

第二篇

测绘技术应用基础知识

第一章 概述

第一节 测绘的基本概念

一、测绘学与测量学

测量学与制图学统称为测绘学。测绘学研究的对象是地球整体及其表面和外层空间中的各种自然物体和人造物体的有关信息。它研究的内容是对这些与地理空间有关的信息进行采集、处理、管理、更新和利用。它既要研究测定地面点的几何位置、地球形状、地球重力场，以及地球表面自然形态和人工设施的几何形态；又要结合社会和自然信息的地理分布，研究绘制全球和局部地区各种比例尺的地形图和专题地图的理论和技術。前者和后者构成测绘学。由此可见，测量学是测绘学科的重要组成部分。

二、测绘学研究的对象

传统的测量学研究的对象是地球及其表面，但随着现代科学技术的发展，它已扩展到地球的外层空间，并且已由静态对象发展到观测和研究动态对象；同时，所获得的量既有宏量，也有微量。使用的手段和设备，也已转向自动化、遥测、遥控和数字化。

三、测绘学的分科

伴随着社会的进步，科学技术的发展，各方面对测量的要求不断变化和提高，测量学的分科也越来越细，诸如以下学科：

（一）大地测量学

研究和测定地球的形状、大小和地球重力场，以及测定特定地面上点的空间位置。

大地测量学分几何大地测量学、物理大地测量学和卫星大地测量学（或空间大地测量学）三个分支学科。几何大地测量学是以一个与地球外形最为接近的几何体（旋转椭球）代表地球形状，用天文方法测定该椭球的形状和大小。物理大地测量学是研究用物

理方法测定地球形状及其外部重力场的学科。卫星大地测量学是利用人造地球卫星进行地面点定位及测定地球形状、大小和地球重力场的理论、方法的学科。现代大地测量学是综合利用几何、物理、空间大地测量的理论和方法，解决大地测量学中各种问题的学科。摄影测量与遥感学是研究用摄影和遥感的手段，获取被测物体的信息，进行分析、处理，以确定物体的形状、大小和空间位置，并判定其属性的科学。摄影测量与遥感学分为地面摄影测量、航空摄影测量学和航天遥感测量学。

（二）工程测量学

研究工程建设和资源开发中，在规划、设计、施工和运营管理各个阶段进行的控制测量、地形测绘和施工放样、变形监测的理论、技术和方法的学科。由于建设工程的不同，工程测量学又分为矿山测量学、水利工程测量学、公路测量学、铁道测量学，以及海洋工程测量学等；又由于工程的不同，精度要求的不同，而有精密工程测量学、特种精密工程测量学等。

（三）地图制图学（地图学）

研究地图的编制和应用的学科。它研究用地图图形信息反映自然界和人类社会各种现象的空间分布、相互联系及其动态变化。

（四）海洋测绘

是研究以海洋水体和海底为对象所进行的测量和海图编制理论、方法的学科。

（五）测量学

研究对地球表面局部地区进行测绘工作的基础理论、工作方法、技术和应用的学科。其内容包括图根控制网的建立、地形图测绘及一般工程的测设。

也有人称地形测量学为测量学。但这种测量学只是为测量地球局部的形状和绘制地形图服务，不包括其他内容。

第二节 测绘工作在社会主义建设中的作用

我国幅员广大，辽阔的土地需要我们去描绘和规划；丰富的地下矿藏，天然的水下资源要靠我们去勘察、开发和利用；当世界上还存在着侵略者和破坏者的时候，美好河山、现代化的建设以及人民的幸福生活就需要我们去保卫。在建设和保卫祖国的伟大事业中，测绘工作的作用和意义是十分巨大的。

在地质矿产勘查中，测绘工作是一项重要的先行性、基础性并具有精确性特点的工作。现已成为一门专业测绘——地勘测绘。它为地质矿产资源勘查、矿山建设、环境地质监控和治理等方面，提供基础信息资料和科学技术方法。例如，为地矿资源勘查区

(陆地、海洋、空间)提供大地定位基础;为描述勘查区各种地形、地质、矿产分布形态规律和赋存关系,测绘或编制各种地形图、地质图、专题地图;为防治地质灾害,监测地面沉降、滑坡、泥石流等及时提供各种形变数据;为矿山开发建设提供测绘保障;等等。

在农业和林业中,正确地进行土地整理以及森林的建设与经营,改良土壤、整理土地、开垦荒地以及实现许多旨在发展农业和林业的其他措施时,不仅需要利用地图和地形图,更需要进行精确的测量工作。

在交通运输业中,当修建铁路、公路、通航运河及它们的附属建筑工程时,初步方案,要根据地形图来制定;在勘察、设计和施工的各个阶段,都要进行测量工作。

在水利建设工程中,例如新安江水电站及举世闻名的葛洲坝综合水利枢纽工程,在进行规模如此巨大的工程建设时,首先要根据详细的地形图作出初步方案研究,然后进行勘察设计、施工。测量工作应在勘察过程中为工程设计提供原始资料;在施工过程中,应保证正确地将设计转移到实地上。即使工程已经建成并交付使用后,仍然要进行精确的测量工作,以观察和发现工程建筑物所产生的变形、下沉和偏移,并提出准确的资料。

在城市建设中,科学的规划和整理居民地,城市的扩充与改建计划,建设城市交通路线,敷设地下管线、兴建地下铁道等,都必须有地形图和地图,并进行专门的测量工作。

人类赖以生存地土地,如何科学地利用和管理,是每个国家都必须解决的问题。而为了解决这一问题,首先就要进行地籍测量工作。

在工程建设方面,工程的勘测、规划、设计、施工、竣工及运营后的监测、维护都需要测量工作。在军事上,首先由测绘工作提供地形信息,在战略的部署、战役的指挥中,除必须的军用地图(包括电子地图、数字地图)外,还需要进行目标的观测定位,以便进行打击。至于远程导弹、空间武器、人造地球卫星以及航天器的发射等,都要随时观测、校正飞行轨道,保证它精确入轨飞行。为了使飞行器到达预定目标,除了测算出发射点和目标点的精确坐标、方位、距离外,还必须掌握地球形状、大小、重力场的精确数据。航天器发射后,还要跟踪观测飞行轨道是否正确。总之,现代战争与现代测绘技术紧密结合在一起,是军事上决策的重要依据之一。

在科学实验方面,如地震预测预报、灾情监测、空间技术研究、海底资源探测、大坝变形监测、加速器和核电站运营的监测等等,以及其他科学研究,无一不需要测绘工作紧密配合和提供空间信息。

此外,对建立各种地理信息系统(GIS)、数字城市、数字中国,都需要现代测绘科学提供基础数据信息。

综上所述可知,测绘工作在经济和国防建设方面有着多么重大的意义和作用。随着国家各方面建设工作的规模日益巨大、复杂的形势下,测绘工作在国家建设事业中所承担的任务也就愈来愈大。人们把测量工作者称作社会主义建设副业的“尖兵”,这是对测绘事业最崇高的评价。

第三节 测绘学的发展现状

一、测绘学的发展简史

科学的产生和发展是由生产决定的。测绘科学也不例外，它是人类长期以来，在生活和生产方面与自然界斗争的结晶。由于生活和生产的需要，人类社会在远古时代，测量工作就被用于实际。早在公元前 21 世纪夏禹治水时，已使用了“准、绳、规、矩”四种测量工具和方法；埃及尼罗河泛滥后在农田的整治中也应用了原始的测量技术。

在天文测量方面，远在颛顼高阳氏（公元前 2513—前 2434 年）便开始观测日、月、五星，来定一年的长短，战国时已首先制出了世界最早的恒星表。秦代（公元前 246—前 207 年）用颛顼历定一年的长短为 365.25 天，与罗马人的儒略历相同，但比其早四五百年。宋代的《统天历》，一年为 365.242 5 日，与现代值相比，只有 26 秒的误差，可见天文测量在古代已有很大发展。古代创制了浑天仪、圭、表和复矩等仪器，用于天文测量。

在研究地球形状和大小方面，在公元前就已有有人提出丈量子午线上的弧长，以推断地球的大小、形状。我国于唐代（公元 724 年）在僧一行主持下，实量河南白马到上蔡的距离和北极高度角，得出子午线 1 度的弧长为 132.31km，为人类正确认识地球作出了贡献。17 世纪末，牛顿和惠更斯从力学的观点，提出地球是两极略扁的地扁说，从此与地圆说展开了一场大论战，直至 1739 年经过弧长测量才证实了地扁说的正确性，纠正了长期以来的地圆说，为正确地认识地球奠定了理论基础。1743 年，法国克萊洛论证了地球几何扁率与重力扁率之间的关系，为物理大地测量打下了基础。1849 年，斯托克斯提出利用重力观测资料确定地球形状的理论，之后又提出了用大地水准面代表地球形状，从此确认了大地水准面比椭球面更接近地球的真实形状的观念。

17 世纪以来，在资产阶级革命的推动下，生产力有所发展。为了满足生产力发展的需要，科学技术发展迅速。望远镜的应用，为测绘科学的发展开拓了光明前景，使测量方法、测量仪器有了重大的改变，三角测量方法的创立，大地测量的广泛开展，对进一步研究地球的形状和大小，以及测绘地形图都起了重要的作用；同时，在测量理论方面也有不少创新，如高斯的最小二乘法理论和横圆柱投影理论，就是其中的重要例证，一直使用至今。地（形）图是测绘工作的重要成果，是生产和军事活动的重要工具。最早于公元前 20 世纪之前，有人已用陶片作为载体，有的用柳条做模型制作地图，说明地图早已被人们所重视。我国最早的记载是夏禹将地图铸于九鼎上，这已是地图的雏形。公元前 7 世纪，春秋时期管仲著的《管子》一书中已论述地图；平山县发掘出土的春秋战国时期的“兆域图”已经表示了比例和符号的概念；在湖南长沙马王堆发现公元前 168 年的长沙国地图和驻军图，地物、地形和军事要素已有表示。公元 2 世纪，古希腊的托勒密在《地理学指南》一书中，首先提出了用数学的方法将地球表象描绘成平面图的问题，已经提出了原始的地图投影的问题。公元 224—271 年，我国西晋的裴秀总

结了前人的制图经验，拟定了小比例尺地图的编制法规，称《制图六体》，是世界上最早的制图规范之一。此后历代都编制过多种地图，由此足以说明地图的测绘已有较大发展。但是，测绘工作仍用手工业生产方式。1903年飞机的发明，使航空摄影测量成为可能，不但使成图工作提高了速度，减轻了劳动强度，而且改变了测绘地形图的工作现状，为由手工业生产方式向自动化方式转化开创了光明的前景。

忆往昔，测绘科学技术的发展也和其他科学技术的发展一样，由原始的、落后的方式，经漫长的人类社会发展的历程，一步步发展起来。是生产促进了测绘科学的发展，同时测绘科学技术又为发展生产力创造了条件。

二、现代测绘学的发展现状

20世纪中叶，新的科学技术得到了快速发展，特别是电子学、信息学、电子计算机科学和空间科学等，在其自身发展的同时，给测绘科学的发展开拓了广阔的道路，创造了发展的条件，推动着测绘技术和仪器的变革和进步。测绘科学的发展很大部分是从测绘仪器发展开始的，然后使测绘技术发生重大的变革。1947年，光波测距仪问世，60年代激光器作为光源用于电磁波测距，使长期以来艰苦的手工业生产方式的测距工作，发生了根本性的变革，彻底改变了大地测量工作中以测角换算距离的面貌，因此除用三角测量外，还可用导线测量和三边测量。随着光源和微处理机的问世和应用，使测距工作向着自动化方向发展。氦氖激光光源的应用使测程达到60公里以上，精度达到 $\pm(5\text{mm} + 5 \times 10^{-6}\text{D})$ 。固体激光器的应用使测程大大加大，因此测月、测卫工作得以实现。80年代开始，多波段（多色）载波测距的出现，抵偿、减弱了大气条件的影响，使测距精度大大提高。ME5000测距仪达到 $\pm(0.2 + 0.1 \times 10^{-6}\text{D})$ 的标称精度。与此同时，砷化钾发光管和激光光源的使用，使测距仪的体积大大减小，重量减轻，向着小型化大大迈进了一步。

除了光波测距以外，微波测距也有很大发展，80年代之后，全自动化的微波测距仪CA—100、WM—20等已用于军事等部门。

测角仪器的发展也十分迅速，它和其他仪器一样，随着科学技术的进步而发展，从金属度盘发展为光学度盘。近20年来，伴随电子技术和微处理机技术的广泛应用，经纬仪已使用电子度盘和电子读数，且能自动显示、自动记录，完成了自动化测角的进程，自动测角的电子经纬仪问世，并得到应用。同时，电子经纬仪与测距仪结合，形成了电子速测仪（全站仪）。其体积小，重量轻，功能全，自动化程度高，为数字测图开拓了广阔前景。最近又推出了智能经纬仪，连瞄准目标也可自动化。从此将结束测角、测距手工业生产方式的漫长历史。

20世纪40年代，自动安平水准仪的问世，标志着水准测量自动化的开端。之后，又发展了激光水准仪、激光扫平仪，为提高水准测量的精度和开拓广泛的用途创造了条件。近年来，数字水准仪的诞生，也使水准测量中的自动记录、自动传输、存储和处理数据成为现实。它和经纬仪一样，也可自动选取目标进行观测。

由于以上这些先进测量仪器的生产和应用，使测量工作向着自动化、电子化方向发展，减轻了劳动强度，提高了工作效率，并且使野外工作大大减少，因而改善了测绘工作环境。

20世纪80年代，全球定位系统（GPS）问世，采用卫星直接进行空间点的三维定位，引起了测绘工作重大变革。由于卫星定位具有全球、全天候、快速、高精度和无需建立高标等优点，被广泛用在大地测量、工程测量、地形测量及军事的导航、定位上。世界上很多国家为了使用全球定位系统的信号，迅速进行了接收机的研制。从70年代到现在，已有百余厂家研制了一二百种精度不同、类型不同的仪器。现已生产出第五代产品，它体积更小，功能全，重量轻。

除了美国研制GPS定位系统外，前苏联研制了GLONASS定位系统，还有欧洲空间局的全球卫星导航系统（NAVSAT）原西德的全球无线电导航系统（GRANAS）等也都开展了工作。

我国也在进行卫星导航定位系统的研究，所研制的双星定位系统已有很大进展，不久即可问世；另外，全球定位系统GPS的应用研究，进展很快，做出了很好的成果。

20世纪70年代，除了用飞机进行航空摄影测量测绘地（形）图外，还通过人造地球卫星拍摄地球照片，监测自然现象的变化，并且利用这些卫片测绘地图，其精度逐步提高。近年来，已改变了过去摄影测量的方式，用数字摄影测量技术进行测量工作，使摄影测量的成果稳定、可靠，并且自动化程度高，还可与计算机组成一个系统，易于完成地图的生产、使用、修改和换代。

由于测绘仪器的飞速发展和计算机技术的广泛应用，地面的测图系统，由过去的传统测绘方式发展为数字测图。所以地形图是由数字表示的，用计算机进行绘制和管理既便捷，又迅速，精度可靠。

三、我国测绘事业的发展

我国近代测绘科学的发展从中华人民共和国成立后才进入了一个崭新的阶段。1956年成立了国家测绘总局，建立了测绘研究机构，组建了专门培养测绘人才的院校。各业务部门也纷纷成立测绘机构，党和国家对测绘工作给予了很大的关怀和重视。

在测绘工作方面，建立和统一了全国坐标系统和高程系统，建立了全国的大地控制网、国家水准网、基本重力网、完成了大地网和水准网的整体平差；完成了国家基本图的测绘工作；进行了珠峰和南极长城站的地理位置和高程的测量；各种工程建设的测量工作也取得显著成绩，如长江大桥、葛洲坝水电站、宝山钢铁厂、正负电子对撞机和同步辐射加速器、核电站等大型和特殊工程的测量工作。出版发行了地图1600多种，发行量超过11亿册。在测绘仪器制造方面从无到有，发展迅速，已生产了多种不同等级、不同型号的电磁波测距仪。我国全站仪已经批量生产，国产GPS接收机已广泛使用，传统的测量仪器产品已经配套生产。已完成全国GPS大地控制网。各部位对地球信息系统（GIS）的建立和应用十分重视，已经着手建立各行业的GIS系统，测绘工作已经

为建立这一系统提供了大量的基础数据。

综上所述,我国在测绘事业上已经做了大量的工作,为国民经济建设和国防建设做出了不可磨灭的贡献,但是与国际先进水平相比还有一定差距。我们要发奋图强,迅速赶上国际先进水平,为祖国的测绘事业做出更大的贡献。

四、地球空间信息学 (geomatics) 与现代测绘学的任务

随着科学技术的发展,高新技术不断涌现,如计算机科学、信息科学、空间技术、卫星技术、微电子技术、传感器技术等,在近代都得到了高速发展和应用;在此基础上,测绘学科也不例外,发展十分迅速。同时,测绘学的相邻学科如地球物理学、地球动力学、海洋学、地质学、天体力学的交叉发展,以及全球定位系统(GPS)、遥感(RS)、地球信息系统(GIS)、专家系统(ES)、数字摄影测量系统(DPS)的出现,使传统的测绘学从地面到空间,从静态到动态,从宏量到微量,从手工业生产方式到自动化、信息化,有了一个根本性的变革。因此,测绘学的手段、方法、理论,甚至测量的观念和内涵有了较大的改变,传统的“测”和“绘”的科学概念,已经不能概括现代测绘学的研究对象和任务,更不能覆盖高新技术对测绘科学的渗透和冲击而产生的新内容。因此如何界定测绘学含义,形式和内容统一,已引起了世界各国测绘工作者的关注。自从1975年,法国大地测量与摄影测量学者 Bernard Dubuisson 博士首先提出以 geomatics 反映测绘学的学科实质之后,得到了各国测绘科学家的认可,并一致认为 geomatics 能准确地反映现代测绘学的内容实质。

geomatics 的含义是比“测绘”更广泛、更深远、更现代化的一个学科名词,如果说它与测绘紧密相连,只能说测绘是其内容的一个组成部分。国际标准组织对它的定义是:“geomatics 是一个活动性的学科领域,它以系统的方法将所有用于空间数据的采集和管理的手段进行综合。这类空间数据是在空间信息产生和管理过程中所涉及的科学的、行政的、法律的以及技术的工作所需要的。上述活动包括地图学、控制测量、数字测图、大地测量、地理信息系统、水道测量、土地信息管理、土地测量、矿山测量、摄影测量和遥感等,但并不限于此。”

结合我国测绘科学的具体情况,我国的测绘专家们了解和分析了国外对 geomatics 的含义之后,对 geomatics 提出了如下定义:“对所研究的物体,包括地球的整体及其表面和外层空间的各种自然和人造实体,利用接触与非接触式测量仪器、传感器及其组合系统,对这些实体进行信息的采集、量测、存储、管理、更新、分析、显示、分发和利用的一门科学和技术”。

由上述可见,现代测绘学的任务是研究人类对赖以生存地地球环境信息的采集、量测、描述和利用的科学。其内容包括:空间定位、地球形状和重力场;获取地球及其外层空间宇宙星体的自然形态、人为设施以及与其属性有关的信息;制成各种地形图、专题图和建立地理信息系统,为研究地球上的自然和有关的社会现象,为社会可持续发展提供基础信息。

第二章 测量学的基础知识

第一节 测量常用的度量单位

要量测某量（长度、角度等）的大小，就需要有相应的度量单位。这些度量单位有的是经国际会议制定的，有的是根据各国自己的习惯制定的。

测量学中常用的是长度、角度、面积等度量单位。亦要用到重量、温度、时间等度量单位。下面分别介绍测量上常用的三种度量单位。

一、长度单位

自 1959 年起，我国规定计算制度统一采用国际单位制。计量制度的改变，需要有适应过程，所以在一定时期内许可使用我国原有惯用的计量单位，叫做市制，并规定了市制与国际单位制之间关系。

国际单位制中，常用的长度单位的名称和符号如下：

基本单位为米（m），还有千米（km），分米（dm），厘米（cm），毫米（mm），微米（ μm ）。其间关系为：

$$1\text{m} = 10\text{dm} = 100\text{cm} = 1\,000\text{mm}$$

$$1\text{mm} = 1\,000\mu\text{m}$$

$$1\text{km} = 1\,000\text{m}$$

长度的市用制单位有：里、丈、尺、寸，其间关系为：

$$1\text{里} = 150\text{丈} = 1\,500\text{尺} = 15\,000\text{寸}；1\text{m} = 3\text{尺}$$

长度的市制单位规定用到 1990 年为止。

二、角度单位

我国采用的角度单位为 360° 制的度（ $^\circ$ ）、分（ $'$ ）、秒（ $''$ ）。即将一圆周角作 360 等分，每一等分为 1° 。 $1^\circ = 60'$ ， $1' = 60''$ 。

在电子计算中，一般采用以上述度为单位的十进制（DEG）。如 $57^\circ 35'$ 。

有些军用仪器上，角度单位采用密位制。即将一圆周角 6000 等分，每一等分叫 1

密位。

有些国家采用百进制的度 (g)、分 (c)、秒 (cc)。即将一周角作 400 等分，每一等分为 $1g$ ， $1^g = 100^c$ ， $1^c = 100^{cc}$ 。

测量计算工作中，在推导公式和进行运算时，较小的角度经常需要用另一种度量角度的单位，即用与半径等长的弧所对的圆心角作为量角的单位，叫做“弧度制”。

如果圆角上一段弧长 $\widehat{MM'}$ 与该圆半径 OM 的长度相等，则此时 $\widehat{MM'}$ 所对应的圆心角 α 的大小，就叫做 1 弧度。通常以 ρ (rad) 表示，即：

$$\alpha = \frac{\widehat{MM'}}{OM} = 1$$

因为圆的周长是 $2\pi R$ ，所以一个圆周角的弧度值是： $2\pi R/R = 2\pi$ ；平角是 π ，直角是 $\pi/2$ 等等。这样，圆周角的 360° 制与弧度制之间的换算关系式是：

$$180^\circ = \pi \text{ 弧度 (rad)}$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ 弧度} \approx 0.0174533 \text{ 弧度}$$

反之

$$1 \text{ 弧度 } (\rho^\circ) = \frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ 17' 45'' \approx 57^\circ 29' 57''$$

$$(\rho') = 3437.747' \approx 3438'$$

$$(\rho'') = 206264.8'' \approx 206265''$$

三、面积单位*

国际采用的面积主单位是平方米 (m^2) 我国大面积单位可用平方公里 (km^2)、公顷 (hm^2)。农业上习惯用市亩、分、厘作面积单位。

$$1 km^2 = 100 hm^2 = 1000000 m^2 = 1500 \text{ 市亩}$$

$$1 h m^2 = 10000 m^2 = 15 \text{ 市亩}$$

$$100 m^2 = 0.15 \text{ 市亩}$$

$$\{1 \text{ 市亩} = 10 \text{ 分} = 100 \text{ 厘} ; 1 \text{ 市亩} = 60 \text{ 平方丈} = 666.6 m^2\}$$

第二节 地球形状和大小

测量工作的主要研究对象是地球的自然表面，但地球表面形状十分复杂。通过长期

* 经国务院批准的《技监局量发〔1990〕660号》文规定，1992年1月1日起我国土地面积法定计量单位的名称系列为：平方公里（平方千米）、公顷（平方米）、平方米；取消与国际单位制并用的公亩（a）（=100m²）计量单位，这是由于公亩（a）的单位较小，仅是市亩的1/6（即0.15市亩）。而市亩即将废除，故完全可用公顷的分数单位或平方米的倍数单位来表示。在实用上也就没有必要再采用这一名称。

的测绘工作和科学调查，了解到地球表面上海洋面积约占 71%，陆地面积约占 29%，世界第一高峰珠穆朗玛峰高达 8 848.13m，而在太平洋西部的马里亚纳海沟深达 11 022m。尽管有这样大的高低起伏，但相对地球庞大的体积来说仍可忽略不计。因此，测量中把地球总体形状看做是由静止的海水面向陆地延伸所包围的球体。

地球上的任一点，都同时受到两个作用力，其一是地球自转产生的离心力；其二是地心引力。这两种力的合力称为重力，重力的作用线又称为沿垂线（图 2-2-1a）。

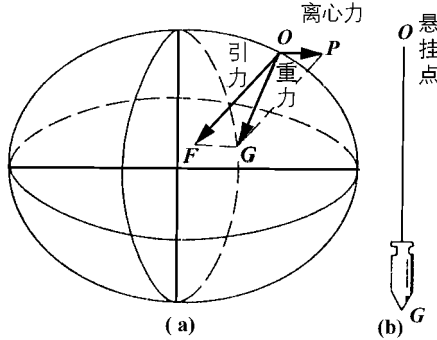


图 2-2-1 铅垂线方向

铅垂线是测量工作的基准线，用细绳悬挂一个垂球 G，其静止时所指示的方向即为悬挂点 O 的重力方向，也称为铅垂线方向（图 2-2-1b）。

处于自由静止状态的水面称为水准面。由物理学知道，这个面是一个重力等位面，水准面上各点处处与点的重力方向（铅垂线方向）垂直。在地球表面上、下重力作用的范围内，通过任何高度的点都有一个水准面，因而水准面有无数个。

在测量工作中，把一个假想的、与静止的海水面重合并向陆地延伸且包围整个地球的特定重力等位面称为大地水准面。通常用平均海水面代替静止的海水面。大地水准面所包围的形体称为大地体。

大地水准面和铅垂线是测量外业所依据的基准面和基准线。

由于地球引力的大小与地球内部的质量有关，而地球内部的质量分布又不均匀，致使地面上各点的铅垂线方向产生不规则的变化，因而大地水准面实际上是一个略有起伏的不规则曲面，无法用数学公式精确表达（图 2-2-2）。

经过长期测量实践研究表明，地球形状极近似于一个两极稍扁的旋转随球，即一个椭圆绕其短轴旋转而成的形体。而其旋转椭球面是可以较简单的数学公式准确地表达出来。在测量工作中就是用这样一个规则的曲面代替大地水准面作为测量计算的基准面（图 2-2-3）。

世界各国通常均采用旋转椭球代表地球的形状，并称其为“地球椭球”。测量中把与大地体最接近的地球椭球称为总地球椭球；把与某个区域如一个国家大地水准面最为密合的椭球称为参考椭球，其椭球面称为参考椭球面。由此可见，参考椭球有许多个，而总地球椭球只有一个。

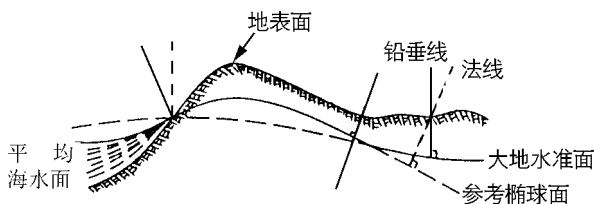


图 2-2-2 大地水准面

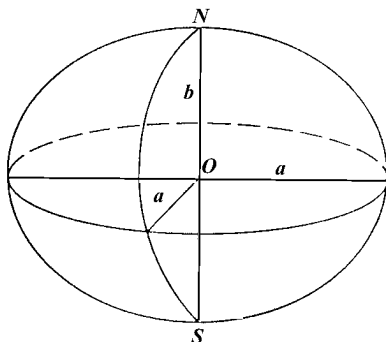


图 2-2-3 旋转椭球体

椭球的形状和大小是由其基本元素决定的。椭球体的基本元素是：

长半轴 a 、短半轴 b 、扁率 $\alpha = \frac{a-b}{a}$ 。

我国 1980 年国家大地坐标系采用了 1975 年国际椭球，该椭球的基本元素是：

$$a = 6\,378\,140\text{m}, \quad b = 6\,356\,755.3\text{m}, \\ \alpha = 1/298.257。$$

根据一定的条件，确定参考椭球面与大地水准面的相对位置，所做的测量工作，称为参考椭球体的定位。在一个国家适当地点选一点 P ，设想大地水准面与参考椭球面相切，切点 P' 位于 P 点的铅垂线方向上（图 2-2-4），这样椭球面上 P' 点的法线与该点对大地水准面的铅垂线重合，并使椭球的短轴与地球的自转轴平行，且椭球而与此国家范围内的大地水准面差距尽量地小，从而确定了参考椭球面与大地水准面的相对位置关系，这就是椭球的定位工作。

这里， P 点称为大地原点。我国大地原点位于陕西省泾阳县永乐镇，在大地原点上进行了精密天文测量和精密水准测量，获得了大地原点的平面起算数据，以此建立的坐标系称为“1980 年国家大地坐标系”。

由于参考椭球体的扁率很小，在普通测量中可把地球看做圆球体，其平均半径为：

$$R = \frac{1}{3} (a + a + b) \approx 6\,371\text{km}$$

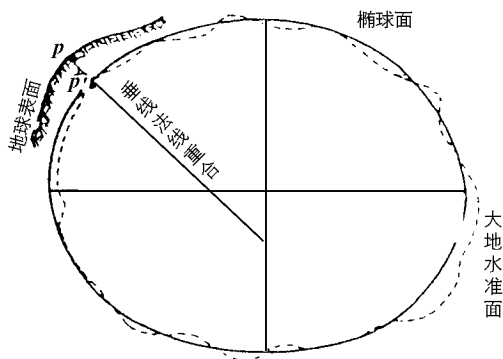


图 2-2-4 参考椭球体的定位

第三节 地面点位置确定的原理

在测量上，将地面上的房屋、河流、道路等称为地物；将地面上高低起伏的形态称为地貌；地物和地貌总称为地形。地形的变化是多种多样、十分复杂的。如何将地形测绘到图纸上呢？这就需要在地物和地貌的轮廓线上选择一些具有特征意义的点，只要将这些点测绘到图纸上，就可以参照实地情况比较准确地将地物、地貌描绘出来而获得地形图。那么，什么是地物特征点和地貌特征点呢？现举例说明如下：从图 2-2-5 (a) 中可以看出，房屋的平面位置就是房屋的轮廓线，而房屋的轮廓线则是 1、2、3、4、5、6 点的平面位置测绘到图纸上，相应地连接这些点，就可以获得房屋在图上的平面位置。一条河流，如图 2-2-5 (b)，它的边线虽然不规则，但弯曲部分仍可以看成是由许多短直线所组成，只要确定了 7、8、9、10、11……这些点在图上的位置，那么，这条河流的平面位置也就确定了。上例中的 1、2、3、4……这些点即为地物特征点。

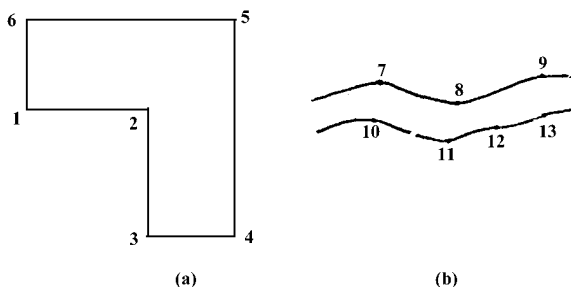


图 2-2-5 地面点位置的确定

同理，如图 2-2-6 所示，地面的起伏形态（地貌）也可以用地面坡度变化点 1、

2、3、4……这些点所组成的线段来表示，因为各线段内的坡度是一致的，所以测量工作只要把1、2、3、4……这些点的平面位置和高程确定下来，地貌的形态也就容易描绘出来了。图中的1、2、3、4……这些点即为地貌特征点。

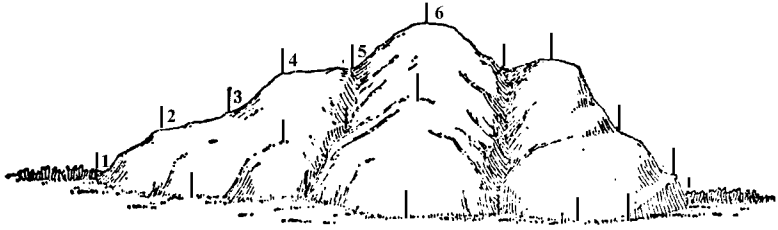


图 2-2-6 地貌图线段表示法

由此可见，测量工作的根本任务就是确定地面点的位置。无论是地形图的测绘还是建（构）筑物的放样，都可以归结为确定点位的问题。

所谓确定地面上某一点的点位，就是确定它的平面位置和高程。如图 2-2-7，首先要确定一个投影基准面（简称基准面）及投影基准线（简称基准线）。地面点 A、B 沿基准线投影到基准面上的位置 a 、 b 即为相应点的平面位置；沿基准线量出的高度 Aa 、 Bb 即为相应点的高程，这样就可以把地面点的空间位置确定下来。

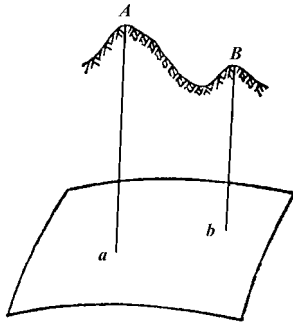


图 2-2-7 地面平面位置和高程的确定

第四节 测量上的基准线和基准面

一、基准线

任何地面点都受着地球上各种力的作用，其中主要的有地球质心的吸引力和地球自转所产生的离心力，这两个力的合力称为重力，如图 2-2-8 (a) 所示。如果在地面

点上悬一个垂球，其静止时所指的方向就是重力方向，这时的垂球线，称为铅垂线，如图 2-2-8 (b) 所示。

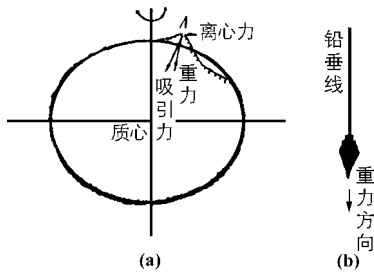


图 2-2-8 重力的表示方法

在测量上，以通过地面上某一点的铅垂线作为该点的基准线。所谓铅垂线就是地面上一点的重力方向线。

二、基准面

地球重力场中处处与重力方向垂直的面，叫做水准面。如静止的水表面，见图 2-2-9 (a)，它的每一个质点都受到重力的作用，因此，该表面必然处处与重力方向垂直，这就是一个水准面。

由于地球内部质量分布的不均匀，所以作为处处与重力方向垂直的水准面，是一个有微小起伏的复杂的曲面。水准面可以处于不同的高度位置，可以有无穷个。

所谓大地水准面，如图 2-2-9 (a)，就是设想将静止的海水面延伸，穿过整个大陆和岛屿所形成的一个闭合曲面。由大地水准面包围起来的椭球体叫大地体。显然，大地水准面具有水准面的特性，是一个表面处处与重力方向垂直的、有微小起伏的、复杂的曲面。

在测量上，作为计算点位高度的基准面就是大地水准面。

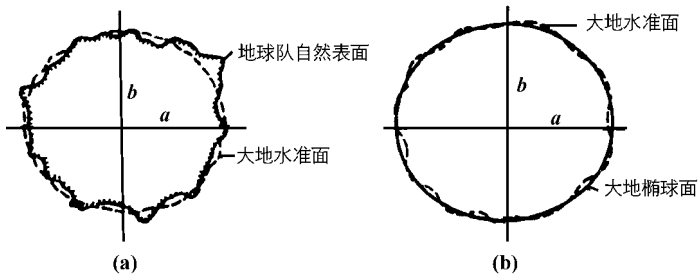


图 2-2-9 水准面的确定

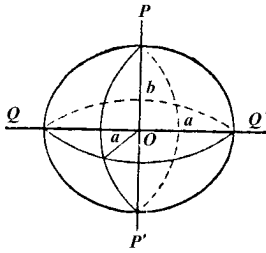


图 2-2-10

尽管地面上测得的结果是以大地水准面为基准的，但由于大地水准面是一个不规则的、复杂的曲面，它不可能通过一个数学式子精确地表达出来，因此在测量的计算和制图工作中，通常用一个非常接近大地水准面的规则的几何表面，即旋转椭球面（又称参考椭球面）来代替大地水准面作为计算和制图的基准面。图 2-2-9 (b) 为大地水准面与旋转椭球面的差别示意图。

旋转椭球面是一个数学表面，如图 2-2-10，它的大小可由长半径 a ，短半径 b 和扁率 e 来表示。我国 1980 年以后采用 1975 年国际大地测量协会 (IGG) 推荐的全球坐标系的数值为：

$$a = 6\,378\,140\text{m}$$

$$e = \frac{a-b}{a} \approx \frac{1}{298.257}$$

由于地球的扁率很小，接近于圆球，因此在要求精度不高的情况下，可以近似地将其当作一个圆球体，半径 $R = 6371\text{km}$ 。

第五节 地理坐标、高斯直角坐标及平面直角坐标

测量上确定地面点平面位置的坐标系统有地理坐标、高斯直角坐标及平面直角坐标三种。

一、地理坐标

地面上一点的平面位置在椭球面上通常用经度和纬度来表示，称为地理坐标。

如图 2-2-11 所示。O 为地心， PP' 旋转椭球体的旋转轴，又称地轴，它的两端点为北南两极。过地轴的平面称为子午面。子午面与旋转椭球体面的交线称为子午线或经线。过地轴中心且垂直于地轴的平面称为赤道面。赤道面与旋转椭球面的交线称为赤道。

世界各国统一将通过英国格林尼治天文台的子午面作为经度起算面，称为首子午

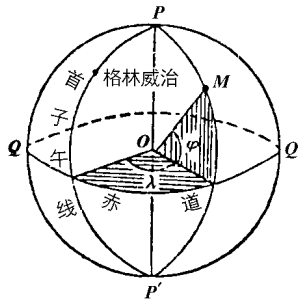


图 2-2-11

面。首子午面与旋转椭球面的交线，称为首子午线。地面上某一点 M 的经度，就是过该点的子午面与首子午面的夹角，以 λ 表示。经度从首子午线起向东 180° 称东经；向西 180° 称西经。M 点的纬度，就是该点的法线与赤道平面的交角，以 ϕ 表示。纬度从赤道起，向北由 $0^\circ \sim 90^\circ$ 称北纬；向南由 $0^\circ \sim 90^\circ$ 称南纬。例如，北京的地理坐标，经度是东经 $116^\circ 28'$ ，纬度是北纬 $39^\circ 54'$ 。

二、高斯直角坐标

地理坐标只能用来确定地面点在旋转椭球面上的位置，但测量上的计算和绘图，要求最好在平面上进行。大家知道，旋转椭球面是个闭合曲面，如何建立一个平面直角坐标系统呢？主要应用各种投影方法。我国采用横切圆柱投影—高斯—克吕格投影的方法来建立平面直角坐标系统，称为高斯—克吕格直角坐标系，简称为高斯直角坐标系。见图 2-2-12 (a)，高斯—克吕格投影就是设想用一个横椭圆住面，套在旋转椭球体外

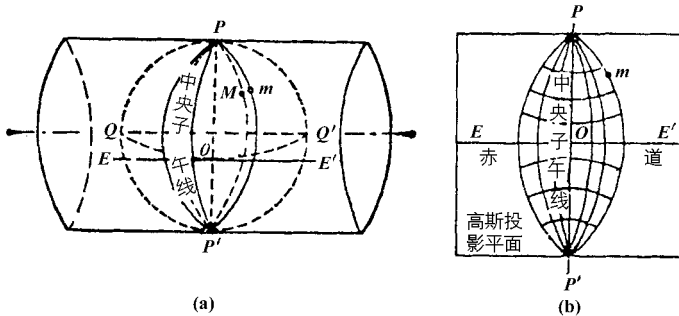


图 2-2-12 高斯直角坐标系

面，并与旋转椭球体面上某一条子午线（如 POP'）相切，同时使圆柱的轴位于赤道面内并通过椭圆体的中心，相切的子午线称为中央子午线。然后将中央子午线附近的旋转椭球面上的点、线投影至横切圆柱面上去，如将旋转椭球体面上的 M 点，投影到椭

圆柱面上得 m 点,再顺着过极点的母线,将椭圆柱面剪开,展成平面,如图 2-2-12 (b),这个平面称为高斯—克吕格投影平面,简称高斯投影平面。

高斯投影平面上的中央子午线投影为直线且长度不变,其余的子午线均为凹向中央子午线的曲线,其长度大于投影前的长度,离中央子午线愈远长度变形愈长,为了将长度变化限制在测图精度允许的范围内,通常采用六度分带法,即从首子午线起每隔经度差 6° 为一带。将旋转椭球体面由西向东等分为六十带,即 $0^\circ \sim 6^\circ$ 为第 1 带, 3° 线为第 1 带的中央子午线; $6^\circ \sim 12^\circ$ 为第 2 带, 9° 线为第 2 带的中央子午线……,每一带单独进行投影,如图 2-2-13 所示。

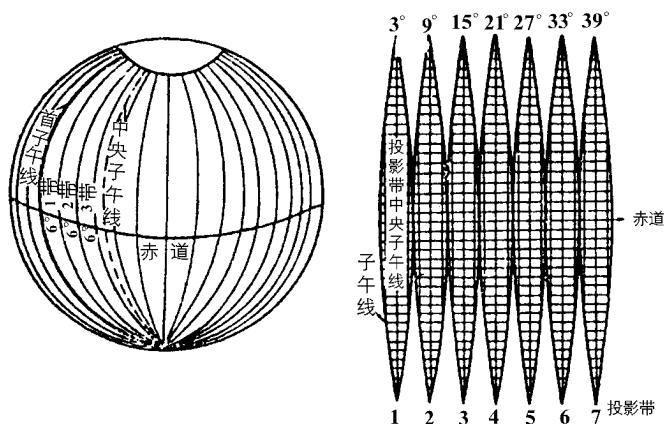


图 2-2-13 高斯投影平面

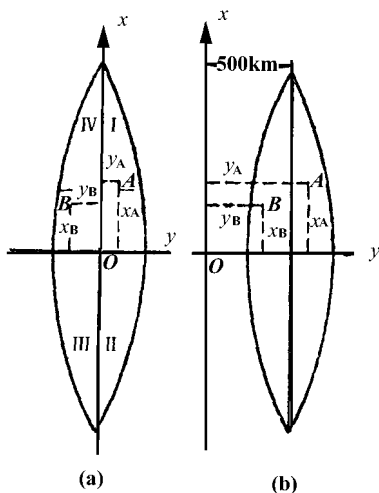


图 2-2-14 平面直角坐标系的建立

有了高斯投影平面后,怎样建立平面直角坐标系呢?如图 2-2-14 所示,测量上

以每一带的中央子午线的投影为直角坐标系的纵轴 x ，向上（北）为正、向下（南）为负；以赤道的投影为直角坐标系的横轴 y ，向东为正、向西为负，两轴的交点 O 为坐标原点。由于我国领土全部位于赤道以北，因此， x 值均为正值，而 y 值则有正有负，为了使计算中避免 y 值出现负值，故规定每带的中央子午线各自西移 500km，同时为了指示投影是哪一带，还规定在横坐标值前面要加上带号，如：

$$x_m = 347\ 218.971\text{m}$$

$$y_m = 19\ 667\ 214.556\text{m}$$

上述 y_m 等号右边的 19，表示第十九带。

采用高斯直角坐标来表示地面上某点的位置时，需要通过比较复杂的数学（投影）计算才能求得该地面点在高斯投影平面上的坐标值。高斯直角坐标系一般都用于大面积的测区。

三、平面直角坐标系

当测区面积较小时，可不考虑地球曲率而将其当作平面看待。如图 2-2-15 所示，地面上 A 、 B 两点在球面 P 上的投影为 a 、 b 。今设球面 P 与水平面 P' 在 a 点相切，则 A 、 B 两点在球面上的投影长度 $ab = d$ ；在水平面上投影的水平距离 $ab' = t$ ，其差值：

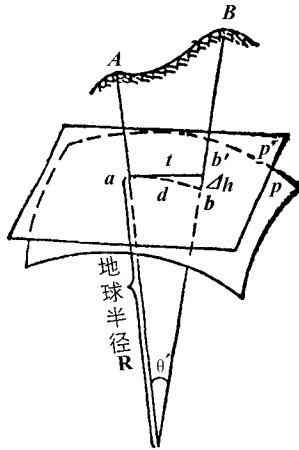


图 2-2-15

$$\Delta d = t - d = R \operatorname{tg} \theta - R \theta = R (\operatorname{tg} \theta - \theta)$$

用三角级数公式展开后取主项可得：

$$\Delta d = R \left[\theta + \frac{1}{3} \theta^3 - \theta \right] = \frac{R \theta^3}{3}$$

因 $\theta = \frac{d}{R}$

则

$$\Delta d = \frac{d^3}{3R^2}$$

或

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{d^2}{3R^2} \quad (1-2-1)$$

以 $R = 6371\text{km}$ 和不同的 d 值代入上式可得表 2-2-1 中的数值。

表 2-2-1

d (km)	Δd (cm)	$\frac{\Delta d}{d}$ (相对误差)
10	0.82	1:1200000
20	6.57	1:304000
50	102.65	1:49000

由表 2-2-1 可知当 d 为 10km 时，以切平面上的相应线段 t 代替，其误差不超过 1cm ，相对误差 1:1200000，而目前最精密的距离丈量相对误差约为 1:1000000，因此可以确认，在半径为 10km 的圆面积内，可忽略地球曲率对距离的影响。

如果将地球表面上的小面积测区当作平面看待，就不必要进行复杂的投影计算，可以直接将地面点沿铅垂线投影到水平面上，用平面直角坐标来表示它的投影位置和推算点与点之间的关系。

平面直角坐标系（见图 2-2-16）的原点记为 O ，规定纵坐标轴为 x 轴，与南北方向一致，自原点 O 起，指北者为正，指南者为负；横坐标轴为 y 轴，与东西方向一致，自原点起，指东者为正，指西者为负。象限 I、II、III、IV 按顺时针方向排列。坐标原点可取用高斯直角坐标值，也可以根据实地情况安置，一般为使测区所有各点的纵横坐标值均为正值，坐标原点大都安置在测区的西南角，使测区全部落在第 I 象限内。如地面上某点 M 的坐标可写为：

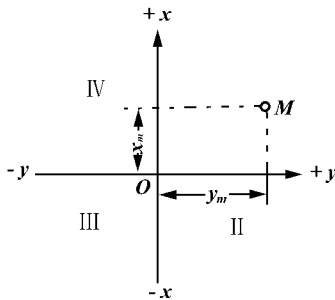


图 2-2-16

$$x_m = 384.215\text{m}$$

$$y_m = 511.624\text{m}$$

第六节 地面点的高程

在国民经济建设中，地面点的高程常采用海拔高程，即从地面点沿垂线到大地水准面的距离，也称为绝对高程，记为 H 。如果点到任意水准面的距离，称为相对高程或假定高程，用 H' 表示。地面上两点间高程差称为高差，用 h 表示，见图 2-2-17。

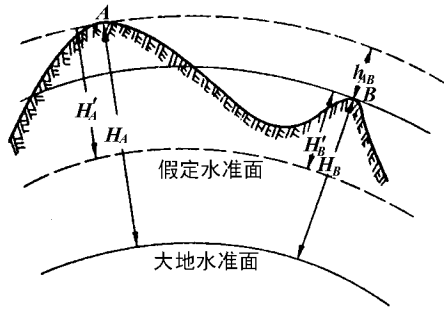


图 2-2-17 高程和高差

$$h_{AB} = H_B - H_A = H'_B - H'_A$$

由于受潮汐、风浪等影响，海水面是一个动态的曲面。它的高低时刻在变化，通常是在海边设立验潮站，进行长期观测，取海水的平均高度作为高程零点。通过该点的大地水准面称为高程基准面。解放前，我国采用的高程基准面十分混乱。解放后，以设在山东省青岛市的国家验潮站收集的 1950 年至 1956 年的验潮资料，推算的黄海平均海水水面作为我国高程起算面，并在青岛市观象山建立了水准原点。水准原点到验潮站平均海水水面高程为 72.289m。这个高程系统称为“1956 年黄海高程系”。全国各地的高程都是依此而得到的。

80 年代初，国家又根据 1953 年至 1979 年青岛验潮站的观测资料，推算出新的黄海平均海水水面作为高程零点。由此测得青岛水准原点高程为 72.260 4m，称为“1985 年国家高程基准”，并从 1985 年 1 月 1 日起执行新的高程基准。

第七节 用水平面代替水准面的限度

在普通测量中，由于测区小，或工程对测量精度要求较低时，为简化一些复杂的投影计算，可将椭球面视作球面，甚至可视为平面，即用平面代替大地水准面。直接把地

面点沿铅垂线投影到平面上，以确定其位置。不过以平面代替水准面有一定限度，只要投影后产生的误差不超过测量和制图要求的限差即可采用。下面讨论水平面代替水准面对距离、水平角和高程的影响。

一、对距离的影响

如图 2-2-18 所示，在测区中部选一点 A，沿铅垂线投影到水准面 P 上为 a，过 a 点作切平面 P'。地面上 A, B 两点投影到水准面上的弧长为 D，在水平面上的距离为 D'，则

$$\left. \begin{aligned} D &= R \cdot \theta \\ D' &= R \cdot \operatorname{tg}\theta \end{aligned} \right\} \quad (2-2-1)$$

以水平长度 D' 代替球面上弧长 D 产生的误差为

$$\Delta D = D' - D = R (\operatorname{tg}\theta - \theta) \quad (2-2-2)$$

将 $\operatorname{tg}\theta$ 按级数展开，并略去高次项，得

$$\operatorname{tg}\theta = \theta + \frac{1}{3}\theta^3 + \dots \quad (2-2-3)$$

将 (2-2-3) 式代入 (2-2-2) 式并考虑

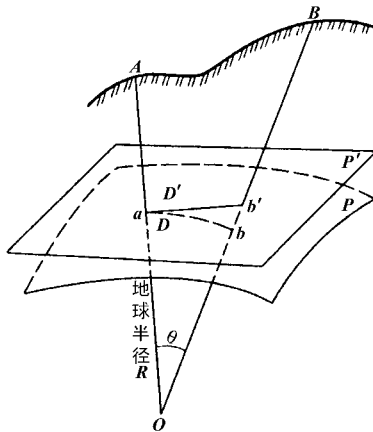


图 2-2-18 用平面代替水准面的限度

$$\theta = \frac{D}{R}$$

得

$$\Delta D = R \left[\theta + \frac{\theta^3}{3} + \dots - \theta \right] = R \frac{\theta^3}{3} = \frac{D^3}{3R^2} \quad (2-2-4)$$

二端除以 D，得相对误差

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{1}{3} \left(\frac{D^2}{R} \right) \quad (2-2-5)$$

地球半径 $R = 6\,371\text{km}$ ，并用不同 D 值代入，可计算出水平面代替水准面的距离误差和相对误差，列入表 2-2-2。

表 2-2-2 水平面代替水准面对距离的影响

距离 D/km	距离误差 $\Delta D/\text{cm}$	相对误差
1	0.00	—
5	0.10	1:5 000 000
10	0.82	1:1 217 700
15	2.77	1:541 516

从表 2-2-2 可见，当距离为 10km 时，以平面代替曲面所产生的距离误差为 0.82cm，相对误差为 1/1 217 700。这样小的误差，在地面上进行精密测距时是允许的。所以在半径为 10km 范围内，面积为 320km²之内，以水平面代替水准面所产生的距离误差可忽略不计。

二、对水平角的影响

从球面三角可知，球面上三角形内角之和比平面上相应三角形内角之和多出球面角超，见图 2-2-19。其值可用多边形面积求得，即

$$\epsilon = \frac{P}{R^2} \rho'' \quad (2-2-6)$$

式中： ϵ ——球面角超，单位称；

P ——球面多边形面积；

ρ'' ——206 265''；

R ——地球半径。

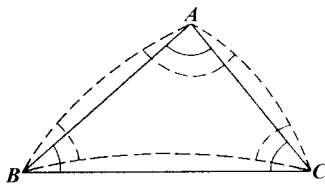


图 2-2-19 球面超角

以球面上不同面积代入 (2-2-6) 式，求出球面角超，列入表 2-2-3。

表 2-2-3 水平面代替水准面对角度的影响

球面面积/km ²	$\epsilon / ''$	球面面积/km ²	$\epsilon / ''$
10	0.05	100	0.51
50	0.25	500	2.54

计算结果表明,当测区范围在 100km²时,用平面代替水准面时,对角度影响仅为 0.51'',在普通测量工作中可以忽略不计。

三、对高程的影响

由图 2-2-18 可见, $b'b$ 为水平面代替水准面对高程产生的误差,令其为 Δh ,也称为地球曲率对高程的影响。

$$\begin{aligned}(R + \Delta h)^2 &= R^2 + D'^2 \\ 2R\Delta h + \Delta h^2 &= D'^2 \\ \Delta h &= \frac{D'^2}{2R + \Delta h}\end{aligned}$$

上式中,用 D 代替 D' ,而 Δh 相对于 $2R$ 很小,可略去不计,则

$$\Delta h = \frac{D^2}{2R} \quad (2-2-7)$$

以不同距离 D 代入上式,则得高程误差,列入表 2-2-4。

表 2-2-4 水平面代替水准面的高程误差

D/m	10	50	100	200	500	1 000
$\Delta h/\text{mm}$	0.0	0.2	0.8	3.1	19.6	78.5

从表中可见,用水平面代替水准面时,200m 的距离对高程影响就有 3.1mm。所以地球曲率对高程影响很大。在高程测量中,即使距离很短也应顾及地球曲率的影响。

第八节 测量工作的基本概念

测绘科学研究的内容很多,其应用领域很广泛。总的来说,凡是需要确定物体(静态或动态)三维空间坐标的工作都需要依靠测绘技术。对于面向土木工程的测绘工作,归纳起来有两大类,即地形图测绘和土木工程施工测量(简称测设)。为了使测量工作有条不紊,保证测量成果的质量,实测时必须遵循一定的原则和规程、规范。

一、测量工作的原理

测量工作应遵循两个原则：一是“由整体到局部，由控制到碎部”，二是“步步检核”。

第一项原则是对总体工作而言。任何测绘工作都应先总体布置，然后再分阶段、分区、分期实施。在实施过程中要先布设平面和高程控制网，确定控制点平面坐标和高程，建立全国、全测区的统一坐标系。在此基础上再进行细部测绘和具体建（构）筑物的施工测量。只有这样，才能保证全国各单位各部门的地形图具有统一的坐标系统和高程系统。减少控制测量误差的积累，保证成果质量。

第二项原则是对具体工作而言。对测绘工作的每一个过程、每一项成果都必须检核。在保证前期工作无误条件下，方可进行后续工作，否则会造成后续工作的困难，甚至全部返工。只有这样，才能保证测绘成果的可靠性。

二、地形图的测绘

为了保证全国各地测绘的地形图能有统一的坐标系，并能减少控制测量误差积累，国家测绘局在全国范围内建立了能覆盖全国的平面控制网和高程控制网。

在测绘地形图时，首先应在测区范围内布设测图控制网及测图用的图根控制点。这些控制网应与国家控制网联测，使测区控制网与国家控制网的坐标系统一致。图根控制点还应便于安置仪器进行测图。如图 2-2-20 中，A, B, ..., F 为图根控制点，A 点只能测山前的地形图，山后要用 C, D, E 等点测量。

地物、地貌特征点也称为碎部点，地形图碎部测量中大多采用极坐标法，见图 2-2-21。

设地面上有三个点 A, B, C，其中 A, B 为已知点，现要测定 C 点的平面坐标和高程。将仪器架在 B 点，测定水平角 β ，量测 BC 的距离 D_{BC} 和高差 h_{BC} ，即可得到 C 点的平面位置和高程。所以测角、量边、测高程是测量的基本工作。

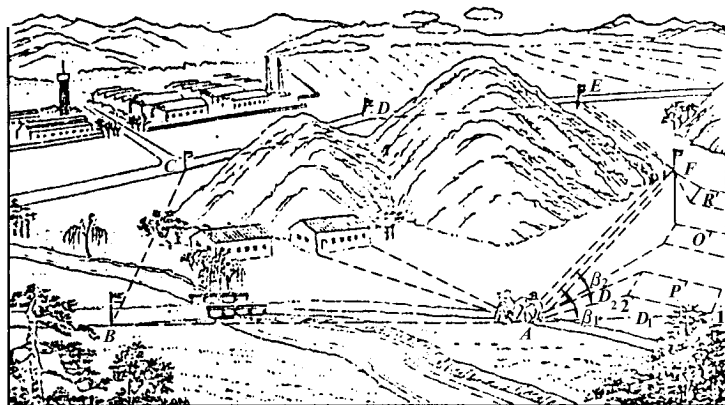
把测定的地物、地貌的特征点人工展绘在图纸上，称为白纸测图。如果在野外测量时，就将测量结果自动存储在计算机内，利用测站坐标及野外测量数据计算出特征点坐标；并给特征点赋予特征代码，即可利用计算机自动绘制地形图，这就是数字化测图。

测绘的地形图经过严格的检查验收、编辑、修改、绘制，可得到正规的地形图。

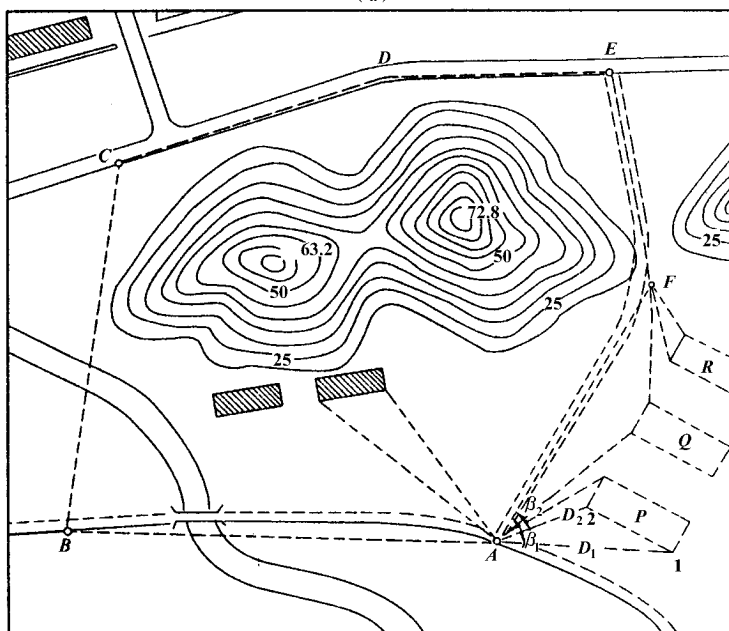
三、施工测量

施工测量包括对建（构）筑物施工放样、建（构）筑物变形监测、工程竣工测量等。

施工测量的首要工作也是要做好控制点布测。只有这样才能保证将设计的建（构）筑物位置正确地测设到地面上，作为施工的依据。如图 2-2-20 所示，利用控制点将



(a)



(b)

图 2-2-20 图根控制点的选择

所设计的建（构）筑物 P, Q, R 测设于实地。将仪器架在 A, F 点，同样可用极坐标法测设水平角 β ，量取水平距离 D，以测定点位。

普通测量内容及过程如图 2-2-22 所示。

随着科学技术的发展，现代测量学已引入许多高新技术，如城市 1/1 000 以上的地形图已采用航空摄影测量代替常规野外测图，控制测量已采用全球导航定位系统（GPS）代替常规控制测量，但是在施工测量和局部小范围大比例尺测图中，有的还采用常规测量方法。

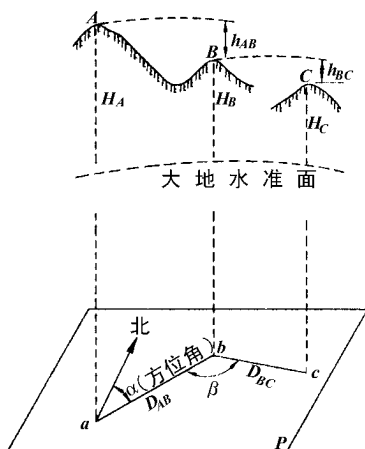


图 2-2-21 极坐标测图

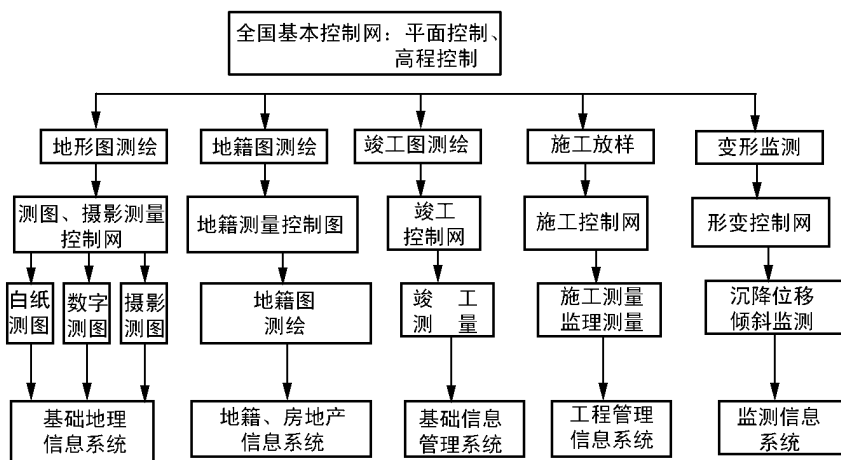


图 2-2-22 普通测量内容

第三章 距离测量与直线定向

距离测量是确定地面点的三项基本测量工作之一，测量学中所测定的距离是指地面上两点之间的水平距离。按照所使用的测量仪器和测量方法的不同，距离测量可分为：钢尺量距、视距测量和电磁波测距等方法。本章将分别介绍这三种测量方法及所用仪器的有关原理和使用方法，同时还将介绍直线定向的基本知识。

第一节 钢尺量距

一、钢尺量距的一般方法

(一) 量距的工具

钢尺量距所用的主要工具有：钢尺、标杆、测钎和垂球。钢尺一般分为 20m、30m、50m 等几种。其基本分划为厘米，在整米、分米和厘米处都有注记，钢尺的最小分划为毫米，如图 2-3-1。钢尺按尺上零点位置的不同，又分为端点尺和刻线尺。端点尺是以尺拉环的最外边缘作为尺的零点，如图 2-3-2(a)；刻线尺是以尺前端零点刻线作为尺的零点，如图 2-3-2(b)。

标杆一般长为 1~3m，其上面每隔 20cm 间隔涂以红、白漆，用来标定直线的方向，如图 2-3-3(a)。测钎主要用来标定所测尺段的起点和终点位置，平坦地区还用来计算量过的整尺段数，(如图 2-3-3b)。垂球主要用于倾斜地面量距时的投点定位。

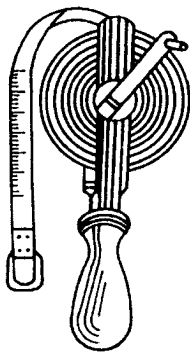


图 2-3-1 钢尺

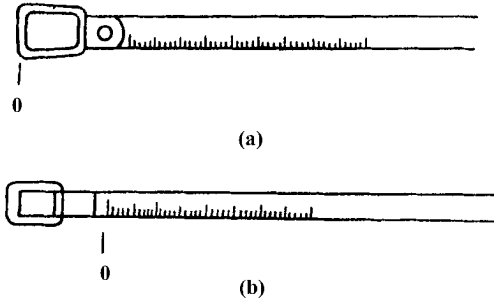


图 2-3-2

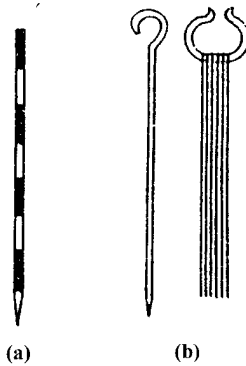


图 2-3-3

(二) 直线定线

当两待测点之间距离较长或地面高低起伏较大时，就必须分成若干段来进行测量。即在两待定点连线方向上确定若干个分段点，由竖立标杆或插测钎来标定直线的方向，同时也作为分段测量的依据。测量中将直线方向上标定若干个分段点的工作，称为直线定线。直线定线通常可分为目估定线和经纬仪定线两种方法。对于精度要求不高的一般量距方法，通常采用目估定线；精度要求较高的精密量距方法就必须用经纬仪定线。

目估定线法如图 2-3-4 所示，要在待测距离的 A、B 两点之间确定 1、2...分段

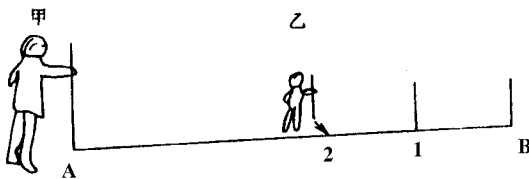


图 2-3-4 目估定线法

点,首先在 A、B 两点上竖立标杆,由测量员甲在 A 点以外 1~2m 处指挥测量员乙手持标杆在 AB 方向线附近左、右移动标杆,直到 A、1、B 三点在一条直线上为止,并在地面上作标记,确定分段点 1。然后按此法依次确定 2、3...分段点。定线时要求相邻两分段点之间要小于或等于一个整尺段。目估定线法一般应由远而近来进行。

(三) 量距方法

1. 平坦地区的距离丈量

丈量前,首先清除直线方向上的障碍物,在两端点 A、B 处各钉一木桩,同时钉一小钉作标记,然后在 A、B 点处各竖立一标杆即可开始丈量。丈量时,后尺手拿一测钎并将尺的零点端置于 A 点,前尺手携带一束测钎,同时手持尺的末端沿 AB 方向前进,到一整尺段处停下,由后尺手指将钢尺拉直,并位于 AB 方向线上,这时后尺手将尺的零点对准 A 点,两人同时用力将钢尺拉平,前尺手在尺的末端处插一测钎作为标记,确定分段点 1,这样就完成了第一尺段的丈量工作,如图 2-3-5。然后后尺手持测钎与前尺手一起抬尺前进,依次丈量第 2、第 3...第 n 个整尺段,到最后不足一整尺段时,后尺手以尺的零点对准测钎,前尺手用钢尺对准 B 点并读数 q,则 AB 两点之间的水平距离为

$$D = n \times l + q \quad (2-3-1)$$

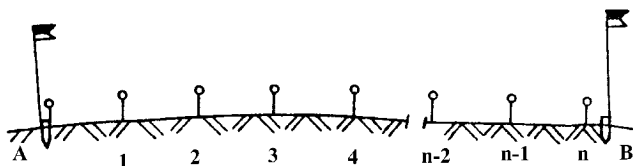


图 2-3-5

式中 n 为整尺段数(即后尺手手中的测钎数); l 为钢尺的整尺长度; q 为不足一整尺段的余长。

为防止测量错误和提高测量精度,需要往、返各丈量一次。将上述由 A→B 称为往测,由 B→A 称为返测,返测时要重新定线,并计算往、返丈量的相对误差,以衡量观测结果的精度。如果相对误差满足要求,则取往、返测平均值作为最后的丈量结果。往、返丈量距离之差 ΔD 的绝对值除以往、返测平均值,并化为分子为 1、分母为整数的分数形式,即为距离丈量的相对精度,通常用 K 表示,即

$$K = \frac{|D_{\text{往}} - D_{\text{返}}|}{D_{\text{平均}}} = \frac{|\Delta D|}{D_{\text{平均}}} = \frac{1}{D_{\text{平均}} / |\Delta D|} = \frac{1}{N} \quad (2-3-2)$$

N 值越大,丈量结果的精度越高。对于平坦地区 $K \leq 1/3\ 000$,困难地区 $K \leq 1/2\ 000$ 。

2. 倾斜地面的距离丈量

根据地势的情况,倾斜地面的距离丈量有如下两种方法。

(1) 平量法。当地面高低起伏变化不大, 但坡度变化不均匀时, 可分段将钢尺拉平进行丈量, 丈量时两次均由高到低进行, 如图 2-3-6 中两次均由 A 到 B 进行丈量。丈量时后尺手甲立于 A 点, 并指挥前尺手将钢尺拉在 AB 方向线上, 然后甲将钢尺的零点对准 A 点, 乙将钢尺抬高, 并目估使钢尺水平, 同时用垂球将尺段点投于地面, 再插上测钎。测完第一尺段后, 两人抬尺前进, 继续下一尺段测量。当地面高低起伏较大, 整尺拉平有困难时, 可将一整尺段分成几个尺段来进行丈量, 如图 2-3-6 中的 MN 段。平量法, 由于采用目估法使钢尺拉平, 钢尺弯曲及投点误差的影响很大, 所以测量的精度不高, 两次丈量的相对误差 $K \leq 1/1\,000$ 。

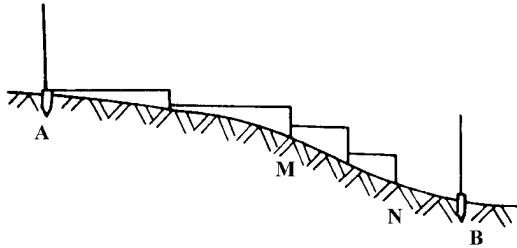


图 2-3-6

(2) 斜量法。当地面高低起伏变化比较均匀时, 可沿倾斜地面丈量出 A、B 两点之间的倾斜距离 L, 然后再计算出水平距离 D。计算方法有如下两种:

a. 用过 A、B 两点的竖直角进行计算

用经纬仪测定过 A、B 两点的竖直角 α , 如图 2-3-7 (a), 则水平距离 D 为

$$D = L \cos \alpha \quad (2-3-3)$$

b. 用两点之间的高差进行计算

用水准仪测定 A、B 两点之间的高差 h, 如图 2-3-7, 则水平距离 D 为

$$D = \sqrt{L^2 - h^2}$$

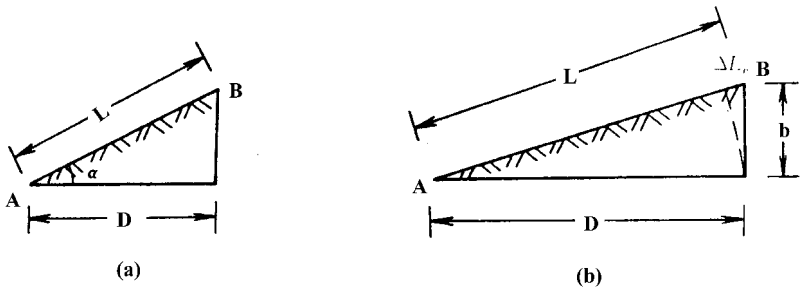


图 2-3-7

或按级数展开并取前两项

$$D = L - \frac{h^2}{2L} = L + \Delta L \quad (2-3-4)$$

式中 ΔL 为高差改正，即 $\Delta L = -\frac{L^2}{2L}$ 。

二、钢尺量距的精密方法

当量距精度要求达到 $1/10\ 000 \sim 1/40\ 000$ 时，就要用精密方法进行丈量。

(一) 钢尺精密量距的方法

1. 经纬仪定线

丈量前，首先要清除直线方向上的障碍物，然后将经纬仪安置于 A 点，在 B 点竖立标杆，用经纬仪瞄准 B 点标杆，进行经纬仪定线，在视线方向上标出略短于整尺段的分段点 1、2...，并在各分段点处钉一木桩，桩顶高出地面 3~5cm，如图 2-3-8 (a)，同时在木桩顶沿视线方向和垂直于视线方向各画一条直线，形成“十”形，作为丈量的标志，如图 2-3-8 (b)。

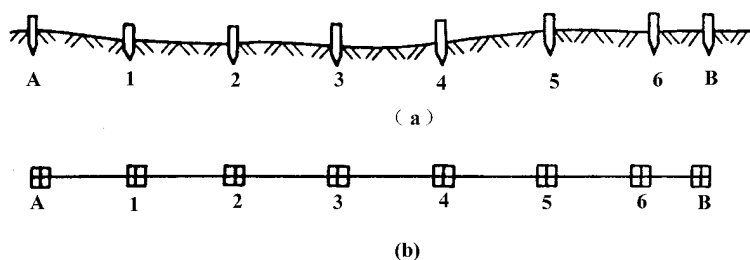


图 2-3-8

2. 量距

用检定过的钢尺在相邻两木桩之间进行丈量，一般由两人拉尺，两人读数，一人记录。拉尺人员将钢尺置于相邻两木桩顶，并使钢尺的一侧对准“十”字线，后尺手同时用弹簧秤施加以标准拉力（30m 钢尺 10kg、50m 钢尺 15kg），准备好后，两读数人员同时读取钢尺读数（一般由后尺手或前尺手对准一整数时读数），要求估读至 0.5mm，记录人员将两读数记入手簿（如表 2-3-1）。同样方法变换钢尺位置丈量三次，三次丈量结果的较差一般不得超过 2~3mm，如在容许范围内，则取三次丈量结果的平均值作为该尺段的最后成果。在尺段丈量期间要记录一次温度，估读至 0.5℃，用来计算温度改正。

3. 桩顶间高差测量

上述方法测得的相邻桩之间的距离是桩顶之间的倾斜距离，为计算水平距离，需要知道各相邻桩顶之间的高差。高差测量应用水准测量按双仪高法或往、返各测一次均

可。相邻桩顶两次高差之差的绝对值不应超过 10mm，若满足要求，则取其平均值作为最后的高差。

4. 尺段长度计算

精密丈量时，每一尺段所测倾斜距离 L 都要进行尺长改正、温度改正和倾斜改正，最后计算出尺段的实际水平距离 D 。

(1) 尺长改正。设钢尺在标准温度 ($t_0 = 20^\circ\text{C}$)，标准拉力 (30m 钢尺 10kg、50m 钢尺 15kg) 下的实际长度为 l' ，钢尺的名义长度 (标定长度) 为 l_0 ，两者之差 $\Delta l = l' - l_0$ 为整尺段的尺长改正数，则每尺段 L 的尺长改正数

$$\Delta L_l = \frac{\Delta l}{l_0} \times L \quad (2-3-5)$$

(2) 温度改正。设钢尺检定时温度 (或标准温度) t_0 ，丈量时的温度为 t ，钢尺的膨胀系数为 α ($\alpha = 1.25 \times 10^{-5}$)，则温度改正数

$$\Delta L_t = \alpha \times (t - t_0) \times L \quad (2-3-6)$$

(3) 倾斜改正。设尺段两 endpoint 的高差为 h ，则倾斜改正数

$$\Delta L_h = -\frac{h^2}{2L} \quad (2-3-7)$$

(4) 尺段水平距离。

$$D = L + \Delta L_l + \Delta L_t + \Delta L_h \quad (2-3-8)$$

(5) 计算全长。将各尺段改正后的水平距离相加，即为 A、B 两点间往测水平距离 $D_{\text{往}}$ 。同样方法观测、计算 A、B 两点间返测水平距离 $D_{\text{返}}$ ，则相对精度

$$K = \frac{|D_{\text{注}} - D_{\text{返}}|}{D_{\text{平均}}} = \frac{|\Delta D|}{D_{\text{平均}}} = \frac{1}{D_{\text{平均}}/|\Delta D|} = \frac{1}{N} \quad (2-3-9)$$

若相对精度满足要求，取平均值作为 A、B 两点之间的实际水平距离，否则应重新丈量。

表 2-3-1

钢尺号：No：10		钢尺膨胀系数 1.25×10^{-5}				钢尺检定温度： t_0 ； 2°C				
钢尺的名义长度 l_0 ：30m		钢尺的检定长度 l' ：29.985m				检定时拉力 10kg				
尺段编号	实测次数	前尺读数 (m)	后尺读数 (m)	尺段长度 (m)	温度 ($^\circ\text{C}$)	高差 (m)	尺长改正 (mm)	温度改正 (mm)	倾斜改正 (mm)	改正后尺段长度 (m)
A1	1	22.936 0	0.050 0	29.913 0	25.0	0.150	- 15.0	+ 1.9	- 0.4	29.900 2
	2	.952 0	0.038 5	.913 5						
	3	.946 0	0.031 5	.914 5						
	平均值			29.913 7						

钢尺号：No：10 钢尺膨胀系数 1.25×10^{-5} 钢尺检定温度： t_0 ； 2°C
 钢尺的名义长度 l_0 ：30m 钢尺的检定长度 l' ：29.985m 检定时拉力 10kg

尺段编号	实测次数	前尺读数 (m)	后尺读数 (m)	尺段长度 (m)	温度 ($^\circ\text{C}$)	高差 (m)	尺长改正 (mm)	温度改正 (mm)	倾斜改正 (mm)	改正后尺段长度 (m)
...
	1	18.975 0	0.075 0	18.900 0	26.5	0.24	-9.4	+1.5	-0.15	18.890 3
	2	.954 0	0.054 5	.899 5						
	3	.800 0	0.081 0	.899 5						
	平均值			18.8997						
合计										189.356 8

例1 现用一钢尺量测一段距离 A_1 ，量测结果和钢尺的检定情况列于表 2-3-1 (精密丈量记录计算表) 中。根据表中的记录数据计算：

尺段改正

$$\Delta L_l = \frac{29.985 - 30}{30} \times 29.9137 = -15.0\text{mm}$$

温度改正

$$\Delta L_t = 1.25 \times 10^{-5} \times (25.0 - 20) \times 29.9137 = 1.9\text{mm}$$

倾斜改正

$$\Delta L_h = -\frac{0.150^2}{2 \times 29.9137} = -0.4\text{mm}$$

改正后尺段长度

$$D_{A_1} = 29.9137 - 0.0150 + 0.0019 - 0.0004 = 29.9002\text{m}$$

例2 如果已知距离 AB 往测总和 198.3568m，返测总和 198.3543m，则平均距离为 198.3556m，求其相对精度。

相对精度 $K = \frac{|198.3568 - 198.3543|}{198.3556} = \frac{0.0025}{198.3556} = \frac{1}{79342}$

三、钢尺的检定

(一) 尺长方程式

由于钢尺在制造时会产生制造误差,钢尺经过长期使用会产生变形误差,丈量时因温度变化使钢尺伸缩产生的误差及拉力不一致产生的误差的综合影响,使得钢尺的实际长度与名义长度不相等,这样丈量的结果是名义长度而不是实际长度。为获得较准确的丈量结果,就必须对钢尺进行检定,计算出钢尺在标准温度和标准拉力下的实际长度,并给出钢尺的尺长方程式,以便于对钢尺的丈量结果进行改正,计算出丈量结果的实际长度。通常将钢尺的实际长度随温度而变化的函数式,称为钢尺的尺长方程式。其一般形式为

$$l_t = l_0 + \Delta l + \alpha (t - t_0) l_0 \quad (2-3-10)$$

式中 l_t 为钢尺在温度 t 时的实际长度; l_0 为钢尺的名义长度(标定长度); Δl 为整尺段的尺长改正数; α 为钢尺的膨胀系数; t_0 为钢尺检定时的温度(或标准温度); t 为丈量距离时钢尺的温度。

(二) 钢尺的检定

钢尺的检定一般有两种方法。

一种方法是在两固定标志的检定场地进行检定,检定时要用弹簧秤(或挂重锤)施加一定的拉力(30m 钢尺 10kg, 50m 钢尺 15kg),同时在检定时还要测定钢尺的温度。通常需要在两标志间测量三个测回(往、返一次为一测回),求其平均值作为名义长度,最后通过计算给出钢尺的尺长方程式。

例 3 钢尺的名义长度为 30m,标准拉力下,在某检定场进行检定。已知两固定标志间的实际长度为 180.055 2m,丈量结果为 180.021 4m,检定时的温度为 12℃,求该钢尺 20℃时的尺长方程式。

钢尺在 12℃时的尺长改正数

$$\Delta l = \frac{D' - D_0}{D_0} l_0 = \frac{180.055\ 2 - 180.021\ 4}{180.021\ 4} \times 30 = 0.005\ 6\text{m}$$

钢尺在 12℃时的尺长方程式

$$l_t = 30 + 0.005\ 6 + 1.25 \times 10^{-5} (t - 12) \times 30$$

钢尺在 20℃时的尺长改正数

$$l_{20} = 30 + 0.005\ 6 + 1.25 \times 10^{-5} (20 - 12) \times 30 = 30 + 0.008\ 6$$

钢尺在 20℃时的尺长方程式

$$l_t = 30 + 0.008\ 6 + 1.25 \times 10^{-5} (t - 20) \times 30$$

另一种方法是在精度要求不高时,可用检定过的钢尺作为标准尺来进行检定,此法可在室内水泥地面上进行。首先在地面上约一整尺段位置作两标志点,用检定过的钢

尺，在标准拉力下丈量两标志点的水平距离，再根据丈量距离对两标志点进行适当调整，使其长度等于标准尺的长度，然后用待检定的钢尺在标准拉力下，多次丈量两标志的距离，并取平均值作为丈量结果。通过对比来求得待检定钢尺的尺长改正数，同时给出尺长方程式。

例 4 已知标准尺的尺长方程式为：

$$l_t = 30 - 0.007 + 1.25 \times 10^{-5} \times (t - 20) \times 30$$

用其在地面上作两标记点，在标准拉力下丈量为 30m，用待检定的钢尺在标准拉力下，多次丈量两标志的距离为 29.997m，则待检定钢尺的尺长方程式为

$$l_{t\text{检}} = l_{t\text{标}} + (30 - 29.997)$$

$$\text{即 } l_{t\text{检}} = 30 - 0.007 + 1.25 \times 10^{-5} (t - 20) \times 30 + 0.003$$

$$\text{故 } l_{t\text{检}} = 30 - 0.004 + 1.25 \times 10^{-5} (t - 20) \times 30$$

四、量距误差

钢尺量距误差主要包括：定线误差、尺长误差、温度误差、倾斜误差、拉力误差和丈量误差。

(一) 定线误差

定线时，各分段点位置偏离直线方向，这时丈量的距离是折线距离而不是直线距离，使得丈量结果总是偏大，这种误差称为定线误差，如图 2-3-9。

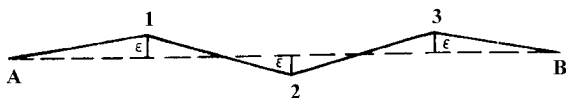


图 2-3-9

定线误差与倾斜地面丈量时的影响相类似，不同之处在于前者是在水平面上偏离直线方向，后者则是在竖直面上的倾斜，因此，倾斜改正公式(2-3-7)也适用于定线误差的计算，但定线误差左、右均存在，其误差较大，是公式(2-3-7)的 4 倍，即定线误差为

$$\Delta l_{\epsilon} = -\frac{2 \times \epsilon^2}{l}$$

(二) 尺长误差

钢尺的实际长度与名义长度不一致，对丈量结果产生的误差称为尺长误差。尺长误差属于系统误差，具有累积性。因此丈量前必须对钢尺进行检定，给出钢尺的尺长方程

式。在计算时就可根据尺长改正数 Δl 进行改正。对于精度要求相对较低的丈量，检定的误差应小于 $1 \sim 3\text{mm}$ ；精密丈量时，尺长改正数的检定误差应小于 0.1mm 。

（三）温度误差

丈量时如温度发生变化，则使得钢尺的长度随之发生变化，其对丈量结果产生的误差称为温度误差。因此，量距时要测定温度。

例如，丈量距离为 30m ，温度变化为 1°C ，则温度改正数为

$$\Delta l_t = 1.25 \times 10^{-5} \times 1 \times 30\text{m} = 0.0004\text{m}$$

丈量距离越长，温度变化越大，则温度误差也就越大。

（四）倾斜误差

沿倾斜地面丈量时，所测距离为倾斜距离，而不是水平距离。因此必须测定竖直角或高差来进行倾斜改正。将公式（4-7）同时除以 L ，并取绝对值，则

$$\frac{\Delta l_h}{L} = \frac{h^2}{2L^2} \approx \frac{h^2}{2D^2}$$

设地面坡度为 i

$$i = \frac{h}{D}$$

则

$$\frac{\Delta h_h}{L} = \frac{i^2}{2}$$

当丈量精度为 $1/3000$ 时，地面坡度小于 1.4% ，可以不考虑倾斜误差的影响。但当丈量精度要求较高或地面坡度 $i \geq \pm 1.4\%$ 时，应进行倾斜改正。

（五）丈量误差

丈量误差主要包括三方面：丈量时每尺段端点所插测钎位置是否正确、丈量时每段标志是否对准及零尺段的读数误差。

此外，还有拉力误差、风力使尺子弯曲误差等。

第二节 视距测量

视距测量是利用望远镜内十字丝分划板上的视距丝在视距尺（或水准尺）上进行读数，根据几何光学和三角学原理，同时测定水平距离和高差的一种方法。该方法具有操作简便、速度快、不受地形起伏变化限制等优点，但相对精度较低，约为 $1/200 \sim 1/300$ ，只能满足碎部测量的精度要求，因此广泛应用于碎部测量工作中。

目前国内外生产的经纬仪、水准仪，其十字丝分划板上均刻有上、下两条水平的短丝，称为视距丝。用视距丝配合视距尺（或水准尺）即可进行视距测量。本节主要介绍

视距测量的原理及应用实例和注意事项。

一、视距测量的原理

(一) 视线水平时计算水平距离和高差的公式

1. 水平距离的计算公式

如图 2-3-10 所示, 欲测定 A、B 两点之间的水平距离 D 和高差 h 。首先在 A 点安置经纬仪, 在 B 点竖立视距尺 (或水准尺), 用望远镜瞄准 B 点的视距尺 (或水准尺), 设置水平视线, 这时水平视线与视距尺 (或水准尺) 相互垂直, 视距丝 m 、 n 在视距尺 (或水准尺) 上的读数为 M 、 N 。M 与 N 两点读数之差, 即为两视距丝在视距尺 (或水准尺) 上读数之差, 称为尺间隔, 用 l 表示。

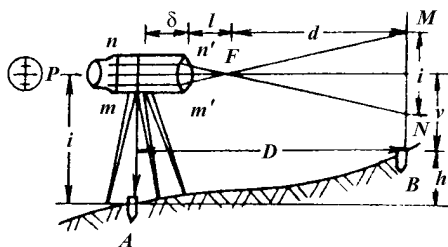


图 2-3-10

设 p 为视距丝间隔, f 为望远镜物镜焦距, δ 为物镜中心至仪器中心的距离。图中三角形 $Fm'n'$ 和 FMN 为相似三角形, 则

$$\frac{f}{d} = \frac{p}{l}, \quad d = \frac{f}{p} l$$

水平距离

$$D = d + f + \delta = \frac{f}{p} l + f + \delta$$

令

$$K = \frac{f}{p}, \quad c = f + \delta$$

水平距离

$$D = Kl + c$$

式中 K 为视距乘常数, $K = 100$, c 为视距加常数, 目前生产的经纬仪的望远镜均为内对光望远镜, $c \approx 0$ 。所以

$$D = Kl \quad (2-3-11)$$

2. 高差的计算公式

从图 2-3-10 可知

$$h + v = i$$

$$h = i - v \quad (2-3-12)$$

式中： i 为仪器高，是指地面点到经纬仪横轴中心的高度； v 为中丝在视距尺（或水准尺）上读数。

（二）视线倾斜时计算水平距离和高差的公式

1. 水平距离的计算公式

当地面高低起伏较大时，必须使经纬仪视线倾斜才能在视距尺（或水准尺）上读数，如图 2-3-11。为求得计算水平距离的公式，可以先将视距尺（或水准尺）以中丝读数点为转点旋转 α 角，使视距尺（或水准尺）由 I 位置旋转到 II 位置，这时的视线与视距尺（或水准尺）相互垂直，视距丝在视距尺（或水准尺）上的读数也由 M 、 N 变为 M' 、 N' ，即在 II 位置时的尺间隔为 l' 则倾斜距离

$$L = Kl'$$

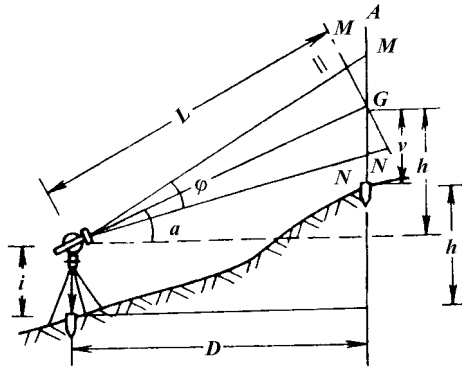


图 2-3-11

由于 φ 很小，约为 $34'23''$ ($34.38'$)，故角 $GM'M$ 和角 $GN'N$ 近似等于 90° ，则

$$\begin{aligned} l' &= M'N' = M'G + GN' = Mg\cos\alpha + Gn\cos\alpha \\ &= MN\cos\alpha \\ &= l\cos\alpha \end{aligned}$$

即

$$l' = l\cos\alpha, \quad L = Kl\cos\alpha$$

所以 A、B 两点之间的水平距离

$$D = L\cos\alpha = Kl\cos^2\alpha \quad (2-3-13)$$

当 $\alpha = 0$ 时， $D = Kl$ ，即为视线水平时计算水平距离的公式。

（2）高差的计算公式

从图 2-3-11 可知

$$\begin{aligned} D\tan\alpha + i &= h + v \\ h &= D\tan\alpha + i - v \end{aligned} \quad (2-3-14)$$

或者

$$\begin{aligned}L \sin \alpha + i &= h + v \\h &= L \sin \alpha + i - v \\&= K l \sin \alpha \cos \alpha + i - v\end{aligned}$$

即
$$h = \frac{1}{2} K l \sin 2\alpha + i - v \quad (2-3-15)$$

上式中当 $\alpha = 0$ 时, $D = kl$, $h = i - v$, 即为视线水平时计算水平距离和高差的公式。因此式 (2-3-13) (2-3-15) 是视距测量的基本公式。

二、视距测量的观测与计算

视距测量一般按以下步骤进行:

(1) 在测站点 A 安置经纬仪, 量取仪器高 i , 在 B 点竖立视距尺 (或水准尺)。

(2) 转动照准部, 瞄准 B 点视距尺 (或水准尺), 分别读取中丝、上丝、下丝读数, 读至 mm 级, 要求 $(M + N) / 2 - v \leq \pm 3\text{mm}$, 同时计算尺间隔 l

$$l = |M - N|$$

(3) 调节竖盘水准管气泡调节螺旋使水准管气泡居中, 或打开竖盘自动补偿开关, 使竖盘指标线处于正确位置, 读取竖盘读数 L (或 R), 计算竖直角

$$\alpha = 90^\circ - L \quad (\alpha = R - 270^\circ)$$

(4) 按公式 (2-3-13) (2-3-15) 计算水平距离和高差。例:

$$i = 1.450\text{m}, v = 1.450\text{m}, M = 1.573\text{m}, N = 1.100\text{m}, L = 89^\circ 53'$$

$$l = |M - N| = 0.473\text{m}$$

$$\alpha = 90^\circ - L = +2^\circ 07'$$

$$D = Kl \cos^2 \alpha = 47.2\text{m}$$

$$h = \frac{1}{2} Kl \sin 2\alpha + i - v = 1.75\text{m}$$

三、视距测量的误差及注意事项

视距测量的精度较低, 一般为 $1/200 \sim 1/300$, 只能满足地形测量的精度要求。

(一) 视距测量的误差

1. 读数误差

用视距丝在水准尺上读数的误差与水准尺的最小分划线的宽度、经纬仪至水准尺的距离及望远镜的放大倍率等因素有关, 因此读数误差的大小由所使用的经纬仪及作业条件而定。

2. 水准尺倾斜所引起的误差

当水准尺倾斜时, 设引起竖直角的偏差为 $\Delta\alpha$, 则距离误差为

$$\Delta D = -2Kl \cos\alpha \sin\alpha \frac{\Delta\alpha}{\rho}$$

用相对误差表示为

$$\frac{\Delta D}{D} = -2 \tan\alpha \frac{\Delta\alpha}{\rho}$$

从上式可知，水准尺倾斜的影响与竖直角 α 有关，当 α 增大时，水准尺倾斜对视距测量结果的影响也越大，所以在山区测量时，应特别注意水准尺的倾斜问题。

3. 垂直折光的影响

地球表面上高度不同的区域其空气密度不同，对光线的折射影响也不一样，视线越接近地面，垂直折光的影响越大，因此应采用抬高视线或选择有利的气象条件时进行视距测量。

4. 竖直角观测误差对视距测量的影响

竖直角观测误差对水平距离影响不大，主要影响高差测量，对高差计算公式（2-3-14）两端微分得

$$\Delta h = D \sec^2\alpha \frac{\Delta\alpha}{\rho}$$

当 $\alpha = 5^\circ$ ， $D = 100\text{m}$ ， $\Delta\alpha = 1'$ 时， $\Delta h = 3\text{cm}$ 。

在视距测量时，一般只用盘左（或盘右）一个位置进行测量，且竖直角又不加指标差改正，因此，在进行测量之前必须先进行竖盘指标差的检验与校正，使其满足要求。

此外，视距乘常数，水准尺的分划误差，中丝、上丝、下丝的估读误差及风力使水准尺抖动等，对视距测量的精度都有影响。

（二）注意事项

- （1）观测时应抬高视线，使视线距地面在 1m 以上，以减少垂直折光的影响。
- （2）为减少水准尺倾斜误差的影响，在立尺时应将水准尺竖直，尽量采用带有水准器的水准尺。
- （3）水准尺一般应选择整尺，如用塔尺，应注意检查各节的接头处是否正确。
- （4）竖直角观测时，应注意将竖盘水准管气泡居中或将竖盘自动补偿开关打开，在观测前，应对竖盘指标差进行检验与校正，确保竖盘指标差满足要求。
- （5）观测时应选择风力较小，成像较稳定的情况下进行。

第三节 电磁波测距

钢尺量距是一项十分繁重的工作，劳动强度大、工作效率低，地形复杂地区（山区、沼泽区）尤其困难。20 世纪五六十年代随着激光技术的出现及电子技术的发展，一些发达国家相继研制了各种类型的光电测距仪，其中以红外测距仪发展更为迅速，在测量实际工作中已得到普遍应用。本节主要对红外测距仪测量原理进行介绍。

一、测距原理

如图 2-3-12，待测距离 AB 一端 A 点安置测距仪，另一端 B 安置反光镜。当测距仪发出光束由 A 至 B，经反射镜反射后又返回仪器。设光速 c 为已知，若光束在待测距离上往返传播的时间 t 已知，则距离 D 可由下式求出

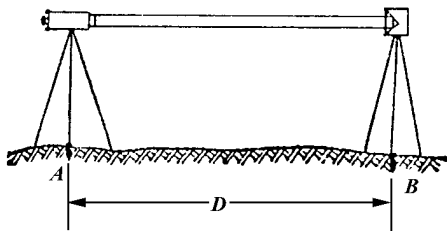


图 2-3-12

$$D = \frac{1}{2} ct \quad (2-3-16)$$

由 (2-3-16) 式可知，测定距离的精度主要取决于时间 t 的量测精度。时间 t 的测量方法通常有两种。

(一) 脉冲式测距

由测距仪的发射系统发出光脉冲，经被测目标反射后，再由测距仪的接收系统接收，测出这一光脉冲往返所需时间间隔 t ，以求得距离 D ，而 t 时间的量测精度，目前由于受电子元件性能的限制，很难达到很高的时间测量精度。例如，要达到 $\pm 1\text{cm}$ 的测距精度，时间 t 的量测值必须精确到 6.7×10^{-11} 秒。所以脉冲法测距一般只能达到米级精度，精度较低。

(二) 相位式测距

是对测距仪的光源砷化镓发光管加上了频率为 f 的交变电流，使发光管发射的光强随注入的电流的大小发生变化，这种光称为调制光，如图 2-3-13。当测距仪发出调制光频率的 f ，在待测距离上传播，经反射镜反射后被接收器所接收，然后用相位计将发射信号与接受信号进行相位比较，由显示器显示调制光在待测距离往、返传播所引起的相位移 φ 。为方便说明，见图 2-3-14。

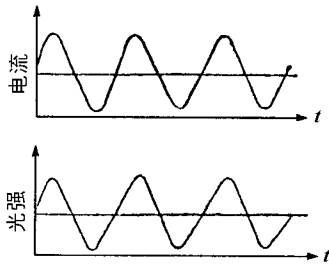


图 2-3-13

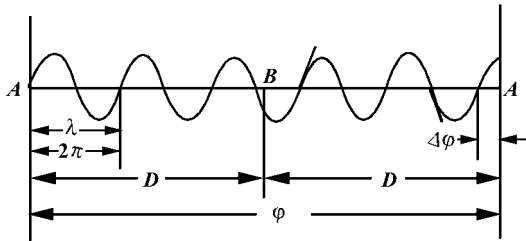


图 2-3-14

设调制光波长为 λ ，其光强变化一个周期的相位差为 2π 。接收时相位比发射时相位延迟 φ 角。则

$$\varphi = 2\pi ft \quad (2-3-17)$$

$$t = \frac{\varphi}{2\pi f} \quad (2-3-18)$$

将 t 代入 (2-3-16) 式得：

$$D = \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{f} \cdot \frac{\varphi}{2\pi} \quad (2-3-19)$$

由图 2-3-14 可见 φ 可表示为 N 个相位变化的整周期和不足一个整周期的相位差尾数 $\Delta\varphi$ 之和，即

$$\varphi = N \cdot 2\pi + \Delta\varphi$$

将 φ 代入 (2-3-19) 式，则

$$D = \frac{c}{2f} \left(N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) = \frac{\lambda}{2} \left(N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) \quad (2-3-20)$$

该式为相位法测距的基本公式。

若令 $u = \frac{\lambda}{2}$ ， $\Delta N = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$ 则

$$D = u (N + \Delta N) \quad (2-3-21)$$

将该式与钢尺量距公式相比，我们可以把 $\frac{\lambda}{2}$ 当作“光测尺”长度，则距离 D 也可

看成整光尺长度与不足一个整光尺长度之和。

光尺长度 u 可由下式确定

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f} = \frac{C_0}{2nf} \quad (2-3-22)$$

式中： C_0 为光在真空中传播速度，取 $C_0 = 299792458 \pm 1.2\text{m/s}$ 。 n 为大气折射率，它与测距仪使用光源波长 λ 、大气压 P 、温度 t 、湿度 e 有关。仪器上的测相装置（相位计）只能分辨出 $0 \sim 2\pi$ 的相位变化，故只能测出不足 2π 的相位差 $\Delta\varphi$ ，相当于不足整“测尺”的距离值，例如“测尺”为 10m ，则可测出小于 10m 的距离值。同理，若采用 1km 的“测尺”，则可测出小于 1km 的距离值。由于仪器测相系统的测相精度一般为 $1/1000$ ，测尺越长，测距误差越大。为解决扩大测程与提高精度的矛盾，测距仪上大多选用几个测尺配合测距。用较长的测尺（如 1km 、 2km 等）测定距离的大数，以满足测程需要，称为“粗尺”，用较短的测尺（如 10m 、 20m 等）测定距离的尾数，以保证测距的精度，称为“精尺”。例如对于测程为 1km 的测距仪，粗尺为 10m ，精尺为 1000m 。如实测距离为 586.763m ，则精测显示 6.763 ，粗测显示 580 ，仪器显示的距离为 586.763m 。

二、测距仪测量步骤及其他

目前国内外生产的短程红外测距仪型号很多，有几十种，各种仪器由于其结构不同，操作也各不相同，使用时应严格按照仪器使用手册来操作。

一般测距仪测量步骤如下：

- (1) 安置仪器：包括对中、整平等内容，接通电源。
- (2) 安置常数或观测记录竖直角、气压、气温等项。
- (3) 距离观测。
- (4) 成果计算（仪器可自动进行气象及各种常数改正则无此项）。

测距仪在使用时应注意以下几点：

- (1) 在阳光下作业（或雨天作业），一定要打伞保护，以防损坏。
- (2) 仪器应在大气比较稳定和通视良好的条件下使用。
- (3) 测距结束立即关机，迁站时要拔掉电源线。
- (4) 测距仪在运输过程中要注意防潮、防震和防高温。

第四节 直线定向

确定地面上两点的相对位置时，除知道两点的水平距离外，还必须确定该直线与标准方向之间的水平夹角，以确定直线的方向。把确定直线与标准方向线之间的水平角度的关系，称为直线定向。

一、标准方向的种类

(一) 真子午线方向

将通过地球表面上一点的真子午线的初线方向称为该点的真子午线方向，用 N 表示。真子午线方向通过天文观测方法进行测定，通常用指向北极星的方向来表示近似的真子午线方向。

(二) 磁子午线方向

通过地球表面上一点的磁子午线的切线方向称为该点的磁子午线方向，用 N' 表示。磁针自由静止时其 N 极所指的方向即为磁子午线方向，磁子午线方向可用磁针或罗盘仪测定。

(三) 坐标纵轴方向

我国采用高斯平面直角坐标系，其每一投影带中央子午线的投影为坐标纵轴方向，即 X 轴方向。

二、表示直线方向的方法

测量工作中，表示直线方向的方法常用方位角和象限角表示。

(一) 方位角

由标准方向线的北端起顺时针方向量到某直线的水平夹角，称为该直线的方位角。角值为 $0^\circ \sim 360^\circ$ 。根据标准方向线的不同，方位角又分为真方位角、磁方位角和坐标方位角三种，如图 2-3-15。

1. 真方位角

由真子午线方向线的北端起顺时针方向量到某直线的水平夹角，称为该直线的真方位角，用 A 表示。

2. 磁方位角

由磁子午线方向线的北端起顺时针方向量到某直线的水平夹角称为该直线的磁方位角，用 A_m 表示。

3. 坐标方位角

由坐标纵轴方向北端起顺时针方向量到某直线的水平夹角，称为该直线的坐标方位角，用 α 表示。

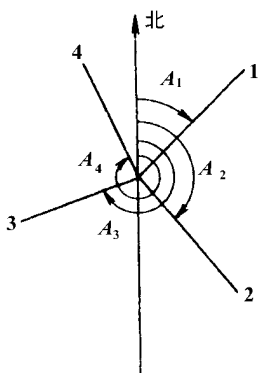


图 2-3-15 方位角

(二) 象限角

由标准方向线的北端或南端，顺时针或逆时针量到某直线的水平夹角，用 R 表示，其值在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 。如图 2-3-16，直线 O_1 、 O_2 、 O_3 、 O_4 的象限角分别为 R_1 、 R_2 、 R_3 和 R_4 。角限角不但要表示角度的大小，而且还要注记该直线位于第几象限。象限分为 I ~ IV 象限，分别用北东、南东、南西和北西表示。如 O_4 在第四象限，象值为 45° ，则该象限角表示为北西 45° 。

象限角一般只在坐标计算时用，这时所说的象限角是指坐标象限角。坐标象限角与坐标方位角之间的关系如下：

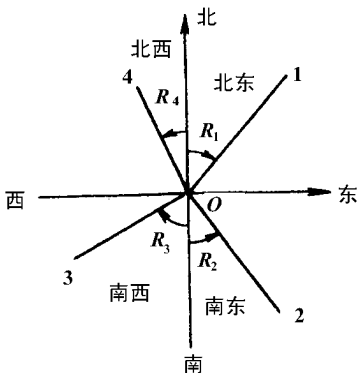


图 2-3-16 象限角

I 象限： $\alpha = R$

$R = \alpha$

II 象限： $\alpha = 180^\circ - R$

$R = 180^\circ - \alpha$

III 象限： $\alpha = 180^\circ + R$

$R = \alpha - 180^\circ$

IV 象限： $\alpha = 360^\circ - R$ $R = 360^\circ - \alpha$

三、三种方位角之间的关系

(一) 真方位角与磁方位角之间的关系

由于地球的真南北极与磁南北极不重合，因此过地球表面上一点的真子午线方向与磁子午线方向不重合，两者之间的夹角称为磁偏角，用 δ 表示。磁偏角有东偏和西偏，取值有正值和负值。磁子午线方向位于真子午线方向东侧，称为东偏， δ 取正值。磁子午线方向位于真子午线方向西侧，称为西偏， δ 取负值。

真方位角与磁方位角之间的关系，如图 2-3-17。

$$A = A_m + \delta \quad (2-3-23)$$

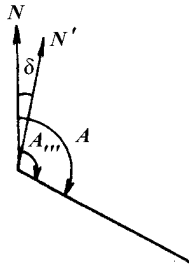


图 2-3-17

(二) 真方位角与坐标方位角之间的关系

在高斯投影中，中央子午线投影后是一条直线，也就是该带的坐标纵轴，其他子午线投影后均为收敛于两极的曲线。过地面上一点的子午线的切线方向与坐标纵轴之间的夹角称为子午线收敛角，用 γ 表示。 γ 角值有正值和负值，如果该点位于中央子午线东侧，称为东偏， γ 值为正值。如果该点位于中央子午线西侧，称为西偏， γ 值为负值。如图 2-3-18， $\gamma_m > 0$ ， $\gamma_n < 0$ 。

真方位角与坐标方位角之间的关系如图 2-3-19。

$$A = \alpha + \gamma \quad (2-3-24)$$

(三) 坐标方位角与磁方位角之间的关系

已知某点的子午线收敛角 γ 和磁偏角 δ ，如图 2-3-20，则坐标方位角与磁方位角之间的关系为

$$\alpha = A_m + \delta - \gamma \quad (2-3-25)$$

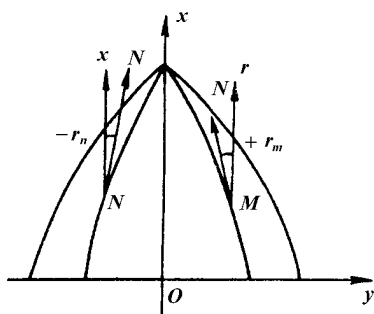


图 2-3-18

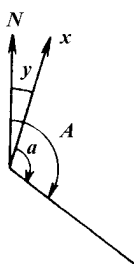


图 2-3-19

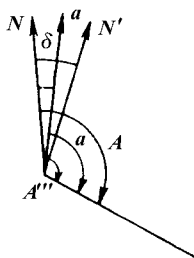


图 2-3-20

四、正、反坐标方位角

在平面直角坐标系或高斯平面直角坐标系中，表示直线的方位角通常是用坐标方位角表示。如直线 AB 的坐标方位角可用 α_{AB} 或 α_{BA} 表示。则称 α_{AB} 为正坐标方位角， α_{BA} 为反坐标方位角，如图 2-3-21，其关系为

$$\alpha_{BA} = \alpha_{AB} \pm 180^\circ \text{ 或 } \alpha_{AB} = \alpha_{BA} \pm 180^\circ$$

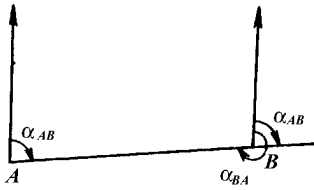


图 2-3-21

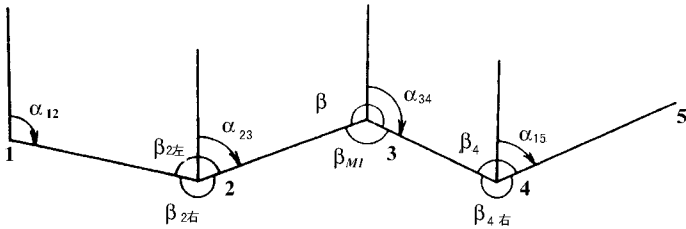


图 2-3-22

五、坐标方位角的推算

测量工作中不是直接测定直线边的坐标方位角，而是测定各相邻边之间的水平夹角 β_i 和与已知边的连结角，通过已知坐标方位角和观测的水平夹角 β_i 推算出各边的坐标方位角。在推算时 β_i 角有左角和右角之分，其公式也有所不同。所谓左角（右角）是指该角位于前进方向左侧（右侧）的水平夹角。

如图 2-3-22，已知 α_{12} ，观测前进方向的左角 $\beta_{2左}$ 、 $\beta_{3左}$ 、 $\beta_{4左}$ （或 $\beta_{2右}$ 、 $\beta_{3右}$ 、 $\beta_{4右}$ ），则 α_{23} 、 α_{34} 、 α_{45} 的计算公式如下。

左角：

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} + \beta_{2左} - 180^\circ$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{23} + \beta_{3左} - 180^\circ$$

$$\alpha_{45} = \alpha_{34} + \beta_{4左} - 180^\circ$$

通用公式为

$$\alpha_{i, i+1} = \alpha_{i-1, i} + \beta_{i左} - 180^\circ$$

右角：

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} - \beta_{2右} + 180^\circ$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{23} - \beta_{3右} + 180^\circ$$

$$\alpha_{45} = \alpha_{34} - \beta_{4右} + 180^\circ$$

通用公式为

$$\alpha_{i,j+1} = \alpha_{i-1,i} - \beta_{i右} + 180^\circ$$

式中 $\alpha_{i-1,i}$ 、 $\alpha_{i,j+1}$ 分别表示导线前进方向上相邻边中后一边的坐标方位角和前一边的坐标方位角。其一般式为

$$\alpha_{前} = \alpha_{后} \pm \beta (\text{左}) \mp 180^\circ \quad (2-3-26)$$

第五节 罗盘仪及其使用

一、罗盘仪的构造

罗盘仪是用来测定直线磁方位角的一种测量仪器，其主要部件有罗盘盒、瞄准器、基座等。如图 2-3-23。

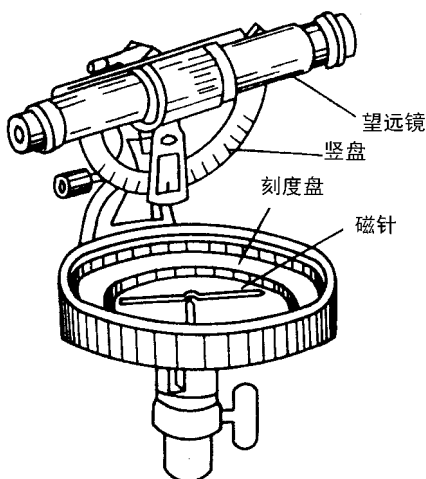


图 2-3-23

(一) 罗盘盒

图 2-3-24 为罗盘盒的剖面图，主要由磁针、刻度盘和顶针等组成。磁针是用磁铁制成，有南北极之分，在北极端涂上黑色，在南极端绕有铜丝。磁针中心装有玛瑙的圆形球窝。罗盘盒中心装有顶针，顶针支在球窝上。磁针可以自由旋转，当磁针自由静止时，其北极端所指示的方向即为磁子午线方向。为了减轻顶针的磨损，在罗盘盒下方装有磁针顶起螺丝，通过旋转顶起螺丝，用杠杆将磁针顶起，使磁针与顶针分离并紧贴

在玻璃盖上。

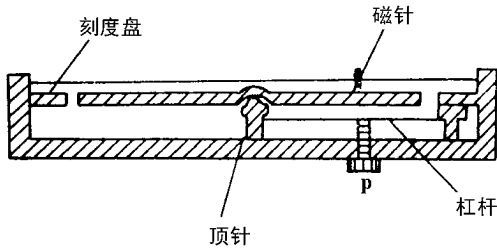


图 2-3-24

(二) 刻度盘

刻度盘一般为铜制或铝制圆环，其上共刻有 360 个分划，每一分划为 1° ，按逆时针每隔 10° 一个注记。

(三) 瞄准器

瞄准器为一个小型望远镜，其下方固定有一个半圆形竖直度盘，用于测定竖直角。望远镜物镜端与刻度盘 0° 线相对应，望远镜目镜端与刻度盘 180° 线相对应。瞄准器与刻度盘一起转动。瞄准目标后，转动顶起螺丝，使磁针自由静止，此时磁针北极端所指示的刻度盘读数，即为该视线方向的磁方位角。

二、用罗盘仪测定直线的磁方位角

(1) 安置罗盘仪于直线的起点，进行对中、整平，在直线的另一端竖立一标志（花杆）作为瞄准标志；

(2) 转动瞄准器，瞄准直线另一端目标；

(3) 松开顶起螺丝 P，将磁针放下，让磁针自由转动。待磁针自由静止时，读取磁针北极端所指示的刻度盘读数，即为该直线方向的磁方位角。如图 2-3-25，磁针北极端所指示的刻度盘读数为 150° ，则该直线方向的磁方位角为 150° 。

三、注意事项

(1) 罗盘仪在使用时，应避开铁质物体、磁质物体及高压电线，以免影响磁针位置的正确性；

(2) 观测结束后，必须旋紧顶起螺丝 P，将磁针顶起，以免磁针磨损，并保护磁针的灵活性。

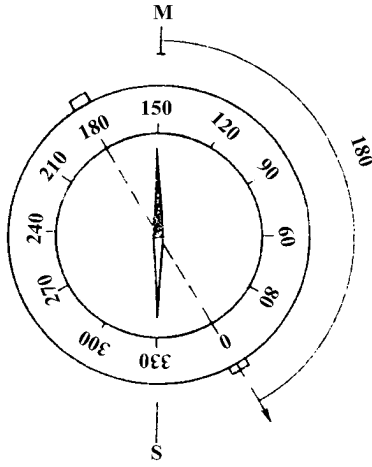


图 2-3-25

第四章 水准测量

测量地面点高程的工作，称为高程测量。即通过测定地面点与点之间的高差，并根据已知点的高程，求得未知点的高程。由于所使用的仪器和施测方法的不同，高程测量可分为水准测量、三角高程测量和气压高程测量。工程上常用的是水准测量和三角高程测量。本章主要介绍水准测量的原理、水准仪的构造与使用、水准测量的施测方法、水准仪的检验与校正、水准测量的误差，以及自动安平水准仪、精密水准仪等内容。

第一节 水准测量原理

水准测量是测定地面点间高差的一种基本方法。其原理是利用水准仪提供一条水平视线，借助水准尺来测定地面两点间的高差，从而由已知点的高程和测得的高差，求出待定点的高程。

如图 2-4-1，A、B 为地面上的两点，现欲测定 A、B 两点间的高差 h_{AB} ，根据 A 点的高程 H_A 确定 B 点的高程 H_B 。

一、高差测量

如图 2-4-1 所示，将水准仪安置在 A、B 两点之间，在 A、B 两点分别竖立水准尺，利用水准仪提供的水平视线，分别读 A 点水准尺的读数 a 和 B 点水准尺的读数 b ，则 A、B 点间的高差为：

$$h_{AB} = a - b \quad (2-4-1)$$

若水准测量是由 A 到 B 点进行的，即前进方向为 A→B，此时规定 A 点为后视点，A 点尺上的读数为后视读数，B 点为前视点，B 点尺上的读数为前视读数，则 (2-4-1) 式可写成：

$$\text{高差} = \text{后视读数} - \text{前视读数}$$

高差有正负，当后视读数 a 大于前视读数 b 时，高差 h_{AB} 为正，说明 B 点高于 A 点；反之，高差 h_{AB} 为负，说明 B 点低于 A 点。在测量和计算中应特别注意高差的正负号，且有 $h_{AB} = -h_{BA}$ 。

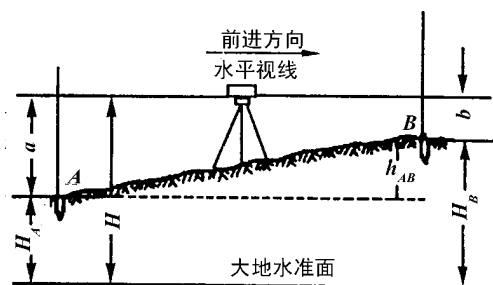


图 2-4-1 水准测量原理

二、高程计算

根据已知 A 点高程 H_A 和测定的高差 h_{AB} ，便可算出 B 点的高程。

(一) 高差法

$$H_B = H_A + h_{AB} = H_A + (a - b) \quad (2-4-2)$$

此法适用于根据一个已知点确定单个点高程的情况。

(二) 视线高法（视高法）

$$H_B = (H_A + a) - b = H_i - b \quad (2-4-3)$$

式中： H_i ——视线高程。

第二节 水准测量的仪器和工具

水准测量所使用的仪器为水准仪，所使用的工具为水准尺和尺垫。

我国将水准仪按其精度划分为四个等级：DS05、DS1、DS3 和 DS10。字母 D 和 S 分别为“大地测量”和“水准仪”汉语拼音的第一个字母，其后面的数字代表仪器的测量精度。工程测量中广泛使用的是 DS3 级水准仪。

一、水准仪

水准仪是指能够提供水平视线的仪器，主要由望远镜、水准器和基座三部分组成。图 2-4-2 是我国制造的 DS3 级微倾式水准仪示意图。

(一) 望远镜

望远镜的主要用途是瞄准目标并在水准尺上读数。它包括物镜 1、十字丝 2、对光

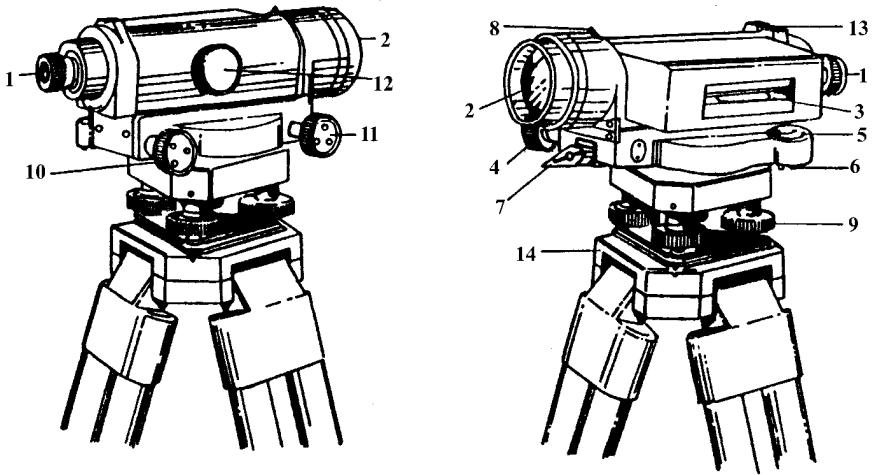


图 2-4-2

- 1——目镜；2——物镜；3——水准管；4, 11——微动螺旋；5——圆水准器；
6——圆水准器校正螺丝；7——制动扳钮；8——准星；9——脚螺旋；
10——微倾螺旋；12——对光螺旋；13——缺口；14——三脚架

透镜 3 和目镜 4 等四部分，如图 2-4-3 所示。

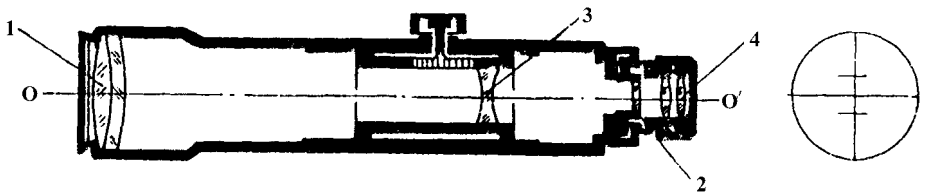


图 2-4-3

- 1——物镜；2——十字丝；3——对光透镜；4——目镜

如图 2-4-4 所示，物镜和对光透镜的作用，是使物体 AB 在镜筒内十字丝平面上形成一个缩小的倒立实像 a_1b_1 。目镜的作用，是将 a_1b_1 放大成为倒立虚像 a_2b_2 ，即起放大镜的作用。十字丝是照准尺子和读数用的。它是刻在玻璃板上的两条相互垂直的细丝，竖向的一条称为竖丝，横向的一条长丝称为横丝（又称中丝），横丝上下还有两条对称的短丝是用来测量距离的，称为视距丝（见图 2-4-3 右侧的图）。十字丝中心（或称十字丝交点）和物镜光心的连线，称为视准轴，即图 2-4-3 中所示的 OO' 线。

（二）水准器

水准器是用来指示视准轴是否水平或仪器竖轴是否竖直的装置。水准器分为圆水准器和管水准器两种。圆水准器装在基座上，供粗略整平之用；管水准器装在望远镜旁，

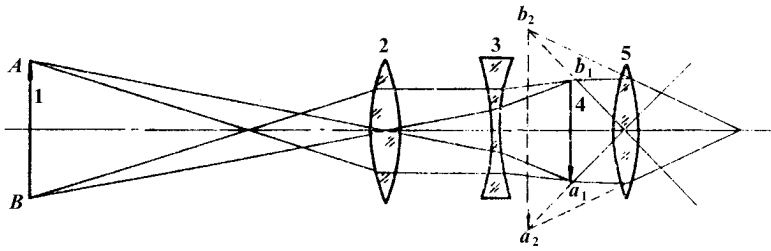


图 2-4-4

1——物体；2——物镜；3——对光透镜；4——十字丝平面；5——目镜

供精确整平视准轴之用（见图 2-4-2）。

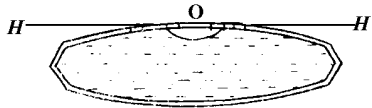


图 2-4-5

管水准器又称水准管，是由一个内壁研磨成圆弧的玻璃管制成的，如图 2-4-5 所示。水准管上一般刻有间隔为 2mm 的分画线，分画线的中点 O，称为水准管零点。水准管内充满酒精或乙醚，中间有一气泡。通过零点作水准管圆弧的切线，称为水准管轴，如图 2-4-5 中的 HH' 线。当气泡两端对称于圆弧上中点 O 时，气泡即居中，此时水准管轴即水平了。水准管上每 2mm 分画所对应的圆心角，称为水准管分画值。分画值越小，则水准管越灵敏。安装在 DS3 级水准仪上的水准管，其分画值不大于 20"。圆水准器的分画值一般为 8' ~ 10'，由于其精度较低，所以只能用于仪器的概略整平。

为了提高目估水准管气泡居中的精度，微倾式水准仪的水准管上方都装有由三块棱镜组成的复合棱镜系统。两个棱镜的侧面所在的平面通过水准管的纵轴线，第三块棱镜为 45° 的直角棱镜，其底为等腰直角三角形，一个直角面与左右两棱镜的侧面相靠或互相平行〔见图 2-4-6 (a)〕。它可使水准管两端半个气泡的像经过三次全反射进入望远镜旁的放大镜内。如果气泡居中，则气泡两端的两个半边影像即合二为一，如图 2-4-6 (c) 所示；如果气泡不居中，则气泡的两个半边影像不符合，如图 2-4-6 (b) 所示。

由于利用水准管整平仪器费时费力，所以最近 40 多年来国内外厂家生产了各种型号的自动安平水准仪。使用这种仪器时，只需先用圆水准器将仪器粗略整平，仪器的补偿器就可使仪器的视线精确水平。

二、水准尺

水准尺是水准测量时使用的标尺，是水准测量的重要工具之一，其质量的好坏直接影响水准测量的精度。因此，水准尺通常用干燥不易变形的木质材料或玻璃钢制成。地

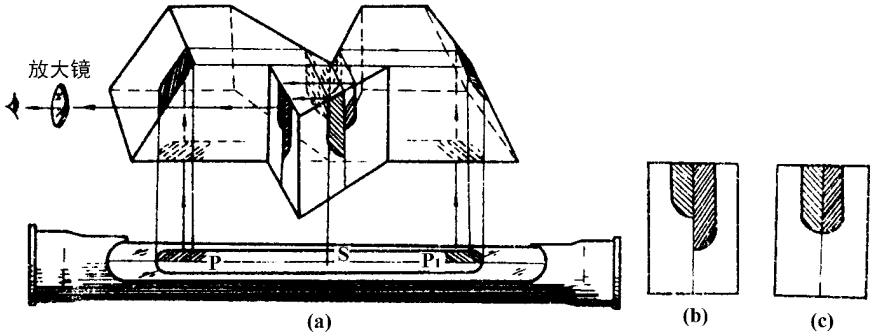


图 2-4-6

面水准测量常用的水准尺有直尺和塔尺两种（如图 2-4-7 所示）。直尺按长度有 2m 和 3m 两种，塔尺的长度为 5m，尺上的刻画一般 1cm 一格，并在分米处注记。塔尺〔图 2-4-7 (b)〕多用于地形测量，双面尺〔图 2-4-7 (a)〕多用于三、四等水准测量。双面尺的一面采用黑白相间刻画，称黑面尺或主尺，另一面采用红白相间刻画，称红面尺或副尺。双面尺必须成对使用，两根尺黑面的起始读数为零，而红面的起始读数则分别为 4.687m 和 4.787m。

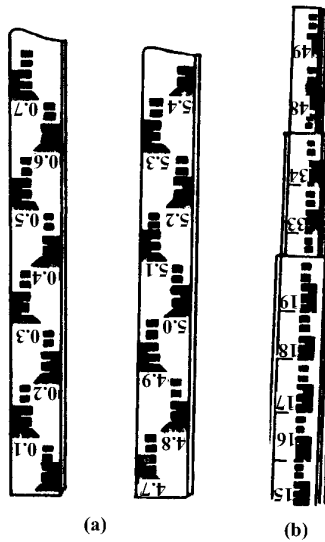


图 2-4-7

(a) 直尺 (b) 塔尺

三、尺垫

有时两个水准点之间的距离较远或高差较大，而直接测定其高差有困难时，应在中间设立若干个中间点（称为转点）以传递高差。而尺垫是在转点处放置水准尺用的。如

图 2-4-8 所示，尺垫用生铁铸成，一般为三角形，中间有一突起的半球体，下方有三个支脚。使用时用力将尺垫的三个支脚踩入土中，以防下沉，上方突起的半球形顶点作为竖立标尺和标志转点之用。

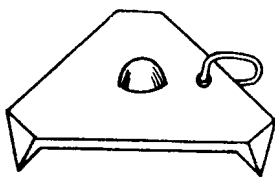


图 2-4-8

第三节 水准仪的使用

一、DS₃ 微倾式水准仪的使用

(一) 安置水准仪

首先松开三脚架腿上的蝶形螺旋，根据观测者的身高或地理位置，调节架腿的长度，拧紧蝶形螺旋。然后张开三脚架，把水准仪从箱中取出，并记住仪器在箱中的位置，将仪器安放在架头上，旋紧中心连接螺旋，使仪器在架头上边接牢固。调节仪器的各螺旋至适中位置，以便螺旋能向两个方向转动，使一条架腿放在稳固地面，用两手分别握住另外两架腿，调整架腿的位置成大致等边三角形，并目估架头大致水平。再将三脚架腿踩紧，即可开始下一步的工作。但当在倾斜地面安置仪器时，应将一条架腿安置在倾斜面上方，另两条腿安置在倾斜面下方，这样仪器才比较稳固。

(二) 粗略整平

粗略整平是调节脚螺旋使圆水准气泡居中，仪器的竖轴处于铅垂状态。如图 2-4-9(a) 所示，当气泡中心偏离零点，位于 m 点时，先相对旋转 1、2 两个脚螺旋，使气泡沿 1、2 螺旋连线的平行方向移至 n 点，如图 2-4-9(b) 所示。气泡移动的方向与左手大拇指移动的方向一致，然后转动脚螺旋 3，使气泡从 n 点移至分划圈的中央，如图 2-4-9(c) 所示。此项工作需反复进行，直到在任何位置圆气泡均居中为止。

(三) 瞄准目标

1. 目镜对光

将望远镜对向明亮背景，转动目镜对光螺旋，使十字丝清晰。

2. 粗略瞄准

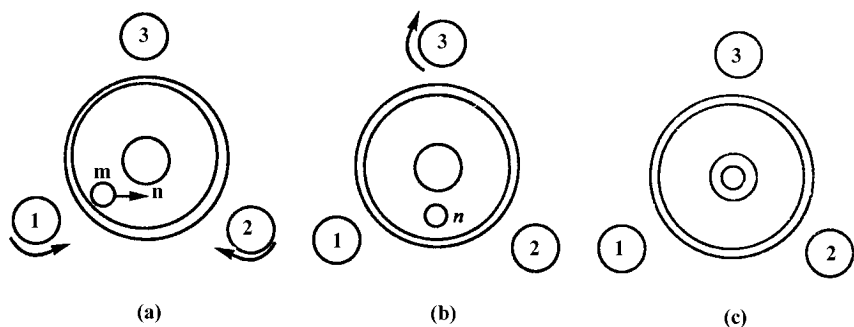


图 2-4-9 粗略整平

松开水平制动螺旋，利用望远镜上面的粗瞄器（准星和照门）瞄准水准尺后，立即用制动螺旋将仪器制动。

3. 物镜对光和精确瞄准

从望远镜内观察，如果目标不清晰，则作物镜对光，看清楚水准尺的影像后，再转动微动螺旋使水准尺影像位于十字丝竖丝附近，如图 2-4-10 (a) (b) 所示。

4. 消除视差

当望远镜精确瞄准目标后，眼睛在目镜端上下做少量移动时，若发现十字丝和目标影像有相对运动，即读数发生变化，这种现象叫视差。

视差产生的原因是目标通过物镜所成的像与十字丝分划板不重合，如图 2-4-11 (a) (b) 所示。只有当人眼位于中间位置时，十字丝中心交点 O 与目标像 a 点重合，读数才保持不变；否则，随着眼睛的上下移动，十字丝中心变点 O 分别与目标像的 b 点和 c 点重合，使水准尺上的读数为的一不确定数。测量作业中是不允许存在视差的。

消除视差的方法是控制眼睛本身不作调焦的前提下（即无论调节十字丝或目标影像都不要使眼睛紧张，保持眼睛处于松弛状态），反复仔细进行物镜和目镜的对光，直到眼睛在目镜端上下做微小移动时，读数不发生明显的变化为止，如图 2-4-11 (c) 中的情形。

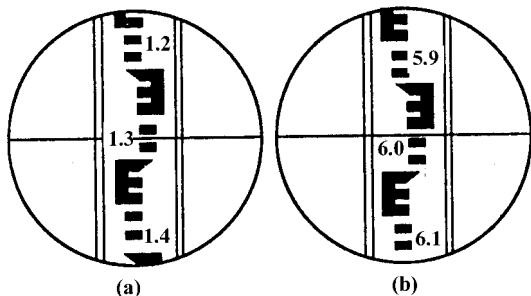


图 2-4-10 瞄准与读数

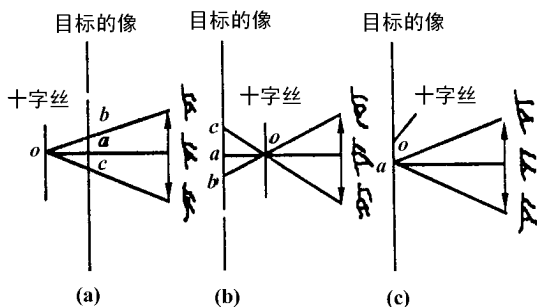


图 2-4-11 视差

(四) 精确整平 (精平)

在每次读数之前,都应转动微倾螺旋使水准管气泡居中,即符合水准器的两端气泡影像对齐,只有当气泡已经稳定不动而又居中的时候,视线才是水平的。

(五) 读数

仪器精确整平后,即可在水准尺上读数。读数前先认清水准尺的注记特征,按由小到大的方向,读出米、分米、厘米、并仔细估读毫米数。读数时应特别注意单位,四位数应齐全,加小数点则以米为单位,不加小数点则以毫米为单位。如图 2-4-10 (a) (b) 中的读数分别为 1.274 和 5.960。

精平与读数是两个不同的操作步骤,但在水准测量中,两者是紧密相连的,只有精平后才能读数,读数后,应及时检查精平。只有这样才能准确地读得视准轴水平时的尺上读数。

第四节 水准测量的外业

一、水准测量的实施

水准测量通常从一个已知高程的水准点开始,按照一定的水准路线而引测出所需各点的高程。当两个水准点相距较远或高差较大时,若只安置一次仪器,就不能测出该两点间的高差。为此,就需要连续多次安置仪器以测出两点间的高差。如图 2-4-12 所示,在 A、B 两点之间设立若干个中间立尺点,这些中间立尺点称为转点,将 AB 分成 n (图上 $n=5$) 段,分别测出每段的高差 $h_1、h_2\dots h_n$,则 A、B 两点间的高差就是各高差之和,即:

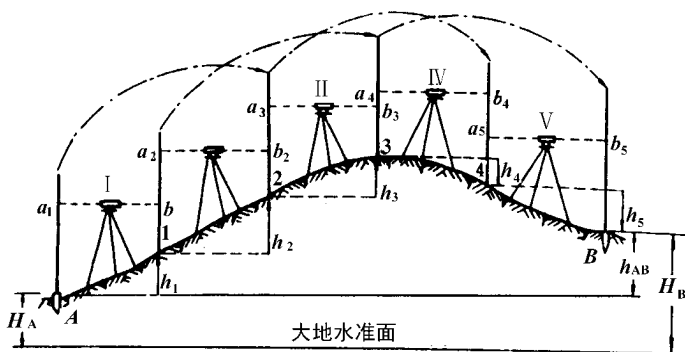


图 2-4-12

$$\begin{cases} h_1 = a_1 - b_1 \\ h_2 = a_2 - b_2 \\ \dots \\ h_n = a_n - b_n \end{cases} \quad (2-4-4)$$

$$h_{AB} = h_1 + h_2 + \dots + h_n = \sum h \quad (2-4-5)$$

若将式 (2-4-4) 代入式 (2-4-5), 即有:

$$h_{AB} = (a_1 + b_2) + (a_2 - b_2) + \dots + (a_n - b_n) = \sum a - \sum b \quad (2-4-6)$$

式 (2-4-6) 可用于高差计算正确性的检核。

如果 A 为已知高程点, 其高程为 H_A , 则 B 点高程为:

$$H_B = H_A + h_{AB} = H_A + \sum a - \sum b \quad (2-4-7)$$

现以图 2-4-12 为例, 说明用水准仪测量各段高差的方法。设 A 点的高程为 132.815 m, 试求 B 点高程。

为此, 必须首先测出各段 (图中为 5 段) 的高差。在 A 点立水准尺, 离 A 点约 50~80m (最大不超过 100 m) 处安置水准仪, 让另一扶尺员在观测前进方向选转点 1, 在 1 点上安放尺垫并在尺垫上立尺。选转点时, 可用步测的方法, 尽量使前视、后视距离大致相同 (这样可以消除因视准轴与水准管轴不平行而引起的误差)。然后, 后视 A 点水准尺, 得到后视读数 $a_1 = 1.890\text{m}$, 再前视转点 1, 得前视读数 $b_1 = 1.145\text{m}$, 把它们均记入水准测量外业记录手簿中 (见表 2-4-1), 后视读数减去前视读数, 即得到高差为 $+0.745\text{m}$, 亦记入高差栏内。上述步骤即为一个测站上的工作。

保持转点 1 上的水准尺不动, 把 A 点上的水准尺移到转点 2, 仪器安置在转点 1 和转点 2 之间, 同法进行观测和计算并依次测到 B 点。在计算过程中, 点 1、2...4 仅起传递高程的作用, 由于地面无固定标志, 所以无需算出其高程。

二、水准测量的检核

为了防止测量错误、提高测量精度, 在观测过程中要进行测站检核。测站检核通常

采用变更仪器高法和双面尺法。

(一) 变更仪器高法

在同一个测站上采用不同的仪器高度而测得两次高差以相互比较进行检核。即测得第一次高差后，变更仪器高，仪器变更的高度应大于 10 cm，重新安置仪器再测一次高差。对于等外水准测量，两次所测高差之差应不大于 6mm。如符合要求，可取两次高差的平均值作为两点之间的最终高差，否则必须分析原因和重新进行测量，表 2-4-1 是变更仪器高法进行测站检核的例子。

表 2-4-1

测站	点号	后视读数 /m	前视读数 /m	高 差 /m				高程/m
				后视减前视		平均高差		
				+	-	+	-	
I	A	1.890 1.992 (a_1)		0.745 0.741 (h_1)		0.743		132.815
	1		1.145 1.251 (b_1)					
II	1	2.515 2.401 (a_2)		1.102 1.100 (h_2)		1.101		
	2		1.413 1.301 (b_2)					
III	2	2.001 2.114 (a_3)		0.850 0.854 (h_3)		0.852		
	3		1.151 1.260 (b_3)					
IV	3	1.512 1.642 (a_4)		0.601 0.603 (h_4)		0.602		
	4		2.113 2.245 (b_4)					
V	4	1.318 1.421 (a_5)		0.906 0.904 (h_5)		0.905		134.004
	B		2.224 2.325 (b_5)					
合计/m		18.806	16.428			2.696	1.507	
计算的检核		$h = \frac{1}{2} (18.806 - 16.428)$ = +1.189				+ 1.189		132.815 + 1.189 = 134.004

(二) 双面尺法

仪器的高度保持不变，而立在后视点和前视点上的水准尺分别用黑面和红面各进行一次读数，测得两次高差以相互进行检核。对于等外水准测量，若同一水准尺的红面与黑面读数（加尺常数后）之差不超过 4 mm，黑、红面高差之差（在红面所测高差上加或减 100 mm）又不超过 6 mm，则取其平均值作为该测站的观测高差。否则，成果不合格，应重新观测。记录和计算示例列于表 2-4-2。

表 2-4-2

测站	测点		后视读数 /m	前视读数/m	高差 /m	平均高差 /m	高程 /m	备注
	点号	尺号						
I	A	05	1.400 (黑面) 6.187 (红面)		0.833 (黑面) 0.932 (红面)	+0.832	16.832	05 号尺的尺常数为④ 787 m06 号尺的尺常数为 4.687m
	1	06		0.567 (黑面) 5.255 (红面)				
II	1	06	1.924 (黑面) 6.611 (红面)		-0.074 (黑面) -0.175 (红面)	-0.074		
	2	05		1.998 (黑面) 6.786 (红面)				
III	2	05	1.728 (黑面) 6.515 (红面)		-0.140 (黑面) -0.041 (红面)	-0.140		
	3	06		1.868 (黑面) 6.556 (红面)				
IV	3	06	1.812 (黑面) 6.499 (红面)		-0.175 (黑面) -0.274 (红面)	-0.174		
	4	05		1.987 (黑面) 6.773 (红面)				
V	4	05	0.466 (黑面) 5.254 (红面)		-2.218 (黑面) -2.117 (红面)	-2.218	15.058	
	B	06		2.684 (黑面) 7.371 (红面)				
计算 检核	①黑红面读数之差 = 黑面读数 + 尺常数 - 红面读数 ②黑红面所测高差之差 = 黑面高差 - (红面高差 ± 0.100 m) ③平均高差 = [黑面高差 + (红面高差 ± 0.100 m)] / 2							

用双面尺法进行水准测量，有一套严密的计算检核方法，表 2-4-2 只列出了其中的一部分。由于双面尺法操作方便、计算规范，所以在水准测量中得到了广泛应用。

第五节 水准测量的内业

水准测量外业工作结束后，要检查记录手簿，计算各点间的高差。经检核无误，才进行计算和调整高差闭合差，最后计算各点的高程，以上工作，称为水准测量的内业。

一、附和水准路线的内业计算

图 2-4-13 是根据外业测量手簿整理得的数据，A、B 为已知水准点，各项计算均在表 (2-4-3) 中进行，下面分述其计算步骤。

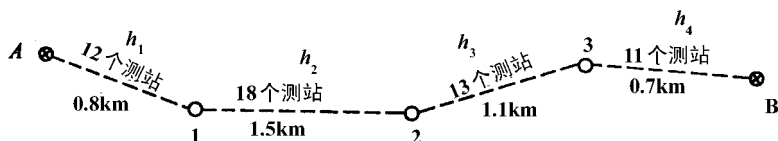


图 2-4-13 附和水准路线观测数据

(一) 高差闭合差的计算与调整

由式得：

$$f_h = \sum h - (H_B - H_A) = 2.741 - (59.039 - 56.345) = +0.047\text{m}$$

设是山地，故 $f_{h容} = \pm 2\sqrt{n} = \pm 12\sqrt{54} = \pm 88\text{mm}$ 。

此时， $|f_h| < |f_{h容}|$ ，说明成果符合精度要求，可进行闭合差调整。

在同一条水准路线上，假设观测条件是相同的，可认为各测站产生误差的机会是相等的，故闭合差的调整按与测站数（或距离）成正比例反符号分配的原则进行，则第 i 测段高差改正数按下式计算。

$$V_i = -\frac{f_h}{\sum n} n_i \quad (2-4-8)$$

或

$$V_i = -\frac{f_h}{\sum l} l_i \quad (2-4-9)$$

式中： $\sum n$ ——总测站数；

n_i ——第 i 测段测站数；

$\sum l$ ——路线总长；

l_i ——第 i 测段路线长。

本例中算出第一段 (A-1) 改正数为：

$$V_1 = -\frac{47}{54} \times 12 = -10\text{mm}$$

各测段的改正数，分别列入表 2-4-3 中的第 6 栏内。改正数总和绝对值应与闭合差的绝对值相等。第 5 栏中的各实测高差分别加改正数后，便得到改正后的高差，列入第 7 栏，最后求改正后的高差代数和，其值应与 A、B 两点的高差 ($H_B - H_A$) 相等，否则，说明计算有误。

(二) 高程的计算

根据检核过的改正后高差，由起始点 A 开始，按 $H_{i+1} = H_i + h_{i,i+1}$ ，逐点推算出各点的高程，列入第 8 栏中。最后算得的 B 点高程应与已知的高程 H_B 相符，否则，说明高程计算有误。

表 2-4-3 附和水准测量路线高程计算表

测段编号	地名	距离 /km	测站数	实测高差 /m	改正数 /m	改正后的高差 /m	高程 /m	备注
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	A	0.8	12	+ 2.785	- 0.010	+ 2.775	56.345	
2	1	1.3	18	- 4.369	- 0.016	- 4.385	59.120	
3	2	1.1	13	+ 1.980	- 0.011	+ 1.969	54.735	
4	3	0.7	11	+ 2.345	- 0.010	+ 2.335	56.704	
∑	B	3.9	54	+ 2.741	- 0.047	+ 2.694	59.039	
辅助计算	$f_h = +47\text{mm}$ $n = 54$			$- f_h/n = -0.87\text{mm}$				
	$f_{h容} = \pm 12 \sqrt{54} = \pm 88\text{mm}$							

二、闭合水准路线的内业计算

闭合水准路线高差闭合差按 (2-4-10) 式计算，如闭合差在容许范围内，按上述附和水准路线相同的方法进行调整，并计算各点高程。

$$f_h = \sum h \quad (2-4-10)$$

三、支水准路线的内业计算

支水准路线高差闭合差按 (2-4-11) 式计算，如闭合差在容许范围内，取往、返高差绝对值的平均值作为两点间的高差，其符号与所测方向高差的符号一致。

$$f_h = \sum h_{往} + \sum h_{返} \quad (2-4-11)$$

第六节 微倾式水准仪的检验与校正

一、水准仪应满足的条件

根据水准测量原理，水准仪必须提供一条水平视线，才能正确地测出两点间的高差。如图 2-4-13 所示，水准仪应满足的条件是：

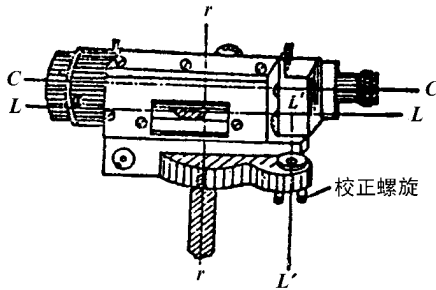


图 2-4-13

- (1) 圆水准器轴 $L'L'$ 应平行于仪器的竖轴 VV ；
- (2) 十字丝的中丝（横丝）应垂直于仪器的竖轴；
- (3) 水准管轴 LL 应平行于视准轴 CC 。

二、检验与校正

上述水准仪应满足的各项条件，在仪器出厂时已经过检验与校正而得到满足，但由于仪器在长期使用和运输过程中受到震动和碰撞等原因，使各轴线之间的关系发生变化，若不及时检验校正，将会影响测量成果的质量。所以在水准测量之前，应对水准仪进行认真的检验和校正。检校的内容有以下三项：

（一）圆水准器轴平行于仪器竖轴的检验与校正

检验：如图 2-4-14 (a) 所示，用脚螺旋使圆水准器气泡居中，此时圆水准器轴 $L'L'$ 处于竖直位置。如果仪器竖轴 VV 与 $L'L'$ 不平行，且交角为 α ，那么竖轴 VV 与竖直位置便偏差 α 角。将仪器绕竖轴旋转 180° ，如图 2-4-14 (b) 所示，圆水准器转到竖轴的左面， $L'L'$ 不但不竖直，而且与竖直线 $L'L'$ 的交角为 2α ，显然气泡不再居中，而离开零点的弧长所对的圆心角为 2α 。这说明圆水准器轴 $L'L'$ 不平行竖轴 VV ，需要校正。

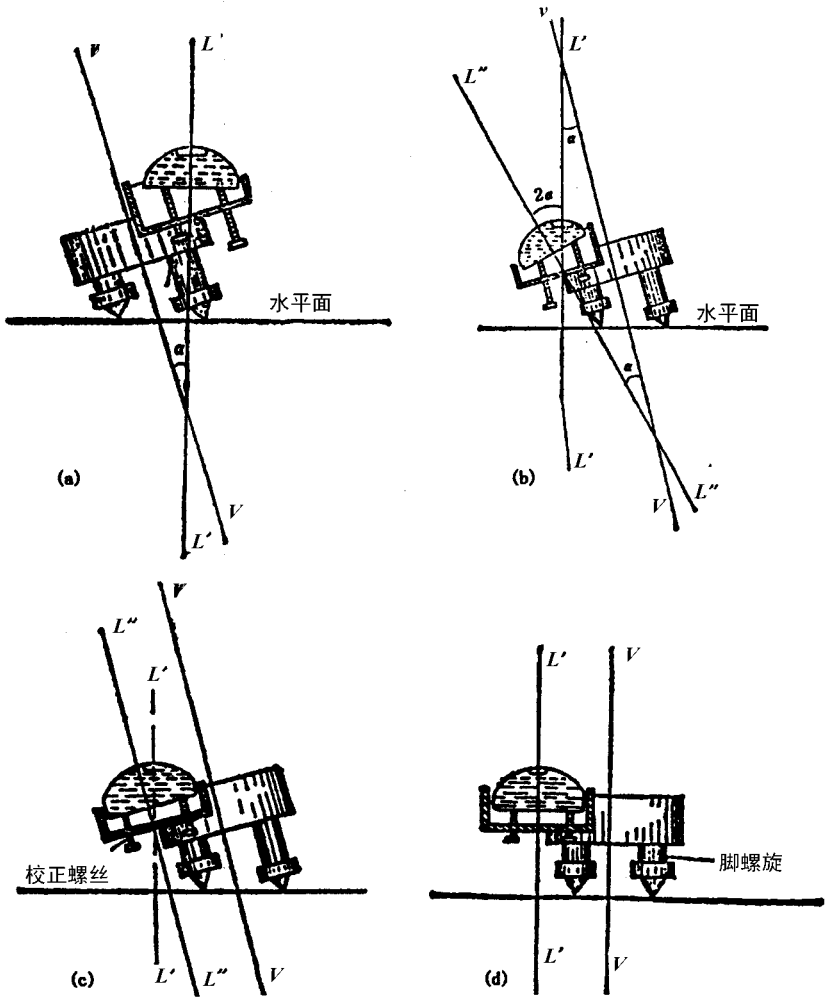


图 2-4-14

校正：调整圆水准器下面的三个校正螺丝，使气泡向居中位置移动偏离量的一半，如图 2-4-14 (c) 所示。这时，圆水准器轴 $L'L''$ 与 VV 平行。然后再用脚螺旋整平，使圆水准器气泡居中，竖轴 VV 则处于竖直状态，如图 2-4-14 (d) 所示。校正工作一般都难于一次完成，需反复进行直至仪器旋转到任何位置圆水准器气泡皆居中时为止。

(二) 十字丝横丝应垂直于仪器竖轴的检验与校正

检验：安置仪器后，先将横丝一端对准一个明显的点状目标 M ，如图 2-4-15 (a) 所示。然后固定制动螺旋，转动微动螺旋，如果标志点 M 不离开横丝，如图 2-4-15 (b)，则说明横丝垂直竖轴，不需要校正。否则，如图 2-4-15 (c) (d) 所示，则需要校正。

校正：校正方法因十字丝分划板座装置的形式不同而异。可用螺丝刀松开分划板座

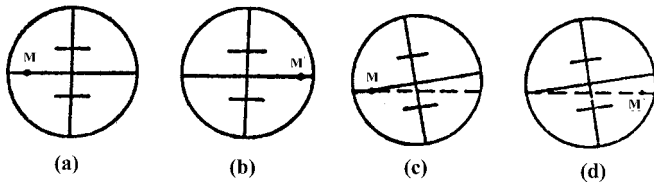


图 2-4-15

固定螺丝，转动分划板座，改正偏离量的一半，即满足条件。也有卸下目镜处的外罩，用螺丝刀松开分划板座的固定螺丝，拨正分划板座的。

(三) 视准轴平行于水准管轴的检验与校正

检验：如图 2-4-16，在 S_1 处安置水准仪，从仪器向两侧各量约 40m，定出等距离的 A、B 两点，打木桩或放置尺垫标志之。

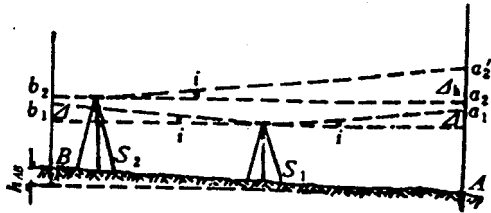


图 2-4-16

(1) 在 S_1 处用变动仪高（或双面尺）法，测出 A、B 两点的高差。若两次测得的高差之差不超过 3mm，则取其平均值 h_{AB} 作为最后结果。由于距离相等，两轴不平行的误差 Δh 可在高差计算中自动消除，故 h 值不受视准轴误差的影响。

(2) 安装仪器于 B 点附近的 S_2 处，离 B 点约 3m 左右，精平后读得 B 点水准尺上的读数为 b_2 因仪器离 B 点很近，两轴不平行引起的读数误差可忽略不计。故根据 b_2 和 A、B 两点的正确高差 h 算出 A 点尺上应有读数为：

$$a_2 = b_2 + h_{AB} \quad (2-4-12)$$

然后，瞄准 A 点水准尺，读出水平视线读数 a_2' ，如果 a_2' 和 a_2 相等，则说明两轴平行。否则存在 i 角，其值为：

$$i'' = \frac{\Delta h}{D_{AB}} \cdot \rho'' \quad (2-4-13)$$

式中 $\Delta h = a_2' - a_2$ ； $\rho = 206265''$ 。对于 DS₃ 级微倾水准仪， i 值不得大于 20''，如果超限，则需要校正。

校正：转动微倾螺旋使中丝对准 A 点尽上正确读数 a_2 ，此时视准轴处于水平位置，但管水准器气泡必然偏离中心。为了使水准管轴也处于水平位置，达到视准轴平行于水准管轴的目的，可用拨针拨动水准管一端的上、下两个校正螺丝（图 2-4-17），使气

泡的两个半象符合。在松紧上、下两个校正螺丝前，应稍旋松左、右两个螺丝，校正完丝再旋紧。

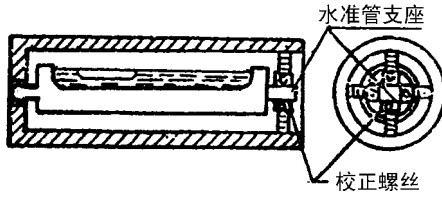


图 2-4-17

这项检验校正要反复进行，直至 i 角误差小于 $20''$ 为止。

第七节 水准测量的误差分析

水准测量误差包括仪器误差、观测误差和外界条件的影响三个方面。

一、仪器误差

(一) 仪器校正后的残余误差

主要是水准管轴与视准轴不平行，虽经校正但仍然残存少量误差；而且由于望远镜调焦或仪器温度变化都可引起 i 角发生变化，使水准测量产生误差。所以在观测过程中，要注意使前、后视距离相等，打伞避免仪器日光曝晒，便可消除或减弱此项误差的影响。

(二) 水准尺误差

由于水准尺刻划不准确，尺长变化、弯曲等影响，会影响水准测量的精度，因此，水准尺须经过检验才能使用。至于尺的零点差，可在一水准测段中使测站为偶数的方法予以消除。

二、观测误差

(一) 水准管气泡居中误差

设水准管分划值为 τ'' ，居中误差一般为 $\pm 0.15\tau''$ ，采用符合式水准器时，气泡居中精度可提高一倍，故居中误差为

$$m_{\tau} = \pm \frac{0.15\tau''}{2\rho''} \cdot D \quad (2-4-14)$$

式中 D 为水准仪到水准尺的距离。

若 $D = 100\text{m}$, $\rho'' = 206265''$, $\tau = 20''/2\text{mm}$, 则 $m_{\tau} = 1\text{mm}$, 因此, 为消除此项误差, 每次读数前, 应严格使气泡居中。

(二) 读数误差

在水准尺上估读毫米数的误差, 与人眼的分辨能力、望远镜的放大倍率以及视线长度有关, 通常按下式计算

$$m_v = \frac{60''}{V} \cdot \frac{D}{\rho''} \quad (2-4-15)$$

式中 V 为望远镜的放大倍率; $60''$ 为人眼的极根分辨能力。

设望远镜放大倍率 $V = 26$ 倍, 视线长 $D = 100\text{m}$, 则 $m_v = \pm 1.1\text{mm}$ 。

(三) 视差影响

当存在视差时, 十字丝平面与水准尺影像不重合, 若眼睛观察的位置不同, 便读出不同的读数, 因而也会产生读数误差。

(四) 水准尺倾斜影响

水准尺倾斜将使尺上读数增大, 如水准尺倾斜读数为 1.5m , 倾斜 2° 时, 将会产生 1mm 误差; 倾斜 4° 时, 将会产生 4mm 误差。因此, 在高精度水准测量中, 水准尺上要安置圆水准器。

三、外界条件的影响

(一) 仪器下沉或尺垫下沉

由于仪器下沉或在转点发生尺垫下沉, 使视线降低, 从而引起高差误差。这类误差会测站数增加而积累, 因此, 观测时要选择土质坚硬的地方安置仪器和设置转点, 且要注意踩紧脚架, 踏实尺垫。若采用“后、前、前、后”的观测程序或采用往返观测的方法, 取成果的中数, 可以减弱其影响。

(二) 地球曲率及大气折光影响

如图 2-4-18 所示, 用水平视线代替大地水准面在尺上读数产生的误差为 Δh 此处用 C 代替 Δh , 则

$$C = \frac{D^2}{2R}$$

式中 D 为仪器到水准尺的距离; R 为地球的平均半径为 6371km 。

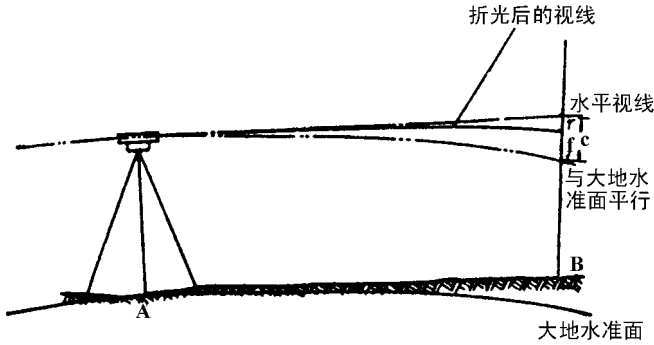


图 2-4-18

实际上，由于大气折光，视线并非是水平的，而是一条曲线（见图 2-4-18），曲线的曲率半径为地球半径为 7 倍，其折光量的大小对水准尺读数产生的影响为：

$$r = \frac{D^2}{2 \times 7R} = \frac{D^2}{14R} \quad (2-4-16)$$

折光影响与地球曲率影响之和为：

$$f = c - r = \frac{D^2}{2R} - \frac{D^2}{14R} = 0.43 \frac{D^2}{R} \quad (2-4-17)$$

如果使前后视距离 D 相等，由公式 (2-4-17) 计算的 f 值则相等，地球曲率和大气折光的影响将得到消除或大大减弱。

(三) 温度影响

温度的变化不仅引起大气折光的变化，而且当烈日照射水准管时，由于水准管本身和管内液体温度的升高，气泡向着温度高的方向移动，而影响仪器水平，产生气泡居中误差，观测时应注意撑伞遮阳。

此外，大气的透视度、地形条件以及观测者的视觉能力等，都会影响测量精度，由于这些因素而产生的误差与视线长度有关，因此通常规定高程精度水准测量的视线长为 40~50m，普通水准测量视线长 50~70m，精度要求不太高时，视线长度可增宽到 100~120m。

第五章 角度测量

为了测定地面点的位置，需进行角度测量，角度测量是基本测量方法之一，用于角度测量的仪器是经纬仪。

第一节 水平角与竖直角测量原理

水平角是指一点至两目标的方向线在水平面上的投影所形成的夹角。如图 2-5-1 (a) 所示，地面上有高低不同的 A、O、B 三点，O 为测站点，A、B 为两目标点，OA、OB 两方向线在水平面上的投影 Oa 、 Ob 的夹角 β 即为两目标方向线的水平角。因此，水平角 β 也是过 OA、OB 方向线的两个竖直面所夹的二面角。水平角的取值范围为 $0^\circ \sim 360^\circ$ 。假设在水平面设置一个可以度量角度的刻度圆盘，且刻度圆盘的中心与 O 点位于同一铅垂直线上，如图 2-5-1 (b)，读取投影线 Oa 的刻度值 m ，再读取投影线 Ob 的刻度值 n ，则小平角 $\beta = n - m$ 。

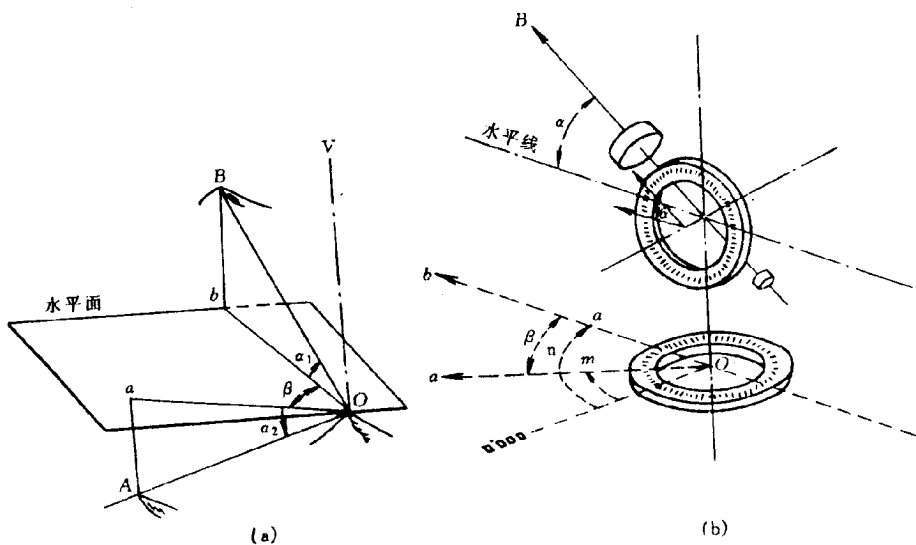


图 2-5-1

竖直角是指在同一竖直面内倾斜视线与水平线间的夹角。倾斜视线在水平线的上

方，称为角，用正号表示；倾斜视线在水平线的下方，称为俯角，用负号表示（图 2-5-1）。竖直角取值范围为 $0^\circ \sim \pm 90^\circ$ 。

第二节 光学经纬仪

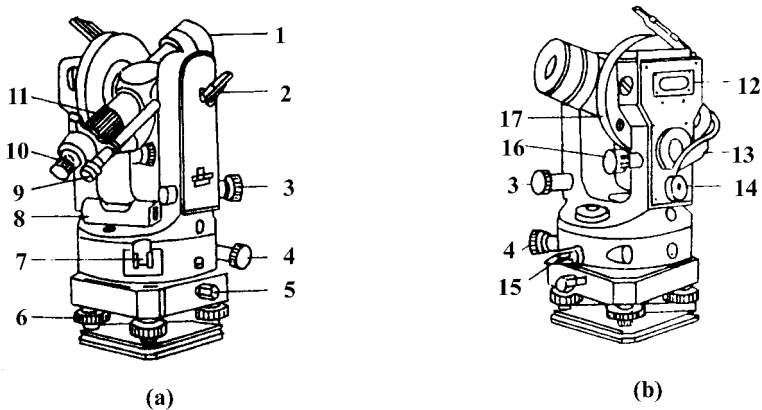
一、基本构造

光学经纬仪是用于角度测量的仪器。我国生产的经纬仪用“DJ”表示，“D”为“大地测量”的“大”字的汉语拼音的首字母，“J”为“经纬仪”的“经”字的汉语拼音的首字母，紧跟其后的阿拉伯数字代表仪器的精度。经纬仪的精度是用水平方向一测回中误差表征的。例如：DJ₆表示其一测回方向中误差为 6″的经纬仪型号，其他型号可以此类推。有时“DJ”也简称为“J”。

经纬仪按其测量精度可分为精密和普通两大类。DJ₀₇、DJ₁、DJ₂为精密经纬仪，DJ₆及以下精度的为普通经纬仪。

由于经纬仪的精度等级、用途及生产厂家的不同，其具体部件和结构不尽相同，但基本原理和构造是一样的。下面着重介绍最常用的 DJ₆ 与 DJ₂ 级经纬仪的原理。

图 2-5-2 为 DJ₆ 经纬仪的外观，仪器的下部称为基座，其用为是连接仪器与脚架。基座上的三个脚螺旋可作垂直升降运动，用来整平仪器。



1. 物镜；2. 望远镜制动扳手；3. 望远镜竖直微动螺旋；4. 照准部水平微动螺旋；5. 轴座连接螺旋；6. 脚螺旋；7. 复测器扳手；8. 照准部水准管；9. 读数显微镜；10. 目镜；11. 调焦螺旋；12. 竖盘指标水准管；13. 反光镜；14. 测微轮；15. 照准部水平制动扳手；16. 竖盘指标水准管微动螺旋；17. 竖盘外壳

图 2-5-2

基座上面可施转的部分称为照准部，照准部通过竖轴套插入基座后与基座相连。照

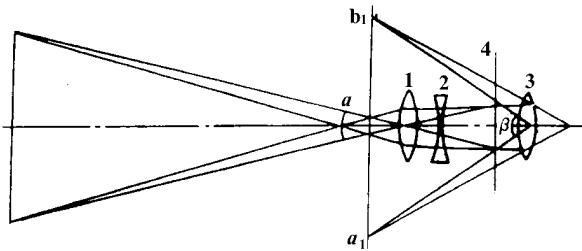
准部可绕竖轴进行水平方向的旋转，望远镜是照准部的主要部件与横轴固定。横轴架设在照准部的支架上。当寻找目标时，望远镜既可绕横轴作竖直方向的旋转，又可与照准部一起作水平方向的旋转。

经纬仪可大致分为望远镜系统、读数系统、轴系、基座等部分。

(一) 望远镜系统

望远镜的用途是寻找并瞄准目标，常用的放大倍率为 24 倍、28 倍、30 倍等，望远镜筒外有一个粗瞄装置，在寻找目标时，先用粗瞄器找到目标，再用望远镜的十字丝精确瞄准。

如图 2-5-3 所示，经纬仪望远镜的光路与水准仪望远镜的光路基本相同。当粗略瞄准目标后，用调焦镜调节，使其清晰地成像于十字丝分划板上，观测时，由于人眼屈光度不同，还需调节目镜，使分划板上的十字丝及目标的影像能清晰地被观测到。



1. 物镜；2. 调焦镜；3. 目镜；4. 分划板

图 2-5-3

(二) 读数系统

读数系统是经纬仪的关键组成部分，它的设计，制造与调试精度决定着经纬仪的最终精度。读数系统由度盘、测微器及一系列棱镜、透镜、光窗组成，其中最主要的是度盘和测微器。

度盘是测量角度的标准器。它是由一块玻璃制成的圆盘，上面刻有 360° 的分划，一般格值为 1° 或 $20'$ 、 $30'$ ，度与分的刻线长短不同。水平度盘与竖轴相连，在安装时，其度盘分划中心与竖轴轴心重合，以保证仪器绕竖轴旋转时所测角度的正确性，竖盘与望远镜固定，线横轴旋转。

在经纬仪的读数系统中，整度或 $30'$ 的读数由度盘直接得到，而再细分的读数，由测微器取得，测微器有下面几种形式：

1. 分微尺测微器

这是一种相对简单的读数结构，很多 DJ_6 级经纬仪采用此种结构。它在读数窗中的影像如图 2-5-4 所示。图中注有“水平”、“竖直”或“ H_z ”、“ V ”标志，分别代表两个度盘的读数。在读数窗上设置一个分划尺，度盘的分划经放大后成像于同一平面，分划尺将 1° 细分成 60 小格，每小格的格值为 $1'$ ，可估读 $0.1'$ 。每 10 小格刻有较长分划，

并注有数字，代表 $1'$ 的整 10 倍数，在读数时，哪一根度盘分划盖在分划尺上，则读数的整度数就是这根刻划线的注记，分划尺读数以这根刻划线作为指标而得到。图 2-5-4 中竖直度盘读数为 $79^{\circ}06'06''$ ，水平度盘读数为 $214^{\circ}54'00''$ 。

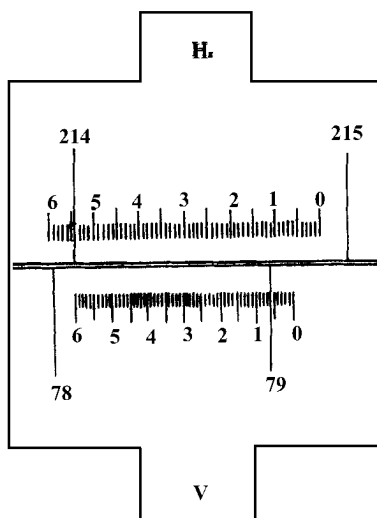


图 2-5-4

2. 单平板玻璃测微器

由几何光学可知，当光线垂直射入平板玻璃时，其出射光方向不变。当入射光与平板成一小角度时（平板玻璃倾斜），光线传播方向不变，但将产生一段平移，见图 2-5-5，位移量与光线入射角和平板的折射率与平板厚度有关。利用这一特性，将平板玻璃设置于测微器中，使其绕一轴转动，同时使测微尺与之成为一个整体，只要旋转测微手轮，使平板玻璃倾斜，就可使度盘影像产生移位。

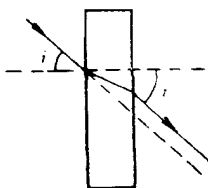


图 2-5-5

图 2-5-6 为单平板玻璃测微器的读数原理，在照准目标后，指标线并未正好与整度数（ 92° ）重叠，其差值为 92° 整度数与指标线间的距离（图 2-5-6），所以，将光线平移该段距离，即平板倾斜小角度（图 2-5-6b），使 92° 整度数位于双指标之间，与此同时测微尺也移动了该段距离，从而可直接读出。

3. 双平板玻璃测微器

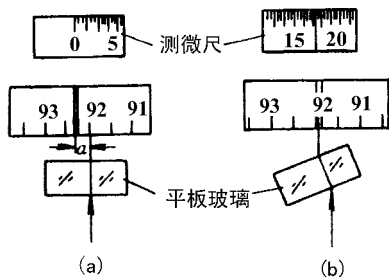
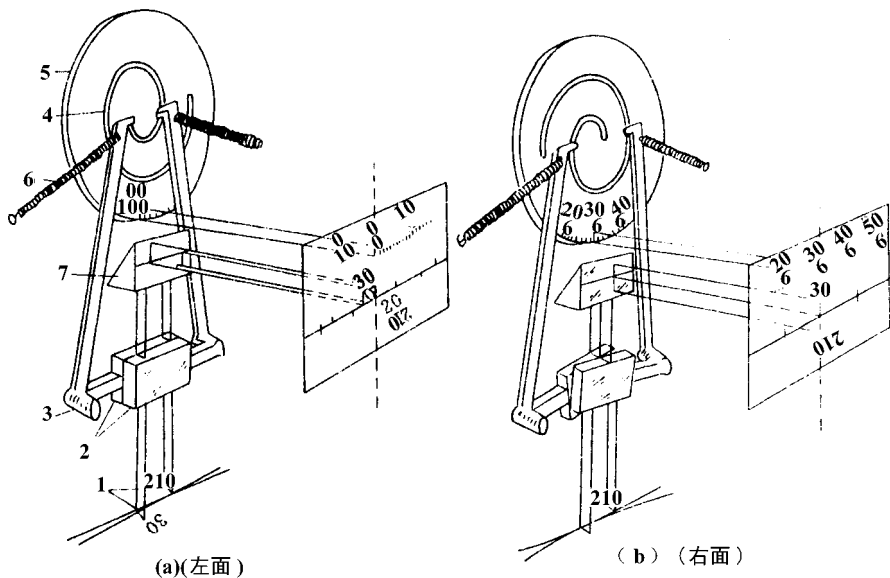


图 2-5-6

DJ₂ 级经纬仪中，因为采用符合读数的方法，在测微结构中通常采用双平板玻璃测微器。这种结构是两块平板共用一个轴，秒盘也与测微手轮固定，当旋转测微轮时，设法使两平板作反向等量旋转，使得度盘对径刻划线相向移动，其移动量由秒盘读出。图 2-5-7 为一种双平板测微器的示意图。



- 1. 对径刻划线；2. 双平板玻璃；3. 转轴；
- 4. 阿基米德螺旋线槽；5. 测微盘；6. 弹簧；7. 三棱镜

图 2-5-7

4. 双光楔测微器

由应用光学得知，光线通过光楔时，发生偏折。偏折角的大小与光线的入射角、楔角及玻璃的折射率有关。图 2-5-8 为一种双光楔测微器示意图。图中反向设置两个完全相同的光楔，当固定光楔与活动光楔重合时，形成一个平板，光线通过后方向不变，

如图 2-5-8 (a)。活动光楔移动后, 光线通过固定光楔而偏折, 经过活动光楔又反向偏折, 两次偏转角相同, 所以光线方向不变, 但产生了一段平移, 如图 2-5-8 (b)。将度盘对径分划的光路中分别设置活动光楔, 两者完全相同, 只是方向相反, 将测微尺与其固定, 当它移动时, 对径分划作反向移动, 其移动量可由测微尺得到。

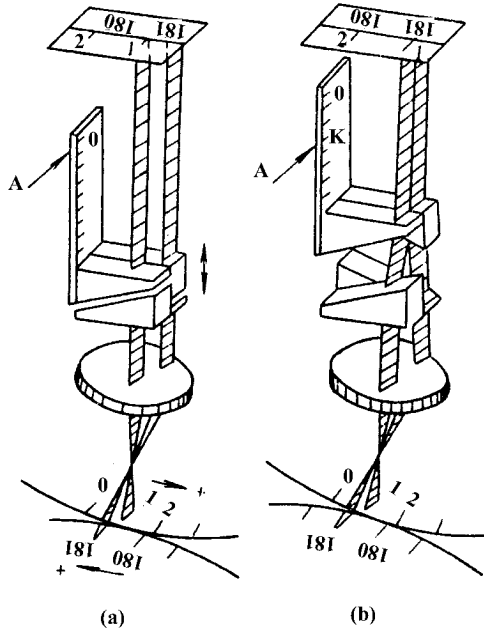


图 2-5-8

在符合读数系统中, 有时视窗中同时显示出两个度盘注记, 是应该读前面的数值还是后面的? 另外, 还要数清对径注记相差几格, 这样即麻烦又易出错。因此, 光学数字化读数得到了广泛应用。图 2-5-9 为一种数字化读数视场。在度盘注记下增加一个‘ π ’形标记, 在读数窗指标面上有一排 0~5 注记, 表示第 10' 读数。当度盘分划成像于光窗中, ‘ π ’ 形标记刚好框住 0', 10', 20', ..., 50' 中的一个注记。中部小窗为度盘对径符合像, 可见的符合分划不少于三条。下部的小窗为小于 10' 的分、秒读数。读数时, 只需旋转测微轮, 使对径分划符合, 度值直接读出, 整 10' 由 ‘ π ’ 形读出, 再由测微尺读出 10' 以下的读数。不同类型的仪器, 数字化读数结构的表现形式略有差别, 图 2-5-15 展示了几种仪器的读数窗影像。

(三) 轴系

经纬仪的竖轴设置在照准部下部, 用来完成仪器的水平方向旋转。横轴架设在照准部的仪器支架上, 垂直于竖轴, 以保证望远镜在竖直面内旋转。在横轴上, 安置仪器的刻远镜, 刻远镜的视准轴应垂直于横轴, 这就构成了经纬仪最重要的三轴关系。

在照准目标后, 需要将望远镜固定, 所以分别设置了水平和竖直制动装置, 为了精

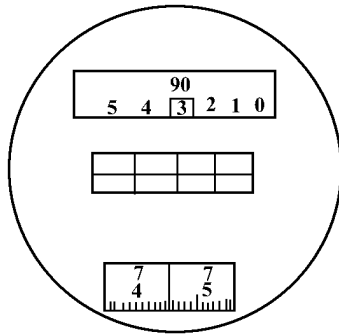


图 2-5-9

确照准目标，还分别设置了水平和竖直微动装置。

此外，为了使水平度盘随时置零，仪器设置了度盘换向手轮或复测器。

(四) 基座

基座的作用是固定安置仪器照准部和整平仪器。竖轴套插入基座孔后，顶紧螺杆旋钮，照准部就被固定在基座上。三个脚螺旋可以在一定范围内升降用来安平仪器。在使用仪器时，应当注意把顶紧螺杆固定，防止仪器照准部脱出。

经纬仪还设置了光学对点器，用来瞄准地面目标。对点器一般为外调焦。使用时只要拉动观测管即可。图 2-5-10 是光学对点器的光学原理图。地面点的目标 A 发出的光线经过物镜 1 后，被棱镜 2 反射 90° 后，成像到分划板 4 上，又经目镜 5 被人眼观察到，图中 3 为调焦镜，用来调节目标 A 的成像清晰度。校正机构有的在光学对点器上，有的在照准部两支架之间。1 为校正机构的盖板，打开盖板，可见到两枚校正螺丝。校正时，主要是校正转向棱镜 2 或分划板 4。

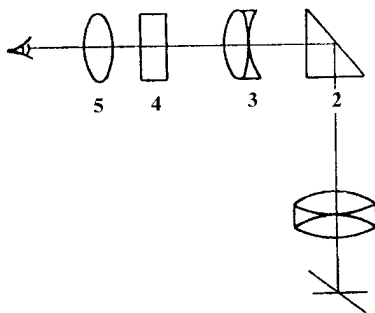
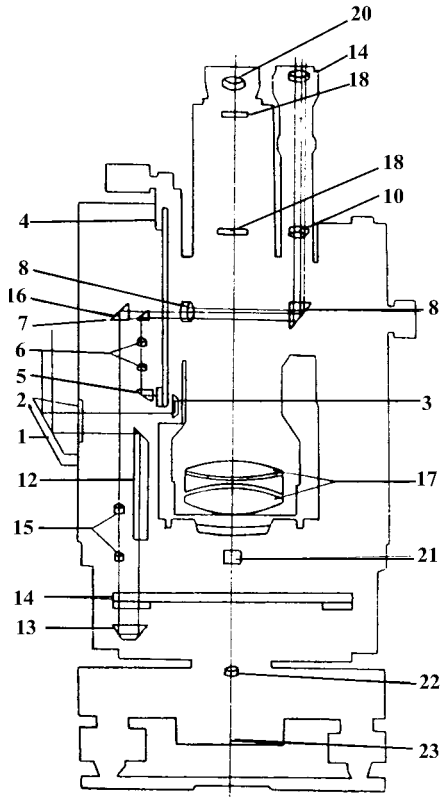


图 2-5-10

二、DJ₆ 级光学经纬仪

图 2-5-11 为 DJ₆ 光学经纬仪的光路图，分为竖盘光路和水平光路两部分。



1. 反射镜；2. 入光孔；3. 棱镜；4. 竖盘；5. 棱镜；6. 竖盘物镜组；7. 棱镜；8. 读数窗；9. 棱镜；10. 显微物镜；11. 显微目镜；12. 棱镜；13. 棱镜；14. 水平度盘；15. 水平度盘物镜组；16. 棱镜；17. 望远镜物镜；18. 调焦凹透镜；19. 十字丝分划板；20. 望远镜目镜；21. 对中器棱镜；22. 对中器透镜；23. 对中器入光孔

图 2-5-11

竖盘光路 光线经反射镜 1 进入棱镜 3 后转折 180° 后，照亮竖盘，进入棱镜 5，再转 90° ，经过物镜组 6 与棱镜 7 到达读数窗 8。

水平光路 光线经反射镜 1 进入棱镜 12 照亮水平度盘 14，棱镜 13 将光线转折 180° ，进入物镜组 15，经反射棱镜 16 后，进入读数窗 8。

两条光线都经棱镜 9 转折后，进入读数显微镜，最后被观察到。图 2-5-12 (b) (c) 为 DJ₆ 级经纬仪的两种视窗影像。

分微尺测微器 (图 2-5-12 (a)) 在显微镜中同时可看到竖盘和水平度盘的分划, 度盘的分划间隔为 1° 。度以下的读数由测微尺量测, 测微尺将 1° 等分为 60 小格与度盘 1° 格值等长, 每 1 小格为 $1'$, 每 10 格用长线表示, 每 5 格用次长刻线表示。这种读数系统可估读到 $0.1'$ 。当照准目标后, 测微尺刻划区必然与某一度数重叠, 此时就可读出此度数, 小于 1° 的数值用度盘分划线作为指标在测微尺上读出。图中水平度盘读数为 $100^\circ 54'$, 竖盘读数为 $85^\circ 06.4'$ 。

单平板玻璃测微器 (图 2-5-12 (c)) 的测微尺刻度值为 $20''$, 估读值为 $2''$, 度盘的刻度值为 $30'$ 。下面的大窗为平盘读数, 中间大窗为竖盘读数, 上面小窗则是测微尺读数。读数时先用双指标精确夹准度盘刻划线, 读出此刻划线的读数, 再从测微尺上读出小于 $30'$ 的整十分、分级秒的读数, 图 2-5-12 (b) 中竖盘读数为 $92^\circ 17' 30''$, 如图 2-5-12 (a), 如图 2-5-12 (c) 中水平盘读数为 $4^\circ 41' 00''$ 。

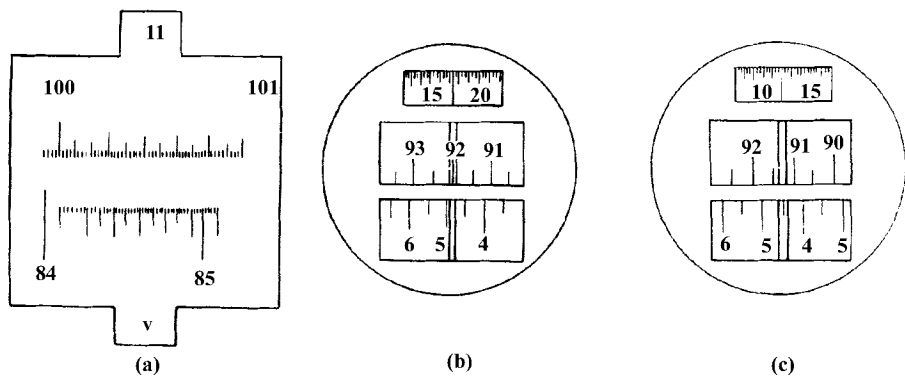


图 2-5-12

三、DJ₂ 级光学经纬仪

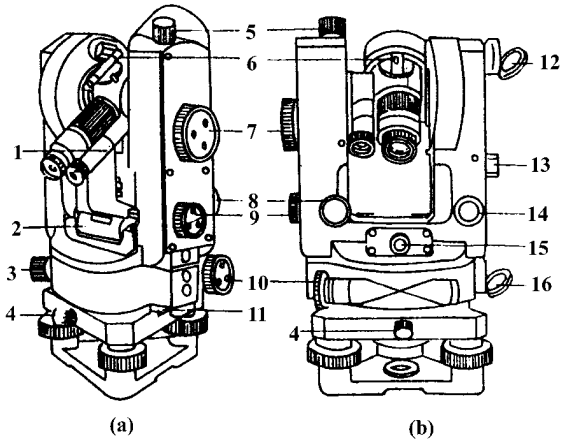
DJ₂ 级光学经纬仪, 外观如图 2-5-13。

该仪器与 DJ₆ 级经纬仪的主要差别在于它的照准部水准管灵敏度较高、度盘格值较小、读数设备较为精密。就读数设备而言, 它有如下两个特点:

(1) 采用对径读数的方法来消除度盘偏心的误差, 它的读数系统光路较之 DJ₆ 级复杂。

(2) 它的竖盘和水平盘光路不能同时看到, 而是通过转换轮分别看到。

图 2-5-14 为一种 DJ₂ 级经纬仪的视窗影像。安置好仪器后, 大致瞄准目标, 制动仪器后再用微动螺旋精确照准目标, 使对径分划精确符合, 这时可在右侧大方框内直接读出度和整 $10'$ 的读数, 读数时, 首先选择一对对径的读数, 此对读数从正像读数至倒像读数必须是从左至右的方向, 且读数为其正像读数, 如图中为 163° , 再观察此读数与其对径的读数之间所夹的格数, 每格为 $10'$, 如图中与之对径的 343° 之间相夹 2 格, 所以得到读数为 $163^\circ 20'$, 再看视窗左侧框内有一指标, 左侧数字为分的读数, 图中为



1. 读数显微镜；2. 照准部水准管；3. 水平制动螺旋；4. 轴座连接螺旋；5. 望远镜制动螺旋；
6. 瞄准器；7. 测微轮；8. 望远镜微动螺旋；9. 换像手轮；10. 水平微动旋螺；11. 水平度盘变换手轮；12. 竖盘照明反光镜；13. 竖盘指标水准管；14. 竖盘水准管微动螺旋；15. 光学对点器；16. 水平度盘照明反光镜

图 2-5-13

7, 右侧数字为秒读数, 图中为 3, 再由指标所指位置得到读数 2.5。最后把几项相加, 得到读数 $163^{\circ}27'32.5''$ 。

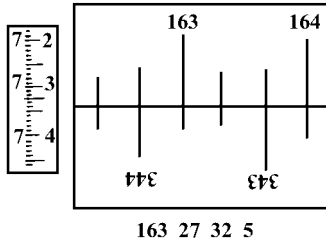


图 2-5-14

为了便于读数, 现在很多 DJ_2 仪器采用数字化读数法, 图 2-5-15 是数字化读数方式的几种形式。其中图 (b) 右下角方框为度盘对径分划, 左边方框为测微尺, 右上方为度及 $10'$ 为单位的读数, 先将度盘对径分划精确符合, 由右上方读数框中读得度与 $10'$ 级的读数 (本图为 $74^{\circ}40'$), 再由左下方的测微尺框内读得分与秒级的读数 (本图为 $7'16''$), 将两个读数相加, 得到完整读数, 本图读数为 $74^{\circ}47'16''$, 同样图 (a) 的读数为 $90^{\circ}37'46''$, 图 (c) 的读数为 $94^{\circ}12'44.2''$ 。

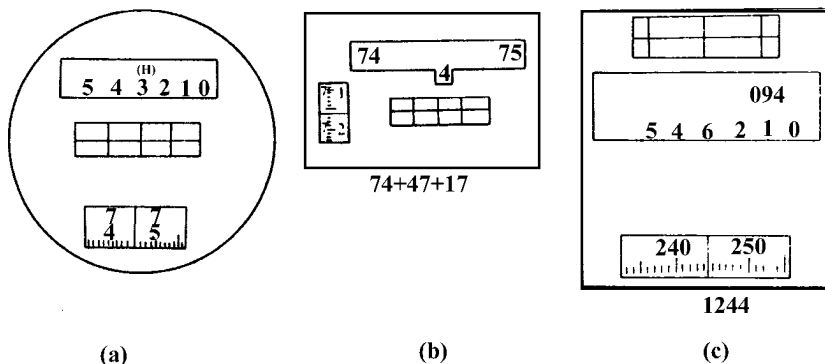


图 2-5-15

第三节 水平角测量

一、经纬仪的基本操作

(一) 对中

对中是为了使仪器中心与测站的标志中心位于同一铅垂线上。对中分垂球对中和光学对中两种方式。

1. 垂球对中

对中时，先将三脚架打开，并架设在测站上。通过调整架腿使高度适中，架头大致水平，其中心大致对准测站标志。踩紧三脚架，在架头上安置仪器并旋紧中心螺旋。挂上垂球后，若垂球尖偏离目标，可将中心螺旋稍松，在架头上平移经纬仪直至垂球尖对准测站目标中心，再将其旋紧。如果垂球尖偏离中心太远，则可调整一条或两条架腿的位置，注意中心螺旋一定要紧固，防止摔坏仪器。

2. 光学对中

光学对中现已广泛采用。光学对中器安装在照准部或基座上，经过检修后的仪器，光学对中器的光轴应与竖轴同轴。只有当竖轴铅垂时，光学对中器的光轴才是铅垂的。所以，用光学对中器对中时，首先要将仪器概略整平，然后旋转对中器目镜，使分划板清晰后再调焦，并将仪器在脚架顶上平移，使分划板中心与测站标志中心重合，再精确整平，再平移仪器头，如此反复 2~3 次，最后旋紧中心螺旋。

(二) 整平

整平的目的是使水平度盘水平，它是通过调整脚螺旋使照准部上的水准管气泡居中

实现的。整平时，先旋转照准部，使水准管气泡与任意两个脚螺旋平行，如图 2-5-16 (a)，同时相向旋转此两脚螺旋，使气泡居中，再将照准部旋转 90° ，如图 2-5-16 (b)，旋转另外一个脚螺旋，使水准管气泡同样居中，再将仪器旋转回原位置，检查气泡是否还居中，若有偏离，再旋转相应的脚螺旋，反复进行，直至照准部旋转到任一位置时，气泡都居中。

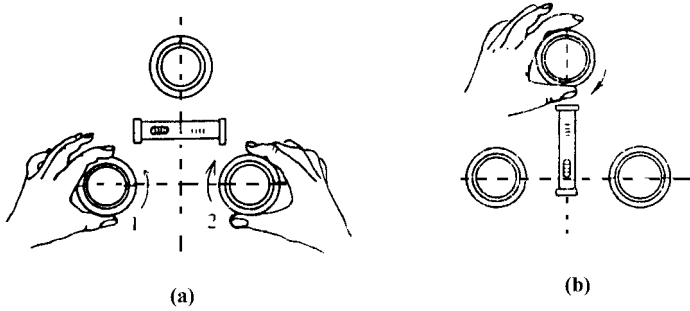


图 2-5-16

在整平过程中，光学对中器会因脚螺旋位置变化而偏离中心，所以整平与对中应交替进行，直至二者均合乎标准。整平误差应控制在一格之内，即不大于一个水准管格值。

(三) 瞄准

松开望远镜制动螺旋，将望远镜指向天空或在物镜前放置一张白纸，旋转目镜，使十字丝分划板成像清晰；然后用望远镜上的粗瞄装置找到目标，再旋转调焦螺旋，使被测目标影像清晰；最后旋紧照准部制动螺旋，并旋转水平微动螺旋，精确对准目标，使目标位于十字丝分划板中心或与竖丝重合。瞄准时应尽量对准目标底部，以防止由于目标倾斜而带来的瞄准误差。

(四) 读数

先将采光镜张开成适当角度，调节镜面朝向光源并照亮读数窗。调节读数显微镜的对光螺旋，使度盘和测微尺影像清晰，然后按测微装置类型和前述的读数方法读数。

有时在测水平角时，需将某个目标的读数配置成某一指定值，这项工作叫做配置度盘。例如将第一个目标的水平度盘读数配置成 $0^\circ 00' 00''$ ，由于仪器构造不同，配置度盘的方法有如下两种：

一是采用复测器扳手。将扳手扳上，旋转照准部，当读数为 $0^\circ 00' 00''$ 时将扳手扳下，然后去瞄准第一个目标，再把扳手扳上。

另一是采用拨盘手轮，先瞄准好第一个目标，打开拨盘手轮护盖，转动手轮使读数变为 $0^\circ 00' 00''$ ，再盖上护盖。

二、水平角测量方法

水平角观测方法根据观测目标的多少及工作要求的精度而定，最常用的是测回法和方向观测法。

(一) 测回法

用测回法测角只适用于观测两个方向之间的角度。如图 2-5-17，观测水平角 $\angle AOB$ 时，在点 A、B 上设置观测目标，点 O 上安置经纬仪。通常采用盘左和盘右进行读数，盘左也称正镜，即瞄准目标时，竖盘在望远镜左边；盘右也称倒镜，即瞄准目标时，竖盘在望远镜右边。

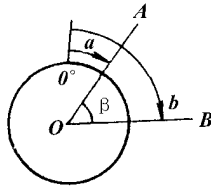


图 2-5-17

具体操作方法如下：

(1) 盘左位置。松开水平制动螺旋，粗略瞄准目标 A，锁紧制动螺旋，再旋转水平微动螺旋精确瞄准目标 A。读取水平度盘读数 $a_{\text{左}}$ （如表 2-5-1 中的 $0^{\circ}12'00''$ ），记入观测手簿。注意在观测第一个测回盘左的第一个目标点时，必须将水平度盘读数配置 0° 附近。

表 2-5-1

测站	测回	度盘位置	目标	水平度盘读数	半测回角值	一测回角度	各测回平均角值	备注
1	2	3	4	5	6	7	8	9
O	I	左	A	$0^{\circ}12'00''$	$91^{\circ}33'00''$	$91^{\circ}33'12''$	$91^{\circ}33'06''$	
			B	$91^{\circ}45'00''$				
	右	A	$180^{\circ}11'30''$	$91^{\circ}33'30''$				
		B	$271^{\circ}45'00''$					
II	左	A	$91^{\circ}11'48''$	$91^{\circ}33'06''$	$91^{\circ}33'00''$			
		B	$181^{\circ}44'54''$					
右	A	$270^{\circ}12'12''$	$91^{\circ}33'00''$					
	B	$1^{\circ}45'24''$						

(2) 松开水平制动螺旋，顺时针方向转动照准部，瞄准目标 B，读取水平度盘读数 $b_{左}$ （如表 2-5-1 中的 $91^{\circ}45'00''$ ），记入观测手簿。以上称为上半测回。

(3) 盘右位置。按上述方法，先照准点 B，读取读数 $b_{右} : 271^{\circ}45'00''$ ，再逆时针旋转照准部，照准点 A，读取读数 $a_{右} : 180^{\circ}11'30''$ 。以上称为下半测回。

两个半测回合在一起，作为一测回，测得的角值互差若不超过限，则取两个半测回的平均值。

当精度要求较高时，需增加测回数。在下一个测回开始之前，为了减少度盘分划误差的影响，应变换度盘位置。各个测回起始读数按 $180^{\circ}/n$ 变换（其中 n 为总的测回数）。例如，要测两个测回，第一测回时，盘左起始读数应设置在 0° 或稍大一些的读数位置，第二测回应配置在 90° 或稍大于 90° 的读数位置。

测回法观测的误差有两项限定：①上下两半测回角值之差；②各测回角值互差，由于使用仪器的标称精度不同，其限差要求也相应不同，DJ₆ 级经纬仪的上下两半测回角值之差应小于 $40''$ ，各测回角值互差应小于 $24''$ 。

(二) 方向观测法

当观测三个以上的方向时，可以用方向观测法，亦称全圆方向法。如图 2-5-18，操作方法如下：

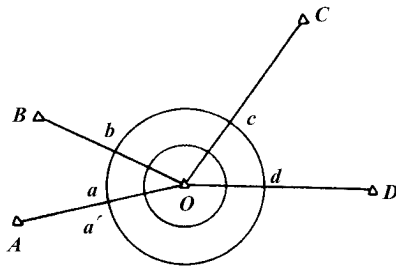



图 2-5-18

(1) 安置仪器于 O 点，首先用盘左，水平度盘设置在 0° 略大一点的位置，瞄准起始方向 A，A 又称为零方向，读取水平度盘读数 a ，记入观测手簿（见表 2-5-2）。

(2) 顺时针方向转动仪器，分别观测点 B、C、D，并得到读数，记入手簿。

(3) 再次瞄准点 A，读取读数 a' ，称为归零。 a' 与 a 之差叫做归零差。以上称为上半测回。

表 2-5-2

测站	测回	目标	读数		$2c = \text{左} - (\text{右} \pm 180^\circ)$	平均读数 = $\frac{1}{2} [\text{左} + (\text{右} \pm 180^\circ)]$	归零后的方向值	各测回归零方向值的平均值	略图及角值
			盘左	盘右					
			°′″	°′″	″	°′″	°′″	°′″	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
O	1	A	0 02 12	180 02 00	+ 12	0 02 06	0 00 00	00 00 00	
		B	37 44 15	217 44 05	+ 10	37 44 10	37 42 00	37 42 04	
		C	110 29 04	290 28 52	+ 12	110 28 58	10 26 48	110 26 52	
		D	150 14 51	330 14 43	+ 8	150 14 47	150 12 37	150 12 33	
		A	0 02 18	180 02 08	+ 10	0 02 13			
	2	A	90 03 30	270 03 22	+ 8	90 03 26	0 00 00		
		B	127 45 34	307 45 28	+ 6	127 45 31	37 42 07		
		C	200 30 24	20 30 18	+ 6	200 30 21	110 26 57		
		D	240 15 57	60 15 49	+ 8	240 15 53	150 12 29		
		A	90 03 25	270 03 18	+ 7	90 03 22			

(4) 盘右位置。仍从点 A 开始，逆时针转动仪器，依次观测 A、D、C、B、A，读数并记入手簿。以上称为下半测回。

如果要测多个测回，每测回开始时，也要变换度盘起始位置，起始读数按 $180^\circ/n$ 设置，(n 为总的测回数)。

计算方法如下：

(1) 两倍照准差 $2c$ ，有

$$2c = \text{盘左读数} - (\text{盘右读数} \pm 180^\circ)$$

(2) 各方向的平均读数有

$$\text{平均读数} = \frac{1}{2} [\text{盘左读数} + (\text{盘右读数} \pm 180^\circ)]$$

(3) 归零后方向值有

$$\text{归零方向值} = \text{方向平均读数} - \text{起始方向平均读数} (\text{括号内})$$

(4) 各测回归零后方向值的平均值。

(5) 将相邻两方向值相减，得到水平角值。

方向观测法有三项限差规定：半测回归零差、一测回内 $2c$ 互差和各测回同一归零方向值互差。表 2-5-3 列出了相应限差。

表 2-5-3

仪器	半测回归零差 (")	一测回内 $2c$ 互差 (")	同一方向值 各测回互差 (")
DJ ₂	12	18	12
DJ ₆	18		24

三、水平角的测量误差

(一) 仪器误差

仪器误差主要来源于两个方面，即制造的不完善及检校的不完善，诸如水平度盘的分划误差、偏心误差、水平度盘不垂直于竖轴等均是由此两方面原因造成的。其中度盘分划误差可用变换度盘位置减小其影响，度盘偏心可采用度盘对径读数的方法解决。经检校后的仪器，不可避免地存在一些残差，如视准轴不垂直于横轴，横轴不垂直于竖轴，竖轴与照准部水准管轴不垂直等。这些误差在仪器检校后都应在限差范围之内，另外还可采用一定的观测方法来消除，如采用盘左盘右观测，并取平均值的方法，可以消除以上前两项误差的影响。

(二) 对中误差

仪器的对中误差对水平角观测的影响与三个因素有关，即：观测距离 D 、偏心角 θ 及偏心距 e 。如图 2-5-19，A、C 为两个目标，B 为测站点，B' 为仪器中心， β 为正确观测角值， β' 为实际观测角值。

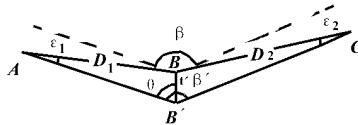


图 2-5-19

从图中可得知

$$\beta = \beta' + (\epsilon_1 + \epsilon_2) \quad (2-5-1)$$

仪器对中误差的影响为

$$\beta - \beta' = \epsilon_1 + \epsilon_2 \quad (2-5-2)$$

因 ϵ_1 和 ϵ_2 很小，故有

$$\epsilon_1 = \frac{e}{D_1} e \sin \theta \quad (2-5-3)$$

$$\epsilon_2 = \frac{e}{D_2} e \sin \theta (\beta - \theta) \quad (2-5-4)$$

上两式中, $\rho = \frac{180^\circ}{\pi} \times 3600'' = 206\,265''$, 所以

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 = \rho e \left(\frac{\sin\theta}{D_1} + \frac{\sin(\beta - \theta)}{D_2} \right) \quad (2-5-5)$$

由此式可看出: 此项误差与偏心距 e 成正比, 与测站点到目标的距离 D 成反比。当 β 为 180° , 偏心角 θ 为 90° 时, ϵ 值最大, 这时式 (2-5-5) 变成

$$\epsilon = \rho e \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) \quad (2-5-6)$$

例如: 当 $D_1 = D_2 = 100\text{m}$, $e = 3\text{mm}$ 时,

$$\epsilon = 206\,265'' \times \frac{3 \times 2}{100 \times 10^3} = 12.4''$$

(三) 瞄准误差

影响瞄准误差主要有两个因素: 望远镜的放大率及人眼的判别能力。另外, 目标的影像及亮度也有影响。通常, 望远镜的瞄准误差公式为

$$\Delta\beta'' = \frac{\rho''}{v} \quad (2-5-7)$$

式中: ρ'' 为人的裸眼在理想状态下的鉴别角, 一般约为 $60''$, v 为望远镜放大率。

例如当放大倍率 v 为 25 时

$$\Delta\beta'' = 60''/25 = 2.4'' \quad (2-5-8)$$

(四) 读数误差

除人为因素外, 读数误差主要取决于仪器读数系统的精度。例如, 使用带有分微尺读数设备的仪器, 可估读到分微尺最小格值的 $1/10$, 即 $\pm 6''$ 。

(五) 外界条件的影响

测量总是在一定的外界条件下进行的, 因此, 外界条件如风力或不坚实地面均会影响仪器的稳定性, 气温将影响仪器的使用性能, 而地面的热辐射则会引起影像跳动或折光等。在测量时, 应根据规范要求操作, 尽量避免这些不利因素, 使其影响达到最小。

第四节 竖直角测量

一、竖直度盘

光学经纬仪的竖盘中心固定在横轴的一端, 随望远镜一起在竖直面内旋转。竖盘分划的注记分顺时针和逆时针两种, 其起始读数的位置也有 0° 、 90° 、 180° 、 270° 四种状况 (见图 2-5-20 (b) (c)), 竖盘系统包括竖盘、测微尺, 指标水准管和水准管的微动螺旋。

二、竖直角观测与计算

如图 2-5-20 所示，竖直角观测与计算的方法如下。

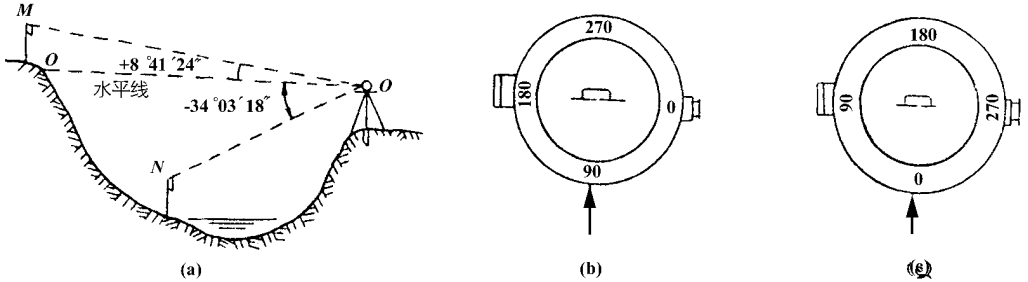


图 2-5-20

(1) 安置仪器，使仪器处于盘左位置，旋松望远镜制动螺旋，粗略瞄准目标 M，旋紧制动螺旋，用竖直微动螺旋使十字丝中心或横丝精确瞄准目标 M。

(2) 旋转竖盘指标水准管微动螺旋使气泡居中，读取盘左读数 L，记入手簿（见表 2-5-4）。

表 2-5-4

测 站	目 标	竖盘位置	竖盘读数	半测回竖直角	指标差	一测回竖直角
1	2	3	4	5	6	7
O	M	左	81°18'42"	+ 8°41'18"	+ 6"	+ 8°41'24"
		右	278°41'30"	+ 8°41'30"		
	N	左	124°03'30"	- 34°03'30"	+ 12"	- 34°03'18"
		右	235°56'54"	- 34°03'06"		

(3) 将仪器置于盘右位置，再重复上述瞄准过程，并使竖盘指标水准管气泡居中，读取盘右读数 R，记入手簿。

(4) 计算竖直角 α 时，由于望远镜水平时的竖盘读数不为零，需将目标 M 的读数与水平方向读数相减。竖直角计算时的减数和被减数用下述方法来确定：当望远镜由水平方向向上旋转，读数增大时，用目标读数减去水平方向读数，即得竖直角；反之，当望远镜向上旋转，读数减小时，则用水平方向的读数减目标读数。其计算式为

$$\text{盘左：}\alpha_{\text{左}} = 90^\circ - L \qquad \text{盘右：}\alpha_{\text{右}} = R - 270^\circ$$

$$\text{平均角值 } \alpha = \frac{1}{2} (\alpha_{\text{左}} + \alpha_{\text{右}}) = \frac{1}{2} (R - L - 180^\circ)$$

三、竖盘指标差

理论上当竖盘气泡居中时，指标应处在正确的位置，（即整 0° 、 90° 、 180° 、 270° ），但实际上并不一定能达到这一要求。这样，指标与其正确位置之间就存在一个差值，称之为指标差，如图 2-5-21 (a)， x 为指标差。

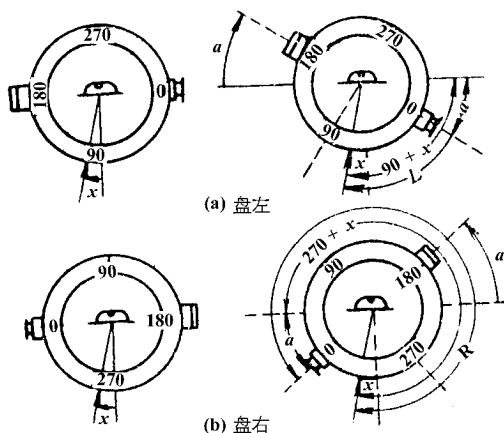


图 2-5-21

盘左时，正确的竖直角为

$$\alpha_{\text{左}} = 90^\circ - (L - x) = \alpha + x \quad (2-5-9)$$

盘右时，正确的竖直角为

$$\alpha_{\text{右}} = (R - x) - 270^\circ = \alpha - x \quad (2-5-10)$$

将式 2-5-9 与式 2-5-10 相加，并整理得

$$\alpha = \frac{1}{2} (\alpha_{\text{左}} + \alpha_{\text{右}}) = \frac{1}{2} (R - L - 180^\circ) \quad (2-5-11)$$

可见，经过盘左与盘右观测取平均后，指标差 x 完全消除了。所以，在观测竖直角时，采用盘左盘右观测，取其平均值的方法，一方面检核了观测的质量，另一方面亦消除了竖盘指标差带来的影响。

将式 (2-5-10) 与式 (2-5-9) 相减，得指标差的计算式

$$x = \frac{1}{2} (L + R - 360^\circ) \quad (2-5-12)$$

对于 DJ_6 经纬仪，指标差的变动范围应小于 $\pm 25''$ 。

四、竖盘指标自动归零补偿装置

观测竖直角时，为了使竖盘指标处于正确位置，每次读数都要将竖盘指标水准管的

气泡居中，这样很不方便，为此有些经纬仪采用竖盘指标自动归零补偿装置取代水准管。

竖盘指标自动补偿器与自动安平水准仪补偿器的补偿原理基本相同，它是在竖盘与指标之间悬吊一个光学补偿元件，当仪器倾斜一个小角度时，经补偿元件自动补偿，得到竖盘指标处于正确位置时的竖盘读数。

如图 2-5-22 (a) 所示，当竖轴铅垂且望远镜水平时，指标线处于正确位置，但当仪器未完全整平时，指标线由 A 的位置移到 A' 处，如图 2-5-22 (b)。这时由于重力的作用，悬吊的补偿元件也摆到相应位置，补偿平板因此倾斜一个小角度，使光线产生一段平移，A' 的像又成倒正确位置。

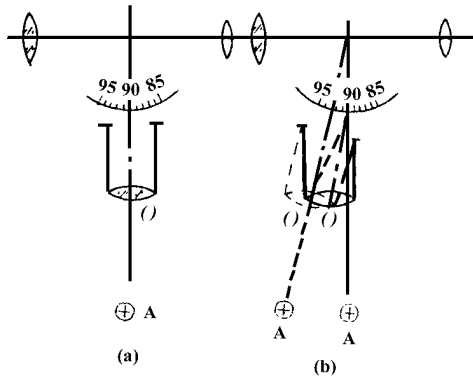


图 2-5-22

需要注意的是，补偿器是一个活动的摆体，在使用时应先检查其活动性，以保证正常使用。经过振动和长时间使用，补偿系数会变化，使读数产生相应的误差。所以应定期对补偿误差进行检测。另外，有的补偿器有锁紧机构，在停止使用时应锁紧补偿器。

第五节 经纬仪的检验和校正

经纬仪在使用之前要经过检验，必要时需对其可调部件加以校正，使之满足下列三个主要条件：即照准部水准管轴垂直于竖轴 ($LL \perp VV$)；视准轴垂直于横轴 ($CC \perp HH$)；横轴垂直于竖轴 ($HH \perp VV$)，如图 2-5-23。另外十字丝竖丝垂直于横轴的检验校正及竖盘指标差的检验校正也是经常检验、校正的项目。

一、照准部水准管轴应垂直于仪器竖轴的检验和校正

检验：将仪器大致整平。转动照准部使水准管平行于一对脚螺旋的连线，调节脚螺旋使水准管气泡居中。转动照准部 180° ，此时如气泡仍然居中则说明条件满足，如果偏

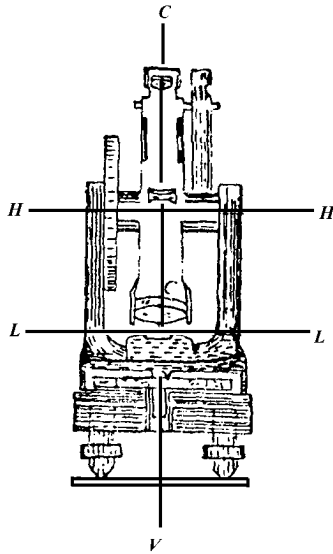


图 2-5-23

离量超过一格，应进行校正。

校正：如图 2-5-24Z (a)，水准管轴水平，但竖轴倾斜，设其与铅垂线的夹角为 α 。将照准部旋转 180° ，如图 2-5-24 (b)，竖轴位置不变，但气泡不再居中，水准管轴与水平面的交角为 2α ，通过气泡中心偏离水准管零点的格数表现出来。改正时，先用拨针拨动水准管校正螺丝，使气泡退回偏离量的一半（等于 α ），如图 2-5-24 (c)，此时几何关系即得满足。再用脚螺旋调节水准管气泡居中，如图 2-5-24 (d)，这时水准管轴水平，竖轴竖直。

此项检验校正需反复进行，直到照准部转至任何位置，气泡中心偏离零点均不超过一格为止。

二、十字丝竖丝应垂直于仪器横轴的检验校正

检验：用十字丝交点精确照准远处一清晰目标点 A。旋紧水平制动螺旋与望远镜制动螺旋，慢慢转动望远镜微动螺旋，如点 A 不离开竖丝，则条件满足（图 2-5-25 (a)），否则需要校正（图 2-5-25 (b)）。

校正：旋下目镜分划板护盖，松开 4 个压环螺丝（图 2-5-26），慢慢转动十字丝分划板座，然后再作检验，待条件满足后再拧紧压环螺丝，旋上护盖。

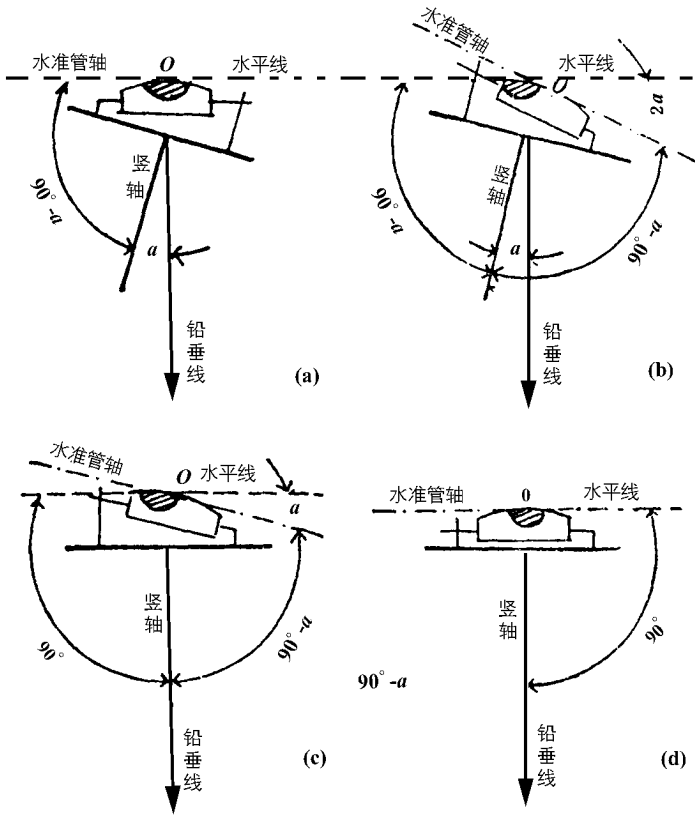


图 2-5-24

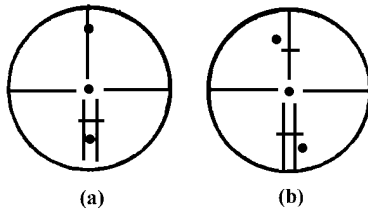


图 2-5-25

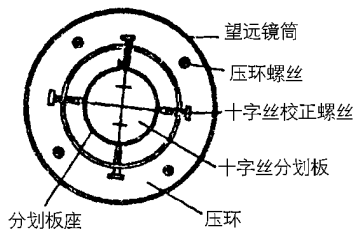


图 2-5-26

三、视准轴应垂直于横轴的检验和校正

检验：检验 J6 级经纬仪，常用四分之一法。

选择一平坦场地，A、B 两点相距约 100m，安置仪器于中点 O，在 A 点立一标志，在 B 点横置一根刻有毫米分划的小尺，使尺子与 OB 垂直。标志、小尺应大致与仪器同高。盘左瞄准 A 点，纵转望远镜在 B 点尺上读数 B_1 (图 2-5-27 (a))。盘右再瞄准 A 点，纵转望远镜，又在小尺上读数 B_2 (图 2-5-27 (b))。若 B_1 与 B_2 重合，则条件满足。如不重合，则需要校正。

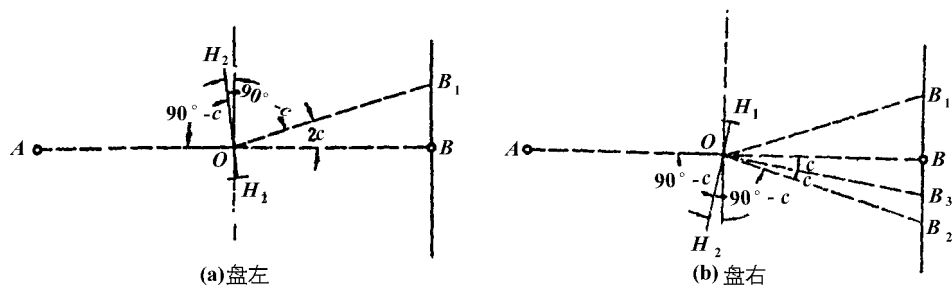


图 2-5-27

校正：由图可见， $B_1OB_2 = 4C$ ，因此，在校正时，先由 B_2 点（盘右位置）向 B_1 点在尺上定出一点 B_3 ，使 $B_2B_3 = B_1B_2$ ， OB_3 便和横轴垂直。用拨针拨动图 2-5-26 中左右两个十字丝校正螺丝，一松一紧，左右移动十字丝分划板，直至十字丝交点与 B_3 影像重合。这项检校也需反复进行，直至 $C'' \leq 60''$ ，即 B_1B_2 的长度小于 5cm 为止。

$$C'' = \frac{B_1B_2}{4D} \cdot \rho'' \quad (2-5-13)$$

四、横轴与竖轴垂直的检验和校正

检验：选择一较高墙面，在离墙约 50m 处安置仪器，如图 2-5-28 所示。盘左瞄准高处一点 P，然后将望远镜放平，由十字丝交点在墙上定出一点 P_1 。盘右再瞄准 P 点，再放平望远镜，在墙上又定出一点 P_2 ，如果 P_1 、 P_2 重合，说明仪器满足这一条件。否则就需校正。

$$i'' = \frac{P_1P_2}{2D} \cdot \text{ctga} \cdot \rho'' \quad (2-5-14)$$

式中 α 为 P 点之竖直角，D 为仪器至 P 点的水平距离。

对 J6 级经纬仪， i 角不超过 $20''$ 可不校正。

校正：此项校正应打开支架护盖，调整偏心轴承环。在使用时，一般只进行此项检

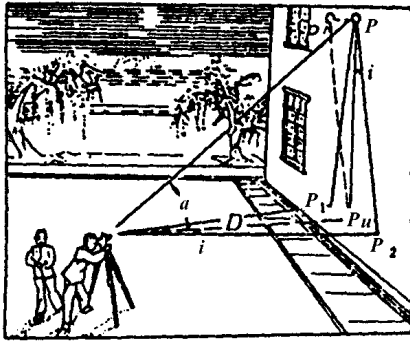


图 2-5-28

验，如需校正，应由专业维修人员处理。

五、竖盘指标差的检验和校正

检验：安置仪器，用盘左、盘右两个镜位观测同一目标点，分别使竖盘指标水准管气泡居中，读取竖盘读数 L 和 R ，计算指标差 X 。如 X 超出 $\pm 1'$ 的范围，则需改正。

校正：经纬仪位置不动（此时为盘右，且照准目标点），不含指标差的盘右读数应为 $R - X$ 。转动竖直度盘指标水准管微动螺旋，使竖盘读数为 $R - X$ ，这时指标水准管气泡必然不再居中，可用拨针拨动指标水准管校正螺旋使气泡居中。这项检验校正也需反复进行。带有自动归零补偿器的经纬仪，如发现有指标差打开照准部支架上高调节指标差的盖板，调整里面的螺丝，使读数窗指标对准应有的竖盘读数即可。

第六节 电子经纬仪简介

电子经纬仪与光学经纬仪的主要不同之处在于度盘的读数系统和显示系统。电子经纬仪采用了光电扫描、自动计数及电子显示系统。另外，电子经纬仪的竖轴补偿器也采用了电子纠正方法，与光学经纬仪的补偿器有所区别。操作过程采用菜单或指令。

一、电子经纬仪的测角原理

电子经纬仪的测角系统主要有三种，即光栅测角、编码盘测角和动态测角。

（一）增量式光栅测角系统

增量式光栅测角系统采用光栅度盘，如图 2-5-29 所示。图 (a) 为直线光栅，图 (b) 为指示光栅，图 (c) 为径向光栅。

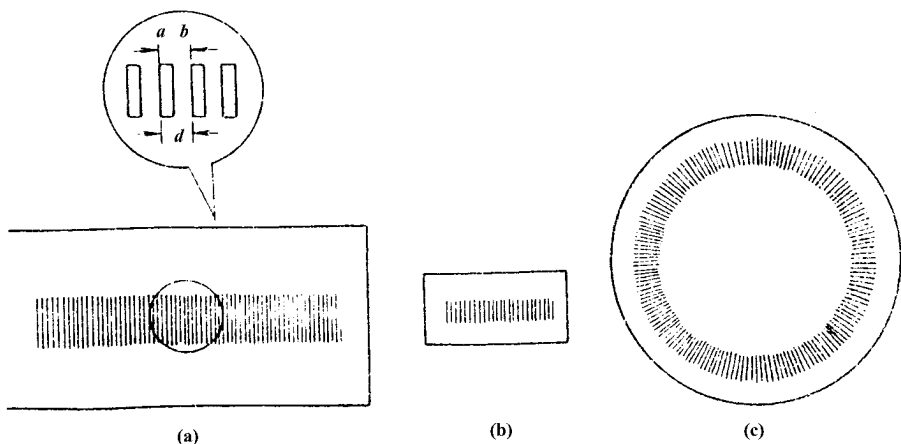


图 2-5-29

图 (a) 中 d 为栅距, a 为刻线宽度 (不透光区), b 为缝隙宽度 (透光区), 通常 $a = b$ 。

将两个栅距相同的光栅圆盘重叠起来, 并使它们的刻线相互斜交成一小角度 θ 。光线通过时, 将形成明暗相间的莫尔条纹, 图 2-5-30 (a) 中, 两个暗条纹的宽度叫做纹距, 用 ω 表示。莫尔条纹纹距与两光栅夹角 θ 有关, 即 $\omega = d/\theta$ 。

光栅盘每一栅距对应一相应角值, 在光栅盘上下对应位置分别安置一发光二极管和一光电接收传感器 (图 2-5-30 (b))。当对准部旋转时, 主光栅随之转动, 而指示光栅、发光二极管和光电接收传感器相对固定, 发光二极管发出信号, 因指示光栅方向与主光栅方向夹角为 θ , 因此莫尔条纹也向光栅夹角 θ 的平分线方向移动, 光电接收传感器累计出条纹移动量, 从而计算出主光栅移动量, 得到角度值, 再经过一套相应计数电路, 显示读数。

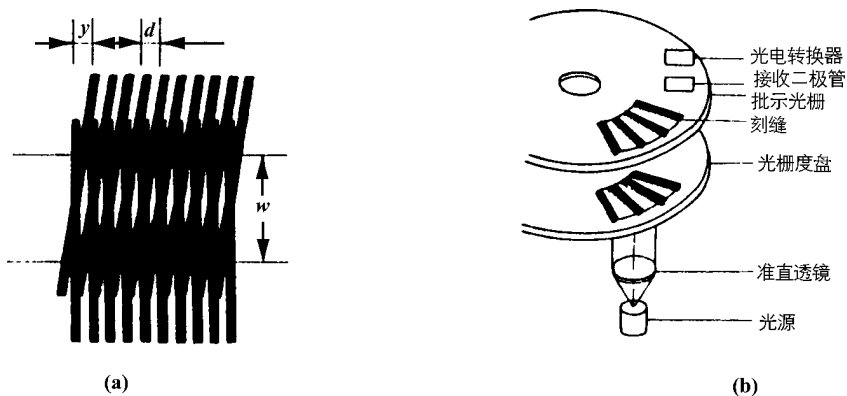


图 2-5-30

由于光栅盘上没有绝对度数，只能累计光栅条数，所以称之为增量式光栅度盘。另外，这种度盘线路中还具有判别旋转方向的电路，以保证无论是顺时针旋转时还是逆时针旋转时其计数的正确性。

(二) 编码盘测角系统

图 2-5-31 中的度盘为一刻有数条环形码道的圆盘，分为透光和不透光两种状态，分别表示二进制中的“0”和“1”。在码盘下方设置了数个接收元件，测角时，码盘不动，光源与接收器随照准部转动，可得到每一位位置的读数，再通过译码器将二进制转换为角度值，并予以显示。由于在任意位置上都可直接读取度、分、秒的数值，编码测角又称为绝对式测角。

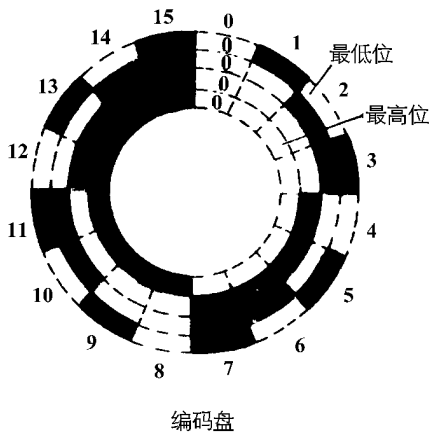


图 2-5-31

(三) 动态测角

如图 2-5-32 所示，度盘由等间隔的明暗分划线构成，其间隔角为 φ_0 。在度盘上

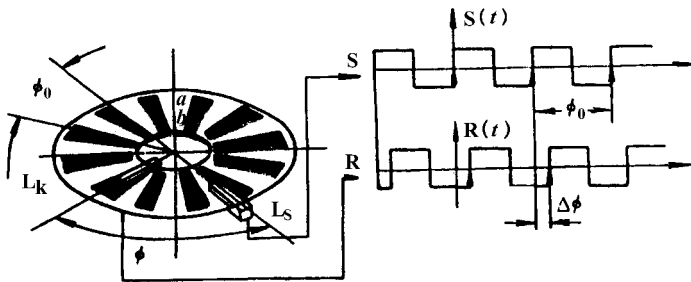


图 2-5-32

设置了两个光栏，一个设在度盘外缘，为固定光栏，其作用相当于光学经纬仪度盘上的 0° 刻划线；另一个安置在度盘内缘，为可移动光栏，它随照准部一起转动，其作用相当

于望远镜视线在度盘上的读数指标线。测角时，度盘由微型马达带动以一定的速度旋转，光栏上装有发光二极管和光电接收传感器，且分别位于度盘的上下，通过计取两光栏之间的分划数，即可得到角度值。图中 L_f 为固定光栏， L_R 为可移动光栏， $L_R - L_f$ 为被观测角 φ 。在被观测角 φ 中，包括粗测和精测两部分，粗测求得 φ_0 的个数 n ，精测求得 $\Delta\varphi$ 的值。

$$\varphi = n\varphi_0 + \Delta\varphi$$

式中： φ_0 为整周期值； n 为整周期的个数； $\Delta\varphi$ 为不足整周期的值。

动态测角的特点是，记数精度高，并能消除度盘刻划误差，但结构较复杂。目前较先进的电子经纬仪均采用此种测角系统。

二、竖轴倾斜补偿器

一些精度较高的电子经纬仪中，采用双轴补偿器的方法，以抵消竖轴倾斜对水平角和竖直角观测的影响。双轴液体补偿器在其补偿范围内 ($\pm 3'$)，补偿精度可达 $0.1''$ 。如图 2-5-33 所示为一种补偿器的原理图。在补偿器下方分别设置了发光和接收二极管，两者轴线夹角为 90° ，发射光线经液体全反射后，被接收管接收，当仪器竖轴倾斜时，发射光轴在液体补偿器的落点就产生了变化，反映出 X 与 Y 的方向倾斜量 (X 为视准轴方向，Y 为横轴方向)，接收管就可探测到该落点变化，并将变化信息传输给微处理器，仪器对所测角度进行自动补偿。

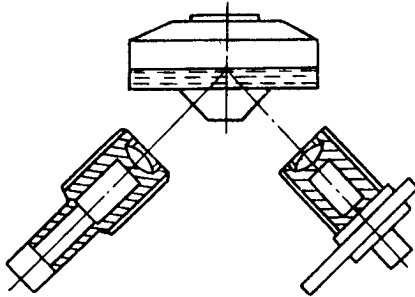


图 2-5-33

第六章 测量误差基础知识

第一节 测量误差概述

在测量工作中,无论测量仪器多么精密,观测多么仔细,测量结果总是存在着差异。例如,对某段距离进行多次丈量,或反复观测同一角度,发现每次观测结果往往不一致。又如观测三角形的三个内角,其和并不等于理论值 180° 。这种观测值之间或观测值与理论值之间存在差异的现象,说明观测结果存在着各种测量误差。此外,在测量过程中还可能出现错误,如读错、记错等等。错误不是误差,是由于观测者操作不正确或粗心大意造成的,观测结果中不允许存在错误,一旦发现应及时加以更正。

一、测量误差产生的原因

测量误差产生的原因概括起来有下列几个方面:

(1) 仪器及工具。测量仪器和工具的精密程度以及仪器本身校正不完善等,都会使测量结果受到影响。例如使用刻划至厘米的标尺就不能保证厘米以下尾数估读的准确性;使用视准轴不平行于水准管轴的水准仪进行水准测量就会给观测读数带来误差。

(2) 人。观测者是通过自身的感觉器官来工作的,由于人的感觉器官鉴别能力的限制,使得在安置仪器、瞄准目标及读数等方面都会产生误差。

(3) 外界条件。观测过程所处的外界条件,如温度、湿度、风力、阳光照射等因素会给观测结果造成影响,而且这些因素随时发生变化,必然会给观测值带来误差。

人、仪器、外界条件是引起观测误差的主要因素,这三个因素的综合影响称为“观测条件”。观测条件好测量结果的精度就高,观测条件差测量结果的精度就低。观测条件相同的一系列观测称为等精度观测,观测条件不同的各次观测称为非等精度观测。

二、测量误差的分类

测量误差按其性质可分为系统误差和偶然误差两类。

（一）系统误差

在相同的观测条件下对某量进行一系列观测，如果观测误差的数值大小和符号呈现出一致性倾向，即按一定规律变化或保持为常数，这种误差称为系统误差。例如用一把名义长度为 30m 而实际长度为 29.99m 钢尺量距时，每丈量一尺段就比实际长度大了 0.01m，其误差数值大小与符号是固定的，所以丈量距离越长，尺段数愈多，误差就愈大。又如用视准轴不平行于水准管轴的水准仪进行水准测量，观测时在水准尺上的读数便产生误差，这种误差的大小与水准仪至立尺点的距离成正比，这些误差都属于系统误差。系统误差具有积累性，对测量成果影响甚大，但它的数值大小和符号有一定的规律，可以设法将它消除或减弱。例如上述钢尺量距中的尺长误差，可通过检定钢尺求出尺长改正数，然后对所丈量结果进行尺长改正的方法来消除尺长误差的影响。又如，在水准测量中，用后、前视距相等的方法消除视准轴不平行于水准管轴而引起的高差误差。在水平角测量中，用盘左、盘右观测取平均值的方法来消除视准轴误差、横轴误差以及照准部偏心差等对水平方向的读数影响。

（二）偶然误差

在相同的观测条件下对某量进行一系列的观测，如果观测误差的数值大小和符号都不相同，表面上看没有任何规律性，这种误差称为偶然误差。例如读数的估读误差；瞄准目标的照准误差等都属于偶然误差。偶然误差随各种偶然因素综合影响而不断变化，其数值大小和正、负符号呈现出偶然性，找不到消除其影响的方法，因此任何观测结果都不可避免地存在有偶然误差。

一般来说，在测量工作中偶然误差和系统误差是同时发生。由于系统误差对测量结果的危害性很大，所以总是设法消除或减弱其影响，使其处于次要地位，这样在观测成果中可以认为主要是存在偶然误差。研究偶然误差占主导地位的一系列观测值中求未知量的最或然值以及评定观测值的精度等是误差理论要解决的主要问题。

（三）偶然误差的统计特性

由于观测结果主要地存在着偶然误差，因此，为了评定观测结果的质量，必须对偶然误差的性质作进一步分析。从单个偶然误差来看，其误差的出现在数值大小和符号上没有规律性，但观察大量的偶然误差就会发现其存在着一定的统计规律性，并且误差的个数越多这种规律性就越明显。下面以一个测量实例来分析偶然误差的特性。

某测区在相同的观测条件下观测了 358 个三角形的内角，由于观测值存在偶然误差，故三角形内角之和不等于理论值 180° （也称真值）。观测值与理论值之差称为真误差，用 Δ 示。设三角形内角和的观测值为 l_i ，真值为 X ，则三角形的真误差可由下式求得：

$$\Delta_i = l_i - X \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 358) \quad (2-6-1)$$

用式 (2-6-1) 算得 358 个三角形内角和的真误差，现将 358 个真误差按 $3''$ 为一区间，

并按绝对值大小进行排列，按误差的正负号分别统计出在各区间的误差个数 k ，并将 k 除以总个数 n （此处 $n=358$ ），求得各区间的相对个数（ k/n 称为误差出现的频率），其结果列于表 2-6-1。

从表 2-6-1 中可以看出，该组误差的分布表现出如下规律：小误差比大误差出现的机会多，绝对值相等的正、负误差出现的个数相近；最大的误差不超过一定的限值（本例为 $24''$ ），其他测量结果也表现出同样的规律。通过大量的实验统计结果表明，偶然误差具有如下的特性：

① 在一定的观测条件下的有限次观测中，偶然误差的绝对值不超过一定的限值（有界性）；

表 2-6-1 偶然误差区间分布

误差区间 $d\Delta$	负误差		正误差		合计	
	个数/ k	频率/ k/n	个数/ k	频率/ k/n	个数/ k	频率/ k/n
0 ~ 3''	45	0.126	46	0.128	91	0.254
3 ~ 6	40	0.112	41	0.115	81	0.227
6 ~ 9	33	0.092	33	0.092	66	0.184
9 ~ 12	23	0.064	21	0.059	44	0.123
12 ~ 15	17	0.047	16	0.045	33	0.092
15 ~ 18	13	0.036	13	0.036	26	0.072
18 ~ 21	6	0.017	5	0.014	11	0.031
21 ~ 24	4	0.011	2	0.006	6	0.107
24''以上	0	0	0	0	0	0
Σ	181	0.505	177	0.495	358	1.000

② 绝对值较小的误差出现的概率大，绝对值大的误差出现的概率小（单峰性）；

③ 绝对值相等的正、负误差出现的概率大致相等（对称性）；

④ 当观测次数无限增加时，偶然误差算术平均值的极限为零（补偿性）。即：

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\Delta]}{n} = 0 \quad (2-6-2)$$

式中“ $[\]$ ”为总和号，即 $[\Delta] = \Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n$ 。

为了更直观地表达偶然误差的分布情况，还可以用图示形式描述误差分布，图 2-6-2 就是按 2-6-1 的数据绘制的。其中以横坐标表示误差正负与大小，纵坐标表示误差出现于各区间的频率（ k/n ）除以区间的间隔值（ $d\Delta$ ）。这样，每一区间按纵坐标做成矩形小条的面积就代表误差出现在该区间的频率。如图 2-6-1 中斜线的长方形面积就代表误差出现在 $+6 \sim +9''$ 区间的频率 0.092，这种图称为频率直方图。

当观测次数足够多时，误差出现在各区间的频率就趋向于稳定。可以想象，当 $n \rightarrow \infty$ 时，如果把区间 $d\Delta$ 无限缩小，图 2-6-1 中各小长方形的顶边折线就会变成图 2-6-2 所示的一条光滑的曲线，该曲线称为误差分布曲线，又称正态分布曲线。描绘这种

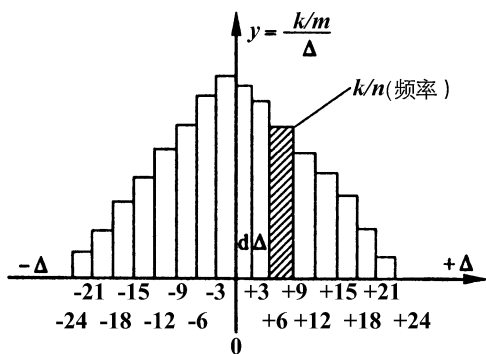


图 2-6-1 频率直方图

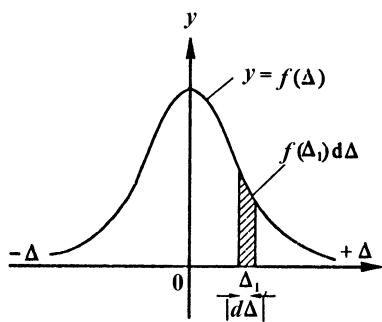


图 2-6-2 正态分布曲线

分布曲线的函数为：

$$y = f(\Delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \quad (2-6-3)$$

式中参数

$$\sigma^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\Delta^2}{n} \right] \quad (2-6-4)$$

σ 是观测误差的标准差或均方差， σ^2 称为方差。

图 2-6-1 中各小长方形的面积为：

$$\frac{k/n}{d\Delta} d\Delta = \frac{k}{n}$$

由概率统计定义可知，频率 (k/n) 就是误差出现在小区间 $d\Delta$ 上的概率 $P(\Delta)$ ，记为：

$$P(\Delta) = \frac{k/n}{d\Delta} d\Delta = f(\Delta) d\Delta \quad (2-6-5)$$

称式 2-6-5 为概率元素。由 (2-6-5) 式可知，当函数 $f(\Delta)$ 较大时，则误差出现于小区间 $d\Delta$ 上概率也大，反之则较小，因此称函数 $f(\Delta)$ 为误差分布的概率密度函数，简称密度函数。

第二节 评定精度的指标

评定观测成果的测量，就是衡量测量成果的精度。这里先说明精度的含义，然后介绍几种常用的衡量精度的指标。

一、精度的含义

在一定的观测条件下进行的一组观测，它对应着一定的误差分布。观测条件好，误差分布就密集，则表示观测结果的质量就高；反之观测条件差，误差分布就松散，观测

成果的质量低。因此，精度就是指一组误差分布的密集与离散的程度，即离散度的大小。显然，为了衡量观测值的精度高低，可以通过绘出误差频率直方图或画出误差分布曲线的方法进行比较。如图 2-6-3 (a) 所示为两组不同观测条件下的误差分布曲线 I、II，观测条件好的一组其误差分布曲线 I 较陡峭，说明该组误差更加密集在 $\Delta = 0$ 附近，即绝对值小的误差出现较多，表示该组观测值的质量较高；另一组观测条件差，误差分布曲线较平缓，说明该组观测误差分布离散，表示该组观测值的质量较低。但在实际工作中，采用绘误差分布曲线的方法来比较观测结果的质量好坏很不方便，而且缺乏一个简单的关于精度的数值概念。下面引入精度的数值概念，这种能反映误差分布密集或离散程度的数值称之为精度指标。

二、衡量精度的指标

衡量精度的指标有多种，这里介绍几种常用的精度指标。

(一) 中误差

由误差分布的密度函数 (2-6-3) 式可知， Δ 愈小， $f(\Delta)$ 愈大。当 $\Delta = 0$ 时，函数 $f(\Delta)$ 达到最大值 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$ ；反之， Δ 愈大， $f(\Delta)$ 愈小。当 $\Delta \rightarrow \pm \infty$ 时， $f(\Delta) \rightarrow 0$ 。

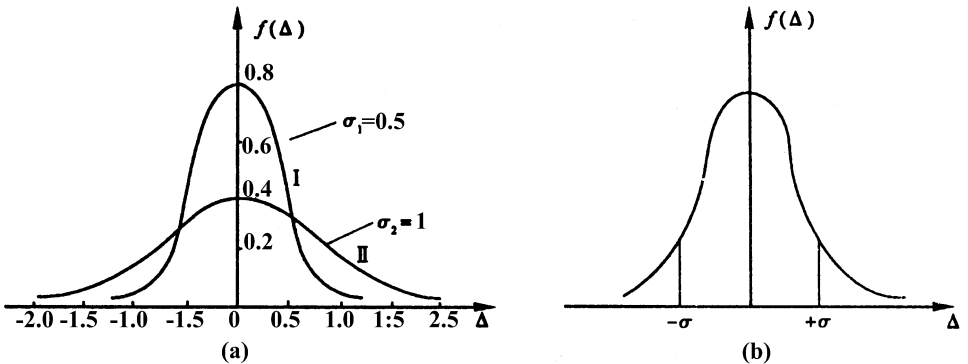


图 2-6-3 误差分布曲线

所以，横轴是曲线的渐近线。如图 2-6-3 (b) 所示，误差分布曲线在纵轴两边各有一个转向点称为拐点。如果对函数 $f(\Delta)$ 求二阶导数等于零，可得曲线拐点的横坐标为： $\Delta_{拐} = \pm \sigma$ 。由于曲线 $f(\Delta)$ ，横轴和直线 $\Delta = -\sigma$ 、 $\Delta = +\sigma$ 之间的曲边梯形面积为误差个数的总和与全部观测个数之比，是个定值，即恒等于 1。所以 σ 愈小曲线愈陡峭，即误差分布愈密集；而 σ 愈大时曲线愈平缓，即误差分布愈离散。由此可见，误差分布曲线形态充分反映了观测质量的好坏，而误差分布曲线又可以用具体的数值 σ 予以表达。也就是说，标准差 σ 的大小，反映了观测精度的高低，所以标准差 σ 是描述观测值精度的数值指标。由式 (2-6-4) 得观测值的标准差定义式为：

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{N}} \quad (2-6-6)$$

由定义式(2-6-6)可知,标准差是在 $n \rightarrow \infty$ 时的理论精度指标。在测量工作中,观测次数 n 总是有限的,为了评定精度,只能用有限个真误差求取标准差的估值,测量中通常称标准差的估值为中误差,用 m 表示,即:

$$m^2 = \frac{[\Delta\Delta]}{n} \quad (2-6-7)$$

或

$$m = \pm \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \quad (2-6-8)$$

式中 Δ 可以是同一个量观测值的真误差,也可以是不同量观测值的真误差,但必须都是等精度的同类观测值的真误差, n 为 Δ 的个数。在计算 m 值时只需取 2~3 位有效数字,其值前冠以“ \pm ”号,数值后注明单位。

由中误差公式可知,中误差是代表一组等精度真误差的某种平均值,其值愈小,即表示该组观测中绝对值较小的误差愈多,则该组观测值的精度愈高。

例 1 设某段距离使用 50m 钢尺丈量了 6 次,其测量结果列于表 2-6-2 中,该段距离用高精度铟钢基线尺丈量的结果为 49.982m,可视为真值。试求钢尺丈量一次的中误差。

解:在(表 2-6-2)中进行计算。

表 2-6-2 中误差计算

序号	观测值/mm	Δ /mm	Δ^2 /mm	中误差计算
1	49.988	+6	36	$m = \pm \sqrt{\frac{131}{6}} = \pm 4.7\text{mm}$
2	49.975	-7	49	
3	49.981	-1	1	
4	49.978	-4	16	
5	49.987	+5	25	
6	49.984	+2	4	
Σ			131	

(二) 极限误差

偶然误差的第一特性表明,在一定的观测条件下偶然误差的绝对值不会超过一定的限值,这个限值就是极限误差。由概率论可知,在等精度观测的一组偶然误差中,误差出现在 $[-\sigma, +\sigma], [-2\sigma, +2\sigma], [-3\sigma, +3\sigma]$ 区间内的概率分别为:

$$P(-\sigma \leq \Delta \leq +\sigma) \approx 68.3\%$$

$$P(-2\sigma \leq \Delta \leq +2\sigma) \approx 95.5\%$$

$$P(-3\sigma \leq \Delta \leq +3\sigma) \approx 99.7\%$$

即是说，绝对值大于两倍标准差的偶然误差出现的概率为 4.5%；而绝对值大于 3 倍标准差的偶然误差出现的概率仅为 0.3%，这实际上是接近于零的小概率事件，在有限次观测中不太可能发生。因此，在测量工作中通常规定 2 倍或 3 倍中误差作为偶然误差的限值，称为极限误差或容许误差：

$$\Delta_{\text{容}} = 2\sigma \approx 2m \quad (2-6-9)$$

或

$$\Delta_{\text{容}} = 3\sigma \approx 3m \quad (2-6-10)$$

前者要求较严，后者要求较宽，如果观测值中出现大于容许误差的偶然误差，则认为该观测值不可靠，应舍去并重测。

(三) 相对误差

对评定精度来说，有时只用中误差还不能完全表达测量结果的精度高低。如距离测量中，分别测量了 500m 和 80m 的两段距离，中误差均为 $\pm 2\text{cm}$ 。显然不能认为两者的测量精度是相同，为了能客观反映实际精度，必须引入相对误差的概念。相对中误差 K 就是观测值中误差的绝对值与观测值的比值，并将其化成分子 1 的分数，即：

$$K = \frac{|m|}{D} = \frac{1}{\frac{D}{|m|}} \quad (2-6-11)$$

上述两段距离的相对中误差为：

$$K_1 = \frac{1}{\frac{D_1}{|m_1|}} = \frac{1}{25000}$$

$$K_2 = \frac{1}{\frac{D_2}{|m_2|}} = \frac{1}{4000}$$

相对中误差愈小，精度愈高，因为 $K_1 < K_2$ ，所以 D_1 比 D_2 的测量精度高。

有时，求得真误差和容许误差后，也用相对误差表示。例如图根导线测量中就规定导线全头长相对闭合差不得超过 $1/2000$ ，这就是相对容许误差。还应指出的是，不能用相对误差来评定角度测量的精度，因为角度观测的误差与角度大小无关。

第三节 误差传播定律及其应用

前面介绍了相同观测条件下的观测量，即同精度观测量，以真误差来评定观测值的精度的问题。但在实际工作中，有一些量往往不能直接测量，而是由其他观测值间接计算出来的，它与直接观测量构成函数关系。例如，水准测量中，每站的高差 h 就是直

接观测的后视读数 a 与前视读数 b 之差求出的，即：

$$h = a - b$$

显然，高差 h 是观测值 a 和 b 的函数。阐述观测值的中误差与函数的中误差之间关系的定律，就称为误差传播定律。

设 z 是独立观测值 x_1, x_2, \dots, x_n 的函数，即

$$z = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

已知独立观测值 x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 的中误差为 m_i ($i = 1, 2, \dots, n$)，求观测值函数 z 的中误差 m_z 。当 x_i 的相应观测值 l_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 在真误差 Δx_i 时，则函数 z 随之产生相应的真误差 Δz 。由数学分析可知，变量的误差与函数的误差之间的关系，可以近似地用函数的全微分表达，即得：

$$dz = \frac{\partial F}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} dx_n$$

因误差 Δx_i 及 Δz 均很小，用 Δz 、 Δx_i 代替微分量 dz 、 dx_i ，于是有：

$$\Delta z = \frac{\partial F}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} \Delta x_n$$

上式中 $\frac{\partial F}{\partial x_i}$ 是函数对各变量 x_i 的偏导数，将 $x_i = l_i$ 代入各偏导数中可以得出其数值，它们都是常数，令：

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \right)_{x_i = l_i} = f_i$$

则有：

$$\Delta z = f_1 \Delta x_1 + f_2 \Delta x_2 + \dots + f_n \Delta x_n$$

为了求得观测值中误差与函数中误差之间的关系，设想对 x_i 进行 k 次观测，则可写出 k 个类似的真误差关系式：

$$\Delta z_{(1)} = f_1 \Delta x_{1(1)} + f_2 \Delta x_{2(1)} + \dots + f_n \Delta x_{n(1)}$$

$$\Delta z_{(2)} = f_1 \Delta x_{1(2)} + f_2 \Delta x_{2(2)} + \dots + f_n \Delta x_{n(2)}$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

$$\Delta z_{(k)} = f_1 \Delta x_{1(k)} + f_2 \Delta x_{2(k)} + \dots + f_n \Delta x_{n(k)}$$

将上列等式两边平方后再相加，得：

$$[\Delta z^2] = f_1^2 [\Delta x_1^2] + f_2^2 [\Delta x_2^2] + \dots + f_n^2 [\Delta x_n^2] + \sum_{i, j=1, i \neq j}^n 2f_i f_j [\Delta x_i \Delta x_j]$$

上式等号两边除以 k 得：

$$\frac{[\Delta z^2]}{k} = f_1^2 \frac{[\Delta x_1^2]}{k} + f_2^2 \frac{[\Delta x_2^2]}{k} + \dots + f_n^2 \frac{[\Delta x_n^2]}{k} + \sum_{i, j=1, i \neq j}^n 2f_i f_j \frac{[\Delta x_i \Delta x_j]}{k} \quad (2-6-12)$$

各 x_i 的观测值 l_i 为彼此独立的观测值，由于偶然误差有正负补偿的特性，所以当 $k \rightarrow \infty$ 时，上式的最后一项趋近于零，即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\Delta x_i \Delta x_j]}{k} = 0$$

故式(2-6-12)可以写成：

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\Delta z^2]}{k} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ f_1^2 \frac{[\Delta x_1^2]}{k} + f_2^2 \frac{[\Delta x_2^2]}{k} + \dots + f_n^2 \frac{[\Delta x_n^2]}{k} \right\}$$

对照方差定义式得：

$$\sigma_z^2 = f_1^2 \sigma_1^2 + f_2^2 \sigma_2^2 + \dots + f_n^2 \sigma_n^2$$

当 k 为有限值时，可写成：

$$m_z^2 = f_1^2 m_1^2 + f_2^2 m_2^2 + \dots + f_n^2 m_n^2 \quad (2-6-13)$$

即

$$m_z = \pm \sqrt{f_1^2 m_1^2 + f_2^2 m_2^2 + \dots + f_n^2 m_n^2} \quad (2-6-14)$$

公式(2-6-14)就是计算由观测值中误差计算观测值函数中误差的一般形式，称为误差传播定律，按照这一定律可导出表2-6-3所列的简单函数的误差传播关系式。

表 2-6-3 几个简单函数的中误差传播公式

函数名称	函数式	函数的中误差
倍乘函数	$z = kx$	$m = \pm km$
和差函数	$z = x_1 \pm x_2 \pm \dots \pm x_n$	$m_z = \pm \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_n^2}$
线性函数	$z = k_1 x_1 \pm k_2 x_2 \pm \dots \pm k_n x_n$	$m_z = \pm \sqrt{k_1^2 m_1^2 + k_2^2 m_2^2 + \dots + k_n^2 m_n^2}$

应用误差传播定律求观测值函数的中误差时，可按下述步骤进行：

①按问题的性质列出函数式

$$z = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

②对函数式求全微分，得出函数真误差与观测值真误差之间的关系式

$$\Delta z = \left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \right) \Delta x_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \right) \Delta x_2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_n} \right) \Delta x_n$$

③代入误差传播定律公式，求出函数的中误差

$$m_z = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \right)^2 m_1^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \right)^2 m_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_n} \right)^2 m_n^2}$$

值得注意的是，在应用误差传播定律公式时，要求各观测值误差必须是独立的，如果观测值误差不独立，则要全并同类项，使误差独立后再应用误差传播定律。

【例2】已知矩形的宽 $x = 40\text{m}$ ，其中误差 $m_x = \pm 0.010\text{m}$ ，长为 $y = 50\text{m}$ ，其中误差 $m_y = \pm 0.012\text{m}$ ，试计算面积 A 及其中误差。

解：按应用误差传播定律的步骤

①列出计算矩形面积的函数式为：

$$A = xy = 40 \times 50 = 2000\text{m}$$

②求各观测值的偏导数值

$$\frac{\partial F}{\partial x} = y = 50\text{m} ; \quad \frac{\partial F}{\partial y} = x = 40\text{m}$$

③代入误差传播定律公式，得中误差为：

$$m_A = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 m_x^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_y}\right)^2 m_y^2} = \pm 0.7\text{m}$$

所以 $A = 2000\text{m} \pm 0.7\text{m}$

例3 在 1:1000 比例尺图上量得某线段长度为 $d = 168.5\text{mm}$ ，其中误差为 $m_d = \pm 0.2\text{mm}$ ，试求相应的水平距离 D 及其中误差 m_D 。

解： $D = 1000d = 168.5\text{m}$

$$m_D = 1000m = 0.2\text{m}$$

所以 $D = 168.5\text{m} \pm 0.2\text{m}$

例4 设函数：

$$z = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{3}x_2 - \frac{1}{4}x_3$$

x_1, x_2, x_3 的中误差分别为 m_1, m_2, m_3 ，求 z 的中误差 m_z 。

解：根据线性函数中误差的公式得：

$$m_z = \pm \sqrt{\frac{1}{4}m_1^2 + \frac{1}{9}m_2^2 + \frac{1}{16}m_3^2}$$

例5 普通水准测量中，视距 100m 时读取标尺的读数中误差 $m_{\text{读}} \approx \pm 3\text{mm}$ （包括照准误差、气泡居中误差）。若以 3 倍中误差作为极限误差，试求普通水准测量高差闭合差的容许误差。

解：普通水准测量每站的高差为：

$$h_i = a_i - b_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

则每站的高差中误差为：

$$m_{\text{站}} = \pm \sqrt{m_{\text{读}}^2 + m_{\text{读}}^2} = \pm m_{\text{读}}\sqrt{2} \approx \pm 4\text{mm}$$

$$f_h = h_1 + h_2 + \dots + h_n - (H_{\text{终}} - H_{\text{始}})$$

起、终点为已知高级点，设高程无误，若每站高差观测中误差均相等，即 $m_1 = m_2 = \dots = m_n = m_{\text{站}}$ ，则高差闭合差的中误差为：

$$m_{f_h} = \pm m_{\text{站}}\sqrt{n} = \pm 4\sqrt{n}\text{mm}$$

取 3 倍中误差作为极限误差，则普通水准测量高差闭合差的容许误差为：

$$f_{h_{\text{容}}} = \pm 3 \times 4\sqrt{n} = \pm 12\sqrt{n}\text{mm}$$

第四节 等精度观测直接平差

为了较精确地确定某一个未知量的大小，往往对未知量进行多余观测。有了多余观测，观测值之间就存在矛盾，需要按最小二乘法原理进行平差计算，从若干个观测值中求得该未知量的最可靠值，称为未知量的最或然值。以及评定观测值的精度，对一个未

知量的平差称为直接观测平差，或称直接平差。它分为等精度直接平差和不等精度直接平差两种。

一、平差原则

最小二乘法原理是平差遵循的原则，下面举一个例子，大体说明其含义。

设某三角形的 3 个内角观测值为： $a = 46^{\circ}32'15''$ ， $b = 69^{\circ}18'45''$ ， $c = 64^{\circ}08'42''$ ，其闭合差为 $f = a + b + c - 180^{\circ} = -18''$ 。为了消除闭合差，需在各观测值上加一个改正数，设 a 、 b 、 c 3 个内角的改正数分别为 v_a 、 v_b 、 v_c ，加上改正数后应使得 3 个内角和等于理论值 180° ，即：

$$(a + v_a) + (b + v_b) + (c + v_c) - 180^{\circ} = 0$$

其中：

$$v_a + v_b + v_c = +18''$$

显然，从表 2-6-4 中任选一组均能达到这一目的，那么，用那一组改正数最合理呢？

表 2-6-4 满足三角形内角和等于理论值的改正数

角号	第 1 组		第 2 组		第 3 组		第 4 组		第 5 组		...
	v	w	v	w	v	w	v	w	v	w	...
a	+6	36	+6	36	+3	9	-4	16	+4	16	...
b	+6	36	+5	25	-1	1	+6	36	+20	400	...
c	+6	36	+7	49	+16	256	+16	256	-6	36	...
Σ	+18	108	+18	110	+18	266	+18	308	+18	452	...

根据最小二乘法理论，应当选择改正数 v 的平方和最小，即 $[w] =$ 最小的那一组，表 2-6-4 中的第 1 组具有

$$v_a^2 + v_b^2 + v_c^2 = 108 = \text{最小}$$

由这一组改正数求得各内角的平差值称为最或然值，这一组改正数也称为最或然误差。平差后三角形内角之和为

$$A = a + v_a = 49^{\circ}32'15'' + 6'' = 46^{\circ}32'21''$$

$$B = b + v_b = 69^{\circ}18'45'' + 6'' = 69^{\circ}18'51''$$

$$C = c + v_c = 49^{\circ}08'42'' + 6'' = 64^{\circ}08'48''$$

由此可见，用最小二乘法原理求观测值最或然值的原则是：用一组改正数 v 来消除不符值，在等精度观测的情况下，这组改正数应满足

$$[w] = v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 = \text{最小}$$

在不等精度观测情况下应满足

$$[pvv] = p_1v_1^2 + p_2v_2^2 + \dots + p_nv_n^2 = \text{最小}$$

二、等精度观测直接平差

(一) 观测值的最或然值

设对某一量进行了 n 次等精度观测，观测值为 l_1, l_2, \dots, l_n ，观测值的改正数为 v_i ，未知量的最或然值为 x ，则有：

$$v_i = x - l_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2-6-15)$$

根据最小二乘法原理：

$$[vv] = v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 = (x - l_1)^2 + (x - l_2)^2 + \dots + (x - l_n)^2 = \text{最小}$$

应用函数求极值的方法，对上式取一阶导数等于零

$$\frac{d[vv]}{dx} = 2(x - l_1) + 2(x - l_2) + \dots + 2(x - l_n) = 0$$

整理后得：

$$nx - [l] = 0$$

所以

$$x = \frac{[l]}{n} = \frac{1}{n} (l_1 + l_2 + \dots + l_n) \quad (2-6-16)$$

即在等精度条件下，对某未知量进行一组观测，其算术平均值就是该未知量的最或然值。

(二) 精度评定

1. 观测值的精度

前面已介绍了用真误差求观测值的中误差的公式，即

$$m = \pm \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}$$

式中

$$\Delta_i = l_i - X \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (a)$$

一般情况下未知量的真值 X 是不知道的，因此，真误差 Δ_i 也无法求得，此时就不能直接应用式 (a) 来求观测值的中误差。但未知量的最或然值 x 与观测值 l_i 之差是可以求得的，即

$$v_i = x - l_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (b)$$

只要找出真误差与改正数的关系，就可以导出用改正数求中误差的公式。为此，将 (a) (b) 两式相加得

$$-\Delta_i = v_i + (X - x) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

上式两边平方并求和，得

$$[\Delta\Delta] = [\nu\nu] + 2[\nu](X-x) + n(X-x)^2$$

等式两边除以 n ，并顾及 $[\nu] = 0$ ，则有

$$\frac{[\Delta\Delta]}{n} = \frac{[\nu\nu]}{n} + (X-x)^2 \quad (c)$$

式中

$$\begin{aligned} (X-x)^2 &= \left(X - \frac{[L]}{n} \right)^2 = \frac{1}{n^2} (nX - [L])^2 = \\ &= \frac{1}{n^2} (X - l_1 + X - l_2 + \dots + X - l_n)^2 = \\ &= \frac{1}{n^2} (\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n)^2 = \\ &= \frac{1}{n^2} (\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2 + 2\Delta_1\Delta_2 + 2\Delta_1\Delta_3 + \dots) = \\ &= \frac{[\Delta\Delta]}{n^2} + \frac{2(\Delta_1\Delta_2 + \Delta_1\Delta_3 + \dots)}{n^2} \end{aligned}$$

根据偶然误差的特性，当 $n \rightarrow \infty$ 时，上式等号右边的第二项趋近于零，故

$$(X-x)^2 = \frac{[\Delta\Delta]}{n^2}$$

把上式代入 (c) 式得

$$\frac{[\Delta\Delta]}{n} = \frac{[\nu\nu]}{n} + \frac{[\Delta\Delta]}{n^2}$$

对照中误差定义式 (2-6-7) 得

$$m^2 = \frac{[\nu\nu]}{n} + \frac{1}{n}m^2$$

移项并整理后得

$$m = \pm \sqrt{\frac{[\nu\nu]}{n-1}} \quad (2-6-17)$$

式 (2-6-17) 即为用改正数求等精度观测值中误差的公式。

2. 算术平均值的中误差

设对某量进行 n 次等精度观测，其观测值为 l_1, l_2, \dots, l_n ，各观测值的中误差均为 m ，算术平均值的中误差公式推导如下：

因为
$$x = \frac{[L]}{n} = \frac{1}{n}l_1 + \frac{1}{n}l_2 + \dots + \frac{1}{n}l_n$$

式中 $\frac{1}{n}$ 为常数，各独立观测值的中误差均为 m_x ，按误差传播定律得

$$m_x = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 m^2 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 m^2 + \dots + \left(\frac{1}{n}\right)^2 m^2}$$

所以
$$m_x = \pm \frac{m}{\sqrt{n}} = \pm \sqrt{\frac{[\nu\nu]}{n(n-1)}} \quad (2-6-18)$$

式 (2-6-18) 即为算术平均值中误差的计算公式。

由式(2-6-18)可知,算术平均值的中误差与观测次数的平方根成反比关系,这说明增加观测次数可以提高算术平均值的精度。但是算术平均值的中误差 m_x 与观测次数 n 并不是线性关系,图2-6-4是设 $m = 1$ 时,用不同的观测次数代入式(2-6-18)求出算术平均的中误差后,以中误差为纵坐标,以观测次数为横坐标绘制出的算术平均值中误差 m_x 与观测次数 n 的关系图。由图2-6-4可知,当观测次数达到一定的数值后(如 $n = 10$),算术平均值中误差减小则很慢。由此可见,要提高最或然值的精度,单靠增加观测次数是不经济的,因此,应设法提高观测本身的精度。例如,选用精度较高的仪器或改进操作方法,选择有利的外界环境以及提高观测人员的技能等来改善观测条件。

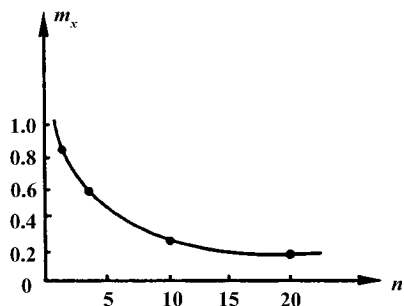


图2-6-4 m_x 与观测次数 n 的关系

例6 设某一水平角以等精度观测了5个测回,其观测值列于表2-6-5中第二栏内。试计算该角的算术平均值、观测值的中误差以及算术平均值的中误差。

解:计算按表2-6-5的格式进行

表2-6-5 等精度直接平差算例

测回	观测值 (l) ° ' "	改正数 (v) "	vv "	精度评定
1	85 42 49	-4	16	观测值中误差: $m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} = \pm 3''.9$ 算术平均值中误差 $m_x = \pm \frac{m}{\sqrt{n}} = \pm 1''.7$
2	85 42 40	+5	25	
3	85 42 42	+3	9	
4	85 42 46	-1	1	
5	85 42 48	-3	9	
Σ	$x = 85 42 45$	0	60	

算术平均值：

$$x = \frac{[L]}{n} = 85^{\circ}42'45'' \pm 1''.7$$

第五节 不等精度观测直接平差

上节介绍了从 n 个等精度观测值中求未知量的最或然值，以及评定其精度。在测量工作中，除等精度观测外，还经常遇到不等精度观测。例如，对同一距离分组进行丈量，但各组丈量次数不等，这就是不等精度观测问题。如何从一组不等精度的观测值中求未知量的最或然值，以及评定它们的精度呢？处理这种问题就要用到“权”。

一、权与单位权

所谓“权”，就是不等精度观测值在计算未知量的最或然值时所占的“比重”。

设对同一距离分两组进行丈量，在等精度观测的情况下，第一组丈量了 3 次，观测值为 l_1, l_2, l_3 ，第二组丈量了 4 次，观测值为 l_4, l_5, l_6, l_7 ，将两组观测值分别求算术平均值，并以 L_1, L_2 表示，

$$L_1 = \frac{1}{3} (l_1 + l_2 + l_3)$$

$$L_2 = \frac{1}{4} (l_4 + l_5 + l_6 + l_7)$$

设每次丈量的中误差为 m ，根据误差传播定律得 L_1, L_2 的中误差为

$$m_1 = \pm \frac{m}{\sqrt{3}}$$

$$m_2 = \pm \frac{m}{\sqrt{4}}$$

显然 $m_1 > m_2$ ，所以 L_1 与 L_2 是不等精度的观测值。

在测量工作中，当某量的观测中误差愈小，说明其精度愈高，其值愈可靠，权也愈大；反之，中误差愈大，则精度愈低，权就愈小，其值可靠性也愈差。因此定义：观测值或观测值函数的权（常用 P 表示）与其中误差 m 的平方成反比，即

$$P_i = \frac{c}{m_i^2} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2-6-19)$$

式 (2-6-19) 中 c 为任意常数。对上述例子，两组观测值的权为

$$P_1 = \frac{c}{m_1^2} = \frac{3c}{m^2}, \quad P_2 = \frac{c}{m_2^2} = \frac{4c}{m^2}$$

若取 $c = m^2$ ，则

$$p_1 = 3, \quad p_2 = 4$$

对于每一次丈量，设其权为 p_0 ，则

$$p_0 = \frac{m^2}{m^2} = 1$$

等于 1 的权称为单位权，权等于 1 的中误差称为单位权中误差，通常用 μ 表示，习惯上取一次观测、一测回、一公里观测路线的观测误差为单位权中误差。这样 (2-6-19) 式的另一种表示方式为：

$$p_i = \frac{\mu^2}{m_i^2} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2-6-20)$$

由式 (2-6-20) 得观测值或观测值函数的中误差的另一种表示方式为：

$$m_i = \mu \sqrt{\frac{1}{p_i}} \quad (2-6-21)$$

二、定权的常用方法

用权的定义式来确定观测值的权，首先必须知道观测值的中误差。但是在平差计算工作中，往往在观测值的中误差尚未求得之前，就要确定各观测值的权，以便求出最或然值。根据 (2-6-20) 式可以写出一组观测值的权的比例关系：

$$p_1 : p_2 : \dots : p_n = \frac{\mu^2}{m_1^2} : \frac{\mu^2}{m_2^2} : \dots : \frac{\mu^2}{m_n^2} = \frac{1}{m_1^2} : \frac{1}{m_2^2} : \dots : \frac{1}{m_n^2} \quad (2-6-22)$$

由此可知，一组观测值的权之比等于各观测值的中误差平方的倒数之比。无论 μ 为何值，其比例关系不变。因此，对于计算一组观测值的权，其意义不在乎其本身数值的大小，而重要的是它们之间的比例关系，我们从这一基本思路出发，导出测量工作中的几种常用的定权公式。

(一) 水准测量的权

如图 2-6-5 所示的水准网，A、B、C 为已知水准点，通过施测三条水准路线来确定 P 点高程，各条路线的观测高差为 h_1 、 h_2 、 h_3 ，各路线的测站数分别为 N_1 、 N_2 、 N_3 。设每站观测高差的中误差为 $m_{\text{站}}$ ，根据误差传播定律得各路线的观测高差中误差为：

$$m_i = m_{\text{站}} \sqrt{N_i} \quad (i = 1, 2, 3)$$

若令

$$\mu = m_{\text{站}} \sqrt{c}$$

按式 (2-6-22) 可以写出各路线观测高差的权之间的比例为

$$p_1 : p_2 : p_3 = \frac{cm_{\text{站}}^2}{N_1 m_{\text{站}}^2} : \frac{cm_{\text{站}}^2}{N_2 m_{\text{站}}^2} : \frac{cm_{\text{站}}^2}{N_3 m_{\text{站}}^2} = \frac{c}{N_1} : \frac{c}{N_2} : \frac{c}{N_3}$$

即

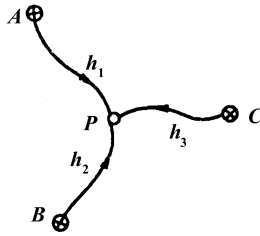


图 2-6-5 水准网

$$p_i = \frac{c}{N_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2-6-23)$$

式(2-6-23)就是水准测量用测站数定权的公式,式中 c 为任意常数。该式表明,水准测量中,若每站观测高差的精度相等时,则水准路线观测高差的权与测站数成反比。

如果每公里的观测高差中误差均为 m_{km} ,各水准路线的长度为 S_1, S_2, \dots, S_n 。按上述方法令 $\mu = \mu m_{km} \sqrt{S_i}$,同理可导出按水准路线长度定权的公式为

$$p_i = \frac{c}{S_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2-6-24)$$

即,当每公里观测高差为等精度时,水准测量各路线观测高差的权与路线长度成反比。

(二) 距离丈量的权

距离丈量时,若单位距离的丈量中误差均为 m ,由误差传播定律可得距离 D_i 的中误差为

$$m_i = m \sqrt{D_i}$$

若令

$$\mu = m \sqrt{c}$$

按水准测量定权公式的导法,可得距离丈量的权为

$$p_i = \frac{c}{D_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2-6-25)$$

即距离丈量的权与丈量的距离长度成反比。

(三) 等精度观测值的算术平均值的权

设 L_1, L_2, \dots, L_n 分别是 N_1, N_2, \dots, N_n 次同精度观测值的算术平均值,若每次观测的中误差均为 m ,由(2-6-18)式可得各算术平均值 L_i 的中误差为

$$m_i = \frac{m}{\sqrt{N_i}} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

令

$$\mu = \frac{m}{\sqrt{K}}$$

根据权定义式可得

$$p_i = \frac{N_i}{K} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2-6-26)$$

式中(2-6-26)中 K 为任意常数, 即同精度观测值的算术平均值的权与观测次数成正比。

上述几种常用的定权公式都是在不需要知道观测值中误差的情况下, 根据测站数、距离的公里数及重复测回数来确定权的大小, 因此这些定权公式具有重要实用价值。

例7 设一组非等精度独立观测值 L_1, L_2, \dots, L_n 的权分别为 p_1, p_2, \dots, p_n , 试求加权平均值的权 p_x 。

解: 设该组观测值的中误差为 $m_i (i = 1, 2, \dots, n)$

$$\bar{x} = \frac{[pL]}{[P]} = \frac{1}{[P]} (p_1 L_1 + p_2 L_2 + \dots + p_n L_n)$$

按误差传播定律, 可得

$$m_x^2 = \frac{1}{[P]} (p_1^2 m_1^2 + p_2^2 m_2^2 + \dots + p_n^2 m_n^2)$$

顾及权的定义 $p_i = \frac{\mu^2}{m_i^2}$, 则有

$$m_x^2 = \frac{1}{[p]} (p_1 \mu^2 + p_2 \mu^2 + \dots + p_n \mu^2)$$

根据权的定义式得

$$m_x^2 = \frac{\mu^2}{p_x}$$

代入上式得

$$\frac{\mu^2}{p_x} = \frac{[p]}{[p]^2} \mu^2$$

整理后得

$$p_x = [p] \quad (2-6-27)$$

即是说, 加权平均值的权等于各观测值的权之和。

如果该组观测值为等精度观测, 因为各观测值的权均为 p , 所以算术平均值的权为

$$p_x = np \quad (2-6-28)$$

三、不等精度观测值的最或然值及其中误差

(一) 不等精度观测值的最或然值

设对某一未知量所进行的一组直接观测值为 l_1, l_2, \dots, l_n , 各观测值 l_i 的精度不

等，它们的权分别为 p_1, p_2, \dots, p_n ，设未知量的最或然值为 x ，观测值改正数为 v_1, v_2, \dots, v_n ，则改正数为

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = x - l_1 \quad \text{权 } p_1 \\ v_2 = x - l_2 \quad \text{权 } p_2 \\ \dots \dots \dots \quad \dots \\ v_n = x - l_n \quad \text{权 } p_n \end{array} \right\} \quad (2-6-29)$$

为了求得未知量的最或然值，则按最小二乘法原理，改正数必须满足

$$[pvv] = p_1(x - l_1)^2 + p_2(x - l_2)^2 + \dots + p_n(x - l_n)^2 = \text{最小}$$

对未知量 x 取一阶导数，并令其为零，即

$$\frac{d[pv]}{dx} = 2p_1(x - l_1) + 2p_2(x - l_2) + \dots + 2p_n(x - l_n) = 2\sum_{i=1}^n p_i(x - l_i) = 0$$

由上式解得未知量的最或然值为

$$x = \frac{\sum pl}{\sum p} = \frac{[pl]}{[p]} \quad (2-6-30)$$

此外，不等精度观测值的改正数还应满足下列条件，即

$$[Pv] = [p(x - l)] = [p]x - [pl] = 0 \quad (2-6-31)$$

(二) 精度评定

(1) 不等精度观测值最或然值的中误差

将(2-6-30)写成线性形式为

$$x = \frac{[pl]}{[p]} = \frac{1}{[p]}p_1l_1 + \frac{1}{[p]}p_2l_2 + \dots + \frac{1}{[p]}p_nl_n$$

按误差传播定律，则：

$$m_x^2 = \frac{1}{[p]} (p_1^2 m_1^2 + p_2^2 m_2^2 + \dots + p_n^2 m_n^2)$$

将 $m_i^2 = \frac{\mu^2}{p_i}$ 代入上式，得：

$$\begin{aligned} m_x^2 &= \frac{1}{[p]} (p_1^2 \frac{\mu^2}{p_1} + p_2^2 \frac{\mu^2}{p_2} + \dots + p_n^2 \frac{\mu^2}{p_n}) = \\ &= \frac{\mu^2}{[P]} (p_1 + p_2 + \dots + p_n) = \frac{\mu^2}{[P]} \end{aligned}$$

所以

$$m_x = \pm \frac{\mu}{\sqrt{[P]}} \quad (2-6-32)$$

(2) 单位权中误差的计算公式

由(2-6-32)式可知，评定不等精度观测值的最或然值的精度时，应先求出单位权中误差 μ ，下面导出计算单位权中误差的公式。

根据权的定义式得

$$\mu^2 = p_i m_i^2$$

设对同一量有 n 个不等精度观测值，对照上式相应地可写出

$$\mu^2 = p_1 m_1^2$$

$$\mu^2 = p_2 m_2^2$$

... ..

$$\mu^2 = p_n m_n^2$$

对上列各式求和得

$$n\mu^2 = [pm^2]$$

即

$$\mu^2 = \frac{[pmm]}{n}$$

式中 $[pmm]$ 可近似地用 $[p\Delta\Delta]$ 代替，于是得

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{[p\Delta\Delta]}{n}} \quad (2-6-33)$$

式中的真误差为

$$\Delta_i = l_i - X$$

上式即为用观测值的真误差求单位权中误差的公式。在许多测量计算中，真误差是求不出来的，但观测值与最或然值之差可以求得，即

$$v_i = x - l_i$$

仿照 (2-6-17) 式的推导方法，即可导出用改正数计算单位权中误差的公式，即

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{[pvv]}{n-1}} \quad (2-6-34)$$

例 8 某角用同精度的仪器分别进行三组观测：第一组观测 2 个测回，第二组观测 4 个测回，第三组观测 6 个测回，各组观测的平均值列于表 2-6-6 中，试求该角的最或然值。若以 2 测回的观测值作为单位权观测值，试求最或然值的中误差。

解：取 $K=2$ ，按公式 $p_i = N_i/K$ 得各组观测的平均值的权分别为： $p_1 = 1$ ， $p_2 = 2$ ， $p_3 = 3$ ，其他计算在表 2-6-6 内进行。

最或然值：

$$\beta = \frac{[pl]}{[p]} = 40^\circ 20' 15'' .7$$

单位权中误差：

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{[pvv]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{13.34}{3-1}} = \pm 2'' .6$$

表 2-6-6 不等精度观测直接平差算例

组号	测回数 (n)	观测值 (l) ° ' "	权 (p)	改正数 (v) "	pv "	pvv "
1	2	40 20 13	1	+ 2.7	+ 2.7	7.29
2	4	40 20 15	2	+ 0.7	+ 1.4	0.98
3	6	40 20 17	3	- 1.3	- 3.9	5.07
		Σ	6		+ 0.2	13.34

最或然值中误差：

$$m_x = \pm \frac{\mu}{\sqrt{[p]}} = \pm \frac{2.6}{\sqrt{6}} = \pm 1'' . 1$$

最后结果为：

$$\beta = 40^\circ 20' 15'' . 7 \pm 1'' . 1$$