变截面桩机械导纳的理论研究

竹才勇　　王　腾
（绍兴开发区建设工程质量监督检测中心，绍兴，312000）（浙江大学岩土所，杭州，310027）

提　要　本文给出了均质土中考虑桩端和桩侧土作用的有限长桩，在桩身有三段变截面时，桩顶的速度导纳的解析解，并对缩颈、扩颈等截面突变桩的振动特性作了进一步的研究。

一　概　述

桩的纵向振动理论是桩的各种动态测试方法的理论基础，开展桩纵向振动理论的研究对于进一步弄清动力试桩的机理以及正确分析试桩测试曲线是非常重要的[1]。二十多年来，桩的纵向振动理论有了较大的发展。但这些研究工作都是针对均质土中完整桩而言的，而对于缺陷桩振动特性的研究则由于数学上的困难一直没有进展。工程中的重点检测对象是各种缺陷桩，因此对各种缺陷桩的振动特性的研究是十分必要的。王奎华等[2]-[4]求得了粘弹性变阻抗桩(桩身分为三段)的解析解。对于扩颈、缩颈等变截面阻抗桩的解析解则一直没有进展，本文通过拉氏变换，并巧妙利用了阻抗函数的性质，求得了变截面桩桩顶的导纳和解析解，并对此进行了分析得到了许多有意义的结论。这不仅在理论上，而且在基桩质量检测上均有重要的意义。

二　定解问题的提出

本文研究的问题简化模型如图 1 所示。基本假定如下：

1.桩为有限长等截面均质杆长为l，桩材为弹性材料，杨氏模量为E，在桩材密度ρ及E恒定的条件下，按桩身截面面积的不同分为三段，自下而上截面积分别为S_1,S_2,S_3，相应的截面周长为C_1,C_2,C_3，每段桩的高度分别为h_1,h_2,h_3。

2.桩处于均质土中，桩侧土对桩的作用简化为线性弹簧k_s和线性阻尼器η_s以并联的方式耦合。

3.桩底土对桩的作用简化为线性弹簧k_b。

4.桩土系统振动为小变形。

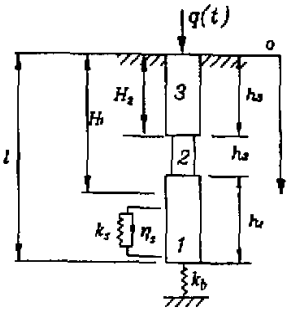


图 1　计算模型

取第k段桩中的微单元作动力平衡分析建立基本方程：

$$c^2\frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2}-A_k\frac{\partial u_k}{\partial t}-B_k u_k-\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}=0 \quad k=1,2,3 \tag{1}$$

式中，$u_k=u_k(x,t)$ 表示桩身质点位移，$A_p=\frac{\eta_p}{\rho}$，$A_k=\frac{\eta_s C_k}{\rho S_k}$，$B_k=\frac{k_s C_k}{\rho S_k}$，$c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$。

三　定解问题的求解

首先以第 1 段桩为研究对象，由基本假定(3)可以得到桩端处的边界条件为：

$$\frac{k_b}{ES_1}u_1+\left.\frac{\partial u_1}{\partial x}\right|_{x=l}=0 \tag{2}$$

并假定 2 段桩对 1 段桩上截面的作用力为 $f_1(t)$，得第 1 段桩上截面处的边界条件为：

$$\left.\frac{\partial u_1}{\partial x}\right|_{x=H_1}=-\frac{f_1(t)}{ES_1} \tag{3}$$

结合初始条件，对基本方程(1)、边界条件(2)和(3)进行拉氏变换，得

$$\begin{cases} c^2\dfrac{d^2U_1}{d^2x}=(s^2+A_1s+B_1)U_1 & (4a)\\ \left.\dfrac{dU_1}{dx}\right|_{x=H_1}=-\dfrac{F_1(s)}{ES_1} & (4b)\\ \left.\dfrac{dU_1}{dx}+\dfrac{k_b}{ES_1}U_1\right|_{x=l}=0 & (4c) \end{cases}$$

令 $\lambda_k^{\ 2}=-(s^2+A_ks+B_k)$，由式(4)可求得第 1 段桩上截面 $x=H_1$ 处位移阻抗函数为：

$$Z_1(s)=\left.\frac{F_1(s)}{U_1(x,s)}\right|_{x=H_1}=-\frac{ES_1\bar{\lambda}_1}{l}tg(\bar{h}_1\bar{\lambda}_1-\beta_1) \tag{5}$$

式中，$T_c=\frac{l}{c}$，$\bar{\lambda}_k=\lambda_k\cdot T_c$，$\bar{h}_k=\frac{h_k}{l}(k=1,2,3)$，$R=\frac{k_b}{ES_1}\cdot l$，$\frac{R}{\bar{\lambda}_1}=tg\beta_1$

再以第 2 段桩为研究对象，并假定第 3 段桩对第 2 段桩上界面处的作用力为 $f_2(t)$，同理可求得第 2 段桩上界面的位移阻抗函数 $Z_2(s)$。最后，可求得桩顶 x=0 处的位移阻抗函数为：

$$Z_3(s)=-\frac{ES_3\bar{\lambda}_3}{l}tg(\bar{h}_3\bar{\lambda}_3-\beta_3) \tag{6}$$

式中，$\beta_3 = arctg(\frac{Z_2}{ES_3}\frac{l}{\lambda_3})$

令 $s=i\omega(i=\sqrt{-1}$，ω 为角频率)，$a_3 = A_3T_c$，$b_3 = B_3T_c^2$，$\theta=\omega\cdot T_c$，$m_3^2 = \theta^2 - ia_3\theta - b$，从而求得桩顶速度导纳表达式为：

$$H_v(i\omega) = -\frac{l\cdot i\omega}{ES_3m_3}\cdot ctg(\bar{h}_3\cdot m_3 - \beta_3) \tag{7}$$

从式(7)可知，变截面桩的振动特性主要由下列无量纲变量控制：a_k，b_k，θ，S_k，$\overline{h_k}$ $(k=1,2,3)$。其中 a_k 称为桩侧阻尼因子，b_k 称为桩侧刚度因子，θ 称为激振力频率因子，R 为桩底刚度因子，$\overline{h_k}$ 为第 k 段桩的相对长度。

四　桩土系统的振动特性的分析

由式(7)可得三段截面桩桩顶速度导纳曲线。计算模型中的参数取为：桩长 $l=20$m，桩径为 500mm，波速 $c=3500$m/s。

图 2 是缩颈桩桩顶的速度导纳曲线。由图 2 可见，与正常桩相比，缩颈桩的导纳曲线最显著的特征是大的峰值循环中夹有小的峰值循环，而且其导纳曲线的最大峰值点随桩身缩颈程度的增大而增大，当缩颈严重时，其导纳曲线上只有大的峰值循环，见曲线 1。图 3 是扩颈桩桩顶的速度导纳曲线。由图 3 可见，与均匀桩相比，扩颈桩导纳曲线上亦存在大峰夹小峰的循环，其导纳曲线的最大峰值点随着扩颈程度的增大而增大，当扩颈程度较大时，其导纳曲线上也只有大的峰值特征。

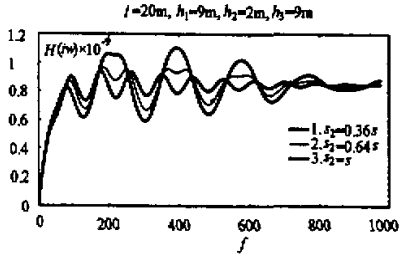


图2　缩颈桩导纳曲线

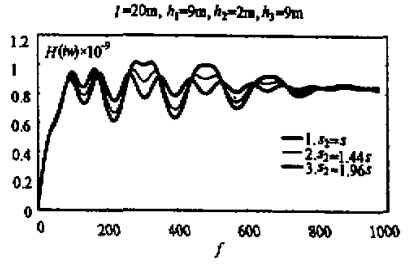


图3　扩颈桩导纳曲线

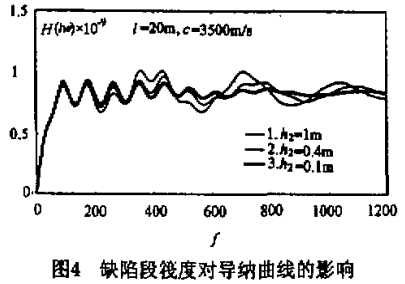


图4　缺陷段筏度对导纳曲线的影响

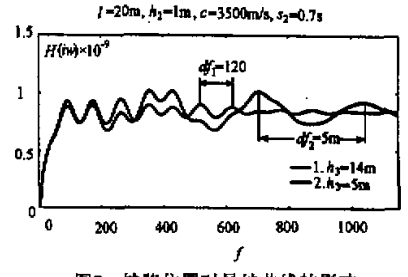


图5　缺陷位置对导纳曲线的影响

五 结 语

1.本文求得三段变截面桩速度导纳的解析解，发展了桩的振动测试基本理论。

2.绘制了三段变截面桩的速度导纳曲线，给出了根据导纳曲线判别基桩缺陷、缺陷的程度和位置的一般方法。

3.讨论了缩颈长度和缩颈位置对导纳曲线的影响。

参考文献

[1] 徐攸在，刘兴满：《桩的动测新技术》，北京，中国建筑工业出版社，1986。

[2] 王奎华，谢康和，曾国熙：《有限长桩受迫振动问题解析解及其应用》，载《岩土工程学报》，19(6)，1997。

[3] 王奎华，谢康和，曾国熙：《变截面阻抗桩受迫振动问题解析解及其应用》，载《土木工程学报》，31(6)，1998。

[4] 王奎华：《考虑桩体粘性的变阻抗桩受迫振动问题的解析解》，载《振动工程学报》，12(4)，1999。