单桩沉降可靠性分析*

马克生　龚晓南
(浙江大学土木工程系，310027)

提　要　本文结合分层的剪切位移法和一次二阶矩法，考虑土体弹性模量为平稳随机场以及理想弹塑性模型，对柔性桩沉降的可靠度进行了分析，探讨了在荷载作用下桩土之间出现相对滑动对柔性沉降可靠性指标的影响。分析结果表明桩周围土的塑性特性对柔性沉降可靠性指标非常明显。

一　概　述

柔性桩是近几年随着工程建设和地基处理技术的迅速发展而出现的新概念。柔性桩在荷载作用下桩身的变形比较大，其理论研究远远落后于工程实践的发展。正如土的性质一样，置于土中的桩在荷载作用下的沉降也具有很大的不确定性。鉴于岩土工程的特殊性和复杂性，可靠性理论在岩土工程中还没有达到使用阶段，

对于桩基础的沉降的可靠性分析目前正处于发展阶段，国内外在方面所报道的文献还比较少，尤其是在理论方面进行系统的研究就更少了，只有 Phoon[1]和 Quek[2]等人用随机有限元对单桩沉降的可靠度进行过研究，国内黄广龙[3]用基于剪切位移法的集中参数法进行了探讨。上述文献只研究了空间随机土介质中桩体在线弹性条件下的可靠性，实际上土体在荷载作用下具有非常明显的非线性特性，研究桩体沉降的可靠性考虑土体的非线性具有非常重要的显示意义。本文提出采用原理简单，基本假定合理的分层荷载传递法结合摄动理论对单桩沉降的可靠度进行了研究，该方法较集中参数法精度高，适用范围广，可以对集中参数法的精度进行检验，另一方面较随机有限元法形式简单，使用方便，程序易于实施。土体的模型采用理想弹塑性模型。

采用一次二阶矩法中的一个需要解决的重要问题是功能函数对基本随机变量的敏度系数，在非线性问题中尤其突出。目前由两种方法：偏微分法和摄动法。摄动法中摄动幅度至关重要，其大小的选择具有很大的人为因素。本文采用计算效率较高的偏微分法。

二　弹性模量随机场的模拟

* 国家自然科学基金资助课题，No.59679016。

本文的研究中土体弹性模量采用理想理想弹塑性模型即

$$E_S=\begin{cases}E_0 & (\omega\le\omega_{max})\\ 0 & (\omega>\omega_{max})\end{cases} \tag{1}$$

ω_{max} 为桩土之间的最大相对位移。泊松比取为定值，弹性模量为空间平稳随机场。泊松比取为定值是因为一般认为泊松比的大小对沉降的影响不大，且文献中尚未见到对泊松比变异性研究的报道。本文把单桩沉降视为轴对称问题，采用局部平均法来描述弹性模量随机场，该方法具有所需要的原始信息量少，易于实施等特点。随机场中共有三个控制参数：期望值，标准差和相关距离。其中相关距离是一个特殊的距离，土体中的两点如果超过这个距离则可以认为这两个点的性质不相关；土体中的两点如果小于这个距离则可以认为这两个点的性质强烈相关。本文的分析中采用双指数相关函数，土体中两点的相关系数随着的平方呈指数下降。

三　桩沉降计算的分层荷载传递法

将桩沿桩长度方向离散成若干单元，把桩身和桩尖变形分别计算。假定桩与土之间不发生相对位移，桩体沉降的同时土体也随之发生剪切变形，剪应力通过桩侧表面沿径向向四周传播。最下面的一段的桩尖部分按一般弹性理论计算，然后考虑两者变形的相容条件，求解桩的轴力、位移和摩阻力。其他各段依次可以求得相应顶部轴力和位移与桩尖的轴力和位移的关系。

按照荷载传递法，桩侧土体的位移和剪应力之间的关系可以表示为：

$$\begin{cases}\omega_{(r)}=(\dfrac{\tau_0 r_0}{G})\ln(\dfrac{r_m}{r}) & r_0\le r\le r_m\\ \omega_{(r)}=0 & r>r_m\end{cases} \tag{2}$$

式中：$\omega_{(r)}$为距桩轴线水平距离为 r 的土体位移，τ_0是桩土界面的剪应力，r_0是桩半径；G 是土的剪切模量，$G=E/2(1-V)$,E 是土的弹性模量；r_m 是土体位移可忽略的最大半径，$r_m=2.5L(1-v)$，式中 L 为桩长，v 为土的泊松比。

由桩的平衡方程和微分方程可得控制方程

$$\frac{\partial^2\omega}{\partial z^2}=\frac{2\omega}{[r_0^2\lambda\ln(\dfrac{r_m}{r_0})]} \tag{3}$$

式中：$\lambda=E_p/G$,E_p为桩的弹性模量。

将桩身分为 n 段，其中第 i 段桩结合顶部与底部的位移和轴力条件可得

$$\begin{Bmatrix}\omega_{ti}\\ P_{ti}\end{Bmatrix}=[T]_i\begin{Bmatrix}\omega_{bi}\\ P_{bi}\end{Bmatrix} \tag{4}$$

式中

$$[T]_i=\begin{bmatrix} \mathrm{ch}(\mu_i L_i) & \dfrac{\xi\mu_i}{2\pi G_i}\mathrm{sh}(\mu_i L_i) \\ \dfrac{2\pi G_i}{\xi\mu_i}\mathrm{sh}(\mu_i L_i) & \mathrm{ch}(\mu_i L_i) \end{bmatrix} \tag{5}$$

其中：$\mu_i=\left(\dfrac{2}{r_0^2\xi\lambda_i}\right)^{0.5}$，$\lambda_i=\dfrac{E_p}{G_i}$，$\xi=\ln(\dfrac{r_m}{r_0})$。

由各桩段间的平衡条件和相容条件可得

$$\begin{Bmatrix}\omega_t\\ p_t\end{Bmatrix}=[T]\begin{Bmatrix}\omega_b\\ p_b\end{Bmatrix} \tag{6}$$

式中：$[T]=[T]_n$、$[T]_{n-1}\cdots[T]_1$，$\omega_{ti}p_{ti}$、$\omega_{bi}p_b$分别为桩顶和桩端的荷载与位移。

桩底土的位移和桩端荷载之间的关系为

$$\omega_b=n_b p_b \tag{7}$$

式中：$n_b=(1-\nu)/(4\eta G r_0)$，$\eta$为深度影响系数，一般为0.5-1.0。

对于桩土之间出现塑性滑移的情况

$$\begin{Bmatrix}\omega_t\\ p_t\end{Bmatrix}=[S]_n+[S]_{n-1}+\cdots+[S]_{k+1}+[T]_k[T]_{k-1}\cdots[T]_1\begin{Bmatrix}\omega_b\\ p_b\end{Bmatrix} \tag{8}$$

式中：$[S]_i$为第i段桩与土之间出现滑移时的传递矩阵，其表达式为

$$[S]_i=\begin{bmatrix}\dfrac{L_i L_i\tau_{\max i}}{E_p r_0}\\ 2\pi r_0 L_i\tau_{\max i}\end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\tau_{\max}=\frac{\omega_{\max}G_{si}}{\ln(\dfrac{r_m}{r_0})r_0} \tag{10}$$

三　可靠性分析

由于工程系统中存在着大量的不确定因素，不可能绝对保证工程系统的性能完全达到设计预定目标，因此工程设计中有一定的风险是不可避免的。工程设计中应在把风险水平控制在一定的可接受的范围内的前提下，尽可能经济合理，降低工程造价。目前，设计人员中普遍采用安全系数减少风险，而安全系数通常是基于工程经验来选取的，这种方法有可能没有一致地反映设计过程中存在的不确定性，对于过去没有或很少遇到的工程则基本上是凭主观判断进行的。可靠性指标的引入为我们合理、客观地评价工程系统中的不确定因素所带来的风险提供了有效的手段。

采用可靠性分析中通常使用的概念，功能函数可以定义为：

$$g_{(w)}= \omega_a - \omega \tag{11}$$

ω_a为桩顶容许沉降量，ω为通过计算模型得到的桩顶的真实沉降量。

极限状态函数表达式为：

$$g_{(w)}=0 \tag{12}$$

设影响功能函数的基本随机变量为$X=[X_1,X_2,\cdots X_n]$，在X的归一化正交空间Y内，$g_{(X)}$变换为$g_{(Y)}$，则从原点到极限状态曲面的最短距离β称为可靠性指标。一次二阶矩分析中可靠性指标β的计算实际上为一个有约束的优化问题：

$$\text{目标函数} \qquad \min \beta = \sqrt{Y^T Y} \tag{13}$$

$$\text{约束条件} \qquad g_{(Y)}=0 \tag{14}$$

其中Y为统计独立标准正态随机变量，由相关基本随机变量X通过方差矩阵的模态矩阵转换而来。此优化问题的一个有效方法是梯度射影法(Liu and Der Kiureghian 1991)：

$$Y_{k+1} = \frac{1}{\left|\nabla_Y g_{(Y_k)}\right|^2}\left[Y_k^T \nabla_Y g_{(Y_k)} - g_{(Y_k)}\right]\left[\nabla_Y g_{(Y_k)}\right] \tag{15}$$

其中$\nabla_Y g_{(Y_k)}$功能函数在Y_k处的梯度。

四　单桩沉降可靠性分析

在软土地区的桩基础设计中，因为失稳而发生破坏的情况并不多见，绝大多数情况都是因为变形不能满足要求而失效，所以对单桩沉降进行可靠性研究，从而以沉降为标准来设计具有重要的意义。

本文以一个算例为基础探讨了各向同性、空间变异土介质对单桩沉降的影响。桩基础的确定参数为长细比L/d=40；刚度比E_p/E_s=50，桩的弹性模量为5×10^7kN/m^2；土的泊松比 0.3；桩的直径为 0.5m；桩顶荷载为1×10^5N；桩土之间的极限相对位移为 0.01m；允许沉降为ω_a=1.1 ω_0（ω_0为参数采用平均值计算的桩顶沉降）。

土介质的随机参数为垂直方向的相关距离δ_Z为 2.0m；径向相关距离为 50.0m；土变形模量的变异系数δ_{Es}为 0.2.桩底土的影响深度近似取为 2 倍桩径。

图 1、2、3 中L_P表示桩体在荷载作用下桩周土模量为均值时桩土之间出现滑移的深度。

由图 1、2 和 3 可以看出在计算范围内可靠度指标β随着ω_a/ω_0的增大而增大，随着δ_{Es}、δ_Z的增加而有减小的趋势。桩周围土体的屈服情况对可靠度指标β的影响非常大。土体沿桩长屈服的长度越长，其相应的可靠度指标β越低。对于不同L_P之间β的比值则基本不受ω_a/ω_0、δ_{Es}、δ_Z的变化的影响。

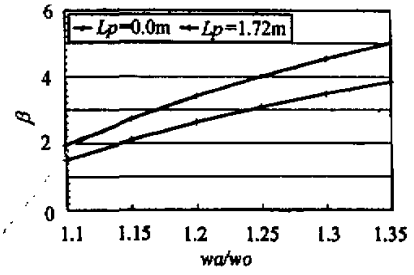


图 1　可靠度指标β与 ω_d/ω_0 的关系图
(Lp=0.0m, 1.72m, 6.25m 相应于 ω_{max}=0.014m, 0.01m, 0.006m 时桩周围土的屈服长度)

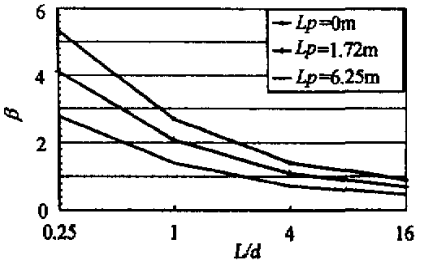


图 2　可靠度指标β与竖向相关距离δ_z的关系图
(Lp=0.0m, 1.72m, 6.25m 相应于 ω_{max}=0.014m, 0.01m, 0.006m 时桩周围土的屈服长度)

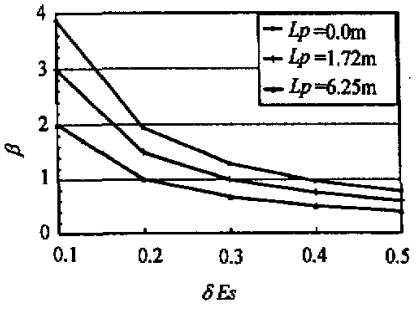


图 3　可靠度指标β与δ_{Es}的关系图
(Lp=0.0m, 1.72m, 6.25m 相应于 ω_{max}=0.014m, 0.01m, 0.006m 时桩周围土的屈服长度)

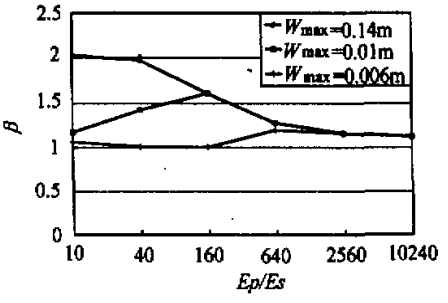


图 4　可靠度指标β与刚度比 Ep/Es 的关系图

由图 4 可以看出对于不 ω_{max} 的情况下，在刚度比较低的情况下由于塑性长度的差异比较大，因而可靠度指标β差别很大。随着刚度比的增加，桩顶的沉降减小，桩周围的土体有屈服发生的屈服长度也不断减小，可靠度指标β也相应向没有屈服的情况接近，直至相等，即此时对应的屈服长度为 0。

五　结 论

目前国内外对于非线性问题的可靠性分析非常活跃，而对于岩土工程中尤其是桩基工程中的可靠性分析时考虑土体的非线性特性尚不多见。在荷载作用下土体往往会表现出很明显的非线性性质，在可靠度分析中考虑土体的非线性特性很有必要。本文就考虑桩土之间的滑移的柔性桩的沉降可靠性问题进行了初步的分析研究。分析结果表明桩周围土出

现塑性滑移会使可靠性指标有明显的降低。

参考文献

[1] Phoon, K. K. et al. (1990). Reliability analysis of pile settlement. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, VOL. 116, No. 11, 1717-1735.

[2] Quek, S. T. &Chow, Y. K. (1992). Further Contribution to Reliability-Based Pile-settlement analysis. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, VOL. 118, No. 5, 726-742.

[3] 黄广龙：《岩土工程中的不确定性及柔性桩沉降的可靠性分析》，浙江大学博士学位论文，1998, 5.

[4] 朱百里(沈珠江等编著)：《计算土力学》，上海科学技术出版社，1999。

[5] Liu, P. L. and Der Kiureghian, A. D. (1991). Finite element reliability of geometrically nonlinear uncertain structures. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, VOL. 117, No. 8, 1806-1825.