及  $\Delta Z$ 。

如果还要考虑两个椭球的坐标轴不平行（在多普勒观测中常常要讨论这个问题）以及它们的大小和形状不一致，则在方程式中还要加入相应的改正一并解算。

由于垂线偏差受局部地区的影响比较大，它的变化就比较复杂，用它来求转换参数时包含了局部地区的因素，所以往往只用  $N-N_0$  的方程单独解算。在解算时，可以利用各控制点上“点”的  $N$  和  $N_0$  的数值列出方程解算，也可以利用区域（例如  $1^\circ \times 1^\circ$ ）“面”上的平均值列出方程解算。从精度上说，用“面”与“面”的配合，总要比“点”与“点”的配合好些。

## 四 地 球 潮 汐

### (一) 潮汐原理

地球处于宇宙空间，并在万有引力作用之下按一定规律运动着，所以地球本身产生一系列复杂的效应，地球潮汐现象就是其中之一。

谈到地球潮汐，生活在海边的人们很自然地想到海潮。海水时而上涨，时而下落，有的地方一天之内只有一涨一落，有的地方一天之内却有两涨两落。海水的这种周期性涨落现象每天都能看到。但是潮汐现象不只是在海洋才能发生，在地球外围的大气层，甚至在地球的固体部分都会发生，前者称为大气潮，后者称为固体潮。通常将地球固体潮简称为地球潮汐。这里也主要介绍后面这种潮汐现象以及它同大地测量学的关系。

地球的固体部分为什么会产生潮汐现象呢？这是因为地球本身不是一个绝对刚体，而是一个弹性体，所以在外力作用下，它的表面形状和内部物质分布是会发生变化的，这就是通常所说的地球发生了形变。从广义来说，地球形变不仅指地球形体的变化，而且还包括由此而引起的许多地球物理现象，例如与我们大地测量学有关的有：大地水准面的相对变化，重力数值的改变，垂线方向的偏离等等。其实，在这种情况下地球形变就是地球潮汐。所以地球潮汐现象也就不只是指地球固体部分象海潮那样有周期性涨落，而上面列举的三种地球物理现象也分别叫做大地水准面潮汐，重力固体潮和地倾斜固体潮。当然还有其它的地球物理现象，因而

也还有其它类型的潮汐，我们就不再一一列举。

潮汐现象究竟是怎样形成的呢？这在许多介绍海潮的书  
中已有详细的叙述。我们为了下面说明问题方便起见，这里  
只简单地介绍一下潮汐的成因。

地球潮汐是由其它天体对地球的引力引起的，其中以日  
月引力最为显著。但是只有这种引力还不行，它还必须通过  
地球的运动才能产生潮汐现象。我们以月亮为例来讨论，太  
阳情况类似。大家知道，月亮是一个绕地球旋转的天然卫  
星，可是在天文学里早已证实，月亮和地球两者都绕着一个  
公共质心在旋转，如图 4-1 所示， $E$  表示地球的质心（简  
称地心）， $L$  表示月亮的质心（简称月心）， $O$  称为“地月系公  
共质心”。在任何时刻， $E$ 、 $O$ 、 $L$  总是在一条直线上，象  
图 4-1 中的  $E_1$ 、 $O$ 、 $L_1$  和  $E_2$ 、 $O$ 、 $L_2$  就表示上述“三心”  
在任意两个时刻位于同一直线上的情况。由于地球的质量要  
比月亮的质量大多了，所以“地月系公共质心” $O$  必定非常  
靠近地心这一边。根据计算可知， $O$  点离开地心的距离约等  
于地球半径的 0.73 倍，即  
在 4671 公里的地方。显  
然，在图 4-1 中地心  $E$  绕  
 $O$  点的运转轨道为里面的  
小圆，月心  $L$  绕  $O$  点的运  
转轨道为外面的大圆。又  
从物理学中可知，一个做  
圆周运动的物体必然受到  
向心力的作用。由于地心  
 $E$  绕“地月系公共质心”  
做圆周运动，所以在地球

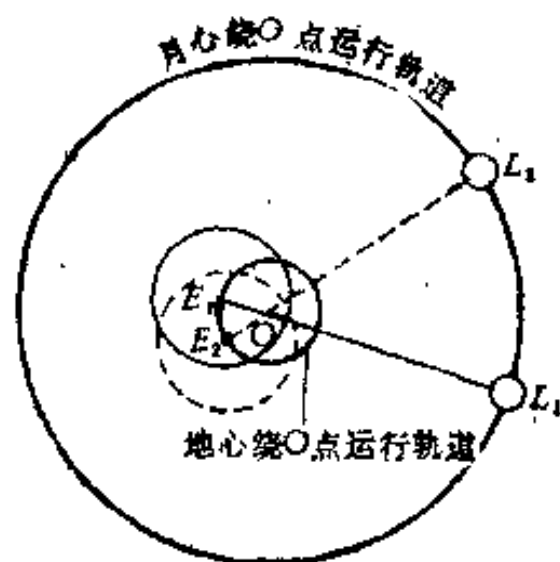


图 4-1

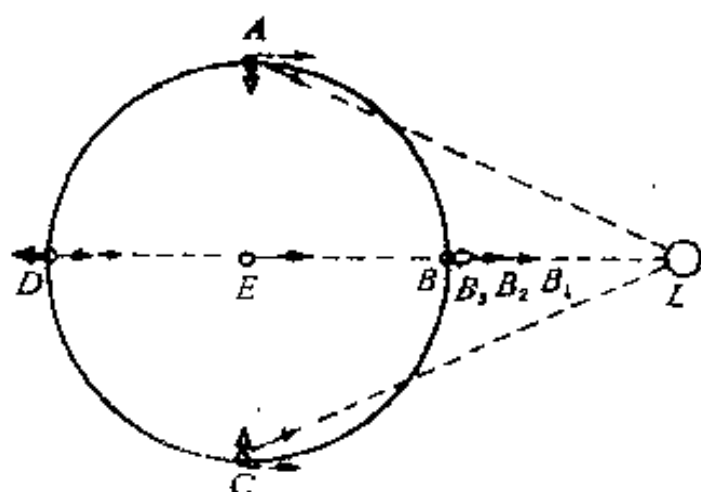


图 4-2

心上一定有一个向心力作用着，这个向心力就是月亮对地心的引力（如图 4-2 中的实线箭头所示，其方向沿地月心联线指向月心）。但是由于地球的各个部分都随地心一起运转，所以作用在地球上每一点的

向心力的大小和方向都跟作用在地心上的向心力一样（在图 4-2 中，其它点上的向心力用虚线箭头表示，其方向平行于地月心联线，朝向月亮），而这些点上的向心力也来自月亮的引力，不过此引力的方向不管在地球的什么地方总是指向月心，相互之间并不平行，其大小也随点位的不同而不同。这样就产生了下列现象：如图 4-2 所示，在地心  $E$  上月亮的引力刚好提供给  $E$  点作圆周运动的向心力，在离月亮最近的  $B$  点上，月亮引力  $BB_1$  比  $E$  点上的大，因此除了保证  $B$  点随地心  $E$  作圆周运动所需要的向心力  $BB_2$  之外，还有多余的力  $BB_3$ （在图中用双线箭头表示），这个多余的力称为引潮力，它使  $B$  点背离地心运动，即向外拉长地球。再看离月亮最远的  $D$  点，月亮对它的引力小于  $E$  点的引力，此时月亮引力不能保证提供  $D$  点随地心作圆周运动所需要的向心力，因此  $D$  点只能背离地心向外运动，使  $D$  点向外运动的力也是引潮力，它同样向外拉长地球。在与地月心联线方向相垂直的方向上的  $A$ 、 $C$  两点，按照上面同样的分析可以看出，月亮引力除了提供  $A$ 、 $C$  两点的向心力之外，也还有剩

余的引潮力，它使  $A$ 、 $C$  两点朝向地心运动，即向内压扁地球。除了这四点之外，地球的其它点上的引潮力方向就不正好背离地心或指向地心，而且大小也不相同。正是这种引潮力才引起地球潮汐现象。假设地球表面覆盖一层静止的海水（即大地水准面），如果它原来的形状是圆球，则在引潮力的作用下其形状就变成了椭球，称为潮汐椭球，如图 4-3 所示。椭球长轴在地月心连线方向上“拉长”的地方为涨潮，“压扁”的地方为落潮。

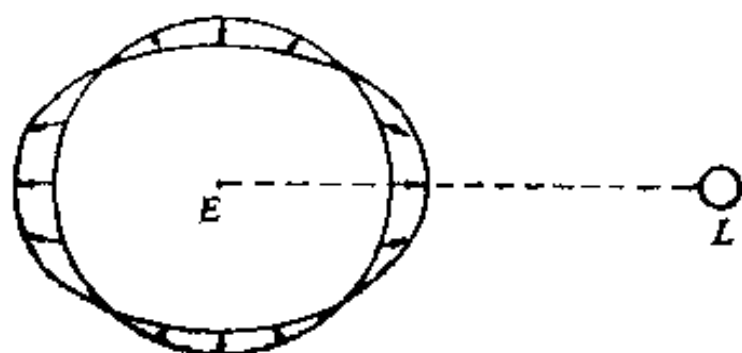


图 4-3

地球除了绕“地月系公共质心”运转外，还绕自身的极轴自转，这样就引起潮汐的周期性变化。在图 4-4 中假设月亮位于天球的赤道平面内，即它的赤纬等于零。这时月亮

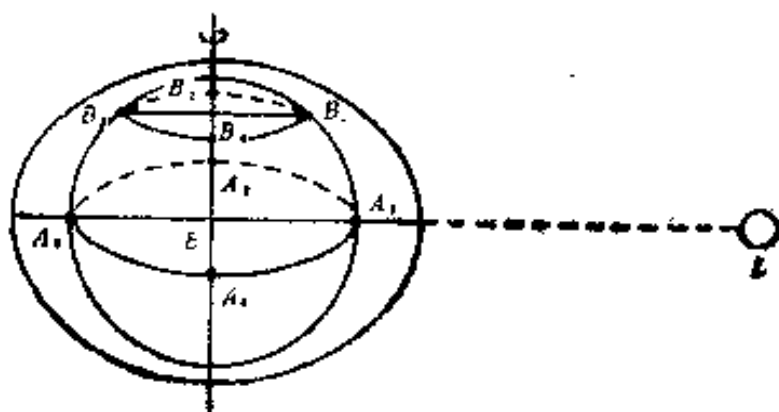


图 4-4



的引潮力一方面将地球在赤道方向上“拉长”，在两极方向上“压扁”，另一方面由于地球每天自转一周，在地球表面各点每天就有两次涨潮和两次落潮，如图4-4所示，当月亮在赤道 $A_1$ 点的上中天时涨潮，当 $A_1$ 点转到 $A_2$ 位置时落潮，转到 $A_3$ 位置又涨潮，转到 $A_4$ 位置时又落潮，对于任意纬度上的 $B_1$ 点都有类似的情况。这种半天出现一个周期的潮汐现象称为半日潮。从图4-4可以看出，地面某一点上半日潮的相邻两次潮汐高度和时间间隔是一样的。但是月亮经常不处于这种特殊位置。从天文学里可知，在一个月內月亮赤纬的变化范围为 $0^\circ$ 到 $\pm 28^\circ 36'$ 。在这种情况下，对地面某一点，相邻两次的潮汐高度和时间间隔就不完全相同了。从图4-5可以清楚地看出，对于地球赤道上的 $A_1$ 点仍出现半日潮，相邻两次的潮汐时间间隔（ $\overbrace{A_4 A_1 A_2} \approx \overbrace{A_2 A_3 A_4}$ ）和高度相同。对于地球北极（南极一样）附近地区（图中 $CC_1$ 的范围内）的 $C$ 点，当它朝向月亮时为涨潮，当它转到背向

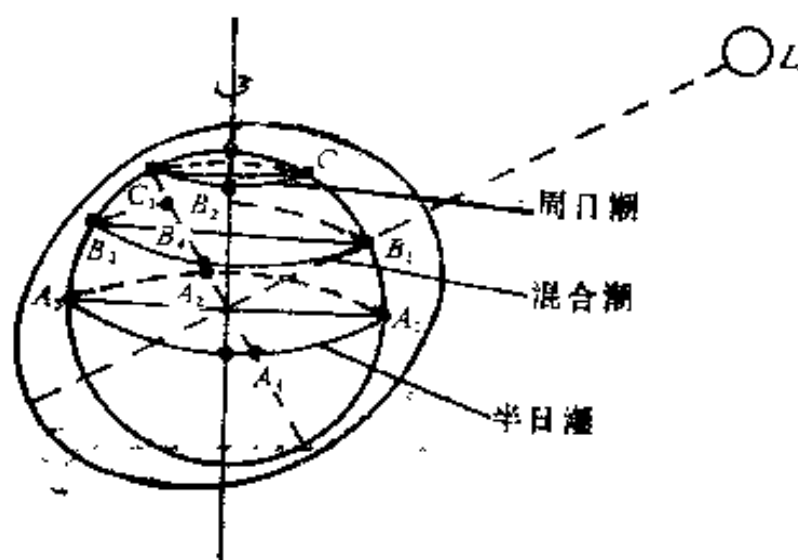


图 4-5

月亮的 $C_1$ 点时为落潮，所以在这地区一天只出现一次涨潮和一次落潮，这种一天出现一个周期的潮汐现象称为周日潮。对于在极区和赤道之间地区的 $B_1$ 点，每天仍然出现两次涨潮和两次落潮，但相邻两次潮汐时间间隔（ $\widehat{B_4 B_1 B_2} \approx \widehat{B_2 B_3 B_4}$ ）和高度是不相同的，随着月亮赤纬的增大，潮高和潮时不等现象愈加显著，这种潮汐现象称为混合潮。由此可知，由于地球自转和月亮相对于地球的位置不同而使引潮力发生周期性变化，这样才出现了不同周期的潮汐。以上我们还只讲了月亮引潮力产生的潮汐现象，如果再加进太阳引潮力，并考虑到日、地、月三者之间的相对运动关系，则可想象得到整个潮汐现象具有极其复杂的周期性质。

通常为了研究问题方便起见，和前面所讲的引力位一样，这里也可以通过相应的引潮力位去研究各种周期性的潮汐现象，例如用它去推算大地水准面的变化，对重力的影响以及垂线偏离等等。

对于引潮力位，同样可以用一个类似于（2-4）式的球函数级数表示出来，这样就可以把具有复杂周期的引潮力位分解成许多简单周期分潮波的叠加形式，例如根据日、地、月相对运动关系可将引潮力位分解成为

$$T = \sum_{i=1}^n A_i \cos\left(\frac{2\pi}{\tau_i} t + \varphi_i\right)$$

式中 $A_i$ 为每一个分潮波的振幅， $\tau_i$ 为分潮波的周期， $\varphi_i$ 为分潮波的初相位， $n$ 为分潮波的个数。

现在已可将引潮力位分解成386个分潮波，还有的分解成五百多个分潮波的。每个分潮波的振幅和周期都各不相同。但是实际上其中大量分潮波的影响是很小的，面对实际最有用的是下列十个影响较大的主要分潮波。

表 4-1

周 日 波	周 期	日 波	周 期
$O_1$	$25^h 49^m$	$M_2$	$12^h 25^m$
$Q_1$	$25^h 18^m$	$S_2$	$12^h 00^m$
$K_1$	$23^h 56^m$	$N_2$	$12^h 39^m$
$M_1$	$24^h 51^m$	$L_2$	$12^h 07^m$
$J_1$	$23^h 55^m$	$2N_2$	$12^h 55^m$

## (二) 刚体地球的潮汐现象

所谓刚体地球，这是对地球结构做了一种理想假设的情况，即在外力作用下，地球的形状和内部物质分布不发生变化。在这种情况下日月引潮力作用在地球上将会产生怎样的潮汐现象呢？

(1) 地球固体部分不会有任何变化。但覆盖在地球表面的海水面(即刚体地球的大地水准面)在引潮力作用下将发生形变，形变后的大地水准面形状如图 4-6 的 椭球。这种潮汐现象称为大地水准面潮汐。由于作用在  $A$  点的引潮力  $F$  可以分解成两个分力，其一沿垂线方向  $G$ ，即与刚体地球大地水

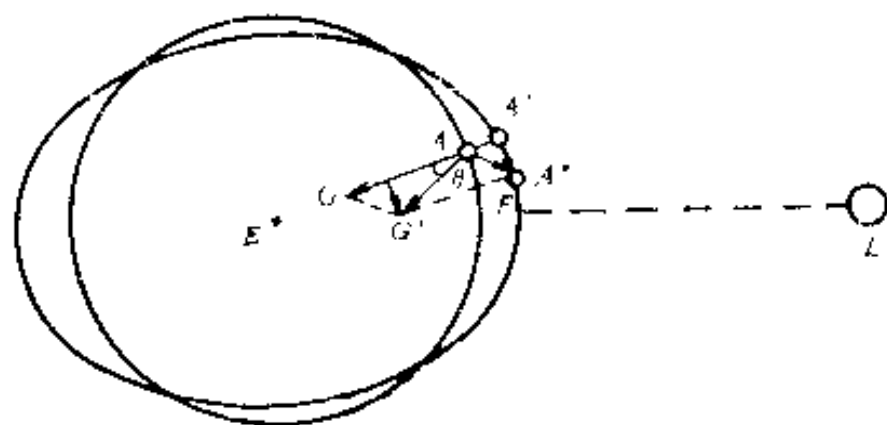


图 4-6

准面相垂直的重力方向，此垂直分力使  $A$  点沿垂线上升到  $A'$  点， $AA'$  的距离称为大地水准面的平衡潮高。引潮力  $F$  的另一个分力为沿垂直于垂线方向的水平分力，它使  $A$  点产生水平位移，再由  $A'$  点移到  $A''$  点，称为刚体地球大地水准面的水平位移。这样，在引潮力作用下，刚体地球大地水准面上的  $A$  点就移到形变后大地水准面上的  $A''$  点。大地水准面发生形变，固然是由于引潮力的影响，但从“位”的意义上看，则是刚体地球重力位发生了变化。这里重力位的变化就是引潮力位，它相当于前面曾经提到过的扰动位。由此，我们可以仿照推算大地水准面差距的方法，通过引潮力位推求出大地水准面的平衡潮高和水平位移。

(2) 在刚体地球大地水准面上的  $A$  点作用了重力，同时又作用了引潮力，此两力的合力方向称为瞬时垂线，所以引潮力使刚体地球大地水准面的垂线  $G$  偏离到瞬时垂线  $G'$  的方向上，而这个瞬时垂线方向总是与形变后的大地水准面相垂直，使它达到新的平衡。这样，垂线偏离事实上就是使刚体地球大地水准面发生倾斜，这种潮汐现象称为大地水准面倾斜固体潮，或简称地倾斜固体潮。从图 4-6 可以看出，垂线偏离的角度  $\theta$  的大小是与刚体地球的重力和引潮力水平分量的大小和方向有关的，因此只要知道后面这两个因素，垂线偏离角是不难求得的，而引潮力水平分量也可以通过引潮力位推算出来。

(3) 作用在  $A$  点的引潮力垂直分力不仅使  $A$  点产生垂直位移，而且还使  $A$  点的重力值发生变化，所以引潮力的垂直分力就称为刚体地球的重力固体潮，或简称重力固体潮。它的数值大小仍然可以通过引潮力位推算出来。

由于以上三种潮汐现象都是对刚体地球而言的，它是一

种理想情况，所以又可以把它们叫做平衡潮现象，而且这些潮汐数值大小又都可以通过引潮力位从理论上严密地计算出来，因而它们都是理论值，并且和引潮力位一样，也具有复杂的周期性质，所以都可以用许多不同周期的分潮波叠加而成。

### （三）弹性地球的潮汐现象和勒甫数

前面曾经讲过，实际地球并不是一个完全刚体，而是一个具有粘滞性的弹性体。在外力作用下弹性地球本身（这里主要指地球的固体部分）的形体和内部物质分布都将发生形变。在这种情况下由于日月引潮力作用而产生的潮汐现象就与平衡潮不同了。通常引进三个与地球的弹性和密度分布有关的勒甫数来表示此两种潮汐之间的关系。

（1）勒甫数  $h$ 。当日月引潮力作用在弹性地球上时，地球的固体表面和大地水准面一样将发生垂直位移，此垂直位移称为地球固体潮高。所谓勒甫数  $h$  就是地面的固体潮高和大地水准面的平衡潮高之比值。

（2）勒甫数  $k$ 。由于弹性地球在日月引潮力作用下发生的弹性形变引起地球本身的重力位改变，重力位的这种变化称为地球的附加位。所谓勒甫数  $k$ ，就是地球的附加位和刚体地球的引潮力位之比值。

（3）勒甫数  $l$ 。弹性地球的固体表面在引潮力作用下也会发生水平位移。所谓勒甫数  $l$ ，就是地球固体表面的水平位移和刚体地球的大地水准面水平位移之比值。

各种地球潮汐现象是可以用仪器实际观测出来的。但是由于地球潮汐是一种很复杂的地球物理现象，它包含了很多潮汐因素，并且相互影响，因此我们实测出来的潮汐结果就

不只是与某一个勒甫数有关的潮汐现象，而是与几个勒甫数的组合有关的潮汐现象。由此，固体潮的观测值与其计算的理论值是不相符合的。因为各种固体潮现象都可用许多简单周期性的分潮波叠加而成，所以这种不符值在每一个分潮波在某一时刻的数值大小（即振幅）和相应时间（即相位）上反映出来，如图4-7所示，实线潮波曲线表示固体潮中某一潮波的观测结果，虚线潮波曲线表示相应的理论值。通常用下列两个量来表示固体潮观测值和理论值之间的关系，其中一个量是两者的振幅比：

$$\delta = \frac{\text{固体潮观测振幅 } H_{\text{观}}}{\text{固体潮理论振幅 } H_{\text{理}}}$$

比值  $\delta$  称为潮汐因子，不同的潮汐现象有不同的潮汐因子。另一个量是两者的相位差：

$$\Delta\varphi = \text{观测值相位} - \text{理论值相位}$$

差值  $\Delta\varphi$  称为相位滞后。不同的潮汐现象也有不同的相位滞后。

通常可用仪器实测出来的有以下几种潮汐现象：

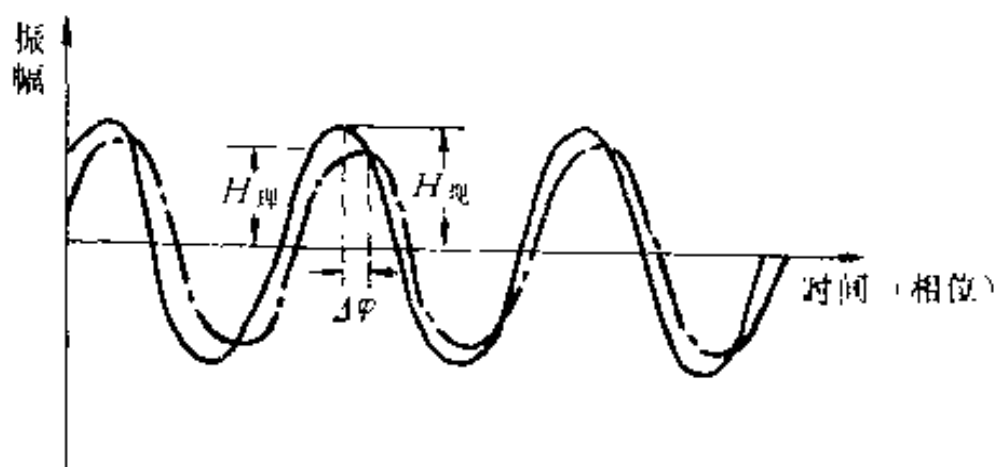


图 4-7

(1) 海平面相对于弹性地球表面的变化。如图 4-8 所示, ①为原来没有形变的地球表面, ②为原来没有形变的海平面, 假设海平面覆盖在地球表面上, 海深等于零。但在日月引潮力作用下, 海平面②产生大地水准面潮汐变为③, 同时地球表面①也产生固体潮变为④, 又由于地球固体潮使地球本身的重力位产生附加位, 此附加位又使海平面③位移变为⑤。因为观测海潮的测潮计是放在地球表面上的, 所以最后记录到的只能是海平面⑤相对于形变后的地面④的高度  $H_{\text{实}}$ , 而海潮的理论高度 (即平衡潮高) 为海平面③相对于原来未形变的海平面②的高度  $H_{\text{理}}$ 。两者潮波振幅的比值为:

$$\gamma = 1 + k - h = \frac{H_{\text{实}}}{H_{\text{理}}}$$

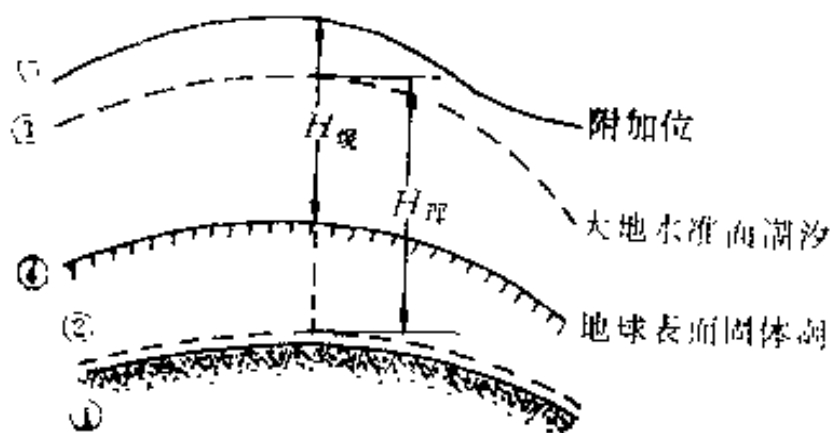


图 4-8

$\gamma$ 称为海潮潮汐因子。从图 4-8 很易看出, 实测的海潮高度  $H_{\text{实}}$  是海潮理论高度加上因附加位而引起的大海平面变化 (与勒甫数  $k$  有关), 再减去固体潮高 (与勒甫数  $h$  有关), 由此, 潮汐因子  $\gamma$  是勒甫数  $k$  和  $h$  的线性组合。

(2) 弹性地球的重力变化。如图 4-9 所示, 重力仪安置在弹性地球的  $A$  点记录重力变化。假设  $A$  点原来重力值

为  $g$ ，日月引潮力的垂直分力（即重力固体潮）为  $\Delta g_1$ ，如图 4-9 (a) 所示，设它和  $g$  的方向相反，因此使  $A$  点重力值减小。此时在日月引潮力作用下弹性地球表面升高，则重力仅随  $A$  点升高，重力值减小，设此减小值为  $\Delta g_2$ ，它与

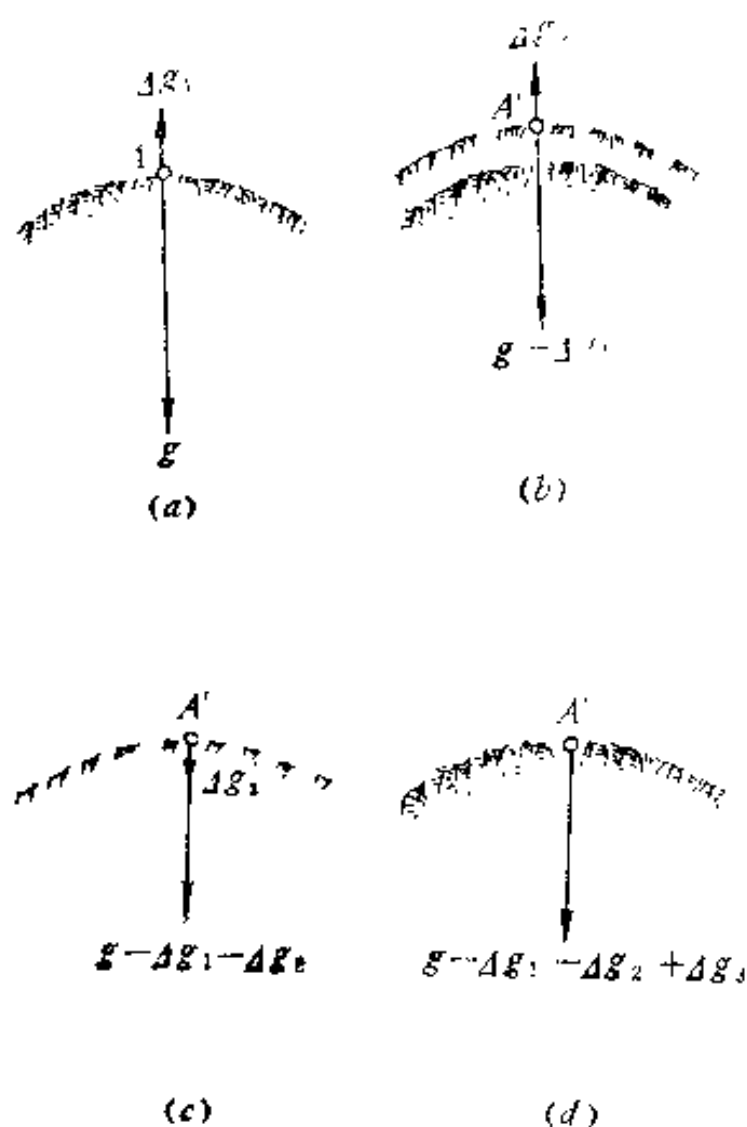


图 4-9



勒甫数  $h$  有关, 如图 4-9 (b) 所示。又由于弹性地球产生形变而引起附加位, 与其相应地重力值增加, 设此增加值为  $\Delta g_3$ , 它与勒甫数  $h$  有关, 如图 4-9 (c) 所示, 因此用重力仪实际记录到的重力变化  $\Delta g$  为  $-\Delta g_1 - \Delta g_2 + \Delta g_3$ , 它的潮波振幅  $H_{\text{实}}$  与重力固体潮理论振幅  $H_{\text{理}}$  的比值为

$$\delta = 1 + h - \frac{3}{2}k = \frac{H_{\text{实}}}{H_{\text{理}}}$$

$\delta$  称为重力潮汐因子。从以上叙述中很易理解, 它也是勒甫数  $h$  和  $k$  的线性组合。

(3) 垂线相对于弹性地球表面法线的偏离。如图 4-10 所示, ①为刚体地球的重力方向, 即刚体地球大地水准面的法线, ②为刚体地球的重力和日月引潮力的合力方向, ③为由于地球潮汐引起的地球附加位又使合力方向②所偏离的方向, 此方向就是瞬时垂线的实际方向, ④为在日月引潮力作用下弹性地球表面发生倾斜以后的法线方向。安置在地球表面的倾斜仪的轴线随地面倾斜而倾斜, 所以它实际记录到的是瞬时垂线方向③相对于弹性地球表面的法线④的偏离角。

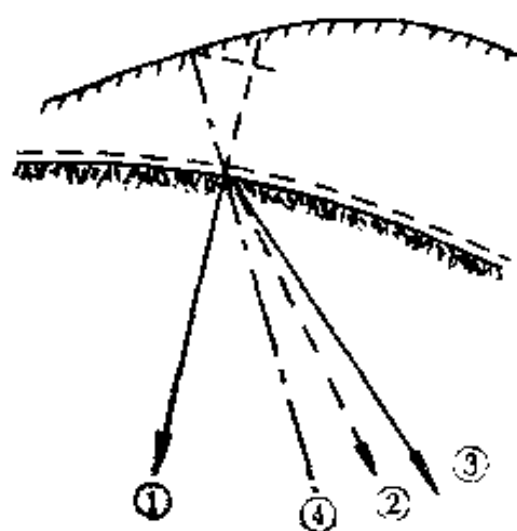


图 4-10

此观测值的潮波振幅  $H_{\text{实}}$  与地倾斜固体潮理论值的潮波振幅  $H_{\text{理}}$  之比为:

$$\gamma = 1 + k - h = \frac{H_{\text{实}}}{H_{\text{理}}}$$

$\gamma$  又可称为地倾斜潮汐因子, 是勒甫数  $k$  和  $h$  的线性组合。实际上它和海潮潮汐因子是一样的, 因为从图 4-8 和图 4-10 可以看出, 引起两种潮汐现象

的原因是完全相同的。由于图 4-10 中的 ①, ②, ③, ④ 几个方向分别是图 4-8 中 ②, ③, ⑤, ④ 几个曲面的法线, 所以曲面和法线的变化是一致的。

(4) 垂线相对于地轴的偏离。如图 4-11 所示, ①, ②, ③ 三个方向和图 4-10 中的 ①, ②, ③ 三个方向的意义相同 (在这里假设这三个方向都在子午面内)。③ 即为瞬时垂线方向, 它与 ① 方向之间的偏离角实际上就是垂线在引潮力作用下相对于地轴的偏离。

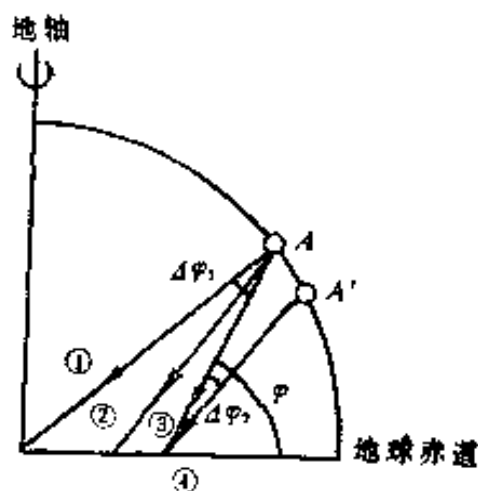


图 4-11

从天文学里可知, 此瞬时垂线和地球赤道面的交角就是天文纬度, 如图 4-11 中的  $\varphi$  角, 并且在进行天文测量时, 度量此瞬时垂线方向的参考轴是地轴, 它不随弹性地球表面的倾斜而发生偏离, 所以弹性地球表面的倾斜是不会改变天文纬度的。但是在日月引潮力的作用下, 弹性地球表面会产生水平位移, 致使观测点由 A 点移动到 A' 点 (见图 4-11), 这时瞬时垂线方向就会发生偏离了, 因而使天文纬度发生变化。由图 4-11 很易看出, 瞬时垂线 ③ 朝向地轴倾斜, 使纬度增大  $\Delta\varphi_1$ , 瞬时垂线 ④ 背向地轴倾斜而使纬度减小  $\Delta\varphi_2$ , 因此瞬时垂线和地轴之间的相对变化为  $\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2$ , 这是能够通过天文观测实际测得的变化值, 它的潮波振幅  $H_{\text{潮}}$  与瞬时垂线相对于地轴倾斜的理论值 (即地倾斜固体潮的理论值) 的潮波振幅  $H_{\text{理}}$  之比为:

$$A = 1 + k - l = \frac{H_{\text{潮}}}{H_{\text{理}}}$$

$A$ 称为天文潮汐因子。从图 4-11 可以看出, 实测的天文纬度变化值为  $\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2$ ,  $\Delta\varphi_1$  是地倾斜固体潮理论值加上因附加位所引起的垂线变化, 后者与勒甫数  $k$  有关,  $\Delta\varphi_2$  是由于地球潮汐的水平位移而引起的垂线方向的变化, 它与勒甫数  $l$  有关, 所以天文潮汐因子  $A$  是勒甫数  $k$  和  $l$  的线性组合。对于天文经度  $\lambda$  也有相同的潮汐因子。

#### (四) 地球潮汐观测和调和分析

从上节所述可知, 为了推求各种潮汐因子, 必须通过不同手段观测地球潮汐现象, 例如, 为了推求潮汐因子  $\gamma$ , 既可以利用海边验潮站的测潮计 (或水尺) 观测海水面相对地球表面的垂直升降, 也可以利用倾斜仪观测瞬时垂线相对地面法线的倾斜。但是测潮计的观测不仅麻烦, 而且又不易得到精确结果, 所以通常都是采用倾斜仪, 它是根据水平摆的原理制成的。目前以比利时的石英水平摆倾斜仪的精度较好。为了推求潮汐因子  $\delta$ , 现在普通采用高精度重力仪在固定站上记录重力变化。近几年来有的国家也在研究利用摆仪进行重力固体潮的观测。目前使用较广和精度较高的重力仪有美国的勒柯斯特-隆贝格型 (图 4-12) 以及西德的 GS 型重力仪 (图 4-13)。虽然还可以利用长期的天文经纬度观测推求潮汐因子  $A$ , 但也是由于天文观测



图 4-12

定站上记录重力变化。近几年来有的国家也在研究利用摆仪进行重力固体潮的观测。目前使用较广和精度较高的重力仪有美国的勒柯斯特-隆贝格型 (图 4-12) 以及西德的 GS 型重力仪 (图 4-13)。虽然还可以利用长期的天文经纬度观测推求潮汐因子  $A$ , 但也是由于天文观测

费事又不易达到高精度，所以在实际中很少采用。

为了精确推求潮汐因子，不论是记录地倾斜固体潮还是重力固体潮，都必须达到高精度，因此地球潮汐观测要满足下列要求：

(1) 记录地球潮汐的仪器必须具有很高的观测精度和很小的零点漂移。目前象比利时的石英水平摆倾斜仪就可达到 $0.00005$ 的精度。地球动力型和勒柯斯特-隆贝格型重力仪可达到微伽级精度。

(2) 在进行地球潮汐观测时，仪器本身要能自动记录，以便获得连续不断的观测资料。所以不论是倾斜仪还是重力仪都采用自动摄影装置或者电容传感器来达到这一目的。图4-14为重力仪的自动记录装置。

(3) 为了达到高精度，观测地球潮汐的仪器应该尽量避免和克服各种外界因素的干扰。这除了要求在仪器本身的结构上采取许多措施以外，在观测时还应将仪器安置在地洞或山洞里，例如石英水平摆倾斜仪就应放在地下至少500米的深洞里以防止地面上的种种干扰。

前面已经讲过，各种地球潮汐现象都是由许多简单周期的分潮波叠加而成，而这些分潮波的振幅和相位变化都是固



图 4-13



图 4-14

定的。但是用仪器实际记录到的观测值（例如重力变化曲线，倾斜变化曲线等）是总的引潮力的影响，它既包含了各个分潮波的数值（日月引潮力影响混合在一起），也包含了仪器的观测误差和零点漂移等。为了将潮汐观测值用于精确推求潮汐因子，还必须通过数字滤波的方法从固体潮观测值中消除零点漂移和观测误差，而且还要将实际需要的分潮波单独分离出来，这就是说要将太阳和月亮引起的潮汐波分开，同时还要在太阳和月亮两类潮汐波中将不同周期的分潮波分开，这样求出各个分潮波的观测振幅和相位，然后将它们与同周期分潮波的理论振幅和相位进行比较才能导出潮汐因子和相位滞后。这种从一个总潮波中分离出若干分潮波的过程称为地球潮汐的调和解析。通常总是分离出表 4-1 中的十个主要分潮波来推求潮汐因子。

如果在地球表面各地建立了固体潮观测站，而且每个台站上又具备各种潮汐观测仪器，这样就可以求得潮汐因子  $\nu$ 、 $\delta$ 、 $A$  等，因而也就可以求出勒甫数  $h$ 、 $k$ 、 $l$ 。这里顺便指出，目前对于勒甫数  $l$  多是直接推求，即采用一种伸缩仪直接测出地面因潮汐而引起的水平位移，然后将它与理论值相比而得。

## （五）地球潮汐和大地测量的关系

随着科学技术的飞速发展，有许多新兴的学科在逐渐形成，地球动力学就是其中的一门。它涉及到天文学、大地测量学、地球物理学以及地质学等方面的问题，这是一门从动力学的观点来研究地球的科学。地球潮汐在其中占有重要地位，起着连系各个有关学科的纽带作用。由于地球潮汐牵涉的面较广，这里不能一一列举它对各门学科所起的作用，只能简要介绍它和大地测量学的关系。

根据实际潮汐观测资料可知，在日月引潮力的作用下，重力变化可能达到 300 微伽，垂线偏离可能达到 40 毫秒，地球固体表面在垂直方向上的位移可能达到 60 厘米。这些变化数值对于许多高精度大地测量工作是有影响的，必须予以考虑。

### （1）高精度重力测量

高精度重力测量通常用于两个目的，一是在世界范围内或在一个国家里建立重力基准网，例如 1971 年国际重力基准网 (IGSN 71)，它既作为一切重力测量的控制基础，又作为检定重力仪的“比较基线”，对于这样的网重力联测要有很高的精度，例如微伽级精度，因此必须在重力观测值中考虑到重力固体潮的改正，简称潮汐改正，以消除其影响。高

精度重力测量的另一个目的是检测重力的长期变化，这是地球动力学中的一个重要研究课题。为此必须在一些固定台站上进行长期的重力观测，并且仔细地排除各种外界干扰，其中包括重力固体潮的影响，方能检测出重力的长期变化。为了求得合乎实际的改正数，以上两种目的都需要精确的重力潮汐因子  $\delta$ 。

## （2）空间大地测量

近年来，空间大地测量得到迅速发展，这不仅指卫星大地测量，而且还有甚长基线干涉测量和激光测月等新的测量方法。地球潮汐对这些测量工作也是有影响的。首先在卫星大地测量中，不论是利用卫星轨道摄动研究地球重力场，还是利用多普勒进行定位，总是要消除一些无关的摄动力对卫星轨道根数的影响，其中就包括了地球潮汐的影响。因为这种摄动影响是地球本身在日月引潮力作用下产生的附加位引起的，所以在计算这种潮汐摄动影响时需要知道勒甫数  $k$ 。其次在进行甚长基线干涉测量、激光测月以及激光测卫工作时，它们都是测定很长的距离，而其精度可以达到很高的程度，例如对于几千公里的甚长基线测量可达 5 ~ 10 厘米的精度，对于激光测月或激光测卫，测量精度甚至可达 1 ~ 2 厘米。由于地球潮汐引起地面的垂直或水平位移可达到几分米，这种影响是非考虑不可的。同样，为了求得符合实际的改正值，则必须精确测定勒甫数  $k$  和  $l$ 。

## （3）精密水准测量

大家都知道，在进行水准测量时，水准仪是根据水准器来定平的，这就是说水准仪的竖轴被安置在垂线方向上。但在地球潮汐的作用下，垂线相对于地面法线产生偏离，这就使水准仪竖轴的位置倾斜，或者说水准仪的视准轴不水平，

从而影响水准测量结果。这种影响当然是很小的。据估计每公里约 0.1 毫米，但对于一些特殊目的的精密水准测量，如为探测地壳运动的水准测量，或长距离精密水准（当水准线路长 1000 公里时，此项改正约为 120 毫米），则需进行这项潮汐改正。因为这种影响既与水准面的形变有关，又与地面垂直位移有关，所以要在精密水准测量中加潮汐改正，则必须精确知道潮汐因子  $\gamma$ 。

地球潮汐除了在大地球物理学中有以上这些作用之外，在其它有关学科中也有一定的作用。例如在天文学里用它研究地球极移、地球自转速度的变化、时间的改正以及岁差、章动等，在地球物理学中用它研究地球内部构造，特别是研究地核的状态，还可用它探测断层的位置等等，所以地球潮汐的研究也就愈来愈被人们所重视。

正确利用地球潮汐的研究结果，主要是精确推求各种潮汐因子，以便求得正确的勒甫数和相位滞后。目前虽在世界各地建立了不少的固体潮观测站，而且具备各种观测手段，也进行了长期连续的观测，积累了丰富资料，但求得的潮汐因子是很不理想的，其中一个主要原因就是地球固体潮受到海潮的影响太大，即使在观测站离开海岸 1000 公里远的地方，海潮影响仍然是非常严重的，所以当前在发展地球潮汐的研究过程中，除了大力研究潮汐观测仪器和方法以及观测资料的分析之外，对海潮影响的研究占有重要地位，这可以说是现在研究地球潮汐这一课题的重点。



