

磁偏角与磁倾角的公式推导与运算*

王解先^{1,2)} 李浩军¹⁾

(1) 同济大学测量与国土信息系, 上海 200092
(2) 现代工程测量国家测绘局重点实验室, 上海 200092)

摘 要 讨论磁方位角与真方位角的关系。基于地磁理论, 推导在已知大地经度、纬度和高程时, 磁偏角及磁倾角的计算公式。并对中国经度、纬度范围内所对应的磁偏角和磁倾角进行计算, 分析磁偏角和磁倾角随经度、纬度和高程的变化规律。

关键词 磁偏角; 磁倾角; 真方位角; 大地坐标; 球谐函数

中图分类号: P212

文献标识码: A

CALCULATION AND FORMULA DEDUCTION OF MAGNETIC DECLINATION AND GEOMAGNETIC INCLINATION

Wang Jiexian^{1,2)} and Li Haojun¹⁾

(1) Department of Surveying and Geomatics, Tongji University, Shanghai 200092
(2) Key Laboratory of Modern Engineering Surveying, State Bureau of Surveying and Mapping, Shanghai 200092)

Abstract Magnetic declination is the angle between magnetic north and true north, the angle will change with the variation of latitude, longitude and height. The relation between magnetic meridian azimuth and true azimuth is discussed, and the calculation formula of magnetic declination and geomagnetic inclination are deduced when the latitude, longitude and height are known. At the same time, the magnetic declination and geomagnetic inclination in China are calculated, and their variation rules with the variation of latitude, longitude and height are analyzed.

Key words: magnetic declination; geomagnetic inclination; true azimuth; geodetic coordinate; spherical harmonic function

1 前言

直线定向就是确定地面直线与标准方向的夹角, 所选标准方向(真子午线方向和磁子午线方向)不同, 其夹角的大小不同, 直线的方向也不同。基于磁北方向的磁方位角与真北方向的真方位角在数值大小上存在差异, 即磁北方向与真北方向之间存在一定的夹角, 这一夹角称磁偏角。由于地磁会随着时间的、地点的变化而变化, 从而决定了磁偏角的变化

性。首先, 讨论了几种方位角的关系; 然后基于地磁理论, 推导了在已知大地坐标时磁偏角的计算公式, 并对我国经度、纬度范围内对应的磁偏角和磁倾角进行了求解, 分析了磁偏角和磁倾角随经度、纬度及高程的变化规律。这对于磁偏角的估算和实际应用具有一定的现实意义。

2 方位角

直线的定向就是确定地面直线与标准方向的

* 收稿日期: 2009-01-25

作者简介: 王解先, 男, 1963年生, 教授, 主要从事卫星大地测量研究. E-mail: wangjiexian@tongji.edu.cn

夹角,其标准方向可分为:

1) 真子午线方向,即地面任一点在真子午线处的切线方向;

2) 磁子午线方向,即地面任一点在磁子午线处的切线方向;

3) 轴子午线(坐标纵轴)方向,即地面任一点与高斯平面直角坐标系或假定坐标系的坐标纵轴平行的方向。磁偏角就是真、磁子午线的夹角 δ 。由于子午线北端顺时针方向量到测线上的夹角,由于标准方向的不同,产生了不同的方位角,有:真方位角 α , 磁方位角 β , 坐标方位角 γ 。各方位角的关系表示为:

$$\alpha = \beta + \delta = \gamma + \theta \quad (1)$$

式(1)中, θ 为子午线收敛角,由于真子午线与轴子午线的不重合而产生的夹角。其中真方位角与磁方位角之间的关系可用图1表示。

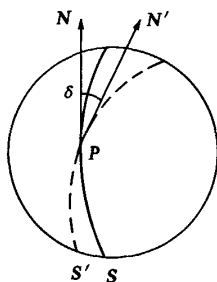


图1 磁方位角与真方位角的关系

Fig. 1 Relation between magnetic meridian azimuth and true azimuth

3 磁偏角的求解

3.1 地磁要素

在地磁研究中,对于地磁场强度以矢量 B 表示,同时引入参考坐标系来描述这一矢量。对应坐标系定义为:原点 O 位于研究点,直角坐标系中 OX 指向地理北, OY 指向地理东, OZ 垂直向下。 B 为地磁场总强度; B_H 为 B 在水平面内的投影,称为水平强度或水平分量; X 为 H 在 OX 轴上的投影,称为北向强度或北向分量; Y 为 H 在 OY 轴上的投影,称为东向强度或东向分量; Z 为 F 在 OZ 轴上的投影,称为垂直强度或垂直分量; D 为 H 偏离 OX 轴即偏离地理北的角度,称为磁偏角, H 向东偏为正; I 为 B 同水平面的夹角,称为磁倾角, B 向下倾为正。各地磁要素之间的关系如图2所示。

3.2 地磁模型及磁偏角的计算

国际参考地磁场(IGRF)是描述地球主磁场的标准全球模型,在IGRF模型中,主磁场的标量磁位

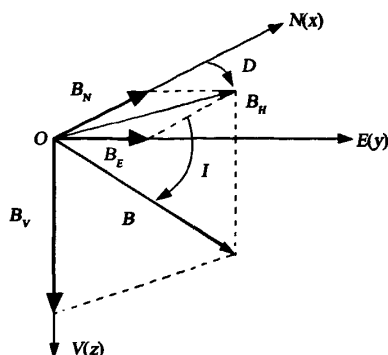


图2 各地磁要素的关系

Fig. 2 Relations among all geomagnetic essentials

可用球谐函数表达^[1-3]:

$$V(r, \theta, \varphi) =$$

$$a \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^k \left(\frac{a}{r} \right)^{n_k+1} (g_k^m \cos m\varphi + h_k^m \sin m\varphi) P_k^m(\theta) \quad (2)$$

式中, a 为地球半径, r 为地球径向距离, g_k^m 、 h_k^m 为地磁场球谐系数(或高斯系数), $P_k^m(\theta)$ 为伴随勒让德函数, θ 、 φ 分别为经度和余纬, $\varphi = 90 - \lambda$ (λ 是纬度), k 为模型的截断水平。相应的地磁分量^[4-6] X 、 Y 、 Z 为:

$$\left. \begin{aligned} X &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^k \left(\frac{a}{r} \right)^{n_k+1} (g_k^m \cos m\varphi + h_k^m \sin m\varphi) \\ &\quad \frac{dP_k^m(\cos\theta)}{d\theta} \\ Y &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=1}^k \frac{m}{\sin\theta} \left(\frac{a}{r} \right)^{n_k+1} (g_k^m \sin m\varphi - \\ &\quad h_k^m \cos m\varphi) P_k^m(\cos\theta) \\ Z &= - \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=1}^k (n_k + 1) \left(\frac{a}{r} \right)^{n_k+1} (g_k^m \cos m\varphi + \\ &\quad h_k^m \sin m\varphi) P_k^m(\cos\theta) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

地磁学和高空物理学国际协会(IAGA)有一专门小组进行以5年为间隔的国际参考地磁场(IGRF)研究,目前已有8代^[3] IGRF模型。对于确定了的地磁场模型称为DGRF^[6,7] (Definite Geomagnetic Reference Field),而且每5年改变一次,从1945年起,至今一共有13个确定的地磁参考场,地磁高斯系数今后不再修改。在地磁各要素计算中,可采用相应时间对应的DGRF模型。根据磁偏角的定义(图2),其表达式可以写为^[8]:

$$D = \arctan(Y/X) \quad (4)$$

根据磁倾角的定义,其计算表达式可以写为:

$$I = \arctan(Z/\sqrt{X^2 + Y^2}) \quad (5)$$

在地磁分量计算时,基于DGRF,分别采用内插和外推的方法求解相应时间对应的地磁高斯系数。

4 算例

基于地磁理论,据式(4)对我国范围内的经度、纬度(73~135°E,4~53°N),2000年相应经度和纬度对应的磁偏角进行了计算(取高程为零),相应结果见表1。并据式(5)计算了相应的磁倾角,对应结果见表2。

从表1、表2可以看出,在我国范围内,当纬度

一定时,随着经度的增大磁偏角先减小然后随着经度的增大而增大,而磁倾角先增大后减小;但是当经度一定时,磁偏角和磁倾角会随着纬度的增大而增大。为了进一步研究磁偏角与高程之间的关系,以上海范围的经度、纬度(约120°、30°)为例,当高程(上海高程约在4~104 m之间)发生变化时,相应磁偏角和磁倾角结果见表3。

表1 磁偏角与经、纬度的变化关系(单位:°)

Tab.1 Variety relation of magnetic declination to the change of latitude and longitude(unit:°)

纬度	经度							
	70	80	90	100	110	120	130	140
5	-3.575	-3.116	-1.763	-0.280	0.472	0.553	1.020	2.567
15	-1.602	-1.526	-0.913	-0.395	-0.550	-1.148	-1.165	0.098
25	0.122	-0.092	-0.147	-0.593	-1.764	-3.227	-3.929	-3.116
35	2.526	1.937	1.011	-0.653	-3.095	-5.618	-7.075	-6.694
45	6.343	5.154	2.936	-0.436	-4.547	-8.283	-10.380	10.194
55	12.189	10.219	6.223	0.431	-5.961	11.115	-13.675	13.367

表2 磁倾角与经、纬度的变化关系(单位:°)

Tab.2 Relation of geomagnetic inclination to the change of latitude and longitude(unit:°)

纬度	经度							
	70	80	90	100	110	120	130	140
5	-6.902	-7.988	-8.490	-7.952	-6.810	-6.135	-6.223	-6.118
15	17.148	16.206	15.730	15.988	16.516	16.450	15.626	14.917
25	37.576	36.995	36.719	36.821	36.870	36.261	34.920	33.508
35	52.942	52.796	52.798	52.871	52.638	51.700	50.062	48.222
45	64.183	64.509	64.827	64.948	64.552	63.416	61.647	59.667
55	72.603	73.372	74.005	74.227	73.774	72.580	70.864	69.007

表3 磁偏角和磁倾角

Tab.3 Geomagnetic inclination and magnetic declination

海拔(m)	5	20	35	50	65	80	95	110
磁偏角(°)	-4.385	-4.385	-4.385	-4.385	-4.385	-4.385	-4.385	-4.385
磁倾角(°)	44.516	44.516	44.516	44.516	44.516	44.516	44.516	44.516

从表3可以看出,高程对磁偏角和磁倾角的影响比较小,在高程从5 m变为110 m时,其磁偏角和磁倾角几乎没有变化。

5 结论

基于地磁理论推导了在已知经度、纬度、高程时磁偏角与磁倾角的计算公式,并对我国范围内经度、纬度所对应的磁偏角与磁倾角进行了计算。其结果为,当纬度一定时,随着经度的增大磁偏角先减小,然后随着经度的增大而增大,而磁倾角先增大后减

小;当经度一定时,磁偏角和磁倾角将随着纬度的增大而增大。从研究上海地区磁偏角和磁倾角与高程之间的关系得:高程对磁偏角和磁倾角的影响很小。

参 考 文 献

1 Chapman S and Bartels J. Geomagnetism[M]. London: Oxford University Press, 1940.
2 Langel R A. The Main field[A]. In: Jacobs J A(ed). Geomagnetism[C]. London: Academic Press, 1978.
3 徐文耀. 国际参考磁场模型中高阶球谐项对地磁长期变化的影响[J]. 地球物理学报, 2003, 46 (6): 774~184.

(下转第94页)

从计算结果可以得出:

1) 标准 GM(1,1) 模型对部分点取得了较好的预测效果,而对另一些点预测效果明显欠佳,在东向上有几个点误差甚至达到了厘米级。这固然与东向上存在较大的系统误差有一定关系,但更主要的是东向上变化速度加快,基于已有数据建立的模型偏差过大,导致预测结果出现偏差。

2) 与第五期真实位置相比,标准 GM(1,1) 模型的预测结果在东向和北向上均表现出整体偏小,其平均误差分别为 -3.36 mm 与 -1.12 mm 。这与事先的定性分析,东向上变化速度相对前一年加快,而北向上则变慢是一致的。

3) 基于缓冲算子的 GM(1,1) 模型整体预测效果明显优于标准 GM(1,1) 模型,后续数据变化幅度越大,调整预测效果越明显。原因在基于缓冲算子的 GM(1,1) 模型利用速度信息对监测点位置的变化进行了预判,当速度变化较为稳定时,对原始地壳形变位置序列不作调整;当速度发生大的变化时,则用缓冲算子对位置序列进行相应的调整,使建立的模型能更好地反映地壳形变的后续变化规律。

5 结论

对于基于小样本的预测问题,GM(1,1) 模型有着独有的优势。然而,仅仅基于地壳形变位置数据建立的 GM(1,1) 模型,无法充分反映监测点的变化趋势,因而也难以取得好的整体预测效果。基于缓冲算子的 GM(1,1) 模型根据已有的速度信息,对位置序列做出相应的调整,将定性分析与定量预测有效地结合起来,降低了系统的灰度,建立的模型更为准确,因而取得了优于标准 GM(1,1) 模型的预测效果。

应该指出的是定性分析带有一定的主观性,且仅仅是给出了一种趋势。因此,如何利用已知信息,适当地对地壳形变位置序列做出更为准确的定量调整,以取得更好的预测效果是下一步要进行的工作。

参 考 文 献

- 1 杨元喜,等. 地壳形变分析模型[J]. 郑州测绘学院学报, 1990(2): 20-26.
- 2 顾国华,张晶. 中国地壳运动观测网络基准站 GPS 观测的位移时间序列结果[J]. 大地测量与地球动力学, 2002, 22(2): 61-67.
- 3 黄声享,尹晖,蒋征. 变形监测数据处理[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2003.
- 4 宋治平,等. 小波分析方法在形变数字化资料处理中的应用[J]. 大地测量与地球动力学, 2003, 23(4): 21-27.
- 5 邓聚龙,灰色系统理论的 GM 模型[J]. 模糊数学, 1985, 5(2): 23-32.
- 6 潘华志,等. 动态灰色模型在变形预测中的应用[J]. 测绘科学, 2007, 32(4): 121-123.
- 7 刘志平,何秀凤. 无偏扩展灰色模型及其在高边坡形变预测中的应用[J]. 大地测量与地球动力学, 2008, 28(1): 41-44.
- 8 马宝卿. 用灰色模型预测边坡变形的新技术探讨[J]. 测绘通报, 2002, 11: 17-24.
- 9 尹辉,陈永奇,张琰. 贫信息条件下的多点变形预测模型及其应用[J]. 测绘学报, 1997, 26(4): 365-372.
- 10 刘思峰. 缓冲算子及其应用[J]. 灰色系统理论与实践, 1992, 2(1): 45-50.
- 11 刘思峰. 冲击扰动系统预测陷阱与缓冲算子[J]. 华中理工大学学报, 1997, 25(1): 25-27.
- 12 刘思峰,党耀国,方志耕. 灰色系统理论及其应用(第三版)[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- (上接第 90 页)
- 4 高金田,等. 地磁正常场的选取与地磁异常场的计算[J]. 地球物理学报, 2005, 48(1): 84-95.
- 5 顾左文,等. 京津冀地区地磁场球冠谱分析[J]. 地球物理量学报, 2005, 47(1): 1 003-1 008.
- 6 安振昌. 中国地区地磁场的球冠谱和分析[J]. 地球物理学报, 1993, 36(6): 753-763.
- 7 Barraclough D R. International gemagnetic reference field: The fourth generation[J]. Phys. Earth Planet. int., 1987, 48: 279-292.
- 8 张开明. 地磁场水平分量量测方法的探索[J]. 太原师范学院学报(自然科学版), 2007, 6(6): 88-91.