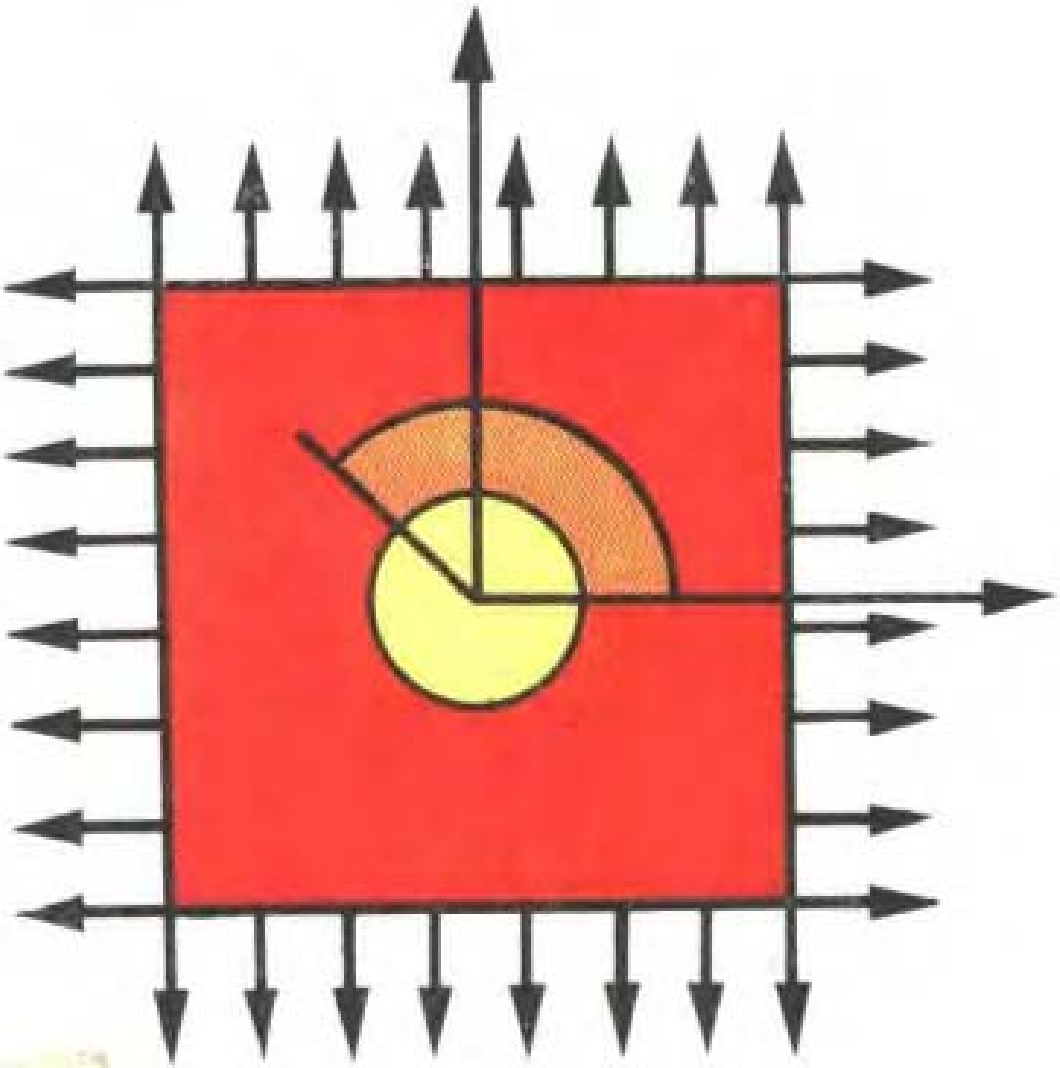
地应力测量及其在工程中的应用

王连捷　潘立宙　等著



地质出版社

地应力测量及其在工程中的应用

王连捷　潘立宙

廖椿庭　丁原辰　区明益

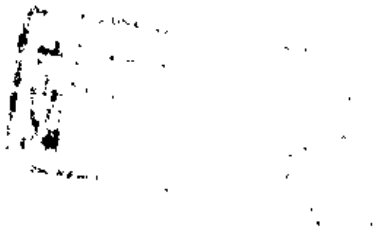
地　质　出　版　社

（京）新登字085号

内 容 简 介

本书系统地介绍了地应力测量的理论基础、基本公式、测量方法、测量仪器，压磁法和空心包体法地应力测试系统，数据处理技术和计算机程序，以及地应力在矿山、水工、电站等工程上的应用，并给出了应用实例。

本书可供地质、矿山、水工、大坝、电站、隧道、地震以及其他地下工程等科研、工程技术人员和大专院校师生、研究生参考。



地应力测量及其在工程中的应用

王连捷　潘立宙
廖椿庭　丁原辰　区明益

*

责任编辑：蔡卫东　张书范
地 质 出 版 社 出 版 发 行
（北京和平里）
地 质 出 版 社 印 刷 厂 印 刷
（北京海淀区学院路29号）
新华书店总店科技发行所经销

*

开本：787×1092 1/16 印张：11 铜版图：1页 字数：261000
1991年11月北京第一版·1991年11月北京第一次印刷
印数：1—2000　国内定价：6.70元
ISBN 7-116-00924-8/P·787

前　言

地应力测量与研究是地质力学的一个重要方面，它对地壳中应力活动方式的研究，构造体系的分析，地壳运动问题的探讨，矿山开发、水利工程和其他地下工程设计及区域稳定性的研究都具有重大的理论意义和实际意义。

李四光教授生前积极倡导地应力研究工作，他说地应力的探测是地质力学具有重大实际意义的一个新的方面，是值得予以重视的。随着我国社会主义建设事业的迅速发展，很多科研和生产部门迫切要求开展地应力测量与研究工作。于是，在李四光教授的主持下，于60年代初开始了此项研究工作。多年来完善了地应力测量的理论基础，建立了可靠的测量仪器、测量方法及数据处理技术，并在矿山、水工等重大工程建设应用中取得了成功。解决了生产和科研中的重大实际问题，并获得了宝贵的经验及显著的经济效益和社会效益。

本书详细地总结了这些研究成果，为了便于将地应力应用于实际工程，在地应力的工程应用一章中，我们以工程实例说明地应力的成功应用。本书重点介绍地应力解除法，其他方法，如地应力测量的水压致裂法及钻孔崩落法近年来也有很大发展，限于篇幅，在这方面的经验我们将另行发表。

本书由王连捷、潘立宙、廖椿庭、丁原辰、区明益写成，并由王连捷统一审编。清稿工作由王薇负责。绘图工作由王薇、尚玲完成。

本工作是在学部委员、地质力学研究所名誉所长孙殿卿教授的倡导与鼓励下，崔盛芹所长的支持下完成的，在此表示感谢。

目　录

第一章　地应力测量的理论基础……（1）
一、地应力测量方法……（1）
二、平面应力状态下的钻孔变形……（1）
三、平面应力分析……（11）
四、平面应力状态的叠加方法……（15）
五、元件的预加力对测量结果的影响……（18）
六、应力计和应变计……（27）
七、三维应力状态引起的钻孔变形和孔壁应变……（31）
第二章　地应力测量数据的电子计算机处理方法……（39）
一、平面地应力测量结果的最小二乘方整理方法……（39）
二、由压磁地应力计读数计算三维地应力……（51）
第三章　压磁法地应力测量系统……（82）
一、地应力测量过程……（82）
二、YG-73型和YG-81型压磁地应力计……（82）
三、DLD数字式压磁应力计……（101）
四、传感器围压率定机……（106）
五、定向仪……（107）
第四章　KX-81型空心包体式三轴地应力计……（110）
一、应力计的结构……（110）
二、应力计的制造……（111）
三、应力计读数与地应力的关系……（111）
四、由应力计读数计算地应力的最小二乘方法……（114）
五、主应力及误差的计算……（115）
六、由KX-81型空心包体地应力计读数计算地应力的计算机程序……
（QUICK BASIC语言）……（115）
七、应力计可靠性的室内检验……（144）
八、现场地应力测量……（145）
第五章　地应力测量在工程中的应用……（148）
一、地应力的主要特征及其在工程中的意义……（148）
二、地应力测量在矿山工程中的应用……（151）
三、地应力测量在水工、电站等工程中的应用……（161）
四、地应力测量在石油工业中的应用……（168）
参考文献……（172）

CONTENTS

Preface

Chapter 1. Theoretical Basis for Stress Measurements

1. Method of Stress Measurements
2. The Borehole Deformation under Plane Stress State
3. Plane Stress Analysis
4. Superposition of Plane Stress
5. The Effect of Prestressing of Cell on Measurement Results
6. Stressmeter and Strainmeter
7. Borehole Deformation and Strain on Borehole Wall under Three Dimensional Stresses

Chapter 2. Data Processing of Stress Measurements

1. Least Square Processing Method for Plane Stress Measurement
2. Calculation of Three Dimensional Stresses in Rock from Readings Obtained by Piezomagnetic Stress Gauge

Chapter 3. Piezomagnetic System for Stress Measurement in Rock

1. Procedure for Rock Stress Measurement
2. The Type YG-73 and Type YG-81 Piezomagnetic Stress Gauge
3. The Type-DLD Digital Indicator
4. Instrument for Calibrating the Measuring Cell
5. Orientation Device

Chapter 4. The TYPE KX-81 Triaxial Hollow Inclusion Gauge for Determination of Rock Stress

1. The Design of the Gauge
2. The Making of the Gauge
3. Relationship Between Measured Readings and Rock Stress
4. A Least Square Method for Computing Stresses from Measured Strains
5. Calculation of Principal Stresses and Discrepances
6. Program for Calculating Stresses from Readings by KX-81 Gauge
7. Verification of the KX-81 Gauge in Laboratory
8. Steps of in-Situ Measurements

Chapter 5. Application of Rock Stress Measurements in Engineering

1. Essential Features of Crustal stress and Their Engineering Significance
2. Application of Stress Measurements in Mine Engineering
3. Application of Stress Measurements in Hydraulic Engineering
4. Application of Stress Measurements in Oil Industry

第一章　地应力测量的理论基础

一、地应力测量方法

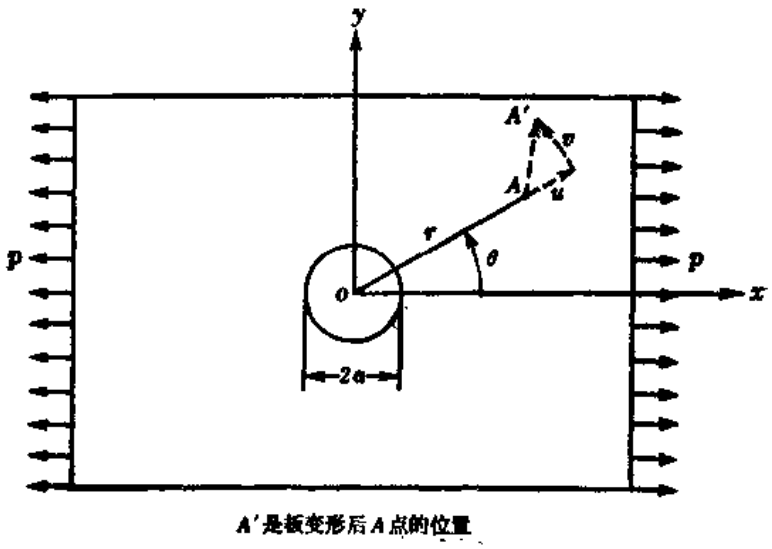
目前所使用的地应力测量方法有许多种。但是在工程中使用较多的是地应力解除法，又称套心法。这种方法可分为钻孔变形法、孔壁应变法和孔底应变法。

我们只讨论地应力解除法，该方法是在要测量地应力地点的地块或岩石上钻一小孔，称为测量孔。将传感器（也称测量元件）安装在小孔中，然后钻一个与小孔同轴的大孔，此过程称为套心。套心后，岩心即脱离周围地应力场的作用、岩心发生弹性恢复。钻孔产生变形，而且在一般情况下，不同的直径方向，钻孔变形情况也不同。根据钻孔的变形情况（如孔壁位移，孔壁或孔底的应变）与地应力之间的数量关系计算出地应力状态。

二、平面应力状态下的钻孔变形

地应力测量常以平面应力状态为基础。将地应力测量钻孔看成是无限大薄板中的圆孔。我们下面讨论这种薄板中的圆孔变形问题。

设无限大弹性薄板的弹性模量为E，泊松比为ν，薄板中有一圆孔，圆孔的半径为a；在无穷远处薄板受x方向的拉力作用，拉力是均匀分布的，分布强度为p（图1.2.1）。今用平面极坐标（r,θ）来表达板内各点的位置。在变形过程中，板内任意一点的位移可分解为径向（即r的增加方向）位移u，周向（即θ的增加方向）位移v，以及在厚度方向的位移w。本文规定离开孔心的径向位移u取正值，反之，u取负值。



A'是板变形后A点的位置

图 1.2.1　钻孔附近的位移表示

以dr，$d\theta$为范围，在板内任一点划出一扇形微块。按平面应力状态的假定，在此微块上只有沿板厚均匀分布的应力分量σ_r，σ_θ，$\tau_{r\theta}$，其余应力分量均为零，其中σ_r，σ_θ是正应力，$\tau_{r\theta}$为剪应力。与此相应，微块只有应变分量$\varepsilon_r,\varepsilon_\theta,\varepsilon_z,\gamma_{r\theta}$，其余应变分量均为零，其中$\varepsilon_r,\varepsilon_\theta,\varepsilon_z$是伸缩应变，$\gamma_{r\theta}$是剪应变（图1.2.2）。规定拉伸的正应力取正值，压缩的正应力取负值；伸长应变取正值，缩短应变取负值。

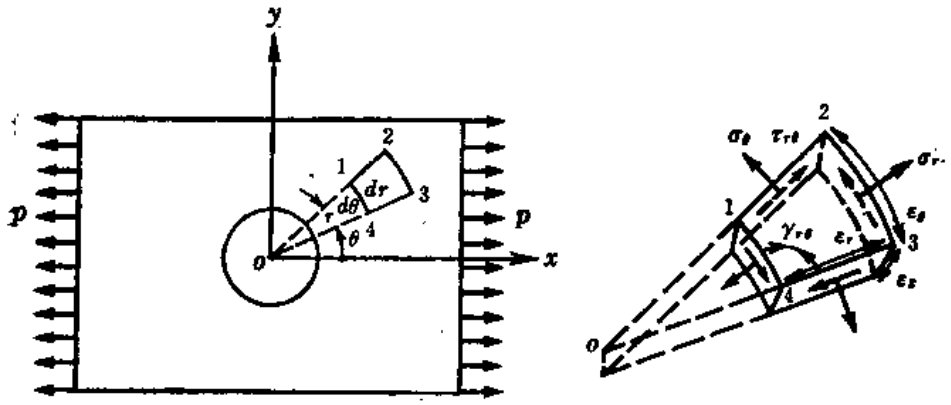


图 1.2.2　钻孔附近应力和应变

由于沿板厚方向上的位移分量w以及该方向上的伸缩应变ε_z对所需要的结果没有什么联系，所以在以后的讨论中不再提到它们。

如果只单纯地考虑无穷远处拉力p的影响而不考虑体力，那末有以下这些方程和条件：

（1）位移与应变之间的关系

$$\varepsilon_r=\frac{\partial u}{\partial r} \tag{1.2.1}$$

$$\varepsilon_\theta=\frac{u}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta} \tag{1.2.2}$$

$$\varepsilon_z=\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r} \tag{1.2.3}$$

（2）变形协调条件

$$\frac{1}{r}\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial r}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \varepsilon_r}{\partial \theta^2}-\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\varepsilon_\theta)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial r\partial \theta}(r\gamma_{r\theta})=0 \tag{1.2.4}$$

也称变形协调方程，它是为了保证位移连续而要求应变分量之间具备的一种关系。

（3）虎克定律（或称应力与应变关系）

$$\varepsilon_r=\frac{1}{E}(\sigma_r-\nu\sigma_\theta) \tag{1.2.5}$$

$$\varepsilon_\theta=\frac{1}{E}(\sigma_\theta-\nu\sigma_r) \tag{1.2.6}$$

$$\gamma_{r\theta}=\frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{r\theta} \tag{1.2.7}$$

（4）平衡方程

$$r\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta}+\sigma_r-\sigma_\theta=0 \tag{1.2.8}$$

$$\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta}+\frac{2\tau_{r\theta}}{r}=0 \tag{1.2.9}$$

它是建立内力之间，以及内力与体力之间的方程。

（5）边界条件

应力边界条件：

（i）在圆孔壁上，也即当$r=a$时，$\sigma_r=0$，$\tau_{r\theta}=0$； (1.2.10)

（ii）在离圆孔较远的地方，应力状态与无孔圆板的应力状态相差不大。 (1.2.11)

位移边界条件：

（i）在$\theta=0°$处，$v=0$； (1.2.12)

（ii）$u|_{\theta=0°}=u|_{\theta=180°}$。 (1.2.13)

（6）位移单值条件

这个条件可以在解答的最后结果中检验。

先将虎克定律(1.2.5)—(1.2.7)代入变形协调条件，得到

$$\nu\frac{\partial^2\sigma_r}{\partial r^2}+\frac{1+2\nu}{r}\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\sigma_r}{\partial\theta^2}+\frac{\nu}{r^2}\frac{\partial^2\sigma_\theta}{\partial\theta^2}-\frac{\partial^2\sigma_\theta}{\partial r^2}$$

$$-\frac{2+\nu}{r}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial r}+\frac{1+\nu}{r}\left(2\frac{\partial^2\tau_{r\theta}}{\partial r\partial\theta}+\frac{2}{r}\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta}\right)=0 \tag{1.2.14}$$

将平衡方程中的（1.2.8）式对变数r求偏导数，经归并及移项后得到

$$\frac{\partial^2\tau_{r\theta}}{\partial r\partial\theta}=-r\frac{\partial^2\sigma_r}{\partial r^2}-2\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial r} \tag{1.2.15}$$

又将（1.2.9）式对变数θ求偏导数，并经移项后得到

$$\frac{\partial^2\tau_{r\theta}}{\partial r\partial\theta}+\frac{2}{r}\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta}=-\frac{1}{r}\frac{\partial^2\sigma_\theta}{\partial\theta^2} \tag{1.2.16}$$

（1.2.15）式与（1.2.16）式相加后给出

$$2\frac{\partial^2\tau_{r\theta}}{\partial r\partial\theta}+\frac{2}{r}\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta}=-r\frac{\partial^2\sigma_r}{\partial r^2}-2\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial^2\sigma_\theta}{\partial\theta^2}+\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial r} \tag{1.2.17}$$

将（1.2.17）式代入（1.2.14）式，经过整理后，得到以应力分量表达的协调方程：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)(\sigma_r+\sigma_\theta)=0 \tag{1.2.18}$$

有时简写为

$$\nabla^2(\sigma_r+\sigma_\theta)=0 \tag{1.2.19}$$

其中简写符号∇^2说明运算过程：

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} \tag{1.2.20}$$

它在数学上称为拉普拉斯算子。

再将虎克定律（1.2.5)—(1.2.7）代入位移与应变的关系（1.2.1)—(1.2.3)，得到位移与应力之间的关系：

$$\frac{\partial u}{\partial r}=\frac{1}{E}(\sigma_r-\nu\sigma_\theta) \tag{1.2.21}$$

$$\frac{u}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta}=\frac{1}{E}(\sigma_\theta-\nu\sigma_r) \tag{1.2.22}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial\theta}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}=\frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{r\theta} \tag{1.2.23}$$

从无限大有孔薄板中，以很大的外半径 b，与圆孔同心地划出一个圆环形平板（图 1.2.3），我们来求这块环形平板的外边界条件。根据圣维南原理，已知在无穷远处受同样拉力的有孔平板和无孔平板内离圆孔较远处，应力状态的差别是很小的。因此我们在无孔平板的 (b,θ) 点处取一个三角微块（图 1.2.4），考虑这三角块的平衡，就可以得出该处的 σ_r 和 $\tau_{r\theta}$：

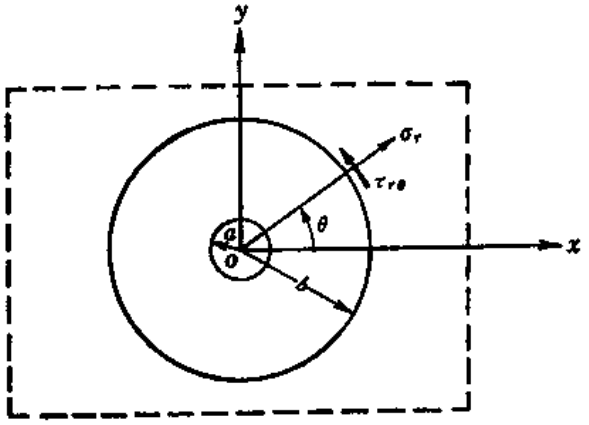


图 1.2.3　带有圆孔和大圆环的无限大板

$$\sigma_r=\frac{p}{2}(1+\cos2\theta) \tag{1.2.24}$$

$$\tau_{r\theta}=-\frac{p}{2}\sin2\theta \tag{1.2.25}$$

它们也就是圆环形平板的外边界条件。

本文的思路，是先从上述那些方程和边界条件中求出这块圆环形平板的应力分布，然后将环形板的外半径 b 取得越来越大。当 b 趋于无穷大时，这块圆环形平板就变成了无限大有孔平板，圆环形平板内的应力分布也就变成了无限大有孔平板内的应力分布。根据无限大有孔平板内的应力分布，再求出该板内的位移分布。

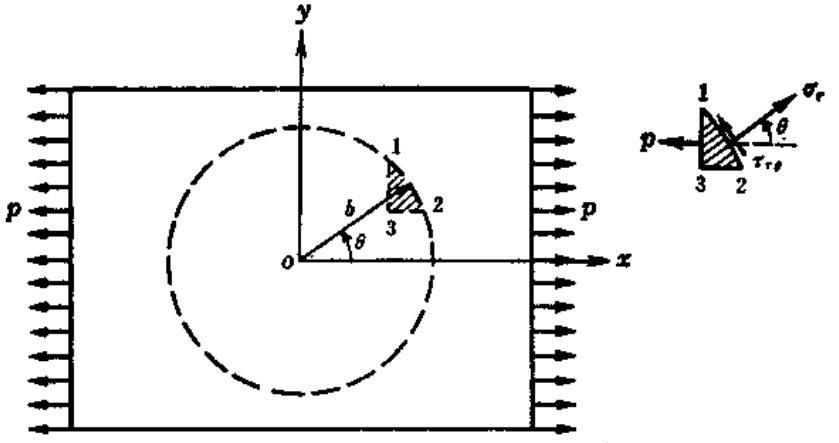


图 1.2.4　无孔的无限大板及三角形微块

现在将求解无限大有孔平板内的应力分布和位移分布的步骤和方程归纳如下：

第一步　从平衡方程：

$$r\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta}+\sigma_r-\sigma_\theta=0 \tag{1.2.26}$$

$$\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta}+\frac{2\tau_{r\theta}}{r}=0 \tag{1.2.27}$$

和变形协调方程：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)(\sigma_r+\sigma_\theta)=0 \tag{1.2.28}$$

以及应力边界条件：

i）在$r=a$处，$\sigma_r=0$，$\tau_{r\theta}=0$； (1.2.29)

ii）在$r=b$处，$\sigma_r=\frac{p}{2}(1+\cos2\theta)$， (1.2.30)

$$\tau_{r\theta}=-\frac{p}{2}\sin2\theta, \tag{1.2.31}$$

先求出环形板内的应力分布。然后令应力算式中的b趋于无穷大，得出无穷大有孔平板的应力分布$\sigma_r(r,\theta)$，$\sigma_\theta(r,\theta)$，$\tau_{r\theta}(r,\theta)$。

第二步　将第一步中求出的应力代入位移与应力的关系式（1.2.21）—（1.2.23），得到方程：

$$\frac{\partial u}{\partial r}=\frac{1}{E}(\sigma_r-\nu\sigma_\theta) \tag{1.2.32}$$

$$\frac{u}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta}=\frac{1}{E}(\sigma_\theta-\nu\sigma_r) \tag{1.2.33}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial\theta}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}=\frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{r\theta} \tag{1.2.34}$$

然后从这些方程和位移边界条件：

（i）在$\theta=0°$处，$v=0$； (1.2.35)

(ii) $u|_{\theta=0°}=u|_{\theta=180°}$ (1.2.36)

求出无限大有孔平板的位移$u(r,\theta)$，$v(r,\theta)$。

在第一步求解应力的时候，我们常常借助于一个未知函数$\phi(r,\theta)$，称为“应力函数”，它与应力分量的关系取为

$$\sigma_r=\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2} \tag{1.2.37}$$

$$\sigma_\theta=\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} \tag{1.2.38}$$

$$\tau_{r\theta}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}-\frac{1}{r}\frac{\partial^2\phi}{\partial r\partial\theta} \tag{1.2.39}$$

用直接代入法可以证明，由这个未知函数$\phi(r,\theta)$控制的应力分量（1.2.37)—(1.2.39)式必定满足平衡方程（1.2.26）和（1.2.27)。因此，只要应力分量是从某一个函数根据关系式（1.2.37)—(1.2.39）得出来的，就不必再去考虑平衡方程了。但这个函数$\phi(r,\theta)$不能任意选取，因为从它导出的应力分量还必须满足变形协调方程和边界条件。

将（1.2.37)—(1.2.39）式代入协调方程(1.2.28)和边界条件（1.2.29)—(1.2.31)中，就得到未知函数$\phi(r,\theta)$应该满足的方程：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)\phi=0 \tag{1.2.40}$$

或
$$\nabla^2\nabla^2\phi=0 \tag{1.2.41}$$
和应该满足的边界条件：

i）在 $r=a$ 时，

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2}=0 \tag{1.2.42}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}-\frac{1}{r}\frac{\partial^2\phi}{\partial r\partial\theta}=0 \tag{1.2.43}$$

ii）在 $r=b$ 时，

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2}=\frac{p}{2}(1+\cos2\theta) \tag{1.2.44}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}-\frac{1}{r}\frac{\partial^2\phi}{\partial r\partial\theta}=-\frac{p}{2}\sin2\theta \tag{1.2.45}$$

仍将（1.2.40）式称为协调方程。在数学中，这个方程称为双调和方程；凡满足双调和方程的函数称为双调和函数。已经找到的双调和函数很多，例如：

$$\theta;\ r^2\theta;\ r^2\log r;\ r^2;\ \log r;\ r^2\cos2\theta;\ r^4\cos2\theta;\frac{1}{r^2}\cos2\theta;\ \cos2\theta;\cdots \tag{1.2.46}$$

值得注意的是：双调和函数之和仍是双调和函数，双调和函数与任意常数之积也仍是双调和函数。

根据以上的讨论，我们已经将第一步中求解应力的问题归结为寻找一个合适的双调和函数 $\phi(r,\theta)$，使它能够满足边界条件（1.2.42)—(1.2.45)。有了这个函数，就可根据（1.2.37)—(1.2.39）式得出应力分量。这些应力分量必定满足平衡方程（1.2.26)、(1.2.27）和协调方程（1.2.28），因而也就是所需要的解答。现在就来寻找这个合适的双调和函数，为此，从算式（1.2.46）所列出的那些双调和函数中挑选五个函数：$\log r$；r^2；$r^2\cos2\theta$；$\frac{1}{r^2}\cos2\theta$；$\cos2\theta$。这五个函数之和为

$$\phi=A\log r+Br^2+Cr^2\cos2\theta+D\frac{1}{r^2}\cos2\theta+F\cos2\theta \tag{1.2.47}$$

仍是双调和函数，其中 A,B,C,D,F 是任意常数。

将（1.2.47）式代入边界条件（1.2.42)—(1.2.45）后，比较每个等式左右两边的系数，就得到决定任意常数的方程：

$$\frac{1}{a^2}A+2B=0 \tag{1.2.48}$$

$$\frac{1}{b^2}A+2B=\frac{p}{2} \tag{1.2.49}$$

$$2C+\frac{6D}{a^4}+\frac{4F}{a^2}=0 \tag{1.2.50}$$

$$2C-\frac{6D}{a^4}-\frac{2F}{a^2}=0 \tag{1.2.51}$$

$$2C+\frac{6D}{b^4}+\frac{4F}{b^2}=-\frac{p}{2} \tag{1.2.52}$$

$$2C-\frac{6D}{b^4}-\frac{2F}{b^2}=-\frac{p}{2} \tag{1.2.53}$$

为了得到无限大有孔平板的解答，我们令方程（1.2.48)—(1.2.53）中的b很大很大，此时，方程中凡分母含有b的那些项就很小很小，可以忽略不计，于是这些方程就变为

$$\frac{1}{a^2}A+2B=0 \tag{1.2.54}$$

$$2B=\frac{p}{2} \tag{1.2.55}$$

$$2C+\frac{6D}{a^4}+\frac{4F}{a^2}=0 \tag{1.2.56}$$

$$2C-\frac{6D}{a^4}-\frac{2F}{a^2}=0 \tag{1.2.57}$$

$$2C=-\frac{p}{2} \tag{1.2.58}$$

由此解出

$$A=-\frac{a^2p}{2},\quad B=\frac{p}{4},\quad C=-\frac{p}{4},\quad D=-\frac{a^4p}{4},\quad F=\frac{a^2p}{2} \tag{1.2.59}$$

将以上这些常数代入（1.2.47）式后，就找到了所需要的那个双调和函数，即：

$$\phi=-\frac{a^2p}{2}\left[\log r-\frac{1}{2}\,\frac{r^2}{a^2}-\left(1-\frac{1}{2}\,\frac{r^2}{a^2}-\frac{1}{2}\,\frac{a^2}{r^2}\right)\cos 2\theta\right] \tag{1.2.60}$$

将(1.2.60)式代入(1.2.37)—(1.2.39)式，我们就得到第一步中所要求的应力分量：

$$\sigma_r=\frac{p}{2}\left[1-\frac{a^2}{r^2}+\left(1+\frac{3a^4}{r^4}-\frac{4a^2}{r^2}\right)\cos 2\theta\right] \tag{1.2.61}$$

$$\sigma_\theta=\frac{p}{2}\left[1+\frac{a^2}{r^2}-\left(1+\frac{3a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta\right] \tag{1.2.62}$$

$$\tau_{r\theta}=-\frac{p}{2}\left(1-\frac{3a^4}{r^4}+\frac{2a^2}{r^2}\right)\sin 2\theta \tag{1.2.63}$$

下面来进行第二步工作，即求解无限大有孔平板的位移u和v，为此，将（1.2.61)—(1.2.63）式代入（1.2.32)—(1.2.34)式，则有方程：

$$\frac{\partial u}{\partial r}=\frac{p}{2E}\left\{(1-\nu)-(1+\nu)\frac{a^2}{r^2}+\left[(1+\nu)\left(1+\frac{3a^4}{r^4}\right)-\frac{4a^2}{r^2}\right]\cos 2\theta\right\} \tag{1.2.64}$$

$$\frac{u}{r}+\frac{1}{r}\,\frac{\partial v}{\partial\theta}=\frac{p}{2E}\left\{(1-\nu)+(1+\nu)\frac{a^2}{r^2}-\left[(1+\nu)\left(1+\frac{3a^4}{r^4}\right)-4\nu\frac{a^2}{r^2}\right]\cos 2\theta\right\} \tag{1.2.65}$$

$$\frac{1}{r}\,\frac{\partial u}{\partial\theta}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}=-\frac{(1+\nu)\,p}{E}\left(1-\frac{3a^4}{r^4}+\frac{2a^2}{r^2}\right)\sin 2\theta \tag{1.2.66}$$

将方程（1.2.64）对变数 r 积分后得出

$$u=\frac{p}{2E}\left\{(1-\nu)\,r+(1+\nu)\frac{a^2}{r}+\left[(1+\nu)\left(r-\frac{a^4}{r^3}\right)+\frac{4a^2}{r}\right]\cos 2\theta\right\}+K(\theta) \tag{1.2.67}$$

其中 $K(\theta)$ 是变数 θ 的任意函数。

将（1.2.67）式代入方程（1.2.65），并经移项整理后，就有

$$\frac{\partial v}{\partial \theta}=-\frac{p}{E}\left[(1+\nu)\left(r+\frac{a^4}{r^3}\right)+2(1-\nu)\frac{a^2}{r}\right]\cos 2\theta-K(\theta) \tag{1.2.68}$$

再将此方程对变数 θ 积分后得出

$$v=-\frac{p}{2E}\left[(1+\nu)\left(r+\frac{a^4}{r^3}\right)+2(1-\nu)\frac{a^2}{r}\right]\sin 2\theta-\int^{\theta}K(\theta)d\theta+L(r) \tag{1.2.69}$$

其中 $L(r)$ 是变数 r 的任意函数。

任意函数 $K(\theta)$，$L(r)$ 的具体形式要靠方程（1.2.66）来决定。为此将（1.2.67）式和（1.2.69）式代入方程（1.2.66），并经移项整理后，得到

$$\frac{dK(\theta)}{d\theta}+\int^{\theta}K(\theta)d\theta=L(r)-r\frac{dL(r)}{dr} \tag{1.2.70}$$

在等式（1.2.70）中，左边是独立变数 θ 的函数，右边是独立变数 r 的函数。这两个函数要相等的话，必须都等于一个常数 N，也即

$$\frac{dK(\theta)}{d\theta}+\int^{\theta}K(\theta)d\theta=N \tag{1.2.71}$$

$$L(r)-r\frac{dL(r)}{dr}=N \tag{1.2.72}$$

将（1.2.71）式左右两边对变数 θ 取导数，得到二阶常微分方程：

$$\frac{d^2K(\theta)}{d\theta^2}+K(\theta)=0 \tag{1.2.73}$$

它的通解是

$$K(\theta)=A\cos\theta+B\sin\theta \tag{1.2.74}$$

其中 A，B 是任意常数。

把（1.2.72）改写为

$$\frac{d}{dr}\{L(r)-N\}=\frac{L(r)-N}{r} \tag{1.2.75}$$

这是一阶常微分方程，它的通解是

$$L(r)=C(r)+N \tag{1.2.76}$$

其中 C，N 是任意常数。

现在再将（1.2.71）式改写为下式：

$$\int^{\theta}K(\theta)d\theta=N-\frac{dK(\theta)}{d\theta} \tag{1.2.77}$$

此式的右边以（1.2.74）式代入后，有

$$\int^{\theta}K(\theta)d\theta=N+A\sin\theta-B\cos\theta \tag{1.2.78}$$

将（1.2.74）、（1.2.76）和（1.2.78）三式代入（1.2.67）式和（1.2.69）式后，得

到

$$u=\frac{p}{2E}\left\{(1-\nu)r+(1+\nu)\frac{a^2}{r}+\left[(1+\nu)\left(r-\frac{a^4}{r^3}\right)+\frac{4a^2}{r}\right]\right.\cdot\cos2\theta\left.\right\}+A\cos\theta+B\sin\theta \tag{1.2.79}$$

$$v=-\frac{p}{2E}\left[(1+\nu)\left(r+\frac{a^4}{r^3}\right)+2(1-\nu)\frac{a^2}{r}\right]\sin2\theta-A\sin\theta+B\cos\theta+Cr \tag{1.2.80}$$

把（1.2.79）式和（1.2.80）式代入位移边界条件（1.2.35）和（1.2.36）后，得到决定任意常数A,B,C的两个方程：

$$B+Cr=0 \tag{1.2.81}$$

$$A=-A \tag{1.2.82}$$

因为r是变数，所以从（1.2.81）式能够定出

$$B=0,\quad C=0 \tag{1.2.83}$$

另外，从（1.2.82）式又可定出

$$A=0 \tag{1.2.84}$$

将A,B,C这三个常数值代入（1.2.79）式和（1.2.80）式后，就得到第二步中所要求的无限大有孔平板的位移分布，它们是

$$u=\frac{p}{2E}\left\{(1-\nu)r+(1+\nu)\frac{a^2}{r}+\left[(1+\nu)\left(r-\frac{a^4}{r^3}\right)+\frac{4a^2}{r}\right]\cos2\theta\right\} \tag{1.2.85}$$

$$v=-\frac{p}{2E}\left[(1+\nu)\left(r+\frac{a^4}{r^3}\right)+2(1-\nu)\frac{a^2}{r}\right]\sin2\theta \tag{1.2.86}$$

用钻孔变形法测量地应力时，只需要知道孔壁各点的径向位移。在(1.2.85)式中令$r=a$，就可以得出这些位移，它们是

$$u|_{r=a}=\frac{ap}{E}(1+2\cos2\theta) \tag{1.2.87}$$

为了书写符号方便起见，下面将省去竖线和角注，仍用u来表示孔壁各点的径向位移，即

$$u=\frac{ap}{E}(1+2\cos2\theta) \tag{1.2.88}$$

其中θ应理解为从拉力p的方向转到孔壁上点的矢径方向所经过的角度；逆时针方向转动时，θ取正值，顺时针方向转动时，θ取负值❶。

以上仅讨论了无穷大有孔平板在x方向受拉力时孔壁上各点的径向位移。由于所用到的弹性力学方程都是线性方程，所以对于无穷大有孔平板既受x方向拉力同时又受y方向拉力的情况，其孔壁上各点的径向位移可以从已有的公式（1.2.88），运用叠加法得到。下面就来讨论这一情况。

设无穷大平板内有一半径为a的圆孔，在无穷远处既受x方向的均匀分布拉力，分布的强度为σ_1，同时又受y方向的均匀分布拉力，分布强度为σ_2，如图1.2.5(a)所示，此时，孔壁上任一点A的径向位移为u。如果这块平板只受x方向拉力，如图1.2.5(b)所示，A点的径向位移为u_1；按公式（1.2.88），就有

---

❶ 以后，凡是遇到转动的角度，其值的正负均按此规定。

$$u_1=\frac{a\sigma_1}{E}(1+2\cos 2\theta) \tag{1.2.89}$$

另一方面，如果这块平板只受y方向的拉力，如图1.2.5(c)所示，A点的径向位移为u_2；按公式（1.2.88），就有

$$u_2=\frac{a\sigma_2}{E}(1+2\cos 2\alpha) \tag{1.2.90}$$

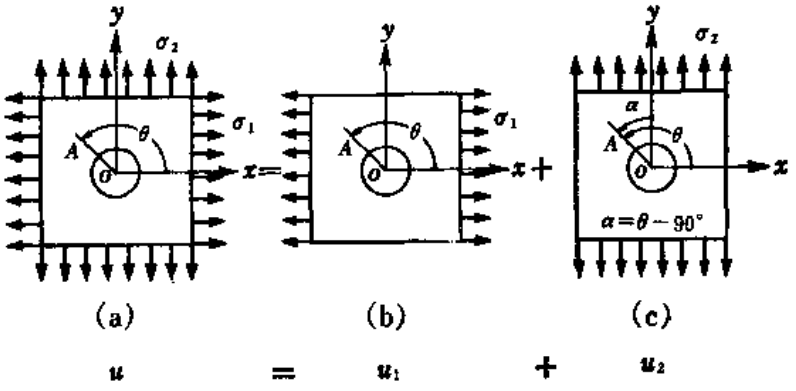


图 1.2.5　孔壁位移的叠加

其中α是从拉力σ_2的方向转到A点的矢径方向所经过的角度，它与θ的关系为

$$\alpha=\theta-90^\circ \tag{1.2.91}$$

将（1.2.91）式代入（1.2.90)式,得到

$$u_2=\frac{a\sigma_2}{E}(1-2\cos 2\theta) \tag{1.2.92}$$

按照叠加原理，两种外力联合作用下所产生的孔壁径向位移，等于每种外力单独作用下所产生的孔壁径向位移之和，也即

$$u=u_1+u_2 \tag{1.2.93}$$

将（1.2.89），(1.2.92）两式代入（1.2.93）式，就得到

$$u=\frac{a}{E}[\sigma_1+\sigma_2+2(\sigma_1-\sigma_2)\cos 2\theta] \tag{1.2.94}$$

其中θ是从σ_1方向转到孔壁上点的矢径方向所经过的角度。(1.2.94）式是以平面应力状态为基础的，利用钻孔变形来测量地应力的基本公式，常常将它改写成

$$\frac{uE}{3a}=\frac{1}{3}(\sigma_1+\sigma_2)+\frac{2}{3}(\sigma_1-\sigma_2)\cos 2\theta \tag{1.2.95}$$

引进记号s：

$$s\equiv\frac{uE}{3a} \tag{1.2.96}$$

将（1.2.91）式进一步改写为

$$s=\frac{1}{3}(\sigma_1+\sigma_2)+\frac{2}{3}(\sigma_1-\sigma_2)\cos 2\theta \tag{1.2.97}$$

为了强调s这个量与孔壁的径向位移u成正比，把s称之为“折算位移”，它的量纲是：kg/cm^2。

哈斯特[1]把 s 这个量用符号σ表示，并且称之为“记录的应力值”。这种称呼容易使人引起误会。人们往往把这个量错认为平板内，法线与σ_1方向成 θ 角的截面上的正应力，也即错认为通常所说的“在测量元件方向上的应力。”正是为了消除这个误会，所以宁可把 s 称为“折算位移”，虽然它的量纲不是长度。

前面关于钻孔变形的公式是以平面应力状态为基础得到的。对于平面变形问题的解答，只需把前面的公式中弹性模量E和泊松比ν以$\frac{E}{1-\nu^2}$和$\frac{\nu}{1-\nu}$替换之。

三、平面应力分析

为了进一步理解应力的概念和地应力的计算，这里将进行一些平面应力问题的分析。重点放在：（1）已知平面应力状态的两个主应力，求任一截面上的正应力和剪应力；（2）已知平面应力状态的三个不同截面上的正应力，求主应力的大小和方向。

1．已知主应力，求任一截面上的应力

设地块处在平面应力状态中，应力的方向与水平面平行。今在地块的任一点附近，划出一个微小的方块。使方块的各个侧面均为主平面，也就是说，在这些侧面上只有正应力，没有剪应力（而且这种条件下的正应力称为主应力）。由于这一微块处在平面应力状态，所以它的一对铅直主应力等于零。另外两对水平主应力，分别以σ_1，σ_2表示（图1.3.1a）。在微块上作铅直截面 h-k；从主应力 σ_1 方向转到该截面法线$\vec{n}$方向所经过的角度，用 θ 来表示。现在求铅直截面 h-k 上的正应力 σ_θ 和剪应力 τ_θ。为此，考虑到小块 $AhkDA$上外力的平衡（图1.3.1b），由外力的平衡条件，可以导出公式：

$$\sigma_\theta=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)+\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\cos 2\theta \tag{1.3.1}$$

$$\tau_\theta=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\sin 2\theta \tag{1.3.2}$$

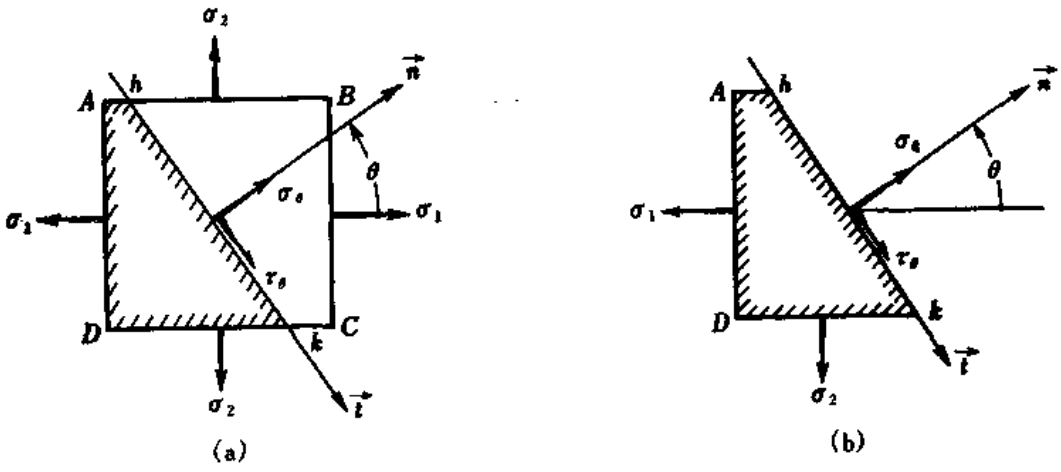


图 1.3.1　任一截面上应力的表示

计算 h-k 截面上的正应力和剪应力，除了用公式（1.3.1）和（1.3.2）外，还可以用几何图的方法，下面来介绍这种方法。

在$o\sigma\tau$直角坐标系的横坐标轴$\overrightarrow{o\sigma}$上定出两点，它们的横坐标分别为σ_1，σ_2，如图1.3.2所示；为了记号简明，就把这两点称为σ_1点和σ_2点。以这两点距离的平分点C为中心，并以这两点的距离为直径，作圆。从σ_1点开始，按照图1.3.1a中从主应力σ_1转到法线$\vec{n}$的转动方向，在图1.3.2中沿圆周转一个2θ中心角，到达N点。可以证明，N点的横坐标值和纵坐标值分别等于所要求的，h-h截面上的正应力σ_θ的大小和剪应力τ_θ的大小。因为这个圆周上任一点的坐标值都等于一个相应截面上的应力大小，所以这个圆称为莫尔应力圆。

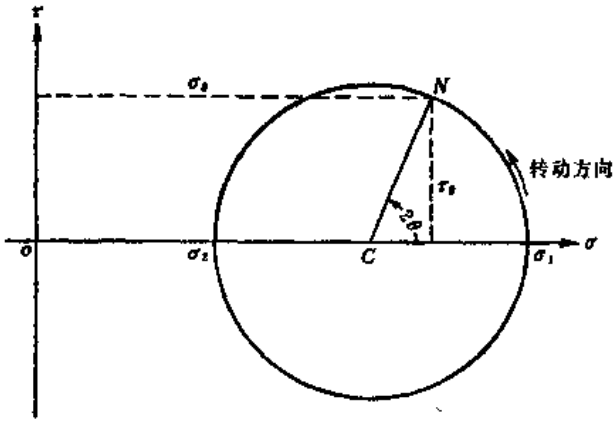


图 1.3.2 莫尔应力圆

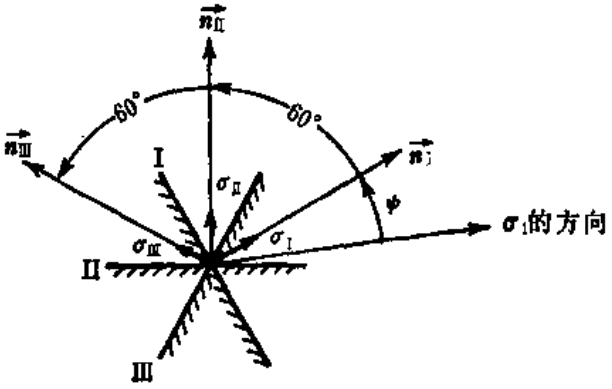


图 1.3.3 互成60°夹角的三个截面上的正应力

2．已知三个不同截面上的正应力，求主应力的大小和方向

在这里只讨论一种特殊情况，就是三个已知截面依次按60°角分布的情况。此时，截面法线$\vec{n}_{\mathrm{I}}$与$\vec{n}_{\mathrm{II}}$之间以及$\vec{n}_{\mathrm{II}}$与$\vec{n}_{\mathrm{III}}$之间的夹角都是60°，如图1.3.3所示。

设主应力σ_1转到法线$\vec{n}_{\mathrm{I}}$的角度为ψ，那末问题就是：已知三个截面上的正应力σ_{I}，σ_{II}，σ_{III}，求主应力σ_1，σ_2，以及主应力σ_1的方向ψ。按公式（1.3.1），有方程：

$$\sigma_{\mathrm{I}}=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)+\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\cos 2\psi \tag{1.3.3}$$

$$\sigma_{\mathrm{II}}=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)+\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\cos(120^\circ+2\psi) \tag{1.3.4}$$

$$\sigma_{\mathrm{III}}=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)+\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\cos(240^\circ+2\psi) \tag{1.3.5}$$

将两角之和的余弦函数拆开后，这三个方程又可以写成：

$$\sigma_{\mathrm{I}}=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)+\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\cos 2\psi \tag{1.3.6}$$

$$\sigma_{\mathrm{II}}=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)-\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\left(\frac{1}{2}\cos 2\psi+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\psi\right) \tag{1.3.7}$$

$$\sigma_{\mathrm{III}}=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)-\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\left(\frac{1}{2}\cos 2\psi-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\psi\right) \tag{1.3.8}$$

由此可算出：

$$\sigma_{\mathrm{I}}+\sigma_{\mathrm{II}}+\sigma_{\mathrm{III}}=\frac{3}{2}(\sigma_1+\sigma_2) \tag{1.3.9}$$

$$\sigma_{\mathrm{I}}-\sigma_{\mathrm{II}}=\frac{\sqrt{3}}{4}(\sigma_1-\sigma_2)\ (\sqrt{3}\cos 2\phi+\sin 2\phi) \tag{1.3.10}$$

$$\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{III}}=-\frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\sin 2\phi \tag{1.3.11}$$

$$\sigma_{\mathrm{III}}-\sigma_{\mathrm{I}}=-\frac{\sqrt{3}}{4}(\sigma_1-\sigma_2)\ (\sqrt{3}\cos 2\phi-\sin 2\phi) \tag{1.3.12}$$

从以上四个式子又可算出：

$$\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)=\frac{1}{3}(\sigma_{\mathrm{I}}+\sigma_{\mathrm{II}}+\sigma_{\mathrm{III}}) \tag{1.3.13}$$

$$2\sigma_{\mathrm{I}}-\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{III}}=(\sigma_{\mathrm{I}}-\sigma_{\mathrm{II}})-(\sigma_{\mathrm{III}}-\sigma_{\mathrm{I}})=\frac{3}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\cos 2\phi \tag{1.3.14}$$

$$(\sigma_{\mathrm{I}}-\sigma_{\mathrm{II}})^2=\frac{3}{16}(\sigma_1-\sigma_2)^2\ (3\cos^2 2\phi+2\sqrt{3}\cos 2\phi\sin 2\phi+\sin^2 2\phi) \tag{1.3.15}$$

$$(\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{III}})^2=\frac{3}{4}(\sigma_1-\sigma_2)^2\sin^2 2\phi \tag{1.3.16}$$

$$(\sigma_{\mathrm{III}}-\sigma_{\mathrm{I}})^2=\frac{3}{16}(\sigma_1-\sigma_2)^2(3\cos^2 2\phi-2\sqrt{3}\cos 2\phi\sin 2\phi+\sin^2 2\phi) \tag{1.3.17}$$

将 (1.3.15)—(1.3.17) 三式相加，得到

$$(\sigma_{\mathrm{I}}-\sigma_{\mathrm{II}})^2+(\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{III}})^2+(\sigma_{\mathrm{III}}-\sigma_{\mathrm{I}})^2=\frac{9}{8}(\sigma_1-\sigma_2)^2 \tag{1.3.18}$$

当 $\sigma_1>\sigma_2$ 时，也即，当 σ_1 是最大主应力时❶，从上式可得

$$\sqrt{2[(\sigma_{\mathrm{I}}-\sigma_{\mathrm{II}})^2+(\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{III}})^2+(\sigma_{\mathrm{III}}-\sigma_{\mathrm{I}})^2]}=\frac{3}{2}(\sigma_1-\sigma_2) \tag{1.3.19}$$

或

$$\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)=\frac{1}{3}\sqrt{2[(\sigma_{\mathrm{I}}-\sigma_{\mathrm{II}})^2+(\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{III}})^2+(\sigma_{\mathrm{III}}-\sigma_{\mathrm{I}})^2]} \tag{1.3.20}$$

从 (1.3.13)，(1.3.20) 两式之和，以及它们的差，分别得出

$$\sigma_1=\frac{1}{3}\{\sigma_{\mathrm{I}}+\sigma_{\mathrm{II}}+\sigma_{\mathrm{III}}+\sqrt{2[(\sigma_{\mathrm{I}}-\sigma_{\mathrm{II}})^2+(\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{III}})^2+(\sigma_{\mathrm{III}}-\sigma_{\mathrm{I}})^2]}\} \tag{1.3.21}$$

$$\sigma_2=\frac{1}{3}\{\sigma_{\mathrm{I}}+\sigma_{\mathrm{II}}+\sigma_{\mathrm{III}}-\sqrt{2[(\sigma_{\mathrm{I}}-\sigma_{\mathrm{II}})^2+(\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{III}})^2+(\sigma_{\mathrm{III}}-\sigma_{\mathrm{I}})^2]}\} \tag{1.3.22}$$

将 (1.3.11) 式除以 (1.3.14) 式后，我们得到

$$\frac{\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{III}}}{2\sigma_{\mathrm{I}}-\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{III}}}=-\frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{tg}2\phi \tag{1.3.23}$$

或者

$$\mathrm{tg}2\phi=-\frac{\sqrt{3}(\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{III}})}{2\sigma_{\mathrm{I}}-\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{III}}} \tag{1.3.24}$$

将 (1.3.11) 式改写为

$$\frac{\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{III}}}{\sin 2\phi}=-\frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_1-\sigma_2) \tag{1.3.25}$$

---

❶ 这里及以后所说的“最大”总是指代数值最大，而不是指绝对值最大。

由于我们已经在（1.3.19）式中假定$\sigma_1>\sigma_2$，上式给出

$$\frac{\sigma_{\text{II}}-\sigma_{\text{III}}}{\sin 2\psi}<0 \tag{1.3.26}$$

至此，问题的答案都有了，因为（1.3.21）和（1.3.22）两式给出了主应力σ_1，σ_2的大小，其中σ_1是最大主应力；（1.3.24）式和（1.3.26）式给出了最大主应力σ_1的方向ψ。

为了减轻计算量，现在来推导另外两个公式，它们是用来替代(1.3.21)和（1.3.22）两式的。先将（1.3.14）式改写为

$$\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)=\frac{1}{3}(2\sigma_{\text{I}}-\sigma_{\text{II}}-\sigma_{\text{III}})\sec 2\psi \tag{1.3.27}$$

然后从（1.3.13）和（1.3.27）两式解出

$$\sigma_1=\frac{1}{3}[\sigma_{\text{I}}+\sigma_{\text{II}}+\sigma_{\text{III}}+(2\sigma_{\text{I}}-\sigma_{\text{II}}-\sigma_{\text{III}})\sec 2\psi] \tag{1.3.28}$$

$$\sigma_2=\frac{1}{3}[\sigma_{\text{I}}+\sigma_{\text{II}}+\sigma_{\text{III}}-(2\sigma_{\text{I}}-\sigma_{\text{II}}-\sigma_{\text{III}})\sec 2\psi] \tag{1.3.29}$$

这样一来，问题的解答就归结为：根据（1.3.24）式查正切函数表，求出ψ值；在查正切函数表的同时也查邻近的正割函数表，记下$\sec 2\psi$的值；再从（1.3.28）和（1.3.29）两式算出σ_1和σ_2的大小。这样算出的ψ是从σ_1方向转到法线$\vec{n}_{\text{I}}$方向所经过的角度，但是这样算出的σ_1不一定是最大的主应力。如果要求从（1.3.28）式算出的σ_1是最大主应力，那末在查三角函数表选择ψ角的时候，应该要求ψ角的值不但满足（1.3.24）式，而且满足（1.3.26）式。

还可以用作图法来求解上述问题。作图的方法，是在$o\sigma\tau$直角坐标系的横坐标轴$o\sigma$上定出三点，它们的横坐标分别为σ_{I},σ_{II},σ_{III}（图1.3.4）；为了记号简明，就把这三点叫做σ_{I}点，σ_{II}点和σ_{III}点；通过这三点作三条直线1-1，2-2,3-3,与纵坐标轴平行；把通过σ_{II}点的直线2-2按顺时针方向转60°角，与1-1线相交于点Ⅰ，再把直线2-2从原来的位置开始，按逆时针方向转60°角，与3-3线相交于点Ⅲ；通过点Ⅰ，点Ⅲ及点σ_{II}，作一圆，圆心为C，此圆与2-2线交于点Ⅱ；把横坐标轴平行地移动，使它通过圆心C，而与纵坐标轴相交于o'；横坐标轴$\vec{o'\sigma}$与圆相交于A、B两点，A点在最右边，B点在最左边，它们的横坐标值分别是主应力σ_1和σ_2的大小；从$\vec{CA}$转动到$\vec{CI}$的角度的一半就是ψ角的大小。

因为圆心C的横坐标x_c为

$$x_c=\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2} \tag{1.3.30}$$

同时圆的半径R为

$$R=\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2} \tag{1.3.31}$$

所以从以上两式可以导出

$$\sigma_1=x_c+R \tag{1.3.32}$$

$$\sigma_2=x_c-R \tag{1.3.33}$$

也就是说，从圆心C的横坐标x_c和圆半径R就可以求出主应力的大小。

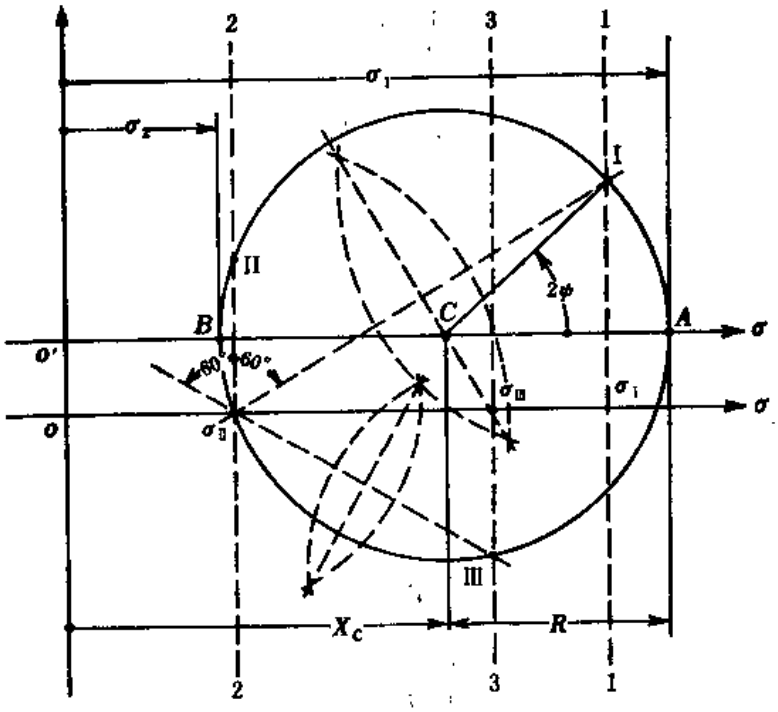


图 1.3.4 求主应力的图解法

最后，把（1.2.97）式和这里的（1.3.1）式比较一下。这两个式子的形式类似，但是在它们文字符号前的数字系数却不一样，这一点值得注意。

四、平面应力状态的叠加方法

两个应力状态作用于物体内同一点，在该点构成另一个应力状态，后一应力状态称为前两个应力状态的叠加之和。由于应力状态的叠加遵从数学中的张量相加法则，所以它就不象温度（纯量）或速度（矢量）相加那样简单。在这一节里，将讨论应力状态的叠加方法，但讨论范围只局限于平面应力状态的叠加。

当用应力解除法求出某一时刻的地应力状态时，继续测量，又求出从这一时刻到另一时刻的附加地应力状态，那末把这个附加地应力状态与前一时刻的地应力状态叠加后，便得出后一时刻的地应力状态。所以下面讨论的平面应力状态叠加法对目前的地应力测量工作是有用的。

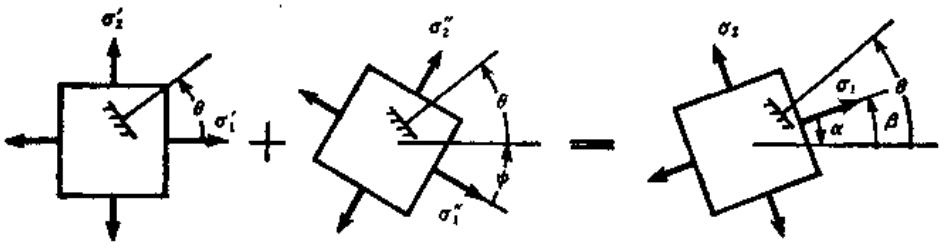
设第一平面应力状态的主应力σ'_1，σ'_2；第二平面应力状态的主应力为σ''_1，σ''_2，其中从σ''_1的方向转到σ'_1的方向所经过的角度为ϕ（图1.4.1）。只有同一截面上同一点的应力才能按矢量法则相加，因此可任意取定一个截面，从σ'_1方向转动到该截面的法线方向所经过的角度为θ。按公式（1.3.1）和（1.3.2）有：

$$\sigma'_\theta=\frac{1}{2}(\sigma'_1+\sigma'_2)+\frac{1}{2}(\sigma'_1-\sigma'_2)\cos 2\theta \tag{1.4.1}$$

$$\tau'_\theta=\frac{1}{2}(\sigma'_1-\sigma'_2)\sin 2\theta \tag{1.4.2}$$

$$\sigma''_\theta=\frac{1}{2}(\sigma''_1+\sigma''_2)+\frac{1}{2}(\sigma''_1-\sigma''_2)\cos2(\theta+\phi) \tag{1.4.3}$$

$$\tau''_\theta=\frac{1}{2}(\sigma'_1-\sigma'_2)\sin2(\theta+\phi) \tag{1.4.4}$$



第一平面应力状态　　第二平面应力状态　　叠加后的应力状态

(a)　　(b)　　(c)

图 1.4.1　应力状态的叠加

设以上两个应力状态叠加后所得到的应力状态的主应力为σ_1,σ_2；从σ_1方向转动到σ'_1方向所经过的角度❶为α；再选定截面上的应力分量为σ_θ，τ_θ。按公式（1.3.1）和(1.3.2)有：

$$\sigma_\theta=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)+\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\cos2(\theta+\alpha) \tag{1.4.5}$$

$$\tau_\theta=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\sin2(\theta+\alpha) \tag{1.4.6}$$

但

$$\sigma_\theta=\sigma'_\theta+\sigma''_\theta \tag{1.4.7}$$

$$\tau_\theta=\tau'_\theta+\tau''_\theta \tag{1.4.8}$$

将（1.4.1）式和（1.4.3）式代入（1.4.7）式，又将（1.4.2）式和（1.4.4）式代入（1.4.8）式，得到

$$\sigma_\theta=\frac{1}{2}(\sigma'_1+\sigma'_2)+\frac{1}{2}(\sigma''_1+\sigma''_2)+\frac{1}{2}[(\sigma'_1-\sigma'_2)\cos2\theta+(\sigma''_1-\sigma''_2)\cos2(\theta+\phi)] \tag{1.4.9}$$

$$\tau_\theta=\frac{1}{2}[(\sigma'_1-\sigma'_2)\sin2\theta+(\sigma''_1-\sigma''_2)\sin2(\theta+\phi)] \tag{1.4.10}$$

将两角之和的余弦函数拆开后，以上两式又可写成

$$\sigma_\theta=\frac{1}{2}(\sigma'_1+\sigma'_2)+\frac{1}{2}(\sigma''_1+\sigma''_2)+\frac{1}{2}\{[(\sigma'_1-\sigma'_2)+(\sigma''_1-\sigma''_2)\cos2\phi]\cos2\theta-(\sigma''_1-\sigma''_2)\sin2\phi\sin2\theta\} \tag{1.4.11}$$

$$\tau_\theta=\frac{1}{2}\{[(\sigma'_1-\sigma'_2)+(\sigma''_1-\sigma''_2)\cos2\phi]\sin2\theta+(\sigma''_1-\sigma''_2)\sin2\phi\cos2\theta\} \tag{1.4.12}$$

令

$$\Delta\equiv\sqrt{[(\sigma'_1-\sigma'_2)+(\sigma''_1-\sigma''_2)\cos2\phi]^2+[(\sigma''_1-\sigma''_2)\sin2\phi]^2}$$

$$=\sqrt{(\sigma'_1-\sigma'_2)^2+(\sigma''_1-\sigma''_2)^2+2(\sigma'_1-\sigma'_2)(\sigma''_1-\sigma''_2)\cos2\phi} \tag{1.4.13}$$

❶ 对于图1.4.1(c)所示的情形，$\alpha<0$。

而且用下列两式来定义 δ 角：

$$\cos 2\delta = \frac{(\sigma_1' - \sigma_2') + (\sigma_1'' - \sigma_2'')\cos 2\phi}{\Delta} \tag{1.4.14}$$

$$\sin 2\delta = \frac{(\sigma_1'' - \sigma_2'')\sin 2\phi}{\Delta} \tag{1.4.15}$$

将 (1.4.14)，(1.4.15) 两式改写成

$$(\sigma_1' - \sigma_2') + (\sigma_1'' - \sigma_2'')\cos 2\phi = \Delta \cos 2\delta \tag{1.4.16}$$

$$(\sigma_1'' - \sigma_2'')\sin 2\phi = \Delta \sin 2\delta \tag{1.4.17}$$

然后将它们代入 (1.4.11)，(1.4.12) 式，将得到

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}(\sigma_1' + \sigma_2') + \frac{1}{2}(\sigma_1'' + \sigma_2'') + \frac{1}{2}\Delta(\cos 2\delta \cos 2\theta - \sin 2\delta \sin 2\theta) \tag{1.4.18}$$

$$\tau_\theta = \frac{1}{2}\Delta(\cos 2\delta \sin 2\theta + \sin 2\delta \cos 2\theta) \tag{1.4.19}$$

或

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}(\sigma_1' + \sigma_2') + \frac{1}{2}(\sigma_1'' + \sigma_2'') + \frac{1}{2}\Delta \cos 2(\theta + \delta) \tag{1.4.20}$$

$$\tau_\theta = \frac{1}{2}\Delta \sin 2(\theta + \delta) \tag{1.4.21}$$

将 (1.4.20)，(1.4.21) 两式与 (1.4.5)，(1.4.6) 两式相比较后，得到

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_1'' + \sigma_2'' \tag{1.4.22}$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \Delta \tag{1.4.23}$$

$$\alpha = \delta \tag{1.4.24}$$

从 (1.4.22) 式和 (1.4.23) 式解出 σ_1，σ_2 后，得到

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_1'' + \sigma_2'' + \Delta) \tag{1.4.25}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_1'' + \sigma_2'' - \Delta) \tag{1.4.26}$$

又将 (1.4.24) 式代入 (1.4.14)，(1.4.15) 两式后，得到

$$\cos 2\alpha = \frac{(\sigma_1' - \sigma_2') + (\sigma_1'' - \sigma_2'')\cos 2\phi}{\Delta} \tag{1.4.27}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{(\sigma_1'' - \sigma_2'')\sin 2\phi}{\Delta} \tag{1.4.28}$$

这四个式子给出了两个应力状态叠加以后的主应力大小和方向。

如果利用应力分量进行地应力场的叠加，则更加方便。设 σ_x'、σ_y'、τ_{xy}' 为状态 I 的应力，σ_x''、σ_y''、τ_{xy}'' 为状态 II 的应力，两个应力状态叠加后为 σ_x、σ_y、τ_{xy}，则

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_x' + \sigma_x'' \\ \sigma_y &= \sigma_y' + \sigma_y'' \\ \tau_{xy} &= \tau_{xy}' + \tau_{xy}'' \end{aligned}\right\} \tag{1.4.29}$$

图1.4.2表示这种应力的叠加情况。

由叠加后的应力分量 σ_x、σ_y、τ_{xy}，按第二章式 (2.1.28)、(2.1.29) 可以计算主应力

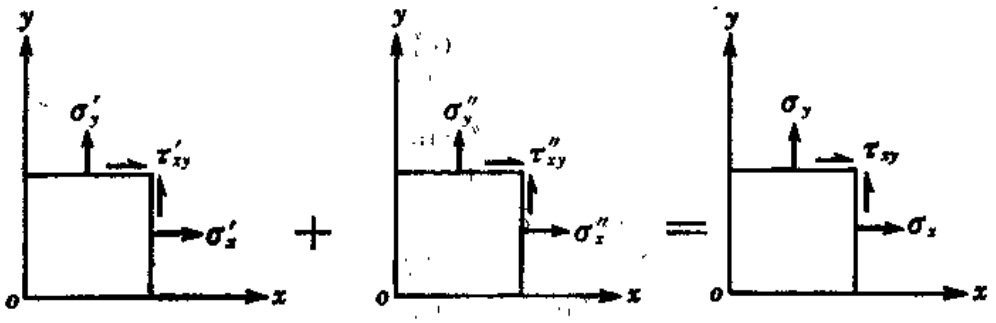


图 1.4.2 由应力分量进行地应力的叠加

的大小及方向。

五、元件的预加力对测量结果的影响

文献[5，6]详细讨论了预加力对测量结果的影响，此处只作如下分析。

由第二节可知，钻孔变形法测定地应力的原理基于弹性力学的平面问题，其关键在于精确测定孔壁的“折算位移” s，

$$s=\eta u \tag{1.5.1}$$

其中，u是当孔壁上无任何外力作用时由无限远处的外力引起的孔壁径向位移；η是折算系数，在平面应力情形下

$$\eta=\frac{E}{3a} \tag{1.5.2}$$

在平面变形情形下

$$\eta=\frac{E}{3(1-\nu^2)a} \tag{1.5.3}$$

式中，E、ν分别是地块的弹性模量和泊松比，a是测量孔的半径。

测量钻孔直径的元件读数是某种物理量L。因此，需要用率定实验来确定s与L之间的关系，即率定曲线或工作曲线

$$s=f(L) \tag{1.5.4}$$

对于线性元件，此关系可以写成

$$\Delta s=\lambda\Delta L \tag{1.5.5}$$

其中，Δs和ΔL分别表示s和L的增量，λ是比例系数。

对于接触预压式元件，如压磁应力计，在使用中，它们不仅须与孔壁保持接触，而且在接触处须有足够的初始接触压力p^0。

目前常用的接触预压式元件的率定方法有两种：棱柱法[1]和围压法[2]。下面讨论这两种方法中初始接触压力、应力解除槽半径、率定实验的试件大小等因素对应力测量的影响。

1．棱柱率定法中元件预加初始压力等因素对测量结果的影响

设在应力均匀分布的无限大地块中，钻一半径为a的圆孔，然后，将元件放进孔内（图1.5.1），并对元件预加接触压力p^0，以此时的元件输出定为输出量L的计算零点。这

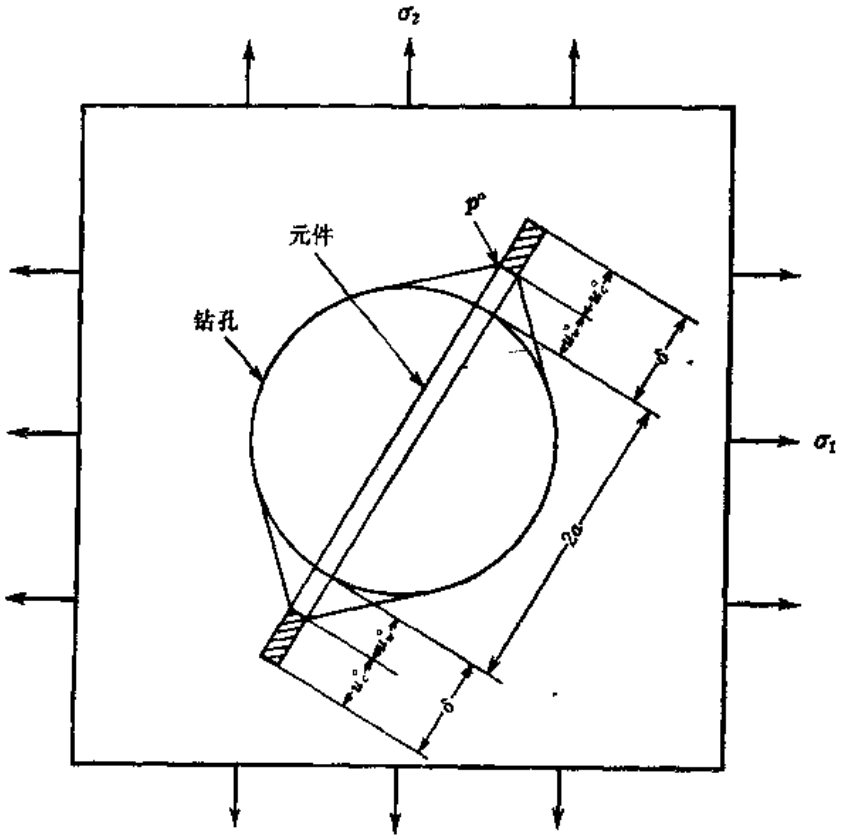


图 1.5.1 元件的预加压力和钻孔的变形

一过程相当于强迫一个原长比孔径$2a$长了2δ的元件装入圆孔，装入时，元件上的接触点产生位移u_c°，孔壁上的接触点产生位移u_w°，它们与初始接触压力p°的关系❶是：

$$u_c^\circ = -\frac{p^\circ}{2K_c} \tag{1.5.6}$$

$$u_w^\circ = \frac{p^\circ}{2K_w^\infty} \tag{1.5.7}$$

其中，K_c是元件接触点的刚度；K_w^∞是无限大地块中孔壁接触点的刚度，其定义如图1.5.2所示。

元件与孔壁接触处的变形协调条件是

$$u_w^\circ - u_c^\circ = \delta \tag{1.5.8}$$

从（1.5.6）、（1.5.7）、（1.5.8）三式可得

$$p^\circ = \frac{2K_c\delta}{1 + \dfrac{K_c}{K_w^\infty}} \tag{1.5.9}$$

$$u^\circ = -\frac{\delta}{1 + \dfrac{K_c}{K_w^\infty}} \tag{1.5.10}$$

❶ 本文规定：沿极坐标r增加方向的径向位移u取正值，反之取负值；又规定：$p^\circ > 0$，表示压力。

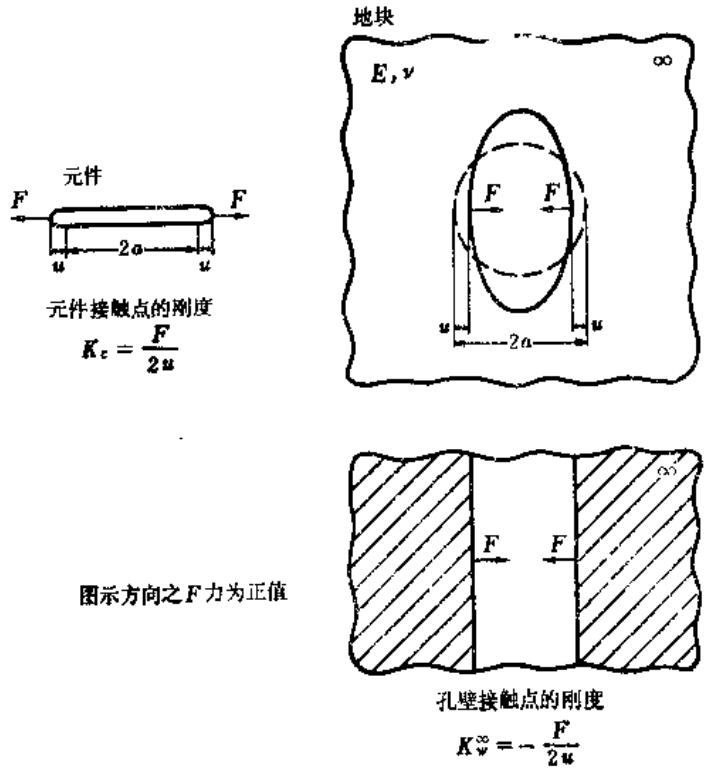


图 1.5.2 刚度K_c、K_w^{∞}的定义

以后将多次遇到这类相当于强迫安装超长元件的问题，它们的算法都和这里的相同。

绝对应力测量时，需用套心法进行应力解除，套取岩心。套心后，小孔将产生新的变形，在元件方向上自由孔壁的位移将为$\tilde{u}$，小孔在元件方向上的直径变为$2(a+\tilde{u})$图(1.5.3)，而元件长度与孔径之差为

$$2(a+\delta)-2(a+\tilde{u})=2(\delta-\tilde{u}) \tag{1.5.11}$$

其中

$$\tilde{u}=-u$$

这里的u是地块从无应力状态到有地应力状态的孔壁位移。此时元件与孔壁的接触压力为p'，元件的缩短量为u_c'，则

$$p'=\frac{2K_c(\delta+u)}{1+\frac{K_c}{\breve{K}_w}} \tag{1.5.12}$$

$$u_c'=-\frac{\delta+u}{1+\frac{K_c}{\breve{K}_w}} \tag{1.5.13}$$

其中$\breve{K}_w$是筒状岩心的孔壁接触点的刚度，其定义如图1.5.4所示。

对于线性元件，它的接触点位移u_c与输出L之间的关系是

$$u_c=\alpha_c L+u_c^0 \tag{1.5.14}$$

其中α_c是仅与元件特性有关的常数。

当$u_c=u_c'$时，$L=L'$，将此代入(1.5.14)式，然后解出L'；再将(1.5.10)和(1.5.13)两式代入，得到

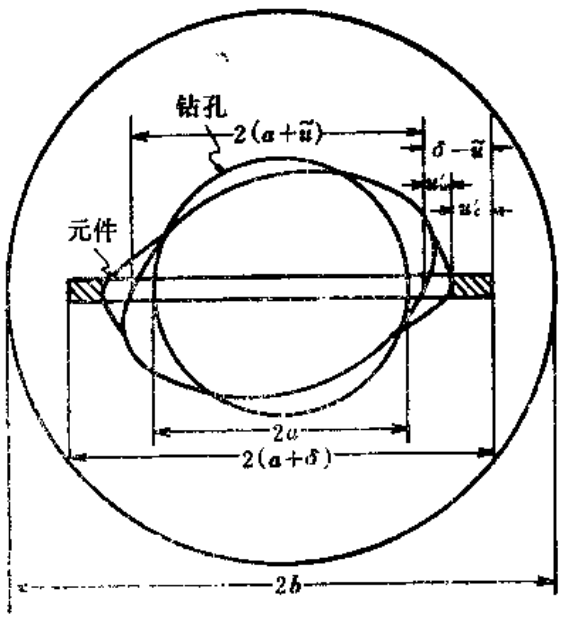
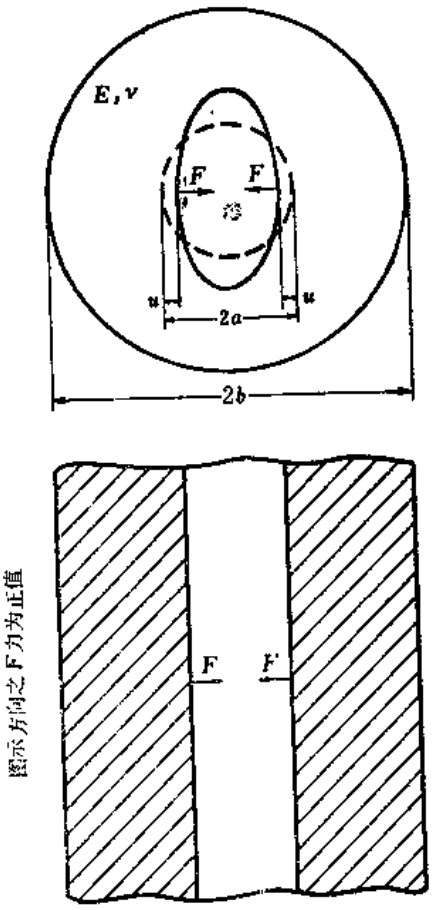


图 1.5.3 应力解除和钻孔变形

不考虑元件的影响时，应力解除之前，钻孔为圆形；应力解除之后，变为椭圆，产生了孔壁位移 $\tilde{u}$。由于元件与孔壁的接触压力，钻孔还有一个局部变形u_w'，元件缩短u_c'。



圆筒状岩块孔壁接触点的刚度

$$\breve{K}_w = -\frac{F}{2u}$$

图 1.5.4 刚度$\breve{K}_w$的定义

$$L' = -\frac{1}{\alpha_c}\left[\left(\frac{1}{1+\dfrac{K_c}{\breve{K}_w}} - \frac{1}{1+\dfrac{K_c}{K_w^0}}\right)\delta + \frac{u}{1+\dfrac{K_c}{\breve{K}_w}}\right] \tag{1.5.15}$$

元件的棱柱率定法须在测量现场采一岩块，切割成宽 l，高 h 的长方块试件。设其弹性模量为E^*，泊松比为ν^*。在试件上钻一半径为a^*的圆孔后，放入一元件，使接触点A，B的联线与试件的顶、底面垂直（图1.5.5）。对元件预加接触压力 $p^{*\circ}$，并以此时的元件输出定为输出量L^*的计算零点。这一过程相当于把长为$2(a^*+\delta^*)$的元件强制装入直径为$2a^*$的圆孔，所以元件与孔壁之间的初始接触压力$p^{*\circ}$和元件接触点的位移$u_c^{*\circ}$是

$$p^{*\circ} = \frac{2K_c^*\delta^*}{1+\dfrac{K_c^*}{\breve{K}_w^*}} \tag{1.5.16}$$

$$u_c^{*\circ} = -\frac{\delta}{1+\dfrac{K_c^*}{\hat{K}_w^*}} \tag{1.5.17}$$

其中，K_c^*是元件接触点的刚度；$\hat{K}_w^*$是长方块试件的孔壁接触点的刚度，其定义如图1.5.6所示。

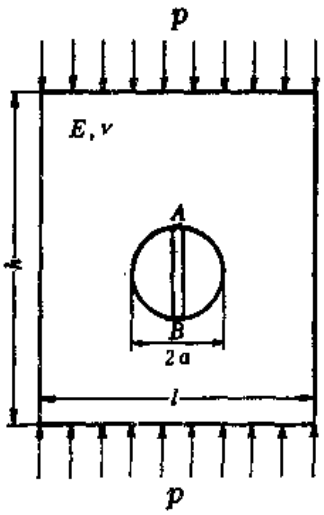
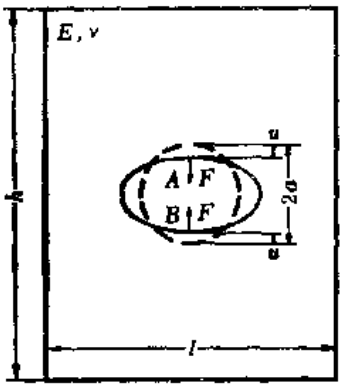
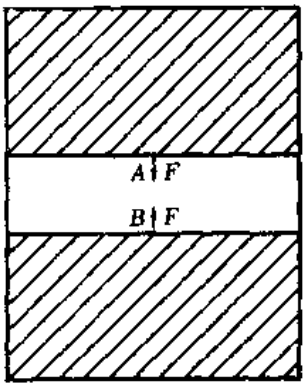


图 1.5.5 率定元件的楼性法



长方块试件孔壁接触点的刚度

$$\hat{K}_w^* = -\frac{F}{2u}$$



图示方向之F力为正值

图 1.5.6 刚度$\hat{K}_w^*$的定义

在装妥元件试件的顶、底面上逐渐施加均匀分布的压力，其压强以 p 表示❶（图1.5.5）。记录与 p 相应的元件输出L^*，于是得到一条p-L^*曲线。下面来推导这条曲线的解析表达式。

如果试件孔内设有元件，当它的顶、底面受到压强为 p 的压力时，孔壁上 A，B两点都将产生径向位移$\hat{u}^*(p)$；按线弹性理论，$\hat{u}^*(p)$与p应有关系：

$$\hat{u}^*(p) = -\hat{\beta}^* p \tag{1.5.18}$$

其中$\hat{\beta}^*$仅与试件尺寸和弹性系数有关。现在A、B两点间的距离成为$2[a^*+\hat{u}^*(p)]$了，它比元件长度小$2[\delta^*-\hat{u}^*(p)]$。把元件强制装入孔内A、B两点之间就成为图1.5.5的状态，所以元件与试件孔壁之间的接触压力p^*和元件接触点的位移u_c^*是

$$p^* = \frac{2K_c^*[\delta^*-\hat{u}^*(p)]}{1+\dfrac{K_c^*}{\hat{K}_w^*}} \tag{1.5.19}$$

$$u_c^* = -\frac{\delta^*-\hat{u}^*(p)}{1+\dfrac{K_c^*}{\hat{K}_w^*}} \tag{1.5.20}$$

设元件的线性特性是

$$u_c^* = \alpha_c^* L^* + u_c^{*\circ} \tag{1.5.21}$$

解出其中的L^*，然后将（1.5.17）、（1.5.20）和(1.5.18）三式先后代入，得到p-L^*曲线的解析表达式

❶ 本文规定：$p>0$，表示压力。

$$L^*=-\frac{\hat{\beta}^*}{\alpha_c^*\left(1+\frac{K_c^*}{\hat{K}_w^*}\right)}p \tag{1.5.22}$$

有人认为这个率定实验中的$-p$值就是求解地应力所需的折算位移值。为了将它与真正的即精确的折算位移s区别开来，另用记号$\hat{s}$来表示它，即

$$\hat{s}\equiv -p \tag{1.5.23}$$

从（1.5.22）和（1.5.23）两式消去p后有，

$$\hat{s}=\frac{\alpha_c^*}{\hat{\beta}^*}\left(1+\frac{K_c^*}{\hat{K}_w^*}\right)L^* \tag{1.5.24}$$

这是用棱柱法率定元件所得到的“工作曲线”的数学表达式。

在绝对测量中，按现场地应力解除后的元件输出L'，从“工作曲线”上找出与$-L'$相应的$\hat{s}$，也即$\hat{s}$是从等式

$$-L'=L^* \tag{1.5.25}$$

得到的。从（1.5.24）式解出L^*，并且将它和（1.5.15）式一起代入(1.5.25)式，再用（1.5.9）式消去其中的δ，然后把u解出来代入（1.5.1）式，得到$\hat{s}$与s的关系式

$$s=\frac{\alpha_c\left(1+\frac{K_c}{\breve{K}_w}\right)}{\alpha_c^*\left(1+\frac{K_c^*}{\hat{K}_w^*}\right)}\eta\hat{\beta}^*\hat{s}+\frac{p^\circ}{\breve{2K}_w}\left(1-\frac{\breve{K}_w}{K_w^\infty}\right)\eta \tag{1.5.26}$$

由此看出，棱柱率定法得到的$\hat{s}$并不是真正的折算位移s。有了$\hat{s}$，原则上应该从(1.5.26)式求出s，然后再用s去求地应力。

当试件的a^*、E^*、ν^*及其所用的元件与现场被测地块的a、E、ν及其所用的元件相同时，$K_c^*=K_c$，$\alpha_c^*=\alpha_c$，$\hat{\beta}^*=\hat{\beta}$，而此时的$\hat{K}_w^*$用$\hat{K}_w$来表示，于是（1.5.26)式化成

$$s=\frac{1+\frac{K_c}{\breve{K}_w}}{1+\frac{K_c}{\hat{K}_w}}\eta\hat{\beta}\hat{s}+\frac{p^\circ}{\breve{2K}_w}\left(1+\frac{\breve{K}_w}{K_w^\infty}\right)\eta \tag{1.5.27}$$

进行相对应力测量时，不需要套心应力解除，只要在不同时刻记录元件的输出量就行了。这里，要把前面规定元件输出量的计算零点的那个时刻定为时间t的计算零点。

设在以后某一时刻t'，无限远处的应力状态比时间零点的应力状态改变了σ'。想象此时把孔内的元件撤消，孔的直径将是$2[a+u(\sigma')]$，比元件原长小了$2[\delta-u(\sigma')]$。因为将此元件强制装入孔内就是它们在时刻t'的状态，所以元件接触点的位移u_c'是

$$u_c'=-\frac{\delta-u(\sigma')}{1+\frac{K_c}{K_w^\infty}} \tag{1.5.28}$$

此时的元件输出以L'表示。将u_c'、L'分别代替（1.5.14）式中的u_c、L，然后解出L'，再将（1.5.10）和（1.5.28）两式代入，得到

$$L'=\frac{u(\sigma')}{\alpha_c\left(1+\frac{K_c}{K_w^\infty}\right)} \tag{1.5.29}$$

现有文献[1,3,4]所讨论的接触压力问题仅局限于这样一个式子。

设从时刻t'到以后的另一时刻t''，无限远处应力状态的增量为$\Delta\sigma$，元件输出的增量为ΔL，那末同样可得：在时刻t''

$$L'+\Delta L=\frac{u(\sigma'+\Delta\sigma)}{\alpha_c\left(1+\frac{K_c}{K_w^\infty}\right)} \tag{1.5.30}$$

(1.5.30) 式减去(1.5.29) 式后得到

$$\Delta L=\frac{u(\sigma'+\Delta\sigma)-u(\sigma')}{\alpha_c\left(1+\frac{K_c}{K_w^\infty}\right)} \tag{1.5.31}$$

按线弹性理论，有

$$u(\sigma'+\Delta\sigma)-u(\sigma')=u(\Delta\sigma) \tag{1.5.32}$$

其中$u(\Delta\sigma)$是孔内无元件时，由无限远处应力状态$\Delta\sigma$引起的孔壁位移。将 (1.5.32) 式代入 (1.5.31) 式，得到

$$\Delta L=\frac{u(\Delta\sigma)}{\alpha_c\left(1+\frac{K_c}{K_w^\infty}\right)} \tag{1.5.33}$$

在相对测量中，按现场记录的ΔL值，从元件“工作曲线”上找出相应的$\hat{s}$增量$\Delta\hat{s}$，也即$\Delta\hat{s}$是从等式

$$\Delta L^*=\Delta L \tag{1.5.34}$$

得到的。

将 (1.5.24) 式改写成增量形式

$$\Delta L^*=\frac{\hat{\beta}^*}{\alpha_c^*\left(1+\frac{K_c^*}{\hat{K}_w^*}\right)}\Delta\hat{s} \tag{1.5.35}$$

并且将它和 (1.5.33) 式一起代入 (1.5.34) 式，然后解出$u(\Delta\sigma)$

$$u(\Delta\sigma)=\frac{\alpha_c}{\alpha_c^*}\,\frac{1+\frac{K_c}{K_w^\infty}}{1+\frac{K_c^*}{\hat{K}_w^*}}\hat{\beta}^*\Delta\hat{s} \tag{1.5.36}$$

求解应力状态增量$\Delta\sigma$所需要的折算位移增量Δs是

$$\Delta s=\eta u(\Delta\sigma) \tag{1.5.37}$$

将 (1.5.36)式代入后，得到$\Delta\hat{s}$与Δs的关系式

$$\Delta s=\frac{\alpha_c}{\alpha_c^*}\,\frac{1+\frac{K_c}{K_w^\infty}}{1+\frac{K_c^*}{\hat{K}_w^*}}\eta\hat{\beta}^*\Delta\hat{s} \tag{1.5.38}$$

由此看出，$\Delta\hat{s}$一般不等于Δs；有了$\Delta\hat{s}$，我们原则上应该从 (1.5.38) 式算出 Δs，然后再用Δs去求 $\Delta\sigma$。

若率定实验所用试件的a^*、E^*、ν^*与现场地块的a、E、ν相同，两者的元件也相同，那末 (1.5.38) 式化为

$$\Delta s=\frac{1+\frac{K_c}{K_w^\infty}}{1+\frac{K_c}{\hat{K}_w}}\eta\hat{\beta}\Delta\hat{s} \tag{1.5.39}$$

比较（1.5.26）和（1.5.38）两式后看出，现场测量孔中的初始接触压力 p° 在绝对测量中是造成 $\hat{s}$ 与 s 相差的因素之一，但在相对测量中它不起作用。至于率定试验中的初始接触压力 $p^{*\circ}$，它在两种测量中都无作用。当然，元件与孔壁为压力接触，这一性质在两种测量中始终在起作用，因为（1.5.26）和（1.5.38）两式里接触点刚度 K_c，K_w° 和 $\breve{K}_w$ 的出现就是这一性质的反映。

2．围压率定法中元件初始预加压力等因素对测量结果的影响

在本节的讨论中，(1.5.15)式以前的有关叙述，包括图1.5.1至图1.5.4和算式(1.5.1)至（1.5.15）仍适用。

围压率定法是利用原地测量所取出的带有元件的岩心进行率定（见第三章第四节）。岩心的内半径为 a，外半径为 b，弹性模量 E，泊松比 ν 皆与测量地点的岩石性质相同。这样上节中字母顶部的记号“$\frown$”，在本节中将改用记号“$\smile$”，以示试件形状和外压力方式之不同（棱柱方法使用单向压力，围压法使用围压）。所以与（1.5.18）式对应的是下式

$$\breve{u}(\breve{p}) = -\breve{\beta}\breve{p} \tag{1.5.40}$$

它表示孔内未装元件的圆筒状试件，在围压作用下，孔壁位移 $\breve{u}$ 与压强 $\breve{p}$ 的关系。式中的 $\breve{\beta}$ 在线弹性理论中已经算出来了，它是

$$\breve{\beta} = \frac{2}{3\nu\left(1-\frac{a^2}{b^2}\right)} \tag{1.5.41}$$

围压率定法一般是将 $-\dfrac{2}{3\left(1-\dfrac{a^2}{b^2}\right)}p$ 或者 $-\eta\breve{\beta}p$ 作为求解地应力所需的折算位移。为了将它与真正的折算位移 s 区别开来，另用记号 $\breve{s}$ 来表示它，即

$$\breve{s} \equiv -\eta\breve{\beta}p \tag{1.5.42}$$

将此式与（1.5.23）式进行比较，如果把（1.5.23)式中的 $\hat{s}$ 在形式上用 $\dfrac{\breve{s}}{\eta\breve{\beta}}$ 替换，就得出（1.5.42）式。

因为两种率定实验的手续相同，所以为避免重复推导，而参考（1.5.22）式直接写出围压率定实验所得到的 p-L 曲线的解析表达式。

$$L = -\frac{\breve{\beta}}{\alpha_c\left(1+\dfrac{K_c}{\breve{K}_w}\right)}p \tag{1.5.43}$$

参考（1.5.24）式，可以直接写出围压法率定元件所得到的“工作曲线”的数学表达式

$$\breve{s} = \alpha_c\eta\left(1+\frac{K_c}{\breve{K}_w}\right)L \tag{1.5.44}$$

用同样的方法，参考（1.5.26）和(1.5.38）两式，可以直接写出绝对测量中 $\breve{s}$ 和 s 的关系式

$$s = \breve{s} + \frac{\eta p^{\circ}}{2\breve{K}_w}\left(1-\frac{\breve{K}_w}{K_w^{\circ}}\right) \tag{1.5.45}$$

以及相对测量中 $\Delta\breve{s}$ 与 Δs 的关系式

$$\Delta s=\frac{1+\dfrac{K_c}{K_w^{\infty}}}{1+\dfrac{K_c}{\breve{K}_w}}\,\breve{\Delta s} \tag{1.5.46}$$

由（1.5.45)和(1.5.46）可以看出，利用围压法率定时，初始预加压力p°对相对应力测量没有影响，但在绝对地应力测量中有影响。这种影响的大小为δs，可由式（1.5.47）得出：

$$\delta s=\breve{s}-s=-\frac{\eta p^{\circ}}{2\breve{K}_w}\left(1-\frac{\breve{K}_w}{K_w^{\infty}}\right)=\frac{\eta p^{\circ}}{2}\left(\frac{\breve{K}_w-K_w^{\infty}}{\breve{K}_w\cdot K_w^{\infty}}\right) \tag{1.5.47}$$

文献〔6〕对这种误差进行了数值估计如（表1.5.1)。

表 1.5.1 预加应力引起的“折算位移”的误差

δs(MPa) \ b(cm) / p°(MPa)	6.5	5.5
10.0	−0.2	−1.4
15.0	−0.3	−2.1
20.0	−0.4	−2.8

由表1.5.1可以看出，预加压力p°愈大，$\breve{K}_w$愈小，即解除槽半径愈小，误差愈大。当预加压力为10.0MPa，解除槽半径为6.5cm时，误差为−0.2MPa，而半径为5.5cm时，误差就增加到−1.4MPa。因此，使用刚性元件进行地应力测量时，解除槽半径不能太小，预加压力不能过大，否则需进行较正。

如果知道了p°，$\breve{K}_w$及K_w^{∞}，则可利用式（1.5.47）进行误差较正。

现在来比较（1.5.27）式和（1.5.45）式。如果略去含p°的那一项，那末(1.5.45)式给出

$$s=\breve{s} \tag{1.5.48}$$

而（1.5.27）式给出

$$s=\frac{1+\dfrac{K_c}{\breve{K}_w}}{1+\dfrac{K_c}{\hat{K}_w}}\,\eta\hat{\beta}\hat{s} \tag{1.5.49}$$

即使在原则上可以选择套心的外径和长方块试件的尺寸使得$\breve{K}_w=\hat{K}_w$，也只能将(1.5.49)式简化成

$$s=\eta\hat{\beta}\hat{s} \tag{1.5.50}$$

其中η、$\hat{\beta}$按它们的定义有极限关系$\lim\limits_{\substack{l\to\infty\\h\to\infty}}\hat{\beta}=\frac{1}{\eta}$，但棱柱率定法中试件的$l$、$h$是有限的，所以（1.5.50）式中的$\eta\hat{\beta}\neq 1$，因此必定有$s\neq\hat{s}$。这就是说，在绝对测量中，若忽略初始接触压力的影响，围压法得到的s就是求解地应力所需的折算位移s，但棱柱法得到

的$\hat{s}$仍旧不等于s。这是围压法比棱柱法所以优越的理由之一。

从（1.5.39)式和（1.5.46）式看出，两种率定法在相对测量中也都存在着受试件尺寸影响的问题。而这个问题决不是依靠元件接触点刚度大大超过孔壁接触点刚度这一办法所能解决的，因为当$K_r\to\infty$时，(1.5.46)式趋于极限

$$\Delta s=\frac{\widetilde{K}_w}{K_w^{\infty}}\Delta\widetilde{s} \tag{1.5.51}$$

（1.5.39）式趋于极限

$$\Delta s=\frac{\hat{K}_w}{K_w^{\infty}}\eta\hat{\beta}\Delta\hat{s} \tag{1.5.52}$$

其中试件尺寸的影响仍未消除。

六、应力计和应变计

前面那些关于地应力测定的讨论，都是基于测量孔径的大小，其测量元件也是为此目的服务的。这种性质的元件，通常含糊地称它为“应变计”，实质上它是属于测量长度的一种元件。既然有应变计，难道不能有应力计吗？这个问题是很容易想到的。在国外也的确有人考虑过设计应力计的一些原理。所谓应力计，也就是这样一种元件，把它放入钻孔中以后，记录元件所显示的物理量的改变值，这个改变值与元件常数相乘所得之积立即给出岩块中某种应力的大小；而且，元件常数只与元件本身的性质有关，与地块的力学性质无关。应力计实质上是属于测量力的一种元件。一些作者曾讨论过测量地应力的应力计问题，但要具体用于应力计的设计，这些讨论尚显不足，还必须进一步深入研究才行。下面用一个简单的例子，从概念上来解释应变计和应力计。

先解释“弹簧常数”的意义，设弹簧的自然长度为l^*，它两端受拉力F（图1.6.1）后，长度变为l，它的伸长量就等于$l-l^*$。假定弹簧的伸长与它所受的拉力成正比，比例常数为k，也即

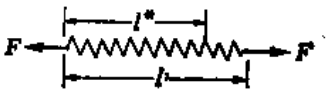


图 1.6.1 受力F作用的弹簧

$$F=k(l-l^*) \tag{1.6.1}$$

或

$$l-l^*=\frac{F}{k} \tag{1.6.2}$$

这个比例常数k就称为弹簧常数。

如果弹簧常数k的值很大，从（1.6.2）式看出，要很大的力才能使弹簧产生很小的伸缩变形，按通常的说法，这种弹簧很刚硬；反之，如果弹簧常数的值很小，从(1.6.2)式看出，只要不大的力就能使弹簧产生很大的伸缩变形，按通常所说，这种弹簧很软弱。

现在来考虑如图1.6.2所示的结构，它有两个等长的弹簧1，它们一头固定在墙上，另一头连结在一条可移动的板上；弹簧常数为k_1，自然长度为l_1^*。

设有一个未知大小的力p作用在板上，将此结构压缩到如图1.6.3(a)所示的状态。假定这个状态是最初看到的状态，并不知道弹簧1的自然长度l_1^*。现在要问：这个结构的变形l_1^*-l'多大？未知力p多大？

如果能测量板与墙之间的距离，这个问题的解答就很简单。只要量一下图1.6.3(a)中的l'，然后把p力解除，让结构恢复成图1.6.2的状态，再量一下l_1^*的长度，那末这两个长度的差

$$l_1^*-l'$$

就是结构的变形。把长度差l_1^*-l'乘以$2k_1$后所得之积

$$2k_1(l_1^*-l')$$

就是p力的大小。这是因为根据作用在板上的力〔图1.6.3(b)〕的平衡，有方程

$$p=2X' \tag{1.6.3}$$

根据弹簧1的缩短，有方程

$$X'=k_1(l_1^*-l') \tag{1.6.4}$$

将（1.6.4）式代入（1.6.3）式后，得到

$$p=2k_1(l_1^*-l') \tag{1.6.5}$$

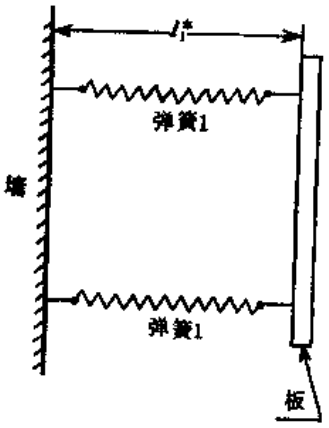


图 1.6.2 未受力作用的弹簧组

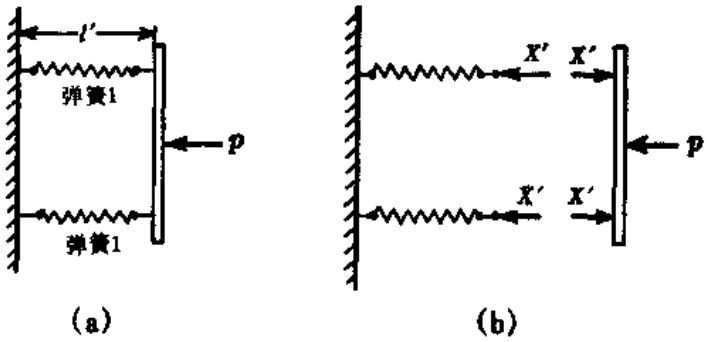


图 1.6.3 受到力p作用的弹簧组

现在用一个测量元件来测量图1.6.3(a)的未知力p和未知的变形l_1^*-l'。所采用的测量元件也是一个弹簧，并称之为元件弹簧2，它的自然长度为l_2^*，弹簧常数为k_2；l_2^*比l_1^*大。先把元件弹簧2塞到图1.6.3(a)所示的结构中去，此时结构的状态如图1.6.4(a)所示。把元件弹簧2在此时的长度l''量一下，并记录下来。然后把p力解除，结构成为如图1.6.5(a)所示的状态，再量一下元件弹簧2的长度l'''。

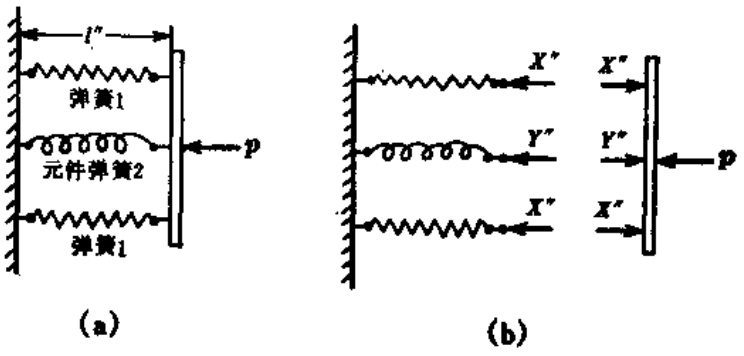


图 1.6.4 将元件（弹簧2）塞入图（1.6.3）

元件弹簧2在 $\bar{p}$ 力解除前后的长度差 $l'''-l''$ 以 δl 表示，即

$$\delta l \equiv l'''-l'' \tag{1.6.6}$$

元件弹簧2上所受的压力在力 $\bar{p}$ 解除前后的变化 $k_2(l'''-l'')$ 以 δY 表示，即

$$\delta Y \equiv k_2(l'''-l'') \tag{1.6.7}$$

问题是：δl 与原结构（图1.6.2）的未知变形 l_1^*-l 有何关系？δY 与原结构的未知力 $\bar{p}$ 有何关系？现在来研究这个问题，根据图1.6.4(a)中板的平衡，得到外力〔图1.6.4(b)〕的平衡方程为

$$2X''+Y''=\bar{p} \tag{1.6.8}$$

又从弹簧1和元件弹簧2的缩短，得到方程

$$X''=k_1(l_1^*-l'') \tag{1.6.9}$$

$$Y''=k_2(l_2^*-l'') \tag{1.6.10}$$

再根据图1.6.5(a)中板的平衡，得到外力〔图1.6.5(b)〕的平衡方程

$$2X'''=Y''' \tag{1.6.11}$$

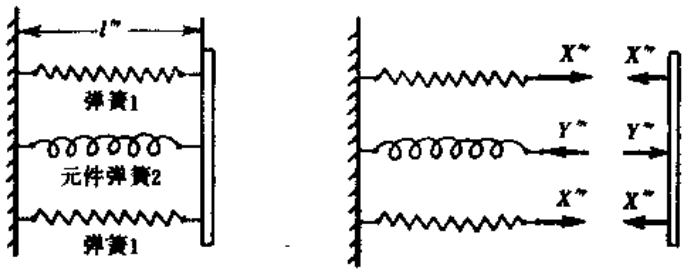


图 1.6.5 力 $\bar{p}$ 解除后弹簧2的变化

又从弹簧1的伸长和元件弹簧2的缩短，得到方程：

$$X'''=k_1(l'''-l_1^*) \tag{1.6.12}$$

$$Y'''=k_2(l_2^*-l''') \tag{1.6.13}$$

将（1.6.9），(1.6.10)两式代入（1.6.8）式，并解出 l'' 后，得到

$$l''=\frac{2k_1l_1^*+k_2l_2^*-\bar{p}}{2k_1+k_2} \tag{1.6.14}$$

又将（1.6.12），（1.6.13）两个代入（1.6.11）式，并解出 l''' 后，得到

$$l'''=\frac{2k_1l_1^*+k_2l_2^*}{2k_1+k_2} \tag{1.6.15}$$

从（1.6.15）式减去（1.6.14）式后，得到

$$l'''-l''=\frac{\bar{p}}{2k_1+k_2} \tag{1.6.16}$$

$$l'''-l''=\frac{\bar{p}}{2k_1}\ \frac{1}{1+\dfrac{k_2}{2k_1}} \tag{1.6.17}$$

从（1.6.5）式，已知

$$\frac{\bar{p}}{2k_1}=l_1^*-l' \tag{1.6.18}$$

将此代入（1.6.17）式后，得到

$$l'''-l''=\frac{1}{1+\frac{k_2}{2k_1}}(l_1^*-l') \tag{1.6.19}$$

采用（1.6.6）式定义的记号δl后，将上式写成

$$\delta l=\frac{1}{1+\frac{k_2}{2k_1}}(l_1^*-l') \tag{1.6.20}$$

用k_2乘（1.6.16）式左右两边后，就有

$$k_2(l'''-l'')=\frac{k_2 p}{2k_1+k_2} \tag{1.6.21}$$

或

$$k_2(l'''-l'')=\frac{1}{1+\frac{2k_1}{k_2}}p \tag{1.6.22}$$

采用（1.6.7）式定义的记号δY后，将上式写成

$$\delta Y=\frac{1}{1+\frac{2k_1}{k_2}}p \tag{1.6.23}$$

如果元件弹簧2比弹簧1刚硬得很多，即$k_2\gg k_1$，或$\frac{2k_1}{k_2}\ll 1$，那末从（1.6.23）式可知

$$\delta Y\approx p \tag{1.6.24}$$

也即元件弹簧2上所受的力在p力解除前后的变化δY与未知外力p近于相等。于是δY就给出了p力的大小，所以这个元件弹簧2对于比它软弱得多的各种弹簧1所组成的结构来说，就成为一个测力计。如有需要，可以把它测出来的值乘以别的常数后，让它指示应力的值，此时它就成为一个应力计了。

从（1.6.20）式看出，满足条件$\frac{2k_1}{k_2}\ll 1$或$\frac{k_2}{2k_1}\gg 1$的元件弹簧2在p力解除前后的长度变化，与结构的未知变形l_1^*-l'相差甚大，而且差值还与结构的物理性质k_1有关，所以在这种情况下，元件弹簧2就不是一个测长计，或者说，它不是一个应变计。

如果元件弹簧2比弹簧1软弱得很多，即$k_2\ll k_1$，或$\frac{k_2}{2k_1}\ll 1$，那末从(1.6.20)式可知

$$\delta l\approx l_1^*-l' \tag{1.6.25}$$

也即元件弹簧2在p力解除前后的长度变化δl与结构的未知变化l_1^*-l'近于相等。于是δl就给出了结构变形l_1^*-l'的大小，所以这个元件弹簧2对于比它刚硬得多的各种弹簧1所组成的结构来说，就成为一个测长计。如有需要，可以把它测出来的值乘以别的常数后，让它指示应变的值。此时它就成为一个应变计了。

又从（1.6.23）式看出，满足条件$\frac{k_2}{2k_1}\ll 1$，或$\frac{2k_1}{k_2}\gg 1$的元件弹簧2上所受的压力在p力解除前后的变化δY，与未知力p相差甚大，而且差值还与结构的物理性质k_1有关，所以在这种情况下，元件弹簧2就不是一个测力计，或者说，它不是一个应力计。

以上的讨论结果，很容易从物理方面来理解。元件弹簧2如果比弹簧1硬得很多，外

9 6 4

力 p 的很大部分就由元件弹簧 2 承担起来了，因此元件所受的压力就与 p 力近乎相等。另一方面，由于元件弹簧 2 的强硬抵抗，结构的变形就减少了，并且弹簧 1 越软，变形减少得越多。在这种情况下，元件弹簧 2 只宜于用作应力计。如果元件弹簧 2 比弹簧 1 软得很多，元件弹簧 2 将顺从结构的变形而变形，很少反抗，因此元件弹簧 2 的变形与结构受 p 力后的变形近乎相等。另一方面，p 力的很大部分由两个比元件刚硬得多的弹簧 1 承担起来了，元件弹簧所受的压力比起 p 力来小得多，而且弹簧 1 越刚硬，元件弹簧 2 所受的压力越小。在这种情况下，元件弹簧 2 只宜于用作应变计。

将以上的概念应用于地应力测量元件的分析，就可以知道元件的弹性常数（或刚度）和岩石的弹性常数（或刚度）满足何种条件时，地应力测量元件为应力计还是应变计。这将在第三章第二节中进一步讨论。

七、三维应力状态引起的钻孔变形和孔壁应变

为建立三维应力测量的基本公式，必须首先讨论三维地应力作用下的钻孔变形。

1. 钻孔附近的应力分布

设在无限大岩体中有一岩洞，由岩洞向岩体打一小钻孔，则在离开岩洞及孔底的影响区以外，如图1.7.1中的ab范围内，岩体中的应力分布为[7]

$$\sigma_r=\frac{\sigma_x^\infty+\sigma_y^\infty}{2}\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)+\frac{\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty}{2}\left(1+3\frac{a^4}{r^4}-4\frac{a^2}{r^2}\right)\cos2\theta$$
$$+\tau_{xy}^\infty\left(1+3\frac{a^4}{r^4}-4\frac{a^2}{r^2}\right)\sin2\theta \tag{1.7.1}$$

$$\sigma_\theta=\frac{\sigma_x^\infty+\sigma_y^\infty}{2}\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)-\frac{\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty}{2}\left(1+3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos2\theta$$
$$-\tau_{xy}^\infty\left(1+3\frac{a^4}{r^4}\right)\sin2\theta \tag{1.7.2}$$

$$\sigma_z=-2\nu(\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty)\frac{a^2}{r^2}\cos2\theta-4\nu\tau_{xy}^\infty\frac{a^2}{r^2}\sin2\theta+\sigma_z^\infty \tag{1.7.3}$$

$$\tau_{r\theta}=-\frac{\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty}{2}\left(1-3\frac{a^4}{r^4}+2\frac{a^2}{r^2}\right)\sin2\theta$$
$$+\tau_{xy}^\infty\left(1-3\frac{a^4}{r^4}+2\frac{a^2}{r^2}\right)\cos2\theta \tag{1.7.4}$$

$$\tau_{\theta z}=(-\tau_{xz}^\infty\sin\theta+\tau_{yz}^\infty\cos\theta)\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right) \tag{1.7.5}$$

$$\tau_{zr}=(\tau_{xz}^\infty\cos\theta+\tau_{yz}^\infty\sin\theta)\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right) \tag{1.7.6}$$

式 (1.7.1)—(1.7.6) 是在正应变ε_z=常数的条件下推导出的应力分布。

式中：

σ_r—钻孔附近的径向正应力；

σ_z—钻孔附近的Z向 正应力；

σ_θ—钻孔附近的周向 正应力；

$\left.\begin{matrix}\tau_{r\theta}\\ \tau_{\theta z}\\ \tau_{zr}\end{matrix}\right\}$—钻孔附近的剪应力。

σ_x^∞，σ_y^∞，σ_z^∞，τ_{xy}^∞，τ_{yz}^∞，τ_{zx}^∞，为无限远处的正应力及剪应力，θ为$\vec{r}$与x轴的夹角(图1.7.2)。

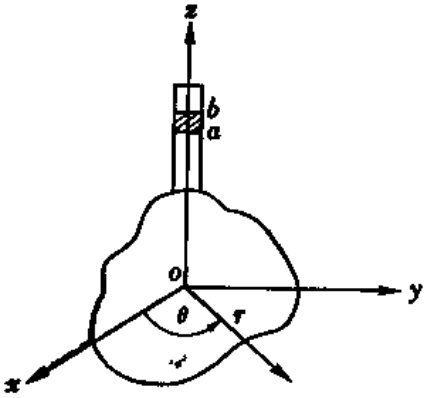


图 1.7.1 无限大岩体中钻孔及坐标系

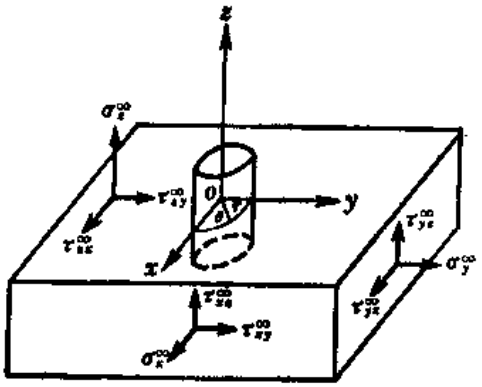


图 1.7.2 作用在离钻孔无限远处的应力

2. 应力、位移与应变的关系

应力、位移与应变的关系如下：

$$\varepsilon_r=\frac{\partial u}{\partial r}=\frac{1}{E}(\sigma_r-\nu\sigma_\theta-\nu\sigma_z) \tag{1.7.7}$$

$$\varepsilon_\theta=\frac{u}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta}=\frac{1}{E}(\sigma_\theta-\nu\sigma_r-\nu\sigma_z) \tag{1.7.8}$$

$$\varepsilon_z=\frac{\partial w}{\partial z}=\frac{1}{E}(\sigma_z-\nu\sigma_\theta-\nu\sigma_r) \tag{1.7.9}$$

$$\gamma_{r\theta}=\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial\theta}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}=\frac{\tau_{r\theta}}{G} \tag{1.7.10}$$

$$\gamma_{rz}=\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial r}=\frac{\tau_{rz}}{G} \tag{1.7.11}$$

$$\gamma_{z\theta}=\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial\theta}=\frac{\tau_{z\theta}}{G} \tag{1.7.12}$$

式中$\varepsilon_r,\varepsilon_\theta,\varepsilon_z$为正应变，$\gamma_{r\theta},\gamma_{rz},\gamma_{z\theta}$为剪应变，$E$为弹性模量，$\nu$为泊松比，$G=\dfrac{E}{2(1+\nu)}$

3. 三维应力引起的孔壁位移

我们取边界条件为：

当$r=a$（a为钻孔半径），$\theta=0$，$z=0$时

$$\frac{\partial u}{\partial z}=0 \tag{1.7.13}$$

$$\frac{\partial v}{\partial z}=0 \tag{1.7.14}$$

当 $r=a$， $z=0$ 时

$$u|_{\theta=0}=u|_{\theta=\pi} \tag{1.7.15}$$

$$u\Big|_{\theta=\frac{\pi}{2}}=u\Big|_{\theta=\frac{3\pi}{2}} \tag{1.7.16}$$

$$w|_{\theta=0}=-w|_{\theta=\pi} \tag{1.7.17}$$

当 $r=a$， $z=0$，且θ满足$\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin2\theta-\tau_{xy}\cos2\theta=0$时

$$v=0 \tag{1.7.18}$$

式中 u， v， w 分别为沿 r， θ， z 方向的位移。

将式 (1.7.1)— (1.7.3) 代入式 (1.7.7) 可得：

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial r}=\frac{1}{E}\Bigg\{&\frac{\sigma_x^\infty+\sigma_y^\infty}{2}\left[(1-\nu)-(1+\nu)\frac{a^2}{r^2}\right]\\&+\frac{\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty}{2}\left[(1+\nu)\left(1+3\frac{a^4}{r^4}\right)-4(1-\nu^2)\frac{a^2}{r^2}\right]\cos2\theta\\&+\tau_{xy}^\infty\left[(1+\nu)\left(1+3\frac{a^4}{r^4}\right)-4(1-\nu^2)\frac{a^2}{r^2}\right]\sin2\theta-\nu\sigma_z^\infty\Bigg\}\end{aligned} \tag{1.7.19}$$

将式 (1.7.19) 对 r 积分可得：

$$\begin{aligned}u=\frac{1}{E}\Bigg\{&\frac{\sigma_x^\infty+\sigma_y^\infty}{2}\left[(1-\nu)r+(1+\nu)\frac{a^2}{r}\right]\\&+(1+\nu)\frac{\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty}{2}\left[r-\frac{a^4}{r^3}+4(1-\nu)\frac{a^2}{r}\right]\cos2\theta\\&+(1+\nu)\tau_{xy}^\infty\left[r-\frac{a^4}{r^3}+4(1-\nu)\frac{a^2}{r}\right]\sin w-\nu\sigma_z^\infty r\Bigg\}+K(\theta,z)\end{aligned} \tag{1.7.20}$$

其中$K(\theta,z)$为待定函数。

将式 (1.7.1)—(1.7.3) 代入式 (1.7.8) 可得

$$\begin{aligned}\varepsilon_\theta=\frac{u}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta}&=\frac{1}{E}(\tau_\theta-\nu\sigma_r-\nu\sigma_z)\\&=\frac{1}{E}\Bigg\{\frac{\sigma_x^\infty+\sigma_y^\infty}{2}\left[(1-\nu)+(1+\nu)\frac{a^2}{r^2}\right]\\&\quad-\frac{\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty}{2}\left[(1+\nu)\left(1+3\frac{a^4}{r^4}\right)-4\nu(1+\nu)\frac{a^2}{r^2}\right]\cos2\theta\\&\quad-\tau_{xy}^\infty\left[(1+\nu)\left(1+3\frac{a^4}{r^4}\right)-4\nu(1+\nu)\frac{a^2}{r^2}\right]\sin2\theta-\nu\sigma_z^\infty\Bigg\}\end{aligned} \tag{1.7.21}$$

由上两式可得：

$$\frac{\partial v}{\partial\theta}=r\varepsilon_\theta-u=-\frac{2(1+\nu)}{E}\left[r+\frac{a^4}{r^3}+2(1-2\nu)\frac{a^2}{r}\right]$$

$$\cdot\left(\frac{\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty}{2}\cos2\theta+\tau_{xy}^\infty\sin2\theta\right)-K(\theta,z) \tag{1.7.22}$$

将上式对θ积分可得：

$$v=-\frac{1+\nu}{E}\left[r+\frac{a^4}{r^3}+2(1-2\nu)\frac{a^2}{r}\right]\left(\frac{\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty}{2}\sin2\theta-\tau_{xy}^\infty\cos2\theta\right)$$

$$-\int^\theta K(\theta,z)d\theta+L(r,z) \tag{1.7.23}$$

其中$L(r,z)$为待定函数。

由式(1.7.20)，(1.7.23) 及 (1.7.10) 可得：

$$\gamma_{r\theta}=\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial\theta}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}=\frac{2(1+\nu)}{E}\left\{-\frac{\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty}{2}\sin2\theta\right.$$

$$\cdot\left(1-3\frac{a^4}{r^4}+2\frac{a^2}{r^2}\right)+\tau_{xy}^\infty\left(1-3\frac{a^4}{r^4}+2\frac{a^2}{r^2}\right)\cos2\theta\Big]$$

$$+\frac{1}{r}\frac{\partial K(\theta,z)}{\partial\theta}+\frac{\partial L(r,z)}{\partial r}-\frac{L(r,z)}{r}+\frac{1}{r}\int^\theta K(\theta,z)d\theta \tag{1.7.24}$$

将式 (1.7.4) 代入式 (1.7.10) 可得：

$$\gamma_{r\theta}=\frac{\tau_{r\theta}}{G}=\frac{2(1+\nu)}{E}\left[\frac{\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty}{2}\left(1-3\frac{a^4}{r^4}+2\frac{a^2}{r^2}\right)\sin2\theta\right.$$

$$\left.+\tau_{xy}^\infty\left(1-3\frac{a^4}{r^4}+2\frac{a^2}{r^2}\right)\cos2\theta\right] \tag{1.7.25}$$

比较 (1.7.24) 及式 (1.7.25) 可得：

$$\frac{1}{r}\frac{\partial K(\theta,z)}{\partial\theta}+\frac{1}{r}\int^\theta K(\theta,z)d\theta+\frac{\partial L(r,z)}{\partial r}-\frac{L(r,z)}{r}=0$$

或

$$\frac{\partial K(\theta,z)}{\partial\theta}+\int^\theta K(\theta,z)d\theta=-r\frac{\partial L(r,z)}{\partial r}+L(r,z) \tag{1.7.26}$$

因此可知

$$\frac{\partial K(\theta,z)}{\partial\theta}+\int^\theta K(\theta,z)d\theta=N(z) \tag{1.7.27}$$

$$-r\frac{\partial L(r,z)}{\partial r}+L(r,z)=N(z) \tag{1.7.28}$$

其中$N(z)$为待定函数。

将式 (1.7.27) 对θ取偏导数可得：

$$\frac{\partial^2K(\theta,z)}{\partial\theta^2}+K(\theta,z)=0 \tag{1.7.29}$$

方程 (1.7.29) 的通解为：

$$K(\theta,z)=A(z)\cos\theta+B(z)\sin\theta \tag{1.7.30}$$

式中$A(z)$，$B(z)$为与z有关的待定系数。

由此可得：

$$\frac{\partial K(\theta,z)}{\partial\theta}=-A(z)\sin\theta+B(z)\cos\theta \tag{1.7.31}$$

由式（1.7.27）可知

$$\int^{\theta} K(\theta,z)d\theta = A(z)\sin\theta - B(z)\cos\theta + N(z) \tag{1.7.32}$$

由（1.7.28）式可得：

$$\frac{\partial L(r,z)}{\partial r} - \frac{L(r,z)}{r} = -\frac{N(z)}{r} \tag{1.7.33}$$

方程（1.7.33）的通解为：

$$L(r,z) = N(z) + rC(z) \tag{1.7.34}$$

其中$C(z)$为待定函数。

由（1.7.11）及式（1.7.20）可得：

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} = \frac{\partial K(\theta,z)}{\partial z} + \frac{\partial w}{r} \tag{1.7.35}$$

由式（1.7.6）及（1.7.11）可得

$$\gamma_{rz} = -\frac{2(1+\nu)}{E}(\tau^{\infty}_{xy}\cos\theta + \tau^{\infty}_{yz}\sin\theta)\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \tag{1.7.36}$$

由式（1.7.30）、（1.7.35）及（1.7.36）可得：

$$\frac{\partial w}{\partial r} = \frac{2(1+\nu)}{E}(\tau^{\infty}_{xz}\cos\theta + \tau^{\infty}_{yz}\sin\theta)\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)$$

$$-\frac{dA}{dz}\cos\theta - \frac{dB}{dz}\sin\theta \tag{1.7.37}$$

将式（1.7.37）两边对r积分可得：

$$w = \frac{2(1+\nu)}{E}(\tau^{\infty}_{xz}\cos\theta + \tau^{\infty}_{yz}\sin\theta)\left(r + \frac{a^2}{r}\right)$$

$$-\frac{dA}{dz}r\cos\theta - \frac{dB}{dz}r\sin\theta + H(\theta,z) \tag{1.7.38}$$

由式（1.7.18），（1.7.23）及（1.7.38）可得：

$$\gamma_{z\theta} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta} = r\frac{dC}{dz} + \frac{1}{r}\frac{\partial H}{\partial \theta}$$

$$+\frac{2(1+\nu)}{E}(-\tau^{\infty}_{xz}\sin\theta + \tau^{\infty}_{yz}\cos\theta)\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \tag{1.7.39}$$

由式（1.7.5）及（1.7.12）又可得：

$$\gamma_{z\theta} = \frac{2(1+\nu)}{E}(-\tau^{\infty}_{xz}\sin\theta + \tau^{\infty}_{yz}\cos\theta)\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \tag{1.7.40}$$

比较式（1.7.39）及（1.7.40）可得：

$$r\frac{dC}{dz} + \frac{1}{r}\frac{\partial H}{\partial \theta} = 0 \tag{1.7.41}$$

由此得：

$$\frac{dC}{dz} = 0 \text{ 即 } C = C_1 \tag{1.7.42}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = 0 \text{ 即 } H = H(z) \tag{1.7.43}$$

其中C_1是待定常数。

于是

$$w=\frac{2(1+\nu)}{E}(\tau_{xz}^{\infty}\cos\theta+\tau_{yz}^{\infty}\sin\theta)\left(r+\frac{a^2}{r}\right)$$

$$-\frac{dA}{dz}\cos\theta-\frac{dB}{dz}r\sin\theta+H(z) \tag{1.7.44}$$

由式（1.7.9）及（1.7.44）以及ε_z=常数，可得：

$$\varepsilon_z=\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{d^2A}{dz^2}r\cos\theta-\frac{d^2B}{dz^2}r\sin\theta+\frac{dH}{dz}=\text{常数} \tag{1.7.45}$$

由此得：

$$\frac{d^2A}{dz^2}=0\ \text{于是}\ A=A_1(z)+A_2 \tag{1.7.46}$$

$$\frac{d^2B}{dz^2}=0\ \text{于是}\ B=B_1(z)+B_2 \tag{1.7.47}$$

$$\frac{dH}{dz}=\varepsilon_z\ \text{于是}\ H=\varepsilon_z z+H_z \tag{1.7.48}$$

由边界条件（1.7.13）— （1.7.18）可得：

$$A_1=0,\ A_2=0,$$
$$B_1=0,\ B_2=0,$$
$$H_2=0,\ C_1=0,$$

于是

$$u=\frac{r}{E}\left\{\frac{\sigma_x^{\infty}+\sigma_y^{\infty}}{2}\left[(1-\nu)+(1+\nu)\frac{a^2}{r^2}\right]\right.$$

$$+\frac{\sigma_x^{\infty}-\sigma_y^{\infty}}{2}(1+\nu)\left[1-\frac{a^4}{r^4}+4(1-\nu)\frac{a^2}{r^2}\right]\cos2\theta$$

$$\left.+\tau_{xy}^{\infty}(1+\nu)\left[1-\frac{a^4}{r^4}+4(1-\nu)\frac{a^2}{r^2}\right]\sin2\theta-\nu\sigma_x^{\infty}\right\} \tag{1.7.49}$$

$$v=-\frac{1+\nu}{E}r\left[1+\frac{a^4}{r^4}+2(1-\nu)\frac{a^2}{r^2}\right]\left(\frac{\sigma_x^{\infty}-\sigma_y^{\infty}}{2}\sin2\theta-\tau_{xy}^{\infty}\cos2\theta\right) \tag{1.7.50}$$

$$w=\frac{2(1+\nu)}{E}r\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)(\tau_{xz}^{\infty}\cos\theta+\tau_{yz}^{\infty}\sin\theta)+\varepsilon_z z \tag{1.7.51}$$

在$r=a$处：

$$u=\frac{a}{E}[\sigma_x^{\infty}+\sigma_y^{\infty}+2(1-\nu^2)(\sigma_x^{\infty}-\sigma_y^{\infty})\cos2\theta+4(1-\nu^2)\tau_{xy}^{\infty}\sin2\theta-\nu\sigma_z^{\infty}] \tag{1.7.52}$$

$$v=-\frac{(1+\nu)(2-\nu)}{E}a[(\sigma_x^{\infty}-\sigma_y^{\infty})\sin2\theta-2\tau_{xy}^{\infty}\cos2\theta] \tag{1.7.53}$$

$$w=\frac{4(1+\nu)}{E}a(\tau_{xz}^{\infty}\cos\theta+\tau_{yz}^{\infty}\sin\theta]+\frac{z}{E}(-\nu\sigma_x^{\infty}-\nu\sigma_y^{\infty}+\sigma_z^{\infty}) \tag{1.7.54}$$

由式（1.7.52），（1.7.53）及（1.7.54）可以看出：

（1）在三维应力场的作用下，若钻孔与 z 轴平行，则所引起的孔壁径向位移只与应力分量σ_x^∞，σ_y^∞，σ_z^∞及τ_{xy}^∞有关，而与τ_{yz}^∞及τ_{xz}^∞无关。

（2）孔壁的周向位移只与应力分量σ_x^∞，σ_y^∞及τ_{xy}^∞有关。

（3）孔壁的轴向位移与应力分量σ_x^∞，σ_y^∞，σ_z^∞，τ_{xz}^∞及τ_{yz}^∞有关。

若正应力σ_x^∞，σ_y^∞，σ_z^∞及剪应力τ_{xz}^∞为零，则孔壁的轴向位移只与τ_{yz}^∞有关，即：

$$w=\frac{4(1+\nu)}{E}a\tau_{yz}^\infty\sin\theta \tag{1.7.55}$$

此时钻孔断面发生倾斜（图1.7.3）断面的最大倾角为

$$\alpha=\mathrm{tg}^{-1}\frac{4(1+\nu)}{E}\tau_{yz}^\infty \tag{1.7.56}$$

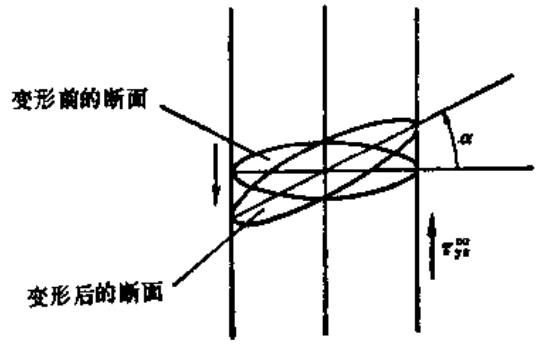


图 1.7.3　在剪应力τ_{yz}^∞作用下钻孔的变形

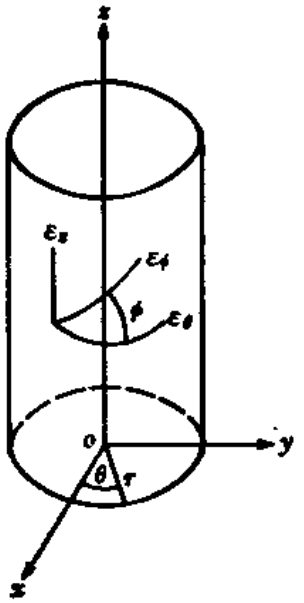


图 1.7.4　钻孔壁上应变的定义

4．三维应力引起的孔壁应变

当 $r=a$ 时，式（1.7.1）到（1.7.6）变为：

$$\sigma_r=\tau_{r\theta}=\tau_{zr}=0 \tag{1.7.57}$$

$$\sigma_\theta=\sigma_x^\infty+\sigma_y^\infty-2(\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty)\cos2\theta-4\tau_{xy}^\infty\sin2\theta \tag{1.7.58}$$

$$\sigma_z=-2\nu(\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty)\cos2\theta-4\nu\tau_{xy}^\infty\sin2\theta+\sigma_z^\infty \tag{1.7.59}$$

$$\tau_{\theta z}=2(\tau_{yz}^\infty\cos\theta-\tau_{xz}^\infty\sin\theta) \tag{1.7.60}$$

将式（1.7.57），（1.7.58），（1.7.59）代入式（1.7.8），（1.7.9）及（1.7.12）可得孔壁应变为：

$$\varepsilon_\theta=\frac{1}{E}[(\sigma_x^\infty+\sigma_y^\infty)-2(1-\nu^2)(\sigma_x^\infty-\sigma_y^\infty)\cos2\theta-4(1-\nu^2)\tau_{xy}^\infty\sin2\theta-\nu\sigma_z^\infty] \tag{1.7.61}$$

$$\varepsilon_z=\frac{1}{E}[\sigma_z^\infty-\nu(\sigma_x^\infty+\sigma_y^\infty)] \tag{1.7.62}$$

$$\gamma_{z\theta}=\frac{4(1+\nu)}{E}(\tau_{yz}^\infty\cos\theta-\tau_{xz}^\infty\sin\theta) \tag{1.7.63}$$

在孔壁上ϕ方向上的正应变或伸长应变（图1.7.4）为[8]：

$$\varepsilon_{\phi}=\varepsilon_{z}\sin^{2}\phi+\gamma_{z\theta}\sin\phi\cos\phi+\varepsilon_{\theta}\cos^{2}\phi \tag{1.7.64}$$

若$\phi=\pm45°$则

$$\varepsilon_{\phi=\pm45°}=\frac{1}{2}(\varepsilon_{z}+\varepsilon_{\theta}\pm\gamma_{z\theta}) \tag{1.7.65}$$

以上这些公式给出了通过孔壁位移及孔壁应变测量来确定地应力的理论依据。

第二章　地应力测量数据的电子计算机处理方法

为了得到可靠的测量结果，需要在一个测点上进行多次测量，取其平均值作为测量结果，并估计出测量结果的可靠程度。

当测量的次数较少时，采用最小二乘方法进行处理是获得最接近于该点所测地应力真实值的最好方法。最小二乘方法的实质，就是由许多可能的解答中找出一组可使残余误差(即观测值与回归线的偏差)的平方和为最小的那一组解答，这一组解答是最可信赖的。

本章只讨论钻孔变形法地应力测量的数据处理，孔壁应变法的数据处理将在第四章中讨论。

一、平面地应力测量结果的最小二乘方整理方法

1．计算地应力的公式

在公式（1.2.94）中，径向位移 u 与主应力 σ_1、σ_2及夹角 θ 为非线性函数关系。为了便于利用最小二乘方法进行处理，需要把公式（1.2.94）变换为线性函数。

把主应力σ_1、σ_2用正应力σ_x及 σ_y和剪切应力 τ_{xy}来代替，那么式（1.2.94）就可以化为线性方程。

主应力σ_1及σ_2与正应力σ_x，σ_y及τ_{xy}有如下关系[9]

$$\sigma_1=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos2\gamma+\tau_{xy}\sin2\gamma \tag{2.1.1}$$

$$\sigma_2=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}-\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos2\gamma-\tau_{xy}\sin2\gamma \tag{2.1.2}$$

且

$$\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin2\gamma=\tau_{xy}\cos2\gamma \tag{2.1.3}$$

式中：$\gamma=\theta-\alpha$—σ_1与σ_x的夹角；

α—测量方向与σ_1的夹角；

θ—测量方向与σ_x的夹角(图2.1.1)。

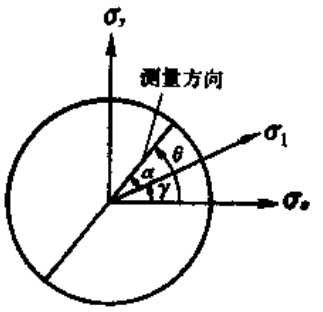


图 2.1.1　地应力测量元件方向与地应力的关系

将式（2.1.1）及（2.1.2）代入式（1.2.94）得到

$$u=\frac{a}{E}[(\sigma_x+\sigma_y)+2(\sigma_x-\sigma_y)\cos2\gamma\cos2\alpha+4\tau_{xy}\sin2\gamma\cos2\alpha] \tag{2.1.4}$$

将式（2.1.4）加上和减去因子 $4\tau_{xy}\sin2\alpha\cos2\gamma$，于是得到

$$u=\frac{a}{E}[(\sigma_x+\sigma_y)+2(\sigma_x-\sigma_y)\cos2\gamma\cos2\alpha-4\tau_{xy}\sin2\alpha\cos2\gamma+4\tau_{xy}\sin2\alpha\cos2\gamma$$

$$+4\tau_{xy}\sin2\gamma\cos2\alpha] \tag{2.1.5}$$

利用关系式（2.1.3）可将式（2.1.5）化为

$$u=\frac{a}{E}[\sigma_x(1+2\cos2\theta)+\sigma_y(1-2\cos2\theta)+4\tau_{xy}\sin2\theta] \tag{2.1.6}$$

式（2.1.6）中 u 与 σ_x、σ_y及 τ_{xy}为线性函数关系。

通常令 x 方向指向东，y 指向北。如果取不同的直径方向（至少三个）就可以得到一组如下的方程：

$$\left.\begin{aligned}
u_{\theta1}&=\frac{a}{E}[\sigma_x(1+2\cos2\theta_1)+\sigma_y(1-2\cos2\theta_1)+4\tau_{xy}\sin2\theta_1]\\
u_{\theta2}&=\frac{a}{E}[\sigma_x(1+2\cos2\theta_2)+\sigma_y(1-2\cos2\theta_2)+4\tau_{xy}\sin2\theta_2]\\
u_{\theta3}&=(\text{可类推})\\
u_{\theta i}&=\frac{a}{E}[\sigma_x(1+2\cos2\theta_i)+\sigma_y(1-2\cos2\theta_i)+4\tau_{xy}\sin2\theta_i]
\end{aligned}\right\} \tag{2.1.7}$$

由方程组（2.1.7）应用下面的最小二乘方法可以解出 σ_x，σ_y及 τ_{xy}的最可信赖值。

令：

$$1+2\cos2\theta_i=C_{1\theta i} \tag{2.1.8}$$

$$1-2\cos2\theta_i=C_{2\theta i} \tag{2.1.9}$$

$$4\sin2\theta_i=C_{3\theta i} \tag{2.1.10}$$

则式（2.1.7）可写为：

$$u_{\theta i}=\frac{a}{E}(C_{1\theta i}\sigma_x+C_{2\theta i}\sigma_y+C_{3\theta i}\tau_{xy}) \tag{2.1.11}$$

上式可改写为：

$$\frac{u_{\theta i}E}{3a}=\frac{1}{3}(C_{1\theta i}\sigma_x+C_{2\theta i}\sigma_y+C_{3\theta i}\tau_{xy}) \tag{2.1.12}$$

引进记号$\sigma_{\theta i}$●，令

$$\sigma_{\theta i}=\frac{u_{\theta i}E}{3a} \tag{2.1.13}$$

$\sigma_{\theta i}$ 即为“记录应力值”。在不同方向上进行观测，就可以得到各个方向上的相应的“记录应力值”并由此可求得 σ_x，σ_y和 τ_{xy}的最可信赖值。

2．平面应力场的最小二乘方解答

用最小二乘方法求解未知的应力分量 σ_x、σ_y及τ_{xy}时，可采用数理统计中使用的多元回归分析的方法来进行[10]。

如果我们在不同的直径方向上进行 n 次测量（n要大于3），那么，我们就可以得到 n 个条件方程：

● “记录应力值”也可称为“折算位移”。

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_{\theta 1}&=\frac{u_{\theta 1}E}{3a}=\frac{1}{3}(C_{1\theta 1}\sigma_x+C_{2\theta 1}\sigma_y+C_{3\theta 1}\tau_{xy})+\varepsilon_1\\
\sigma_{\theta 2}&=\frac{u_{\theta 2}E}{3a}=\frac{1}{3}(C_{1\theta 1}\sigma_x+C_{2\theta 2}\sigma_y+C_{3\theta 2}\tau_{xy})+\varepsilon_2\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\sigma_{\theta n}&=\frac{u_{\theta n}E}{3a}=\frac{1}{3}(C_{1\theta n}\sigma_x+C_{2\theta n}\sigma_y+C_{3\theta n}\tau_{xy})+\varepsilon_n
\end{aligned}\right\}\qquad(2.1.14)$$

上式中$\sigma_{\theta 1}$，$\sigma_{\theta 2}$…是实测“记录应力值”；σ_x、σ_y，τ_{xy}是应力分量的真值；ε是真误差，它服从正态分布律。

如果令σ_x、σ_y、τ_{xy}代表σ_x、σ_y及τ_{xy}的最可信赖值（或叫做估计值），则可以得到如下方程：

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_{\theta 1}&=\frac{u_{\theta 1}E}{3a}=\frac{1}{3}(C_{1\theta 1}\sigma_x+C_{2\theta 1}\sigma_y+C_{3\theta 1}\tau_{xy})+e_1\\
\sigma_{\theta 2}&=\frac{u_{\theta 2}E}{3a}=\frac{1}{3}(C_{1\theta 2}\sigma_x+C_{2\theta 2}\sigma_y+C_{3\theta 2}\tau_{xy})+e_2\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\sigma_{\theta n}&=\frac{u_{\theta n}E}{3a}=\frac{1}{3}(C_{1\theta n}\sigma_x+C_{2\theta n}\sigma_y+C_{3\theta n}\tau_{xy})+e_n
\end{aligned}\right\}\qquad(2.1.15)$$

式（2.1.15）中的e_i（$i=1$，2，……n）称为残余误差，

$$e_i=\sigma_{\theta i}-\frac{1}{3}(C_{1\theta i}\sigma_x+C_{2\theta i}\sigma_y+C_{3\theta i}\tau_{xy})\qquad(2.1.16)$$

$$i=1,\ 2\cdots\cdots n$$

根据最小二乘方原理，残余误差的平方和应具有极小值：

$$\sum_{i=1}^{n}e_i^2=e_1^2+e_2^2+\cdots\cdots+e_n^2=\text{极小}\qquad(2.1.17)$$

由式（2.1.16）可得

$$\sum_{i=1}^{n}e_i^2=\sum_{i=1}^{n}\left[\sigma_{\theta i}-\frac{1}{3}(C_{1\theta i}\sigma_x+C_{2\theta i}\sigma_y+C_{3\theta i}\tau_{xy})\right]^2\qquad(2.1.18)$$

我们可以把残余误差的平方和$\sum_{i=1}^{n}e_i^2$看作是σ_x、σ_y、τ_{xy}的函数。即

$$\sum_{i=1}^{n}e_i^2=f(\sigma_x,\ \sigma_y,\ \tau_{xy})$$

于是问题就变成寻求σ_x，σ_y及τ_{xy}为何值时残余误差的平方和$\sum_{i=1}^{n}e_i^2$具有极小值。对于多元函数，出现极小值的条件是函数的全微分等于零。即

$$d\sum_{i=1}^{n}e_i^2=\frac{\partial\sum_{i=1}^{n}e_i^2}{\partial\sigma_x}d\sigma_x+\frac{\partial\sum_{i=1}^{n}e_i^2}{\partial\sigma_y}d\sigma_y+\frac{\partial\sum_{i=1}^{n}e_i^2}{\partial\tau_{xy}}d\tau_{xy}=0\qquad(2.1.19)$$

如果每个偏微分都同时为零，则全微分必为零，于是出现极小值的条件为：

$$\frac{\partial\sum_{i=1}^{n}e_i^2}{\partial\sigma_x}=0 \qquad \frac{\partial\sum_{i=1}^{n}e_i^2}{\partial\sigma_y}=0 \qquad \frac{\partial\sum_{i=1}^{n}e_i^2}{\partial\tau_{xy}}=0 \tag{2.1.20}$$

利用式（2.1.18）和（2.1.20）可得下列方程组：

$$A\sigma=G \tag{2.1.21}$$

式中：

$$A=[a_{ij}] \tag{2.1.22}$$

$$\sigma=\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{Bmatrix} \tag{2.1.23}$$

$$G=\{g_i\} \tag{2.1.24}$$

$$i,\ j=1,\ 2,\ 3$$

$$\left.\begin{aligned} a_{11}&=\sum_{i=1}^{n}C_{1\theta i}^2 & a_{12}=a_{21}&=\sum_{i=1}^{n}C_{1\theta i}C_{2\theta i} & a_{13}=a_{31}&=\sum_{i=1}^{n}C_{1\theta i}C_{3\theta i}\\ a_{22}&=\sum_{i=1}^{n}C_{2\theta i}^2 & a_{23}=a_{32}&=\sum_{i=1}^{n}C_{2\theta i}C_{3\theta i} & a_{33}&=\sum_{i=1}^{n}C_{3\theta i}^2 \end{aligned}\right\} \tag{2.1.25}$$

$$g_1=3\sum_{i=1}^{n}\sigma_{\theta i}C_{1\theta i} \qquad g_2=3\sum_{i=1}^{n}\sigma_{\theta i}C_{2\theta i} \qquad g_3=3\sum_{i=1}^{n}\sigma_{\theta i}C_{3\theta i} \tag{2.1.26}$$

求解方程组（2.1.21）可以得到地应力分量的估计值。

方程组（2.1.22）可由下式求得解答：

$$\sigma=BG \tag{2.1.27}$$

式中：矩阵$B=[b_{ij}]$，为A的逆矩阵。

3．主应力的计算

主应力可由下列公式计算[9]：

$$\text{最大主应力}\quad \sigma_1=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+\sqrt{\frac{(\sigma_x-\sigma_y)^2}{4}+\tau_{xy}^2} \tag{2.1.28}$$

$$\text{最小主应力}\quad \sigma_2=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}-\sqrt{\frac{(\sigma_x-\sigma_y)^2}{4}+\tau_{xy}^2} \tag{2.1.29}$$

主应力σ_1与σ_x的夹角θ为

$$\operatorname{tg}2\theta=\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y} \tag{2.1.30}$$

$$\theta=\frac{1}{2}\operatorname{tg}^{-1}\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y} \tag{2.1.31}$$

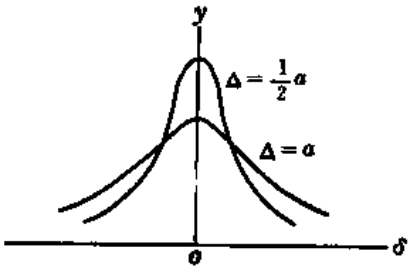


图 2.1.2　测量误差的正态分布

4．测量结果精密度的估计

（1）偶然误差的正态分布定律

人们在长期的实践中，发现各种偶然误差服从正态分布定律，如图 2.1.2 的误差分布曲线可得到如下事实：

① 小误差比大误差出现的机会多；

② 大小相等，符号相反的误差的数目近于相等；

③ 非常大的正误差和负误差出现的概率均非常小，大误差一般不容易出现。

高斯找出了偶然误差分布的数学表达式[10]：

$$y=\frac{1}{\Delta\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\delta^2}{2\Delta^2}} \tag{2.1.32}$$

式中：y—为概率分布密度；

δ—为出现的偶然误差；

Δ—为均方根误差。

对于落在$-\delta$至$+\delta$范围内的偶然误差的概率为：

$$y[-\delta,\ +\delta]=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\delta}e^{-\frac{\delta^2}{2\Delta^2}}\frac{d\delta}{\Delta} \tag{2.1.33}$$

令

$$z=\frac{\delta}{\Delta} \tag{2.1.34}$$

则上式变为：

$$\Phi(z)=y[-z,\ +z]=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{z}e^{-\frac{z^2}{2}}dz \tag{2.1.35}$$

函数 $\Phi(z)$称为概率积分，有现成的数学表可查。

从高斯的数学表达式中可以看出，均方根误差Δ越小，则误差分布曲线衰减越快，曲线下落陡度越大，测量的结果越集中。反之如果均方根误差Δ越大，误差分布曲线越平缓，测量结果分散性越大(图2.1.2中画出了均方根误差$\Delta=a$及$\Delta=\frac{1}{2}a$时的误差分布曲线)。

（2）N次测量结果的误差

在地应力测量中，通常是考虑某一概率下误差的大小。例如求概率为Φ_0时（即可靠度为Φ_0）的误差，其方法如下：先由式（2.1.35）求出概率$\Phi(z)$为Φ_0时所对应的z值（或根据值Φ_0从概率积分表查得z值），然后由$z=\frac{\delta}{\Delta}$，可求误差δ

$$\delta=z\Delta \tag{2.1.36}$$

如果概率$\Phi(z)=95\%$，则可由概率积分表（在概率论或数理统计的书中一般均有此表）中查出$z=1.96$。将此值代入式（2.1.36），得

$$\delta=1.96\sigma \tag{2.1.37}$$

（3）“记录应力值”$\sigma_{\theta i}$的误差计算

据式(2.1.36)“记录应力值”$\sigma_{\theta i}$的误差δ_r为：

$$\delta_r=z\Delta_r \tag{2.1.38}$$

Δ_r为$\sigma_{\theta i}$的均方根误差，可由下式求出：

$$\Delta_r=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}e_i^2}{(n-m)}} \tag{2.1.39}$$

式中：n—$\sigma_{\theta i}$的个数或测量次数；

m—未知参量的数目，这里$m=3$；

e_i—残余误差（见式2.1.16）。

当测量次数较少时，偶然误差将按学生氏T分布。此时误差为

$$\delta_r = \pm T\Delta_r \tag{2.1.40}$$

T为学生氏表中的T值，可由附表2.1.1查出。例如，当可信度为0.95（即信度系数$\alpha=0.05$）和自由度为$n-m=10$时，由表2.1.1中查出T值为2.228。

表 2.1.1 学生氏T表

ν \ α	0.80	0.60	0.40	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1	0.325	0.727	1.376	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.289	0.617	1.061	1.886	2.990	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.586	0.978	1.638	2.356	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.569	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.559	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.553	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.549	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.546	0.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.543	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.542	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.540	0.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.539	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.538	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.537	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.536	0.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.535	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.534	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.534	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.533	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.533	0.860	1.325	1.725	2.085	2.528	2.845
21	0.257	0.532	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.532	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.532	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.531	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.531	0.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.531	0.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.531	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.530	0.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.530	0.854	1.310	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.530	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	0.255	0.529	0.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	0.254	0.527	0.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	0.264	0.526	0.845	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	0.253	0.526	0.842	1.282	1.645	2.960	2.326	2.576

表中：α—为信度系数，$1-\alpha$—为可靠度，$\nu=n-m$为自由度。

（4）估计值σ_x，σ_y及τ_{xy}的误差计算

设σ_x，σ_y及τ_{xy}的误差分别为δ_x，δ_y及δ_τ。则根据文献[10]可得：

$$\delta_x=\pm T\frac{\Delta_r}{\sqrt{p_x}}\qquad \delta_y=\pm T\frac{\Delta_r}{\sqrt{p_y}}\qquad \delta_\tau=\pm T\frac{\Delta_r}{\sqrt{p_\tau}} \tag{2.1.41}$$

式中：T已在式（2.1.40）中出现

p_x，p_y及p_τ分别为σ_x，σ_y及τ_{xy}的权，这些权可由下式求得：

$$p_x=\frac{1}{b_{11}}\qquad p_y=\frac{1}{b_{22}}\qquad p_\tau=\frac{1}{b_{33}} \tag{2.1.42}$$

其中b_{11}，b_{22}及b_{33}为式2.1.27中矩阵B的对角线元素。

（5）主应力的大小和方向的误差计算

最大主应力σ_1的误差：

根据间接测量误差传播定律最大主应力误差δ_1可由下式求得

$$\delta_1=\pm\sqrt{\left(\frac{\partial\sigma_1}{\partial\sigma_x}\right)^2\delta_x^2+\left(\frac{\partial\sigma_1}{\partial\sigma_y}\right)^2\delta_y^2+\left(\frac{\partial\sigma_1}{\partial\tau_{xy}}\right)^2\delta_\tau^2} \tag{2.1.43}$$

利用式（2.1.28）可以得到

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{\partial\sigma_1}{\partial\sigma_x}\right)^2&=\left[1+\frac{(\sigma_x-\sigma_y)}{2\sqrt{\dfrac{(\sigma_x-\sigma_y)^2}{4}+\tau_{xy}^2}}\right]^2\Big/4\\ \left(\frac{\partial\sigma_1}{\partial\sigma_y}\right)^2&=\left[1-\frac{(\sigma_x-\sigma_y)}{2\sqrt{\dfrac{(\sigma_x-\sigma_y)^2}{4}+\tau_{xy}^2}}\right]^2\Big/4\\ \left(\frac{\partial\sigma_1}{\partial\tau_{xy}}\right)^2&=\left(\frac{\tau_{xy}}{2\sqrt{\dfrac{(\sigma_x-\sigma_y)^2}{4}+\tau_{xy}^2}}\right)^2\end{aligned}\right\} \tag{2.1.44}$$

最小主应力σ_2的误差：

同样，最小主应力的误差δ_2为：

$$\delta_2=\pm\sqrt{\left(\frac{\partial\sigma_2}{\partial\sigma_x}\right)^2\delta_x^2+\left(\frac{\partial\sigma_2}{\partial\sigma_y}\right)^2\delta_y^2+\left(\frac{\partial\sigma_2}{\partial\tau_{xy}}\right)^2\delta_\tau^2} \tag{2.1.45}$$

利用式（2.1.29）可得

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{\partial\sigma_2}{\partial\sigma_x}\right)^2&=\left[1-\frac{(\sigma_x-\sigma_y)}{2\sqrt{\dfrac{(\sigma_x-\sigma_y)^2}{4}+\tau_{xy}^2}}\right]^2\Big/4\\ \left(\frac{\partial\sigma_2}{\partial\sigma_y}\right)^2&=\left[1+\frac{(\sigma_x-\sigma_y)}{2\sqrt{\dfrac{(\sigma_x-\sigma_y)^2}{4}+\tau_{xy}^2}}\right]^2\Big/4\\ \left(\frac{\partial\sigma_2}{\partial\tau_{xy}}\right)^2&=\left(-\frac{\tau_{xy}}{\sqrt{\dfrac{(\sigma_x-\sigma_y)^2}{4}+\tau_{xy}^2}}\right)^2\end{aligned}\right\} \tag{2.1.46}$$

最大主应力角度θ的误差：

$$\delta_\theta=\pm\sqrt{\left(\frac{\partial\theta}{\partial\sigma_x}\right)^2\delta_x^2+\left(\frac{\partial\theta}{\partial\sigma_y}\right)^2\delta_y^2+\left(\frac{\partial\theta}{\partial\tau_{xy}}\right)^2\delta_\tau^2} \tag{2.1.47}$$

利用式（2.1.31）可得

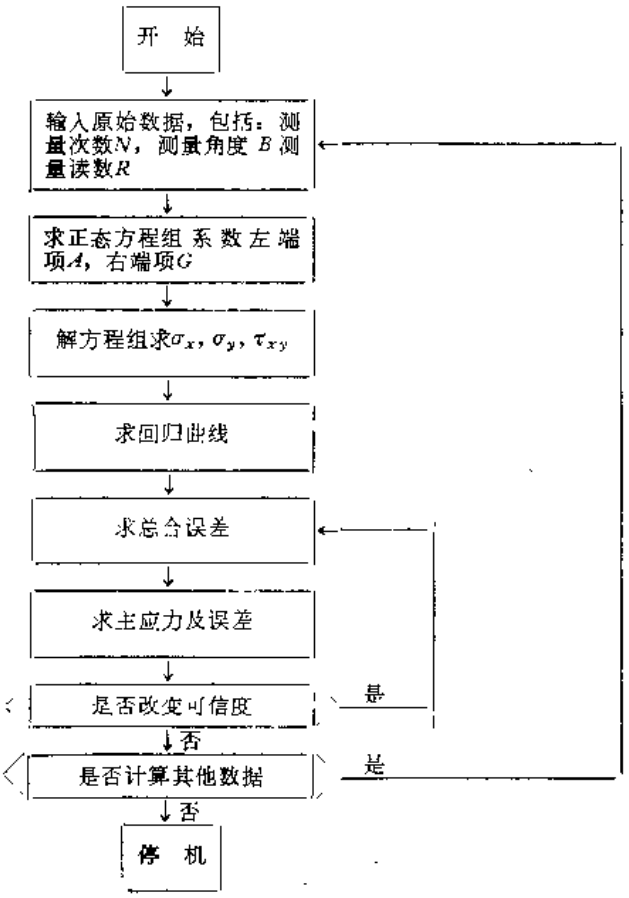
$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{\partial\theta}{\partial\sigma_x}\right)^2&=\left(\frac{-\tau_{xy}}{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2}\right)^2\\ \left(\frac{\partial\theta}{\partial\sigma_y}\right)^2&=\left(\frac{\tau_{xy}}{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2}\right)^2\\ \left(\frac{\partial\theta}{\partial\tau_{xy}}\right)^2&=\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2}\right)^2\end{aligned}\right\}\qquad(2.1.48)$$

最后结果为

$$\left.\begin{aligned}&\text{最大主应力：}\ \sigma_1\pm\delta_1\\ &\text{最小主应力：}\ \sigma_2\pm\delta_2\\ &\text{最大主应力与}\sigma_x\text{之间的夹角为}\theta\pm\delta_\theta\end{aligned}\right\}\qquad(2.1.49)$$

5．由测量数据计算平面应力的计算机程序（BASIC语言）

（1）程序流程图（二维应力计算程序）



（2）输入数据

按顺序输入测量次数（n）；测量角度（b），即测量直径方向与x轴的夹角，以度为单位（图2.1.3）；测量读数（R），即“折算位移”；可信度（t）。

在程序运行中，终端屏幕上将用英语告诉你应该输入什么数据。使用起来非常方便。例如：终端屏幕上出现“Please input n”时，即可由键盘输入测量次数。当出现“Please input the direction of measurement b”时，即可输入测量方向b。

（3）输出数据

由打印机输出全部原始输入数据和计算结果。

sigma x, sigma y, tou xy 代表平面应力中的三个应力分量。

maximum principal stress $s1$, minimum principal stress $s2$ 代表最大主应力和最小主应力。error of $s1$, $d1$和error of $s2$, $d2$为最大主应力和最小主应力误差。the angle of $s1$ to x 和 error of the angle of $s1$ 为最大主应力 $s1$ 与 x 轴的夹角和误差，逆时针为正。regression—curve 为回归曲线。每隔10°输出一个折算位移值。

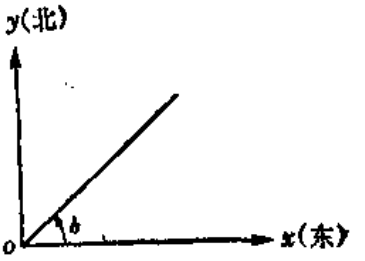


图 2.1.3 地应力测量方向的定义

下面是一个输出实例：

某一测点共进行了11次测量，测得的原始数据如下表：

表 2.1.2 原始数据

元件测量方向	相对应的"记录应力值"(MPa)	元件测量方向	相对应的"记录应力值"(MPa)
N9°W	3.3	N83°W	9.8
N27°W	4.9	N30°E	5.0
N40°E	6.0	N30°W	5.3
N79°E	9.6	N57°W	8.9
N15°W	3.5	N63°E	8.3
N75°W	9.9		

输出格式：

```
ORIGINAL DATA
THE NUMBER OF MEASUREMENT N=11
THE DIRECTION OF MEASUREMENT B
   9        27        40        79        15
  75        83        30        30        57
  63         0         0         0         0
THE READINGS OF MEASUREMENT R
 3.3       4.9         6       9.6       3.5
 9.9       9.8         5       5.3       8.9
 8.3         0         0         0         0
THE RESULTS OF STRESS MEASUREMENTS
CONFITENCE T=1.94
SIGMA X=6.88055    SIGMA Y=12.0676    TOU XY= .460266
MAXIMUM PRICIPAL STRESS S1=12.1082,  ERROR OF S1,d1= .277313
MINIMUM PRICIPAL STRESS S2=6.84002,  ERROR OF S2,d2= .306484
THE ANGLE OF S1 TO X= 90,ERROR OF THE ANGLE OF S1=2.21789
REGRESSION—CURVE
```

```
 0              9.82815
 10             9.61634
 20             9.00647
 30             8.0721
 40             6.92593
 50             5.70619
 60             4.56002
 70             3.62565
 80             3.01578
 90             2.80397
 100            3.01578
 110            3.62564
 120            4.56002
 130            5.70619
 140            6.92593
 150            8.0721
 160            9.00647
 170            9.61634
 180            9.82815
END
```

（4）源程序

```
010  DIM B(15), S(15), A(3,3), G(3,1), C(3,15), A1(3,3)
020  DIM X(3,1), SS(15), TT$(3), OTDA(3)
030  OPEN "/DEV/LP" FOR OUTPUT AS FILE #6
040  PRINT "PLEASE INPUT N";
050  INPUT N
060  PRINT #6 "ORIGINAL DATA"
070  PRINT #6 "THE NUMBER OF MEASUREMENT N"; N
080  PRINT "PLEASE INPUT THE DIRECTION OF MEASUREMENT B"
090  MAT INPUT B
100  PRINT #6 "THE DIRECTION OF MEASUREMENT B"
110  PRINT #6 B(1),B(2),B(3),B(4),B(5)
120  PRINT #6 B(6),B(7),B(8),B(9),B(10)
130  PRINT #6 B(11),B(12),B(13),B(14),B(15)
140  PRINT "PLEASE INPUT READINGS R"
150  MAT INPUT S
160  PRINT #6 "THE READINGS OF MEASUREMENT R"
170  PRINT #6 S(1),S(2),S(3),S(4),S(5)
180  PRINT #6 S(6),S(7),S(8),S(9),S(10)
```

```
190  PRINT #6 S(11),S(12),S(13),S(14),S(15)
200  REM COVERTION OF DEGREE INTO ARE
210  LET DG=PI/180
220  FOR I=1 TO N
230  LET B(I)=DG*B(I)
240  NEXT I
250  REM CALCULATION OF C
260  FOR I=1 TO N
270  LET C(1,I)=1+2*COS(2*B(I))
280  LET C(2,I)=2-C(1,I)
290  LET C(3,I)=4*SIN(2*B(I))
300  NEXT I
310  MAT G=ZER
320  MAT A=ZER
330  REM FINDING G
340  FOR I=1 TO 3
350  FOR J=1 TO N
360  LET G(I,1)=G(I,1)+3*S(J)*C(I,J)
370  NEXT J
380  NEXT I
390  REM FONDING A
400  FOR I=1 TO 3
410  FOR J=1 TO 3
420  FOR K=1 TO N
430  LET A(I,J)=A(I,J)+C(I,K)*C(J,K)
440  NEXT K
450  NEXT J
460  NEXT I
470  MAT A1=INV(A)
480  MAT X=A1*G
490  PRINT "PLEASE INPUT CONFITENCE T"
500  PRINT #6
510  PRINT #6 "THE RESULTS OF STRESS MEASUREMENTS"
520  INPUT T
530  PRINT #6 "CONFITENCE T=", T
540  PRINT #6"SIGMA X=";X(1,1)," SIGMA Y=";X(2,1)," TOU XY=
     ";X(3,1)
550  REM CALCULATION OF PRINCIPAL STRESSES S1 AND S2
560  LET S1=(X(1,1)+X(2,1))/2+SQR((X(1,1)-X(2,1))^2/4+X(3,1)^2)
```

```
570 LET S2=X(1,1)+X(2,1)-S1
580 LET M=X(1,1)-X(2,1)
590 IF ABS(M)>10-E THEN AN=ATN(2*X(3,1)/M)/2 ELSE AN=SIGN
    (X(3,1)*PI/4)
600 LET M1=M*COS(2*AN)+2*X(3,1)*SIN(2*AN)
610 IF M1<0 THEN AN=AN+PI/2
620 LET AN=180/PI*AN
630 FOR I=1 TO N
640 LET SS(I)=(C(1,I)*X(1,1)+C(2,I)*X(2,1)+C(3,I)*X(3,1))/3
650 NEXT I
660 LET E=0
670 FOR I=1 TO N
680 LET E=E+(SS(I)-S(I))^2
690 NEXT I
700 LET DR=SQR(E/(N-3))
710 LET DX=T*DR*SQR(A1(1,1))
720 LET DY=T*DR*SQR(A1(2,2))
730 LET DT=T*DR*SQR(A1(3,3))
740 LET FM=2*SQR((X(1,1)-X(2,1))^2/4+X(3,1)^2)
750 LET PDX1=(1+(X(1,1)-X(2,1))/FM)^2/4
760 LET PDY1=(1-(X(1,1)-X(2,1))/FM)^2/4
770 LET PDT1=(2*X(3,1)/FM)^2
780 LET D1=SQR(PDX1*DX^2+PDY1*DY^2+PDT1*DT^2)
790 LET PDX2=PDY1
800 LET PDY2=PDX1
810 LET PDT2=-PDT1
820 LET D2=SQR(PDX2*DX^2+PDY2*DY^2+PDT2*DT^2)
830 LET SFM=(X(1,1)-X(2,1))^2+4*X(3,1)^2
840 IF SFM<10-E THEN 1060
850 LET PDSX=(X(3,1)/SFM)^2
860 LET PDST=((X(1,1)-X(2,1))/SFM)^2
870 LET DA=SQR(PDSX*DX^2+PDSX*DY^2+PDST*DT^2)
880 LET DA=180/PI*DA
890 PRINT #6 "MAXIMUM PRICIPAL STRESS S1=";S1;" ERROR OF
    S1,D1=" D1
900 PRINT #6 "MINIMUM PRICIPAL STRESS S2=";S2;" ERROR OF
    S2,D2=" D2
910 PRINT #6 "THE ANGLE OF S1 TO X="; AN; "ERROR OF THE
    ANGLE OF S1="; DA
```

```
920  PRINT #6 "REGRESSION—CURVE"
930  FOR I=1 TO 19
940  LET J=(I-1)*10
950  LET FA=PI/180*J
960  LET SH=(S1+S2+2*(S1-S2)*COS(2*FA))/3
970  PRINT #6 J, SH
980  NEXT I
990  PRINT "DO YOU HAVE OTHER CONFITEMCE? PLEASE ANWSER
     YES OR NO"
1000 INPUT TT
1010 IF TT=YES THEN 700
1020 PRINT "DO YOU HAVE OTHER DATA TO COMPUT? PLEASE
     ASWSER YES OR NO"
1030 INPUT OTDA
1040 IF OTDA=YES GOTO 40
1050 PRINT #6 "END"
1060 END
```

二、由压磁地应力计读数计算三维地应力

1. 在固定坐标系 o-xyz 中，折算位移与地应力的关系

与二维地应力测量一样，为了求出一点的三维应力状态，同样需要进行多次测量，而且需要在多个互相正交的钻孔中测量，用最小二乘法进行处理，求出一组最可信赖的解

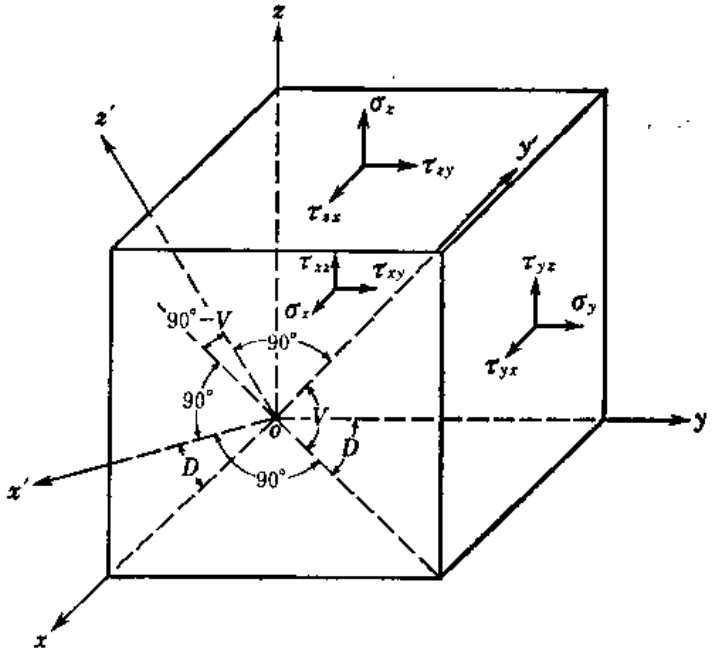


图 2.2.1 固定坐标系与钻孔坐标系

答。

为了计算方便，对于每一测量钻孔，规定一个钻孔坐标系 $o\text{-}x'y'z'$。坐标系 $o\text{-}x'y'z'$ 与固定坐标系 $o\text{-}xyz$ 的关系如图2.2.1所示。x'轴位于 xy 平面内，y 轴与钻孔轴重合，z' 轴按右手系规则相应取向。

由压磁应力计的读数通过率定曲线换算为“折算位移”●。在钻孔坐标系中，“折算位移” s 的表达式为：

$$s=\frac{Eu}{3a}=f'_1\sigma_{x'}+f'_2\sigma_{y'}+f'_3\sigma_{z'}+f'_6\tau_{x'z'} \tag{2.2.1}$$

对于平面应变问题

$$\left.\begin{aligned} f'_1&=\frac{1}{3}(1+2\cos 2\theta)(1-\nu^2)\\ f'_2&=-\frac{\nu}{3}\\ f'_3&=\frac{1}{3}(1-2\cos 2\theta)(1-\nu^2)\\ f'_6&=\frac{4}{3}\sin 2\theta(1-\nu^2)\end{aligned}\right\} \tag{2.2.2}$$

对于准平面应变问题

$$\left.\begin{aligned} f'_1&=\frac{1}{3}[1+2\cos 2\theta(1-\nu^2)]\\ f'_2&=-\frac{\nu}{3}\\ f'_3&=\frac{1}{3}[1-2\cos 2\theta(1-\nu^2)]\\ f'_6&=\frac{4}{3}\sin 2\theta\end{aligned}\right\} \tag{2.2.3}$$

对于平面应力问题

$$\left.\begin{aligned} f'_1&=\frac{1}{3}(1+2\cos 2\theta)\\ f'_2&=-\frac{\nu}{3}\\ f'_3&=\frac{1}{3}(1-2\cos 2\theta)\\ f'_6&=\frac{4}{3}\sin 2\theta\end{aligned}\right\} \tag{2.2.4}$$

$\sigma_{x'}$，$\sigma_{y'}$，$\sigma_{z'}$，$\tau_{x'z'}$分别为钻孔坐标系中的正应力和剪应力；θ 为测量直径与 x' 轴的夹角。

● 也可将“折算位移”称为“记录应力值”。

为了进行地应力的计算，需要将钻孔坐标系中的应力分量用固定坐标系中的应力分量来表示。固定坐标系通常取 x 轴指向东，y 轴向北，z 轴向上。

根据应力分量的坐标变换公式可以很方便地将式（2.2.1）中的钻孔坐标系中的应力分量换算成为固定坐标系中的应力分量。

应力分量的坐标变换公式如下[8]：

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_{x'} &= l_1^2\sigma_x + m_1^2\sigma_y + n_1^2\sigma_z + 2l_1m_1\tau_{xy} + 2m_1n_1\tau_{yz} + 2n_1l_1\tau_{zx}\\
\sigma_{y'} &= l_2^2\sigma_x + m_2^2\sigma_y + n_2^2\sigma_z + 2l_2m_2\tau_{xy} + 2m_2n_2\tau_{yz} + 2n_2l_2\tau_{zx}\\
\sigma_{z'} &= l_3^2\sigma_x + m_3^2\sigma_y + n_3^2\sigma_z + 2l_3m_3\tau_{xy} + 2m_3n_3\tau_{yz} + 2n_3l_3\tau_{zx}\\
\tau_{x'y'} &= l_1l_2\sigma_x + m_1m_2\sigma_y + n_1n_2\sigma_z + (l_1m_2 + l_2m_1)\tau_{xy}\\
&\quad + (m_1n_2 + m_2n_1)\tau_{yz} + (n_1l_2 + n_2l_1)\tau_{zx}\\
\tau_{y'z'} &= l_2l_3\sigma_x + m_2m_3\sigma_y + n_2n_3\sigma_z + (l_2m_3 + l_3m_2)\tau_{xy}\\
&\quad + (m_2n_3 + m_3n_2)\tau_{yz} + (n_2l_3 + n_3l_2)\tau_{zx}\\
\tau_{z'x'} &= l_1l_3\sigma_x + m_1m_3\sigma_y + n_1n_3\sigma_z + (l_1m_3 + l_3m_1)\tau_{xy}\\
&\quad + (m_1n_3 + m_3n_1)\tau_{yz} + (n_1l_3 + n_3l_1)\tau_{zx}
\end{aligned}\right\} \qquad (2.2.5)$$

式中 l_1、m_1、n_1 为钻孔坐标轴与固定坐标轴之间的方向余弦（见表2.2.1）。

表 2.2.1

方向余弦 / 固定坐标 / 钻孔坐标	x	y	z
x'	l_1	m_1	n_1
y'	l_2	m_2	n_2
z'	l_3	m_3	n_3

当钻孔的方位为 D，倾角为 V 时，

$$\begin{aligned}
l_1 &= \cos D\\
l_2 &= \cos V\sin D\\
l_3 &= -\sin V\sin D\\
m_1 &= -\sin D\\
m_2 &= \cos V\cos D\\
m_3 &= -\sin V\cos D\\
n_1 &= 0\\
n_2 &= \sin V\\
n_3 &= \cos V
\end{aligned}$$

式（2.2.5）也可以简单地表示为矩阵的形式：

$$\{\sigma'\} = [l]\{\sigma\}[l]^T \qquad (2.2.6)$$

$$[l] = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1\\ l_2 & m_2 & n_2\\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix},\quad \{\sigma'\} = \begin{Bmatrix} \sigma'_x\\ \sigma'_y\\ \sigma'_z\\ \tau'_{xy}\\ \tau'_{yz}\\ \tau'_{zx} \end{Bmatrix},\quad \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_z\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yz}\\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}$$

通式（2.2.1）及（2.2.5）可将“折算位移”与固定坐标系中的应力分量的关系表示如下：

$$s=[C']\{\sigma\} \tag{2.2.7}$$

$$\left.\begin{aligned}
&[C']=[C'_1C'_2C'_3C'_4C'_5C'_6]\\
&C'_1=f'_1l_1^2+f'_2l_2^2+f'_3l_3^2+f'_6l_1l_3\\
&C'_2=f'_1m_1^2+f'_2m_2^2+f'_3m_3^2+f'_6m_1m_3\\
&C'_3=f'_1n_1^2+f'_2n_2^2+f'_3n_3^2+f'_6n_1n_3\\
&C'_4=2f'_1l_1m_1+2f'_2l_2m_2+2f'_3l_3m_3+f'_6(l_1m_3+l_3m_1)\\
&C'_5=2f'_1m_1n_1+2f'_2m_2n_2+2f'_3m_3n_3+f'_6(m_1n_3+m_3n_1)\\
&C'_6=2f'_1n_1l_1+2f'_2n_2l_2+2f'_3n_3l_3+f'_6(n_1l_3+n_3l_1)
\end{aligned}\right\} \tag{2.2.8}$$

2．应力分量的最小二乘方解答

若在n个不同钻孔中进行总和N次测量，则可得到一组“折算位移”s_k，

$$k=1,\ 2,\ \cdots N,\ (N\geqslant 6)$$

仿照平面应力测量中的最小二乘方方法，可由下列方程组得到应力分量的最小二乘方解答：

$$[A]\{\sigma\}=\{G\} \tag{2.2.9}$$

式中：

$$\left.\begin{aligned}
&[A]=[a_{ij}]\text{为方程组的系数矩阵}\\
&\{G\}=\{g_i\}
\end{aligned}\right\} \tag{2.2.10}$$

$$\left.\begin{aligned}
a_{ij}&=\sum_{k=1}^{N}C'_{ik}C'_{jk}\\
g_i&=\sum_{k=1}^{N}s_kC'_{ik}
\end{aligned}\right\} \tag{2.2.11}$$

对于每一个“折算位移”都对应着一组$C'_i(i=1,\ 2,\ \cdots 6)$，他们的具体表达式为式(2.2.8)。

3．主应力大小和方向的计算

（1）求主应力大小

由弹性理论可知，在求得了一点的六个应力分量后，该点的三个主应力是下述一元三次方程的三个根：

$$\sigma^3+3q_1\sigma^2+3q_2\sigma+q_3=0 \tag{2.2.12}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}
q_1&=-\frac{(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)}{3}\\
q_2&=\frac{(\sigma_x\sigma_y+\sigma_y\sigma_z+\sigma_z\sigma_x-\tau_{xy}^2-\tau_{yz}^2-\tau_{zx}^2)}{3}\\
q_3&=-\sigma_x\sigma_y\sigma_z-2\tau_{xy}\tau_{zx}+\sigma_x\tau_{yz}^2+\sigma_y\tau_{zx}^2+\sigma_z\tau_{xy}^2\\
q_4&=(q_1^2-q_2)^{1/2}\\
q_5&=-q_1^3+\frac{(3q_1q_2-q_3)}{2}
\end{aligned}\right\} \tag{2.2.13}$$

$$\cos 3A=\pm\frac{q_5}{q_4^3}$$

三个主应力为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1&=-q_1\pm 2q_4\cos A\\ \sigma_2&=-q_1\pm 2q_4\cos\left(A+\frac{2}{3}\pi\right)\\ \sigma_3&=-q_1\pm 2q_4\cos\left(A+\frac{4}{3}\pi\right)\end{aligned}\right\}\qquad(2.2.14)$$

式中 q_5 为正则取正号，q_5 为负则取负号。

（2）求主应力的方向余弦

主应力 $\sigma_i(i=1,\ 2,\ 3)$ 的方向余弦 L_i、M_i、N_i 由下述方程决定：

$$\left.\begin{aligned}&(\sigma_i-\sigma_x)L_i-\tau_{xy}M_i-\tau_{xz}N_i=0\\ &-\tau_{yz}L_i+(\sigma_i-\sigma_y)M_i-\tau_{yz}N_i=0\\ &-\tau_{zx}L_i-\tau_{zy}M_i+(\sigma_i-\sigma_z)N_i=0\\ &L_i^2+M_i^2+N_i^2=1\end{aligned}\right\}\qquad(2.2.15)$$

式（2.2.15）中的前三个方程，可用齐次方程组的解法解之。假设九个子行列式中至少有一个不为零，设

$$\begin{vmatrix}\sigma_i-\sigma_x & -\tau_{xy}\\ -\tau_{yz} & \sigma_i-\sigma_y\end{vmatrix}\neq 0$$

则将前两个方程移项得：

$$L_i=\frac{\begin{vmatrix}\tau_{zx} & -\tau_{xy}\\ \tau_{yz} & \sigma_i-\sigma_y\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}\sigma_i-\sigma_x & -\tau_{xy}\\ -\tau_{yx} & \sigma_i-\sigma_y\end{vmatrix}}N_i$$

$$M_i=\frac{\begin{vmatrix}\sigma_i-\sigma_x & \tau_{zx}\\ -\tau_{yz} & \tau_{yz}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}\sigma_i-\sigma_x & -\tau_{xy}\\ -\tau_{yx} & \sigma_i-\sigma_y\end{vmatrix}}N_i$$

将 L_i、M_i 代入式（2.2.15）中的第四个关系式，并将六个应力分量用 $b_i(b_1=\sigma_x,\ b_2=\sigma_y,\ b_3=\sigma_z,\ b_4=\tau_{xy},\ b_5=\tau_{yz},\ b_6=\tau_{zx})$ 表示，最后有：

$$\left.\begin{aligned}L_i&=\frac{D_{xi}}{G_i}\\ M_i&=\frac{D_{yi}}{G_i}\\ N_i&=\frac{D_{zi}}{G_i}\end{aligned}\right\}\qquad(2.2.16)$$

式中：

$$\left.\begin{aligned}D_{xi}&=b_4b_5-b_2b_6+\sigma_ib_6\\ D_{yi}&=b_4b_6+\sigma_ib_5-b_1b_5\\ D_{zi}&=b_1b_2-b_1\sigma_i-b_2\sigma_i+\sigma_i^2-b_4^2\\ G_i&=(D_{x_i}^2+D_{y_i}^2+D_{z_i}^2)^{1/2}\end{aligned}\right\}\qquad(2.2.17)$$

对于多个子行列式同时不为零的情况，应选择包含绝对值最大的子行列式的两个齐次

方程和第四个关系式联立求解，这样解的结果误差最小。

（3）求主应力的方位角、倾角

设主应力 $\sigma_i(i=1, 2, 3)$ 的方位角为W_i，倾角为T_i，则有：

$$\left.\begin{aligned} L_i &= \cos T_i \sin W_i \\ M_i &= \cos T_i \cos W_i \\ N_i &= \sin T_i \end{aligned}\right\} \tag{2.2.18}$$

由此得：

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} W_i &= \frac{L_i}{M_i} \\ \sin T_i &= N_i \end{aligned}\right\} \tag{2.2.19}$$

从式（2.2.19）可求得W_i，T_i，为了便于计算机计算，我们讨论如下：

$$\left.\begin{aligned} &\text{当}\quad |M_i| \leqslant \delta \text{ 且 } L_i > 0 \text{ 时，}\quad W_i = \frac{\pi}{2}; \\ &\text{当}\quad |M_i| \leqslant \delta \text{ 且 } L_i < 0 \text{ 时，}\quad W_i = -\frac{\pi}{2}; \\ &\text{当}\quad |M_i| > \delta \text{ 且 } M_i > 0 \text{ 时，}\quad W_i = \operatorname{tg}^{-1}\frac{L_i}{M_i}; \\ &\text{当}\quad |M_i| > \delta \text{ 且 } M_i < 0 \text{ 时，}\quad W_i = \pi + \operatorname{tg}^{-1}\frac{L_i}{M_i}; \end{aligned}\right\} \tag{2.2.20}$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{当}\quad ||N_i|-1| \leqslant \delta \text{ 且 } N_i > 0 \text{ 时，}\quad T_i = \frac{\pi}{2}; \\ &\text{当}\quad ||N_i|-1| \leqslant \delta \text{ 且 } N_i < 0 \text{ 时，}\quad T_i = -\frac{\pi}{2} \\ &\text{当}\quad ||N_i|-1| > \delta \text{ 且 } N_i > 0 \text{ 时，}\quad T_i = \sin^{-1}(|N_i|); \\ &\text{当}\quad ||N_i|-1| > \delta \text{ 且 } N_i < 0 \text{ 时，}\quad T_i = -\sin^{-1}(|N_i|)。 \end{aligned}\right\} \tag{2.2.21}$$

δ 为规定的一个小量，例如可令 $\delta = 10^{-5}$。

4. 误差计算

（1）六个应力分量的误差

由误差理论可知，总和测量的均方根误差为：

$$P_N = \sqrt{\frac{\sum_1^N e_i^2}{(N-p)}} \tag{2.2.22}$$

其中e_i为剩余误差，N为测量总次数，p为未知数数目，这里 $p=6$。

应力分量 $b_i(i=1, 2, 3\cdots6)$ 的均方根误差P_i为

$$P_i = P_N (c_{ii})^{1/2} \tag{2.2.23}$$

其中c_{ii}为式（2.2.10）中a_{ij}的逆阵之对角线元素。

与某种可信度系数T_N(T_N为所要求的可信度和自由度$(N-p)$的“学生”t的表列值)相对应的误差为：

$$\Delta b_i = P_N T_N (c_{ii})^{1/2} \tag{2.2.24}$$

（2）主应力大小的误差

为求主应力大小的误差，我们首先将三个坐标轴分别转到主应力 σ_1、σ_2，σ_3 方向而变换成新的坐标系。在新坐标系中，三个正应力分别等于三个主应力而三个剪应力均为零，因此可以用求应力分量误差的方法来求主应力的误差。

在新坐标系中，每个钻孔的坐标系 o-$x'y'z'$ 变为 o-$x''y''z''$ 系统（图 2.2.2），x''、y''、z'' 轴相对新坐标系的方向余弦由式(2.2.25)给出：

$$\left.\begin{aligned}
l_1' &= \cos D' \\
l_2' &= \cos V' \sin D' \\
l_3' &= -\sin V' \sin D' \\
m_1' &= -\sin D' \\
m_2' &= \cos V' \cos D' \\
m_3' &= -\sin V'' \cos D' \\
n_1' &= 0 \\
n_2' &= \sin V' \\
n_3' &= \cos V'
\end{aligned}\right\} \qquad (2.2.25)$$

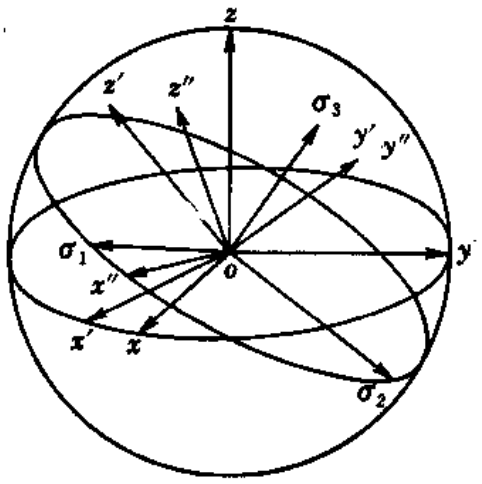


图 2.2.2 坐标系的变换

o-xyz—原坐标系；o-$\sigma_1\sigma_2\sigma_3$—新坐标系；o-$x'y'z'$—相对于原坐标系的钻孔坐标系；o-$x''y''z''$—相对于新坐标系的钻孔坐标系

式中的 l_2'、m_2'、n_2' 即为钻孔相对新坐标系的方向余弦，它们又可由下式求出：

$$\left.\begin{aligned}
l_2' &= l_2L_1 + m_2M_1 + n_2N_1 \\
m_2' &= l_2L_2 + m_2M_2 + n_2N_2 \\
n_2' &= l_2L_3 + m_2M_3 + n_2N_3
\end{aligned}\right\} \qquad (2.2.26)$$

钻孔在新坐标系中的方位角 D' 和倾角 V' 可用求主应力的方位角和倾角的方法求出。即

$$D' = \mathrm{tg}^{-1}\frac{l_2'}{m_2'}$$

$$V' = \sin^{-1} n_2'$$

在变换后的坐标系中，每次直径测量方向与 x'' 轴的夹角 α' 为：

$$\alpha' = \alpha - \gamma \qquad (2.2.27)$$

γ 为 x' 和 x'' 轴的夹角，可用求主应力方位角的方法给出：

$$\mathrm{tg}\gamma = \frac{l_1'l_3'' + m_1'm_3'' + n_1'n_3''}{l_1'l_1'' + m_1'm_1'' + n_1'n_1''} \qquad (2.2.28)$$

其中的 l_1''、m_1''、n_1''、l_3''、m_3''、n_3'' 为钻孔在原坐标系中的 x'、z' 轴相对新坐标系的方向余弦：

$$\left.\begin{aligned}
l_1'' &= l_1L_1 + m_1M_1 + n_1N_1 \\
m_1'' &= l_1L_2 + m_1M_2 + n_1N_2 \\
n_1'' &= l_1L_3 + m_1M_3 + n_1N_3 \\
l_3'' &= l_3L_1 + m_3M_1 + n_3N_1 \\
m_3'' &= l_3L_2 + m_3M_2 + n_3N_2 \\
n_3'' &= l_3L_3 + m_3M_3 + n_3N_3
\end{aligned}\right\} \qquad (2.2.29)$$

根据坐标变换后新的参数，重复前述步骤，即可算出新的应力分量（即主应力）及其误差。

主应力系由六个应力分量计算而得出的。由于六个应力分量的误差引起了主应力的误差，因此也可以根据误差传播定律计算主应力的误差，代替上述的方法。

（3）主应力方向余弦的误差

如前述，主应力方向余弦L_i、M_i、N_i的计算通过求解齐次方程组进行（式2.2.15）。而因齐次方程组的求解方法不是唯一的，故L_i、M_i、N_i的误差也随之不同（当b_1、b_2……b_6，σ_i的误差已定）。为了使其误差最小，应选择包含绝对值最大的子行列式的两个齐次方程与第四个关系式联立求解，方向余弦的误差也应通过相应的公式计算。下面分三种情况讨论。

第一种情况：由第一、二个齐次方程和第四个关系式联立求解。

此种情况前面已进行过计算（式2.2.16，2.2.17）。

由误差传播定律可知：主应力方向余弦的误差ΔL_i、ΔM_i、ΔN_i为

$$\Delta L_i=\sqrt{\left(\frac{\partial L_i}{\partial b_1}\right)^2\Delta b_1^2+\left(\frac{\partial L_i}{\partial b_2}\right)^2\Delta b_2^2+\cdots+\left(\frac{\partial L_i}{\partial b_6}\right)^2\Delta b_6^2+\left(\frac{\partial L_i}{\partial \sigma_i}\right)^2\Delta\sigma_i^2}$$

$$\Delta M_i=\sqrt{\left(\frac{\partial M_i}{\partial b_1}\right)^2\Delta b_1^2+\left(\frac{\partial M_i}{\partial b_2}\right)^2\Delta b_2^2+\cdots+\left(\frac{\partial M_i}{\partial b_6}\right)^2\Delta b_6^2+\left(\frac{\partial M_i}{\partial \sigma_i}\right)^2\Delta\sigma_i^2}$$

$$\Delta N_i=\sqrt{\left(\frac{\partial N_i}{\partial b_1}\right)^2\Delta b_1^2+\left(\frac{\partial N_i}{\partial b_2}\right)^2\Delta b_2^2+\cdots+\left(\frac{\partial N_i}{\partial b_6}\right)^2\Delta b_6^2+\left(\frac{\partial N_i}{\partial \sigma_i}\right)^2\Delta\sigma_i^2}$$

（2.2.30）

其中各偏导数为：

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_1}=\frac{D_x[b_5D_y-(b_2-\sigma_i)D_x]}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_2}=\frac{D_xD_z(\sigma_i-b_1)-b_6(D_y^2+D_z^2)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_3}=0$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_4}=\frac{b_5(D_y^2+D_z^2)-D_x(D_yb_6-2D_zb_4)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_5}=\frac{b_4(D_y^2+D_z^2)-D_xD_y(\sigma_i-b_1)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_6}=\frac{(\sigma_i-b_2)(D_y^2+D_z^2)-D_xD_yb_4}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial \sigma_i}=\frac{b_6(D_y^2+D_z^2)-D_x[D_yb_5+D_z(2\sigma_i-b_1-b_2)]}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_1}=\frac{D_yD_z(\sigma_i-b_2)-b_5(D_x^2+D_z^2)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_2}=\frac{D_y[D_xb_6-D_z(b_1-\sigma_i)]}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_3}=0$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_4}=\frac{b_6(D_x^2+D_z^2)-D_y(b_5D_x-2b_4D_z)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_5}=\frac{(\sigma_i-b_1)(D_x^2+D_z^2)-D_xD_yb_4}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_6}=\frac{b_4(D_x^2+D_z^2)-D_xD_y(\sigma_i-b_2)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial \sigma_i}=\frac{b_5(D_x^2+D_z^2)-D_y[D_xb_5+D_z(2\sigma_i-b_1-b_2)]}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_1}=\frac{(b_2-\sigma_i)(D_x^2+D_y^2)+D_yD_zb_5}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_2}=\frac{(b_1-\sigma_i)(D_x^2+D_y^2)+D_xD_zb_6}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_3}=0$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_4}=\frac{-2b_4(D_z^2+D_y^2)-D_z(D_xb_5+D_yb_6)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_5}=\frac{D_z[(b_1-\sigma_i)D_y-b_4D_x]}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_6}=\frac{D_z[(b_2-\sigma_i)D_x-b_4D_y]}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \sigma_i}=\frac{(2\sigma_i-b_1-b_2)(D_x^2+D_y^2)-D_z(D_xb_6+D_yb_5)}{G_i^3}$$

第二种情况：由第二、三个齐次方程和第四个关系式联立求解。

$$\left.\begin{aligned}
&L_i=\frac{D_{xi}}{G_i}\\
&M_i=\frac{D_{yi}}{G_i}\\
&N_i=\frac{D_{zi}}{G_i}\\
&D_{xi}=\sigma_i^2-b_2\sigma_i-b_3\sigma_i+b_2b_3-b_6^2\\
&D_{yi}=b_5b_6+\sigma_ib_4-b_3b_4\\
&D_{zi}=b_4b_5+\sigma_ib_6-b_2b_6\\
&G_i=(D_{x\,i}^2+D_{y\,i}^2+D_{z\,i}^2)^{1/2}
\end{aligned}\right\}\qquad(2.2.31)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_1}=0$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_2}=\frac{(b_3-\sigma_i)(D_y^2+D_z^2)+D_xD_zb_6}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_3}=\frac{(b_2-\sigma_i)(D_y^2+D_z^2)+D_xD_yb_4}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_4}=D_x\frac{D_y(b_3-\sigma_i)-D_zb_5}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_5}=-\frac{2b_5(D_y^2+D_z^2)+D_x(D_yb_6+D_xb_4)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_6}=\frac{D_x[D_x(b_2-\sigma_i)-D_yb_5]}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial \sigma_i}=\frac{(2\sigma-b_2-b_3)(D_y^2+D_z^2)-D_x(D_yb_4+D_zb_6)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_1}=0$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_2}=\frac{D_y[D_xb_6+D_x(\sigma_i-b_3)]}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_3}=\frac{D_xD_y(\sigma_i-b_2)-b_4(D_x^2+D_z^2)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_4}=\frac{(\sigma_i-b_3)(D_x^2+D_z^2)-D_yD_xb_5}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_5}=\frac{b_6(D_x^2+D_z^2)+D_y(2D_xb_5-D_zb_4)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_6}=\frac{b_5(D_x^2+D_z^2)+D_xD_x(b_2-\sigma_i)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial \sigma_i}=\frac{b_4(D_x^2+D_z^2)-D_y[D_x(2\sigma_i-b_2-b_3)+D_xb_6]}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_1}=0$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_2}=\frac{D_xD_x(\sigma_i-b_3)-b_6(D_x^2+D_y^2)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_3}=\frac{D_xD_x(\sigma_i-b_2)+D_yb_4}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_4}=\frac{b_5(D_x^2+D_y^2)+D_yD_x(b_3-\sigma_i)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_5}=\frac{b_4(D_x^2+D_y^2)+D_x(2D_xb_5-D_yb_6)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_6}=\frac{(\sigma_i-b_2)(D_x^2+D_y^2)-D_yD_xb_5}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \sigma_i}=\frac{b_6(D_x^2+D_y^2)-D_x[D_x(2\sigma_i-b_2-b_3)+D_yb_4]}{G_i^3}$$

再将各偏导数代入式（2.2.30），求出ΔL_i，ΔM_i，ΔN_i。

第三种情况：由第一、三个齐次方程和第四个关系式联立求解。

$$\left.\begin{aligned}
L_i &= \frac{D_{xi}}{G_i}\\
M_i &= \frac{D_{yi}}{G_i}\\
N_i &= \frac{D_{zi}}{G_i}\\
D_{xi} &= b_3b_4 - \sigma_i b_1 - b_5b_6\\
D_{yi} &= b_6^2 - \sigma_i^2 + b_1\sigma_i + b_3\sigma_i - b_1b_3\\
D_{zi} &= b_1b_5 - \sigma_i b_5 - b_4b_6\\
G_i &= (D_{xi}^2 + D_{yi}^2 + D_{zi}^2)^{1/2}
\end{aligned}\right\} \qquad (2.2.32)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_1} = \frac{D_x[D_y(b_3-\sigma_i) - D_xb_5]}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_2} = 0$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_3} = \frac{b_4(D_y^2+D_z^2) + D_xD_y(b_1-\sigma_i)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_4} = \frac{(b_3-\sigma_i)(D_y^2+D_z^2) + D_xD_zb_6}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_5} = \frac{D_zD_x(\sigma_i-b_1) - b_6(D_y^2+D_z^2)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial b_6} = \frac{D_x(D_zb_4-2D_yb_6) - b_5(D_y^2+D_z^2)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial \sigma_i} = \frac{D_x[D_zb_5 - D_y(b_1+b_3-2\sigma_i)] - b_4(D_y^2+D_z^2)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_1} = \frac{(\sigma_i-b_3)(D_x^2+D_z^2) - D_yD_xb_5}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_2} = 0$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_3} = \frac{(\sigma_i-b_1)(D_x^2+D_z^2) - D_xD_yb_4}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_4} = \frac{D_y[D_xb_6 + D_x(\sigma_i-b_3)]}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_5} = \frac{D_y[D_xb_6 + D_z(\sigma_i-b_1)]}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial b_6} = \frac{2b_6(D_x^2+D_z^2) + D_y(D_xb_5 + D_zb_4)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial \sigma_i}=\frac{(b_1+b_3-2\sigma_i)(D_x^2+D_x^2)+D_y(D_xb_4+D_xb_5)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_1}=\frac{b_5(D_x^2+D_y^2)+D_yD_x(b_3-\sigma_i)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_2}=0$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_3}=\frac{D_x[D_y(b_1-\sigma_i)-D_xb_4]}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_4}=\frac{D_xD_x(\sigma_i-b_3)-b_6(D_x^2+D_y^2)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_5}=\frac{(b_1-\sigma_i)(D_x^2+D_y^2)+D_xD_xb_6}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_6}=\frac{D_x(D_xb_5-2D_yb_6)-b_4(D_x^2+D_y^2)}{G_i^3}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \sigma_i}=\frac{D_x[D_xb_4-D_y(b_1+b_3-2\sigma_i)]-b_5(D_x^2+D_y^2)}{G_i^3}$$

将以上各偏导数代入式(2.2.30)，求出ΔL_i、ΔM_i、ΔN_i。

（4）主应力方位角的误差

主应力方位角的误差 ΔW_i 由公式 $\mathrm{tg}W_i=\frac{L_i}{M_i}$ 决定。

设
$$f=\mathrm{tg}W_i-\frac{L_i}{M_i}=0$$

从隐函数微分法可知：

$$\frac{\partial W_i}{\partial L_i}=-\frac{\frac{\partial f}{\partial L_i}}{\frac{\partial f}{\partial W_i}}=\frac{M_i}{L_i^2+M_i^2}$$

$$\frac{\partial W_i}{\partial M_i}=-\frac{\frac{\partial f}{\partial M_i}}{\frac{\partial f}{\partial W_i}}=-\frac{L_i}{L_i^2+M_i^2}$$

$$\Delta W_i=\sqrt{\left(\frac{\partial W_i}{\partial L_i}\right)^2\Delta L_i^2+\left(\frac{\partial W_i}{\partial M_i}\right)^2\Delta M_i^2}$$

当$|M_i|\leqslant\delta$时可按$M_i=0$的情况考虑，此时，

$$\mathrm{ctg}W_i=\frac{M_i}{L_i}\text{ 且 }\mathrm{ctg}(W_i+\Delta W_i)=\frac{M_i+\Delta M_i}{L_i+\Delta L_i}\qquad(2.2.33)$$

将式（2.2.33）左端按泰勒级数展开，取其前三项：

$$\mathrm{ctg}(W_i+\Delta W_i)=\mathrm{ctg}W_i-\Delta W_i\frac{1}{\sin^2W_i}+(\Delta W_i)^2\cdot\frac{\cos W^2}{\sin^3W_i}$$

$$=\frac{M_i+\Delta M_i}{L_i\Delta L_i}$$

将上式加以整理并代入$M_i=0$，有：

$$\Delta W_i=-\frac{\Delta M_i}{L_i+\Delta L_i} \tag{2.2.34}$$

（5）主应力倾角的误差ΔT_i

由式（2.2.19）可知，主应力的倾角$T_i(i=1, 2, 3)$由公式$\sin T_i=N_i$决定，故

$$\Delta T_i=\frac{dT}{dN}\Delta N_i=\frac{\Delta N_i}{\cos T_i} \tag{2.2.35}$$

当$|\,|N_i|-1|\leqslant\delta$时，可按$|N_i|=1$的情况考虑。此时

$$\sin(T_i+\Delta T_i)=N_i+\Delta N_i \tag{2.2.36}$$

将左端项按泰勒级数展开取前三项：

$$\sin(T_i+\Delta T_i)=\sin T_i+\Delta T_i\cos T_i-\frac{(\Delta T_i)^2}{2}\sin T_i$$

$$=N_i+\Delta N_i$$

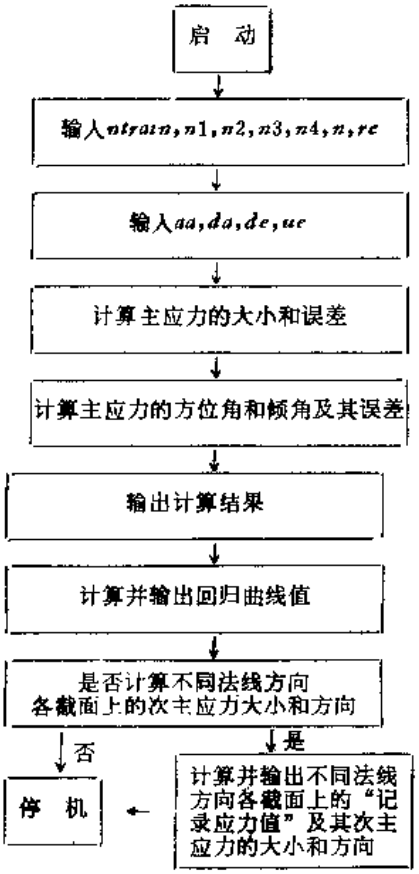
将$|N_i|=1$及$\cos T_i=0$，$\sin T=\pm1$代入上式并整理，有：

$$\Delta T_i=\sqrt{2|\Delta N_i|} \tag{2.2.37}$$

5．计算三维地应力的电子计算机程序（FORTRAN 77语言）

本程序除了计算主应力数值，方向、倾角以及它们的误差以外，还可以计算各截面的“折算位移”及各截面上的次主应力。

（1）程序框图



（2）标识符说明

进行空间应力场测量工作，至少要在非平行的三个方向上打三个（或三个以上）测量孔。该源程序可用于四个测量孔的情况，如果只有三个测量孔，那末第4孔的数据(n_4)填零，计算仍能正常进行。

n_1，n_2，n_3，n_4—分别为1、2、3、4号测量孔中每孔实际测量的次数；

n—为测量孔的总数；

re—为测点处岩石的泊松比；

aa—为测量孔的方位角。x 轴向东，y 轴向北，顺时针方向与正北的夹角(图2.2.4)；

da—为测量孔的倾角，即与水平面的夹角，水平面以上为正（图2.2.4)；

de—每次测量的方向。在垂直孔中，x 轴向东，y 轴向北；在水平孔或斜孔中，x 轴为水平，y 轴垂直，角度逆时针为正（图2.2.5)；

ue—与每次测量的方向相对应的“记录应力值”。

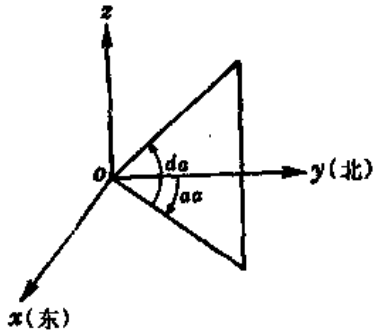


图 2.2.3 测量孔（钻孔）的方位与倾角的规定

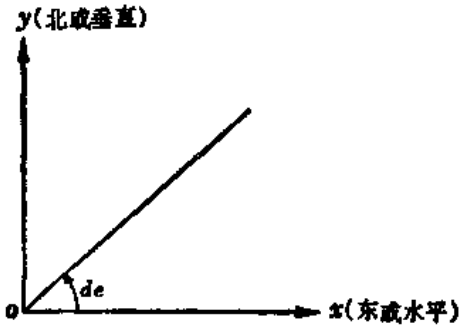


图 2.2.4 测量方向的规定

（3）输入数据

```
read (5,1000) ntrain, n1, n2, n3, n4, n, re
1000  format (6i2, f4.2)
```

ntrain＝0时，按平面应力计算

ntrain＝1时，按平面应变计算

```
read (5,1001) (aa(i), i=1,n)
read (5,1001) (da(i), i=1,n)
read (5,1002) (de(i), i=1,nn)
read (5,1002) (ue(i), i=1,nn)
1001  format(4f6.1)
1002  format(45f6.1)
```

当屏幕上显示 INPUT＝ZZZ-NSUM-NCURVE时，直接由键盘上输入可信度系数ZZZ的值以及NSUM和NCURVE的值。

NSUM＝1　　为需要计算不同可信度下的误差；

NSUM＝0　　不需要计算不同可信度下的误差；

NCURVE＝1　计算并打印出由已求出的应力椭球，推算不同走向和倾角的断面的测孔中的“记录应力值”(从10度至180度每隔10度打印一个值)，及其断面中的应力状态(次最大主应力值及其方向和次最小主应力值)。

NCURVE＝0　时不进行上述这项计算及输出

注意：*aa*，*da*，*de*，*ue* 数组中的先后填写顺序应与 n_1，n_2，n_3，n_4 测孔排列的顺序一致。

（4）主要输出数据

SIGMX，SIGMY，SIGMZ，TOUXY，TOUYZ，TOUZX分别为空间应力状态的六个应力分量 σ_x，σ_y，σ_z，τ_{xy}，τ_{yz}，τ_{zx}；

ZZZ 为可信度系数；

STRESS(*s*(1)，*s*(2)，*s*(3))—分别为最大主应力值、中间主应力值、最小主应力值；

ERROR(*dd*(1)，*dd*(2)，*dd*(3))—分别为最大主应力值、中间主应力值和最小主应力值的误差；

AZIMUTH-ANGLE(*dw*(1)，*dw*(2)，*dw*(3))—分别为最大、中间和最小主应力轴的方位角；

ERROR(*aad*(1)，*aad*(2)，*aad*(3))—分别为最大、中间和最小主应力轴的方位角的误差；

DIP-ANGLE(*dt*(1)，*dt*(2)，*dt*(3))—分别为最大、中间和最小主应力轴的倾角；

ERROR(*dad*(1)，*dad*(2)，*dad*(3))—分别为最大、中间和最小主应力轴的倾角的误差；

最后，对于每个测孔计算回归曲线值，并打印出来，即从10度至180度每隔10度打印一个相对应的“记录应力值”，同时求出与孔轴垂直的平面内的次最大主应力值和次最小主应力值以及它们的方向。

（5）三维应力计算的源程序

```
C     PROGRAM TS (THREE-DIMENSIONAL STRESS)
      DIMENSION  A(6,6), B(6), Q(6), AM(6,6), AA(4),DA(4),C(6,40),
                 DE(40),UE(40),S(3),SL(3),SM(3),SN(3),EP(3),R(3),
                 G(3), H(3), DL(3), DM(3), DN(3), DW(3), DT(3),
                 BW(3), QQ(3), RLD(3), GMD(3), HND(3), DD(3),
                 AAD(3), DAD(3), D(6), SB(6), PD(6), RD(6), RRD
                 (3,6), RS(18), Z(4), RL(3), RM(3), RN(3), BG(3),
                 Y(3,3),CA(3,18),CC(3,3), GGD(3,6), HHD(3,6), WD
                 (3,6), TD(3,6), SD(3,6), EPD(3,6),ELD(3),EMD(3),
                 EHD(3), L(6)
      OPEN(5,FILE='FO2', STATUS='OLD', ACCESS='SEQUENTIAL',
                   FORM='FORMATTED')
      READ(5,1000) NTRAIN, N1, N2, N3, N4, N, RE
1000  FORMAT(6I2, F4.2)
      OPEN(6, FILE='/DEV/LP')
      WRITE(6,2000) NTRAIN, N1, N2, N3, N4, N, RE
2000  FORMAT   (1H0, 15X, 47 HRESULTS-OF-THREE-DIMENSIONAL-
```

```
                STRESS-MEASUREMENT//1HO, 10X, 7HSTRAIN=,
                I2/1H0, 10X, 3HN1=, I2,6X,3HN2=,I2,6X, 3HN3=,
                I2, 6X, 3HN4=, I2, 6X, 2HN=, I2, 6X, 3HRE=,
                F4.2/)
      NN=N1+N2+N3+N4
      F2=-RE
      READ(5,1001)  (AA(I), I=1, N)
      READ(5,1001)  (DA(I), I=1, N)
      READ(5,1002)  (DE(I), I=1, NN)
      READ(5,1002)  (UE(I), I=1, NN)
1001  FORMAT (4F6.1)
1002  FORMAT (35F6.1)
      WRITE(6,2001)
2001  FORMAT(1H0, 20X, 2HAA, 20X, 2HDA/)
      DO  111  I=1, N
      WRITE(6,2011) AA(I), DA(I)
2011  FORMAT (1H 0, 2F22.1/)
111   CONTINUE
      WRITE(6,2002)
2002  FORMAT(1H 0, 10X,1HN, 20X, 2HDE, 20X, 2HUE/)
      DO 300 I=1, NN
      WRITE(6, 2003) I, DE(I), UE(I)
2003  FORMAT (1H 0, I11, 2F22.2/)
300   CONTINUE
      DO 100 I=1,6
      B(I)=0
      DO 100 J=1,6
100   A (I,J)=0
      MM=1
      PI=3.141592653
10    CONTINUE
      IF (MM.EQ.1) THEN
      NR=N1
      NM=1
      ELSE
      IF (MM.EQ.2) THEN
      NR=N1+N2
      NM=N1+1
```

```
      ELSE
      IF (MM.EQ.3) THEN
      NR=N1+N2+N3
      NM=N1+N2+1
      ELSE
      NR=NN
      NM=N1+N2+N3+1
      ENDIF
      ENDIF
      ENDIF
      WRITE(*,3033) NM, NR
3033  FORMAT(3HNM=, I2, 3HNR=, I2)
      GAA=PI/180*AA(MM)
      GDA=PI/180*DA(MM)
      R1=COS(GAA)
      G1=-SIN(GAA)
      H1=0.0
      R2=COS(GDA)*SIN(GAA)
      G2=COS(GDA)*COS(GAA)
      H2=SIN (GDA)
      R3=SIN(GDA)*SIN(GAA)
      G3=SIN(GDA)*COS(GAA)
      H3=-COS(GDA)
      DO 200 I=NM, NR
      DDE=PI/180*DE(I)
      F1=1+2*COS (2*DDE)
      F3=2-F1
      F4=4*SIN(2*DDE)
      IF(NTRAIN.EQ.1) THEN
      F1=F1*(1-RE*RE)
      F3=F3*(1-RE*RE)
      F4=F4*(1-RE*RE)
      ENDIF
      C(1,I)=F1*R1*R1+F2*R2*R2+F3*R3*R3+F4*R1*R3
      C(2,I)=F1*G1*G1+F2*G2*G2+F3*G3*G3+F4*G1*G3
      C(3,I)=F1*H1*H1+F2*H2*H2+F3*H3*H3+F4*H1*H3
      C(4,I)=2*F1*R1*G1+2*F2*R2*G2+2*F3*R3*G3+F4*(R1*
     1    G3+R3*G1)
      C(5,I)=2*F1*G1*H1+2*F2*G2*H2+2*F3*G3*H3+F4*(G1*
```

```
          H3+G3*H1)
      C(6,I)=2*F1*H1*R1+2*F2*H2*R2+2*F3*H3*R3+F4*(H1*
          R3+H3*R1)
      DO 200 J=1,6
      B(J)=B(J)+3*C(J,I)*UE(I)
      DO 200 K=J,6
      A(J,K)=A(J,K)+C(J,I)*C(K,I)
      A(K,J)=A(J,K)
200   CONTINUE
      MM=MM+1
      IF(MM.LE.N) GOTO 10
      WRITE(6,2033)
2033  FORMAT(1H0, 10X, 2HA=, 60X, 2HG=)
      WRITE(6,2004) ((A(I,J), J=1,6), B(I), I=1,6)
2004  FORMAT(1H0, 6E11.4, E12.4/)
      DO 600 I=1,6
      DO 600 J=1,6
600   AM(I,J)=A(I,J)
      CALL INVER(6,A,1.0E-20,ISW,SB, Q, L)
      DO 700 I=1,6
700   Q(I)=A(I,I)
      CALL GS (6, AM,B,1.0E-20,ISW)
      IF(ISW.EQ.0)THEN
      WRITE(*,5005)
5005  FORMAT (1H1, 5HISW=0)
      STOP
      ENDIF
      WRITE(6,2005)
2005  FORMAT(1H0,10X, 3HQ11, 10X, 3HQ22, 10X, 3HQ33,10X, 3HQ44,
      10X, 3HQ55, 10X, 3HQ66/)
      WRITE(6,2006)(Q(I), I=1, 6)
2006  FORMAT(1H0,6E13.4/)
      WRITE(6,2007)
2007  FORMAT(1H0,8X, 5HSIGMX, 8X, 5HSIGMY, 8X, 5HSIGMZ, 8X,
      5HTOUXY, 8X, 5HTOUYZ, 8X, 5HTOUZX/)
      WRITE(6,2008)(B(I), I=1,6)
2008  FORMAT(1H0,6F13.1/)
      B1=B(1)
      B2=B(2)
```

```
      B3=B(3)
      B4=B(4)
      B5=B(5)
      B6=B(6)
      SP=B1+B2+B3
      P=B1*B2+B2*B3+B3*B1-B4*B4-B5*B5-B6*B6-SP*SP/3
      PQ=-2*SP*SP*SP/27+SP*(P+SP*SP/3)/3-(2*B4*B5*B6+
     +      B1*B2*B3-B4*B4*B3-B5*B5*B1-B6*B6*B2)
      R=SQRT(-P*P*P/27)
      RQ=PI/2-ASIN(-PQ/(2*R))
      QQ(1)=RQ
      QQ(2)=RQ+4*PI
      QQ(3)=RQ+2*PI
      DO 800 I=1,3
800   S(I)=SP/3+2*R**(1.0/3.0)*COS(QQ(I)/3)
      E=0
      DO 900 I=1,NN
900   E=E+(UE(I)-(C(I,1)*B1+C(I,2)*B2+C(I,3)*B3+C(I,4)*B4+
     +      C(I,5)*B5+C(I,6)*B6)/3)*(UE(I)-(C(I,1)*B1+C(I,2)*
     +      B2+C(I,3)*B3+C(I,4)*B4+C(I,5)*B5+C(I,6)*B6)/3)
      E=SQRT(E/(NN-6))
      SB(1)=1+B2+B3
      SB(2)=B1+1+B3
      SB(3)=B1+B2+1
      DO 911 I=4,6
911   SB(I)=0
      PD(1)=-6*SP*SP/27+(P+SP*SP/3)/3+SP*(SB(1)-1)/3-(B2*
     +      B3-B5*B5)
      PD(2)=-6*SP*SP/27+(P+SP*SP/3)/3+SP*(SB(2)-1)/3-(B1*
     +      B3-B6*B6)
      PD(3)=-6*SP*SP/27+(P+SP*SP/3)/3+SP*(SB(3)-1)/3-(B1*
     +      B2-B4*B4)
      PD(4)=-2*SP*B4/3-2*B5*B6+2*B4*B3
      PD(5)=-2*SP*B5/3-2*B4*B6+2*B5*B1
      PD(6)=-2*SP*B6/3-2*B4*B5+2*B6*B2
      DO 902 I=1,3
      RD(I)=-P*P*(SB(I)-1-2*SP/3)/18/R
902   RD(3+I)=P*P*B(3+I)/9/R
```

```
      DO 904 I=1,3
      DO 904 J=1,6
      SD(I,J)=1.0/3.0+2.0*COS(QQ(I)/3.0)*RD(J)/3.0/((R*R)**(1.0/
     3.0))-SIN(QQ(I)/3.0)*(PD(J)*R-RD(J)*PQ)/3.0/R/
     ((R*R)**(1.0/3.0))/SIN(QQ(I))
  904 CONTINUE
      DO 905 I=1,3
      SL(1)=B4*B5-B6*B2+B6*S(I)
      SM(1)=B5*S(I)+B6*B4-B1*B5
      SN(1)=B1*B2-B1*S(I)-B2*S(I)+S(I)*S(I)-B4*B4
      EP(1)=SQRT(SL(1)*SL(1)+SM(1)*SM(1)+SN(1)*SN(1))
      SL(2)=B2*B3-B2*S(I)-B3*S(I)+S(I)*S(I)-B5*B5
      SM(2)=B5*B6-B3*B4+B4*S(I)
      SN(2)=B4*B5-B2*B6+B6*S(I)
      EP(2)=SQRT(SL(2)*SL(2)+SM(2)*SM(2)+SN(2)*SN(2))
      SL(3)=B3*B4-B4*S(I)-B5*B6
      SM(3)=B6*B6-B1*B3+B1*S(I)+B3*S(I)-S(I)*S(I)
      SN(3)=B1*B5-B5*S(I)-B4*B6
      EP(3)=SQRT(SL(3)*SL(3)+SM(3)*SM(3)+SN(3)*SN(3))
      IF(EP(1).GE.EP(2).AND.EP(1).GE.EP(3))GOTO 101
      IF(EP(2).GE.EP(1).AND.EP(2).GE.EP(3)) GOTO 202
      IF(EP(3).GE.EP(1).AND.EP(3).GE.EP(2)) GOTO 303
  101 CONTINUE
      R(I)=SL(1)/EP(1)
      G(I)=SM(1)/EP(1)
      H(I)=SN(1)/EP(1)
      SS=2*SN(1)*(2*S(I)-B2-B1)+2*SM(1)*B5+2*SL(1)*B6
      EPD(I,1)=(2*SN(1)*(B2-S(I))-2*SM(1)*B5+SS*SD(I,1))/2/
               EP(1)
      EPD(I,2)=(2*SN(1)*(B1-S(I))-2*SL(1)*B6+SS*SD(I,2))/2/
               EP(1)
      EPD(I,3)=SS*SD(I,3)/2/EP(1)
      EPD(I,4)=(2*SM(1)*B6-4*SN(1)*B4+2*SL(1)*B5+SS*SD(I,
               4))/2/EP(1)
      EPD(I,5)=(2*SM(1)*(S(I)-B1)+2*SL(1)*B4+SS*SD(I,5))/2/
               EP(1)
      EPD(I,6)=(-2*SL(1)*(B2-S(I))+2*SM(1)*B4+SS*SD(I,6))/2
               /EP(1)
      RRD(I,1)=(EP(1)*B6*SD(I,1)-SL(1)*EPD(I,1))/EP(1)**2
```

```
      RRD(I,2)=(EP(1)*B6*(SD(I,2)-1)-SL(1)*EPD(I,2))/EP(1)**2
      RRD(I,3)=(EP(1)*B6*SD(I,3)-SL(1)*EPD(I,3))/EP(1)**2
      RRD(I,4)=(EP(1)*(B5+B6*SD(I,4))-SL(1)*EPD(I,4))/EP(1)*
     *2
      RRD(I,5)=(EP(1)*(B4+B6*SD(I,5))-SL(1)*EPD(I,5))/EP(1)*
     *2
      RRD(I,6)=(EP(1)*(S(I)-B2+B6*SD(I,6))-SL(1)*EPD(I,6))/
     EP(1)**2
      GGD(I,1)=(EP(1)*B5*(SD(I,1)-1)-SM(1)*EPD(I,1))/EP(1)**2
      GGD(I,2)=(EP(1)*B5*SD(I,2)-SM(1)*EPD(I,2))/EP(1)**2
      GGD(I,3)=(EP(1)*B5*SD(I,3)-SM(1)*EPD(I,3))/EP(1)**2
      GGD(I,4)=(EP(1)*(B6+B5*SD(I,4))-SM(1)*EPD(I,4))/EP(1)
     **2
      GGD(I,5)=(EP(1)*(B5*SD(I,5)-B1+S(I))-SM(1)*EPD(I,5))/
     EP(1)**2
      GGD(I,6)=(EP(1)*(B4+B5*SD(I,6))-SM(1)*EPD(I,6))/EP(1)
     **2
      HHD(I,1)=(EP(1)*(B2-S(I)+(2*S(I)-B1-B2)*SD(I,1))
     -SN(1)*EPD(I,1))/EP(1)**2
      HHD(I,2)=(EP(1)*(B1-S(I)+(2*S(I)-B1-B2)*SD(I,2))
     -SN(1)*EPD(I,2))/EP(1)**2
      HHD(I,3)=(EP(1)*(2*S(I)-B1-B2)*SD(I,3)
     -SN(1)*EPD(I,3))/EP(1)**2
      HHD(I,4)=(EP(1)*(-2*B4+(2*S(I)-B1-B2)*SD(I,4))
     -SN(1)*EPD(I,4))/EP(1)**2
      HHD(I,5)=(EP(1)*(2*S(I)-B1-B2)*SD(I,5)
     -SN(1)*EPD(I,5))/EP(1)**2
      HHD(I,6)=(EP(1)*(2*S(I)-B1-B2)*SD(I,6)
     -SN(1)*EPD(I,6))/EP(1)**2
      WRITE(6,4000)
4000  FORMAT(1H0,10X,3HONE/)
      GOTO 30
202   CONTINUE
      R(I)=SL(2)/EP(2)
      G(I)=SM(2)/EP(2)
      H(I)=SN(2)/EP(2)
      SS=2*SL(2)*(2*S(I)-B2-B3)+2*SM(2)*B4+2*SN(2)*B6
      EPD(I,1)=SS*SD(I,1)/2/EP(2)
      EPD(I,2)=(2*SL(2)*(B3-S(I))-2*SN(2)*B6+SS*SD(I,2))/2/
```

```
                EP(2)
EPD(I,3)=(2*SL(2)*(B2-S(I))-2*SM(2)*B4+SS*SD(I,3))/2/
                EP(2)
EPD(I,4)=(2*SM(2)*(S(I)-B3)+2*SN(2)*B5+SS*SD(I,4))/2/
                EP(2)
EPD(I,5)=(2*SN(2)*B4+2*SM(2)*B6-4*SL(2)*B5+SS*SD(I,
                5))/2/EP(2)
EPD(I,6)=(2*SM(2)*B5+2*SN(2)*(S(I)-B2)+SS*SD(I,6))/2/
                EP(2)
RRD(I,1)=(EP(2)*(2*S(I)-B2-B3)*SD(I,1)-SL(2)*EPD(I,1))/
                EP(2)**2
RRD(I,2)=(EP(2)*(B3-S(I)+(2*S(I)-B2-B3)*SD(I,2))-SL(2)
                *EPD(I,2))/EP(2)**2
RRD(I,3)=(EP(2)*(B2-S(I)+(2*S(I)-B2-B3)*SD(I,3))-SL(2)
                *EPD(I,3))/EP(2)**2
RRD(I,4)=(EP(2)*(2*S(I)-B2-B3)*SD(I,4)-SL(2)
                *EPD(I,4))/EP(2)**2
RRD(I,5)=(EP(2)*((2*S(I)-B2-B3)*SD(I,5)-2*B5)-SL(2)*
                EPD(I,5))/EP(2)**2
RRD(I,6)=(EP(2)*(2*S(I)-B2-B3)*SD(I,6)-SL(2)*EPD(I,6))/
                EP(2)**2
GGD(I,1)=(EP(2)*B4*SD(I,1)-SM(2)*EPD(I,1))/EP(2)**2
GGD(I,2)=(EP(2)*B4*SD(I,2)-SM(2)*EPD(I,2))/EP(2)**2
GGD(I,3)=(EP(2)*(B4*SD(I,3)-B4)-SM(2)*EPD(I,3))/EP(2)
                **2
GGD(I,4)=(EP(2)*(S(I)-B3+B4*SD(I,4))-SM(2)*EPD(I,4))/
                EP(2)**2
GGD(I,5)=(EP(2)*(B6+B4*SD(I,5))-SM(2)*EPD(I,5))/EP(2)
                **2
GGD(I,6)=(EP(2)*(B5+B4*SD(I,6))-SM(2)*EPD(I,6))/EP(2)
                **2
HHD(I,1)=(EP(2)*B6*SD(I,1)-SN(2)*EPD(I,1))/EP(2)**2
HHD(I,2)=(EP(2)*(B6*SD(I,2)-B6)-SN(2)*EPD(I,2))/EP(2)
                **2
HHD(I,3)=(EP(2)*B6*SD(I,3)-SN(2)*EPD(I,3))/EP(2)**2
HHD(I,4)=(EP(2)*(B5+B6*SD(I,4))-SN(2)*EPD(I,4))/EP(2)
                **2
HHD(I,5)=(EP(2)*(B4+B6*SD(I,5))-SN(2)*EPD(I,5))/EP(2)
                **2
```

```
      HHD(I,6)=(EP(2)*(S(I)-B2+B6*SD(I,6))-SN(2)*EPD(I,6))/
     1        EP(2)**2
      WRITE(6,4001)
 4001 FORMAT(1H0,10X,3HTWO/)
      GOTO 30
  303 CONTINUE
      R(I)=SL(3)/EP(3)
      G(I)=SM(3)/EP(3)
      H(I)=SN(3)/EP(3)
      SS=2*SM(3)*(B1+B3-2*S(I))-2*SL(3)*B4-2*SN(3)*B5
      EPD(I,1)=(2*SM(3)*(S(I)-B3)+2*SN(3)*B5+SS*SD(I,1))/2/
     1        EP(3)
      EPD(I,2)=SS*SD(I,2)/2/EP(3)
      EPD(I,3)=(2*SL(3)*B4-2*SM(3)*B1+SS*SD(I,3))/2/EP(3)
      EPD(I,4)=(2*SL(3)*(B3-S(I))-2*SN(3)*B6+SS*SD(I,4))/2/
     1        EP(3)
      EPD(I,5)=(2*SN(3)*(B1-S(I))-2*SL(3)*B6+SS*SD(I,5))/2/
     1        EP(3)
      EPD(I,6)=(4*SM(3)*B6-2*SL(3)*B5-2*SN(3)*B4+SS*SD(I,
     1        6))/2/EP(3)
      RRD(I,1)=(-EP(3)*B1*SD(I,1)-SL(3)*EPD(I,1))/EP(3)**2
      RRD(I,2)=(-EP(3)*B4*SD(I,2)-SL(3)*EPD(I,2))/EP(3)**2
      RRD(I,3)=(EP(3)*(B4-B4*SD(I,3))-SL(3)*EPD(I,3))/EP(3)
     1        **2
      RRD(I,4)=(EP(3)*(B3-S(I)-B4*SD(I,4))-SL(3)*EPD(I,4))/
     1        EP(3)**2
      RRD(I,5)=(-EP(3)*(B6+B4*SD(I,5))-SL(3)*EPD(I,5))/EP(3)
     1        **2
      RRD(I,6)=(-EP(3)*(B5+B4*SD(I,6))-SL(3)*EPD(I,6))/EP(3)
     1        **2
      GGD(I,1)=(EP(3)*(S(I)-B3+(B1+B3-2*S(I))*SD(I,1))-SM(3)
     1        *EPD(I,1))/EP(3)**2
      GGD(I,2)=(EP(3)*(B1+B3-2*S(I))*SD(I,2)-SM(3)*EPD(I,2))
     1        /EP(3)**2
      GGD(I,3)=(EP(3)*(-B1+(B1+B3-2*S(I))*SD(I,3))-SM(3)*
     1        EPD(I,3))/EP(3)**2
      GGD(I,4)=(EP(3)*(B1+B3-2*S(I))*SD(I,4)-SM(3)*EPD(I,4))/
     1        EP(3)**2
      GGD(I,5)=(EP(3)*(B1+B3-2*S(I))*SD(I,5)-SM(3)*EPD(I,5))
```

```
                /EP(3)**2
      GGD(I,6)=(EP(3)*(2*B6+(B1+B3-2*S(I))*SD(I,6))-SM(3)*
                EPD(I,6))/EP(3)**2
      HHD(I,1)=(EP(3)*(B5-B5*SD(I,1))-SN(3)*EPD(I,1))/EP(3)
                **2
      HHD(I,2)=(-EP(3)*B5*SD(I,2)-SN(3)*EPD(I,2))/EP(3)**2
      HHD(I,3)=(-EP(3)*B5*SD(I,3)-SN(3)*EPD(I,3))/EP(3)**2
      HHD(I,4)=(-EP(3)*(B6+B5*SD(I, 4))-SN(3)*EPD (I, 4) )/EP
                (3)**2
      HHD(I,5)=(EP(3)*(B1-S(I)-B5*SD(I,5))-SN(3)*EPD (I, 5) )/
                EP(3)**2
      HHD(I,6)=(-EP(3)*(B4+B5*SD(I,6))-SN (3)*EPD (I, 6) )/EP
                (3)**2
      WRITE(6,4002)
4002  FORMAT(1H0,10X,5HTHREE/)
30    CONTINUE
      IF(R(I)*(B3*B4-S(I)*B4-B5*B6).LT.0)THEN
      R(I)=-R(I)
      G(I)=-G(I)
      H(I)=-H(I)
      ENDIF
      DL(I)=180/PI*(PI/2-ASIN(R(I)))
      DM(I)=180/PI*(PI/2-ASIN(G(I)))
      DN(I)=180/PI*(PI/2-ASIN(H(I)))
      IF(ABS(G(I)).LE.1.0E-5)THEN
      BW(I)=PI*SIGN(1.0,R(I))/2
      ENDIF
      IF(ABS(ABS(H(I))-1.0).LE.1.0E-5)THEN
      BW(I)=PI/2
      ELSE
      BW(I)=PI/2+ATAN(R(I)/G(I))-PI*SIGN(1.0,G(I))/2
      ENDIF
      IF(ABS(ABS(H(I))-1.0).LE.1.0E-5)THEN
      DT(I)=PI/2
      ELSE
      DT(I)=SIGN(1.0,H(I))*ASIN(ABS(H(I)))
      ENDIF
      DW(I)=180/PI*(BW(I))
      DT(I)=180/PI*(DT(I))
```

```
905   CONTINUE
      WRITE(6,5000)
5000  FORMAT(1H0,5X,6HSTRESS, 7X, 1HL, 6X, 2HDL, 7X, 1HM, 6X,
           2HDM,7X,1HN,6X,2HDN,6X,2HDW,6X,2HDT/)
      DO 511 I=1,3
      WRITE(6,5001)S(I),R(I),DL(I),G(I),DM(I),H(I),DN(I),DW(I),DT
           (I)
5001  FORMAT(1H0,F11.1,F8.4,F8.2,F8.4,F8.2,F8.4,3F8.2/)
511   CONTINUE
20    CONTINUE
      WRITE( * ,3000)
3000  FORMAT(1H0,21HINPUT=ZZZ-NSUM-NCURVE)
      READ( * ,3001) ZZZ,NSUM,NCURVE
3001  FORMAT(F5.3,2I2)
      DO 901 I=1,6
901   D(I)=ZZZ * E * SQRT(Q(I))
      DO 909 I=1,3
      DD(I)=0
      AAD(I)=0
      DAD(I)=0
      DO 906 J=1,6
      DD(I)=DD(I)+SD(I,J) * SD(I,J) * D(J) * D(J)
      ELD(I)=ELD(I)+RRD(I,J) * RRD(I,J) * D(J) * D(J)
      EMD(I)=EMD(I)+GGD(I,J) * GGD(I,J) * D(J) * D(J)
      EHD(I)=EHD(I)+HHD(I,J) * HHD(I,J) * D(J) * D(J)
906   CONTINUE
      DD(I)=SQRT(DD(I))
      ELD(I)=SQRT(ELD(I))
      EMD(I)=SQRT(EMD(I))
      EHD(I)=SQRT(EHD(I))
      IF(ABS(G(I)).LE.1.0E-5)THEN
      AAD(I)=180/PI * (EMD(I)/(R(I)+ELD(I)))
      ELSE
      DO 907 J=1,6
      WD(I,J)=(RRD(I,J) * G(I)-GGD(I,J) * R(I))/(G(I) * G(I)+R(I) *
           R(I))
907   AAD(I)=AAD(I)+WD(I,J) * WD(I,J) * D(J) * D(J)
      AAD(I)=180/PI * (SQRT(AAD(I)))
      ENDIF
```

```
      IF(ABS(ABS(H(I))-1.0).LE.1.0E-5)THEN
      DAD(I)=180/PI*(SQRT(2*ABS(EHD(I))))
      ELSE
      DO 908 J=1,6
      TD(I,J)=HHD(I,J)/SQRT(1-H(I)*H(I))
908   DAD(I)=DAD(I)+TD(I,J)*TD(I,J)*D(J)*D(J)
      DAD(I)=180/PI*(SQRT(DAD(I)))
      ENDIF
909   CONTINUE
      WRITE(6,6000) ZZZ
6000  FORMAT (1H0, 36X, 4HZZZ=, F5.3//1H0, 6X, 6HSTRESS, 7X,
             5HERROR,4X,13HAZIMUTH—ANGLE, 4X, 5HERROR,
             6X,9HDIP—ANGLE,6X,5HERROR/)
      DO 6002 I=1,3
      WRITE(6,6001)I,S(I),DD(I),DW(I),AAD(I),DT(I),DAD(I)
6001  FORMAT(1H0,I3,F9.1,F12.1,F14.2,F12.2,F14.2,F12.2/)
6002  CONTINUE
      IF(NSUM.EQ.1)GOTO 20
      WRITE(6,7000)
7000  FORMAT(1H0,10X,16HREGRESSION—CURVE/)
      MT=1
      MH=1
      MP=1
40    CONTINUE
      GAA=PI/180*AA
      GDA=PI/180*DA
50    CONTINUE
      RL(1)=COS(GAA)
      RM(1)=-SIN(GAA)
      RN(1)=0
      RL(2)=COS(GDA)*SIN(GAA)
      RM(2)=COS(GDA)*COS(GAA)
      RN(2)=SIN(GDA)
      RL(3)=SIN(GDA)*SIN(GAA)
      RM(3)=SIN(GDA)*COS(GAA)
      RN(3)=-COS(GDA)
      DO 411 I=1,4
      Z(I)=0
411   CONTINUE
```

```
      DO 433 I=1,3
      DO 433 J=1,3
      Y(I,J)=RL(I)*R(J)+RM(I)*G(J)+RN(I)*H(J)
433   Z(I)=Z(I)+S(J)*Y(I,J)*Y(I,J)
      DO 422 I=1,3
422   Z(4)=Z(4)+S(I)*Y(3,I)*Y(1,I)
      GDA=180/PI*GDA
      GAA=180/PI*GAA
      F2=-RE
      DO 4004 I=1,18
      SA=PI/180*(I*10)
      F1=1+2*COS(2*SA)
      CA(1,I)=F1
      F3=2-F1
      CA(2,I)=F3
      F4=4*SIN(2*SA)
      CA(3,I)=F4
4004  RS(I)=(F1*Z(1)+F2*Z(2)+F3*Z(3)+F4*Z(4))/3
      WRITE(6,7001)MT,GAA,GDA
7001  FORMAT(1H0,10X,13HBORE-HOLE-NO=,I2,6X, 14HAZIMUTH-
            ANGLE=,F6.1,6X,10HDIP-ANGLE=,F6.1/)
      WRITE(6,7002)(RS(I),I=1,18)
7002  FORMAT(1H0,(8F10.1)/)
      DO  4005 I=1,3
      BG(I)=0
4005  CONTINUE
      DO 415 I=1,3
      DO 415 J=1,18
415   BG(I)=BG(I)+3*RS(J)*CA(I,J)
      DO 4006 I=1,3
      DO 4006 J=1,3
4006  CC(I,J)=0
      DO 4008 K=1,3
      DO 4008 J=K,3
      DO 4007 I=1,18
4007  CC(K,J)=CC(K,J)+CA(K,I)*CA(J,I)
4008  CC(J,K)=CC(K,J)
      CALL GS(3,CC,BG,1.0E-10,ISW)
      IF(ISW.EQ.0)THEN
```

```
      WRITE(*,7007)
7007  FORMAT(1H0,5HISW=0)
      STOP
      ENDIF
      RX=BG(1)-BG(2)
      RMA=(BG(1)+BG(2))/2+SQRT(RX*RX/4+BG(3)*BG(3))
      RMI=BG(1)+BG(2)-RMA
      IF(ABS(RX).LE.1.0E-10)THEN
      RMAA=IFIX(BG(3))*15
      ELSE
      RMAA=ATAN(2*BG(3)/RX)/2
      ENDIF
      IF(RX.LT.0)THEN
      RMAA=RMAA+PI/2
      ENDIF
      RMAA=180/PI*RMAA
      WRITE(6,7003)BG(1),BG(Z),BG(3)
7003  FORMAT(1H0, 10X, 6HSIGMX=, F7.2,8X, 6HSIGMY=, F7.2, 8X,
             6HTOUXY=,F7.2/)
      WRITE(6,7004)RMA,RMI,RMAA
7004  FORMAT(1H0,10X,8HSTRESS1=,F6.1,8X, 8HSTRESS2=, F6.1,8X,
             10HMAX—ANGLE=,F6.1/)
      MT=MT+1
      IF(MT.LE.N) GOTO 40
      IF(NCURVE.NE.1) GOTO 60
      IF(MP.EQ.19) THEN
      MH=MH+1
      MP=1
      ENDIF
      IF(MH.EQ.1) THEN
      GDA=0
      ELSE
      GDA=90*(MH-1)
      ENDIF
      GDA=PI/180*GDA
      GAA=PI/18*MP
      MP=MP+1
      IF(MT.LE.N+20) GOTO 50
  60  CONTINUE
```

```
      STOP
      END
      SUBROUTINE GS (N,A,B,EPS,ISW)
      DIMENSION A(N,N),B(N)
      NM1=N-1
      DO10 K=1,NM1
      C=0.0
      DO 2 I=K,N
      IF(ABS(A(I,K)).LE.ABS(C)) GOTO 2
      C=A(I,K)
      I0=I
    2 CONTINUE
      IF(ABS(C).GE.EPS) GOTO 3
      ISW=0
      RETURN
    3 IF(I0 .EQ.K) GOTO 6
      DO 4 J=K,N
      T=A(K,J)
      A(K,J)=A(I0,J)
    4 A(I0,J)=T
      T=B(K)
      B(K)=B(I0)
      B(I0)=T
    6 KP1=K+1
      C=1.0/C
      B(K)=B(K)*C
      DO 10 J=KP1,N
      A(K,J)=A(K,J)*C
      DO 20 I=KP1,N
   20 A(I,J)=A(I,J)-A(I,K)*A(K,J)
   10 B(J)=B(J)-A(J,K)*B(K)
      B(N)=B(N)/A(N,N)
      DO 40 K=1,NM1
      I=N-K
      C=0.0
      IP1=I+1
      DO 50 J=IP1,N
   50 C=C+A(I,J)*B(J)
   40 B(I)=B(I)-C
```

```
      ISW=1
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INVER (N,A,EPX,ISW,SB,Q,L)
      DIMENSION A (N,N),SB (N),Q(N), L (N)
      DO 5 K=1, N
      L (K)=K
      D=1.0
      DO 10 K=1, N
      KA1=K+1
      Y=A (K,K)
      J0=K
      IF (K.EQ.N) GOTO 13
      DO 15 J=KA1,N
      W=A (K,J)
      IF (ABS (W).LE.ABS (Y)) GOTO 15
      Y=W
      J0=J
15    CONTINUE
13    IF (ABS (Y).GE.EPX) GOTO 20
      ISW=0
      RETURN
20    D=D * Y
      Y=1.0/Y
      DO 25 I=1, N
      Q(I)=A(I,J0)
      A(I,J0)=A(I,K)
      A(I,K)=-Q(I) * Y
      SB(I)=A(K,I) * Y
25    A(K,I)=SB(I)
      A(K,K)=Y
      I=L(K)
      L(K)=L(J0)
      L(J0)=I
      DO 10 I=1,N
      IF(I.EQ.K) GOTO 10
      DO 30 J=1,N
      IF (J.EQ.K) GOTO 30
      A(I,J)=A(I,J)-Q(I) * SB(J)
```

```
30  CONTINUE
10  CONTINUE
    NS1=N-1
    DO 50 K=1,NS1
    IF(L(K).EQ.K) GOTO 50
    KA1=K+1
    DO 60 I=KA1,N
    IF(L(I).NE.K) GOTO 60
    DO 70 J=1,N
    W=A(I,J)
    A(I,J)=A(K,J)
70  A(K,J)=W
    L(I)=L(K)
    D=-D
    GOTO 50
60  CONTINUE
50  CONTINUE
    ISW=1
    RETURN
    END
```

第三章　压磁法地应力测量系统

地应力测量系统包括YG-73型和YG-81型压磁应力计，DLD-数字应力仪，CW-250传感器，围压率定机以及定向装置。实验证明该测量系统是可靠的。在实验室条件下，最大主应力相对测量误差一般小于5%，方向误差小于3%（用标准棱柱检验其误差小于3%）。完全满足地应力测量工作的需要。测量精度一般超过其它类似的方法。

一、地应力测量过程

在需要测量地应力的那一点上，钻一个直径约36mm的小孔，把应力计安装在小孔中的适当位置，定向，同时给应力计施加预应力，并把仪器的读数记录下来。然后套心，即钻一个与小孔同轴的大孔（直径约150mm或130mm），称为释放槽（图3.1.1）。释放槽开完后，由于岩心发生弹性恢复，小孔的直径发生变化。于是应力计上的负荷跟着发生变化。因而仪器读数也跟着变化。应力释放槽开出前后仪器的读数之差即为“记录应力值”。

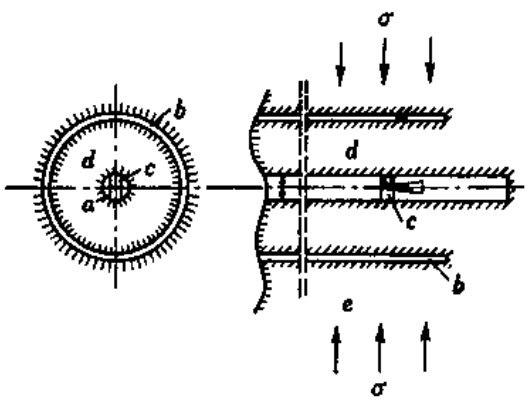


图 3.1.1　应力解除示意图
a—测量孔；b—应力解除槽；c—测量元件；d—被解除应力的岩心；e—受应力作用的围岩

在解除过程中，随时进行仪器读数，比如每进尺2—3cm读数一次。当仪器读数不随解除钻进变化时，停止解除，并取出岩心。将带有元件的岩心，放入围压率定机中进行元件的率定以得到率定曲线。

利用三分量应力计可在三个直径方向上得到三个读数。根据这三个读数，能够计算出垂直于钻孔平面内的主应力的大小及方向。

如果需要进行三维应力测量，则需要在互相正交的三个钻孔中至少得到6个读数，才能计算三个主应力。

为了使结果更加可靠，一般要进行多次测量，用最小二乘法进行处理，这已在前面谈过。

二、YG-73型和YG-81型压磁地应力计

1. 原理

YG-73型和YG-81型压磁地应力计原理相同，都是以磁致伸缩原理为基础设计的。区别是预加应力装置有所不同。两种元件的性能是一样的。

所谓磁致伸缩原理是铁磁体在磁化时其长度和体积发生变化（前者称为线性磁致伸缩，后者称为体积磁致伸缩）。反之，机械变形将引起铁磁体磁性的变化，称为磁弹性效应，或压磁效应。具有这种特性的材料称为压磁材料。

应力计的敏感元件就是一个以铁磁材料为（含镍65%的铁镍合金）心轴，绕上线圈制成的，它实际上是一个自感线圈（图3.2.1）。

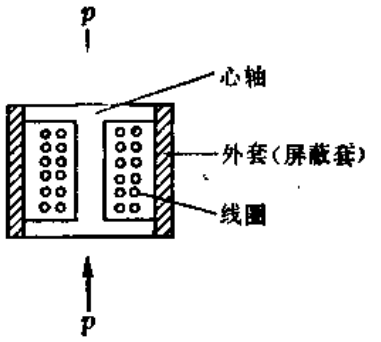


图 3.2.1 铁镍合金心轴

如果线圈通以恒定的交流电流，则当沿着元件的轴向（即铁镍合金的心轴）施加的压力p发生变化时，那末心轴的磁导率就会发生变化。线圈的电感量或电压降也随着变化。若把元件安装在岩石或金属校准试件（$15\times20\times40cm^3$的棱柱）的小孔内，其孔径约36mm（图3.2.2），在压力机上给试件施加已知的载荷，或者利用岩心作为试件（岩心的直径为131mm或114mm）使用元件率定机对试件施加已知的压力就可以画出岩石中的应力与仪器读数之间的关系曲线（图3.2.3）。我们称之为标定曲线（或者率定曲线）。利用这条曲线可将读数转换为折算位移，并进行主应力的计算。

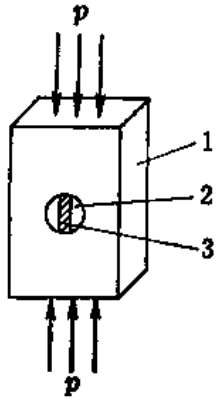


图 3.2.2 测量元件的率定
1—岩石试件；2—测量孔；3—测量元件

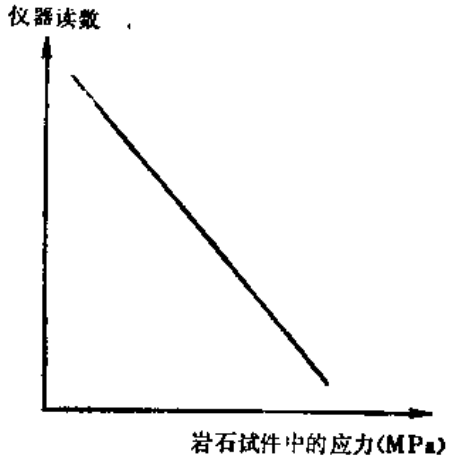


图 3.2.3 元件率定曲线
（横坐标应理解为“折算位移”或记录应力值）

2. 结构

压磁地应力计的元件由以下部分组成：

铁镍合金心轴；绕在心轴上的线圈；屏蔽套；元件盒；垫板；滑楔；支撑及盖板。通过加力装置移动滑楔的位置，可以把元件牢固地固定在预先钻好的孔内，并对元件施加预应力（图3.2.4）。滑楔的角度为2°（每边1°）。长85mm，角度和长度的选择主要考虑两个方面因素，一是测量元件直径允许变化范围；二是要使滑楔具有最小的自行滑动能力。试验结果表明，每边1°的角度和85mm的滑楔长度是合适的。

元件受力方向的最小尺寸为36mm，最大尺寸为38mm。滑楔可移动的长度为4.5mm。

3. 岩石中的应力与元件上压力的关系

由于岩石中的应力变化，或应力释放槽开出后，岩心发生弹性恢复所引起的应力计上

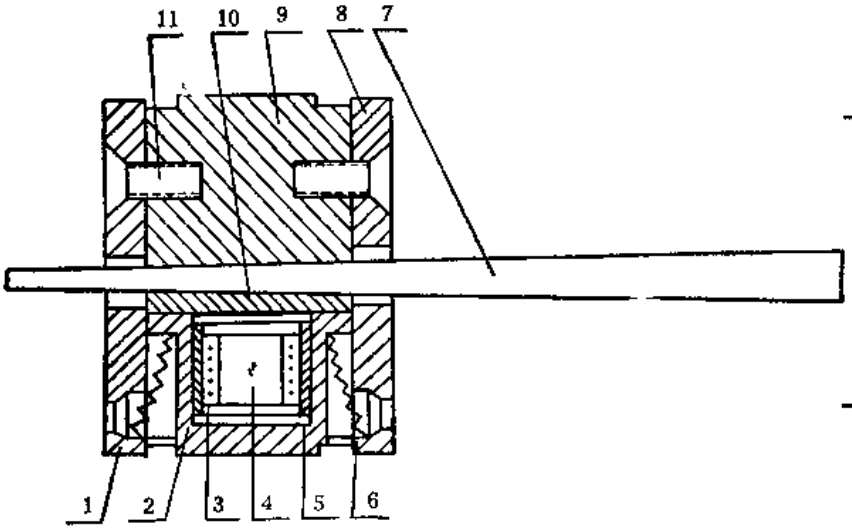


图 3.2.4 测量元件结构

1,8—上下盖板；2—元件盒；3—线圈；4—磁心；5—屏蔽套；6—弹簧；7—楔子；9—支撑；10—垫板；11—螺钉

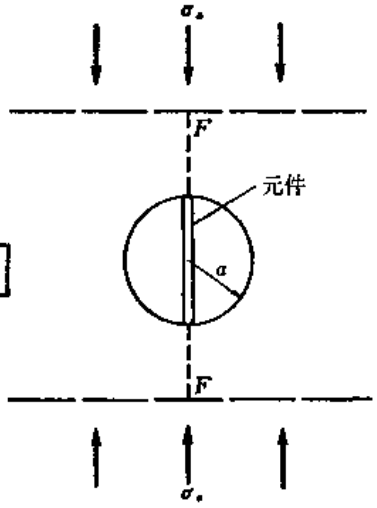


图 3.2.5 单向应力场作用在半径为 a 的均匀材料上，孔内有元件

负荷 p 的变化可由下式决定[1]

$$p=\frac{3a\sigma_0}{K+\frac{aE_m}{BE_c}} \tag{3.2.1}$$

式中：a —小孔的半径；

E_m—岩石的弹性模量；

E_c—应力计的等效模量；

B—应力计的等效面积；

K—常数，$K=E_m\delta$，δ为应力计压入孔壁的深度。

σ_0—作用在正交于孔轴的 F—F 方向上的单向应力场（图3.2.5）。当传感器与应力场σ_0的夹角为θ时，负荷p由下式决定。

$$p=\frac{a\sigma_0}{K+\frac{aE_m}{BE_c}}(1+2\cos 2\theta) \tag{3.2.2}$$

利用式（1.2.95）可以很容易导出双向应力作用下负荷 p 的表达式。

由式（3.2.1）及（3.2.2）可以看出：在同样的地应力作用下，所引起的应力计上的负荷 p 决定于 a，K，和弹性模量的比值$\frac{E_m}{E_c}$。

当$E_c\gg E_m$ 时，则$\frac{aE_m}{BE_c}\ll K$，此时 $p\approx\frac{3a}{K}$，于是 p 近于常数。对E_m的不同值来说，p 变化不大。也就是说，这时，应力计上的负荷与岩石的模量无关。这种应力计称为刚性应力计。

如果$E_c\ll E_m$，则$K\ll\frac{RE_m}{BE_c}$，则 p 将很小，且与比值$\frac{E_c}{E_m}$几乎成正比，和E_m 成反比。这

种应力计称为柔性应力计或者变形计。应力计和应变计的概念已在第一章中论述。

4．电感线圈两端电压降与地应力的关系

电感线圈两端电压降V可由下式表示

$$V = I\sqrt{R^2+(\omega L)^2} \tag{3.2.3}$$

式中：I—交流磁化电流；

ω—磁化电流的角频率；

ω由下式决定；

$$\omega = 2\pi f$$

f为频率；

R—电感线圈的电阻，主要是磁心损耗电阻，其次是线圈的直流电流；

R由下式决定：

$$R = \frac{\omega L}{Q} \tag{3.2.4}$$

Q为电感线圈的品质因数。对于YG-73型和 YG-81 型压磁传感器，Q值接近于 1 且几乎不随压力变化；

L—线圈的电感量，它由下式决定：

$$L = \frac{0.4\pi N^2 S\mu}{l}\times 10^{-8}(H) \tag{3.2.5}$$

其中N为线圈匝数；S为闭合磁路的均匀断面积（cm^2）；μ为磁心材料在工作电流频率下的有效导磁率；l为磁心磁路的长度（cm）。

由式（3.2.3）可见，当电流强度I及角频率ω选定时，电压降V与电感量L成正比。电感量又与导磁率μ成正比。而导磁率μ与元件所受压力成反比。压力p与地应力σ成正比，所以电压降V与地应力成反比。

5．设计要点

（1）工作电流强度及频率的选取

工作电流选取的原则要有利于提高灵敏度和读数的稳定性。

压磁传感器的电感曲线如图3.2.6 所示。工作电流选在曲线的平缓阶段，即L_{max}点附近。此时磁化电流I的大小有稍许变化，电感L值则变化不大。图3.2.6所示电感曲线相当于图 3.2.7 所示的磁导率曲线。工作点L_{max}与μ_{max}点相对应。即电流工作点处于最大导磁率附近。此时应力灵敏度最高。实验证明当工作电流稍大于μ_{max}所对应的电流时，磁心所受应力与磁导率的关系重复性较好。因此，为了元件有较好的稳定性及应力灵敏度和重复性，电流选在稍大于与μ_{max}所对应的电流做为工作点，这时电流的强度为4mA。

为了保持仪器制做方便和测量上的习惯性，电流频率选为1000Hz。

（2）屏蔽套及磁心的设计

屏蔽套及磁心的设计应注意以下两方面：

① 尽量减少磁心磁路中不受力部分的磁阻，磁心的心轴受力而屏蔽套不受力。磁心的受力部分磁阻R_1愈大，不受力部分磁阻R_2愈小，则元件愈灵敏，即元件读数相对变化量$\frac{\Delta L}{L}$愈大（图3.2.8）。因此，要尽量减少屏蔽套及其它不受力部分的磁阻，以提高灵敏

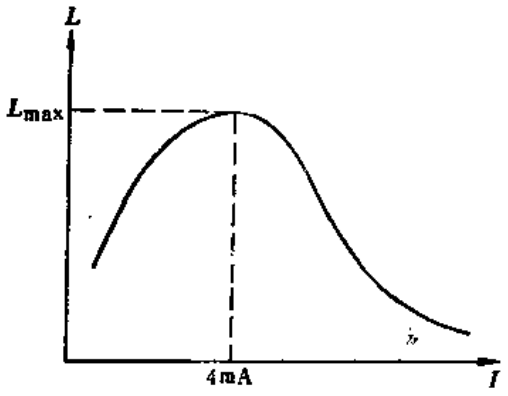


图 3.2.6 电感曲线

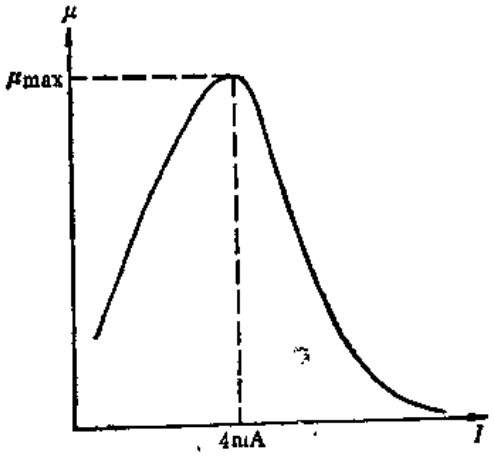


图 3.2.7 磁导率曲线

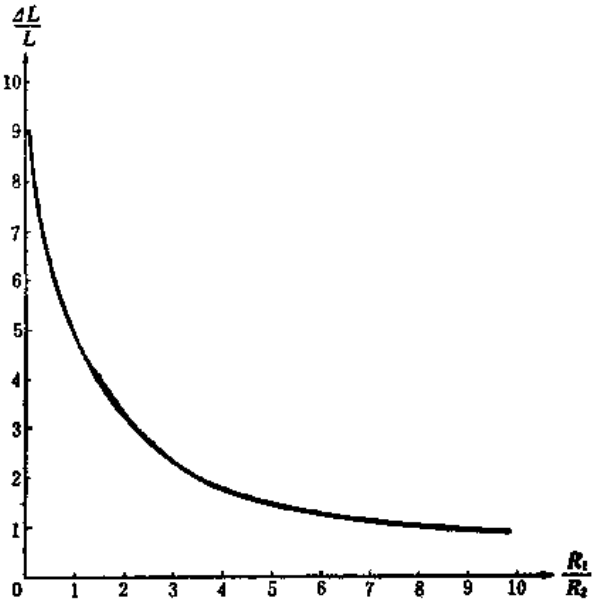


图 3.2.8 压磁元件灵敏度曲线

度。

② 减少涡流，趋肤效应和磁路缝隙。磁心及屏蔽套中的涡流可以增加电感线圈的损耗，趋肤效应可以使有效磁导率下降，这两种现象都会使元件的灵敏度下降。

因此在体积允许的情况下将屏蔽套尽量加厚，同时两端可以适当开槽以减少涡流和趋肤效应，减少屏蔽套的磁阻，提高灵敏度。磁路缝隙影响磁路的闭合，引起磁导率下降，因此，必须提高加工精度，尽可能减少磁路缝隙。

（3）磁心心轴直径的确定

磁心受压断面由下式确定：

$$S=\frac{p}{\sigma} \tag{3.2.6}$$

式中：p—磁心的最大压力；

σ—磁心的允许应力；

S —磁心断面；

由断面 S 可求磁心直径。

（4）磁心线圈匝数的选定

磁心线圈匝数要保证传感器具有较高的灵敏度和稳定性，在一定的磁化安匝下，不引起温升，不受外界因素的干扰，实验表明选用320匝较为合适。

（5）传感器各部件的设计要求。

传感器各部件的设计要保证磁心承受正压力，避免心轴发生弯曲形变；各承压部件要有较大的刚度，以减少承压部件的变形；滑楔的角度不宜过大，避免自行滑动，保证受力稳定。

（6）支承与元件盒的圆弧（即元件与孔壁相接触部分）曲率半径的选择

元件在小孔内预加应力之后，支承与元件盒的圆弧与孔壁的接触面上有一接触压力。在小孔直径已定的情况下，接触压力与圆弧的曲率半径有关。因此，要选择适当的圆弧曲率半径以使最大压力不致损伤井壁和避免边缘应力集中。

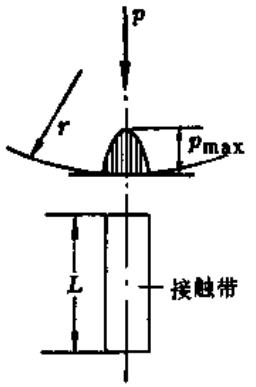


图 3.2.9 接触压力示意图

接触压力的分布如图（3.2.9）所示，自接触带边缘到中心压力呈椭圆形增加。

最大压力 p_{max} 为[1]

$$p_{max}=\sqrt{\frac{pE}{2\pi r(1-\nu^2)L}} \tag{3.2.7}$$

式中：p —接触面上的总负荷；

L —接触带长度；

ν —岩石的泊松比；

E —岩石的弹性模量；

$$r=\frac{r_1r_2}{r_2-r_1};$$

r_1 —元件圆弧的曲率半径；

r_2 —岩石钻孔的半径；

取 $\nu=0.2$

则

$$p_{max}=\sqrt{0.165\frac{pE}{Lr}} \tag{3.2.8}$$

若元件外缘圆弧的曲率半径为17.5mm，而孔的半径为18.25mm，则

$$r=\frac{3.19378}{0.075}=12.58\ (\text{cm})$$

如果预加应力值为200kg；L 为1.6cm；$E=5\times10^4$MPa。则 $p_{max}=52.6$MPa。这个数值对大多数岩石来说并不太大。

6. 加工工艺

压磁地应力计的质量决定于铁镍合金的材料和加工工艺是否合理。

（1）圆弧的加工

圆弧的曲率半径为17.25mm。要求纵向平直，不直度为±0.01mm。光洁度较高。还要保证圆弧的对称性。为保证质量，最好用ϕ34.5的圆棒材料加工制做。但这方法比较费料，费工。另一个可用的办法是用R17.25的成型圆弧铣刀加工或者用外圆磨床加工。

（2）平面和平行面的加工

心轴两端的平面要用平面磨床统一磨平，以尽量提高两端的平行度。用这样的方法，平行度可达0.005。或者至少在车床上用专门卡具车削两个平面使其尽量平行。用这种方法，平行度可达0.01。传感器各部件之间都是以平面接触。传感器的两外柱面边缘母线相互平行。所以在热处理以后，各部件必须分别用统一的磨具，在带磁力卡盘的平面磨床上精磨。最后将传感器各部件组合起来再精磨以保证两边的平行度（平行度要在0.01以上）。

滑楔必须进行精磨才能使不直度达到0.01的精度。元件盒的内底面和它的外圆弧边缘的平行度要达到0.01以上。加工必须要有专门卡具。

（3）热处理

首先是磁心的热处理。目的是消除加工应力，提高导磁率和改善力学性质。其次是其他部件的热处理。目的是消除加工应力，提高硬度。

（4）绕线圈

绕线圈以前，先在心轴上涂上绝缘漆，以防漆包线漏电。用ϕ0.15的高强度漆包线绕制320±10匝。此时电感量为30000—60000μH。

（5）装配

元件用螺丝和弹簧把各部分连成一体。要求滑楔能够自由活动。但又不能摆晃，装配好后要保证外缘柱面母线的平行度（0.015以上），元件横向最小尺寸为36±0.1mm。

（6）镀铬

元件各部件加工好后，要求镀铬。目的主要是防锈和装饰。镀层6—8μm。镀前必须严格清洗干净，保证镀层均匀。

（7）元件的密封

元件的电感线圈与导线焊接好后，用聚硫橡胶（XM-15）密封，密封前用丙酮清洗元件表面。

（8）老化处理

元件加工好后，需进行老化处理，以提高稳定性和重复性。老化处理的方法是反复对元件进行加载和卸载。老化要在通电和断电的情况下进行。

7．应力计的总体结构及使用方法

（1）YG-73型压磁地应力计的总体结构

YG-73型压磁地应力计的总体结构如图3.2.10所示，外观见图版Ⅰ—1，它由预加应力系统和三个互成60°角的传感器组成。预加应力系统主要由接头、反螺纹连接筒、加力杆、加力螺母、空心螺丝、弹簧销、套筒、拉架、拉架接头、定向扁铲等组成。

（2）YG-81型压磁地应力计的总体结构

YG-81型压磁地应力计的结构如图3.2.11所示，外观见图版Ⅰ—2，图中序号1—14为

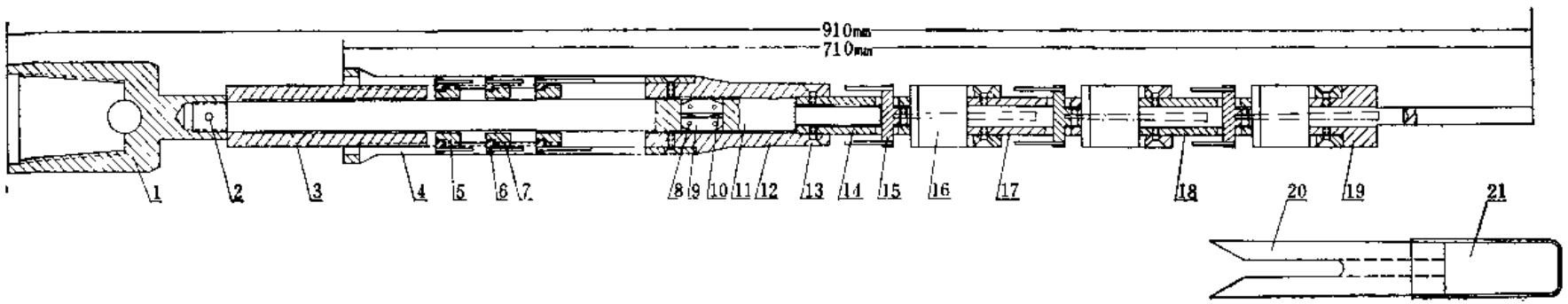


图 3.2.10 YG-73型压磁地应力计总体结构

1—接手；2—销钉；3—连接筒；4—加力螺纹；5—空心螺母；6—钢圈；7—拉架钢丝；8—销钉；9—弹簧销；10—弹簧片；11—加力杆；12—套筒第一节；13—螺钉；14—套筒第二节；15—拉架接头；16—元件位置；17—套筒第三节；18—套筒第四节；19—定向接头；20—底坐心子；21—底坐套

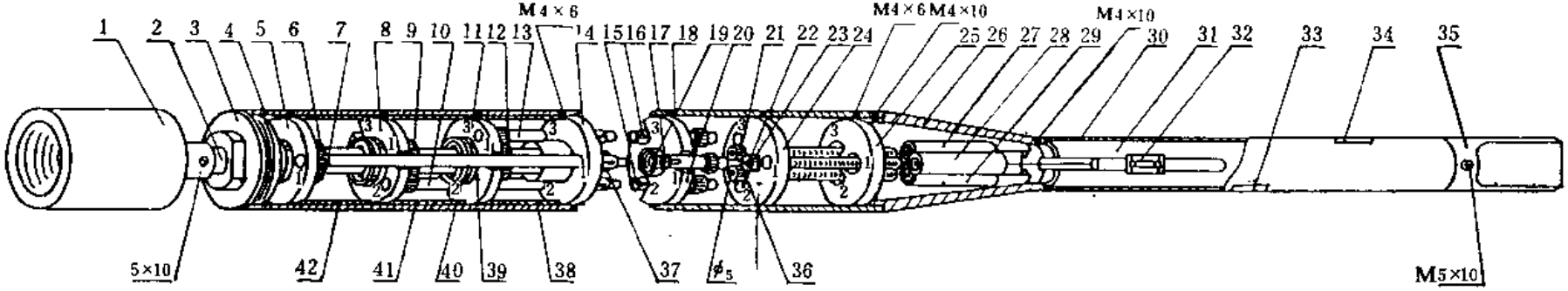


图 3.2.11 YG-81型压磁地应力计总体结构

1—加力杆与钻杆的联接头（简称接头）；2—加力杆；3—导向螺母；4—上套筒；5、8、11—托盘；6、9、12—中心加力齿轮；7、10、13—齿轮轴；14—导向托盘；15、16、17—定位齿轮；18—下套筒；19—联接螺母；20—联接器托盘；21、22、23—螺栓齿轮；24、25—螺栓齿轮定位托盘；26—锥台筒；27、28、29—拉杆螺母；30—护套；31—胎杆；32、33、34—压磁传感器；35—扁铲；36—栓齿轮铜套；37—联接螺丝；38、41、42—间隔套；39—铜套；40—锁紧螺母

预加应力系统；序号15—31为传动连接器；序号32—34为互成60°角的三个压磁传感器。

YG-81型压磁地应力计的结构与YG-73型的区别在于预加应力系统不同。前者预加应力系统操作较方便，但构造复杂。后者构造简单，但操作不如前者方便。

（3）两种压磁地应力计的使用

两种压磁地应力计现场使用的工序都可分为以下几步：

① 钻孔

用 ϕ131mm 直径钻头钻进至预定深度，再用锥形钻头钻一个喇叭口，长度为30—50mm。然后用ϕ36mm钻头钻测量小孔，并将孔内泥沙冲洗干净。

② 下定向座

将定向座连接到钻杆上，扁铲与定向底座间用销钉铆接。当把定向座送至孔底时，利用钻机加压，以切断销钉，于是底座与测孔孔壁卡牢。并用定向仪测定底座缺口的方位。

③ 应力计的下井安装

将压磁应力计的每个传感器调整到最小尺寸，接到钻杆上，同时测量下井前各压磁传感器的读数。然后向孔内推送，使应力计的扁铲进入底座的定向缺口。

④ 预加应力

应力计的扁铲进入底座的定向缺口之后，旋转钻杆可以使应力计预加应力。在预加应力的过程中，监视传感器读数的变化，当达到预定读数后，停止预加应力。

⑤ 穿线、冲水、套心

压磁地应力计预加力完成之后，其导线需从钻杆中穿过，并对应力计进行冲水，待读数稳定后即可进行套心。在套心过程中对仪器读数进行记录。

⑥ 率定

套心后，将带有元件的岩心放入元件率定机中进行率定，划出率定曲线（方法见本章第四节）。

8. 压磁地应力计的特性实验

元件特性的研究对可靠地进行地应力测量具有十分重要的意义。因此，我们对元件的特性及其影响因素进行了如下实验研究。由于YG-73型和YG-81型应力计的性能相同，所以这里只对YG-73型应力计进行讨论。

（1）YG-73型应力计的重复性，线性，灵敏度，稳定性及刚度

利用石灰岩校准棱柱（$20\times20\times30cm^3$），弹性模量$E=5\times10^4MPa$，在压力机上进行标定，结果表明：YG-73型元件的灵敏度为20—60mV或$(30—100)\times10\mu H/MPa$，这样的灵敏度完全满足地应力解除的要求；在适当的预应力情况下有较好的线性和重复性（图3.2.12），重复性误差小于3%。所谓重复性是指元件多次独立率定其标定曲线的重复性。在大块岩石中（$45\times48\times80cm^3$），利用压力枕加压进行标定的结果，同样具有较好的线性和重复性。

实践证明元件经过老化后，其线性和重复性一般有所改善。因为新制做的元件各接触面之间不够吻合，经过多次锻炼后基本上达到紧配合，消除接触引起的偏差和塑性变形的影响。

元件的长期稳定性实验是在灰岩试件中进行的。将元件安置在灰岩试件的小孔中，加以适当的预应力，然后固定不动。每隔一定的时间在压力机上率定一次。实验结果见表3.2.1。由实验结果可以看出：元件的标定曲线斜率是稳定的，在大约一个半月内，所试

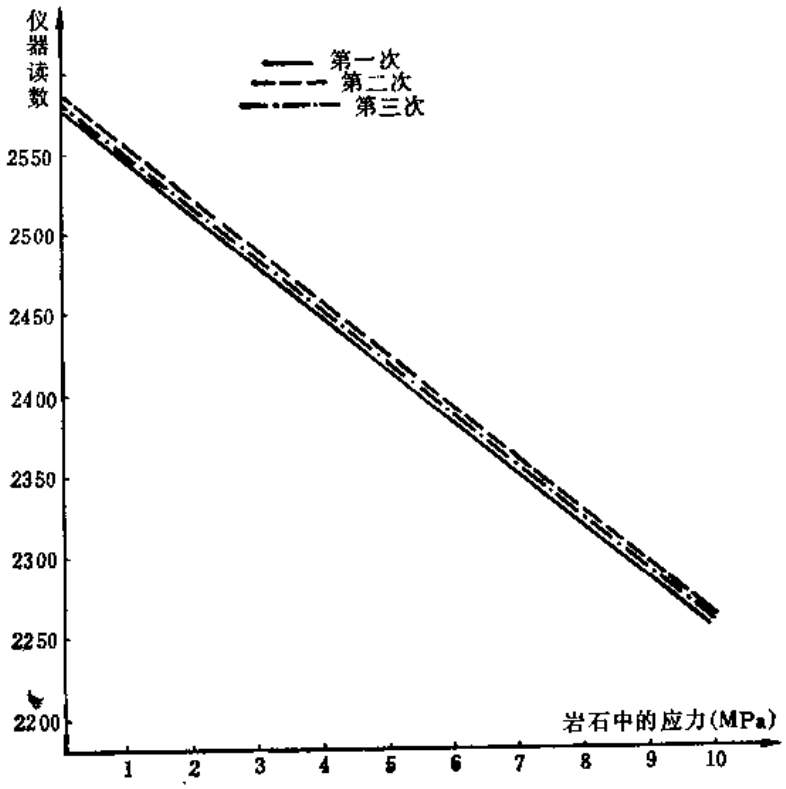


图 3.2.12 YG-73型压磁地应力计率定曲线
（第一次，第二次，第三次分别为三次独立率定）

验的元件斜率的变化小于3.7%。

另外YG-73型应力计还具有一定的刚度。

表 3.2.1 元件稳定性试验记录

元件号码	试件号码	曲线斜率（×10μH/MPa）					平均值	平均值误差
		1974年12月20日	1974年12月30日	1975年1月6日	1975年1月18日	1975年1月29日		
25	8	—	—	28.0	27.0	26.0	27.0	3.7%
4	5	55.0	56.0	55.0	55.0	57.5	55.7	3.2%

从以上实验可以看出，元件的特性是很好的，但由于加工质量问题，不是所有元件都能达到要求，必须通过室内标定，进行筛选，挑出一部分合格的元件。

（2）不同载荷下退压的标定曲线

同一试件，元件的预应力相同，但试件上压力不同，其标定曲线斜率的变化情况见图3.2.13。

由图3.2.13可见，元件的预应力相同，但载荷不同时，标定曲线的斜率基本上没有变化（斜率变化小于3%），个别元件的斜率有所变化，可能是其它因素引起的（如元件自身稳定性不好，元件在孔中的安装状态改变等）。

这一结果表明，无论原地应力值多大，都可以利用室内所做的标定曲线进行换算。

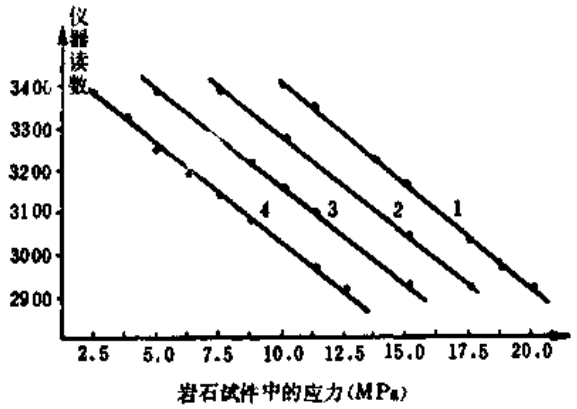


图 3.2.13 不同载荷下退压标定曲线

1—由20MPa；2—由18MPa；3—由16MPa；4—由14MPa，进行退压

（3）不同预加应力值与标定曲线斜率的关系

同一试件，相同载荷，不同预加应力时标定曲线斜率的变化情况，见图3.2.14。

试验结果表明：在其变化条件相同的情况下，预加应力值与标定曲线斜率有一定关系。当预加应力引起的元件读数的变化量约为元件原值的 1/3±10% 时（预加应力值约在150—200kg左右），标定曲线的斜率基本不变（斜率变化在 3% 以内）。当预加应力值超出这个范围时，标定曲线的斜率有一定变化。

（4）不同温度下标定曲线斜率的变化

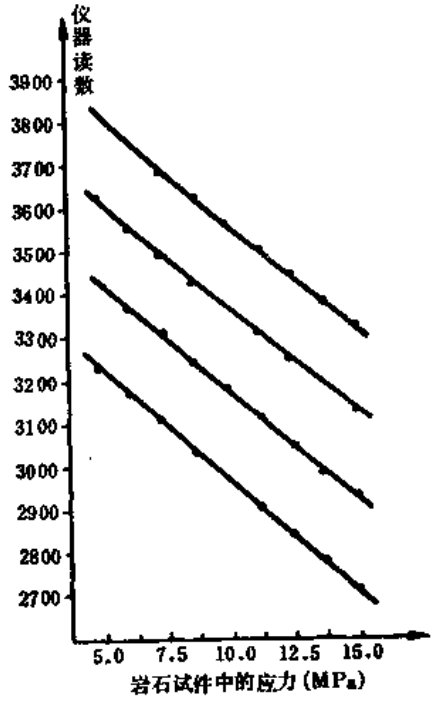


图 3.2.14 不同预加应力时元件的标定曲线

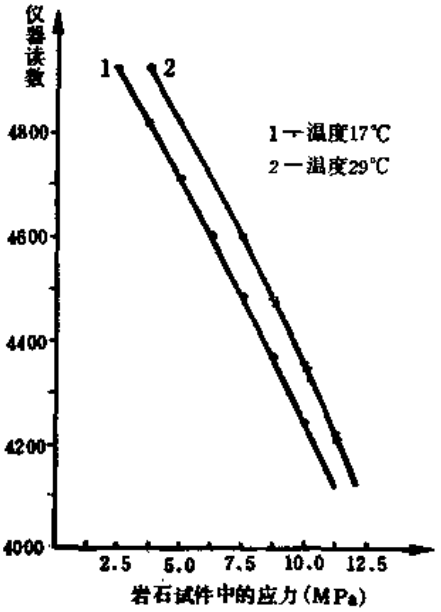


图 3.2.15 不同温度时元件的标定曲线

在不同温度下利用岩石试件进行标定，其结果见图3.2.15，实验曲线表明，温度变化对元件的测值有影响，但对标定曲线的斜率影响很小。温度不同时（在标定过程中温度应保持不变），标定曲线只是发生平行移动，而斜率基本不变。温度变化一度时斜率变化小于1%。因为野外应力解除过程时间很短，在解除过程中可以认为温度不变。而不同温度

下的标定曲线斜率又是一个常数，所以对于应力解除来说，可以不考虑温度的影响。

（5）漏电的影响

在野外测量中，往往出现元件漏电现象，比较常见的漏电情况可归纳为图3.2.16所示：一种情况是在元件的中部漏电（图3.2.16a）；另一种情况是在元件的一端漏电（图3.2.16b）。如果是在元件接地端漏电，那么对测量值没有影响。我们现在考虑一种最坏的情况，就是在元件的不接地端发生漏电。对这种漏电情况，我们进行了理论计算和实验研究。

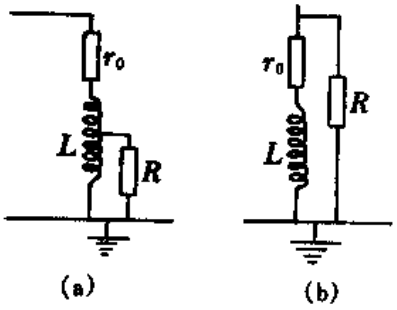


图 3.2.16 元件的电原理图

图中L为元件的电感；r_0为元件的内阻；K为漏电电阻

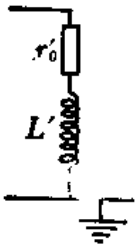


图 3.2.17 元件的等效电路

图中L'为漏电元件的等效电感；r'_0为等效内阻

根据电路原理可将图3.2.16b简化为图3.2.17。并可求得下式

$$\frac{L'}{1}=\frac{K^2}{(r'_0+K^2)^2+\omega^2L^2} \tag{3.2.9}$$

式中：L'—为漏电后测出的电感值；

L—为不漏电时的电感值；

ω—为工作电流的角频率；

r'_0—为元件的等效电阻；

K—为漏电电阻。

漏电电阻对标定曲线斜率的影响可用下式表示（元件内阻随压力变化很小，可看作常数）：

$$n=\frac{\dfrac{dL'}{dp}}{\dfrac{dL}{dp}}=\frac{K^2[(r'_0+K)^2-\omega^2L^2]}{[(r'_0+K)^2+\omega^2L]^2} \tag{3.2.10}$$

其中dL'/dp为元件存在漏电电阻K时标定曲线的斜率；dL/dp为元件不漏电时标定曲线的斜率。

根据（3.2.10）式可以画出各种漏电程度的曲线（图3.2.18）。

实验研究是按以下方法进行的，即在元件两端并联不同阻值的电阻，然后在岩石试件中进行标定，作出不同漏电电阻情况下的标定曲线（图3.2.19），理论计算和实验完全一致。

由计算和实验结果得出，漏电电阻在20kΩ以上时，对标定曲线斜率影响可以忽略不计（误差小于5%）。由此可见YG-73型应力计对绝缘度要求不高。20kΩ的绝缘电阻是很

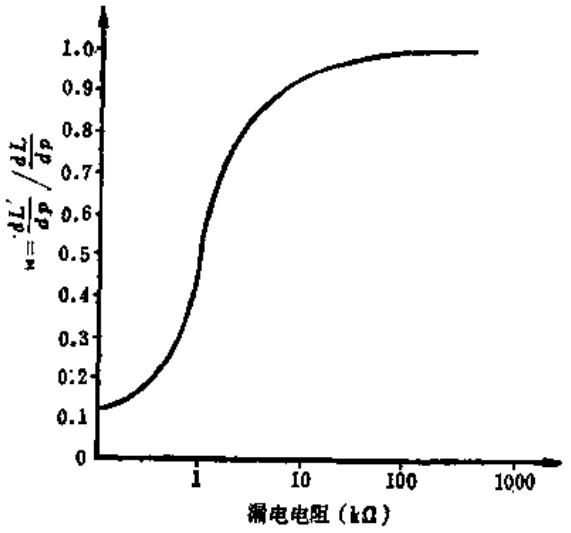


图 3.2.18 元件漏电电阻与标定曲线斜率相对变化的关系
（计算值）

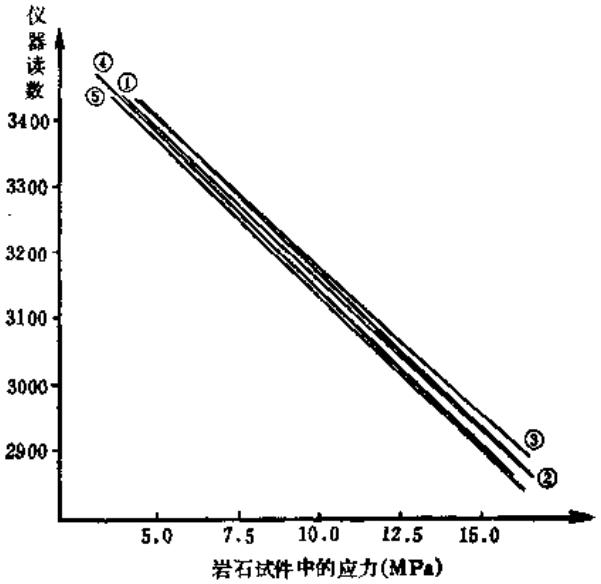


图 3.2.19 不同漏电情况下元件的标定曲线
（实验）
漏电电阻为：①—20kΩ；②—50kΩ；③—100kΩ；④—500kΩ；⑤—1000kΩ

容易做到的。而其它方法如电阻片探头对绝缘度要求很高。绝缘电阻要在500MΩ以上，一般不易做到，特别是在水压比较大时。在这方面YG-73型应力计有它独特的优点。

9. 测量结果可靠性的实验室检验

为了检验利用YG-73型应力计所得测量结果的可靠性，我们利用模拟解除试验和用大块岩石加荷的方法进行了检验。

（1）模拟解除试验

用压力机给校准棱柱施加一定的压力，把探头安装在棱柱的小孔中不同的方向上进行测量。根据测量结果计算主应力的大小和方向并与实际所施加力的大小及方向进行比较，以检验结果的可靠性和精度，具体做法如下：

实验时将校准棱柱加压至p_1，然后将元件置于测孔中，测量直径方向与压力方向成预定角度，加适当的预应力，此时仪器的读数（电感值）为L_1，然后逐渐减少压力至p_2，读数为L_2。根据读数的变化量$\Delta L = L_2 - L_1$，由标定曲线可以找出该角度上压力由p_1变到p_2时的记录应力值。在不同角度上重复以上实验，则可以得到一组数据，由这些数据可以计算出主应力的大小和方向。为了提高精度，对每个角度作三次独立的测量。

校准棱柱为钢质和石灰岩两种。钢试件的规格为$19.9 \times 19.9 \times 49cm^3$，弹性模量为$1.8 \times 10^5$MPa；石灰岩试件的规格为$20 \times 20 \times 20cm^3$，弹性模量为$9.1 \times 10^4$MPa。实验结果见表3.2.2及表3.2.3。

由表 3.2.2 及表 3.2.3 可以看出：①在所计算的12个数据中，主应力幅度相对误差在5%以内的有 6 个，10%以上的有 4 个，个别的可达21%。误差大的原因主要是元件加工质量不好，元件安装条件不稳定，重复性差，另外安装角度不准也有影响。最小主应力应该是零，但实测结果不为零，这是由于试件的有限宽度所造成的。②所求出的主应力角度

表 3.2.2　模拟应力解除实验数据

元件方位	21号元件，13号灰岩试件				30号元件，13号灰岩试件				71号元件，13号灰岩试件			
	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
0°	46.2 47.7 47.6	47.2	10.3	9.5	45.9 42.4 49.0	45.8	10.4	11.3	56.8 56.0 57.9	56.9	10.0	10.0
180°	39.0 39.4 40.8	39.7	8.6		55.6 16.9 58.5	53.7	12.2		51.2 60.3 59.5	57.0	10.0	
30°	28.7 29.0 28.6	28.8	6.3	5.8	33.0 35.0 32.6	33.6	7.6	7.7	39.6 44.6 46.7	43.6	7.6	6.9
210°	24.4 24.6 23.1	24.0	5.2		35.6 35.8 32.2	34.6	7.8		35.5 35.8 35.3	35.5	6.2	
60°	0.1 −0.2 −0.6	−0.2	0	0	1.8 2.3 0.2	1.4	0.3	0.1	−2.4 1.7 2.2	0.5	0.1	0
240°	−0.1 0.4 −0.6	−0.1	0		−0.7 −0.2 −1.7	−0.9	−0.2		−1.5 −0.2 −0.3	−0.5	−0.1	
90°	−11.5 −12.7 −11.9	−12.0	−2.6	−2.6	−13.2 −15.9 −20.6	−16.6	−3.8	−3.9	−18.4 −18.2 −18.7	−18.4	−3.2	−2.7
270°	−12.0 −11.1 −11.2	−11.4	−2.5		−16.8 −17.0	−17.4	−4.0		−12.2 −12.6 −12.3	−12.4	−2.2	
120°	−0.9 −1.4 −0.9	−1.1	−0.2	−0.1	−2.3 −2.4 −0.1	−1.6	−0.4	−0.2	−1.0 −3.8 −2.5	−1.8	−0.3	−0.2
300°	0.5 −0.3 −0.2	0	0		+0.4 −0.4	0	0		0.7 −1.8 −0.9	−0.7	−0.1	
150°	21.0 20.7 21.3	21.3	4.6	5.1	35.4 35.1 36.2	35.6	8.1	7.8	35.3 35.5 35.2	35.3	6.2	6.1
330°	25.5 25.4 25.7	25.5	5.5		32.1 32.6	32.4	7.4		35.0 32.5 32.9	33.6	5.9	

续表

元件方位	2号元件，9号灰岩试件				3号元件，钢试件				17号元件，钢试件			
	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
0°	66.8 66.7 63.0	65.4	10.0	10.2	59.1 66.1	62.6	22.7	22.9	30.1 29.7	29.9	22.7	22.0
180°	70.1 70.7 62.4	67.7	10.4		63.9 62.1	63.0	22.3		27.3 28.6	28.0	21.3	
30°	45.0 43.0 49.9	46.0	7.0	6.4	41.1 40.9	41.9	11.9	15.0	20.6 20.3	20.5	15.5	14.4
210°	31.5 35.4 40.6	37.8	5.8		39.7 42.8	41.3	15.0		17.8 16.8	17.3	12.3	
60°	3.5 4.3 2.4	3.7	0.5	0.4	1.5 0.7	1.1	1.1	0.3	0.5 0.8	0.7	0.5	0.4
240°	0.2 0 2.8	1.0	0.2		0.5 0.5	0.5	0.2		0.5 0.4	0.5	0.4	
90°	-15.3 -16.4 -14.6	-15.4	-2.4	-2.2	-19.1 -16.6	-17.9	-6.5	-6.5	-8.6 -9.4	-9.0	-6.8	-6.6
270°	-11.1 -14.0 -11.1	-13.1	-2.0		-17.6 -18.1	-17.9	-6.5		-8.9 -7.6	-8.3	-6.3	
120°	0.6 -4.2 0.8	-0.9	-0.1	0.1	-5.1 -9.5	-2.3	-0.9	-0.4	-0.1 -0.4	-0.3	-0.2	-0.1
300°	1.5 1.0 1.0	1.2	0.2		0.7 0.1	0.1	0.2		-0.3 0.1	-0.1	-0.1	
150°	24.6 24.2 24.7	24.5	3.7	3.9	25.4 40.2	33.0	13.8	14.3	19.3 19.6	19.5	14.8	14.3
330°	26.9 25.5 26.1	26.2	4.0		31.7 19.1	10.4	14.7		18.0 18.4	18.2	13.8	

注，Ⅰ—压力从150MPa到50MPa或压力变化22.73 MPa时，元件读数的变化量；

Ⅱ—元件读数的平均值；

Ⅲ—相应的记录应力值(MPa)；

Ⅳ—平均记录应力值(MPa)

表 3.2.3　根据表3.2.2上的数据计算的结果

元件编号	试　件	测量方向	最大主应力 (MPa)	最小主应力 (MPa)	最大主应力方向	实际上施加的外力 (MPa)	相对误差 $\frac{p_{max}-p}{p}$
30	13号灰岩	0°, 60°, 120°	11.3	−0.1	33′	10.0	13%
		30°, 90°, 150°	11.6	+0.1	3′	10.0	16%
71	13号灰岩	0°, 60°, 120°	9.9	−0.2	34′	10.0	−1%
		30°, 90°, 150°	9.6	0.5	48′	10.0	−4%
24	13号灰岩	0°, 60°, 120°	9.4	−0.1	14′	10.0	−6%
		30°, 90°, 150°	8.1	0.2	2°2′	10.0	−19%
3	钢	0°, 60°, 120°	22.83	−0.06	32′	22.73	0.4%
		30°, 90°, 150°	21.93	0.78	51′	22.73	−3.5%
17	钢	0°, 60°, 120°	22.12	0.37	25′	22.73	−2.7%
		30°, 90°, 150°	21.50	0.61	3′	22.73	−5.4%
2	9号灰岩	0°, 60°, 120°	10.4	0.4	45′	10.0	4%
		30°, 90°, 150°	7.9	0.3	8°2′	10.0	−21%

表中：p_{max}为计算出的最大主应力；p为所加的外力，p的方向为0°。

表 3.2.4　将实验数据用最小二乘法处理的结果

元件编号	试　件	最大主应力 (MPa)	实际外加力 (MPa)	最小主应力 (MPa)	最大主应力方向	最大主应力幅度误差	最大主应力与实际外加力的差值	可信度
3	钢	22.38	22.73	0.36	47′	±1.3%	1.7%	95%
71	灰　岩	9.84	10.0	0.19	1°21′	±2.5%	1.6%	95%

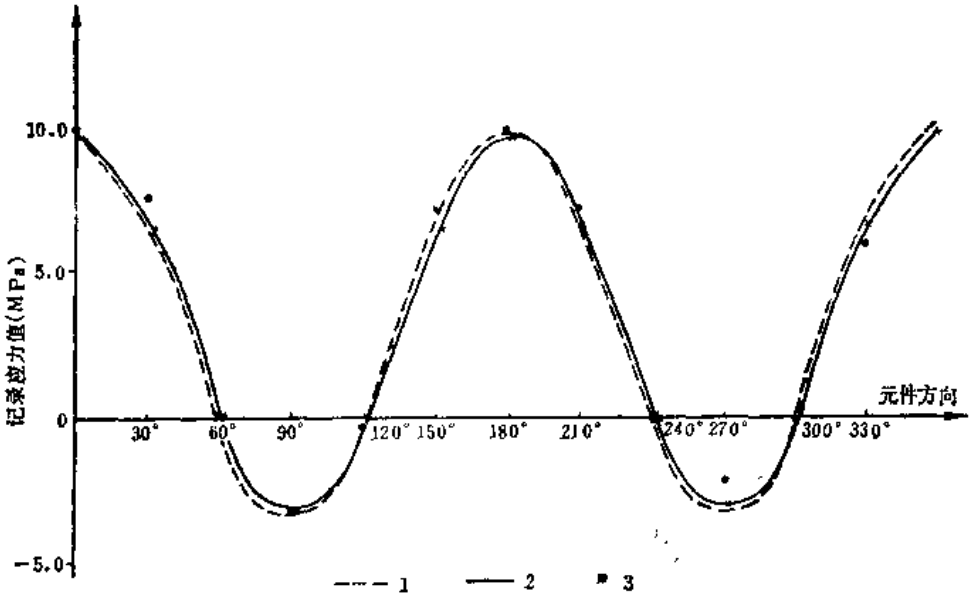


图 3.2.20　室内模拟应力解除试验曲线
（岩石试件：灰岩）
1—理论曲线；2—回归曲线；3—实测曲线

误差一般都小于1°。③在钢试件上测量的结果比岩石试件上的好，这是由于钢试件的均匀性和各向同性比岩石好。

为了提高测量结果的精密度，我们把实验数据，利用最小二乘法进行处理，其结果见表3.2.4及图3.2.20。

由图3.2.20可见，理论曲线、实测曲线、回归曲线三者基本重合。实测曲线与回归曲线基本重合，说明测量结果的精密度较高❶；回归曲线与理论曲线基本重合，说明测量结果的准确度较高❷。由表3.2.4可以看出，幅度误差小于1.7%（李曼在实验室利用钢和岩石进行实验，其精度为±10%）。

（2）在大块岩石上，用钻机进行解除实验

这种实验分为两种情况：一是在不加荷的大块岩石标本上进行实验。我们认为在一块孤立的脱离了地应力场作用的岩石标本上是没有应力作用的，因而不应测到应力；另一种是在加载的岩石标本上用钻机进行解除，此时所测得的应力值与外载荷一致。以此来检验测量结果的可靠性。两种情况的实验结果如下：

① 在不受载的岩石标本上进行解除实验

所用标本为二十里长山泥质条带状厚层灰岩，尺寸为 $50\times60\times80cm^3$。在标本的中央打一直径为36mm的小孔。将应力计安置在小孔的适当位置上，施加适当预应力。然后用油压300型钻机进行解除取心，解除口径为219mm及150mm。

共进行了17次实验，取得了18个有效数据，结果如表3.2.5。

表 3.2.5 在不受载的岩石标本上进行实验的结果

实验日期	记录应力值(MPa)	实验日期	记录应力值(MPa)
1972.9.22	−0.25	1972.11.1	0.10
9.27	0.05	11.2	0.47
9.29	−1.25		0.66
10.4	−0.70	11.12	0.35
10.5	−0.40	11.10	−0.20
	0.30		0.25
10.23	0.60		−0.15
10.24	0.15	12.19	−0.50
10.26	0.10		−0.25

注：正号表示压应力，负号表示张应力

由以上18个数据可以看出：所测得的记录应力值有14个小于0.5MPa；3个为0.5—0.7MPa；1.0MPa以上的只有一个。因为脱离了地应力场作用的岩石是不应该有应力的，而实际测量结果也正是如此。这说明我们的应力计是可靠的，达到了地应力解除的要求。

至于为什么能在岩石标本上记录到一些“应力值”的问题，有如下的看法：

岩石中可能有残余应力及温差应力，由于岩石的不均匀性和受力的不均匀性会造成残余应力，由于标本内温度分布不均匀（钻机钻进时，循环水可造成钻孔周围与远处岩石的温差）而产生温差应力。至于它们存在的机制如何，这种方法能否测得出来，都有待进一

❶ 精密度：指测量值的重复程度，由偶然误差所决定。

❷ 准确度：指测量值与真值的符合程度，由系统误差所决定。

步研究。

② 给岩石施加单向压力的情况下，用钻机进行解除试验

岩石试样仍为二十里长山泥质条带状厚层灰岩，尺寸为50×50×60及45×48×80cm³，加荷装置用压力枕加压。

实验步骤如下：首先将岩石加荷到预定的数值（实验中曾将内压加到5.0—7.0MPa）。并且使压力稳定在这个数值上，然后在岩石中央打小孔．装好元件，最后用钻机进行解除，解除口径为150mm（图3.2.21）。

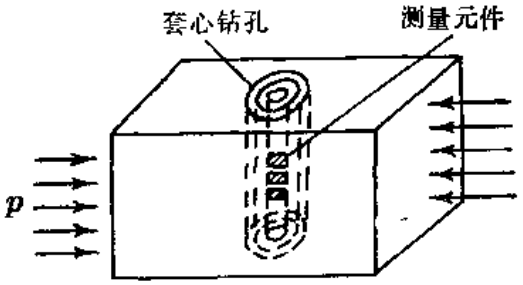


图 3.2.21 大块岩石试件加荷解除试验

表 3.2.6 用大块岩石试件进行加载解除试验结果

实验日期	外加负荷 (MPa)	实测结果 最大主应力(MPa)	测量结果的误差	
			最大主应力幅度误差	最大主应力方向误差
1973.5.3	6.0	6.3	5%	1°
1973.10.10	7.0	7.1	1.4%	−3°
1973.12.10	6.0	5.4	10%	−2°

现将有代表性的实验结果列入表3.2.6。

由实验结果可以得出如下结论：

a．使用压磁应力计所得测量结果具有相当的可靠性和一定的精确度。在大块岩石上用钻机解除实验结果大部分测量误差小于5%，个别情况下误差大于10%。

b．获得了解除过程中曲线变化规律的可贵资料，这对野外实验具有很大意义。应力释放槽进入到45°张角以内时曲线发生变化，在45°角以外时，曲线基本不变（图3.2.22），这与用有限元法所计算的曲线完全一致（图3.2.23）。

c．随着应力解除槽的加深，在开始阶段曲线上升出现峰值，这是由于在释放槽加深的过程中，释放槽底部附近应力集中造成的。随着解除槽的加深，除了有应力集中外，应力解除槽出现后，岩石试件的有效断面减小，因而平均应力值增加。

岩石试件上A—A剖面上（图3.2.24）的平均应力值为

$$\sigma=\frac{p}{S}$$

式中：p—外加压力；

S—有效断面。

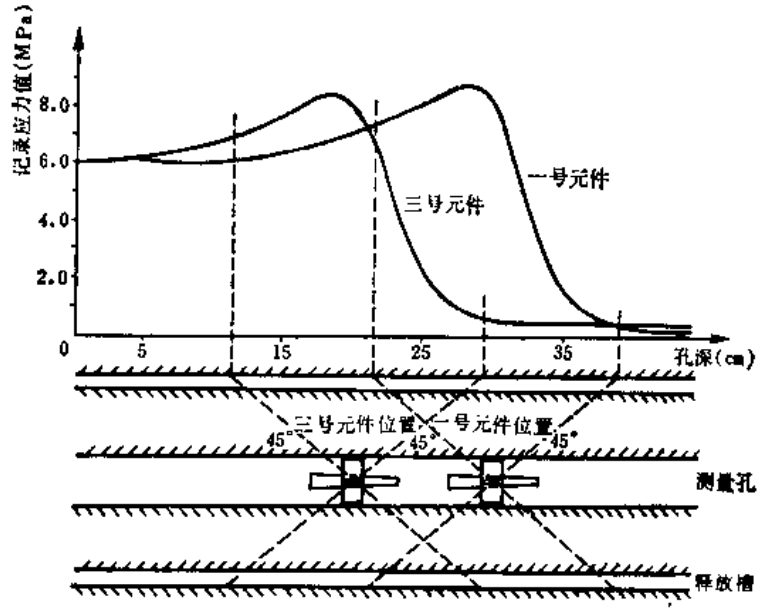


图 3.2.22 大块岩石试件加荷解除试验曲线

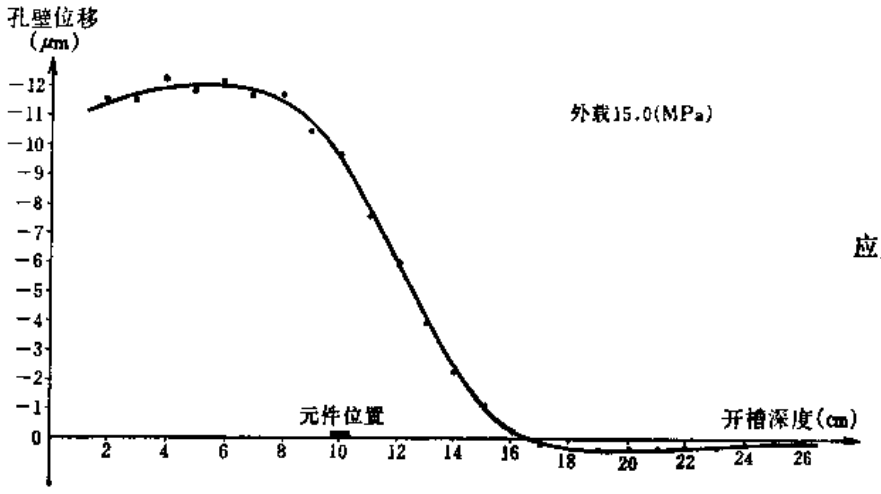


图 3.2.23 用有限元法计算的地应力解除曲线

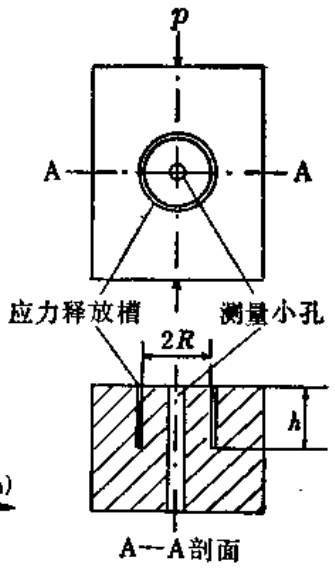


图 3.2.24 应力解除槽开出后岩石试件断面的变化

当开出解除槽后，A—A剖面上的有效断面将为：

$$S' = S - hR$$

此时的平均应力为：

$$\sigma = \frac{p}{S'} = \frac{p}{S - hR} = f(h)$$

式中：h—解除槽深度；

R—解除槽半径。

由上式可见：解除槽的深度愈大，平均应力和应力集中也比较明显。

在野外的情况，岩石的尺寸是无限大的，因此，上述现象将变得不明显。

实验室试验证明，YG-73型压磁地应力计具有较好的线性、重复性、长期稳定性以及

较高的灵敏度和较大的刚度。用YG-73型压磁地应力计进行测量所得结果精确、可靠。适用于地质构造、地震预报、矿山设计、水利工程以及其它岩石工程等方面应力场的测定工作。

三、DLD数字式压磁应力计

1．概述

DLD数字式压磁应力计为测量地应力的专用仪器，可与YG-73型，YG-81型或其它类型压磁传感器配套使用。仪器的照片见图版Ⅰ—3。本仪器采用电压法测量压磁传感器两端的电压，以五位发光二极管显示测量结果。其操作简单，携带方便，体积小，重量轻，耗电省，可消除断电脉冲的影响，可交直流两用，适用于野外，矿井及地下工程中测量之用。该仪器是在SYL-1型仪器的基础上进一步发展起来的，克服了以往仪器的一些缺点，使仪器更加完善。

仪器的使用条件：

温度：0℃—+40℃；

湿度：95%以下；

电源：交流220V或36V—±10%；直流±22.5V—±26V。

2．技术特点

（1）本仪器只设置一个交流恒流源，以往的仪器为三个电流源，更利于减少功耗，缩小体积，减轻重量，便于野外使用。

本仪器后面板设有可同时接入16个元件的按压式接线柱，由同步于内部时钟的转换开关进行转换测量，可以消除转换时断电脉冲引起的测值突变。

（2）恒流输出可以通过改变内部取样电阻的连接点任意选取2mA、4mA、6mA、8mA并可以作微小调整。

（3）在满足仪器使用条件范围内仪器经预热30分钟，可达到下列指标。

a．恒流源频率1kHz；

b．频率变化$\leqslant 1\times10^{-4}$；

c．电流失真优于0.3%；

d．电流恒流稳定度0.3%；

e．线性度±0.2%。

（4）本仪器测量显示采用$4\frac{1}{2}$数字面板表，满度值为1.9999，比原来采用满度值5000提高分辨率4倍。灵敏度可达100μV，在4mA工作电流时，相当于0.025Ω；在2mA工作电流时，相当于0.05Ω，提高了测量精度。该面板表具有自动校零的功能，简化了操作手续。

（5）该仪器可输出与TTL、CMOS兼容的并串行BCD码，可外接打印机或微机进行自动打印，数据处理。

（6）本仪器，可通过面板微型按钮及拨动开关，自动或手动巡回或任意选取某一元件进行测量，巡回元件数可以任选。最多元件数为16个。

（7）本机可8小时连续工作。

（8）整机功耗＜10W。

（9）外型尺寸22×14×28cm³，重量约1kg。

3. 工作原理

本仪器的基本工作原理是测量由交流恒流源供电的传感器两端的交流电压值；当元件的阻抗发生改变时，测量值就跟着有所改变。

本机主要由交流恒流电流源，测量显示部件，转换开关及电源各部分组成(图3.3.1)。

（1）交流恒流电流源

本仪器配用的传感器，是由具有压磁效应的Ni65坡莫合金材料做成心轴的电感元件。

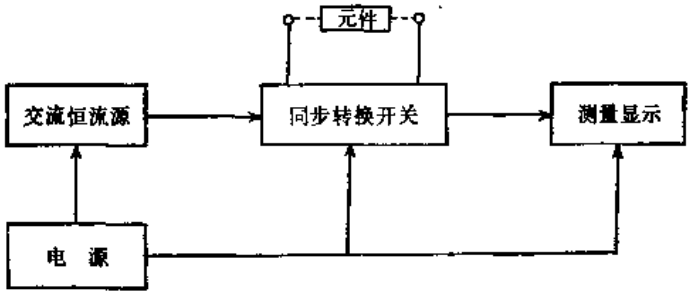


图 3.3.1 DJD数字式压磁应力仪方框图

其电感量可表示为：　　$L=\mu L_0$

其中L_0为空心电感，μ为铁心的有效导磁率。根据铁心的磁化特性，μ与磁化电流有关。

由式(3.2.3)可知在磁化电流频率为f，幅度为I的正弦波作用下，对YG-73或YG-81型电感元件（其$Q\simeq1$），其两端之交流电压可表示为：$V(p)=2\sqrt{2}\pi f I_0 L(p)$

为了让$V(p)$变化只与(p)有关，即只与作用于元件上的压力p有关，要求频率f及电流I都为常数，并且电流失真度要求很小。这就是本机交流恒流源设计的宗旨。

交流恒流电流源由1kHz信号发生器和自动调整放大器组成。

① 1kHz正弦信号发生器

1MHz的石英晶体振荡器、经1000分频后由RC及运算放大器组成的有源滤波器将高次谐波滤掉，便可以获得失真度优于0.2%，频率为1kHz的正弦信号。1kHz正弦信号发生器原理如图3.3.2所示：

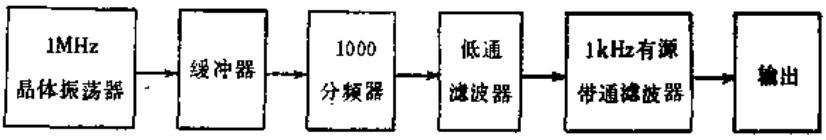


图 3.3.2 1kHz正弦信号发生器方框图

② 自动调整放大器

为了保证输出电流幅度的稳定，采用了自动调节原理。它由功率放大，自动增益控制前置放大器，输出隔离变压器，取样放大器，精密整流器，比较积分器及基准源等组成

(图3.3.3)。

为了保证当负载在最大范围变化时输出电流的恒定，功率放大器采用了电流负反馈以

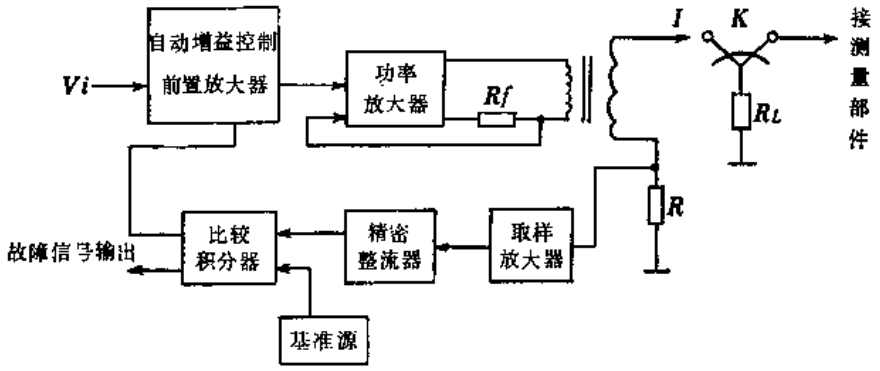


图 3.3.3 自动调整放大器方框图

提高电路的输出阻抗，使具有较大的负载调整率。

输出电流I的稳定，即消除输入信号Vi（来自石英振荡器的1kHz的正弦波）幅度的变化，温度变化引起的内外电路参数的变化以及负载的变化等对电流I的影响，是由电路的自动调节作用来达到的。自动调节作用由自动增益控制前置放大器实现。主要利用场效应管输出特性曲线中予夹断区漏源极间的动态电阻随栅压的改变而发生很大变化的特点，通过控制加于场效应管的栅极电压来调节这一级放大的增益，从而达到自动调整的结果。由交流信号发生器来的1kHz正弦信号Vi，经自动增益控制前置放大器加到功率放大器上，通过输出变压器加到传感器元件上。同时，从与传感器元件相串联的取样电阻R上取出与输出电流有关的取样信号，将此电流信号送入取样放大器进行预放大，再由精密整流器变换成和输出电流信号成比例的直流电压。这个直流电压，与基准源同时加到比较积分器输入端。最后由比较积分器的输出信号控制自动增益控制前置放大器中的场效应管的栅极。当电路中，由于某种原因引起输出电流发生变化时，这个改变的电流信号经取样电阻拾取，放大与整流后得到一个改变了的直流电压，加到比较积分器的输入端，引起输出的变化，于是改变加于场效应管的栅极电压，从而改变了自动增益控制放大器的增益，调整了输出电流的变化，达到恒流目的。

改变取样电阻的数值和基准源的电平可以调整输出电流的大小。本机设有4个取样电阻，分别对应2、4、6、8mA的输出电流，而基准源电位器可作微调。

③ 保护电路

本机保护电路由内同步转换开关执行。当传感器元件引线开路时，取样电流信号为零、精密整流器输出为零。只有基准源电压加入比较积分器使比较积分器输出±15V饱和电平，这个正电平信号一路输入到故障显示双稳使故障信号红灯亮，一路输入到转换开关电路D触发器，预置S端，强迫D触发器置"1"，负载系统开关接通，相当于接上负载，使电路进入正常工作状态。

按下手动巡回按钮，负载转换到下一个传感器故障灯灭。若红灯不灭表示故障不是因为负载开路引起，而是输入信号太小，加入场效应管的栅极电压进入正电平，此时要检查正弦信号发生器，调节信号输入量。

（2）测量显示部件由交直流变换器和直流数字电压表两个部分组成

① 交直流变换器

交直流变换器是采用线性运算放大器构成的全直流通道的精密整流电路，属于平均值交直流变换器，按正弦波的有效值进行定标整个变换器由三级组成，第一级为1:1高输入阻抗的缓冲级。第二级是半波整流级，其传递系数为$\frac{\sqrt{2}}{\pi}$，第三级是有源滤波器。为使输出直流电压为输入交流电压有效值，其直流增益为$\frac{\pi}{\sqrt{2}}$。

这种交直流变换器是一种线性度好，精度高的交直流变换器，若采用高速，高精度运放，其精度可优于0.1%。

② 直流数字电压表

本机采用4 $\frac{1}{2}$位数字面板表，该表的核心部件是4 $\frac{1}{2}$位大规模 A/D 转换器心片TSC7135，采用TSC7447作为红色LED显示驱动器，并用CD4069反相器作100kHz时钟及BCD串并行数据输出缓冲器。该表满量程为20000mV，它的最大线性误差为一个字，分辨率可达50ppm(1/20000)自动校零周期可使零点误差为10μV以下，零点漂移减少到0.5μV/℃，最大输入电流为10pA，可使源内阻的误差减至最小。TSC7135采用双积分原理进行 A/D 转换，有很强的抗干扰能力。它具有自动校零功能，可省去手动校零的麻烦，由于采用4 $\frac{1}{2}$位数字面板表作测量显示，使本机分辨率得到提高（达0.1mV最小读数），同时也提高了测量精度和整机的稳定性。

（3）转换开关

为了减少功耗和体积，降低成本，本机只设一个交流恒流电流源。但是进行地应力测量时往往需要同时测量设置在不同方位角的三个（应力解除时）或三个以上（长期观测）的传感器元件，这样测量时就必须设置转换开关，作为切换元件之用。

本机设置与内部信号源时钟同步的切换开关，它可以保证断开和接上元件时都在时钟同一相位点。又在输出电路上并接自动可调电阻，在元件切转时先将激磁电流旁路，防止切转元件时产生冲击电流对磁心产生过磁化。消除断电引起的测值突变的现象。图3.3.4是转换开关的原理框图。

当按压手动巡回键或通道选择按钮时，该电路输出一个10—20ms的控制正电平脉冲，

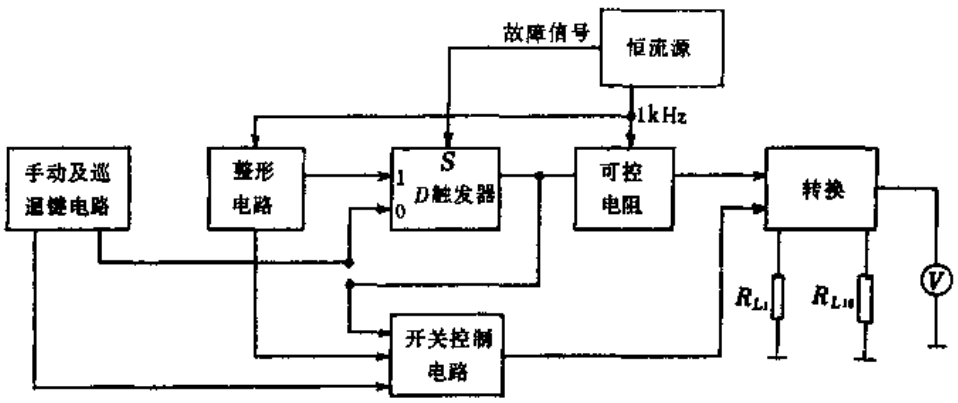


图 3.3.4 转换开关方框图

（自动时不需按任何钮，而每隔一秒钟左右自动输出）作为D触发器的D输入，和开关控制电路的门控电平。来自恒流源输出的1kHz正弦信号，经整形后得到前沿很陡的方波信号，每个方波的前沿都准确地在正弦波形同一个相位点上，当控制正电平到来后，第一个方波的前沿使得D触发器输出Q置"1"，这个"1"电平使得与元件并联的可控电阻为零，将提供给元件的激磁电流旁路。而第二个方波的前沿则进入开关控制电路。控制开关电路起动转换开关，转换到下一个元件。而第三个方波的前沿将开关控制电路控制门关闭，保证每来一个控制正电平脉冲只能转换一次开关。10—20ms后，控制电平复零，1kHz方波信号前沿到来后使D触发器输出Q复"0"，又将可控电阻恢复为∞，恒流源电流供给元件工作。这样的转换开关，在转换元件时既可以防止冲击电流，又可以在同一相位点上，切转元件。

（4）电源

本机可以交直流两用，交流220V±10%和36V±10%；直流±22V—26V。

本机稳压用7815和7915两块正负稳压集成电路，它具有体积小、稳定性能好、又有过流、过压保护。

4．操作说明

本机在使用时务必遵守以下操作规则，以保证该仪器的安全使用。

（1）接电源前应先检查前后面板开关是否与你将要使用的电源符合。

当你将要使用的是220V交流时，先将前面板电源开关切断，将220V/36V拨动开关拨到220V一边（注意绝对不能弄错），将后面板开关扳到交流，然后再接上电源。

如果你要使用36V交流电源，将220V/36V拨动开关拨动36V一边。

若使用直流电源，可将±22V到26V的电池组接到后面板直流电源接线柱上，红色接正，白色接负，黑色接中点(0V)。而后面板直流、交流开关可当作开关使用。

（2）在后面板按顺序接上传感元件，同时可接16个元件，黑色接线柱是公共零点，然后，将前面板巡回选择拨动开关，拨到你需要巡回测量的元件数一致的数值点。1、2、3、4各表示1、2、4、8数值，元件数为总数相加值。例如你需要测量三个传感元件，就按顺序接在Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ接线柱上，拨动开关，1、2拨到off，3、4拨到on，这样自动巡回测量时，就只作三个元件巡回测量。

（3）接通电源，这时通道指示必有一个元件号灯亮，这表示已接通该元件。读数显示该元件测量值。若在自动时，则每隔一秒时间转换一次元件，若在手动时，则需按压手动巡回按钮才能转换另一元件。若按一下通道选择16个钮中之一，则接通你所按之元件号。

（4）激磁电流的改变，打开底板，换接左下方小方块线路板之连接线，A—A为2mA，B—B为4mA，C—C为6mA，D—D为8mA。调整恒流源基准之电位器作微调。

（5）仪器工作时，若故障显示灯亮，表示两种情况。一种是指示该元件开路，按一下手动巡回或通道选择按钮，转换到下一元件，灯灭，若灯仍亮，经检查元件又没有开路，则表示输入1kHz信号太小，调整恒流源输入电位器，测量积分器输出电压在-3V左右，再按一下手动巡回按钮，故障灯应灭，若调整输入电位器，积分器输出电压不变则电路有故障，需检修。

（6）为了预防开关电源时产生冲击电流而引起元件磁心过磁化最好先开电源，让仪器工作正常后，再接上元件，工作完毕后则先拆元件后关电源。

（7）不作测量的通道口，要接上500Ω以下电阻作假负载，以免引起故障显示的

错误。

四、传感器围压率定机

为了把仪器的读数换算成折算位移，以便进行主应力的计算，必须对元件进行率定，做出率定曲线，即读数-折算位移曲线。通常，是使用一种特殊的校准棱柱进行率定，这种方法有以下缺点：

（1）岩石试件与原地测点上岩石弹性性质一般是不同的，有的相差很大。因此，利用这种方法作出的标定曲线进行换算时，必须进行弹性模量的校正，否则就会引入误差。

（2）标定曲线的斜率和传感器同孔壁的接触状态有很大关系。同一传感器如果每次安装时接触状态有所差别，则率定曲线就会发生变化。因此，使用这种率定曲线进行换算时，就会引入误差，这种误差有时很大。除非使用严格筛选的、加工相当精密的传感器和高质量的测孔，否则难以克服这个问题。

（3）岩石试件的尺寸是有限大的，这与推导计算公式时所做出的假设不一致（这个假定是无限大平板）。

（4）室内校正棱柱与压机相接触的两个端面多少总存在着一定的摩擦力，这也会造成一定的误差。

为了克服上述缺点，使用围压率定法并发展了专门的设备-元件率定机，率定机主要由围压器和油泵组成，原理结构如图3.4.1所示（外观见图版Ⅰ—4）。

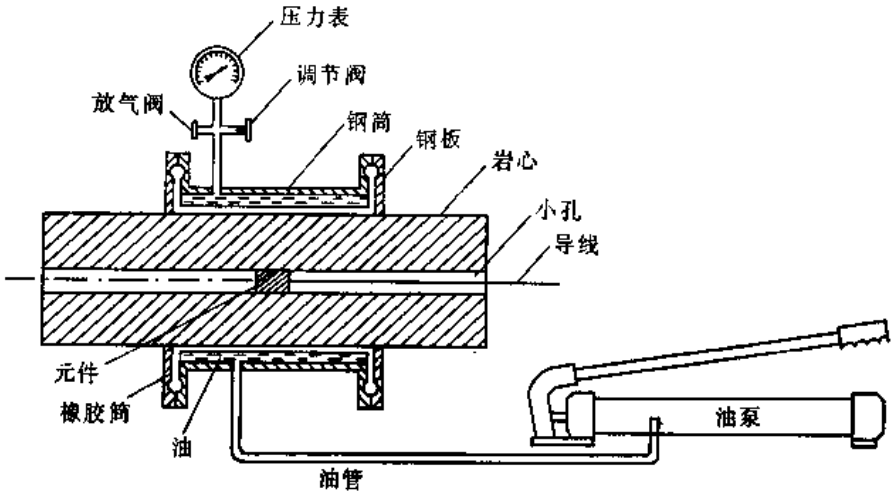


图 3.4.1 传感器围压率定机结构图

使用率定机进行率定时，是将套心之后所取出的带有元件的岩心放入元件率定机中，用油泵将油打入围压器中，给岩心施加均匀围压到预定值，然后退压，同时进行仪器读数，就可以根据下列公式画出率定曲线：

$$s=\frac{Eu}{3a}=\frac{2}{3\left(1-\frac{a^2}{b^2}\right)}\sigma \tag{3.4.1}$$

式中：s —折算位移；

σ—作用在岩心周围的均匀应力（图3.4.2）；

a—小孔半径；

b—岩心的外半径；

E—岩石的弹性模量；

u—小孔孔壁的位移。

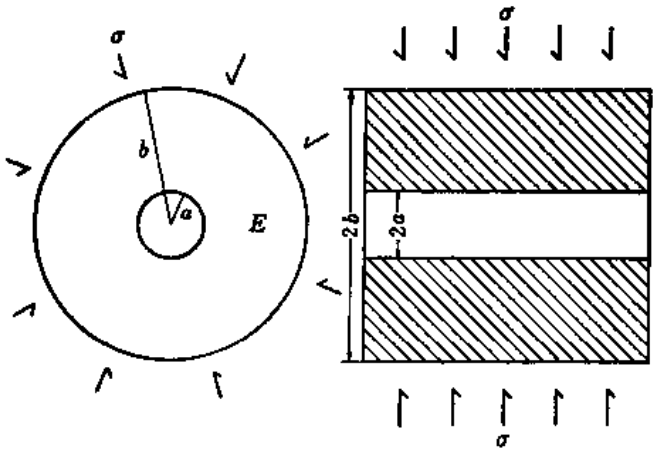


图 3.4.2 受围压作用的岩心

a—小孔半径；b—岩心的外半径

这种率定是在现场进行的，在应力解除之后，将带有元件的岩心立即放入率定机中进行率定。因而岩心中的水份散失很小，可以认为岩心的力学性质变化不大，特别是元件与孔壁的接触状态没有改变，因而可以克服前面所提到的利用棱柱进行率定的缺点。

五、定 向 仪

1. SDX水平定向仪

（1）结构与原理

SDX水平定向仪是用来确定水平或倾斜钻孔中地应力计的方位的。它由显示器和转换器两部分组成。显示器由三位半袖珍式数字万用表改装而成，它的作用是供给转换器一个恒压电源E和显示测量读数。转换器由圆形的高精密线性快速电位器、重锤、外壳、安装卡头组成（图3.5.1），仪器的外观见图版Ⅰ—5。电位器D固定在外壳上，重锤W固定在电位器旋转轴F上，使重锤与滑动臂C相对固定不变，由于重力作用，重锤永远指向重力方向，所以滑动臂的指向也固定不变。当电位器电阻膜片随着外壳旋转时，滑动臂与电阻膜片上的参考点B之间的夹角θ将发生变化。点B与C之间的电压V与张角θ成正比。根据原理电路图3.5.2，电压V为：

$$V=\frac{R_{BC}}{R}E \tag{3.5.1}$$

R为图3.5.1中电位器膜片A点及B点之间（张角为φ）的电阻；R_{BC}为B点及C点之间的电阻（张角为θ）；E为电源电压。

因为电阻R及R_{BC}都与张角成正比，所以可写为：

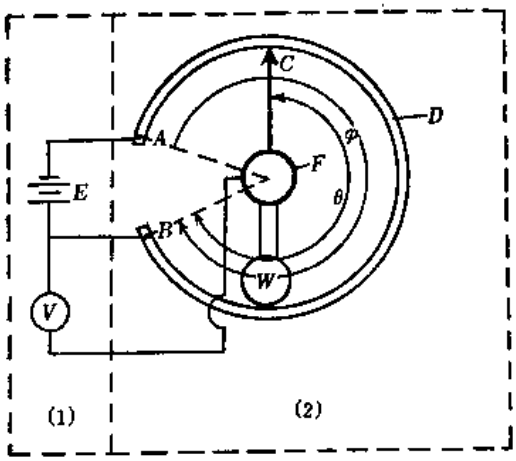


图 3.5.1 SDX水平定向仪原理图

(1)—数字显示器；(2)—转换器；D—电位器；W—重锤；F—旋转轴；E—电源；V—显示器

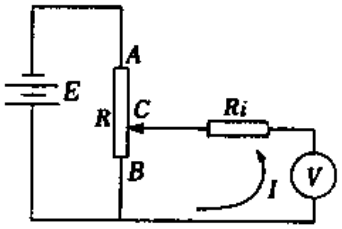


图 3.5.2 SDX水平定向仪等效电路

$$R=R_0\varphi \tag{3.5.2}$$

$$R_{BC}=R_0\theta \tag{3.5.3}$$

R_0为单位张角的电阻值。

于是，式（3.5.1）可写为

$$V=\frac{\theta}{\varphi}E \tag{3.5.4}$$

$$\theta=\frac{V}{E}\varphi \tag{3.5.5}$$

式（3.5.5）中，E及φ为常数，所以根据电压V的读数可以得出角度θ。

（2）率定及性能指标

通常是通过率定曲线将读数换算成为角度。将定向仪水平放置并固定在分度卡盘上。旋转分度卡盘，每隔5°进行一次读数，即可得到率定曲线（图3.5.3）。

率定曲线具有良好的线性。角度分辨率为0.2°，定角精度为±1°。

定向仪的最大外径为86mm。

（3）电压测量与电阻测量之比较

定向仪可以采取两种测量方式，即电压测量（如前所述）和电阻测量。电阻测量是通过测量点B及C之间的电阻值来确定角度θ。它可以省去供电电压源。但是，由于滑动臂的触点与电阻器膜片之间有一个较大的且不稳定的接触电阻。因此，给电阻测量带来较大的误差。若接触电阻的变化量为$\Delta R=10\Omega$（有时其接触电阻有几kΩ），电阻R_{BC}为100Ω时，引起的电阻测量误差为10%。

当进行电压测量时，由于显示器的输入阻抗很高，大于10MΩ。当接触电阻的波动同样为10Ω，R_{BC}为100Ω时，显示器输入阻抗$R_{入}$按10MΩ计算，由等效电路图3.5.2可知，引起的相对误差为$\dfrac{\Delta R}{R_{入}+\Delta R}\approx\dfrac{\Delta R}{R_{入}}\approx 0$即此时的误差几乎为零。

可见电压测量法具有高的测量精度，可以克服接触电阻的影响。

（4）使用方法

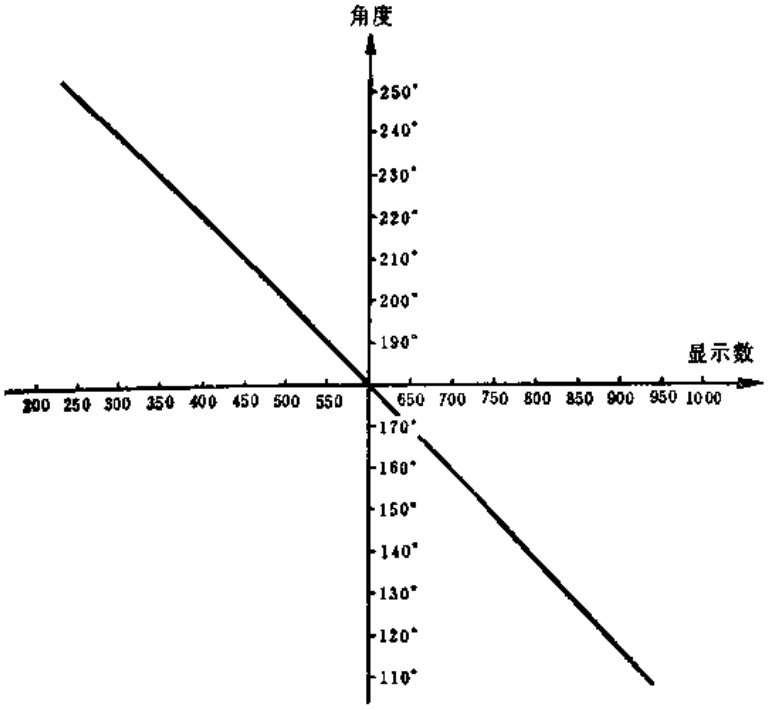


图 3.5.3 SDX水平定向仪标定曲线

将定向仪导线插头插入显示器的插座上，将显示器功能选择键打到直流电压（*DC*）处，将量程选择键2000mV按下，打开电源开关，即可显示读数；将KX-81型应力计装入安装卡头，应力计有两个销钉，将标有*A*及*B*之间的一个销钉对准卡头的标准线(见实物)；要安装其他类型的应力计时，需加一个安装转换接头，以便与定向仪的卡头匹配。将带有应力计的定向仪送入钻孔中所需要的位置，按装完毕后，进行仪器读数。通过率定曲线查出相应角度或利用下面公式换算出应力计的标准线与水平向右的方向的角度 θ（逆时针为正）。

$$\theta = 180^\circ - \frac{V_{读} - V_{标}}{5}$$

其中$V_{读}$为读数，$V_{标}$为定向仪标准线在正上方时的显示读数，这个$V_{标}$值可以在现场自己标定。

2．光学定向仪

这种定向仪是在井口处通过光学望远镜进行定向。定向精度可达±2°（图版Ⅰ—6）。

3．铅直孔定向仪

铅直孔定向仪由罗盘定向系统组成，定时装置分为两种，一种是利用钟表机械定时，一种是利用电子装置定时，测量精度为3°。在使用之前，预置定时时间，定时的长短，要考虑能在这段时间内完成安装操作过程。当到达预置时间时，罗盘指针被索定，于是方向便被记录下来。仪器外观见图版（Ⅱ—1)(Ⅱ—2)。

第四章　KX-81型空心包体式三轴地应力计

KX-81 型空心包体式三 轴 地应力计是一种利用孔壁应变解除法进行地应力测量的仪器。它可在单孔中通过一次套心得到该点的三维应力状态，使用方便，安装操作简单，成本低，效率高。这种应力计是澳大利亚CSIRO应力计的一种改进型[11]。

一、应力计的结构

应力计是由嵌入环氧树脂筒中的12个电阻应变片组成的。将三枚应变花（每枚应变花有四个应变片）沿环氧树脂筒圆周相隔120°粘贴(图4.1.1)。然后再用环氧树脂浇注外层，

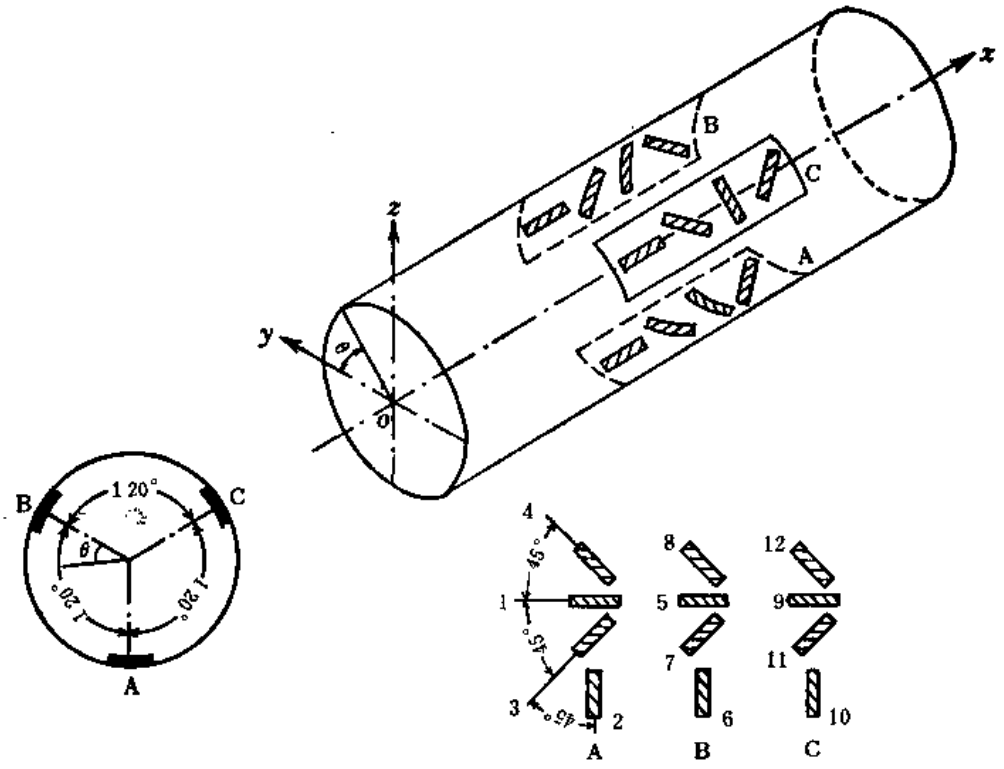


图 4.1.1　应变花位置分布
（A、B、C为三组应变片）

使电阻应变片嵌在筒壁内，外层厚度约为0.5mm，在应力计的顶部有一个补偿应变片。

环氧树脂圆筒有一个内腔，用来装粘结剂，另有一个环氧树脂柱塞，如图4.1.2所示，外观见图板Ⅱ—3。使用时，将圆筒内腔7装满粘结剂，然后将柱塞10 插入 内腔约 1.5cm 深处，用固定销 8 将其固定。柱塞的另一端有一导向定位头13，以便应力计顺利安装在小孔中所需要的位置上。将应力计送入钻孔中预定位置后，用力推动安装杆 1，可使固定销切断，继续推进可使粘接剂经柱塞小孔11流出，进入应力计和小孔孔壁之间的间隙里，经

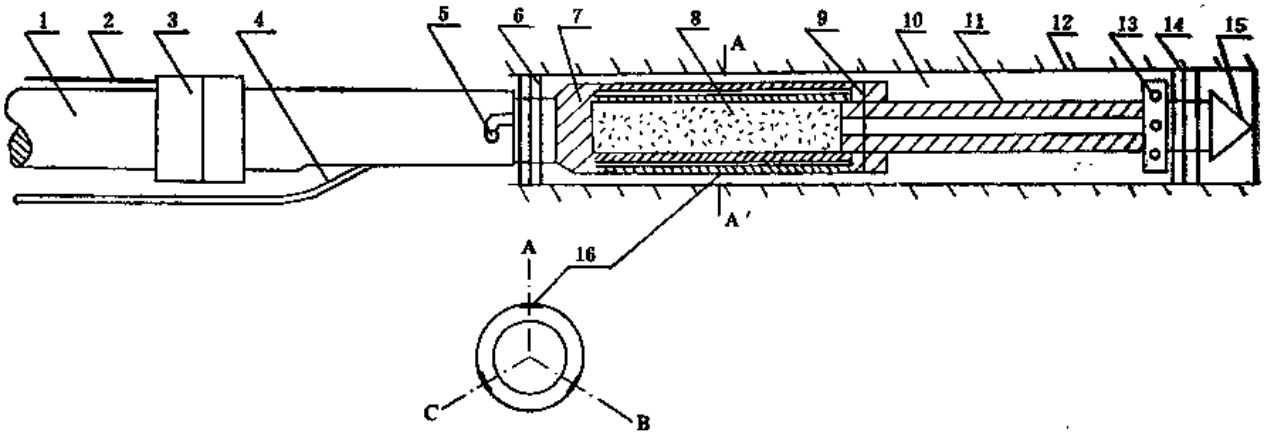


图 4.1.2 KX-81型空心包体三轴地应力计结构示意图

1—安装杆；2—定向器导线；3—定向器；4—读数电缆；5—定向销；6—密封圈；7—环氧树脂筒；8—空腔，内装粘胶剂；9—固定销；10—应力计与孔壁之间的空隙；11—柱塞；12—岩石钻孔；13—出胶孔；14—密封圈；15—导向头；16—应变花

过一定的时间，粘接剂固化后，即可进行套心解除。

应力计的外径为35.5mm，工作长度为150mm，可安装在直径为36—38mm 的小钻孔中。

应力计具有良好的绝缘防水性能。

使用EX数字式电阻应变仪进行读数，最小读数为一个微应变。量程为±2000微应变。

二、应力计的制造

环氧树脂圆筒是用模具浇注的。将环氧树脂加上适当的固化剂和充填料之后，搅拌均匀，用真空泵抽出环氧树脂中的气泡，然后灌入模具，送入恒温箱加温到一定温度，再保温适当时间，以完成环氧树脂的固化作用和保证其机械性能，然后起模，即可得到合格的圆筒。将应变花粘贴在圆筒表面，然后再浇注外层，使应力计具有较高的绝缘度。柱塞和其它部件也以同样的方法浇注而成。

三、应力计读数与地应力的关系

1．钻孔坐标系中的地应力与应力计读数的关系

由第一章式（1.7.61—1.7.65）可以得出钻孔坐标系 $o\text{-}x'y'z'$ 中（y' 与钻孔轴平行，x' 为水平）地应力与应力计读数之间的关系如下：

$$E\varepsilon_\theta=[K_1-2K_2(1-\nu^2)\cos2\theta]\sigma_{x'}-K_4\nu\sigma_{y'}+[K_1+2K_2(1-\nu^2)\cos2\theta]\sigma_{z'}-4K_2(1-\nu^2)\sin2\theta\tau_{x'z'} \quad (4.3.1)$$

实际上 K_1 与 K_2 很接近，若取 $K_1=K_2=K_{12}$ 时，

$$E\varepsilon_\theta=[1-2(1-\nu^2)\cos2\theta]K_{12}\sigma_{x'}-K_4\nu\sigma_{y'}+[1+2(1-\nu^2)\cdot\cos2\theta]K_{12}\sigma_{z'}-4K_{12}(1-\nu^2)\sin2\theta\tau_{x'z'} \quad (4.3.2)$$

$$E\varepsilon_a=-\nu\sigma_{x'}+\sigma_{y'}-\nu\sigma_{z'} \quad (4.3.3)$$

$$E\varepsilon_{45^\circ}=\frac{1}{2}(E\varepsilon_a+E\varepsilon_\theta+E\gamma) \quad (4.3.4)$$

$$E\varepsilon_{-45^\circ}=\frac{1}{2}(E\varepsilon_a+E\varepsilon_\theta-E\gamma) \tag{4.3.5}$$

$$E\gamma=4K_3(1+\nu)(\tau_{x'y'}\cos\theta-\tau_{y'x'}\sin\theta) \tag{4.3.6}$$

式 (4.3.1)、(4.3.2)、(4.3.3)、(4.3.4)、(4.3.5)即为应变计读数与地应力的关系式。

上式中：E—岩石的弹性模量；ν—岩石的泊松比；K_1、K_2、K_3、K_4—为校正系数，它们是由于应变片被粘接在离开岩石表面一定距离之处所引起的，这些系数与应变计离开岩石表面的距离大小及岩石和环氧树脂的弹性模量有关，见 表 4.3.1[11]；θ—为应变计与x'轴的夹角；ε_θ、ε_a、ε_{450}、ε_{-450}—为周向、轴向和与孔轴成±45°的应变计的读数。

表 4.3.1 系数K_1、K_2、K_3、K_4值

$E_r:Ep$	rs(mm)	K_1	K_2	K_3	K_4	K_1和K_2的平均值
20	17.0	1.18	1.20	1.11	0.88	1.20
20	17.5	1.12	1.13	1.08	0.91	1.12
20	18.0	1.07	1.07	1.05	0.95	1.07
10	17.5	1.10	1.08	1.08		1.09
5	17.5	1.08	1.02	1.08		1.05
3	17.5	1.04	1.00			1.02

E_r—岩石的弹性模量；Ep—环氧树脂的弹性模量；rs—应变片在钻孔中的径向位置。

令

$$\left.\begin{aligned}f_1&=[1-2(1-\nu^2)\cos2\theta]K_{12}\\f_2&=-K_4\nu\\f_3&=[1+2(1-\nu^2)\cos2\theta]K_{12}\\f_6&=-4(1-\nu^2)K_{12}\sin2\theta\end{aligned}\right\} \tag{4.3.7}$$

令

$$\left.\begin{aligned}[F]&=[F_1F_2F_3F_4F_5F_6]\\F_1&=\frac{1}{2}(f_1-\nu)\\F_2&=\frac{1}{2}(f_2+1)\\F_3&=\frac{1}{2}(f_3-\nu)\\F_4&=-2(1+\nu)K_3\sin\theta\\F_5&=2(1+\nu)K_3\cos\theta\\F_6&=\frac{1}{2}f_6\end{aligned}\right\} \tag{4.3.8}$$

令

$$\left.\begin{aligned}[F']&=[F'_1F'_2F'_3F'_4F'_5F'_6]\\F'_1&=F_1\\F'_2&=F_2\\F'_3&=F_4\\F'_4&=-F_4\\F'_5&=-F_5\\F'_6&=F_6\end{aligned}\right\} \tag{4.3.9}$$

令

$$\left.\begin{aligned} S_\theta &= E\varepsilon_\theta \\ S_\alpha &= E\varepsilon_\alpha \\ S_{+45^\circ} &= E\varepsilon_{+45^\circ} \\ S_{-45^\circ} &= E\varepsilon_{-45^\circ} \end{aligned}\right\} \tag{4.3.10}$$

于是，式(4.3.2)、(4.3.3)、(4.3.4)、(4.3.5) 可表示为

$$\left.\begin{aligned} S_\theta &= f_1\sigma_{x'} + f_2\sigma_{y'} + f_3\sigma_{z'} + f_6\tau_{x'y'} \\ S_\alpha &= -\nu\sigma_{x'} + \sigma_{y'} - \nu\sigma_{z'} \\ S_{45^\circ} &= [F]\{\sigma'\} \\ S_{-45^\circ} &= [F']\{\sigma'\} \end{aligned}\right\} \tag{4.3.11}$$

$$\{\sigma'\} = [\sigma_{x'}\ \sigma_{y'}\ \sigma_{z'}\ \tau_{x'y'}\ \tau_{y'z'}\ \tau_{z'x'}]^T$$

2．在固定坐标系o-xyz中应力计读数与地应力的关系

钻孔坐标系是随着钻孔的方位而变化的。为了方便地进行主应力的计算，必须建立应变读数与固定坐标系中应力分量的关系。

钻孔坐标系与固定坐标系的关系如图2.2.1所示。

根据应力分量的坐标变换公式（2.2.5)可以很方便地将式（4.3.11）中局部坐标系中的应力分量$\{\sigma'\}$换算成为固定坐标系中的应力分量$\{\sigma\}$。

将式（2.2.5）或式（2.2.6）代入式(4.3.11）并进行整理，可得下式：

$$S_\theta = [C]\{\sigma\} \tag{4.3.12}$$

$$S_\alpha = [D]\{\sigma\} \tag{4.3.13}$$

$$S_{45} = [J]\{\sigma\} \tag{4.3.14}$$

$$S_{-45} = [J']\{\sigma\} \tag{4.3.15}$$

式（4.3.12—4.3.17）即为固定坐标系中应变计读数与地应力场的关系式。

上式中：

$$\left.\begin{aligned} [C] &= [C_1C_2C_3C_4C_5C_6] \\ C_1 &= f_1l_1^2 + f_2l_2^2 + f_3l_3^2 + f_6l_1l_3 \\ C_2 &= f_1m_1^2 + f_2m_2^2 + f_3m_3^2 + f_6m_1m_3 \\ C_3 &= f_1n_1^2 + f_2n_2^2 + f_3n_3^2 + f_6n_1n_3 \\ C_4 &= 2f_1l_1m_1 + 2f_2l_2m_2 + 2f_3l_3m_3 + f_6(l_1m_3 + l_3m_1) \\ C_5 &= 2f_1m_1n_1 + 2f_2m_2n_2 + 2f_3m_3n_3 + f_6(m_1n_3 + m_3n_1) \\ C_6 &= 2f_1n_1l_1 + 2f_2n_2l_2 + 2f_3n_3l_3 + f_6(n_1l_3 + n_3l_1) \end{aligned}\right\} \tag{4.3.16}$$

$$\left.\begin{aligned} [D] &= [d_1d_2d_3d_4d_5d_6] \\ d_1 &= -\nu l_1^2 + l_3^2 - \nu l_3^2 \\ d_2 &= -\nu m_1^2 + m_3^2 - \nu m_3^2 \\ d_3 &= -\nu n_1^2 + n_3^2 - \nu n_3^2 \\ d_4 &= -2\nu l_1m_1 + 2l_2m_2 - 2\nu l_3m_3 \\ d_5 &= -2\nu m_1n_1 + 2m_2n_2 - 2\nu m_3n_3 \\ d_6 &= -2\nu n_1l_1 + 2n_2l_2 - 2\nu n_3l_3 \end{aligned}\right\} \tag{4.3.17}$$

$$
\begin{aligned}
&[J]=[J_1J_2J_3J_4J_5J_6]\\
&J_1=F_1l_1^2+F_2l_2^2+F_3l_3^2+F_4l_1l_2+F_5l_2l_3+F_6l_1l_3\\
&J_2=F_1m_1^2+F_2m_2^2+F_3m_3^2+F_4m_1m_2+F_5m_2m_3+F_6m_1m_3\\
&J_3=F_1n_1^2+F_2n_2^2+F_3n_3^2+F_4n_1n_2+F_5n_2n_3+F_6n_1n_3\\
&J_4=2F_1l_1m_1+2F_2l_2m_2+2F_3l_3m_3+F_4(l_1m_2+l_2m_1)\\
&\quad+F_5(l_2m_3+l_3m_2)+F_6(l_1m_3+l_3m_1)\\
&J_5=2F_1m_1n_1+2F_2m_2n_2+2F_3m_3n_3+F_4(m_1n_2+m_2n_1)\\
&\quad+F5(m_2n_3+m_3n_2)+F_6(m_1n_3+m_3n_1)\\
&J_6=2F_1n_1l_1+2F_2n_2l_2+2F_3n_3l_3+F_4(n_1l_2+n_2l_1)\\
&\quad+F_5(n_2l_3+n_3l_2)+F_6(n_1l_3+n_3l_1)
\end{aligned}
\qquad (4.3.18)
$$

将式（4.3.18）中的F_1、F_2、F_3、F_4、F_5、F_6用F'_1、F'_2、F'_3、F'_4、F'_5、F'_6代替则得：

$$
\begin{aligned}
&[J']=[J'_1J'_2J'_3J'_4J'_5J'_6]\\
&J'_1=F'_1l_1^2+F'_2l_2^2+F'_3l_3^2+F'_4l_1l_2+F'_5l_2l_3+F'_6l_1l_3\\
&J'_2=F'_1m_1^2+F'_2m_2^2+F'_3m_3^2+F'_4m_1m_2+F'_5m_2m_3+F'_6m_1m_3\\
&J'_3=F'_1n_1^2+F'_2n_2^2+F'_3n_3^2+F'_4n_1n_2+F'_5n_2n_3+F'_6n_1n_3\\
&J'_4=2F'_1l_1m_1+2F'_2l_2m_2+2F'_3l_3m_3+F'_4(l_1m_2+l_2m_1)\\
&\quad+F'_5(l_2m_3+l_3m_2)+F'_6(l_1m_3+l_3m_1)\\
&J'_5=2F'_1m_1n_1+2F'_2m_2n_2+2F'_3m_3n_3+F'_4(m_1n_2+m_2n_1)\\
&\quad+F'_5(m_2n_3+m_3n_2)+F'_6(m_1n_3+m_3n_1)\\
&J'_6=2F'_1n_1l_1+2F'_2n_2l_2+2F'_3n_3l_3+F'_4(n_1l_2+n_2l_1)\\
&\quad+F'_5(n_2l_3+n_3l_2)+F'_6(n_1l_3+n_3l_1)
\end{aligned}
\qquad (4.3.19)
$$

四、由应力计读数计算地应力的最小二乘方法

如果在某一点上进行了多次测量，那么就可以得一组测量读数，这里同样采用第二章中使用的最小二乘方法进行处理，以得到最可信赖的解答。

对应于每个测量读数都有一个残余误差，它们是：

$$e_{0i}=S_{0i}-[C_i]\{\sigma\} \qquad (4.4.1)$$

$$e_{ai}=S_{ai}-[D_i]\{\sigma\} \qquad (4.4.2)$$

$$e_{45i}=S_{45i}-[J_i]\{\sigma\} \qquad (4.4.3)$$

$$e_{-45i}=S_{-45i}-[J'_i]\{\sigma\} \qquad (4.4.4)$$

式中e_{0i}、e_{ai}、e_{45i}、e_{-45i}分别为对应第i个测量读数S_{0i}、S_{ai}、S_{45i}、S_{-45i}的残余误差。

根据最小二乘方原理，残余误差的平方和应具有极小值：

$$
\begin{aligned}
e&=\sum_{i=1}^{n_1}e_{0i}^2+\sum_{i=1}^{n_2}e_{ai}^2+\sum_{i=1}^{n_3}e_{45i}^2+\sum_{i=1}^{n_4}e_{-45i}^2\\
&=\text{极小值}
\end{aligned}
\qquad (4.4.5)
$$

残余误差的平方和可看作是应力分量σ_x、σ_y、σ_z、τ_{xy}、τ_{yz}、τ_{xz}的函数。

由

$$\frac{\partial e}{\partial\{\sigma\}}=0 \tag{4.4.6}$$

可得下列方程组：

$$[A]\{\sigma\}=\{G\} \tag{4.4.7}$$

$$[A]=[a_{ij}] \tag{4.4.8}$$

$$\{G\}=[g_i]^{\mathrm{T}} \tag{4.4.9}$$

$$a_{ij}=\sum_{k=1}^{n_1}C_{ik}C_{jk}+\sum_{k=1}^{n_2}D_{ik}D_{jk}+\sum_{k=1}^{n_3}J_{ik}J_{jk}+\sum_{k=1}^{n_4}J'_{ik}J'_{jk} \tag{4.4.10}$$

$$g_i=\sum_{k=1}^{n_1}S_{0k}C_{ik}+\sum_{k=1}^{n_2}S_{ak}D_{ik}+\sum_{k=1}^{n_3}S_{15k}J_{ik}+\sum_{k=1}^{n_4}S_{-45k}J'_{ik}$$

$$(i,j=1,2,\cdots 6) \tag{4.4.11}$$

n_1、n_2、n_3、n_4分别为测量次数。

方程（4.4.7）被称为正态方程组，解该方程组可得一组最可信的地应力分量。

五、主应力及误差的计算（见第二章第二节）

六、由KX-81型空心包体地应力计读数计算地应力的计算机程序(QUICK BASIC语言)

1．程序说明

该程序可对KX-81型空心包体三轴地应力计资料进行处理，也可对YG-73及YG-81型压磁地应力计进行处理，也可对两种应力计的资料同时进行处理。对程序稍加改进，即可对孔底应变计、水压破裂等多种方法获得的资料进行综合处理，得到一个更合理的共同答案。

2．程序的操作

该程序可在微机上使用，采用问答式。程序启动后，荧光屏上将显示如何操作，按荧光屏上的显示要求输入数据。

3．输出格式

原始数据

测量地点：

测量的日期：1991.03.09

计算的日期：1991.04.07

测量位置距离地面的深度：350m

大孔底的深度：556cm

钻孔的方位角：180°

钻孔的倾斜角：4°

探头的安装角：312°

应变片的读数

RED(1-4)　　1496　　531　　828　　1065

RED(5-8)　1021　389　499　928

RED(9-12)　1067　389　1084　337

应变片的工作状态

DRE(1-4)　1　1　1　1

DRE(5-8)　1　1　1　1

DRE(9-12)　1　1　1　1

k1＝1 k2＝1 k3＝1 k4＝1

泊松比＝0.3

弹性模量 E0：350000

SHISANLIN 2-2#地应力测量的主要结果　测量的日期：1991.03.09

SIGMA X＝250.2657　SIGMA Y＝301.5271　SIGMA Z＝251.0403

TAU XY＝43.69265　TAU YZ＝13.9967　TAU ZX＝－32.47026

可信度 PE＝1.94

应变的回归值 UC,VD,WJ,RJ

1487.111　423.6667　823.3892　1087.389

1015.111　423.6667　491.3893　947.3886

1043.778　423.6667　1093.722　373.7218

主应力

SIGMA 1　SIGMA 2　SIGMA 3

326.8038　275.355　200.6741

S1的误差　S2的误差　S3的误差

10.99297　11.3565　10.99297

S1的相对误差＝3.363783%

S2的相对误差＝4.124313%

S3的相对误差＝5.478022%

SIGMA 1 的方位角＝211.0449

SIGMA 1 的倾斜角＝3.590003

SIGMA 2 的方位角＝－53.85152

SIGMA 2 的倾斜角＝54.80187

SIGMA 3 的方位角＝118.5316

SIGMA 3 的倾斜角＝34.95843

4. 源程序（QUICK BASIC语言）

```
REM 地应力测量计算源程序
REM 地质力学研究所
REM the Calculation of rock stress from readings of the triaxail gauges¥
REM the input of data¥
m＝30¥
n＝12¥
k＝6¥
```

```
DIM dw(3),u(3,1),v(3,1),w(3,1),r(3,1)¥
DIM du(3,3),dv(3,3),dw2(3,3),dr(3,3),ku(3,1),kv(3),kw(3),kr(3),
  cy(9,6)¥
DIM us(9,1),vs(9,1),ws(9,1),rs(9,1)¥
DIM slc(3,3),x0(3,3),y0(3,3),y1(3,3),slt(3,3),a(6,6),g(6,1),(6,6),
  x(6,1)¥
DIM cs(9,6),ds(9,6),js(9,6),jls(9,6)¥
DIM f(3,6),h(3,6),ff1(3,6),jj1(3,6),jj(3,6)dd(3,6),cc(3,6),tt(3,6)¥
DIM eu(3,1),ev(3,1),ew(3,1),er(3,1)¥
DIM sd(3,1),eus(9,1),evs(9,1),ews(9,1),ers(9,1)¥
DIM adr$(60),datm$(11),datc$(11),red(12,1),dre,(12,1)¥
FOR i=1TO 6¥
g(i,1)=0!¥
FOR j=1 TO 6¥
a(i,j)=0!¥
NEXT j¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 3¥
FOR j=1 TO 6¥
jj1(i,j)=0!¥
jj(i,j)=0!¥
dd(i,j)=0!¥
cc(i,j)=0!¥
NEXT j¥
NEXT i¥
nh3=0¥
ny1=0¥
nya=0¥
nn1=0¥
nn2=0¥
nn3=0¥
nn4=0¥
nn=0¥
ee=0¥
OPEN"da001"FOR INPUT AS #2¥
INPUT #2,adr $¥
INPUT #2,datm$¥
INPUT #2,datc$¥
INPUT #2,h111¥
```

```
INPUT #2,h222¥
INPUT #2,d4¥
INPUT #2,v4¥
INPUT #2,sda¥
input"请输入计算时的日期：",datc$¥
input"是否要使用绘图仪  是=1,否=0",kmap¥
OPEN"printer"FOR OUTPUT AS #6¥
if kmap=1 then OPEN"ploter"FOR OUTPUT AS #1¥
PRINT #6,: PRINT #6,¥
input"请选择测量类型(1,0)：应变测量  选1. 应力测量  选0",k¥
iud¥
input"是否要中间结果(1,0)：是  选择1.    否则 选择0",med¥
IF kind=0 GOTO 1920¥
REM the input of the data from triaxail gauges¥
290 nh3=nh3+1¥
print #6,adr$；"岩石应力测量结果"¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,"测量的日期："；datm$¥
PRINT #6,"计算的日期："；datc$¥
PRINT #6,"测量位置距离地面的深度："；h111；"m"¥
PRINT #6,"大孔底的深度："；h222；"cm"¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,"钻孔的方位角："；d4¥
PRINT #6,"钻孔的倾斜角："；v4¥
PRINT #6,"探头的安装角："；sda¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,"应变片的读数"¥
FOR i=1 TO 12¥
INPUT #2,red(i,1)¥
NEXT i¥
INPUT #2,nu¥
GOSUB 5450¥
PRINT"请选择应变片的工作状态：好 选择 1.否则 选择 0"¥
FOR i%=1 TO 12¥
PRINT "dre("；i%；",1)="；¥
INPUT dre(i%,1)¥
NEXT i%¥
PRINT #6,"red(1-4)",¥
```

```
FOR i=1 TO 4↓
IF dre(i,1)=0 THEN GOTO 379↓
PRINT #6,red(i,1),↓
GOTO 380↓
379 PRINT #6,"—",↓
380 IF i 〈〉 4 GOTO 382↓
PRINT #6,↓
382 NEXT i↓
PRINT #6,"red(5-8)",↓
FOR i=5 TO 8↓
IF dre(i,1)=0 GOTO 388↓
PRINT #6,red(i,1),↓
GOTO 389↓
388 PRINT #6,"---",↓
389 IF i 〈〉 8 GOTO 391↓
PRINT #6,↓
391 NEXT i↓
PRINT #6,"red(9-12)",↓
FOR i=9TO 12↓
IF dre(i,1)=0 THEN GOTO 397↓
PRINT #6,red(i,1),↓
GOTO 398↓
397 PRINT #6,"--",↓
398 IF i 〈〉 12 THEN GOTO 400↓
PRINT #6,↓
400 NEXT i↓
GOSUB 5850↓
PRINT #6,"应变片的工作状态"↓
PRINT #6,"dre(1-4)",dre(1,1),dre(2,1),dre(3,1),dre(4,1)↓
PRINT #6,"dre(5-8)",dre(5,1),dre(6,1),dre(7,1),dre(8,1)↓
PRINT #6,"dre(9-12)",dre(9,1),dre(10,1),dre(11,1),dre(12,1)↓
PRINT "请输入系数 k1,k2.k3,k4"↓
INPUT k1,k2,k3,k4↓
IF med=1 THEN GOTO 843↓
FOR i=1 TO 3↓
IF du(nh3,i)=0 THEN GOTO 775↓
PRINT #6,"u"; (i-1)*4+1; "="; u(i,1),↓
GOTO 776↓
775 PRINT #6,"u"; (i-1)*4+1; "=***",↓
```

```
776 NEXT i¥
PRINT #6,¥
FOR i=1 TO 3¥
IF dv(nh3,i)=0 THEN 815¥
PRINT #6,"v"; (i-1)*4+2; "="; v(i,1),¥
GOTO 816¥
815 PRINT #6,"v"; (i-1)*4+2; "=***",¥
816 NEXT i¥
PRINT #6,¥
FOR i=1 TO 3¥
IF dw2(nh3,i)=0 THEN 824¥
PRINT #6,"w"; (i-1)*4+3; "="; w(i,1),¥
GOTO 825¥
824 PRINT #6,"w"; (i-1)*4+3; "=***",¥
825 NEXT i¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,¥
FOR i=1 TO 3¥
IF dr(nh3,i)=0 THEN GOTO 835¥
PRINT #6,"r"; (i-1)*4+4; "="; r(i,1),¥
GOTO 836¥
835 PRINT #6,"r"; (i-1)*4+4; "=***",¥
836 NEXT i¥
PRINT #6,¥
FOR i=1 TO 3¥
FOR j=1 TO 3¥
PRINT #6,"du="; du(i,j),"dv="; dv(i,j),"dw="; dw2(i,j),"dr="; dr¥
(i,j)¥
NEXT j¥
NEXT i¥
843 PRINT #6,"k1="; k1; "k2="; k2;"k3="; k3; "k4="; k4¥
sd(1,1)=90-sda¥
sd(2,1)=330-sda¥
sd(3,1)=210-sda¥
REM onversion of degree into arc¥
da=3.14159/180¥
FOR iiii%=1 TO 3¥
sd(iiii%,1)=da*sd(iiii%,1)¥
NEXT iiii%¥
```

```
d4=d4*da¥
v4=v4*da¥
PRINT #6,¥
REM making preparation for calculating coeffIcient of normal eguation¥
GOTO 948¥
946 INPUT"请输入泊松比 NU"; nu¥
948 PRINT #6,"泊松比=";nu¥
FOR i=1 TO 3¥
f(i,1)=k1-2*k2*(1-nu*nu)*COS(2*sd(i,1))¥
f(i,2)=(-nu)*k4¥
f(i,3)=k1+2*k2*(1-nu*uu)*COS(2*sd(i,1))¥
f(i,4)=0¥
f(i,5)=0¥
f(i,6)=(-1)*4*(1-nu*nu)*k2*SIN(2*sd(i,1))¥
h(i,1)=-nu¥
h(i,2)=1¥
h(i,3)=-nu¥
h(i,4)=(-1)*4*k3*(1+nu)*SIN(sd(i,1))¥
h(i,5)=4*k3*(1+nu)*COS(sd(i,1))¥
h(i,6)=0¥
FOR j=1 TO 6¥
ff1(i,j)=f(i,j)+h(i,j)¥
NEXT j¥
NEXT i¥
FOR iiii%=1 TO 3¥
FOR jjjj%=1 TO 6¥
ff1(iiii%,jjjj%)=.5*ff1(iiii%,jjjj%)¥
NEXT jjjj%¥
NEXT iiii%¥
l1=COS(d4)¥
l2=COS(v4)*SIN(d4)¥
l3=-SIN(v4)*SIN(d4)¥
m1=-SIN(d4)¥
m2=COS(v4)*COS(d4)¥
m3=-SIN(v4)*COS(d4)¥
n1=0¥
n2=SIN(v4)¥
n3=COS(v4)¥
FOR i=1 TO 3¥
```

```
jj(i,1)=ff1(i,1)*l1^2+ff1(i,2)*l2^2+ff1(i,3)*l3¥
^2+ff1(i,4)*l1*l2+ff1(i,5)*l2*l3+ff1(i,6)*l1*l3¥
jj(i,2)=ff1(i,1)*m1^2+ff1(i,2)*m2^2+ff1(i,3)*m3¥
^2+ff1(i,4)*m1*m2+ff1(i,5)*m2*m3+ff1(i,6)*m1*m3¥
jj(i,3)=ff1(i,1)*n1^2+ff1(i,2)*n2^2+ff1(i,3)*n3¥
^2+ff1(i,4)*n1*n2+ff1(i,5)*n2*n3+ff1(i,6)*n1*n3¥
jj(i,4)=2*(ff1(i,1)*l1*m1+ff1(i,2)*l2*m2+ff1(i,3)¥
*l3*m3)+ff1(i,4)*(l1*m2+l2*m1)+ff1(i,5)*(l2*m3+¥
l3*m2)+ff1(i,6)*(l1*m3+l3*m1)¥
jj(i,5)=2*(ff1(i,1)*m1*n1+ff1(i,2)*m2*n2+ff1(i,3)¥
*m3*n3)+ff1(i,4)*(m1*n2+m2*n1)+ff1(i,5)*(m2*n3+¥
m3*n2)+ff1(i,6)*(m1*n3+m3*n1)¥
jj(i,6)=2*(ff1(i,1)*n1*l1+ff1(i,2)*n2*l2+ff1(i,3)¥
*n3*l3)+ff1(i,4)*(n1*l2+n2*l1)+ff1(i,5)*(n2*l3+¥
n3*l2)+ff1(i,6)*(n1*l3+n3*l1)¥
jj1(i,1)=ff1(i,1)*l1^2+ff1(i,2)*l2^2+ff1(i,3)*l3¥
^2-ff1(i,4)*l1*l2-ff1(i,5)*l2*l3+ff1(i,6)*l1*l3¥
jj1(i,2)=ff1(i,1)*m1^2+ff1(i,2)*m2^2+ff1(i,3)*m3¥
^2-ff1(i,4)*m1*m2-ff1(i,5)*m2*m3+ff1(i,6)*m1*m3¥
jj1(i,3)=ff1(i,1)*n1^2+ff1(i,2)*n2^2+ff1(i,3)*n3¥
^2-ff1(i,4)*n1*n2-ff1(i,5)*n2*n3+ff1(i,6)*n1*n3¥
jj1(i,4)=2*(ff1(i,1)*l1*m1+ff1(i,2)*l2*m2+ff1(i,3)¥
*l3*m3)-ff1(i,4)*(l1*m2+l2*m1)-ff1(i,5)*(l2*m3+¥
l3*m2)+ff1(i,6)*(l1*m3+l3*m1)¥
jj1(i,5)=2*(ff1(i,1)*m1*n1+ff1(i,2)*m2*n2+ff1(i,3)¥
*m3*n3)-ff1(i,4)*(m1*n2+m2*n1)-ff1(i,5)*(m2*n3+¥
m3*n2)+ff1(i,6)*(m1*n3+m3*n1)¥
jj1(i,6)=2*(ff1(i,1)*n1*l1+ff1(i,2)*n2*l2+ff1(i,3)¥
*n3*l3)-ff1(i,4)*(n1*l2+n2*l1)-ff1(i,5)*(n2*l3+¥
n3*l2)+ff1(i,6)*(n1*l3+n3*l1)¥
dd(i,1)=h(i,1)*l1^2+h(i,2)*l2^2+h(i,3)*l3^2¥
dd(i,2)=h(i,1)*m1^2+h(i,2)*m2^2+h(i,3)*m3^2¥
dd(i,3)=h(i,1)*n1^2+h(i,2)*n2^2+h(i,3)*n3^2¥
dd(i,4)=2*(h(i,1)*l1*m1+h(i,2)*l2*m2+h(i,3)*¥
l3*m3)¥
dd(i,5)=2*(h(i,1)*m1*n1+h(i,2)*m2*n2+h(i,3)*¥
m3*n3)¥
dd(i,6)=2*(h(i,1)*n1*l1+h(i,2)*n2*l2+h(i,3)*¥
n3*l3)¥
```

```
NEXT i¥
GOSUB 5350¥
FOR j=1 TO 3¥
IF du(nh3,j)=1 THEN GOTO 1490¥
FOR i=1 TO 6¥
cc(j,i)=0¥
NEXT i¥
1490 IF dv(nh3,j)=1 THEN GOTO 1530¥
FOR i=1 TO 6¥
dd(j,i)=0¥
NEXT i¥
1530 IF dw2(nh3,j)=1 THEN GOTO 1570¥
FOR i=1 TO 6¥
jj(j,i)=0¥
NEXT i¥
1570 IF dr(nh3,j)=1 THEN GOTO 1610¥
FOR i=1 TO 6¥
jj1(j,i)=0¥
NEXT i¥
1610 NEXT j¥
IF chnu=1 THEN GOTO 1666¥
FOR j=1TO 3¥
IF du(nh3,j)=1 THEN nn1=nn1+du(nh3,j)¥
IF dv(nh3,j)=1 THEN nn2=nn2+dv(nh3,j)¥
IF dw2(nh3,j)=1 THEN nn3=nn3+dw2(nh3,j)¥
IF dr(nh3,j)=1 THEN nn4=nn4+dr(nh3,j)¥
NEXT j¥
nn=nn1+nn2+nn3+nn4¥
1666 IF med=1 THEN GOTO 1672¥
PRINT #6,"横线方向应变片可用数据的个数："; nn1¥
PRINT #6,"轴线方向应变片可用数据的个数："; nn2¥
PRINT #6,"斜线+45°方向应变片可用数据的个数："; nn3¥
PRINT #6,"斜线-45°方向应变片可用数据的个数："; nn4¥
PRINT #6,"应变片可用数据的总个数："; nn¥
1672 IF chnu <> 1 THEN 1675¥
FOR i=1 TO 6¥
g(i,1)=0!¥
FOR j=1 TO 6¥
a(i,j)=0!¥
```

```
NEXT j¥
NEXT i¥
1675 FOR i=1 TO 6¥
FOR j=1TO 6¥
FOR k=1TO 3¥
a(i,j)=a(i,j)+cc(k,i)*cc(k,j)+dd(k,i)*dd(k,j)+jj(k,i)*jj(k,j)
+jj1(k,i)*jj1(k,j)¥
NEXT k¥
NEXT j¥
NEXT i¥
GOSUB 5540¥
FOR i=1 TO 3¥
u(i,1)=eu(i,1)*u(i,1)¥
v(i,1)=ev(i,1)*v(i,1)¥
w(i,1)=ew(i,1)*w(i,1)¥
r(i,1)=er(i,1)*r(i,1)¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 6¥
FOR k=1 TO 3¥
g(i,1)=g(i,1)+u(k,1)*cc(k,i)+v(k,1)*dd(k,i)+w(k,1)*jj(k,i)
+r(k,1)*jj1(k,i)¥
NEXT k¥
NEXT i¥
REM story of data¥
FOR i=1 TO 3¥
nh3i=(nh3-1)*3+i¥
eus(nh3i,1)=eu(i,1)¥
evs(nh3i,1)=ev(i,1)¥
ews(nh3i,1)=ew(i,1)¥
ers(nh3i,1)=er(i,1)¥
us(nh3i,1)=u(i,1)¥
vs(nh3i,1)=v(i,1)¥
ws(nh3i,1) =w (i,1) ¥
rs(nh3i,1)=r(i,1)¥
FOR j=1 TO 6¥
ds(nh3i,j)=dd(i,j)¥
cs(nh3i,j)=cc(i,j)¥
js(nh3i,j)=jj(i,j)¥
j1s(nh3i,j)=jj1(i,j)¥
```

```
NEXT j¥
NEXT i¥
input"是否还有其他的三维应变测量的数据输入：",tr¥
IF tr=1 THEN GOTO 290¥
1920 input"是否还有压磁应力测量的数据输入:",pie¥
IF pie=0 THEN GOTO 1970¥
GOSUB 4610¥
GOTO 1920¥
1970 REM to solve equations¥
eps=.000001¥
DIM b(6),c(6),mf(6)¥
ib=1¥
hd=1¥
FOR i=1 TO 6¥
mf(i)=i¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 6¥
k=i¥
y=a(i,i)¥
l=i-1¥
ip=i+1¥
IF i=6 THEN GOTO 16¥
FOR j=ip TO 6¥
w=a(i,j)¥
IF ABS(w)(=ABS(y)THEN GOTO 15¥
k=j¥
y=w¥
15 NEXT j¥
16 hd=hd*y¥
IF ABS(y))=eps THEN GOTO 20¥
ib=-1¥
GOTO 70¥
20y=1/y¥
FOR j=1 TO 6¥
c(j)=a(j,k)¥
a(j,k)=a(j,i)¥
a(j,i)=-c(j)*y¥
b(j)=a(i,j)*y¥
a(i,j)=b(j)¥
```

```
NEXT j¥
a(i,i)=y¥
j=mf(i)¥
mf(i)=mf(k)¥
mf(k)=j¥
FOR k=1 TO 6¥
IF k=i THEN GOTO 30¥
FOR j=1 TO 6¥
IF j=i THEN GOTO 35¥
a(k,j)=a(k,j)-b(j)*c(k)¥
35 NEXT j¥
30 NEXT k¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 6¥
45 k=mf(i)¥
IF k=i THEN GOTO 50¥
FOR j=1 TO 6¥
w=a(i,j)¥
a(i,j)=a(k,j)¥
a(k,j)=w¥
NEXT j¥
ip=mf(i)¥
mf(i)=mf(k)¥
mf(k)=ip¥
hd=-hd¥
GOTO 45¥
50 NEXT i¥
70 FOR i=1 TO 6¥
FOR j=1 TO 6¥
d(i,j)=a(i,j)¥
print #6,"d(  )"; d(i,j)¥
NEXT j¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 6¥
FOR j=1 TO 1¥
t=0¥
FOR k=1 TO 6¥
t=t+d(i,k)*g(k,j)¥
NEXT k¥
```

```
X(i,j)=t¥
NEXT j¥
NEXT i¥
PRINT #6,¥
PRINT"sigma x="; x(1,1); "sigma y="; x(2,1); "signa z="; x(3,1)¥
PRINT"tau xy="; x(4,1); "tau yz="; x(5,1); "tau zx="; x(6,1)¥
PRINT #6,"sigma x="; x(1,1); "sigma y="; x(2,1); "sigma¥
z="; x(3,1)¥
PRINT #6,"tau xy="; x(4,1); "tau yz="; x(5,1); "tau z¥
x="; x(6,1)¥
REM to calculate principal stresses¥
DIM s(3),sl(3),sm(3),sn(3),lp(3),dw1(3)¥
DIM dl(3),dm(3),dn(3),dt(3),bw(3),sb(6),d6(6),pd(6)¥
DIM rd(6),sdd(3,6),lpd(3,6),ld(3,6),md(3,6),nd(3,6),wd(3,6),td(3,6)¥
DIM lld(3),mmd(3),nnd(3),dd1(3),aad(3),aad2(3),dad(3),eeu(9),eev(9),
eew(9),eer(9)¥
DIM l(3),m(3),n(3),yj(3),kky(9,1),y(6),eey(9),uy(9,1)¥
DIM uc(9,1),vd(9,1),wj(9,1),rj1(9,1),sy(9,1)¥
b1=x(1,1)¥
b2=x(2,1)¥
b3=x(3,1)¥
b4=x(4,1)¥
b5=x(5,1)¥
b6=x(6,1)¥
pp=b1+b2+b3¥
p=b1*b2+b2*b3+b3*b1-b4^2-b5^2-b6^2-pp^¥
2/3¥
pq=-2*pp^3/27+pp*(p+pp^2/3)/3-(2*b4*b5¥
*b6+b1*b2*b3-b4^2*b3-b5^2*b1-b6^2*b2)¥
rr=SQR(-p^3/27)¥
rq=3.14159/2-ATN((-pq/(2*rr))/SQR(1-(pq/(2*rr))¥
^2))¥
FOR g1=1 TO 3¥
IF g1=1 THEN qq=rq¥
IF (g1=2) and (g1()1) THEN qq=rq+4*3.14159¥
IF (g1()2) and (g1()1) THEN qq=rq+2*3.14159¥
s(g1)=pp/3+2*rr^(1/3)*COS(qq/3)¥
NEXT g1¥
PRINT #6,¥
```

```
INPUT"请输入可信度 PE",pe¥
PRINT #6,"可信度 PE="; pe¥
IF chnu=0 THEN ee=0¥
nn=nn+ny1¥
REM to calculate standard error of reading¥
REM"regression value"¥
IF pie=0 GOTO 2330¥
PRINT #6,"回归值"¥
 FOR i=1 TO 9¥
 FOR j=1 TO 1¥
PRINT #6,"sy="; i; ","; j; ")="; sy(i,j),¥
NEXT j¥
PRINT #6,¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO pie*3¥
eey(i)=uy(i,1)-sy(i,1)¥
ee=ee+eey(i)^2¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 3¥
PRINT #6,"eey"; i; "="; eey(i)¥
NEXT i¥
2330 IF nh3=0 THEN GOTO 2587¥
REM calculation of reqression value¥
FOR i=1 TO 9¥
FOR j=1 TO 1¥
t=0¥
FOR k=1 TO 6¥
t=t+cs(i,k)*x(k,j)¥
NEXT k¥
uc(i,j)=t¥
NEXT j¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 9¥
FOR j=1 TO 1¥
t=0¥
FOR k=1 TO 6¥
t=t+ds(i,k)*x(k,j)¥
NEXT k¥
vd(i,j)=t¥
```

```
NEXT j¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 9¥
FOR j=1 TO 1¥
t=0¥
FOR k=1 TO 6¥
t=t+js(i,k) * x(k,j)¥
NEXT k¥
wj(i,j)=t¥
NEXT j¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 9¥
FOR j=1 TO 1¥
t=0¥
FOR k=1 TO 6¥
t=t+j1s(i,k) * x(k,j)¥
NEXT k¥
rj1(i,j)=t¥
NEXT j¥
NEXT i¥
FOR k=1 TO nh3¥
nh2=(nh3-1) * 3¥
FOR i=1 TO 3¥
IF du(nh3,i)=0 THEN GOTO 2409¥
eeu(nh2+i)=us(nh2+i,1)-uc(nh2+i,1)¥
ee=ee+eeu(nh2+i) ^ 2¥
2409 IF dv(nh3,i)=0 THEN GOTO 2421¥
eev(nh2+i)=vs(nh2+i,1)-vd(nh2+i,1)¥
ee=ee+eev(nh2+i) ^ 2¥
2421 IF dw2(nh3,i)=0 THEN GOTO 2441¥
eew(nh2+i)=ws(nh2+i,1)-wj(nh2+i,1)¥
ee=ee+eew(nh2+i) ^ 2¥
2441 IF dr(nh3,i)=0 THEN GOTO 2470¥
eer(nh2+i)=rs(nh2+i,1)-rj1(nh2+i,1)¥
ee=ee+eer(nh2+i) ^ 2¥
2470 NEXT i¥
NEXT k¥
nh4=nh3 * 3¥
```

```
PRINT #6,¥
PRINT #6,"应变的回归值 uc,vd,wj,rj1"¥
FOR i=1 TO nh4¥
uc(i,1)=uc(i,1)/eus(i,1)*1000000¥
vd(i,1)=vd(i,1)/evs(i,1)*1000000¥
wj(i,1)=wj(i,1)/ews(i,1)*1000000¥
rj1(i,1)=rj1(i,1)/ers(i,1)*1000000¥
PRINT #6,uc(i,1),vd(i,1),wj(i,1),rj1(i,1)¥
NEXT i¥
PRINT #6,¥
FOR i=1 TO nh4¥
PRINT #6,"eeu"; i; "="; eeu(i)/eus(i,1)*1000000; " eev"; i; ¥
"="; eev(i)/evs(i,1)*1000000; " eew"; i; "="; eew(i)/ews(i,1)*1000000;
" eer"; i; "="; eer(i)/ers(i,1)*1000000¥
2587 NEXT i¥
REM calculation of standed error¥
ee=SQR(ee/(nu-6))¥
REM to calculate arror of stress componente d6¥
FOR i=1 TO 6¥
d6(i)=pe*ee*SQR(ABS(d(i,i)))¥
IF med=1 THEN GOTO 2612¥
PRINT #6,"error of compaents d6("; i; ")="; d6(i)¥
2612 NEXT i¥
REM to calculate error of principal stresses¥
sb(1)=1+b2+b3¥
sb(2)=1+b1+b3¥
sb(3)=1+b1+b2¥
sb(4)=0¥
sb(5)=0¥
sb(6)=0¥
pd(1)=-6*pp^2/27+(p+pp^2/3)/3+pp*(sb(1)-1)/3-(b2*b3-b5^2)¥
pd(2)=-6*pp^2/27+(p+pp^2/3)/3+pp*(sb(2)-1)/3-(b1*b3-b6^2)¥
pd(3)=-6*pp^2/27+(p+pp^2/3)/3+pp*(sb(3)-1)/3-(b1*b2-b4^2)¥
pd(4)=-2*pp*b4/3-2*b5*b6+2*b4*b3¥
pd(5)=-2*pp*b5/3-2*b4*b6+2*b5*b1¥
pd(6)=-2*pp*b6/3-2*b4*b5+2*b6*b2¥
FOR i=1 TO 3¥
rd(i)=-p^2*(sb(i)-1-2*pp/3)/18/rr¥
rd(3+i)=p^2*x(3+i,1)/9/rr¥
```

```
dd1(i)=0¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 3¥
IF i=1 THEN pp=rq¥
IF (i=2) and (i()1) THEN qq=rq+4*3.14159¥
IF (i()2) and (i()1) THEN qq=rq+2*3.14159¥
FOR j=1 TO 6¥
sdd(i,j)=1/3+2*COS(qq/3)*rd(j)/3/(rr^2)^(1/3)-SIN(qq/3)*(pd(j)
*rr-rd(j)*pq)/3/rr/(rr^2)^(1/3)/SIN(qq)¥
dd1(i)=dd1(i)+sdd(i,j)^2*d6(j)^2¥
NEXT j¥
dd1(i)=SQR(dd1(i))¥
IF med=1 THEN GOTO 2822¥
PRINT #6,"主应力的误差 dd1"; 1; "="; dd1(i)¥
2822 NEXT i¥
REM calculation of direction of principal stresses¥
FOR i=1 TO 3¥
sl(1)=b4*b5-b6*b2+b6*s(i)¥
sm(1)=b5*s(i)+b6*b4-b1*b5¥
sn(1)=b1*b2-b1*s(i)-b2*s(i)+s(i)^2-b4^2¥
lp(1)=SQR(sl(1)^2+sm(1)^2+sn(1)^2)¥
sl(2)=b2*b3-b2*s(i)-b3*s(i)+s(i)^2-b5^2¥
sm(2)=b5*b6-b3*b4+b4*s(i)¥
sn(2)=b4*b5-b2*b6+b6*s(i)¥
lp(2)=SQR(sl(2)^2+sm(2)^2+sn(2)^2)¥
sl(3)=b3*b4-b4*s(i)-b5*b6¥
sm(3)=b6^2-b1*b3+b1*s(i)+b3*s(i)-s(i)^2¥
sn(3)=b1*b5-b5*s(i)-b4*b6¥
lp(3)=SQR(sl(3)^2+sm(3)^2+sn(3)^2)¥
IF lp(1) ) lp(2) AND lp(1) ) lp(3) THEN GOTO 3010¥
IF lp(2) ) lp(1) AND lp(2) ) lp(3) THEN GOTO 3340¥
IF lp(3) ) lp(1) AND lp(3) ) lp(2) THEN GOTO 3650¥
REM to calculate direction cosine¥
110 REM to calculate case 1¥
l(i)=sl(1)/lp(1)¥
m(i)=sm(1)/lp(1)¥
n(i)=sn(1)/lp(1)¥
ss=2*sn(1)*(2*sn(i)-b2-b1)+2*sm(1)*b5+2*sl(1)*b6¥
lpd(i,1)=(2*sn(1)*(b2-s(i))-2*sm(1)*b5+ss*sdd(i,1))/2/lp(1)¥
```

```
lpd(i,2)=(2*sn(1)*(b1-s(i))-2*sl(1)*b6+ss*sdd(i,2))/2/lp(1)¥
lpd(i,3)=ss*sdd(i,3)/2/lp(1)¥
lpd(i,4)=(2*sm(1)*b6-4*sn(1)*b4+2*sl(1)*b5+s
s*sdd(i,4))/2/lp(1)¥
lpd(i,5)=(2*sm(1)*(s(i)-b1)+2*sl(1)*b4+ss*sdd(i,5))/2/lp(1)¥
lpd(i,6)=(-2*sl(1)*(b2-s(i))+2*sm(1)*b4+ss*sdd(i,6))/2/lp(1)¥
ld(i,1)=(lp(1)*b6*sdd(i,1)-sl(1)*lpd(i,1))/lp(1)^2
ld(i,2)=(lp(1)*b6*(sdd(i,2)-1)-sl(1)*lpd(i,2))/1p(1)^2¥
ld(i,3)=(lp(1)*b6*sdd(i,3)-sl(1)*lpd(i,3))/lp(1)^2
ld(i,4)=(lp(1)*(b5+b6*sdd(i,4))-sl(1)*lpd(i,4))/lp(1)^2¥
ld(i,5)=(lp(1)*(b4+b6*sdd(i,5))-sl(1)*lpd(i,5))/p(1)^2¥
ld(i,6)=(lp(1)*(s(i)-b2+b6*sdd(i,6))-sl(1)*lpd(i,6))/lp(1)^2¥
md(i,1)=(lp(1)*b5*(sdd(i,1)-1)-sm(1)*lpd(i,1))/lp(1)^2¥
md(i,2)=(lp(1)*b5*sdd(i,2)-sm(1)*lpd(i,2))/lp(1)^2¥
md(i,3)=(lp(1)*b5*sdd(i,3)-sm(1)*lpd(i,3))/lp(1)^2¥
md(i,4)=(lp(1)*(b6+b5*sdd(i,4))-sm(1)*lpd(i,4))/lp(1)^2¥
md(i,5)=(lp(1)*(b5*sdd(i,5)-b1+s(i))-sm(1)*lpd(i,5))/lp(1)^2¥
md(i,6)=(lp(1)*(b4+b5*sdd(i,6))-sm(1)*lpd(i,6))/lp(1)^2¥
nd(i,1)=(lp(1)*(b2-s(i)+(2*s(i)-b1-b2)*sdd(i,1))-sn(1)*lpd(i, 1))/lp
(1)^2¥
nd(i,2)=(lp(1)*(b1-s(i)+(2*s(i)-b1-b2)*sdd(i,2)-sn(1))*lpd(i,2))
/lp(1)^2¥
nd(i,3)=(lp(1)*(2*s(i)-b1-b2)*sdd(i,3)-sn(1)*lp d(i,3))/lp(1)^2¥
nd(i,4)=(lp(1)*(-2*b4+(2*s(i)-b1-b2)*sdd(i,4))-sn(1)*lpd(i,4))
/lp(1)^2¥
nd(i,5)=(lp(1)*(2*s(i)-b1-b2)*sdd(i,5)-sn(1)*lpd(i,5))/lp(1)^2¥
nd(i,6)=(lp(1)*(2*s(i)-b1-b2)*sdd(i,6)-sn(1)*lpd(i,6))/lp(1)^2¥
IF med=1 GOTO 3330¥
PRINT #6," I"; i; "="; I(i); " m"; i; "="; m(i); " n"; i; "="; n(i)
PRINT #6,"case 1"¥
3330 GOTO 3950¥
3340 REM to calculate case 2¥
l(i)=sl(2)/lp(2)¥
m(i)=sm(2)/lp(2)¥
n(i)=sn(2)/lp(2)¥
ss=2*sl(2)*(2*s(i)-b2-b3)+2*sm(2)*b4+2*sn(2)*b6
lpd(i,1)=ss*sdd(i,1)/2/lp(2)¥
lpd(i,2)=(2*sl(2)*(b3-s(i))-2*sn(2)*b6+ss*sdd(i,2))/2/lp(2)¥
lpd(i,3)=(2*sl(2)*(b2-s(i))-2*sm(2)*b4+ss*sdd(i,3))/2/lp(2)¥
```

```
lpd(i,4)=(2*sm(2)*(s(i)-b3)+2*sn(2)*b5+ss*sdd(i,4))/2/lp(2)¥
lpd(i,5)=(2*sn(2)*b4+2*sm(2)*b6-4*sl(2)*b5+s
s*sdd(i,5))/2/lp(2)¥
lpd(i,6)=(2*sm(2)*b5+2*sn(2)*(s(i)-b2)+ss*sdd(i,6))/2/lp(2)¥
ld(i,1)=(lp(2)*(2*s(i)-b2-b3)*sdd(i,1)-sl(2)*lpd(i,1))/lp(2)^2¥
ld(i,2)=(lp(2)*(b3-s(i)+(2*s(i)-b2-b3)*sdd(i,2)-sl(2)*lpd(i,2))/
lp(2)^2¥
ld(i,3)=(lp(2)*(b2-s(i)+(2*s(i)-b2-b3)*sdd(i,3))-sl(2)*lpd(i,3))/
lp(2)^2¥
ld(i,4)=(lp(2)*(2*s(i)-b2-b3)*sdd(i,4)-sl(2)*lpd(i,4))/lp(2)^2¥
ld(i,5)=(lp(2)*((2*s(i)-b2-b3)*sdd(i,5)-2*b5)-sl(2)*lpd(i,5))/
lp(2)^2¥
ld(i,6)=((2*s(i)-b2-b3)*sdd(i,6)-sl(2)*lpd(i,6))/lp(2)^2¥
md(i,1)=(lp(2)*b4*sdd(i,1)-sm(2)*lpd(i,1))/lp(2)^2
md(i,2)=(lp(2)*b4*sdd(i,2)-sm(2)*lpd(i,2))/lp(2)^2
md(i,3)=(lp(2)*(b4*sdd(i,3)-b4)-sm(2)*lpd(i,3))/lp(2)^2¥
md(i,4)=(lp(2)*(s(i)-b3+b4*sdd(i,4))-sm(2)*lpd(i,4))/lp(2)^2¥
md(i,5)=(lp(2)*(b6+b4*sdd(i,5))-sm(2)*lpd(i,5))/lp(2)^2¥
md(i,6)=(lp(2)*(b5+b4*sdd(i,6))-sm(2)*lpd(i,6))/lp(2)^2¥
nd(i,1)=(lp(2)*b6*sdd(i,1)-sn(2)*lpd(i,1))/lp(2)^2¥
nd(i,2)=(lp(2)*(b6*sdd(i,2)-b6)-sn(2)*lpd(i,2))/lp(2)^2¥
nd(i,3)=(lp(2)*b6*sdd(i,3)-sn(2)*lpd(i,3))/lp(2)^2¥
nd(i,4)=(lp(2)*(b5+b6*sdd(i,4))-sn(2)*lpd(i,4))/lp(2)^2¥
nd(i,5)=(lp(2)*(b4+b6*sdd(i,5))-sn(2)*lpd(i,5))/lp(2)^2¥
nd(i,6)=(lp(2)*(s(i)-b2+b6*sdd(i,6))-sn(2)*lpd(i,6))/lp(2)^2¥
IF med=1 GOTO 3640¥
PRINT #6," I"; i; "="; I(i); " m"; i; "="; m(i); " n"; i; "="; n(i)¥
PRINT #6,"case 2"¥
3640 GOTO 3950¥
3650 REM to calenlate case 3¥
l(i)=sl(3)/lp(3)¥
m(i)=sm(3)/lp(3)¥
n(i)=sn(3)/lp(3)¥
ss=2*sm(3)*(b1+b3-2*s(i))-2*sl(3)*b4-2*sn(3)*b5¥
lpd(i,1)=(2*sm(3)*(s(i)-b3)+2*sn(3)*b5+ss*sdd(i,1))/2/lp(3)¥
lpd(i,2)=ss*-2*sn(3)*b5¥
lpd(i,1)=(2*sm(3)*(s(i)-b3)+2*sn(3)*b5+ss*sdd(i,1))/2/lp(3)¥
lpd(i,2)=ss*-2*sn(3)*b5¥
lpd(i,1)=(2*sm(3)*(s(i)-b3)+2*sn(3)*b5+ss*sdd(i,1))/2/lp(3)¥
```

```
lpd(i,2)=ss*-2*sn(3)*b5¥
lpd(i,1)=(2*sm(3)*(s(i)-b3)+2*sn(3)*b5+ss*sdd(i,1))/2/lp(3)¥
lpd(i,2)=ss*-2*sn(3)*b5¥
lpd(i,1)=(2*sm(3)*(s(i)-b3)+2*sn(3)*b5+ss*sdd(i,1))/2/lp(3)¥
lpd(i,2)=ss*-2*sn(3)*b5¥
lpd(i,1)=(2*sm(3)*(s(i)-b3)+2*sn(3)*b5+ss*sdd(i,1))/2/lp(3)¥
lpd(i,2)=ss*sdd(i,2)/2/lp(3)¥
lpd(i,3)=(2*sl(3)*b4-2*sm(3)*b1+ss*sdd(i,3))/2/lp(3)¥
lpd(i,4)=(2*sl(3)*(b3-s(i))-2*sn(3)*b6+ss*sdd(i,4))/2/lp(3)¥
lpd(i,5)=(2*sn(3)*(b1-s(i))-2*sl(3)*b6+ss*sdd(i,5))/2/lp(3)¥
lpd(i,6)=(4*sm(3)*b6-2*sl(3)*b5-2*sn(3)*b4+ss*sdd(i, 6))/2/lp(3)¥
ld(i,1)=(-lp(3)*b4*sdd(i,1)-sl(3)*lpd(i,1))/lp(3)^2¥
ld(i,2)=(-lp(3)*b4*sdd(i,2)-sl(3)*lpd(i,2))/lp(3)^2¥
ld(i,3)=(lp(3)*(b4-b4*sdd(i,3))-sl(3)*lpd(i,3))/lp(3)^2¥
ld(i,4)=(lp(3)*(b3-s(i)-b4*sdd(i,4))-sl(3)*lpd(i,4))/lp(3)^2¥
ld(i,5)=(-lp(3)*(b6+b4*sdd(i,5))-sl(3)*lpd(i,,5))/lp(3)^2¥
ld(i,6)=(-lp(3)*(b5+b4*sdd(i,6))-sl(3)*lpd(i,6))/lp(3)^2¥
md(i,1)=(lp(3)*(s(i)-b3+(b1+b3-2*s(i))*sdd(i,1)-sm(3)*lpd(i,1))/
lp(3)^2¥
md(i,2)=(lp(3)*(b1+b3-2*s(i))*sdd(i,2)-sm(3)*lp+d(i,2))/lp(3)^2¥
md(i,3)=(lp(3)*(-b1+(b1+b3-2*s(i))*sdd(i,3))-sm(3)*lpd(i,3))/
lp(3)^2¥
md(i,4)=(lp(3)*(b1+b3-2*s(i))*sdd(i,4)-sm(3)*lpd(i,4))/lp(3)^2¥
md(i,5)=(lp(3)*(b1+b3-2*s(i))*sdd(i,5)-sm(3)*lpd(i,5))/lp(3)^2¥
md(i,6)=(lp(3)*(2*b6+(b1+b3-2*s(i))*sdd(i,6))-sm(3)*lpd(i,6))/
lp(3)^2¥
nd(i,1)=(lp(3)*(b5-b5*sdd(i,1))-sn(3)*lpd(i,1))/lp(3)^2¥
nd(i,2)=(-lp(3)*b5*sdd(i,2)-sn(3)*lpd(i,2))/lp(3)^2¥
nd(i,3)=(-lp(3)*b5*sdd(i,3)-sn(3)*lpd(i,3))/lp(3)^2¥
nd(i,4)=(-lp(3)*(b6+b5*sdd(i,4))-sn(3)*lpd(i,4))/lp(3)^2¥
nd(i,5)=(lp(3)*(b1-s(i)-b5*sdd(i,5))-sn(3)*lpd(i,5))/lp(3)^2¥
nd(i,6)=(-lp(3)*(b4+b5*sdd(i,6))-sn(3)*lpd(i,6))/lp(3)^2¥
IF med=1 THEN GOTO 3950¥
PRINT #6," I"; i; "="; l(i); " m"; i; "="; m(i); " n"; i; "="; n(i)¥
PRINT #6,"case 3"¥
3950 IF l(i)*(b3*b4-s(i)*b4-b5*b6))=0 THEN 3951¥
l(i)=-l(i)¥
m(i)=-m(i)¥
n(i)=-n(i)¥
```

```
3951 NEXT i¥
FOR i=1 TO 3¥
dl(i)=180/3.14159*(3.14159/2-ATN(l(i)/SQR(1-l(i)*l(i))))¥
dm(i)=180/3.14159*(3.14159/2-ATN(m(i)/SQR(1-m(i)*m(i))))¥
dn(i)=180/3.14159*(3.14159/2-ATN(n(i)/SQR(1-n(i)*n(i))))¥
IF ABS(m(i))>.00001 THEN bw(i)=3.14159/2+ATN(l(i)/m(i))¥
-3.14159*SGN(m(i))/2 ELSE bw(i)=3.14159*SGN(l(i))/2¥
3955 IF ABS(ABS(n(i))-1)<.00001 THEN dt(i)=(3.14159/2)*SG¥
N(n(i))ELSE dt(i)=SGN(n(i))*ATN(ABS(n(i))/SQR(1-ABS(n(i))¥
*ABS(n(i)))¥
3956 dw(i)=180/3.14159*bw(i)¥
dt(i)=180/3.14159*dt(i)¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 3¥
aad(i)=0¥
dad(i)=0¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 3¥
FOR j=1 TO 6¥
lld(i)=lld(i)+ld(i,j)^2*d6(j)^2¥
mmd(i)=mmd(i)+md(i,j)^2*d6(j)^2¥
nnd(i)=nnd(i)+nd(i,j)^2*d6(j)^2¥
NEXT j¥
lld(i)=SQR(lld(i))¥
mmd(i)=SQR(mmd(i))¥
nnd(i)=SQR(nnd(i))¥
IF ABS(m(i))<=.00001 THEN GOTO 4280 ELSE GOTO 4320¥
4280 aad(i)=180/3.14159*(mmd(i)/(l(i)+lld(i)))¥
IF med=1 THEN GOTO 4310¥
PRINT #6,"l"; i; "="; l(i)¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,"lld"; i; "="; lld(i); " mmd"; i; "="; mmd(i); " aad"; i;
"="; aad(i)¥
4310 GOTO 4380¥
4320 FOR j=1 TO 6¥
wd(i,j)=(ld(i,j)*m(i)-md(i,j)*l(i))/(m(i)^2+l(i)^2)¥
aad(i)=aad(i)+wd(i,j)^2*d6(j)^2¥
NEXT j¥
aad(i)=180/3.14159*(SQR(aad(i)))¥
```

```
aad2(i)=(m(i)^2*lld(i)^2+l(i)^2*mmd(i)^2)/(l(i)¥^2+m(i)^2)^2¥
aad2(i)=180/3.14159*(SQR(aad2(i)))¥
4380 IF ABS(ABS(n(i))-1)<=.00001 THEN GOTO 4390 ELSE GOTO 4420¥
4390    dad(i)=180/3.14159*(SQR(2*ABS(nnd(i))))¥
IF med=1 THEN GOTO 4410¥
4410 GOTO 4476¥
4420 FOR j=1 TO 6¥
td(i,j)=nd(i,j)/SQR(1-n(i)^2)¥
dad(i)=dad(i)+td(i,j)^2*d6(j)^2¥
NEXT j¥
dad(i)=180/3.14159*(SQR(dad(i)))¥
NEXT i¥
4476 IF med=1 THEN GOTO 4488¥
PRINT #6,¥
FOR i=1 TO 3¥
PRINT #6,"aad("; i; ")="; aad(i),¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 3¥
PRINT #6,"mmd(";i;")=";mmd(i),¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 3¥
PRINT #6,"l(";i;")=";l(i),¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 3¥
PRINT #6,"lld(";i;")=";lld(i),¥
NEXT i¥
4488  PRINT #6,¥
PRINT #6, adr $;"地应力测量的主要结果";¥
PRINT #6,"测量的日期:";¥
PRINT #6,datm$¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,"主应力"¥
PRINT #6,"sigma 1","        Sigma 2","        Sigma 3"¥
PRINT #6,s(1),s(2),s(3)¥
PRINT #6,"  S1的误差","  S2的误差","  S3的误差"¥
PRINT #6,dd1(1), dd1(2),dd1(3)¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,"S1的相对误差=";dd1(1)/s(1)*100;"%"¥
PRINT #6,"S2的相对误差=";dd1(2)/s(2)*100;"%"¥
```

```
PRINT #6,"S3的相对误差=";dd1(3)/s(3)*100;"%"¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,"If principal stress is very small relative error is no use"¥
PRINT #6,¥
FOR i=1 TO 3¥
PRINT #6,"sigma";i;"的方位角";"=";dw(i)¥
IF aad(i)>90 AND aad(i)<180 OR aad(i)>180 AND aad(i)<360 TH¥
EN aad(i)=180-aad(i)¥
REM PRINT #6,"error of azimu.angle of dw";i;",aad";i;"=";aa¥
d(i)¥
PRINT #6,¥
REM PRINT #6,"error of azimu.plan 2 of dw";i;"aas2-";i;"=";¥
aad2(i)¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,"sigma";i;"的倾斜角";"=";dt(i)¥
IF dad(i)>90 AND dad(i)<180 OR dad(i)>180 AND dad(i)<360 TH¥
EN dad(i)=180-dad(i)¥
REM PRINT #6,"error of incline angle of dt";i;",dad";i;"=";d¥
ad(i)¥
PRINT #6,¥
NEXT i¥
input"是否要改变泊松比 是 选1 否 选0",chnu¥
IF chnu=0 THEN GOTO 4603¥
GOSUB 5450¥
GOSUB 5850¥
PRINT #6,"已经改变的弹性模量和泊松比"¥
GOTO 946¥
4603 PRINT #6,¥
PRINT #6,¥
input"是否要计算一些指定断面上的应力",sc¥
IF SC=1 THEN GOSUB 5940¥
END¥
REM*********************************¥
4610 REM sub1¥
RETURN¥
REM**********************************¥
5350 REM sub2¥
FOR i=1 TO 3¥
cc(i, 1)=f(i, 1)*l1^2+f(i, 2)*l2^2+f(i, 3)*l3^2¥+f(i, 6)*l1*l3¥
```

```
cc(i, 2)=f(i, 1)*m1^2+f(i, 2)*m2^2+f(i, 3)*m3^2¥+f(i, 6)*m1*
m3¥
cc(i, 3)=f(i, 1)*n1^2+f(i, 2)*n2^2+f(i, 3)*n3^2¥+f(i, 6)*n1*n3¥
cc(i, 4)=2*(f(i, 1)*l1*m1+f(i, 2)*l2*m2+f(i, 3)*¥
l3*m3)+f(i, 6)*(l1*m3+l3*m1)¥
cc(i, 5)=2*(f(i, 1)*m1*n1+f(i, 2)*m2*n2+f(i, 3)*¥
m3*n3)+f(i, 6)*(m1*n3+m3*n1)¥
cc(i, 6)=2*(f(i,1)*n1*l1+f(i, 2)*n2*l2+f(i,3)*¥
n3*l3)+f(i, 6)*(n1*l3+n3*l1)¥
NEXT i¥
RETURN¥
REM*************¥
5450 REM sub3¥
FOR i=1 TO 3¥
j=(i-1)*4¥
u(i, 1)=red(j+1,1)*(.000001)¥
v(i, 1)=red(j+2,1)*(.000001)¥
w(i, 1)=red(j+3,1)*(.000001)¥
r(i, 1)=red(j+4,1)*(.000001)¥
NEXT i¥
RETURN¥
REM*********************¥
5540 REM sub4¥
input"请选择弹性模量的类型：均匀弹性模量输入1，否则输入0", coe¥
IF coe=0 THEN 5760¥
input #2,e0¥
PRINT #6,"弹性模量E0:"; e0¥
FOR i=1 TO 3¥
eu(i, 1)=e0¥
ev(i, 1)=e0¥
ew(i, 1)=e0¥
er(i, 1)=e0¥
NEXT i¥
GOTO 5840¥
1760 input #2,e0¥
FOR i=1 TO 3¥
INPUT #2, eu(i, 1)¥
INPUT #2, ev(i, 1)¥
INPUT #2, ew(i, 1)¥
```

```
INPUT #2, er(i, 1)¥
NEXT i¥
PRINT #6,"弹性模量Eu;"¥
FOR i=1 TO 3¥
PRINT #6,"EU(";i;", 1)=";eu(i, 1),¥
NEXT i¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,"弹性模量Ev;"¥
FOR i=1 TO 3¥
PRINT #6,"EV(";i;",1)=";ev(i,1),¥
NEXT i¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,"弹性模量Ew;"¥
FOR i=1 TO 3¥
PRINT #6,"EW(";i;",1)=";ew(i, 1),¥
NEXT i¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,"弹性模量Er;"¥
FOR i=1 TO 3¥
PRINT #6,"ER(";i;",1)=";er(i, 1),¥
NEXT i¥
PRINT #6,¥
5840 RETURN¥
REM* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * ¥
5850 REM sub5¥
k=nh3¥
FOR i=1 TO 3¥
j=(i-1) * 4¥
du(k, i)=dre(j+1,1)¥
dv(k, i)=dre(j+2,1)¥
dw2(k, i)=dre(j+3,1)¥
dr(k, i)=dre(j+4,1)¥
NEXT i¥
RETURN¥
REM* * * * * * * * * * * * * * * * * * * ¥
5940 REM sub6¥
5960 input"请输入方位角和倾斜角 d5,v5",d5,v4¥
PRINT #6,"方位角D=";d5;"倾斜角v=";v5¥
d5=d5 * 3.14 159/180¥
```

```
v5=v5*3.14159/180¥
slc(1, 1)=COS(d5)¥
slc(2, 1)=COS(v5)*SIN(d5)¥
slc(3, 1)=-SIN(v5)*SIN(d5)¥
slc(1, 2)=-SIN(d5)¥
slc(2, 2)=COS(v5)*COS(d5)¥
slc(3, 2)=-SIN(v5)*COS(d5)¥
slc(1, 3)=0¥
slc(2, 3)=SIN(v5)¥
slc(3, 3)=COS(v5)¥
x0(1, 1)=x(1, 1)¥
x0(1, 2)=x(4, 1)¥
x0(1, 3)=x(6, 1)¥
x0(2, 1)=x0(1, 2)¥
x0(2, 2)=x(2, 1)¥
x0(2, 3)=x(5, 1)¥
x0(3, 1)=x0(1, 3)¥
x0(3, 2)=x0(2, 3)¥
x0(3, 3)=x(3, 1)¥
FOR iiii%=1 TO 3¥
FOR jjjj%=1 TO 3¥
slt(iiii%, jjjj%)=slc(jjjj%, iiii%)¥
NEXT jjjj%¥
NEXT iiii%¥
FOR i=1 TO 3¥
FOR j=1 TO 3¥
t=0¥
FOR k=1 TO 3¥
t=t+slc(i, k)*x0(k, j)¥
NEXT k¥
y0(i, j)=t¥
NEXT j¥
NEXT i¥
FOR i=1 TO 3¥
FOR j=1 TO 3¥
t=0¥
FOR k=1 TO 3¥
t=t+y0(i, k)*slt(k, j)¥
NEXT k¥
```

```
y1(i, j)=t¥
NEXT j¥
NEXT i¥
PRINT #6,"The stresses in the plane normal to the tunnel which is ¥
parallel with y',x'is in the 0-xy plane"¥
REM calculation second principal stresses¥
PRINT #6,"sigma x' tau x'y' tau x'z'"; y1(1,1);y1(1,2);y1(1, 3)¥
PRINT #6,"tau y'x' sigma y' tau y'z'"; y1(2,1); y1(2,2);y1(2,3)¥
PRINT # 6,"tau z'x' tau z'y' sigma z'"; y1(3,1);y1(3,m2);y1(3,3)¥
mt=y1(1,1)-y1(3,3)¥
sig1=(y1(1,1)+y1(3,3))/2+SQR(mt^2/4+y1(1,3)^2)¥
sig2=y1(1,1)+y1(3,3)-sig1¥
IF ABS(mt)>1E-20 THEN ann=ATN(2*y1(1,3)/mt)/2 ELSE ann=
SGN(y1(1,3))*3.14159/4¥
IF mt<0 THEN ann=ann+3.14159/2¥
ann=ann*180/3.14159¥
PRINT #6,"Quasi principal stress 1=";sig1¥
PRINT #6,"Quasi principal stress 2=";sig2¥
PRINT #6,"Angle of principal stress 1 with x axis=";ann¥
GOSUB 6500¥
GOTO 5960¥
6330 RETURN¥
REM* * * * * * * * * * * * * * * * ¥
6500 x=y1(1,1)¥
y=y1(3,3)¥
z=y1(1,3)¥
mt=x-y¥
sig1=ABS(sig1)¥
sig2=ABS(sig2)¥
PRINT"sig1=";sig1,"sig2=";sig2¥
tmax=SQR(((x-y)/2)^2+z^2)¥
INPUT"Tmax=";tmax¥
INPUT"k,x0,y0=",k,x0,y0¥
tmax=ABS(tmax)¥
PRINT #1,"M";INT(x0-1*k*sig1);",";INT(y0)¥
PRINT #1,"I";INT(2*k*sig1);",0"¥
PRINT #1,"M";INT(x0-150);",";INT(y0+50+1*k*sig1)¥
PRINT #1,"PNORMAL STRESS"¥
PRINT #1,"M";INT(x0);",";INT(y0-1*k*sig1)¥
```

```
PRINT #1,"10";",";INT(2*k*sig1)
FOR i=0 TO 360 STEP 4
a = i *3.14159/180
sii=SIN(a)
coo=COS(a)
si2=SIN(2*a)
co2=COS(2*a)
xx=x*coo*coo+y*sii*sii-z*si2
IF i=0 THEN PRINT #1,"M";INT(xx*k*coo+x0);",";INT(xx*
k*sii+y0)
PRINT #1,"D";INT(xx*k*coo+x0);",";INT(xx*k*sii+y0)
NEXT i
x0=x0+800
PRINT #1,"M";INT(x0-1*k*sig1);",";INT(y0)
PRINT #1,"I";INT(2*k*sig1);",0"
PRINT #1,"M";INT(x0-150);",";INT(y0+50+1*k*sig1)
PRINT #1,"PSHEAR STRESS"
PRINT #1,"M";INT(x0);",";INT(y0-1*k*sig1)
PRINT #1,"10";",";INT(2*k*sig1)
FOR i=1 TO 360 STEP 4
a=i*3.14159/180
sii=SIN(a)
coo=COS(a)
si2=SIN(2*a)
co2=COS(2*a)
xx=(x-y)*si2/2+z*co2
IF i=0 THEN PRINT #1,"M";INT(xx*k*coo+x0);",";INT(xx
*k*sii+y0)
PRINT #1,"D";INT(xx*k*coo+x0);",";INT(xx*ksii+y0)
NEXT i
x0=x0+800
PRINT #1,"M";INT(x0-k*sig1);",";INT(y0)
PRINT #1,"I";INT(2*k*sig1);",0"
PRINT #1,"M";INT(x0-150);",";INT(y0+50+k*sig1)
PRINT #1,"PSTRESS ELLIPSE"
PRINT #1,"M";INT(x0);",";INT(y0-k*sig1)
PRINT #1,"10,";INT(2*k*sig1)
ann=ann*3.14159/180
FOR i=1 TO 360 STEP 4
```

```
a=i*3.1459/180¥
x=sig1*k*COS(a)¥
y=sig2*k*SIN(a)¥
ix==INT(x*COS(ann)-y*SIN(ann)+x0)¥
iy=INT(x*SIN(ann)+y*COS(ann)+y0)¥
IF i=1 THEN PRINT #1,"M";ix;",";iy¥
PRINT #1,"D";ix;",";iy¥
NEXT i¥
PRINT #1,"S2"¥
PRINT #1,"M";INT(300);",";INT(y0-sig1*k-100)¥
PRINT #1,USING"PORIENTATION D=###.# INCLINATION V=##
#.#";d5¥
*180/3.14159,v5*180/3.14159¥
PRINT #1,"M";INT(1200);",";INT(y0-sig1*k-100)¥
PRINT #1,USING"P SCALE:1cm=###kg/cm^2 S1=####.# S2=##
#.# A12=##¥
#.#";100/k,sig1,sig2,ann*180/3.14159¥
PRINT #1,"S3"¥
RETURN¥
7500 REM sub 10¥
mt=x(1,1)-x(2,1)¥
sig1=(x(1,1)+x(2,1))/2+SQR(mt^2/4+x(4,1)^2)¥
sig2=x(1,1)+x(2,1)-sig1¥
IF ABS(mt)>1E-20 THEN ann=-ATN(2*x(4,1)/mt)/2 ELSE a¥
nn=SGN(x(4,1))*3.14159/4¥
IF mt<0 THEN ann=ann+3.14159/2¥
ann=ann*180/3.14159¥
PRINT #6,¥
PRINT #6,"X-Y Plane Principal stress 1=";sig1¥
PRINT #6,"X-Y Plane Principal stress 2=";sig2¥
PRINT #6,"Angle of Principal stress 1 with x axis=";ann¥
RETURN¥#E
```

七、应力计可靠性的室内检验

利用长方形灰岩试件($20\times20\times50cm^3$)在压力机上进行试验。在试件中间钻一个直径为36—37mm的斜孔(图4.7.1)。将应力计安装在小孔中，待粘结剂固化后，在压力机上给试件施加不同的单向载荷，并记录仪器读数。试件外侧贴有应变片，以便确定试件的弹性模量和泊松比。

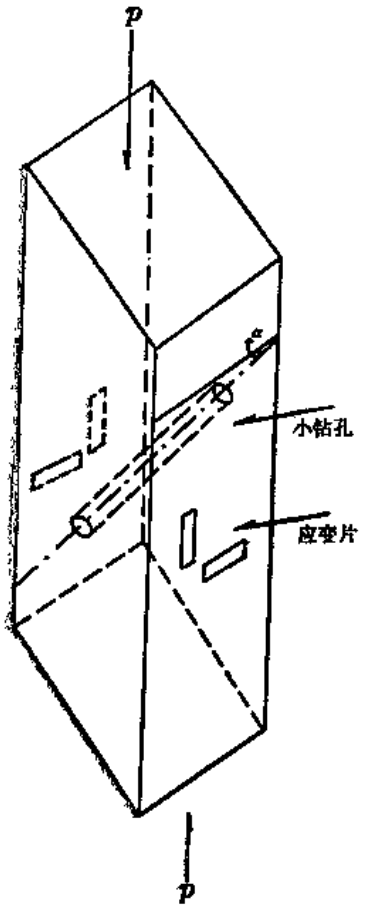


图 4.7.1 检验应力计可靠性的岩石试件

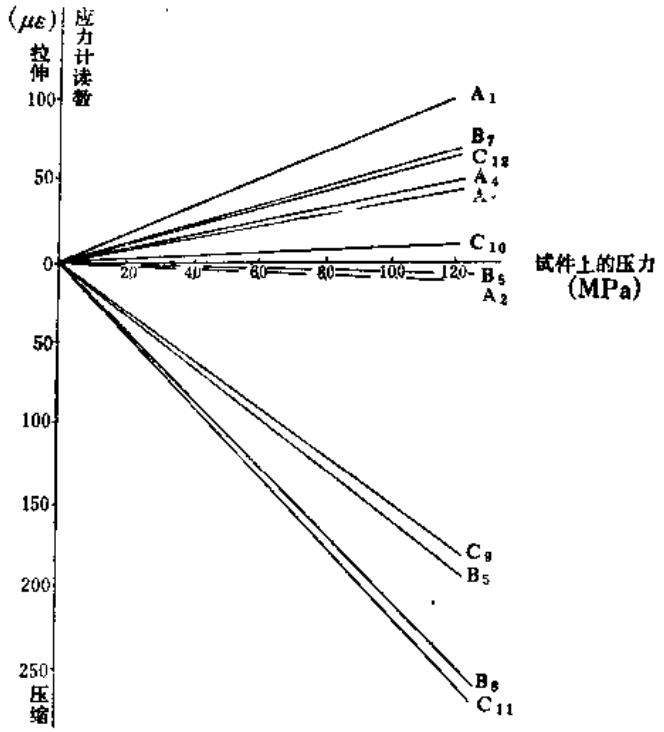


图 4.7.2 应力计读数与试件上载荷之间的关系曲线

表 4.7.1 实测结果

斜孔与水平夹角34.6°
当压力机压力变化12.0MPa时，各个应变片读数变化为：98.0，−11.0，48.0，43.0，−184.0，−4.0，67.0，−246.0，−173.0，16.0，−252.0，63.0

应力计读数随载荷的变化情况如图4.7.2所示。由图4.7.2可以看出，应力计的输出具有很好的线性。表4.7.1给出了试件上载荷为12.0MPa时各个应变计的读数情况。

表4.7.2给出了根据所得读数计算的主应力以及与外载荷进行对比的结果。由表4.7.2可见，实测结果：主应力误差为2.5%，方向误差为2°—4°。

表 4.7.2 实测结果与实际载荷对比表

	最大主应力			中间主应力			最小主应力		
	数值 (MPa)	方位角	倾角	数值 (MPa)	方位角	倾角	数值 (MPa)	方位角	倾角
实际加载	12.0	90°	90°	0	0°	—	0	—	—
测量结果	12.3	88°	86°	0.22			0.16		

八、现场地应力测量

1．现场测量过程

在测点上钻一直径为130mm的水平钻孔到预定深度，钻孔稍上倾以便使水容易流出，通常钻孔上倾大约为3°—5°。然后，打一喇叭口，以便导正。再打 36mm 的 测量小孔（图4.8.1）。小孔打好后，用水冲洗干净，再用酒精 或丙 酮 擦 洗，最后安装应力计。在安装

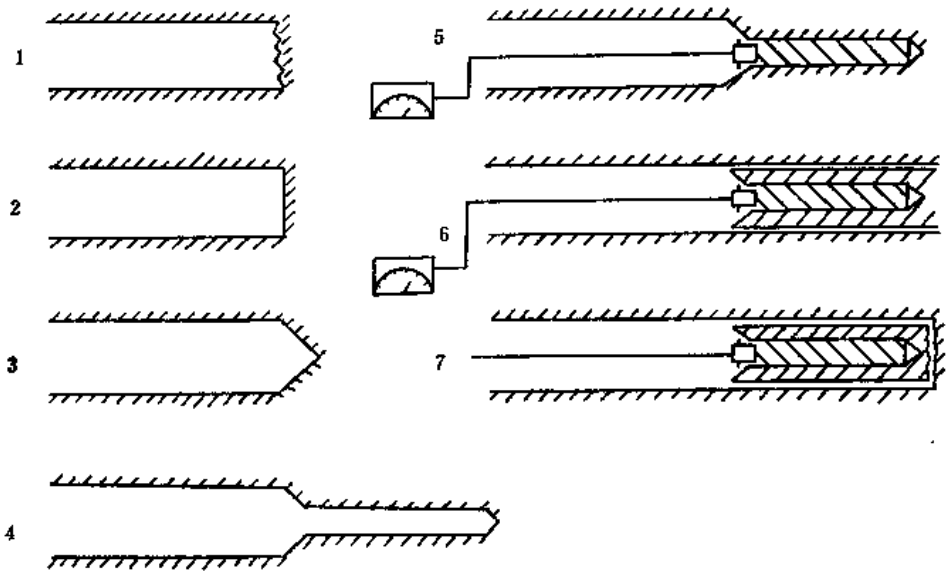


图 4.8.1　现场地应力测量步骤

1—钻直径130mm钻孔；2—磨平孔底；3—钻喇叭口；4—钻直径36mm小孔；5—安装应力计；6—套心；7—折断岩心并且 取 出

应力计之前做好必要的准备工作，包括粘胶计的配制，钻孔深度的计算，安装深度的控制等。准备工作就绪后，将粘结剂注入应力计的内腔内，固定好柱塞，用带有定向器（其定向精度为±1°）的安装杆细心地将应力计送到预定位置，推断固定销铝丝，将粘结剂从应力计内腔挤出进入应力计与小孔的间隔中，等到粘结剂固化后，记下应力计的偏角（应力计的标记与铅直方向的夹角）和各应变片的读数，以及钻孔的方位和倾角。

在套心解除之前，先冲水，这时应变片读数会有所变化，待读数稳定后再开始进尺。为判断应力计工作状态和测量的可靠性，要在套心过程中进行监测，一般每进尺3cm 进行一次仪器读数。待读数不随进尺变化时（大约为钻头超过应力计中 心 45°角）停止套心。套心结束后，取出带有应力计的岩心，准备测定弹性模量和泊松比，以及应力计工作状态的检验。

根据仪器读数绘制套心过程中应力计的输出曲线(图4.8.2)，可用计算机实现或用手工画出，该曲线是有规律的。在接近应力计的中心位置时，曲线开始变化。超过中心位置时，曲线趋 于平 稳。根 据 这个曲线可以判断每个应变片是否按合乎规律的方式进行响应，否则，该应变片的工作状态被认为是不正常的，不能参与计算。

2．岩石弹性模量和泊松比的测定及应变计工作状态的检验

将带有应力计的岩心由钻孔取出后，放入围压率定器中（图3.4.1），给岩心加围压并

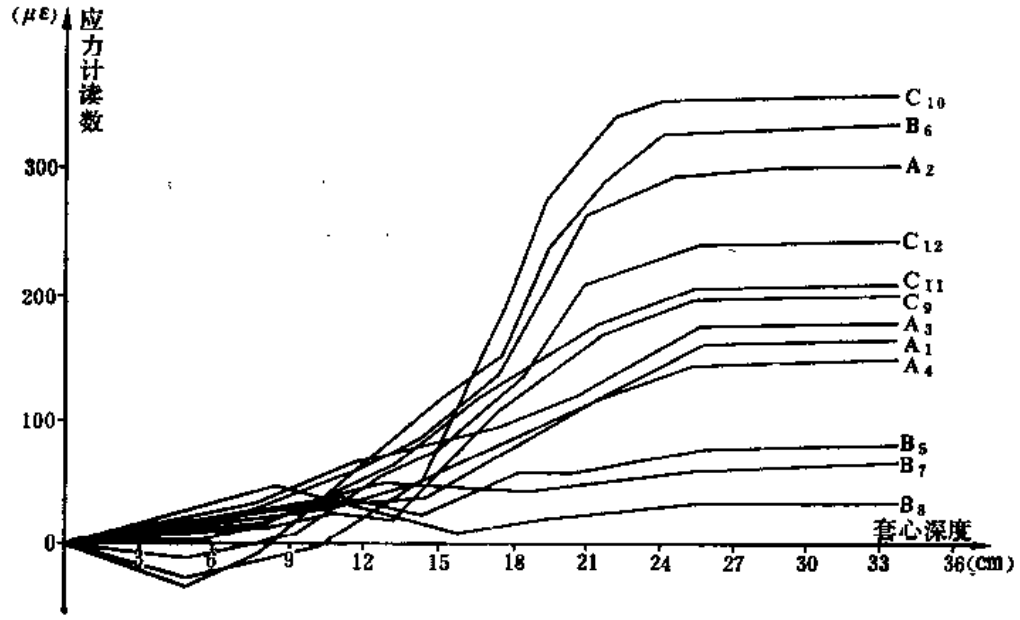


图 4.8.2 应力计在套心过程中的输出曲线

同时进行读数，绘出应力-应变曲线（图4.8.3）。这些曲线为直线，即 $\varepsilon = A + Bp$，通过线性回归可求出A及B。弹性模量E和泊松比ν可用下式计算

$$E = K\frac{2p_0/\varepsilon_t}{1-\left(\frac{d}{D}\right)^2} \qquad (4.8.1)$$

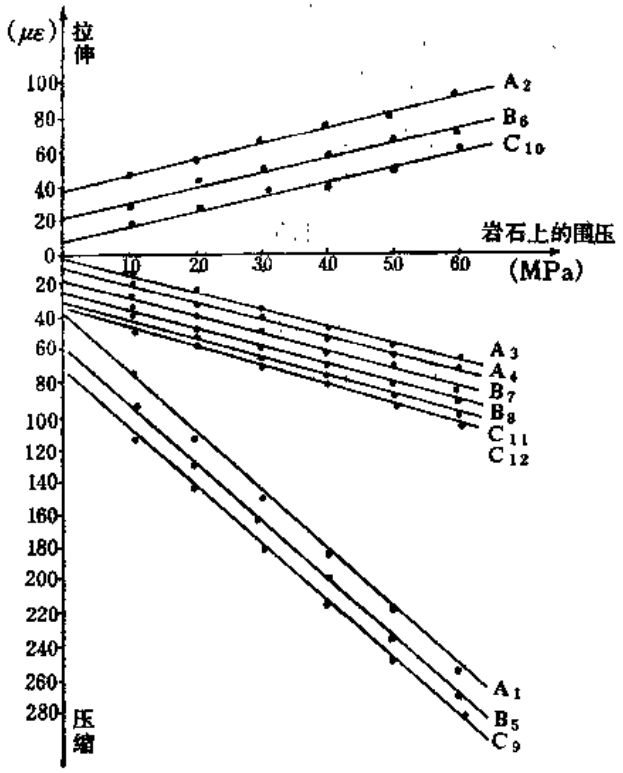


图 4.8.3 给岩心施加围压时应力计的输出曲线

式中：d —岩心内孔直径；

D—岩心外径；

p_0—围压；

ε_t—周向应变；

K—由实验确定的系数。

该公式可由厚壁筒公式导出[8]

$$\nu=\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_t} \tag{4.8.2}$$

式中：ε_a为轴向应变。

根据图4.8.3的线性好坏可以再一次检查应力计的工作状态。当线性不好时，读数是不可靠的。在卸载的情况下，应变片2、6、10的曲线斜率为正，其它应变片的曲线斜率皆为负值。这也是判断应力计可靠性的一个标志。

3．数据处理

将现场测量的数据，输入计算机，计算测点处主应力的大小和方向，测量误差及任一截面上主次主应力。计算机程序见本章节六。

第五章　地应力测量在工程中的应用

一、地应力的主要特征及其在工程中的意义

多年来，在我国结合矿山、水工等工程建设，石油开发、地震研究和构造应力场分析，进行了大量的地应力测量工作，获得了许多重要基础资料[12,13,14,15,16,17]。将这些资料进行综合，可以揭示出地应力场的主要特征，这些主要特征如下：

1．水平地应力的主导作用及工程意义

水平地应力大于铅直地应力，处处是压应力，没有发现张应力。两个水平应力大小不等，最大水平应力与最小水平应力之比，在浅部平均为2.1，在深部（4000m左右）平均为1.4。

水平地应力的主导性对工程设计具有重要意义。在以往的工程设计中，往往忽视水平地应力的作用，因而工程设计不合理，甚至造成事故和浪费。所以水平应力的作用在工程设计中是不容忽视的。

2．地应力随深度的变化及工程意义

据中国的资料，在几公里范围内，地应力大小随深度近于线性增加（图5.1.1）。并可

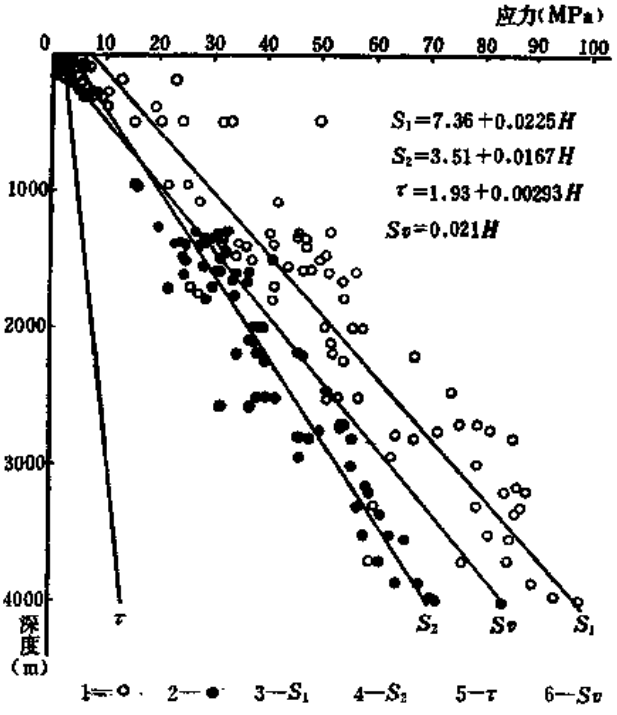


图 5.1.1　地应力随深度的变化（据中国的资料统计）

1—实测最大水平主应力；2—实测最小水平主应力；3—最大水平应力回归值；4—最小水平应力回归值；5—最大剪应力；6—铅直应力

用下式表示：

最大水平主应力$S_1=7.36+0.0225H$

最小水平主应力$S_2=3.51+0.0167H$

最大剪应力$\tau=1.93+0.00293H$

铅直应力$S_v=0.021H$

式中H为深度，单位为m。应力单位为MPa。

在浅部铅直应力小于两个水平主应力，在约800m以下，铅直应力介于两个水平主应力之间。

最大水平主应力与最小水平主应力的平均值$\frac{S_1+S_2}{2}$与铅直应力之比随深度变化。在浅部比值比较分散，为0.8到4.5，在大约2000m以下接近于1（图5.1.2）。

地应力随深度增加这一特点与世界其他地区的测量结果是一致的。

随着深度的增加，地应力强度增大，因此，对于深部矿井的稳定性来说，开展地应力测量尤为重要。深部地应力状态也是影响区域地壳稳定性和大型工程（如大坝，电站等）稳定性的重要因素。

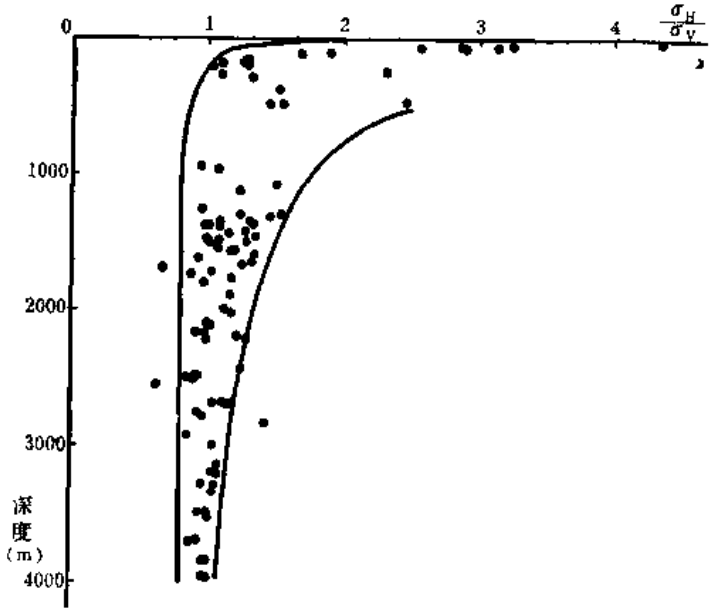


图 5.1.2 水平主应力的平均值与铅直应力之比随深度的变化（据中国的资料统计）

3. 地应力的横向变化及工程意义

地应力的横向分布是不均匀的。不同地区应力不同。但是，从总体上来看，地应力的分布仍有一定的规律性，并与地质构造有关。在一个地区，地应力的主方向大体是稳定的。例如，在华北地区，水平主应力的优势方向为近东西向；在太行山以西近于南北向；秦岭以南近于北西向，西北地区近于北北东向（图5.1.3）。尽管在总体上地应力有一定的规律性，但局部地应力场对工程的影响往往较大，因此，对工程设计来讲，还必须进行地应力实测工作。

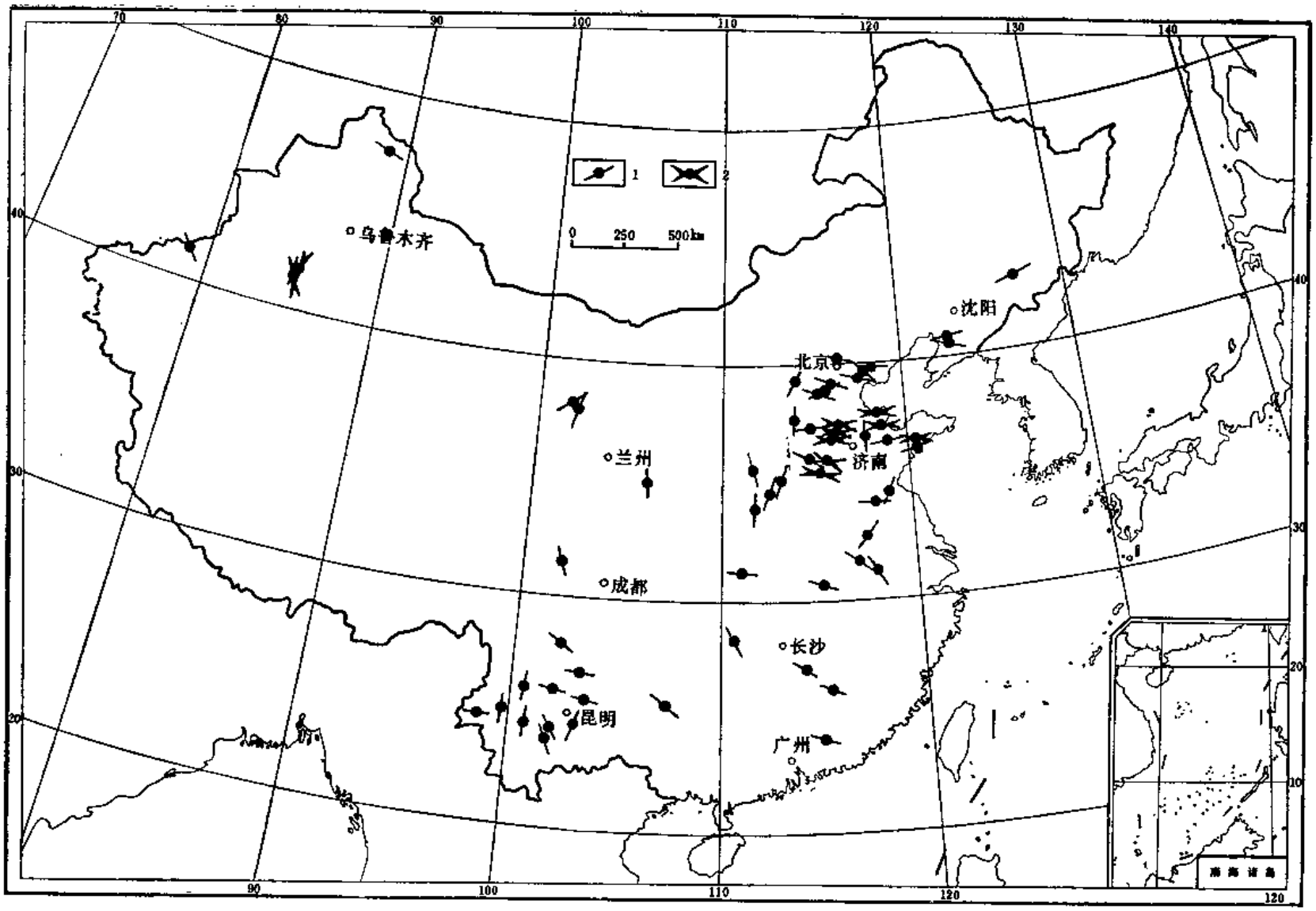


图 5.1.3 水平主应力方向的分布

1—应力解除和水压法测定；2—钻孔崩落椭圆法测定

二、地应力测量在矿山工程中的应用

在工程地质调查的基础上，进行原岩应力实测，结合岩体力学试验和有限元法或边界元法应力分析，为矿山工程提供科学依据。

在巷道设计方面，选择最佳巷道轴线方向；选择最佳巷道断面的几何形状；为合理支护提供必要的参数。

在采场设计方面，选择最佳走向；选择合理的顶板管理和最佳采场跨度；根据应力状态合理选择回采顺序和充填料的强度。

现以金川镍矿和喀拉通克铜镍矿为例，说明地应力测量在矿山设计中的应用。

1．金川矿区地应力测量及应用

金川矿区位于甘肃省西部的龙首山隆起北缘与潮水盆地毗连之处。该矿是大型的铜镍矿床，储量居世界第二位。在基建和开采过程中，巷道发生严重变形和破坏，为解决此问题，在矿区开展了原岩应力实测和工程地质调查工作[16]。

（1）矿区地质构造概况

矿区地质构造概况（图5.2.1）。

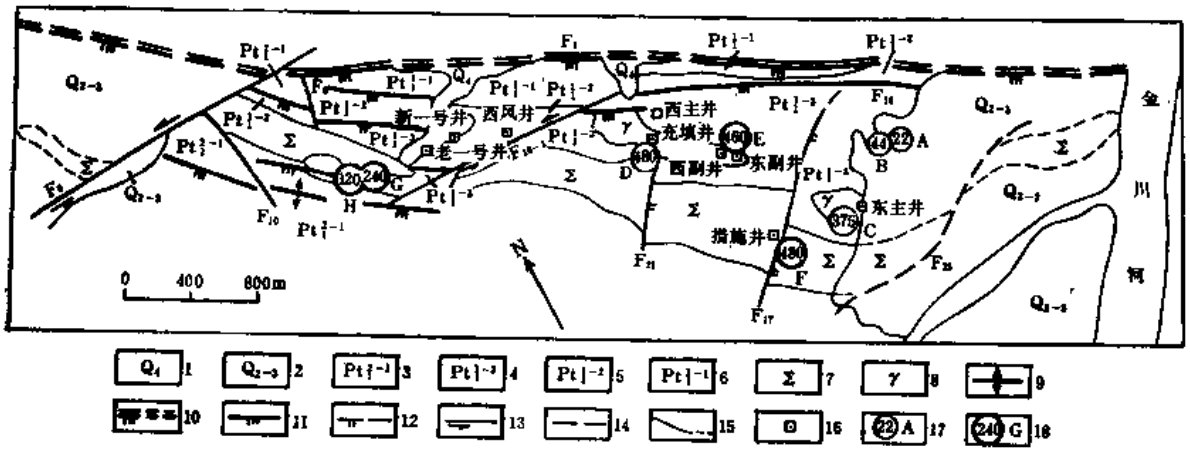


图 5.2.1 金川矿区地质构造及地应力测点分布

1—全新统；2—中-上更新统；3—下元古界第二段第一层；4—下元古界第一段第三层；5—下元古界第一段第二层；6—下元古界第一段第一层；7—超基性岩；8—肉红色花岗岩；9—背斜轴；10—区域性压性断裂；11—压性断裂；12—张性断裂；13—扭性断裂；14—性质不明及推测断裂；15—地质界线；16—竖井；17—平面应力测点，圈内数字为测点深度(m)；18—三维应力测点，圈内数字为测点深度（m）

矿区中的主要断裂有：F_1、F_{16}、F_{16-1}、F_8、F_{17}，其中F_1和F_{16}是影响整个矿区工程地质特征的挤压性主断裂。

整个矿区，断裂、节理及层间滑面等破裂面很发育，其中NWW、EW及NNW方向的断裂都程度不同地受过挤压，破碎带一般较宽，破碎的岩石多未胶结。这些因素对矿区的工程地质条件影响甚大。

（2）原岩应力实测结果

在矿区内，不同构造部位、不同深度、不同岩体中都进行了测量，测点位置如图5.2.1所示，测量结果见表5.2.1。

表 5.2.1　金川矿区地应力测量结果一览表

测点位置	岩　性	深　度（地表以下）（m）	最大主应力			中间主应力			最小主应力			时间（年）
			大小（MPa）	方　向	倾角β_1	大小（MPa）	方　向	倾角β_2	大小（MPa）	方　向	倾角β_3	
二矿区东部地表18km处	大理岩	20	2.4						2.3			1977
同　上	大理岩	44	4.2	N20°E					3.5			1978
二矿东主井1350中段测点	大理岩	375	19.8	N3°E					10.8			1975
二矿西主井1250中段测点	花岗岩	480	24.5	N25°W					15.4			1980
二矿东副井1300中段测点	大理岩	460	50.0	N13°W	6°	33.4	N76°E	−6°	28.2	N63°W	−81°	1976
二矿1250中段38.5行沿脉巷道测点	特富矿	480	32.0	N32°E	6°	21.4	N43°W	−67°	20.6	N60°W	22°	1978
龙首矿1460中段12行穿脉测点	富矿体	240	34.4	N42°W	−39°	21.1	N48°E	近水平	2.6	N41°W	51°	1977
龙首矿1580中段14行穿脉巷道测点	大理岩	120	16.8	N28°W	57°	12.1	N35°E	−16°	5.8	N63°W	−28°	1979

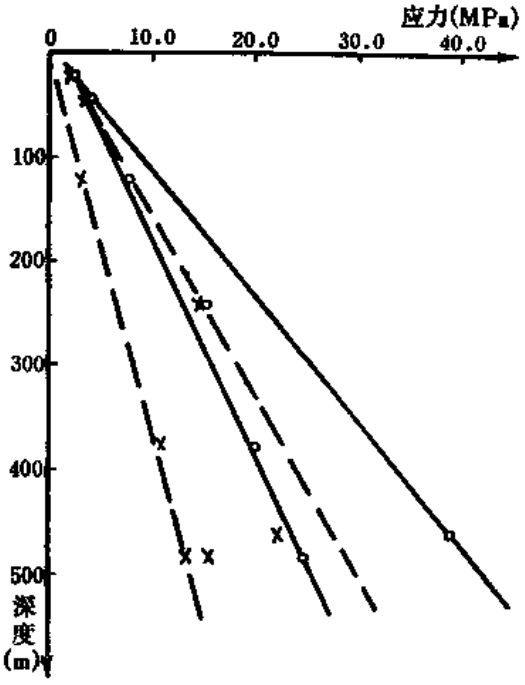


图 5.2.2　金川矿区水平主应力随深度变化曲线图

两实线间为水平最大主应力范围，两虚线间为水平最小主应力范围

据表中的实测结果，可以看出以下几点：

① 矿区作用的地应力以水平应力为主导，并且都是压应力。它与工程地质调查和巷道变形调查结果是吻合的。

② 在应力数值上，表层最大水平主应力值约为3.0MPa左右，该数值与华北地区表层所测得的结果相近似。应力值随深度增加而增大，在200—500m深度测得的最大主应力一般为30.0MPa左右。矿区水平主应力随深度变化如图5.2.2所示。在一定的深度范围内，平均水平应力大于垂直应力，它与垂直应力的比值随深度的变化如图 5.2.3 所示。

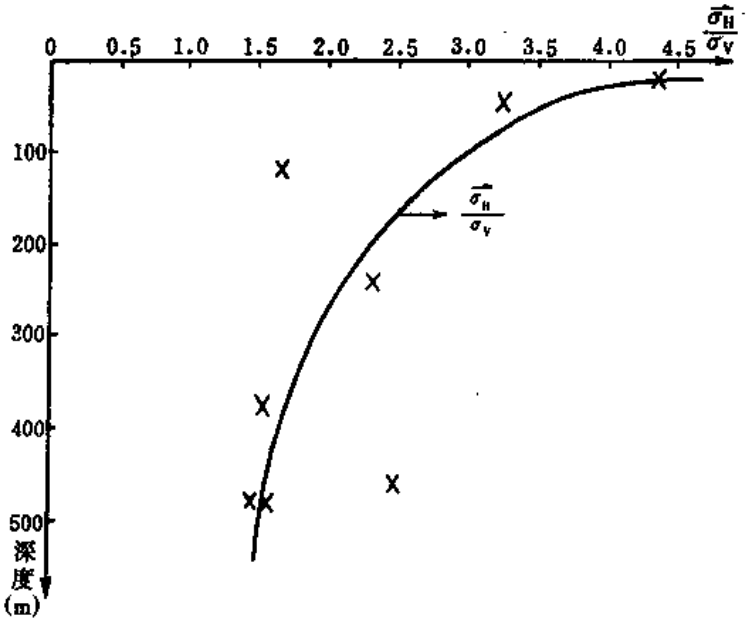


图 5.2.3 金川矿区平均水平应力与垂直应力比值随深度变化曲线

图5.2.3表明，该矿区至少在1000m以内，仍是以水平应力为主导的。平均水平应力与垂直应力比值随深度的变化基本上与其他地区地应力测量结果的统计规律是一致的。

③ 在不同的构造部位测出的应力大小、方向和倾角都有所变化，表明地应力分布与地质构造有着密切关系。

通常，每个测点的测量结果具有一定的局限性，因此，大量的野外资料综合分析是必要的。但由于条件所限，测点不可能太多，所以，必须借助于模拟试验，有限元分析及地质构造调查，摸清矿区构造应力场，从而根据有限的测点外推出区域各个部位的应力状态。在矿区，最大主应力方向一般为NNE向；在矿区外围，最大主应力方向为NE向，比矿区的主应力方向稍向东偏转。

（3）巷道设计与应力状态

巷道的稳定性与其围岩中的应力状态密切相关，必须根据实测应力状态，进行巷道的合理设计。

i）最佳巷道轴线方向的选择

根据三维应力状态，可求出不同法线方向各截面应力椭圆（图5.2.4），图中表明：在最大主应力方向和接近最大主应力的方向上，巷道周围受力既小又比较均匀，随着与最大主应力的夹角增大，巷道周围受力也逐渐增大，且受力的不均匀性也逐渐显示出来。因此，根据最大主应力方向兼顾工程地质条件和现场施工条件，统筹考虑选择最佳巷道轴线

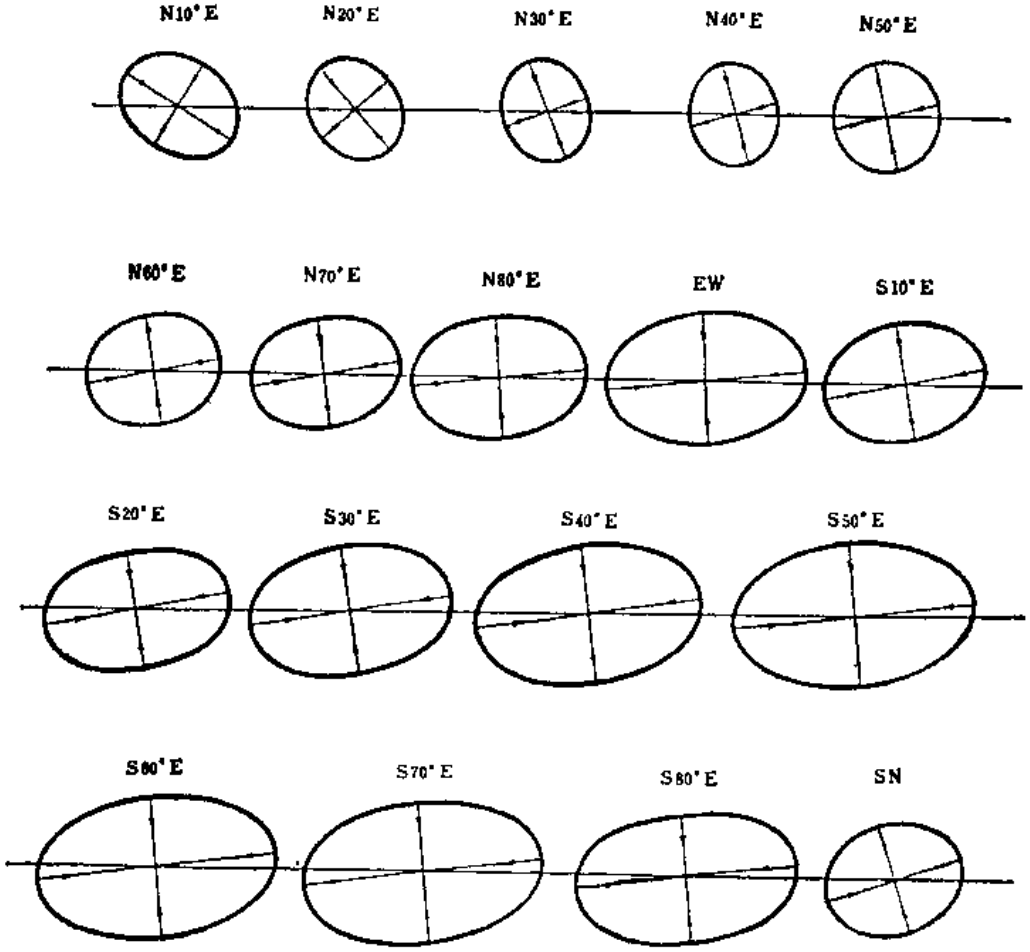


图 5.2.4 金川二矿1250中段测点不同法线方向各截面应力椭圆

方向，是减少巷道变形破坏的有效措施之一。

例如，金川矿二矿区1250中段西风井石门，在6—8行处通过F_{16-1}断层时，巷道与断层斜交，其交角为51°，并且巷道走向几乎与最大水平主应力方向垂直（图5.2.5），施工时非常困难，成巷后仍剧烈变形，返修多次，曾采用预制块直墙半圆拱，钢筋混凝土马蹄形拱，花岗岩料石全圆断面等多种支护形式，但仍变形，基于这种情况，在下面的1200中段通过F_{16-1}断层时，将巷道方位与F_{16-1}断层近于垂直，改善了巷道受力状态。并以最短距离穿过不良岩层，施工中又采用风镐掘进，尽量减少围岩松动范围，比较顺利地通过该地段，成巷后也比较稳定。

ii）最佳巷道断面几何形状的选择

在地应力作用下，不同的巷道断面几何形状，其周边受力状况也不同，当巷道断面几何形状适应于地应力作用方式时，巷道周边受力均匀，没有出现应力集中区，能够形成压力拱，提高稳定性。金川矿区实测表明水平应力为主导，这样，在工程地质条件较差地段，直墙半圆拱巷道就容易出现边墙内鼓和底鼓现象，巷道破坏严重（图版Ⅱ—4，Ⅱ—5）。有限元分析指出，似椭圆断面是较适应水平应力为主导的地应力作用方式的一种断面几何形状，如图5.2.6及图版Ⅱ—6，且施工也不困难。实践证明，这种巷道是稳定的，较长时间没有发生严重变形和破坏，降低了返修率，节约了资金。

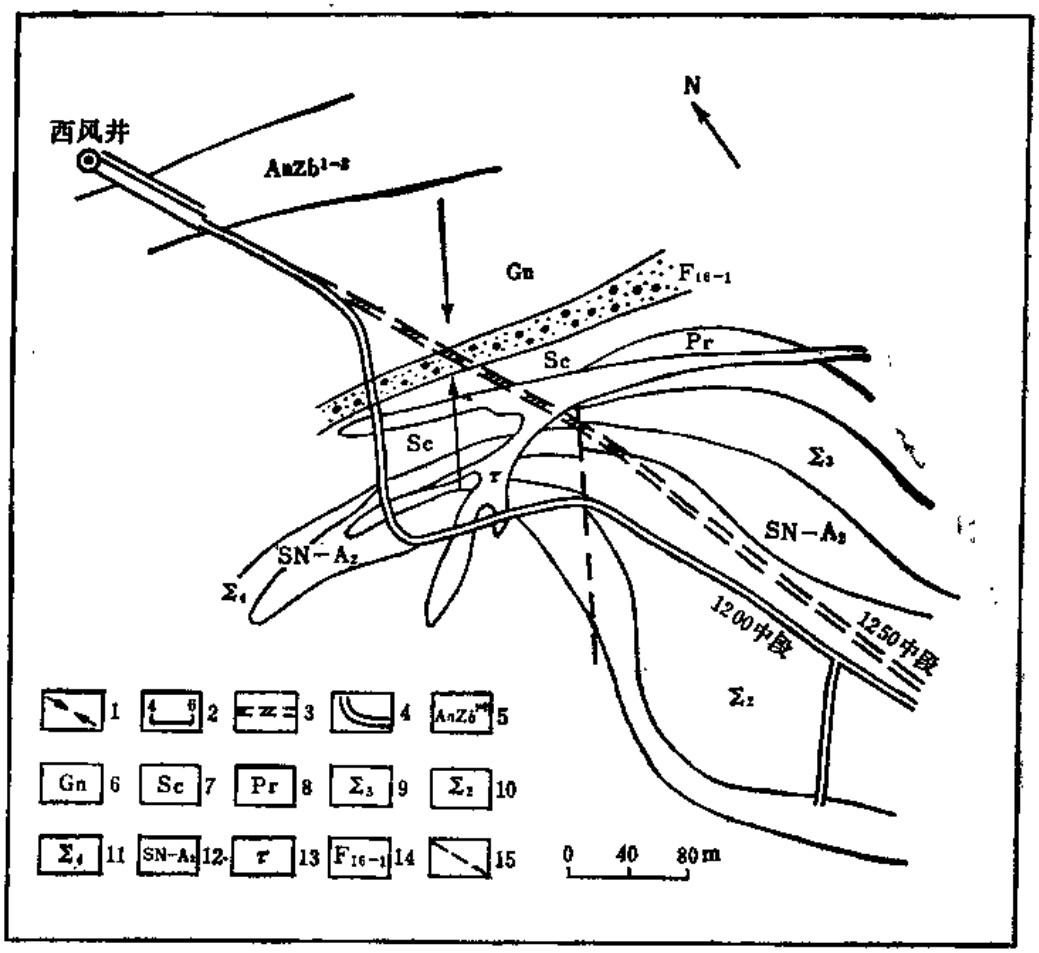


图 5.2.5 金川二矿1200中段和1250中段巷道变形破坏调查图

1—区域主应力方位；2—行线编号；3—1250中段强烈变形巷道地段；4—完好或轻微变形巷道；5—下元古界第一段第二层粗粒片麻岩；6—片麻岩；7—石墨绿泥片岩；8—伟晶花岗岩；9—二辉橄榄岩；10—含辉石橄榄岩；11—橄榄辉石岩；12—贫矿体；13—斜长细晶岩；14—断层及编号；15—断层

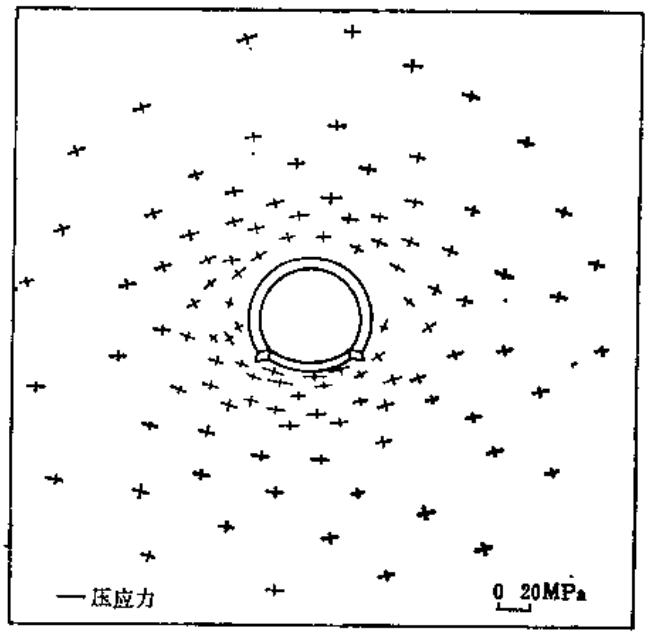


图 5.2.6 似椭圆巷道周边应力分布

（东副主井1300中段，巷道轴线方向南北）

iii) 为选择合理的支护提供依据

地应力活动规律为选取合理的支护方式和适时的支护措施提供依据。地应力状态不同，所需的支护量也不同，为了简单起见，我们给出了圆形巷道，水平应力与铅直应力相等的情况下地应力与巷道支护量的关系（图5.2.7）。可以看出，对于巷道只有弹性变形时，可以不进行支护，如图5.2.7中的曲线1。对于非弹性变形，则要根据围岩与巷道的相互作用，进行支护。当地应力为30MPa时，所需临界支护压力为6MPa如曲线2。当地应力为45MPa时，所需的临界支护压力为12MPa；如曲线3。地应力愈大，所需的支护压力愈大。

另外，根据地应力分析，还能发现薄弱部位，结合地质条件，采取必要加固措施。如加密锚杆或增加锚杆长度，加钢丝网等有效措施。

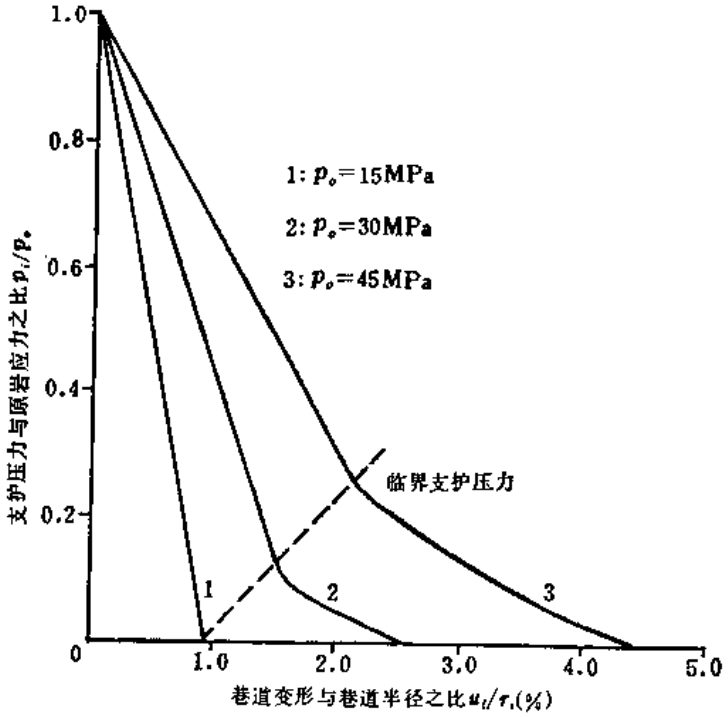


图 5.2.7 在不同应力作用下所需的巷道支护量

（4）采场设计与应力状态

地应力状态不仅为巷道合理设计提供依据，而且还为正确地选择采矿方法以及为保证矿山安全生产提供依据。根据矿区工程地质条件，矿体赋存条件，应力状态等来综合考虑选取最佳采矿方法，采矿跨度，顶板管理，充填料，开采工艺等，以提高经济效益。

下面以喀拉通克铜镍矿为例，具体讨论这方面的问题。

2．地应力测量在喀拉通克铜镍矿中的应用

喀拉通克铜镍矿位于新疆边远地区，对新疆的开发与建设具有重要意义。为此，同样进行了地应力研究，并进行了岩石力学参数的测定。在此基础上，进行了有限元应力计算。为巷道设计，采矿方法选择，采场跨度设计及充填料的选择提供了依据。下面首先叙述地应力测量结果，然后着重讨论采矿跨度及充填料的选择。

（1）地应力测量结果

该矿使用KX-81型地应力计在650(m)水平进行了三个点的地应力测量，其结果如表

表 5.2.2 喀拉通克铜镍矿主应力一览表

测点号	空间主应力(MPa)									水平面内主应力(MPa)			
	最大主应力(σ_1)			中间主应力(σ_2)			最小主应力(σ_3)			最大应力(σ_H)		最小主应力(σ_h)	
	数值	方向	倾角	数值	方向	倾角	数值	方向	倾角	数值	方向	数值	方向
1	20.6	N10°W	下倾5°	13.8	N83°E	上倾35°	12.8	S71°W	上倾54°	20.5	N11°W	13.5	N79°E
2	20.8	N78°W	上倾21°	14.7	N56°E	上倾60°	9.3	S4°W	上倾19°	20.0	N82°W	10.4	N8°E
3	13.0	N65°W	下倾2°	11.0	N28°E	下倾55°	10.8	S24°W	下倾35°	13.0	N65°W	10.8	N25°E

5.2.2。由表可知，该矿地应力的特点是以水平应力为主导，水平应力大于铅直应力；铅直应力稍大于上覆矿体的重量。与世界各地实测的铅直应力的平均值相比，该矿的铅直应力偏高，这是由于上覆矿体的比重较大所引起的。同我国各地实测的水平应力的平均值相比，该矿水平应力稍许偏大。

从总体来看，地应力的主方向为NNW到NWW向。

（2）采场跨度的选择

所用的采矿方法为先房后柱上向分层胶结充填采矿法，简称两步法。按五个采场考虑，两采一充，循环作业。最大空顶高度为6m。一次充填4m。充填后，空顶高度为2m。比较了跨度为6m及8m的采场稳定性。

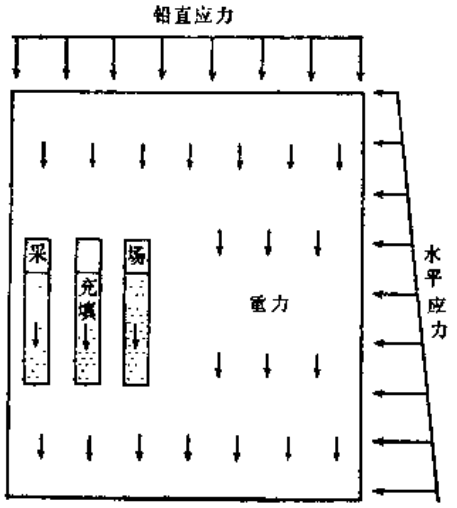


图 5.2.8 采场应力计算中的载荷模式

计算时，使用的载荷模式如图5.2.8。

由于采场的范围较大，因此，水平应力和铅直应力都随深度变化。水平应力随深度线

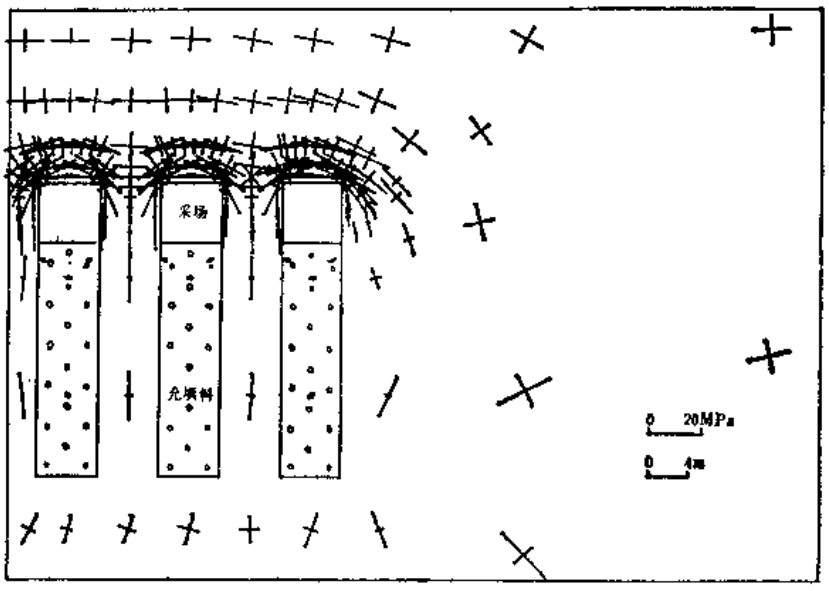


图 5.2.9 两步法6m跨度矿房开采高度29m时采场应力分布

性增加，同时考虑体力的作用，这样的载荷模式是比较合理的。

下面对计算的结果进行应力分析和比较：

计算的采场应力分布见图5.2.9和图5.2.10。图中交叉十字为最大主应力及最小主应

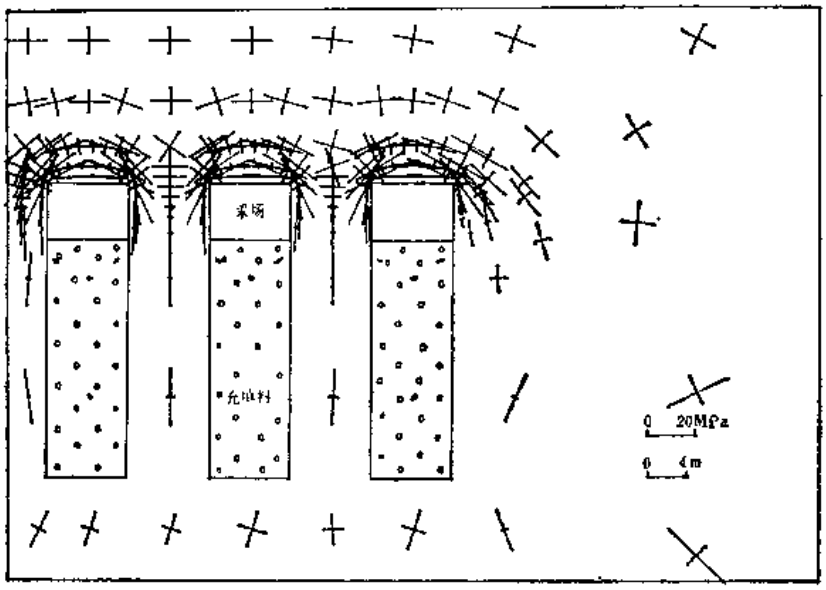


图 5.2.10 两步法8m跨度矿房开采高度29m时采场应力分布

力。可以看出，两种跨度采场的应力分布形态是相似的。顶板应力的变化也是相似的，如图5.2.11和图5.2.12所示。自左向右应力起伏变化，在矿房顶板处，应力升高，顶板两侧拐角处，应力升高明显，在最右侧上方拐角处应力升高最大。比较图5.2.11及图5.2.12，可以看出，6m跨度比8m跨度的应力偏高。

为了更便于分析，表5.2.3给出了采场应力及塑性变形度的比较。

表 5.2.3 两步法8m跨度与6m跨度采场应力及塑性变形度比较

回采部位	跨度 (m)	回采高度 (m)	顶板塑性变形度	顶板应力	
				水平应力	最大剪应力
回采矿房	6	29	0.57	14.6	7.1
	8	29	0.50	12.3	6.05
	6	59	0.77	19.87	9.4
	8	59	0.68	17.17	8.21
回采矿柱	6	54	0.54	14.0	6.77
	8	54	0.44	12.12	5.72

注：表中塑性变形度是根据德鲁克-普拉格准则确定的。塑性变形度等于或大于1时，说明进入了塑性区；小于1为弹性变形

从表5.2.3可以看出，（i）顶板应力，6m跨度大于8m跨度；(ii) 顶板的塑性变形度，同样也是6m跨度大于8m跨度。因此，8m跨度的稳定性优于6m跨度。

另外，8m跨度采场的生产效率明显高于6m跨度。所以8m跨度采场与6m跨度采场

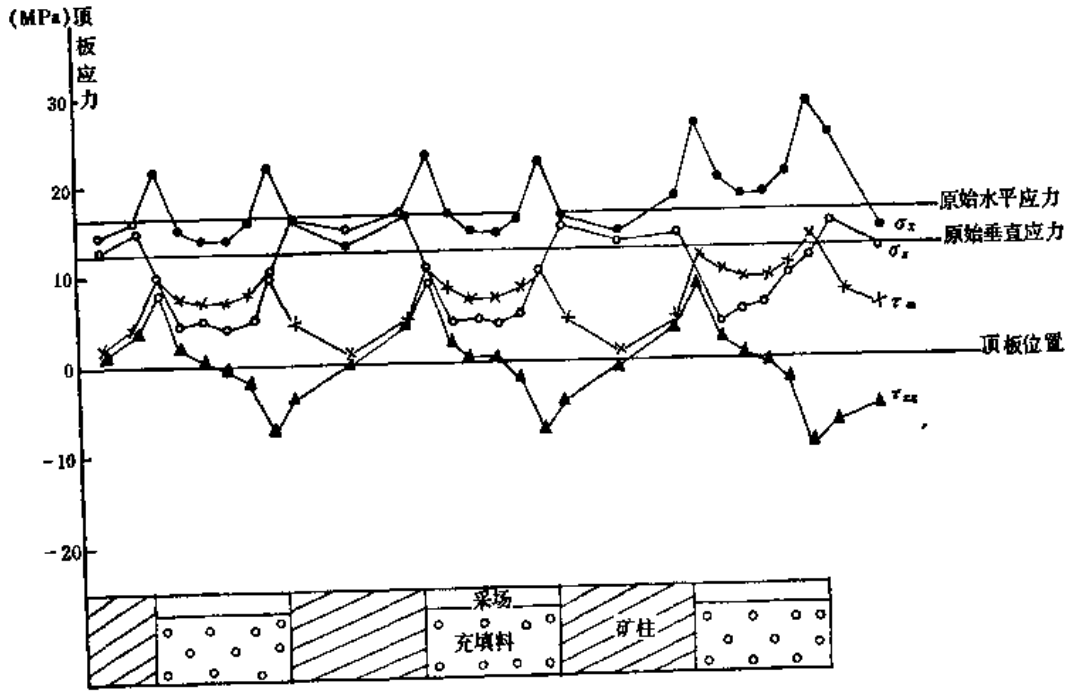


图 5.2.11 两步法6m跨度矿房开采高度29m时采场顶板应力变化

σ_x—水平应力；σ_z—铅直应力；τ_m—最大剪应力；τ_{xz}—剪应力

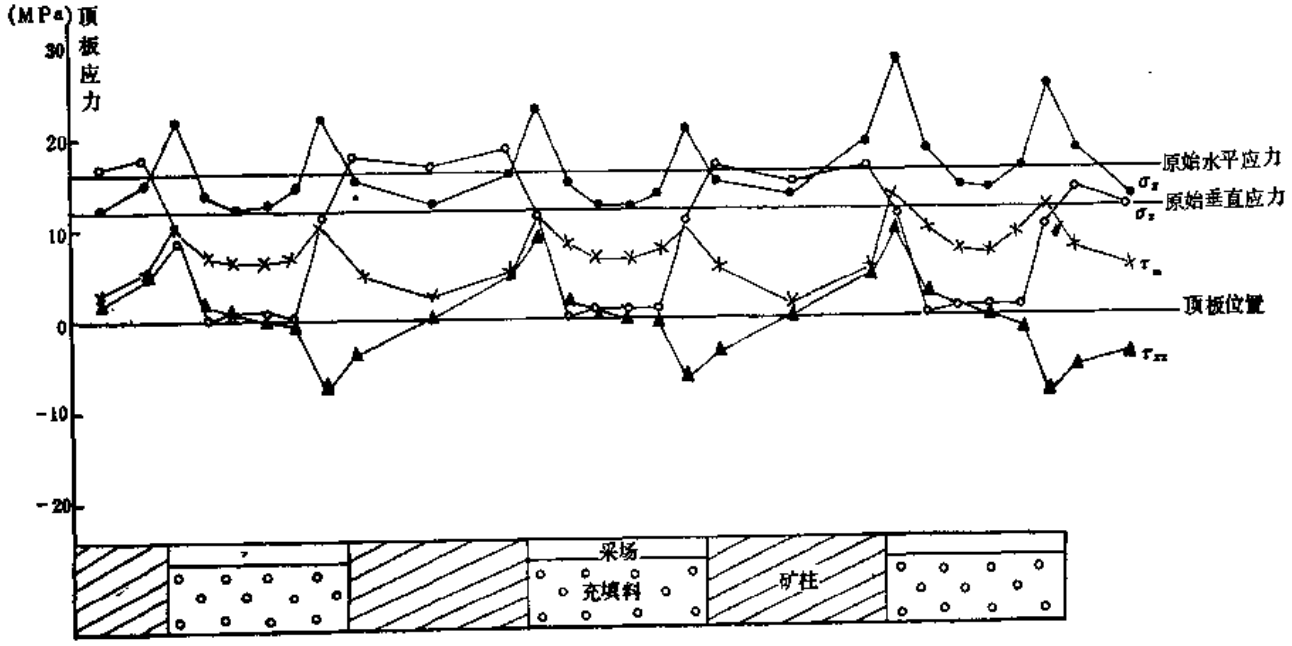


图 5.2.12 两步法8m跨度矿房开采高度29m时采场顶板应力变化

σ_x—水平应力；σ_z—铅直应力；τ_m—最大剪应力；τ_{xz}—剪应力

相比既安全，生产效率又高。

过去，人们往往直观地认为，采场跨度越小越稳定。这是受普氏理论的影响。实际上，在水平应力较高的情况下，跨度大一些，反而更稳定。

大跨度采场比小跨度更稳定的实例是很多的。例如，加拿大的一个矿山❶，其采场跨度起初为7 m，这时顶板破坏严重。后改为5 m跨度，以为这样可以提高稳定性。但实践证明，此时，破坏更加严重。于是，又将跨度改为9m，稳定性得到改善。后来又将跨度增加到20m，采场仍是稳定的。

采场跨度不仅取决于应力条件，还取决于岩体质量条件。因此，必须将地应力与工程地质条件相结合来考虑跨度问题。

在采场推进过程中，周围的应力就要重新调整，影响邻近的巷道或采场的稳定。因此，合理的布署采场，相应的回采顺序和科学的管理，能使其影响程度减至最小。

（3）关于胶结充填采矿法的充填料的选择

胶结充填料的主要作用是支撑围岩和矿柱，防止围岩和矿柱塌落，使矿柱回收方便。充填料的刚度是采矿中所关心的一个问题，充填料的刚度不同，支撑能力不同，采场应力也不同。充填料刚度愈大，支撑力也愈大。但成本也愈高。

为了解充填料的刚度对矿柱应力的影响，表5.2.4给出了喀拉通克铜镍矿几种弹性模量不同的充填料的应力情况。可以看出，充填料模性模量的改变，对矿柱及顶板中的应力改变不大。只对矿柱中的水平应力有些影响，对矿柱中的铅直应力及采场顶板应力几乎没

表 5.2.4 充填料弹性模量不同时采场应力的变化

充填料的弹性模量	矿柱内应力(MPa)		顶板应力(MPa)		充填体应力(MPa)	
(MPa)	σ_1（水平）	σ_2（铅直）	σ_1（铅直）	σ_2（水平）	σ_1	σ_2
1.0×10^4	4.7	18.3			3.23	1.43
2.5×10^3	2.9	18.1	0.23	15.7	1.36	2.30
2.5×10^2	1.9	18.5	0.23	16.0	0.14	0.22
1.3×10^2	1.9	18.5	0.23	15.9	0.07	0.10
6.5×10	1.9	18.5	0.23	15.9	0.03	0.05

有影响。

由于充填料与矿体的刚度相差较大，应力主要由围岩及矿柱承受，充填体承受的应力很小。充填体主要是占据空间，防止矿柱及围岩过大的变形。

除了刚度以外，充填料的强度也是很重要的，如果充填料的强度太低，充填料提前破坏，也不能达到支护和稳定矿柱与围岩的作用。

充填体的刚度越大，本身承受的应力就越大，其强度要求就越大，成本也越高。因此，对充填料的刚度及强度要求要适当。应根据支护与围岩相互作用原理来选择充填体的刚度及强度，充分发挥围岩的作用，发挥支护与围岩的共同承载能力。为此，地应力测量是很重要的。

❶ 世良田，章正等，地下硐室岩体蠕变的测试及其运用。隧道译丛，1978.1。

由于充填料刚度的改变，对矿柱及顶板的应力条件改善不明显，因此，过分强调提高充填料的刚度是不合算的。而采用较低刚度及强度的充填料是可行的。

地应力测量在金川矿、喀拉通克铜镍矿以及其他一些矿山的应用，都取得了很好的效果，并对其他工程如隧道和地下建筑等有借鉴意义。另外，地应力测量也已应用于诱发地震、岩爆、瓦斯突出等方面的研究与防治。

三、地应力测量在水工、电站等工程中的应用

主要是为区域稳定性分析，选址，地下硐室和大坝的设计提供依据。

例如，一地下370m深处的电站[18]，其初步设计硐室布置方案如图5.3.1所示，这种布置能使透平机与变压器设置在同一硐室内。

在现场调查中，得到以下资料，硐室周围片麻岩的单轴抗压强度平均为150.0 MPa；测得的原岩水平应力与垂直应力之比的平均值 $K=2.0$；岩体的容量 γ 为 $2.7g/cm^3$；铅直应力为8.1MPa；水平应力为16.2MPa。根据这些资料计算的图5.3.1所示的硐室的最大顶板应力为 $\sigma_\theta=56.7$MPa；侧帮最大应力为 $\sigma_r=-1.1$ MPa（负号为张应力）。最大顶板应力与单轴抗压强度之比为 $\frac{56.7}{150.0}=0.38$。经验指出，在这种情况下足以使硐室顶板造成明显的剪切破坏，侧帮内存在拉应力也是一个问题。

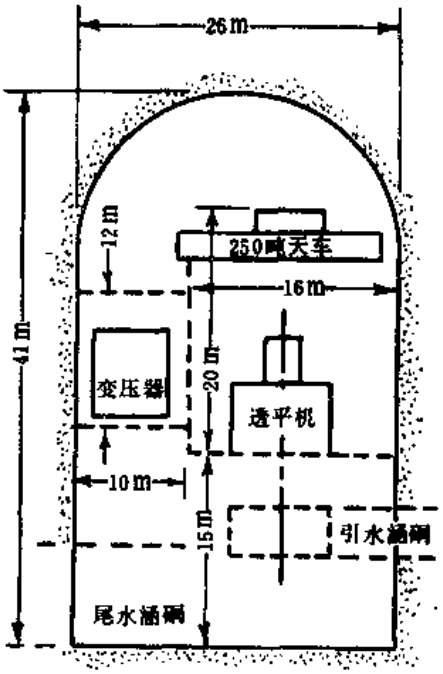


图 5.3.1 初步设计硐室布置方案

硐室周围应力分布的详细计算表明，潜在的拉伸破坏区在硐室的侧帮延深6 m，且超应力区的范围相当大。在硐室的顶底板也有剪切破坏区（图5.3.2）。

为了改善应力分布，提高稳定性，对硐室设计进行了修改。把变压器和阀门均布置在单独的硐室内，以减小机房尺寸（图5.3.3）。

修改后的硐室其周围边界应力都是压应力，硐室顶板最大应力由原来的56.7MPa降低到34.0MPa，如图5.3.4所示。超应力区由深度6m降低为1.5m，且在开挖体周围分布均匀，如图5.3.5所示。很明显，修改后的电站硐室稳定性大为提高。

另外，硐室的顶板和侧帮设计成曲线型，使硐室周围应力分布尽量均匀。同时，合理选择三个硐室之间距，保证硐室之间的岩柱均匀受压。

我国在许多大的水利、水电、核电工程上都开展了地应力测量工作，如四川二滩电站，黄河小浪底水库，长江三峡水利枢纽三斗坪坝，滦河潘家口水库，青海拉西瓦电站，李家峡电站，广东核电站等重大工程都进行了现场地应力测量工作，为工程的选址和设计

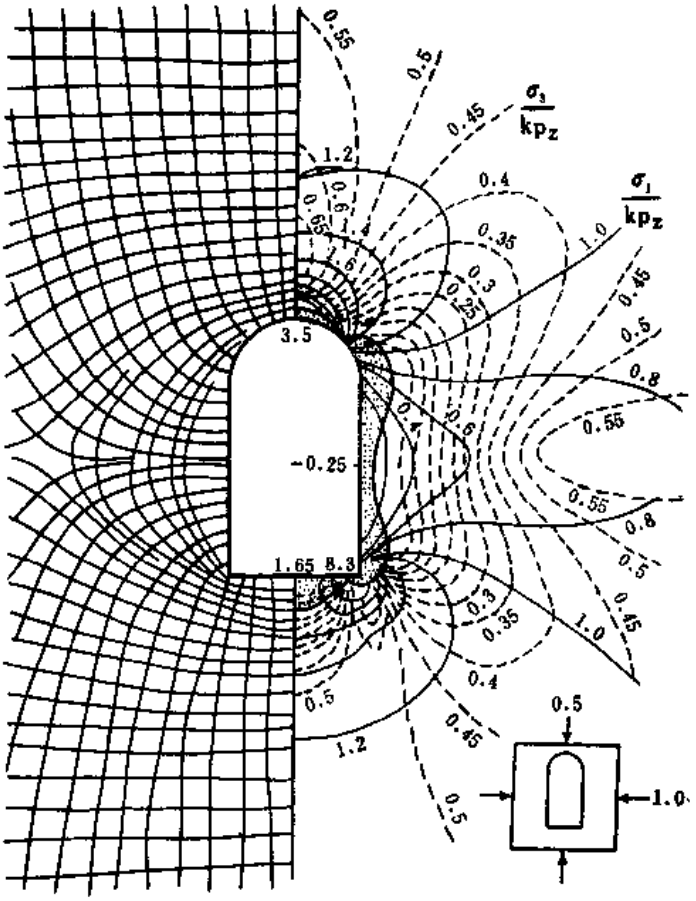


图 5.3.2　原岩水平应力为铅直应力两倍时，高马蹄形硐室周围的主应力分布

阴影部分为潜在超应力区

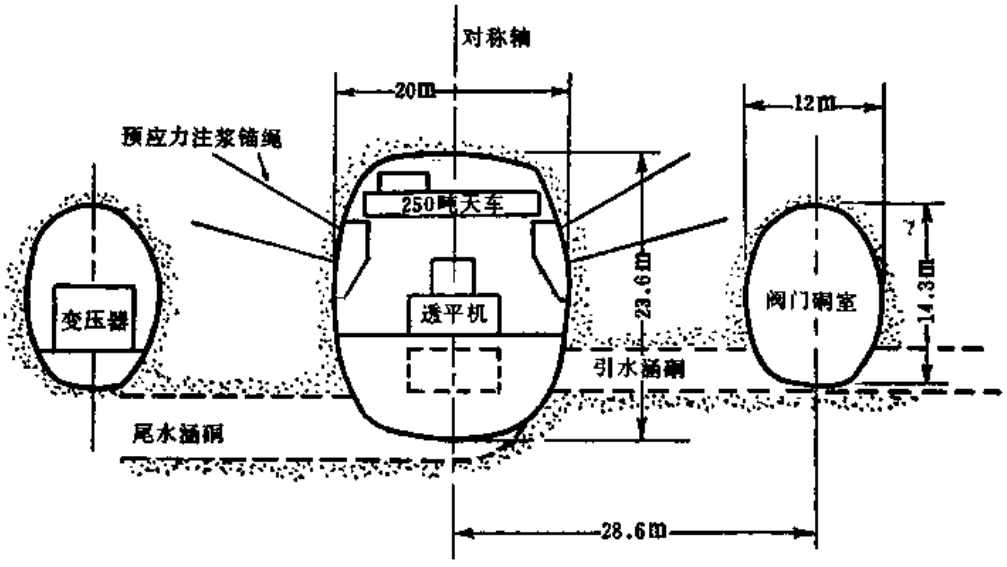


图 5.3.3　把变压器和阀门安在单独硐室的设计方案

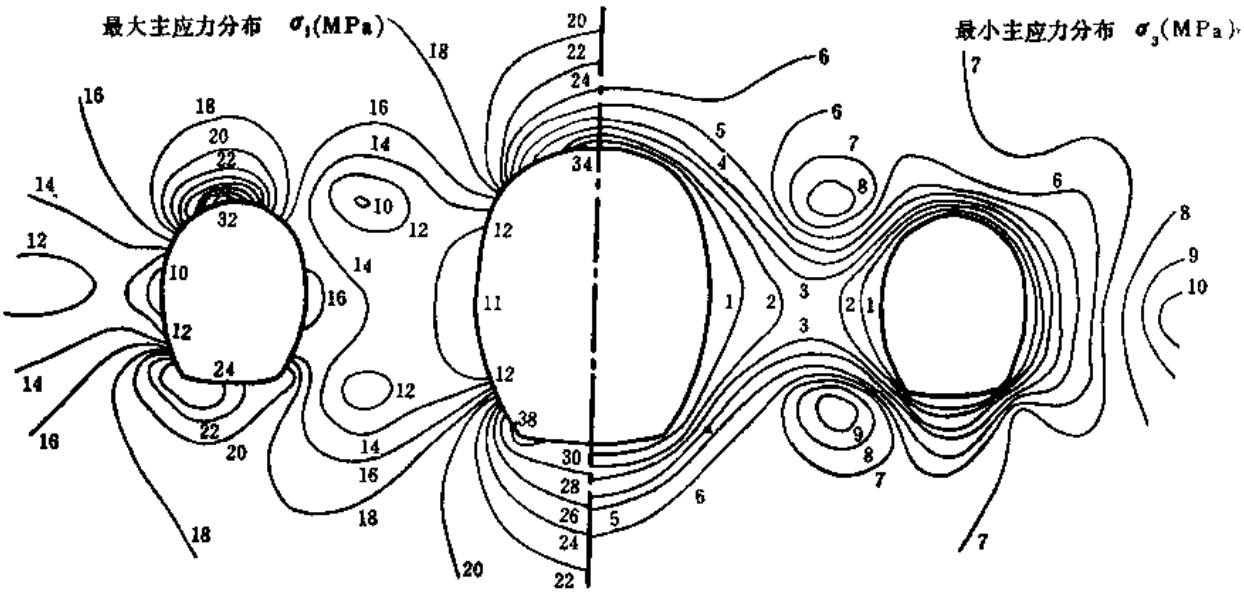


图 5.3.4 修改后开挖体周围的主应力分布

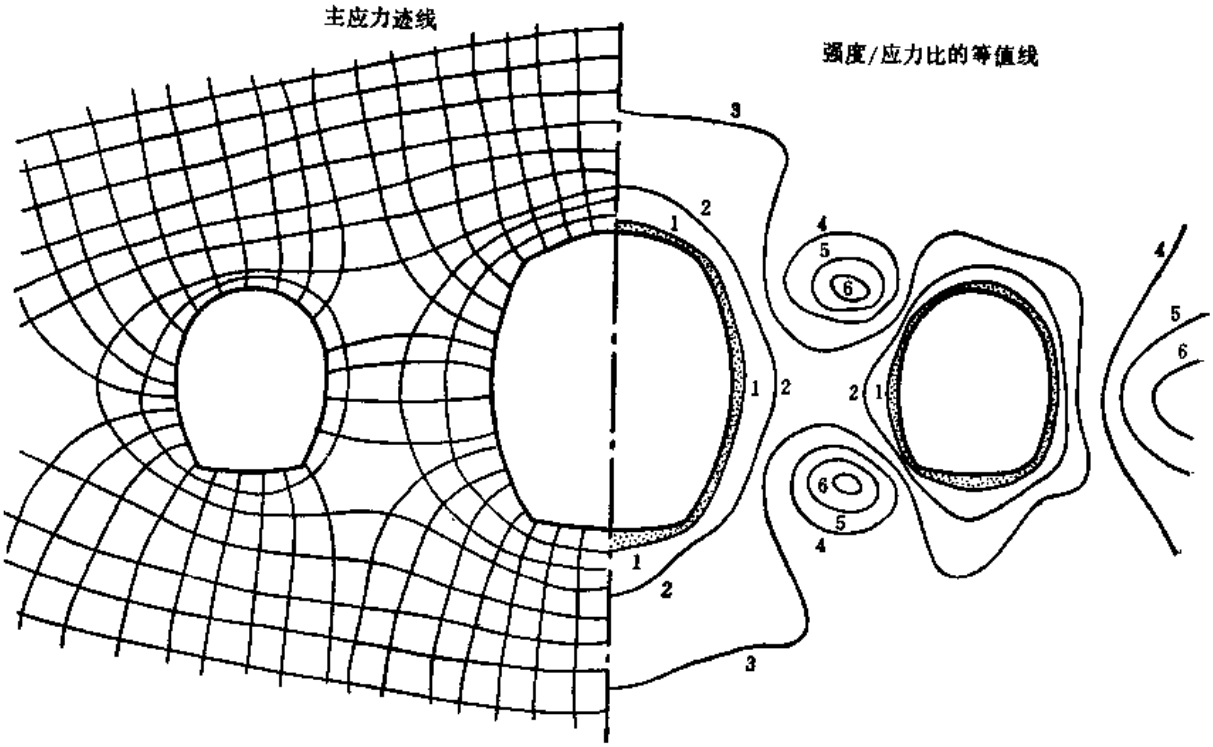


图 5.3.5 修改后开挖体周围的主应力迹线与强度/应力比的等值线

提供了科学依据。

核电站在国际上发展很快，核废料的处理问题越来越受到重视，有一些国家在法律上规定，核电站在建设之前，必须对核废料的处理和存放进行合理设计，审查通过后，才能进行电站建设，而地应力资料是核废料库设计的重要资料之一。

现就几个典型的工程介绍如下：

1．四川二滩电站地应力测量[17,19]

二滩电站位于我国西南的雅砻江下游，它是西南地区的重点水利枢纽工程。坝址位于

川滇南北向构造体系中段的西侧。基本构造格架是玄武岩组成的单斜构造，主要岩层为玄武岩和正长岩。为查清工程建设区内的地应力作用方式，在坝区的不同部位进行了大量的地应力测量工作，测量结果见表5.3.1。

表 5.3.1　四川二滩电站地应力测量结果一览表

测点号	最大主应力			中间主应力			最小主应力			备注
	大小(MPa)	方向	倾角	大小(MPa)	方向	倾角	大小(MPa)	方向	倾角	
1	24.5		31°				2.9			走向SN向铅直平面上的应力用36-2型钻孔变形计测量
2	16.9		46°				1.7			
3	25.4	N35°E	23°	8.9	N59°W	−33°	2.5	N89°W	43°	用36-2型钻孔变形计测量
4	18.8	N31°E	4°°	7.5	N39°W	−19°	−1.9	N65°E	−34°	
5	19.5	N20°E	57°	6.7	N20°W	−27°	5.7	N80°E	−18°	用YJ-73型压磁应力计测量
6	9.6	N7°W	31°	4.5	N17°W	−58°	1.3	N81°E	−1°	
7	38.4	N22°E	26°	17.3	N69°W	3°	10.4	N15°E	−63°	
8	29.6	N1°W	−8°	11.7	N76°E	57°	7.4	N85°W	32°	
9	25.6	N39°E	−7°	24.4	N43°W	47°	11.1	N57°W	−12°	
10	26.6	N16°E	27°	16.8	N79°W	10°	10.8	N8°W	−61°	
11	29.5	N18°E	40°	22.1	N25°W	−42°	18.7	N87°E	−24°	
12	61.0	N50°E					32.0			用36-2型钻孔变形计在河床中测量，测孔深度为59.4m和53.5m
13	40.7	N32°E					22.6			
14	31.4		29°				10.5			走向SN向铅直平面上的应力
15	19.7		26°				2.1			用36-2型钻孔变形计测量
16	21.0		46°				5.0			

从原岩应力实测结果来看，二滩地区具有如下特征：

（1）实测的最大主应力倾角都较小，表明二滩坝区应力作用方式是以水平构造应力为主导的，而不是以上覆岩层自重为主的。

（2）处在不同深度，不同构造部位，不同岩性的测点，所测得的主应力大小、方向、倾角都有所变化。说明各测点的结果都具有一定的局限性，各自不能代表坝区总体的应力作用方式。在主应力的方向上，总体上约为N30°E左右，这个方向正好垂直于河流走向N60°W。因此，可以看出岸坡附近岩体内的应力方向在很大程度上是受地形控制的。

（3）在不同岩性内的测点，其应力值的大小也不同，在未扰动的正长岩内约为20.0MPa，而在玄武岩内约为300MPa，造成这一差别的主要原因是各测点的岩石力学性质不同。一般认为是由于玄武岩的弹性模量较高于正长岩的弹性模量所致，在相同应变条件下，弹性模量高的岩石能积存更多的弹性应变能。

（4）在不同高程上测量的应力值是不一样的，如1132m高程，测得的最大主应力值为9.6MPa而在1030—1040m高程，测得的最大主应力值一般为20.0—30.0MPa，这表明水平应力值随深度呈线性增加的普遍规律。同时也与地形条件的影响有很大关系，在河床底部有严重的应力集中，最大主应力超过65.0MPa。

（5）根据现场实测结果，清楚地表明岩体内应力分布可以划分为三个区域：应力松弛区、应力集中区和应力平稳区（图5.3.6）。

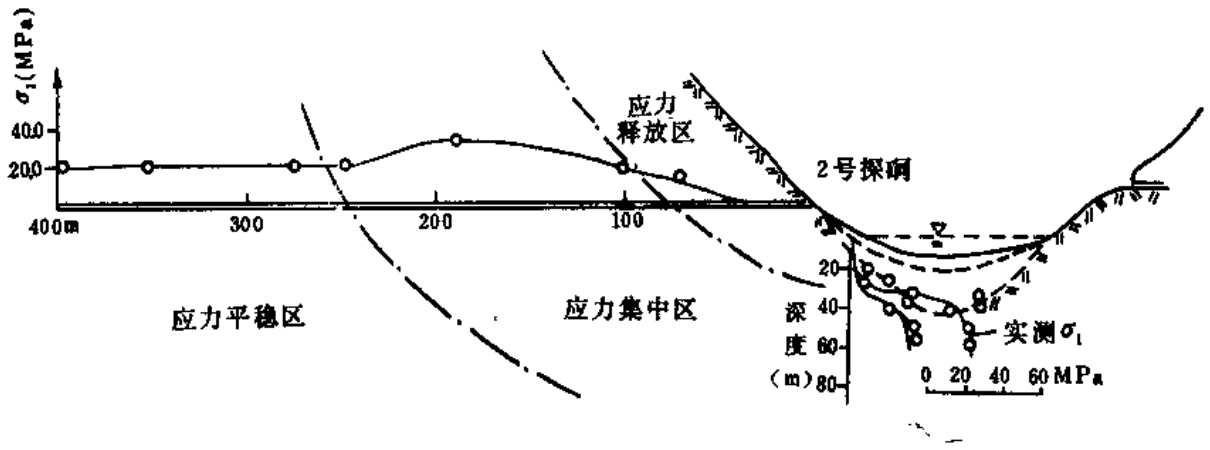


图 5.3.6 四川二滩电站坝址区近岸岩体内应力分区

在现场实测的基础上，为了对坝区的应力场有个整体的概念，进行了有限元应力分析，从而对工程的设计提供了依据。

2. 滦河潘家口水库地应力测量❶

潘家口水库位于河北省承德县东河口至迁西县扬查子村，水库长约60km，坝高 103m，坝顶长1024.6m，库容量25.5亿m^3，是华北大型水库之一。处于阴山东西向复杂构造带与新华夏系构造带复合部位。地质构造复杂，历史上喜峰口曾发生过较大地震。为配合水库蓄水后能否诱发地震的研究，在坝段开展了原岩应力测量工作。

两个测点均位于太古界拉马沟组第四段角闪斜长片麻岩中。由于岩石节理，裂隙较发育，致使试验过程中取得的数据比较离散，采用多次测量，进行统计处理，以求得较可靠的资料，其测量结果见表5.3.2。

表 5.3.2 潘家口水库地应力测量结果

测　　点	最大主应力值	最大主应力方向	最小主应力值
1#	4.8MPa	N15°E	2.8MPa
2#	8.0MPa	N19°E	4.9MPa

从上表中看出，虽然两个测点的结果不尽相同，但总体反映了坝区的应力量值为每平方厘米几十公斤，主应力大小相差较大，可能是由于1*测点岩石较破碎所致。在主应力的方向上较一致，以NNE向。坝区的应力作用方式为分析坝区的稳定性提供了基础资料。

3. 地应力在高压隧硐工程设计中的应用[20]

我们以云南某水电站高压钢管道工程为例，说明地应力对于隧硐围岩承压能力，衬砌结构设计的实际应用。

（1）电站的一般情况

云南某水电站为高水头电站，高压钢管道部分均通过下二叠统玄武岩。在衬砌设计上，考虑岩体和衬砌联合受力，岩体承受很大一部分内水压力。在以往的设计中，根据岩

❶ 滦河潘家口水库地应力测量报告，国家地震局地壳应力研究所（原地震地质大队），1981年。

体的变形特性，按衬砌与岩体变形协调条件考虑岩体分担多少内水压力。但在内水压力很高，上覆岩层不厚的情况下，人们就担心岩体是否会因为承压过高而产生破坏或塑性变形。因此，为了分析岩体在内水压力作用下的承载能力，除进行岩体强度指标测定外，还需要了解地应力的状态。过去人们担心岩体内的水平应力可能很小，开挖后在洞周围岩内产生拉应力，或者压应力太小，对隧硐围岩的稳定性很不利。所以，在高压钢管道沿线具有代表性的地段上进行了现场测定，测点分布见图5.3.7，了解地应力的数值及其分布特点，以结合当地地质条件及其他方面的研究成果进行分析和判断。

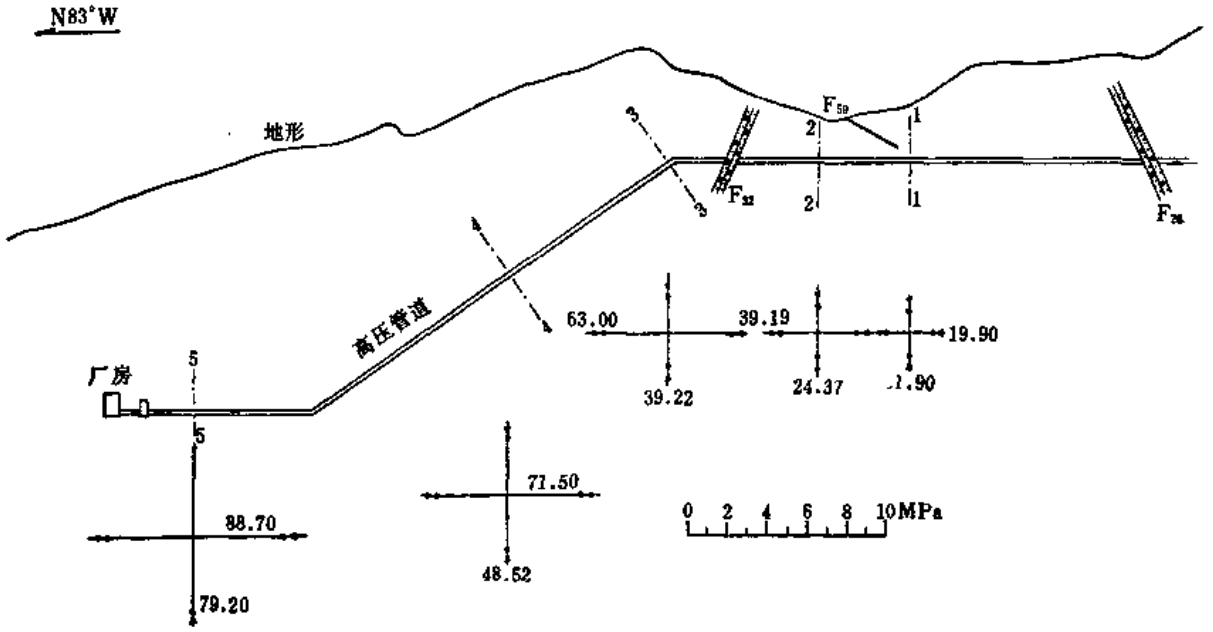


图 5.3.7 高压钢管道试验地段纵剖面图

1，2，3，4，5—为应力测点；F—为断层；箭头及其旁边的数字表示应力的方向及大小

在地质构造上，电站处于青藏歹字型和川滇经向构造带复合的地区。本区在早二叠世玄武岩喷发以后，受到了燕山运动及喜山运动的影响。试验地段（钢管道）位于盐水沟不对称向斜的东翼，邻近向斜轴部。试验全部在未风化的下二叠统峨眉山玄武岩中进行，局部地区岩层遭受挤压破碎，裂隙极为发育。

（2）地应力测量结果

为了求得高压钢管道围岩的地应力，直接在开挖后的隧硐进行测量。试验方法主要为应力解除法，部分地段上进行了应力恢复试验。测量结果见表5.3.3。

表 5.3.3 地应力测量结果

测点断面编号	垂直应力(MPa)	水平应力(MPa)	水平应力和垂直应力之比 $K=q/\gamma$
1	2.2	2.0	0.91
2	2.4	3.9	1.60
3	3.9	6.3	1.87
4	4.9	7.2	1.57
5	7.9	8.9	1.12

从表5.3.3可见，水平地应力具有明显的主异性，它与铅直应力的比值 K 为0.91—1.87。地应力的大小与构造和上覆岩层的厚度有密切关系。

（3）设计中的考虑

设计中，由衬砌和岩体的变形谐调条件计算岩体分担多少内水压力。但岩体能否承担这一部分内水压力呢？还有一个承载力的问题，因此，除了研究岩体变形特性外，还需要研究围岩的承载力。

由地应力和内水压力所产生的硐壁应力，可按弹性力学中熟知的公式求出。图5.3.8-A为地应力作用的情况；图5.3.8-B为内水压力作用的情况；图5.3.8-C为两种情况的组合。在硐壁上，$r=a$（开挖半径），硐壁各点的坐标为(r,θ)。因此，

$$\sigma_{r1}=0,\quad \sigma_{\theta 1}=(p+q)+2(p-q)\cos 2\theta \tag{5.3.1}$$

$$\sigma_{r2}=p_i,\quad \sigma_{\theta 2}=-p_i \tag{5.3.2}$$

两种情况的组合为：

$$\sigma_r=\sigma_{r1}+\sigma_{r2}=p_i \tag{5.3.3}$$

$$\sigma_\theta=\sigma_{\theta 1}+\sigma_{\theta 2}=(p+q)+2(p-q)\cos 2\theta-p_i \tag{5.3.4}$$

取σ_r为最大主应力，σ_θ为最小主应力。通常，岩体往往表现为剪切破坏形式，这时当知道岩体内摩擦角φ及粘着力c后，硐壁的破裂条件可表示为：

$$\frac{\sigma_r-\sigma_\theta}{2c\,\mathrm{ctg}\varphi+\sigma_r+\sigma_\theta}=\sin\varphi \tag{5.3.5}$$

将$\sigma_r=p_i$，$\sigma_\theta=(p+q)+2(p-q)\cos 2\theta-p_i$代入5.3.5式后，可求出岩体所能承受的极限内水压力为：

$$p=\frac{1}{2}[(p+q)+2(p-q)\cos 2\theta](1+\sin\varphi)+c\cos\varphi \tag{5.3.6}$$

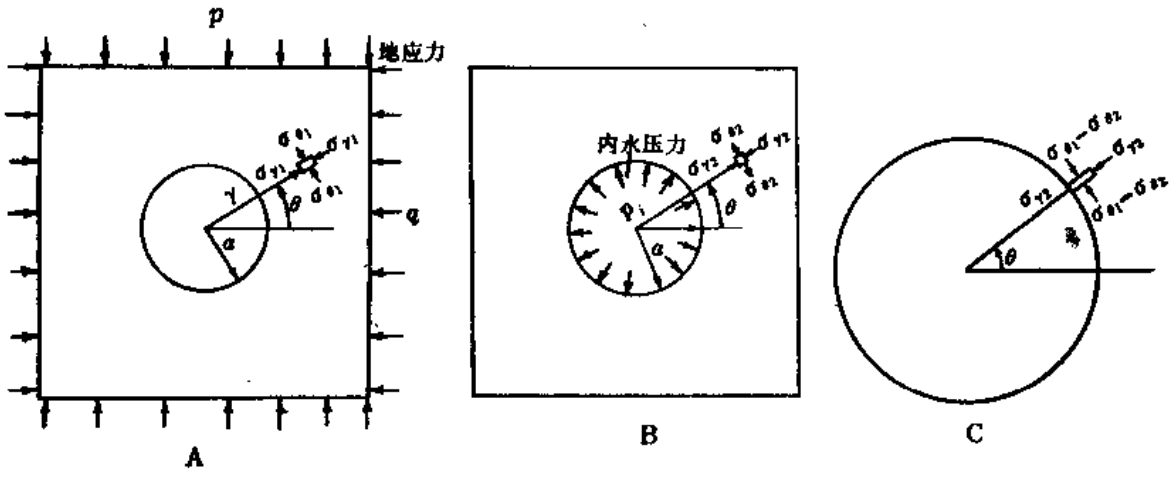


图 5.3.8 隧硐围岩中的受力情况

A—地应力作用；B—内水压力作用；C—两种作用的组合

以断面2为例，上覆岩层厚度为32m，$p=2.4$MPa，$q=3.9$MPa（压应力）。由临近的岩体抗剪强度试验值，可取 $\varphi=60°$，$c=2.0$MPa。由上式可知岩壁能承受的极限内水压力$p_i=4.2$MPa。这个数值是岩体能直接承受的最大内水压力。由于隧硐开挖直径与钢管直径之比大约为1.5，设计上一般考虑回填混凝土径向开裂（即在开裂区内，因内水压力

而产生的径向压力值与半径成反比），故内水压力为开挖面上径向压力的1.5倍。上述数值则相当于可以从钢管道分担42×1.5=6.3MPa的内水压力。

同一时期，在断面2附近一条与主洞平行的试验洞内，曾进行和原型尺寸相同的钢管道水压试验。其地质条件，钢管道外围回填混凝土和灌浆等工艺均与主体工程一样。试验结果直接证明了硐周岩体的承载力很大。

式（5.3.6）为剪破裂条件，如果硐壁为张破裂，则应根据张破裂条件计算承载力。

张破裂条件如下式：

$$p_i = T + 3\sigma_2 - \sigma_1 \tag{5.3.7}$$

式中T为抗张强度，σ_1为垂直于硐轴最大主应力，σ_2为垂直于硐轴最小主应力。

如果事先不能判断是剪破裂还是张破裂，则可利用式（5.3.6）及（5.3.7）分别进行计算，然后取其数值较小的结果作为隧硐的承载力。

从云南某电站的情况看，尽管试验地段的覆盖岩层不厚，岩石破碎，但仍然分担了大部分内水压力。由于水压试验和地应力测量等研究成果，设计上有了充分的依据，因而降低了对钢材的要求，减小了钢板的厚度，简化了工艺，加快了施工进度，节约了大量投资。

近年来，在地应力和岩体强度研究的基础上，发展了利用裸硐直接作为承压隧硐条件，充分利用岩石力学原理，进一步降低工程造价，节约经费。

4．地应力对坝基开挖的影响[21,22]

大坝基础开挖导致地应力释放，会引起基坑水平错动和坑壁的径向位移，坑底垂向回弹上升。当存在近水平产状的软弱面时，这种变形更加显著。岩体的这种变形与错动严重影响未来建筑物的稳定性。

在我国某水电站的基坑施工中，上游坑壁岩体沿坑底附近视倾斜1—3°，夹层泥化面发生了逆性滑错，最大滑错距离达8cm。基坑坡面倾向为199°，但坑壁岩体位错方向却为223°，二者之间相差24°。地应力测量结果表明，该处最大水平主应力$\sigma_1=3.1$MPa，方向N45°E；$\sigma_2=2.3$MPa。根据岩体力学测试结果，岩体的弹性模量$E=1.66\times10^3$MPa，软弱面的$\mathrm{tg}\phi=0.3$，内聚力$c\approx0$，容重$\gamma=2.1\mathrm{g/cm^3}$。根据以上的地应力数据与岩体力学参数计算的结果，岩体的滑错距离为8.88cm，与实际观测值很接近。

坝基开挖卸荷，地应力释放，不仅会使岩体回弹、变形和错动，而且会使结构松弛破裂、透水性加大、恶化岩体的力学性质。另外，在地应力释放的过程中，岩体的变形还具有蠕变特点，变形有一个时间作用过程。如果，在建筑物与岩体相接部位修建以后这个变形过程尚未完成，那么，岩体的继续位错和位移，必将使建筑物受到额外应力的作用，甚至有可能导致建筑物的变形和开裂。

在某种应力状态下，地应力将有助于岩体裂缝的闭合，提高岩体的抗拉和抗压强度，有利于工程的稳定性。为了利用地应力有利的一面，根据应力状态，选择安全的场址，合理调整地下厂房的轴线与形状，坝轴线走向，预测岩体工程的应力重分布与变形，选择合理的工程措施，必须开展地应力测量工作。

四、地应力测量在石油工业中的应用

地应力作用是驱动油气移聚、富集的重要条件之一，另外，油田的开发也与地应力有

重要关系。

在我国塔里木盆地北沙雅隆起地区，利用地应力测量并结合其他方法，研究了该区的油气移聚规律取得了初步经验。现以此为例说明地应力在石油地质及油田开发中的应用。

1．使用的测量方法

该区地应力测量是利用钻孔崩落法进行的。70年代以来，许多学者发现，在深钻孔中，常常产生孔壁岩石崩落现象，在钻孔的不同深度上崩落形成的椭圆横截面的长轴方向往往相同[23]。室内实验和理论分析也证实了这一崩落现象，并证实崩落椭圆的长轴方向与最小主应力方向平行。据此，人们发展了确定地应力的钻孔崩落法，这种方法在初期只能确定地应力的主方向。近年来，该方法不仅可以确定主应力方向，也可确定地应力的大小❶。

2．测量结果

使用钻孔崩落法得到了该区5000 m深处的地应力状态，（表5.4.1），并与震源机制解进行了对比（图5.4.1）。可以看出，两种方法所得结果基本一致。

表 5.4.1 钻孔崩落法确定的地应力状态

钻井编号	测量深度 (m)	测点处构造走向	最大水平主应力		最小水平主应力	
			数值 (MPa)	方向	数值 (MPa)	方向
3号井	1700—1900	近EW向	109.4	N6°E	28.8	N84°W
5号井	5295—5768	NE24°—30°	63.1	N15°W	7.7	N45°E
9号井	5051—5197	近EW向	108.1	N19°W	22.6	N71°E
11号井	4650—4810	近SN向	94.5	N85°E	14.1	N5°W

3．地应力场的特点及其与油气移聚、油田开发的关系

（1）从总体上看，除11号井外，地应力的主方向近于SN向，而构造走向近于EW向，二者近于正交。11号井处的地应力有很大的变化，其主方向近于EW向，这与该井所在构造部位有密切关系。该处的构造圈闭等深线长轴走向近于SN向，与应力主方向近于正交。根据构造分析，地应力的主方向与构造形成期的应力场主方向是一致的。所以可以说自这些构造形成以来，该区构造应力场是稳定的，没有强烈的应力活动，是相对稳定地区。从地震活动看，较大地震多分布在油区外围，区内地震活动较少。这些都说明该区是稳定的，有利于油气的储存。

（2）该区地应力除3号井地应力值偏高外，其它区地应力值都偏低，而两个水平主应力的比值则偏高。油气的运移是由高应力向低应力区运移。因此，除了其他因素之外，从应力角度来看，该区有利于油气在此聚集。

岩石的渗透性与地应力的比值有关。在瑞典伟尔斯马克地区地应力研究和水压试验发现[24]，最大与最小水平应力之比为：

$$\frac{\sigma_H}{\sigma_h}=4.3$$

式中：σ_H为最大水平主应力，σ_h为最小水平主应力。

❶ 地质矿产部地质力学研究所，新疆塔里木盆地东北地区沙雅隆起构造应力场特征与油气移聚的关系，1989。

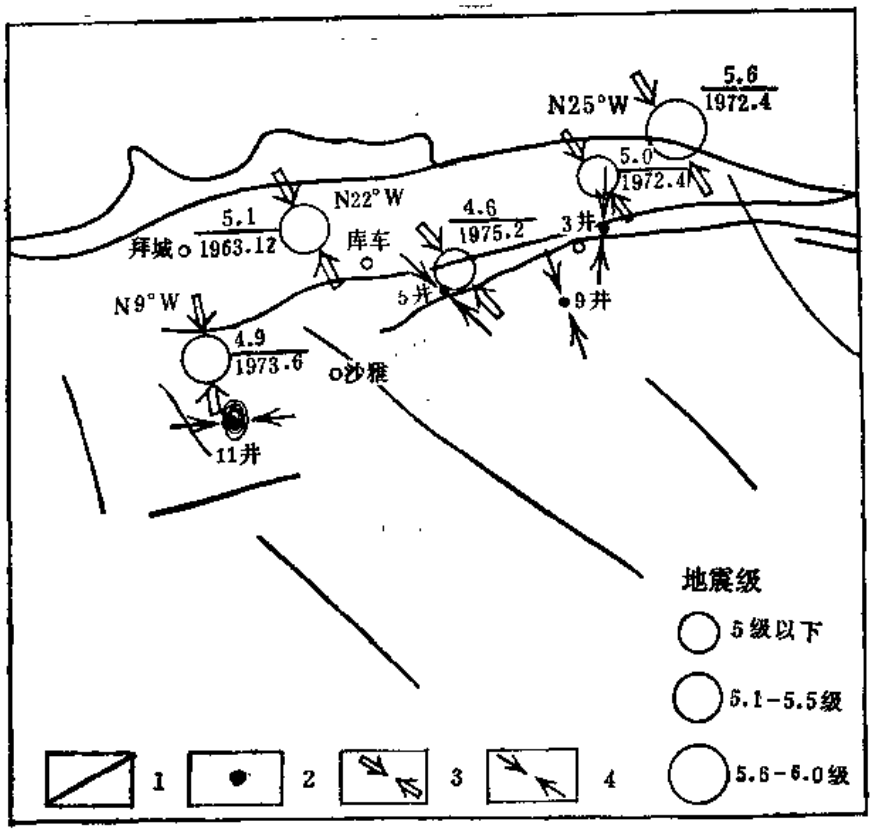


图 5.4.1 塔里木盆地沙雅隆起现今地应力场

1—断裂；2—钻井；3—震源机制解主应力方向；4—钻孔崩落主应力方向

而液体在岩石中的传导系数为

$$\frac{B_H}{B_h} = 3$$

式中 B_H 为沿最大水平主应力方向上的传导系数，B_h 为沿最小水平主应力方向的传导系数（图5.4.2）。

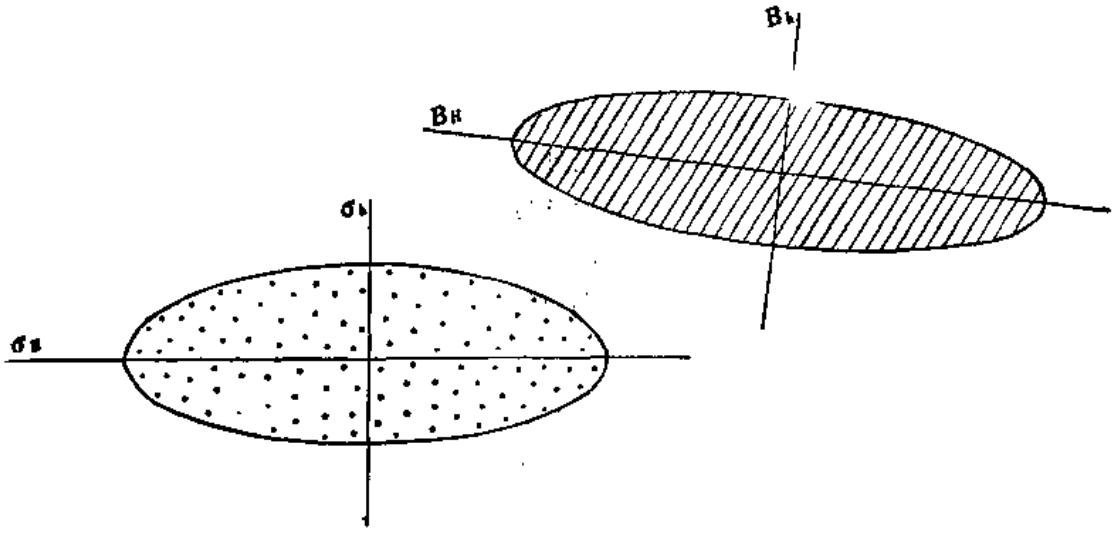


图 5.4.2 地应力状态与液体传导率之比较

可见，沿最大水平主应力方向，传导系数大，液体更容易沿此方向流动。

沙雅地区两个水平应力的比值较大，为3.8以上，即近南北方向的传导系数大于近东西向的传导系数。因此，可以认为，该区油气运移的主要方向，最可能是由南北两侧向中间移聚，在构造的适当部位形成油田。这个结论与构造分析和钻井资料是一致的。

（3）在油田开发中的应用，油田开发到一定阶段，为了增加产量，常常采用的一项增产措施是对油井进行压裂，并在周围钻井注水加压。这种方法有时可以大幅度提高产量，但有时不但不能提高产量，反而产量下降。其原因之一是压裂的方向不理想，没有疏通油路，而是沟通了水路。裂缝的延伸方向与地应力状态有关，知道了地应力状态，就可以事先判断油井压裂的裂缝方向，减少生产中的盲目性。对于注水井与产油井的布置，应避免注水井与油井的连线方位与最大水平主应力方向平行。否则，容易将注水井与油井直接连通，形成“短路”现象。

参 考 文 献

〔1〕 Hast, N., 岩石应力测量的一种方法，地质力学论丛，第2号，科学出版社，1964。

〔2〕 Wang Lianjie (王连捷等), The Type YG—73 Piezomagnetic stress Gauge for Rock Stress Measurement, Proceedings of the International Symposium on Rock Stress and Rock Stress Measurements/ Stockholm, 1986.

〔3〕 高龙生，利用钻孔形变测量介质中应力场——有关地应力测定中的元件和测量数据处理的讨论，地球物理学报，Vol. 16，1973。

〔4〕 张铭，钻孔法地应力测量中元件率定的若干力学问题，地应力测量的原理与应用，地质出版社，1981。

〔5〕 潘立宙，采用接触预压式元件的钻孔变形法地应力测量的全过程力学分析，地球物理学报，Vol. 27，No. 6，1984。

〔6〕 王连捷，刚性元件的预加压力对地应力测量结果的影响。中国地质科学院地质力学研究所所刊，第8号，地质出版社，1986。

〔7〕 Г. А. Крупеникова, Распределение напряжений в породных массивах, Издательство «НЕДРА», Москва, 1972.

〔8〕 J. C. 耶格，N. G. W. 库克，岩石力学基础，科学出版社，1981。

〔9〕 徐宏文，应力分析，科学出版社，1962。

〔10〕 张淑涵，测量误差理论，中国工业出版社，1965。

〔11〕 G. Worotnichi; R. J. Walton; Triaxial Hollow Inclusion Gauges For Determination of Rock Stress in Situ, Supplement to I. S. R. M. Symposium, 1976.

〔12〕 王连捷等，中国地应力测量的进展，地质力学文集第九集，地质出版社，1989。

〔13〕 陈家庚等，水力压裂法测定华北地区地下深部应力，地震学报，4，地震出版社，1982。

〔14〕 丁健民等，唐山，天津和沧州地区的油井水力压裂应力测量，地震学报，地震出版社，1985。

〔15〕 李方全，我国现今地应力状态及有关问题，地震学报，Vol. 8, No. 2，地震出版社，1986。

〔16〕 廖椿庭等，金川矿区地应力测量与构造应力场，地质出版社，1985。

〔17〕 白世伟，二滩水电站坝区地应力场研究，岩石力学与工程学报，Vol. 1,No. 1，1982。

〔18〕 Hoek, E. and Brown, E. T., 连志生等译，岩石地下工程，冶金工业出版社，1986。

〔19〕 孙世宗等，二滩电站的地应力测量，水文地质与工程地质，第二期，地质出版社，1984。

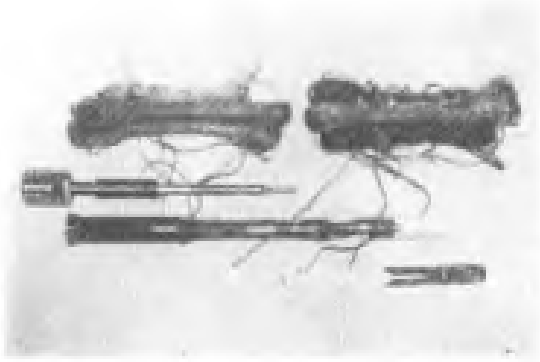
〔20〕 金汉平，吴铭江，地应力研究对某高压隧硐工程设计的意义，地质力学论丛，第3号，科学出版社，1976。

〔21〕 周维垣，水电工程建筑的地应力研究，水文地质与工程地质，第三期，地质出版社，1988。

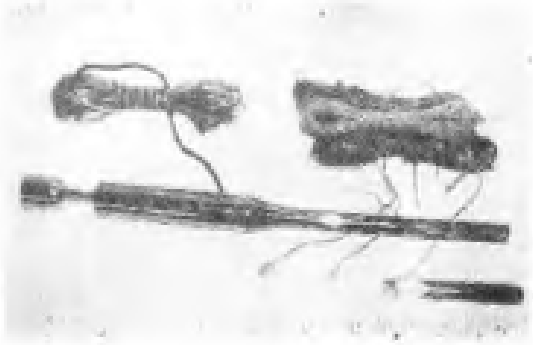
〔22〕 李铁汉，岩体力学，地质出版社，1980。

〔23〕 Gough, D. I. and Bell, J. S., Stress Orientation from Oil-Well Fractures in Alberta and Texas, Canadian Journal of Earth Sciences, 18, 1981.

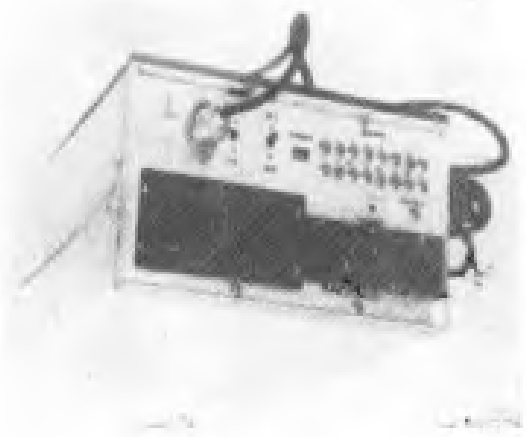
〔24〕 Carlson, A. and Olsson, T., Large Scale in-situ Test on Stress and Water Flow Relationships in Fractured Rock, Swedish State Power Board, 1986.



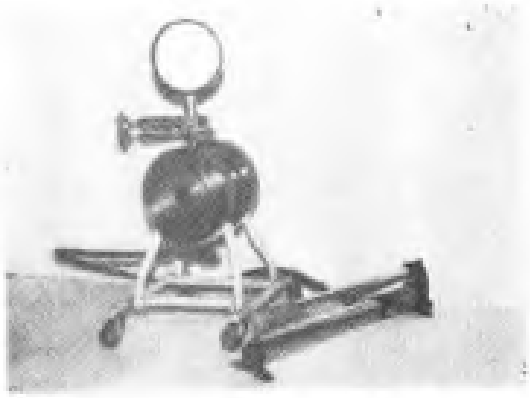
I-1 YG-73型压磁地应力计



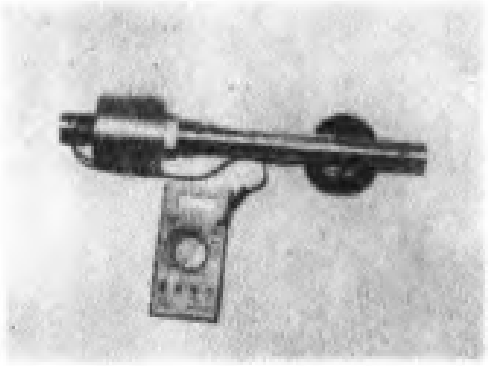
I-2 YG-81型压磁地应力计



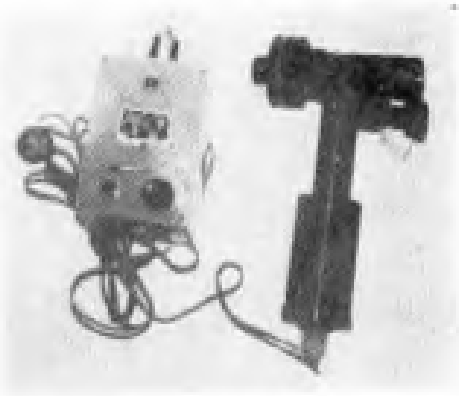
I-3 DLD数字式压磁地应力仪



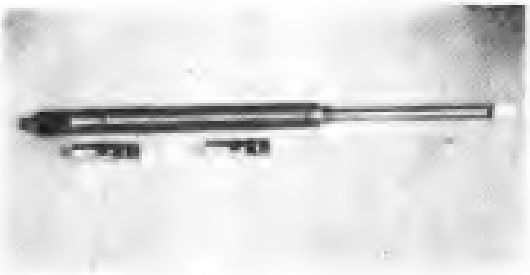
I-4 CW传感器围压率定机



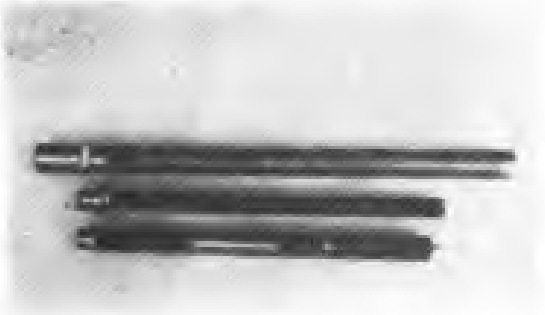
I-5 SLCX水平定向仪



I-6 光学定向仪



II-1 铅直孔定向仪（钟表机械定时）



II-2 铅直孔定向仪（电子定时）



II-3 KX-81型空心包体三轴地应力计



II-4 二矿1150中段西副井联络道直墙半圆拱巷道发生强烈变形，两帮内鼓破坏



II-5 二矿1250中段沿脉巷道直墙半圆拱断面喷锚支护边墙开裂，严重底鼓破坏



II-6 二矿1250中段采用似椭圆断面巷道后，长期稳定，巷道完好