高等学校教材
地球物理系列

重力场与重力勘探

曾华霖　编著

地质出版社
·北　京·

内 容 提 要

本书叙述了地球重力场的基本理论及重力异常的概念；介绍了常用的重力测量仪器，陆地重力测量方法，航空、卫星、海洋、地下重力测量及重力梯度测量，以及岩石密度的测定方法；详细论述了重力资料的数据处理及解释方法（包括重力异常的分离及正、反演方法等）；介绍了重力法及重力资料在地球结构及地质构造研究、资源勘探及工程勘察等方面的应用。

本书可作为应用地球物理相关专业大学本科生的教科书及研究生的参考书，亦可供地球物理工作者参考。

图书在版编目（CIP）数据

重力场与重力勘探/曾华霖编著．—北京：地质出版社，2005.6

ISBN 7-116-04392-6

Ⅰ．重…　Ⅱ．曾…　Ⅲ．①地球重力场-高等学校-教材②重力勘探-高等学校-教材　Ⅳ．①P312.1 ②P631.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 055054 号

责任编辑：陈军中　曹美芳
责任校对：田建茹　郭小丽
出版发行：地质出版社
社址邮编：北京海淀区学院路 31 号，100083
电　　话：（010）82324508（邮购部）
网　　址：http://www.gph.com.cn
电子邮箱：zbs@gph.com.cn
传　　真：（010）82310759
印　　刷：北京智力达印刷有限公司
开　　本：787 mm×1092 mm 1/16
印　　张：19
字　　数：415 千字
印　　数：1—2000 册
版　　次：2005 年 6 月北京第一版·第一次印刷
定　　价：22.00 元
ISBN 7-116-04392-6/P·2561

（凡购买地质出版社的图书，如有缺页、倒页、脱页者，本社出版处负责调换）

中国地质大学（北京）

“地球物理系列教材编委会”

主　任：刘光鼎

成　员：程业勋　管志宁　李金铭

许　云　曾华霖　尉中良

乌达巴拉　魏文博

序

地球是一个庞大而复杂的系统。人类在这颗星球上世世代代生息繁衍，并在生产和科学实践中不断地研究和深化对地球的认识。随着人类文明的进步，有数学、物理、化学和地质学等基础学科的诞生；在物理学的领域中，又有取得系统规律性认识的力学、光学、热学、电学、磁学和原子物理学等分支学科。地球物理是应用物理学的理论、方法与技术来研究地球、认识地球，从而相应地又有重力、地磁、地电、地震、地热和放射性等分支学科产生。

地球物理探索地球的各种物理现象本身的规律性，如研究重力场、地磁场、地电场、地震波场等；并利用这些规律性取得对地球的认识，如具有全球分布的地壳、地幔和地核的分层性等等。另一方面，地球物理方法还可激发出多种不同尺度的人工场，如人工电场、电磁场、地震波场等，并利用其探索地球。这样，地球物理可以应用多种物理手段主动灵活地进行目的明确的地球研究，解决经济建设中出现的问题，如矿产资源的探查和开发、环境的监测和保护，以及各种自然灾害的监测与防治等。因此，从某种意义来讲，地球物理有地球物理场作为理论基础，同时又是研究认识地球的高科技。

中国的国民经济建设规模宏伟，对地球物理的需求十分迫切。近年来，中国的油气资源供需矛盾突出，已经引起了广泛注意。远景资源量中还有78%的石油和93%的天然气有待发现，显然亟待增加风险勘探，争取有更多的发现。但是，地质条件的复杂性使勘探具有高难度，致使许多业内人士无限感慨地说油气资源：“成也物探，败也物探”。其实问题何止于油气勘探？煤炭的勘查，恶性事故频发的大小煤矿，如老窖水、瓦斯气、采空区、陷落柱、小断层等一系列的与地质有关的问题，都有待于地球物理去解决；经济建设迫切需要的金属矿如金、铜、铅、锌及各种有色金属矿，实际都处于一种“等米下锅”的状态；如何应用地球物理方法攻深找盲，寻找大矿、富矿，则是当前找矿中的关键问题。为了解决中国北方缺水问题，一直在论证并推行东、中、西三条南水北调的路线，解决这些工程问题必然要用到地球物理；

与此同时，还应使用地球物理方法探查地下水资源，以合理利用江河、湖泊的地面水和地下水资源。此外，长江、黄河的高边坡、堤坝、水库大坝的管涌，以及铁路、公路、桥梁、码头、机场的基础与桩基都需要地球物理工作来提供数据资料以解决问题。总之，在资源、环境的各种领域中，有广泛、大量的地球物理课题，深化地球物理工作，探索其规律，这是时代的要求，必将极有益于我国的国民经济建设。

既然国家经济建设和社会发展对地球物理工作有着广泛的需求（姑且不论地球物理在军事与国家安全上的作用），那么，振兴、开展地球物理工作就具有重要的意义。

北京地质学院于 1952 年建校时，就有地球物理探矿系和地球物理教研室。在傅承义教授主持工作期间，他首先集中精力抓教材建设，领导并参与研讨教学大纲的编制，指定谭承泽编写磁力勘探，萧敬涌编写重力勘探，陈癸尊编写电法勘探，刘光鼎编写地震勘探，并亲自审阅、修改，为以后的发展奠定了基础。随后，在补充了大量前苏联的地球物理资料之后，形成了培育新中国第一批地球物理工程师的基本教材。中国地质大学（北京）在原北京地质学院的基础上发展起来，继承过去的优良传统，并在不断实践中积累了丰富的资料和宝贵经验，理应与时俱进，在新的高度上编写出新的教材。特别是当前地球物理学科发展迅速，而又十分缺乏教学参考书的情况下，编写出高水平的新教材就显得尤其重要。

为此，我向吴淦国校长建议，由中国地质大学（北京）地球物理与信息技术学院负责编写一套“地球物理系列教材”。此事经学校有关领导同志商定，正式列入学校“地学专业基础课和专业课教材专项建设规划”。同时，这套教材的编写和出版还得到“地下信息探测技术与仪器”教育部重点实验室和“地球探测与信息技术”北京市重点学科的大力支持。

经过一段时间的酝酿，中国地质大学（北京）地球物理与信息技术学院于 2002 年 12 月 26 日成立了“地球物理系列教材编委会”。会议上宣布接受邀请参加编写教材的作者为（之后有所调整）：

(1) 重力场与重力勘探　　曾华霖
(2) 地磁场与磁力勘探　　管志宁
(3) 地电场与电法勘探　　李金铭
(4) 地震波场与地震勘探　　姚姚

(5) 核辐射场与放射性勘查　　程业勋、王南萍、侯胜利

(6) 地球物理测井　　尉中良、邹长春

(7) 地球物理场与地球物理勘探　　刘光鼎、张贵宾等

各位作者提交了教材大纲，进行交流；会议还深入讨论了地球物理教材的内容、结构与编写的指导思想；要求于 2004 年内提交全部教材的送审稿。

2003 年 12 月 18 日再次召开地球物理系列教材编委会，编委们认真讨论了曾华霖教授提交的《重力场与重力勘探》送审稿，进一步贯彻编写指导思想。2004 年 2 月 24 日第三次编委会上，经过讨论强调了教材的科学性与系统性；同时传达了吴淦国校长关于教材应当是精品的主张。此次会议还形成以下共识：地球物理系列教材是专著性的，可以作为地球物理相关专业大学本科生的教科书，研究生的参考书，亦可供地球物理工作者参考；教师可以从教材中选择适当的内容向学生讲授，而教材的篇幅不受学时的限制。此外，还讨论了教材的审查方法与出版事宜。2004 年 12 月 20 日召开第四次编委会，确定了教材送审、评审和出版的日程安排。

现地球物理系列教材已基本按期完成，经过审阅、修改，近日即将提交地质出版社公开出版，很快就会与广大读者见面。我们真诚地希望读者们按照吴淦国校长提出的“特色 + 精品”的要求来审查这套地球物理系列教材，多多提出宝贵意见，以便进一步提高质量，使它在培养新一代地球物理学家的过程中能有所贡献，在全面建设小康社会中为振兴地球物理事业起到积极的推动作用。

在地球物理系列教材编写过程中，魏文博教授做了大量组织工作，特此致谢。

中国科学院院士

中国地球物理学会荣誉理事长

中国地质大学（北京）地球物理与信息技术学院院长



2004 年 12 月 29 日

前　　言

地球物理学是应用物理学的理论、方法与技术认识研究地球并服务于人类社会的一门科学。重力学（重力勘探）是地球物理学（地球物理勘探）的一个分支。重力勘探法的物理基础是牛顿万有引力定律。重力勘探根据观测的地球重力的变化研究地球的构造，勘探与开发矿产资源，进行灾害的预测与防治，以及解决一些力所能及的地质问题，从而为国民经济建设服务。

重力勘探原理

地球表面的任何物体都受到地球重力的作用，即受到地球的引力和地球自转引起的惯性离心力的合力的作用。地球表面的重力随地点而变化。重力的变化与地下物质密度分布不均匀有关；而物质密度的分布又与地质构造及矿产分布有密切的联系。因此，研究地下物质密度分布不均匀引起的重力变化（称为重力异常），可以了解和推断地球的结构、地壳的构造，以及勘探矿产资源，等等。这些都是重力勘探所涉及的课题。

要得到与地下物质密度分布不均匀有关的重力变化并非易事。首先，这种变化与重力的全值相比，是非常微小的。例如，一个局部地质构造或矿床引起的重力变化不到整个地球引起的重力全值（大约 10^7 重力单位）的 $1/10^7$（大约）。所以，要观测到这个微小的变化，首先必须采用灵敏度高、精度高、稳定性好、适合野外复杂条件、便于携带的专门的重力测量仪器。其次，由重力仪器测量的值不一定全部是重力值，它包含了大量的外界影响，例如，温度、气压及轻微的震动引起的仪器读数变化都会比重力的变化大许多倍，这些影响必须消除。再者，根据仪器读数计算的重力值，不完全是由地下地质体引起的，它包含了地形起伏、测点的高程变化、地球并非球体以及地球自转引起的重力变化。只有去掉这些影响，才能得到由地下物质密度分布不均匀引起的重力异常。

至此，重力勘探的工作还没有完成。一个测点的重力异常是由地下地质体或所有的密度分布不均匀引起的叠加异常，要得到地下某个地质体，例如一个可能的矿床，潜在的储油气构造等的位置、产状、大小等信息，必须从叠加异常中分离出单纯由这些勘探目标引起的异常。根据分离出的勘探目标引起的异常，求出或反演引起这个异常的地质体。重力异常的分离和反演是重力资料数据处理及解释的主要任务，也是重力勘探工作最困难的问题 。

重力解释存在固有的多解性，根据观测重力异常推断（不是确定!）的勘探目标的数据可靠性会受到影响。在有利的条件下，重力解释结果可靠。一般，应当参考其他地球物理资料及地质钻探资料进行综合地质解释。

重力勘探法不能脱离所依据的理论基础，即重力这种物理场及其与场源之间的关系。重力勘探就是根据观测的地球重力场的变化来推断场源的情况。只有在理论上首先了解场与场源的关系，才能使重力勘探得以实施。

以上是本课程，也是本教材的主要内容。

重力勘探简史

重力勘探的前身是研究地球形状的重力测量学。

人类对于重力现象的认识过程经过了两次飞跃。古希腊的伟大学者亚里士多德（Aristotel，公元前 384 ～公元前 322 年）曾提出：运动体的下落时间与其重量成比例。他的这个看法直到 16 世纪才被意大利物理学家伽利略（G. Galileo，1564 ～1642）所否定。大约在 1589 年，伽利略利用轻的和重的物体从比萨（Pisa）斜塔的降落来确定重量对于一个物体降落速度的影响。他从大量的实验中总结出：物体坠落的路径与它经历的时间的平方成正比，而与物体自身的重量无关。同时，他第一个测得重力加速度大约为980 cm/s^2。这是人类第一次对重力现象有了科学的认识。

随后，荷兰物理学家惠更斯（C. Huygens，1629 ～1695）确定了数学摆的摆动周期 T 与摆长 l 及重力加速度 g 之间的关系为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

并据此在 1655 年制造了钟。

1672 年，法国天文学家里歇（J. Richer，1630 ～1690）利用摆钟从巴黎到南美进行天文观测时发现重力加速度在世界各地并非恒值。这一消息被牛顿（I. Newton，1642 ～1727）和惠更斯得知后，两人不谋而合地指出：这种现象与他们认为地球是旋转的扁球体的推论相符。这在理论上阐明了地球重力场变化的基本规律，使人类对重力现象实质的认识上升到一个新的高度，同时也为至今用重力测量研究地球形状奠定了基础。

开普勒（J. Kepler）提出了行星运动定律，他的研究为牛顿能够发现万有引力定律打下了基础。牛顿在 1685 ～1687 年提出了万有引力定律，这一定律是重力测量及重力勘探最重要的基本定律。

1735 ～1745 年，法国科学院在 Lapland 和 Peru 的考察，使布格（P. Bouguer）能够建立了许多基本的引力关系，包括重力随高度和纬度的变化规律，并计算出水平引力及地球的密度等。

1817 年，卡特（C. H. Kater）在重力测量中引进了可以交换振动和悬挂中心的复摆，这个装置作为重力调查的主要工具延续使用了一个世纪。

重力勘探大约起始于 20 世纪初。匈牙利物理学家厄缶（Baron Roland von E tv s，1848 ～1919 年）在 1890 年制造出了第一台测量重力变化率的扭秤。1901 年，他使用扭秤在 Balaton 湖进行了第一次重力测量，后来用它在捷克、德国、埃及和美国的石油勘探中寻找盐丘等储油构造获得了成功。1922 年厄缶扭秤由 Shell 和 Amerada 公司进口到美国。1922 年 12 月，横过 Spindletop 油田的试验性测量，清楚地表明这个构造能够被扭秤发现，从而开创了石油地球物理勘探的历史。1924 年末，在美国得克萨斯（Texas）州 Brazoria 县，用 Nash 盐丘的一口试验井，验证了重力解释，根据这一结果在世界上首次用地球物理方法发现了石油。

1923 年，韦宁·曼涅兹（F. A. Vening Meinesz）在荷兰的潜水艇上用摆仪测量重力，发现了重力在不同海洋地区的变化，特别是发现了在印度尼西亚海沟附近的巨大重力效应。

20 世纪上半叶的重力测量及重力勘探中，扭秤得到了广泛的应用。1929 年，出现了轻便的摆仪。

由于重力异常的量值仅占重力全值的大约 $1/10^7 \sim 1/10^8$，测量起来十分困难，因而轻便而实用的直接测量重力值的重力仪，到 20 世纪 40 年代才制造出来。1932 年出现了稳定型重力仪；同时也出现了高灵敏度的不稳定型重力仪，但在 1937 年才公开发表。到 1940 年，重力仪的稳定性已经非常好，而且使用方便，得到了广泛的应用，以致扭秤和轻便摆仪不再在重力勘探中使用。1934 年，拉科斯特（LaCoste）提出了零长弹簧的原理，在 1939 年制造出第一台可以工作的 LaCoste 重力仪。至今，LaCoste－Romberg 重力仪已经成为世界上使用得最广泛的重力仪。重力仪的精度已经得到很大的提高。在 20 世纪 50 年代，重力仪的精度只达到毫伽（10^{-5} m·s^{-2}）级，一般为零点几个毫伽（10^{-5} m·s^{-2}）；而在70 年代，已达到微伽（10^{-8} m·s^{-2}）级。例如，LaCoste－Romberg 重力仪的精度已经达到几个微伽（10^{-8} m·s^{-2}），即千分之几个毫伽（10^{-5} m·s^{-2}）。现在正在研制和使用的重力仪已经超过了 61 种（见附录 2、3）。除陆地外，重力仪或重力仪器已经在海洋、航空、井中，甚至在卫星中开始得到应用。随着现代科技水平、材料科学、测试技术的发展，精度更高的重力仪必将问世。

由于重力的高次导数具有比重力更高的分辨率，因而对小型地质体具有特殊的探测功能。虽然测量它的扭秤不再使用，但是在重力资料解释中，重力高次导数一直没有停止应用。重力高次导数或是由重力值换算，或是用重力仪测量三角架上两个高度处的重力值进行估计。在正在研制的 24 种重力仪器中，重力梯度仪有 18 种，占 75%。随着实用的轻便梯度仪的问世，重力梯度测量必有复兴之日。

随着数字计算机的迅速发展及广泛应用，重力资料数据处理及解释的水平已经得到了很大的提高。

重力勘探在我国的发展

1949 年前，我国的重力测量几近空白。1938 年，方俊在上海同济大学首次讲授了《重力测量学》课程。1940 年，翁文波在重庆中央大学首次讲授了《地球物理勘探》课程。1945 年由翁文波领导的第一个物理探矿队就是一支重力队；这个重力队在玉门油田进行了试验性测量。1949 年新中国成立后，随着国民经济的迅速发展，重力勘探与其他物探工作一起，几乎是从无到有地得到极大的发展。重力勘探在我国国民经济中的应用经历了一个从局部（地区、部门）发展到全局（全国、各个领域）的过程，经历了一个从局部地区的找矿发展到大区域的矿产勘探，研究地球构造，以及解决某些工程地质问题的过程。

重力勘探作为地球物理勘探中的一种快速、轻便而有效的方法，在我国广阔的国土上已用于圈定油气远景区和含油气盆地；覆盖区的石油地质和其他的地球物理方法都是在一幅重力图的基础上开始进行的，重力法在石油普查中起到了先锋作用；迄今为止我国发现的所有油气田几乎都离不开重力勘探的基础工作。近些年来，随着重力仪精度的提高以及重力解释方法的发展，重力勘探已经在局部储油构造的研究中发挥作用；而且在油气藏探测上有应用前景。除了石油勘探外，在 20 世纪 60 年代的铬铁矿普查，以及 20 世纪 70 年代的富铁矿普查中，重力勘探都是一种主要的方法。随着重力测量在全国的普遍开展，大区域和全国重力图的不断问世，特别是 20 世纪 80 年代以来，由原地矿部统一组织的在全国范围内的区域重力调查工作，除少数高山边远地区外，重力测量已覆盖了全国的大部分国土。20 世纪 80 年代以来，重力勘探还配合了地壳地震测深的地学大断面工作；重力法还在工程、地震预报等方面得到了应用。以上这些情况标志着重力勘探已经不只是具有

“找矿”的含义，已经扩大到研究地球的结构及地壳的构造，已经从一个区域的找矿勘探发展到大范围，甚至全国性的地质研究。重力法在地震预报上的应用，以及可能将会在油田开发阶段开展的重力监测，使重力法从三维的空间域拓宽到包括时间在内的四维“空间”。重力法的应用前景是十分乐观的。

重力勘探从应用领域来看，除地面重力测量外，还有海洋重力、航空重力、地下重力(井中及坑道)和卫星重力测量。目前，我国已经能够开展这几个领域的重力测量。

重力勘探的应用

重力勘探所观测、研究的是天然的地球重力场，引起重力场变化的因素包括从地表附近直至地球深处的物质密度分布的不均匀；又因为野外测量中使用的重力仪轻便，观测简单，采集数据方便，所以重力勘探相对来说具有经济、勘探深度大以及快速获得面积上信息的几个优点，因而获得了比较广泛的应用。

现在，重力勘探能够解决下列几个方面的地质问题。

1）研究地球深部构造。例如，地壳厚度的变化(莫霍面的起伏)，深大断裂的可能部位及延伸情况，上地幔密度的不均匀性以及研究地壳的均衡状态等。

2）研究大地及区域地质构造，划分构造单元；研究结晶基底的起伏及其内部成分和构造，圈定沉积盆地范围，以及研究沉积岩系各密度界面的起伏和内部构造。

3）探测、圈定与围岩有明显密度差异的隐伏岩体或岩层，追索两侧岩石密度有明显差异的断裂，进行覆盖区的基岩地质、构造填图。

4）根据区域地质、构造及矿产分布规律，为划分成矿远景区提供重力场信息。

5）寻找石油、天然气或煤等有远景的盆地；在圈定的盆地内研究沉积层的厚度及内部构造，寻找有利于储存油气或煤的各种局部构造，条件有利时可以研究非构造油气藏(如岩性变化、地层的推覆及生物礁块储油等)，并直接探测与储油气层有关的低密度体。

6）与其他物探方法配合，圈定金属及非金属矿产成矿带；在条件有利时，可以探测并描述控矿构造，或圈定成矿岩体；或者直接发现埋藏较浅、体积较大的矿体或对已知矿体进行追踪等。

7）在水文及工程地质方面，可以研究浮土下基岩面的起伏和有无隐伏断裂、空洞，以确保厂房或大坝等工程的安全；寻找水源，如寻找利于储水的地下溶洞、破碎带、地下河道等；危岩、滑坡体的监测；地面沉降研究；在地热田的勘测开发过程中，发现热源岩体，监测地下水的升降以及水蒸气的补给情况，以便合理、持久地开发地热田等。

8）在天然地震方面，通过观测重力随时间的变化，为地震预测研究提供依据。

应用重力勘探的必要条件是勘探目标与围岩之间必须具有能够引起可观测异常的密度差。有利条件是这个密度差要比较大，围岩本身的密度没有明显的变化；勘探目标的埋藏深度要比较浅；重力测区内非研究对象引起的重力变化小；地表地形比较平坦等。由于重力法依据的是物质之间的密度差异，所以重力观测值中包含了其他地球物理观测值不能比拟的丰富的信息，但是伴随这个优点的是重力资料解释中的重大困难，即不易分离出由不同地质体引起的异常。

然而，重力测量仪器精度及稳定性的提高以及新的先进仪器的出现，观测手段的改进，数据处理及解释水平的提高，重力勘探法必将开辟出新的应用领域。

关于本教材的介绍

1. 书名

在沿用多年的教材名称“ 重力勘探 ”之前加上“ 重力场 ”，是为了强调重力勘探所依据的物理基础——重力场的理论，在这个标题下扩充的关于重力场的论述，对于更深入地理解重力勘探，以及重力资料的解释必然是有益的。以“ 重力场与重力勘探 ”命名，也表明作为地球物理学分支的重力学或重力勘探，是一门系统而完整的科学和技术，绝不是单纯为达到某种地质目标的工具。

2. 结构

采用了篇章结构，即把有关章归纳为篇。在本书中，把重力场这个重力勘探的理论基础及重力异常这个实用基础作为重力勘探的基础篇；有关如何得到重力异常的章，包括重力仪器、重力测量方法、资料整理及密度测量等，列为操作篇；而重力资料的解释及应用作为应用篇。这种“ 基础—操作 (方法) —应用 ”的结构，便于读者学习和应用。

3. 在原有重力勘探教材基础上的修改

本教材是在罗孝宽教授主编，郭樟民、石宝林教授参加编写的《应用地球物理教程——重力　磁法》(地质出版社，1991) 教材基础上修改而成的。原教材是我校物探教研室重力组近四十多年来教学工作的结晶，也是与兄弟院校重力同事们通过原地质矿产部物探课程指导委员会重力勘探教学指导组进行的多年合作的成果。本书尽可能保留了原书的一些内容。

修改根据的材料主要包括：①薛琴舫教授的《场论》。②美、英等西方国家，印度、捷克等国的地球物理和重力教科书或专著 (英文) ，俄罗斯的重力、场论教科书及重力专著 (俄文)。国外友人提供了英文书的目录，笔者在此基础上进行了查阅及补充；复印了书中关于重力的内容，笔译了有关部分，然后从中精选，再写入本书。③国内外发表的重力文献，也包含笔者及其合作者的成果。

具体修改内容如下。

1. 主要补充

增加了“ 重力场 ”一节，其中大部分内容及附图引自薛琴舫教授的《场论》。

从波特 (Bott M H P) 教授《地球的内部》一书中摘译了关于地球的结构、地球的形状、地壳均衡的系统论述等。

根据内特尔顿 (L. L. Nettleton) 教授的《石油勘探中的重力法和磁法》，补充了零长弹簧、频率域滤波及滨海区重力校正等。

从 Grant F S 和 West G F 教授《应用地球物理学解释理论》一书中摘译了关于解析延拓、反演等论述。

还对下列部分进行了不同程度的补充：航空重力测量，地下及井中重力测量，卫星重力测量，重力梯度测量，重力反演，频率域滤波，重力资料在地壳结构研究、石油及金属矿勘探等方面的应用。

此外，增加了英文目录，供读者阅读参考。

2. 主要改写

除了在结构上，将有关各章归纳为篇外，把正问题及反问题分别列章，这样便于叙述。

对重力场的定义做了重要澄清。重力场的定义是一个基本概念问题。原有的重力教科书、专著以及权威的英文词典把重力场定义为“在地球内部及其附近存在重力作用的空间”，即力所在的空间。然而，笔者见到的中国、俄罗斯、美国的物理学家、地球物理学家的场论教科书，所有西方国家、印度、捷克等地球物理学家的地球物理教科书或专著，对场或重力场的定义为：空间存在的重力作用或单位质量在空间所受到的力或重力，即空间中的力。本书对此有详细介绍。

把重力场定义为力所在的空间，是一种误导，混淆了“场”与“场域”的概念，而且与地球物理学家在实际应用中对重力场的理解完全不同（Zeng and Wan，2004；曾华霖、万天丰，2004）。

3. 将国外教材有关内容补充到本教材

查阅并收集了国外十几种英、俄文地球物理教科书或重力专著中关于重力的论述，摘译了相当多的内容，补充到本教材中；同时通过比较，订正了一些提法；对于存在的差别，也进行了说明。

4. 参考文献和有关材料说明

为了表示对原作者的尊重，也为了使学生们能够进一步阅读资料，本书严格正文与参考文献的对应关系，即凡是在正文中引用的成果，其出处在参考文献中都已列出；而在参考文献中列举的文献，作者都已阅读，在正文中有所引用。在参考文献中，按照中、英、俄文分类排列。对于中文参考文献，其标题附有英文译文；对于英、俄文参考文献，其标题附有中文题目，这一点主要是为学生考虑。

对于非《应用地球物理教程——重力　磁法》、《场论》及笔者及其合作者等参考文献的附图，在引用时指出了原作者。然而，对于有些附图，暂时还不能落实原作者，只能在图的下部注以“（佚名）”字样。

在内容的选择上，尽量突出基础理论与基本方法。

本书可作为应用地球物理相关专业大学生的教科书及研究生的教学参考书。对于研究生，除本书外，还可以进一步阅读列举的参考文献。对于本科生，建议根据教学大纲选择必要的讲授或学习内容。

常用重力仪结构的认识和具体操作，野外重力测量，重力测量数据的整理和重力异常的计算，以及重力异常的解释方法等，是本科生必须掌握的基本技能。除课堂教学外，实验课、野外实习是学习这些技能的重要教学环节。与本教材配套的《重力勘探实验、实习指导书》将详细叙述这些方法。

作为一本教科书，要顺应本学科发展的潮流，介绍最新的研究成果，应当不断修改、补充，并淘汰过时的内容。作者盼望从事重力教学的同事们关注国内外的发展动态，着手积累资料，以备新书的撰写。

致谢

刘光鼎院士为本书起了书名。刘先生作为地球物理系列教材的策划者及写作的组织者，对系列教材及本书的结构、内容及编写，提出了指导性的意见；特别是对本书的初稿进行了非常仔细的审阅及修改，提高了本书的水平。

已故物理学家、我校原地球物理探矿系主任薛琴舫教授，在20世纪50年代首次在物探系讲授场论课，后于1965年及1978年两次出版了《场论》教科书。书中关于场及重力

场的论述为本书奠定了理论基础。特别是，1965 年及 1978 年两次对重力场下的定义，独树一帜，并在笔者及万天丰教授关于重力场定义的研究中，起了重要作用。薛先生严谨的写作风格也使笔者受益匪浅。

蒋玉立教授审阅了地球重力场一章，对场、引力场及重力场的概念提出了宝贵的建议。

历次重力勘探教科书及其编著者，各地质院校从事重力勘探教学的同事们，特别是与笔者共事多年的我校石油物探教研室重力组的同事们，为本书的写作创造了重要条件。

在本教材中，引用了国内外地球物理教科书、专著及论文中大量的内容及图件。

英国的 Bott M H P 教授和原在郑州大学任教的韦翠秀 (Tracey West) 博士提供了英文地球物理教科书的目录。

罗孝宽、石宝林教授热情地回答了本书编写中的一些问题。

以陈颙院士为组长的评审专家组，包括刘光鼎、姚振兴、朱日祥、石耀霖院士，臧绍先、杨文采、孟小红、于晟、张汉凯、陈晓非、王尚旭、陈小宏、彭书萍、郝天珧、刘洪、赵国泽、蔡柏林、魏文博教授，对本书提出了重要而中肯的意见。

上述这些帮助是笔者得以完成本书且其质量得到保证的重要因素，笔者在此表示衷心的感谢。

曾华霖

2005 年 3 月

作者通讯处: 100083　**北京学院路** 29 **号**　**中国地质大学** (**北京**)

电子信箱: hualzeng@cugb. edu. cn

目　　录

序
前　言

第一篇　重力勘探基础

第一章　地球重力场 …… (1)
　第一节　重力和重力加速度 …… (1)
　　一、重力 …… (1)
　　二、重力加速度 …… (2)
　　三、重力的数学表达式 …… (2)
　第二节　重力场 …… (4)
　　一、物理场、引力场、重力场的概念 …… (4)
　　二、引力场 …… (5)
　　三、引力位和重力位 …… (11)
　第三节　地球的形状 …… (23)
　　习　题 …… (25)
第二章　重力异常 …… (26)
　第一节　重力的变化 …… (26)
　第二节　正常重力公式 …… (26)
　第三节　重力异常的意义 …… (27)
　　一、重力异常概念 …… (27)
　　二、重力异常与剩余质量引力的关系 …… (28)
　　三、计算重力异常的基本公式 …… (29)
　第四节　自由空气重力异常及布格重力异常 …… (30)
　　习　题 …… (31)

第二篇　重力仪器及测量方法

第三章　重力测量仪器 …… (32)
　第一节　绝对重力测量仪器 …… (32)
　　一、自由下落法绝对重力仪 …… (32)
　　二、上抛法绝对重力仪 …… (34)
　　三、国产绝对重力仪 …… (34)
　第二节　相对重力测量仪器 …… (35)
　　一、总论 …… (35)

二、地面重力测量仪器 …… (38)
三、海洋、航空及井中重力仪 …… (46)
习 题 …… (52)
第四章 重力测量 …… (53)
第一节 重力测量的地质任务与技术设计 …… (53)
一、重力测量的地质任务 …… (53)
二、重力测量的技术设计 …… (54)
第二节 仪器的检查与标定 …… (56)
一、重力仪的静态试验 …… (56)
二、重力仪的动态试验 …… (57)
三、重力仪的一致性试验 …… (57)
四、重力仪格值的标定 …… (57)
第三节 基点网的布置与观测 …… (58)
一、基点网的作用 …… (58)
二、基点网的布置 …… (58)
三、基点网上的观测方法 …… (59)
四、基点联测 …… (59)
第四节 普通点、检查点的布置与观测 …… (59)
一、普通点的布置与观测 …… (59)
二、检查点的布置与观测 …… (60)
三、补充观测 …… (60)
四、高精度重磁测量 …… (60)
第五节 测地工作 …… (60)
第六节 海洋重力测量 …… (61)
一、概述 …… (61)
二、海洋重力测量受到的干扰 …… (61)
三、海洋重力观测值的校正 …… (62)
第七节 航空重力测量 …… (63)
一、航空重力测量的优越性及应用 …… (63)
二、美国航空重力测量 …… (63)
三、航空重力测量的校正问题 …… (65)
四、我国的航空重力测量 …… (66)
第八节 地下重力测量 …… (66)
一、概述 …… (66)
二、井中重力测量 …… (67)
三、井中重力测量的应用 …… (68)
第九节 重力梯度测量 …… (68)
一、重力梯度测量的优越性 …… (68)
二、扭秤在早期石油勘探中的作用 …… (69)

三、重力梯度计算值的应用 …… (69)
四、应用重力仪测量重力垂直梯度值 …… (70)
五、新型的美国海军重力梯度仪 …… (71)
六、重力梯度仪测量数据的应用 …… (71)
第十节　卫星重力测量 …… (71)
一、地球重力场模型 …… (72)
二、卫星重力测量技术 …… (74)
三、卫星重力测量在我国地球科学中的应用 …… (77)
习　题 …… (78)
第五章　重力资料整理、重力异常的获得及均衡重力异常 …… (79)
第一节　观测资料的初步整理及质量评定 …… (79)
一、普通点观测资料的初步整理及质量评定 …… (79)
二、基点网观测资料的初步整理及联测精度 …… (80)
第二节　重力基点网平差 …… (81)
一、闭合差 …… (81)
二、条件平差 …… (81)
第三节　重力异常值的计算 …… (83)
一、地形校正 …… (83)
二、中间层校正 …… (86)
三、自由空气（高度）校正和布格校正 …… (87)
四、正常场（纬度）校正 …… (89)
第四节　重力异常的地质 - 地球物理含义 …… (90)
一、自由空气重力异常 …… (91)
二、布格重力异常 …… (91)
第五节　异常的图示 …… (92)
一、异常平面图 …… (92)
二、异常剖面图 …… (93)
三、异常平剖图 …… (93)
第六节　均衡及均衡重力异常 …… (93)
一、均衡的发现 …… (93)
二、均衡的原理 …… (94)
三、均衡假说 …… (94)
四、均衡校正 …… (96)
五、均衡重力异常 …… (96)
六、根据重力测量的试验均衡 …… (98)
七、均衡和地壳构造 …… (98)
习　题 …… (100)
第六章　岩（矿）石的密度 …… (102)
第一节　决定岩（矿）石密度的主要因素 …… (102)

一、火成岩的密度 …… (102)
二、沉积岩的密度 …… (103)
三、变质岩的密度 …… (104)
第二节 岩(矿)石标本密度的测定 …… (105)
一、对岩、矿石标本采集的要求 …… (105)
二、标本密度测定方法 …… (105)
三、密度测定结果的整理 …… (108)
第三节 地层平均密度的估计 …… (109)
一、重力试验剖面估计中间层密度 …… (109)
二、最小二乘法估计地层密度 …… (109)
三、利用竖井中重力测量结果计算地层平均密度 …… (111)
四、不同地层密度的表示 …… (112)
习 题 …… (112)

第三篇 重力资料处理、解释及应用

第七章 重力异常正问题 …… (114)
第一节 简单规则几何模型体重力异常的计算 …… (115)
一、简单规则几何模型体的重力异常 …… (115)
二、简单几何模型体的简化 …… (126)
三、简化条件的讨论 …… (129)
第二节 不规则复杂模型体重力异常的计算 …… (131)
一、横截面形状不规则二度体异常的计算 …… (131)
二、不规则形状三度体异常的计算 …… (133)
第三节 密度分界面重力异常的计算 …… (138)
一、单一密度分界面重力异常的计算 …… (138)
二、多个密度分界面重力异常的计算 …… (141)
习 题 …… (143)
第八章 重力异常反问题 …… (145)
第一节 计算地质模型体的几何及物性参数 …… (147)
一、直接法 …… (147)
二、特征点法 …… (150)
三、选择法 …… (158)
四、人机交互式反演方法 …… (162)
第二节 计算密度分界面的深度 …… (162)
一、线性回归法 …… (162)
二、压缩质面法 …… (163)
三、迭代法反演 …… (165)
四、频率域反演方法 …… (167)
第三节 计算地层密度的分布 …… (168)

第四节　多解性问题 …… (169)
一、多解性的表现 …… (170)
二、引起多解性的原因 …… (171)
三、限制多解性的方法 …… (172)
第五节　重力归一化总梯度法 …… (173)
一、方法原理 …… (174)
二、重力归一化总梯度的计算 …… (176)
三、理论模型研究 …… (177)
四、方法的应用范围 …… (182)
第六节　统计分析方法在重力资料解释中的应用 …… (182)
一、利用布格异常与莫霍面深度的相关性计算莫霍面深度 …… (183)
二、重力异常与地表高程的相关性 …… (183)
三、追踪断裂构造的相关滤波 …… (184)
第七节　地层视密度的计算 …… (185)
第八节　异常特征量的统计分析与图像识别 …… (186)
第九节　重力解释中的几个概念 …… (187)
一、重力场及重力效应 …… (187)
二、对数位 …… (188)
习　题 …… (188)
第九章　重力异常的分离 …… (189)
第一节　引起重力异常的主要地质因素 …… (189)
一、地球深部的因素 …… (189)
二、结晶基岩内部的密度变化 …… (192)
三、结晶基底顶面的起伏 …… (193)
四、沉积岩的构造和成分变化 …… (193)
五、其他密度不均匀因素 …… (193)
第二节　叠加重力异常 …… (194)
一、重力异常的叠加 …… (194)
二、区域异常和局部异常 …… (195)
第三节　重力异常的平滑 …… (196)
一、剖面异常的平滑法 …… (196)
二、平面异常的平滑法 …… (198)
第四节　图解法 …… (200)
第五节　平均场法 …… (202)
一、偏差值法 …… (202)
二、圆周法（多边形法） …… (203)
三、网格法 …… (204)
第六节　高次导数法 …… (204)
一、诺伊曼无限平面外部问题的解 …… (205)

二、重力高次导数 V_{xz}，V_{z}，V_{zzz}的计算及其作用 …… (206)
第七节　解析延拓法 …… (214)
一、一维异常的向上延拓 …… (214)
二、一维异常的向下延拓 …… (215)
三、二维异常的向上延拓 …… (216)
四、二维异常的向下延拓 …… (217)
第八节　频率域滤波法 …… (220)
一、空间域和频率域 …… (220)
二、傅里叶（傅氏）变换和褶积定理 …… (221)
三、频率域变换滤波 …… (223)
四、频率域中异常的分离 …… (225)
第九节　趋势分析法（最小二乘多项式拟合法） …… (226)
一、趋势分析法的原理 …… (226)
二、趋势分析法的应用条件及存在问题 …… (227)
三、虚假异常的消除 …… (228)
四、最佳拟合多项式次数的估计 …… (229)
第十节　调和分析 …… (230)
一、重力异常的调和级数展开式 …… (230)
二、重力异常转换的基本公式 …… (231)
三、重力异常转换的计算步骤 …… (232)
四、傅里叶系数的计算方法 …… (232)
五、根据起伏地形异常换算水平面上的异常 …… (233)
六、高频干扰的消除 …… (233)
习　题 …… (234)
第十章　重力异常的地质解释及重力资料的应用 …… (235)
第一节　地质解释概述 …… (235)
第二节　异常的识别 …… (236)
一、异常特征的描述 …… (236)
二、典型局部重力异常的可能解释 …… (236)
三、断裂构造在平面等值线图上的识别 …… (237)
第三节　地球深部构造及地壳结构研究 …… (238)
一、卫星重力异常在地球深部构造研究中的应用 …… (238)
二、地壳深部构造的研究 …… (240)
第四节　划分大地构造单元 …… (243)
一、地槽区重力异常特征 …… (243)
二、地台区重力异常特征 …… (244)
第五节　石油及天然气勘探 …… (245)
一、区域地质构造的研究及油气远景区的预测 …… (245)
二、寻找古潜山和封闭构造 …… (246)

三、探测油气藏 …… (246)
第六节 盐矿探测 …… (248)
第七节 金属矿勘探 …… (250)
一、玲珑花岗岩体的重力研究 …… (250)
二、吉林某地含铜硫铁矿的重力勘探 …… (251)
第八节 水文地质调查 …… (255)
第九节 工程勘察 …… (256)
结束语——重力勘探法的发展趋势 …… (258)
附录 1 重力勘探国际单位制 (SI) 与 CGS 单位制对照表 …… (260)
附录 2 正在使用的重力仪器 …… (261)
附录 3 正在研制的重力仪器 …… (265)
参考文献 …… (267)

第一篇　重力勘探基础

重力勘探是根据地球重力场研究地球构造及寻找矿产资源的一门地球物理学科或地球物理方法。地球重力场具有什么样的特征，重力场与它的场源有什么样的关系，如何由观测重力场求引起它的场源参数，显然它们是重力勘探基础性问题，而这些问题都是与物理学中的场论有关的课题。所有地球物理方法的基础都是物理定律，而重力法的基础就是牛顿万有引力定律。

重力勘探解决地质问题所依据的基本要素并非一个点的重力场值，而是重力场在空间的分布，特别是由地质构造及矿产资源这些密度（质量）分布不均匀因素引起的重力变化，即重力异常。

“重力场”及“重力异常”是重力勘探的基本概念，它们分别是重力勘探的理论基础及应用基础。我们首先论述这些问题。

第一章　地球重力场

什么是地球物理学中的“场”？什么是重力场？重力场具有什么样的特征？重力场与其场源的关系如何？这些重力勘探的理论基础，将在本章讨论。

第一节　重力和重力加速度

一、重力

人们熟知在地球表面及附近空间的一切物体都有重量，这是物体受重力作用的结果。物体的质量是表示物质运动的惯性及存在引力的属性。重量与质量是互有关系又有区别的。物体所受的重力是除该物体之外的地球质量及其他天体质量对物体产生的引力和该物体随着地球自转而引起的惯性离心力的合力。

设地球表面有一物体 A（图 1－1），地球质量对它产生的引力为 F，方向大致指向地心。太阳、月亮等天体质量对它产生的引力很微小，暂可忽略不计。若物体 A 随地球自转而引起的惯性离心力为 C，它的方向与地球自转轴 NS 垂直而向外。则引力与惯性离心力的合力 G 就是重力，它的方向随在地表位置的不同而发生变化，但大致都指向地心。在地面上物体 A 受重力作用的

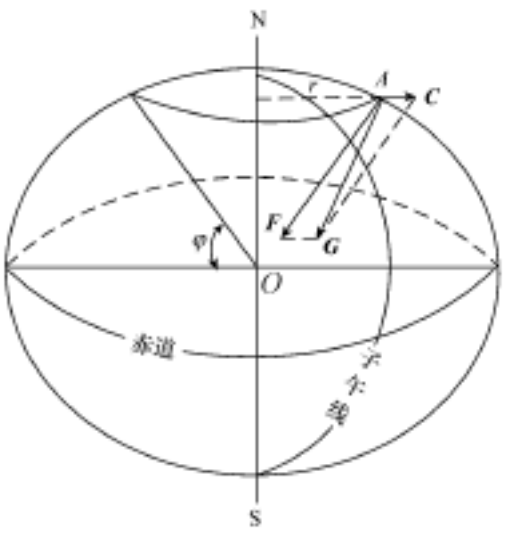


图 1－1　地球的重力

方向，即为该处的（铅）垂线方向。上述几个力用公式表示为

$$G = F + C \qquad (1-1)$$

二、重力加速度

物体受到重力作用的大小还与其本身的质量大小有关。单位质量的物体在重力场域中（重力场将在下面定义）所受的重力称为重力场强度。当物体只受到重力的作用而不受其他力作用时，就会自由下落；物体自由下落的加速度就称为重力加速度。它与重力之间的关系为

$$G = mg \qquad (1-2)$$

式中：m 是物体的质量；g 是重力加速度。若令（1－2）式中的 m 为 1，则 G = g；或者以 m 除该式两端，则得：

$$\frac{G}{m} = g$$

由此可知：重力加速度在数值上等于单位质量所受的重力，其方向也与重力相同。由于重力 G 与试探质量 m 有关，不易反映客观的重力的变化，所以在重力测量学及重力勘探中，总是研究重力场强度或重力加速度 g。因而，以后不特别注明时，凡提到重力都是指重力加速度或重力场强度。

在法定计量单位制中重力的单位是 N，重力加速度的单位是 m/s^2。规定 10^{-6} m/s^2 为国际通用重力单位（gravity unit），简写成“g. u.”，即

$$1\ m/s^2 = 10^6\ g.u.$$

为了纪念第一位测定重力加速度的物理学家伽利略，重力加速度的 CGS 单位（克、厘米、秒单位制）称为“伽”，用“Gal”表示，即

$$1\ cm/s^2 = 1\ Gal\ (伽),\ 或\ 1\ mGal\ (毫伽) = 10^{-3} Gal$$

并有下列关系

$$1\ Gal\ (伽) = 10^4\ g.u. = 10^{-2}\ m/s^2$$

$$1\ mGal\ (毫伽) = 10^{-3}\ Gal = 10\ g.u. = 10^{-5}\ m/s^2$$

$$1\ \mu Gal\ (微伽) = 10^{-3}\ mGal = 10^{-2}\ g.u. = 10^{-8} m/s^2$$

在美国等一些国家，最常用的单位还是 mGal（毫伽）。

三、重力的数学表达式

取直角坐标系，原点选在地心，Z 轴与地球的自转轴重合，X，Y 轴在赤道面内（图 1－2）。根据牛顿万有引力定律，地球质量对其外部任一点 A（x，y，z）处的单位质量所产生的引力 F 为

$$F = G\int_M \frac{dm}{\rho^2}\frac{\vec{\rho}}{\rho} \qquad (1-3)$$

式中：G 为万有引力常量，根据实验测定其值为 $6.672\times 10^{-11}\ m^3/(kg\cdot s^2)$；dm 为地球内部的质量元，其坐标为（ξ η ζ）；ρ为 A 点到 dm 的距离，即

$$\rho^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2,$$

$\frac{\vec{\rho}}{\rho}$ 为 A 点到 dm 方向的单位矢量。（1－3）式的积分应遍及地球的所有质量 M。万有引力常

量 G 不能由天文观测数据决定，而是通过实验计算。

1797～1798 年，英国卡文迪什（Cavendish）应用米切尔（John Mitchell）设计的仪器测量了引力常量，数值是 6.754×10^{-8} cgs 单位。后来，利用卡文迪什扭秤以不同的方法做了大量的实验，得到了许多不同的引力常量值。目前普遍采用的 G 值是 $6.667\times10^{-11}m^3/(kg\cdot s^2)$；1973 年，科学协会国际委员会（ICSU）推荐的 G 值是 $6.720\times10^{-11}m^3/(kg\cdot s^2)$（内特尔顿 L L，1987；Nettleton，1976）。

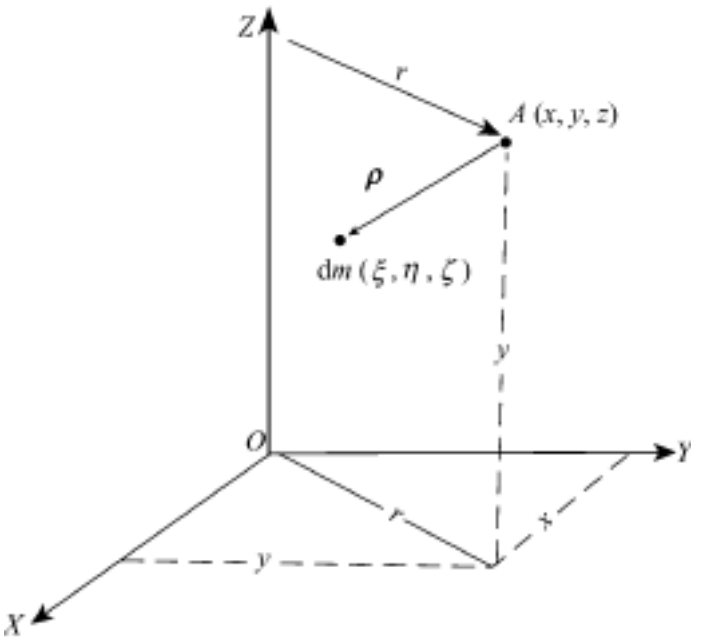


图 1－2　计算地球重力的坐标系

随地球自转而引起的单位质量的惯性离心力 C 为

$$C = \omega^2 r \tag{1-4}$$

式中：ω为地球自转角速度；r 为自转轴到 A 点的矢径，其距离大小为 $r=(x^2+y^2)^{1/2}$，方向由自转轴过 A 点向外。

为便于计算，需把引力及惯性离心力改写为沿 X，Y，Z 三个坐标轴方向的分量。从图 1－2 可以看出，引力 F 与 X，Y，Z 三个坐标轴夹角的方向余弦分别为

$$\cos(F,X) = \frac{\xi - x}{\rho}$$

$$\cos(F,Y) = \frac{\eta - y}{\rho} \tag{1-5}$$

$$\cos(F,Z) = \frac{\zeta - z}{\rho}$$

惯性离心力 C 的方向余弦为

$$\cos(C,X) = \frac{x}{r}$$

$$\cos(C,Y) = \frac{y}{r} \tag{1-6}$$

$$\cos(C,Z) = 0$$

故引力和惯性离心力在 X、Y、Z 三个坐标轴方向的分量为

$$F_x = F\cdot\cos(F,X) = G\int_M \frac{\xi - x}{\rho^3}dm$$

$$F_y = F\cdot\cos(F,Y) = G\int_M \frac{\eta - y}{\rho^3}dm \tag{1-7}$$

$$F_z = F\cdot\cos(F,Z) = G\int_M \frac{\zeta - z}{\rho^3}dm$$

$$C_x = C \cdot \cos(C, X) = \omega^2 x$$
$$C_y = C \cdot \cos(C, Y) = \omega^2 y \qquad (1-8)$$
$$C_z = C \cdot \cos(C, Z) = 0$$

由（1－1）式便得到重力 g 在 X，Y，Z 三个坐标轴方向的分量为

$$g_x = G\int_M \frac{\xi - x}{\rho^3} dm + \omega^2 x$$
$$g_y = G\int_M \frac{\eta - y}{\rho^3} dm + \omega^2 y \qquad (1-9)$$
$$g_z = G\int_M \frac{\zeta - z}{\rho^3} dm$$

因此，重力 g 的大小为 $(g_x^2 + g_y^2 + g_z^2)^{1/2}$，其方向与过该点的水平面内法线方向一致，即一般所说的铅垂线方向。

若将地球当成质量 M = 5.976× 10^{24} kg，半径 R = 6371 km 的正球体，可以估算其引力值为 9.8 m/s^2。在赤道上惯性离心力最大，约为 0.0339 m/s^2，故惯性离心力约为引力的 1/300。所以，地球质量的引力是重力的主要部分。

第二节　重　力　场

一、物理场、引力场、重力场的概念

重力场是地球物理学及重力勘探的一个基本概念。这一部分将按照场—物理场—引力场—重力场的顺序对其进行论述。

（一）场及物理场

如果区域 V 中的每个点 a 对应一个作用或效应 F，则在这个区域中存在一个场 F。一般，区域 V 中的不同点 a 对应不同的 F 值，即这个场值是点位的函数。观测到一个场值的 a 点，即场值被确定的点，称为场的观测点，即 F = F（a）。当场值 F（a）描述空间域（或时间域）的一个物理现象时，场 F（a）是一个物理场。物理场包括标量场 T（a）及矢量场 M（a）。如果 M（a）是 a 点处的一个力，则称为力场。力场的例子如重力场、地磁场及电场等（Алыпин等，1985）。

物理场是空间中各点存在的一种物理作用、现象或效应，分布于引起它的场源体周围，与场源体共存。物理场所在的空间称为“场域”。物理场不能脱离空间而存在；而空间是物理场存在的场所。

物理场是客观存在的某种物质客体，是物质的一种形态。物理场具有实物的共同特性。例如，物理场具有各种不同的形式，如引力场、电磁场等；物理场具有质量、能量和动量；物理场能由一种形态转换成另一种形态。物理场与实物之间也具有差异，例如一切实物所占有的空间，不能同时又是另一实物所占有的空间。与此相反，同一空间内可以同时存在许多不同的物理场，而未发现其相互影响（薛琴舫，1978）。

（二）引力场

引力场是空间中存在的一种引力作用或效应。当物体存在时，其周围空间中就有与它共存的引力场，二者紧密联系，不可分离，谁也不可能单独存在。引力场的空间分布决定

于物体的质量分布；一定的质量分布对应一定的引力场分布。引力场还可以定量地描述为：任意一点 P 处的单位质量所受到的质量 m_1 的力，定义为质量 m_1 的引力场。例如，如果观测点 P 的一个单元质量 m（P）受到单元质量 m_1（Q）施加的力 dF（P），其比值 dg（P）=dF（P）/m（P）称为单元质量 m_1（Q）在 P 点引起的引力场（Grant and West，1965；薛琴舫，1978；Rao and Murthy，1978；施国良和张国雄，1989；Kaufman，1992）。

大量实验表明，具有质量 m_1，m_2 的两个物体之间存在着相互作用力，质量 m_1 周围存在由它引起的引力场，质量 m_2 受质量 m_1 的作用就是通过这个引力场给予的；反之亦然。

（三）重力场

地球的重力场是地球周围空间任何一点存在的一种重力作用或重力效应，或为地球表面或其附近一点处单位质量所受到的重力，数值上等于重力加速度。重力场是空间中的一种力或力场，分布于地球表面及其邻近的空间；空间中任一质点都受到重力的作用。重力场是引力场和惯性离心力场的合成场。重力场不是重力或其效应存在的区域或空间。重力场的测量应当是在重力场所在的空间区域或场域中，而不是在重力场中进行（Zeng and Wan，2004；曾华霖，万天丰，2004）。

国外地球物理教科书及专著对于重力场的一些提法，也有助于理解它的意义。根据 Grant 和 West（1965），Baranov（1975），Garland（1979），Мироновв（1980），Mare 等（1984），Bremaecker（1985），Milsom（1989），Telford，Geldart 和 Sheriff（1990），Мудрецова和 Веселов（1990），Kearey 和 Brooks（1991）以及 Маловичко和 Коспцын（1992）等写的教科书或专著中涉及重力场的提法，可以归纳出下列几点。

1）重力场是空间一个区域内的矢量场。

2）重力场是空间坐标（x，y，z）的函数。

3）重力场作用在空间中任何点处。

4）重力测量是测量重力场的变化。

5）重力场由重力位确定，重力场是由位导出的场。

二、引力场

（一）引力场强度

1. 场强度的定义

一个试探质量放在引力场中某一点时，作用在它上面的力 f 的大小和方向是可以测量出来的。这个力的方向是恒定的；力的大小既与场的本身性质有关，也与引入的试探质点的质量 m_0 有关。在场中的任意确定地点，力与质量之比 f/m_0 是不变的；就是说，作用在单位质点上的力只与场的性质有关。因此，我们有场强度的定义：场中某点的场强度等于一单位质点在该处所受的力，即

$$F = \lim_{m_0 \to 0} \frac{f}{m_0} \qquad (1-10)$$

可以看出，场强度是表示场的性质的物理量，它只是坐标的函数，而与用来测量引力场强度的试探质量无关。

2. 点质量的场强度

为了进一步研究场的性质，需要找出场强度与场源之间的关系。为了达到这个目的，利用牛顿万有引力定律

$$f_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{\rho_2^3}\rho_2 \qquad (1-11)$$

式中：m_1、m_2 为两个质点的质量；f_{12} 为 m_1 作用在 m_2 上的力；ρ_{12} 为由 m_1 画到 m_2 的矢径；G 为万有引力常量，其值等于 $6.67\times 10^{-11}\ N\cdot m^2/kg^2$，负号表示 f_{12} 为引力。

需要注意的是，作用在每个质点上的力并不是另一个质点本身而是它的场的作用。在引用万有引力定律时应注意到下列条件，它对于质点的相互作用才是严格正确的，即物体的几何尺度比物体间的距离小得很多时才能直接运用。

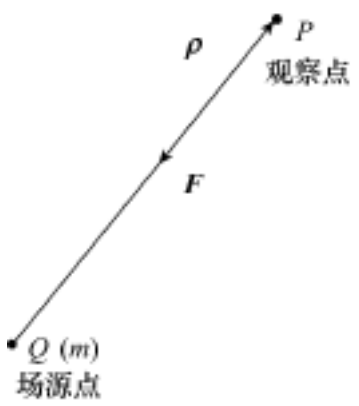


图 1－3　点质量的场强度

根据万有引力定律，某一场源质量 m 在 P 点激发的场强度（即 $m_1 = m$，$m_2 = 1$）为（图 1－3）

$$F = -G\frac{m}{\rho^3}\rho \qquad (1-12)$$

式中：m 为场源的质量；$\rho = QP$ 表示由场源点 Q 至观察点 P 的矢径；负号表示引力，与 ρ 方向相反。此式表明，场中任意点的场强度与场源质量成正比，与该点至场源间的距离成反比。场强度的这种距离平方反比性质的空间变化规律是引力场最基本的特征，引力场的所有性质都可以由这一特征导出。

3. 体质量分布的场强度

若空间中有两个以上的点质量，由场的叠加原理可知，场中任意点 P 的场强度，等于每一质点单独存在时 P 点的场强度的矢量和，即

$$F = -G\sum_{i=1}^{n}\frac{m_i}{\rho_i^3}\rho_i \qquad (1-13)$$

式中：ρ_i 是由质点 m_i 画到 P 点的矢径。

如果质量连续以体密度 $\sigma(\xi\ \eta\ \zeta)$ 分布在空间一体积 v 中（图 1－4），则可将体积 v 分为无数体积元 dv，使每个体积元中的质量为 dm，于是 $dm = \sigma dv$。如果每个 dm 对 P（x，y，z）点满足质点的条件，则 dm 在 P 点的场强度为

$$dF = -G\frac{\rho}{\rho^3}dm = -G\frac{\sigma\rho}{\rho^3}dv \qquad (1-14)$$

式中：$\rho = QP = \rho_2 - \rho_1$，$\rho_1$，$\rho_2$ 分别为由原点 O 至场源点 Q 和观察点 P 的矢径。将此式对所有质量分布求积分，则全部质量所激发的场在 P 点的场强度为

$$F = -G\int_v \frac{\sigma\rho}{\rho^3}dv \qquad (1-15)$$

式中：$\rho = QP = \rho_2 - \rho_1 = i(x-\xi) + j(y-\eta) + k(z-\zeta)$，其长度为

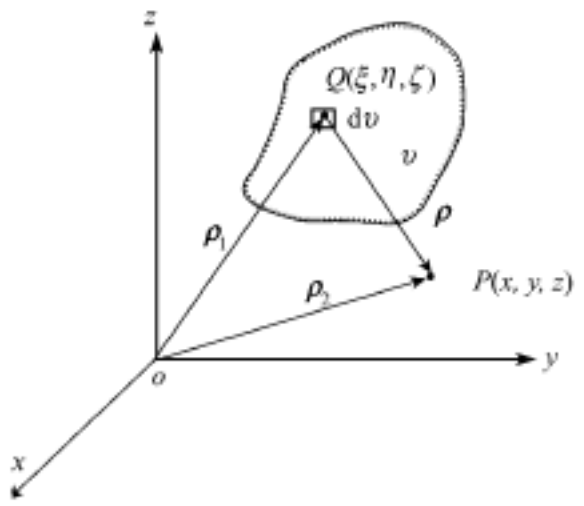


图 1－4　体质量分布的场强度

$$\rho = |\rho| = \sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}$$

在实际运算中，常常用场强度矢量 F 沿坐标轴 x，y，z 的三个投影 F_x，F_y，F_z。由 (1－15) 式可知:

$$F_x = -G\iint_v \frac{\sigma(x-\xi)}{\rho^3}dv$$

$$F_y = -G\iint_v \frac{\sigma(y-\eta)}{\rho^3}dv$$

$$F_z = -G\iint_v \frac{\sigma(z-\zeta)}{\rho^3}dv \qquad (1-16)$$

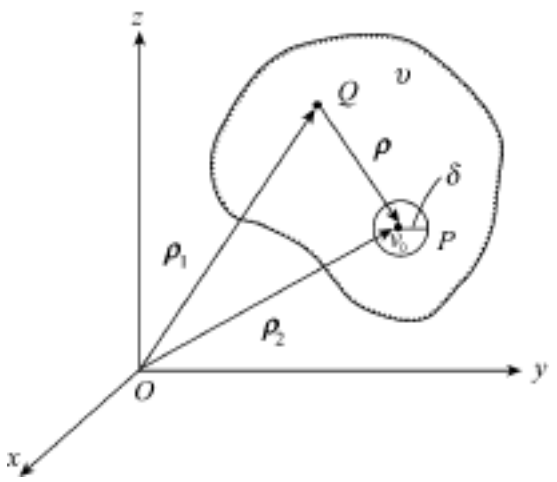


图 1－5　质量分布区内的场强度

若 P 点在质量分布区以内或其边缘上 (图 1－5)，则 ρ会趋于零，因而式 (1－15) 会失去意义而不成立。现在假定在 v 内 P 点周围有一变域 v_0，其最大线径度为 δ。如果挖去 v_0 内包含的质量不计，则 $v-v_0$ 为体分布的内域，而为 v_0 (和 P 点) 之外域。P 点恒为域外之点，不在质量分布区域 $v-v_0$ 以内。所以(1－15) 式仍可用来讨论 P 点的场强度，即计算下列旁义积分:

$$F = -\lim_{\substack{\delta\to 0 \\ v=v_0}} \int G\frac{\sigma\rho}{\rho^3}dv \qquad (1-17)$$

下面举一计算薄球壳场强度的例子。设一均匀薄球壳，其面密度为 μ，半径为 a。试求球壳内部及外部一点的场强度。设球心位于坐标轴的原点 (图 1－6)，P 点位于 oz 轴上，其至 o 点的距离为 z。由于对称关系，球壳在 P 点的场强度没有垂直于 oz 轴的分量，只需计算沿 oz 轴的场强度。由 (1－16) 式，得:

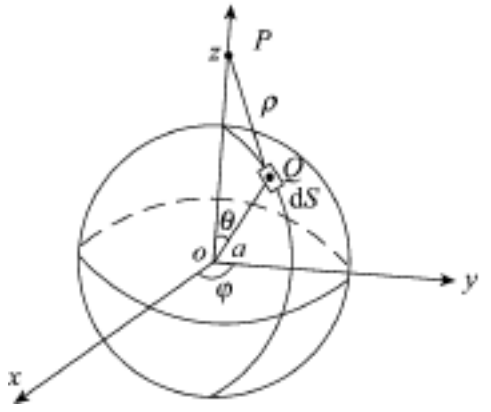


图 1－6　薄球壳的场强度

$$F_z = -G\mu\int_S \frac{(z-a\cos\theta)}{\rho^3}dS$$

$$= -G\mu\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{(z-a\cos\theta)a^2\sin\theta d\theta d\varphi}{(a^2+z^2-2az\cos\theta)^{3/2}} \qquad (1-18)$$

$$= -2\pi G\mu a^2\int_0^{\pi} \frac{(z-a\cos\theta)\sin\theta d\theta}{(a^2+z^2-2az\cos\theta)^{3/2}}$$

由于 $\rho^2 = a^2+z^2-2az\cos\theta$，可知 $a\cos\theta = \frac{a^2+z^2-\rho^2}{2z}$，$\sin\theta d\theta = \frac{\rho d\rho}{az}$。

若 P 点在球壳外 (即 z > a)，这时当 θ=0 时，ρ= z－a，当 θ= π时，ρ= z＋a。把这些结果代入上式，即得球壳外任一点的场强度为

$$F_z = -\frac{\pi G\mu a}{z^2}\int_{z-a}^{z+a} \frac{(z^2-a^2)+\rho^2}{\rho^2}d\rho$$

$$= -\frac{\pi G\mu a}{z^2}\left[-\frac{(z^2-a^2)}{\rho}+\rho\right]_{z-a}^{z+a}$$

$$= -\frac{4\pi G\mu a^2}{z^2}$$

$$= -G\frac{M}{z^2},\ (z > a) \qquad (1-19)$$

式中：$M = 4\pi a^2\sigma$ 为球壳的总质量。可知球壳外任一 P 点的场强度等于球壳全部质量集中在球心时在该点产生的场强度。

若是点在球壳内（即 $z < a$），这时当 $\theta = 0$ 时，$\rho = a - z$；当 $\theta = \pi$ 时，$\rho = a + z$。把这些结果代入上式，即得球壳内部一 P 点的场强度：

$$F_z = -\frac{\pi G\mu a}{z^2}\int_{a-z}^{a+z}\frac{(z^2 - a^2) + \rho^2}{\rho^2}d\rho$$

$$= -\frac{\pi G\mu a}{z^2}\left[-\frac{(z^2 - a^2)}{\rho} + \rho\right]_{a-z}^{a+z} \qquad (1-20)$$

$$= 0 \qquad (z > a)$$

换言之，球壳内部任一 P 点的场强度都等于零。图 1－7表明，场强度 Z 由球内到球外，有一 $4\pi G\sigma$ 的突变。

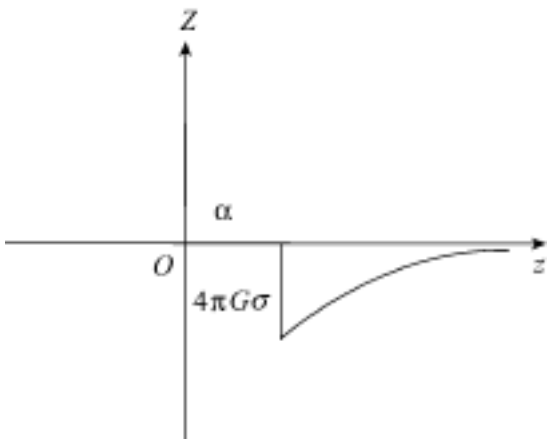


图 1－7　球壳内外场强度的突变

（二）引力场的第一基本定律——高斯定律

1．一个质点的场强通量

场强度 F 的通量 N 等于场强度的法线分量的面积分：

$$N = \int_s F \cdot n\,dS \qquad (1-21)$$

式中：n 为沿着 dS 面正法线方向的单位矢量。对于一个点质量，将其场强度公式代入上式，得

$$N = \int_s F \cdot n\,dS = -Gm\int_s \frac{\rho \cdot n}{\rho^3}dS$$

$$= -Gm\int_s \frac{\cos(n, \rho)\,dS}{\rho^2} \qquad (1-22)$$

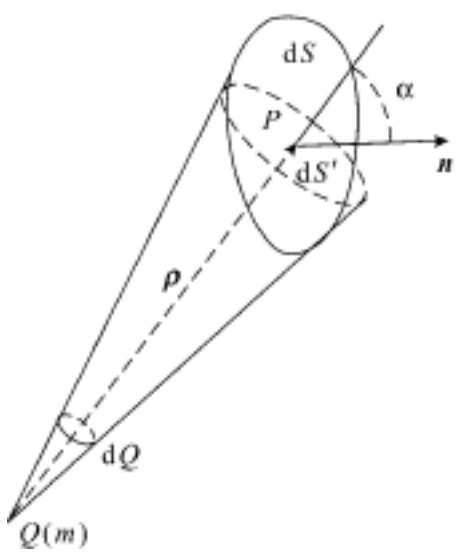


图 1－8　质点的场强通量

式中：$\cos(n, \rho)$ 为 dS 面的法线 n 与自场源点 Q 画到 dS 的矢径 ρ间的夹角的余弦。由图 1－8 可知，α是 dS 与 dS′的法线夹角，而 dS 是 dS 在垂直于 n 的平面上的投影。

因此，

$$\cos(n, \rho) = \pm dS'$$

式中：dS 是投影的绝对值。如果从 Q 点看到的是面积 dS 的内侧（角 $< n, \rho >$ 为锐角），则这一乘积为正；否则为负。

垂直于矢径的面积 dS 和半径为 ρ，中心在 Q 点的球面元相合。如果设 dΩ表示面积 dS′对 Q 点所张的立体角，即以 Q 点为中心，半径为 1 的球面与锥体所截的面积，那么

$$d\Omega = \frac{dS'}{\rho^2} = \frac{\cos(n, \rho)\, dS}{\rho^2}$$

规定立体角的正负号如下：如果从 Q 点看到的是 dS 的内侧，则 dΩ为正；如果从 Q 点看到的是 dS 的外侧，则 dΩ为负。代入通量表达式，得

$$N = \oint_S F \cdot n dS = -Gm \int_S d\Omega = -Gm\Omega \qquad (1-23)$$

式中：Ω是整个 S 面对质点所张的立体角（图 1－9）。

当 S 面为一闭合面时，如果质量位于闭合面外面的一点，立体角为零。如果质量位于闭合面内部的一点，立体角为 4π。概括为

$$N = \oint_S F \cdot n dS = -4\pi Gm \qquad (1-24)$$

式中的 m 理解为 S 面内部的质量。如果质量位于 S 面外，可以认为 m＝0。场强矢量 F 对于任意一闭合面 S 的通量 N 等于 S 面所包围的质量的 -4πG 倍。这就是引力场的第一基本定律，即场论中著名的高斯定律。

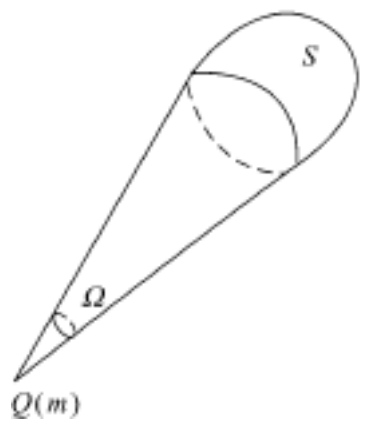


图 1－9　S 面对质点所张的立体角

2. 任意质量分布的场强通量

如果空间内存在一组点质量，那么由场的叠加原理求得这一质点组的场强通量：

$$\oint_S F \cdot n dS = 4\pi G \sum_i m_i \qquad (1-25)$$

式中：$F = \sum_i F_i$ 为各质点 m_i 产生的场强度 F_i 的矢量和。

如果质量按体积分布，其体密度为 σ，则每一体积元 dv 中的质量 dm 等于 σdv，因而对于一非无限小体积 v 中的总质量等于

$$\sum_v m = \int_v \sigma dv$$

代入（1－25）式得

$$\oint_S F \cdot n dS = 4\pi G \int_v \sigma dv \qquad (1-26)$$

式中：v 为 S 面所包含的体积，因而 $\int_v \sigma dv$ 表示 S 面以内的全部质量。（1－26）式是引力场第一基本定律的积分形式，也就是场论中著名的高斯定律。高斯定律可以总结为：在任意质量分布的引力场中，场强矢量 F 对于任意一闭合面 S 的通量等于 S 面所包围的全部质量的 -4πG 倍。有了这个关系，可以根据域内质量确定域面的通量；反之，已知域面通量，可以确定域内包含的质量。

3. 场强度的散度

散度用于研究场强度在某一点上的空间微分变化，普遍的定义为

$$divF = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\oint_S F \cdot n dS}{\Delta v} \qquad (1-27)$$

式中: Δv 为 S 面所包围的微小体积。此式表明，散度之值完全与坐标的选择无关。根据数学上的高斯定理（体积分与面积分之间的联系关系），将场强通量公式写为

$$\int_v \mathrm{div}F\,dv = \oint_S F \cdot ndS = -4\pi G\int_v \sigma dv$$

不管积分区域如何选择，这两个积分总是相等，所以有

$$\mathrm{div}F = -4\pi G\sigma \qquad (1-28)$$

这就是引力场第一基本定律的微分表达式。此式表明，场中每一点场强度的散度只与该点的质量密度成比例，而与其他点上的质量分布无关。如果某点没有质量密度存在，则在该点的散度 $\mathrm{div}F = 0$。

（三）引力场的第二基本定律

现在从质量在场中所做的功来研究场的性质。

1. 场力所做的功

当一质量在引力场域中有一无限小的位移 dl 时，场力所做的功是 $mF \cdot dl$。对于单位质量来说，场力做的功为

$$dA = F \cdot dl$$

当单位质量移动一非无限小的路程时（图 1－10），场力做的功是:

$$A = \int_L F \cdot dl \qquad (1-29)$$

式中积分应当理解为对路径 L 内从 A 点到 B 点的线积分。

2. 功与路径无关

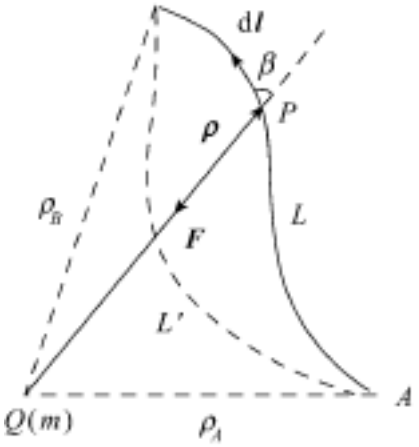


图 1－10　场力做的功

可以证明，在引力场中，这个线积分只与路径的起点和终点有关，而与路径的形状无关。证明如下。

对于一质点 m 的场来说（图 1－10）:

$$F \cdot dl = -G\frac{m}{\rho^3}\rho \cdot dl = -G\frac{m}{\rho^2}\cos\beta dl \qquad (1-30)$$

因为 $\cos\beta dl = d\rho$，所以上式变为

$$F \cdot dl = -G\frac{m}{\rho^2}d\rho = d\left(\frac{Gm}{\rho}\right)$$

因此

$$A = \int_L F \cdot dl = \int_{r_A}^{r_B} d\left(\frac{Gm}{\rho}\right) = -Gm\left(\frac{1}{\rho_A} - \frac{1}{\rho_B}\right) \qquad (1-31)$$

式中: ρ_A，ρ_B 分别表示点质量 m 到路径 L 的起点 A 和终点 B 的距离。可见，点质量在引力场中场力做的功只与路径的起点和终点有关，而与路径的形状无关。具体地说，场力沿路径 L′上所做的功等于沿路径 L 上所做的功。

3. 场强度的环流

如果单位质量从场中某点出发，沿一闭合线移动又回到出发点时，则由于 $\rho_A = \rho_B$，场力做的功等于零，即

$$\oint_L F \cdot dl = 0 \qquad (1-32)$$

这个性质对所有点质量及各种质量分布都成立。(1－32) 式的左方是引力场强度 F 沿闭合曲线的积分，称为引力场强度 F 的环流。场强度的环流等于零是引力场的一个基本性质，称为引力场的第二基本定律。

4. 场强度的旋度

场强度的旋度定义为场矢量的环流对面积之比的极限值:

$$\mathrm{rot}_n F = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\oint_L F \cdot \mathrm{d}l}{\Delta S}$$

式中: ΔS 为 L 曲线所联系的面积; n 为 ΔS 面的正法线。

根据数学上的斯托克斯定理 (面积分与线积分之间的联系关系)，可以将场强度的环流公式 (1－32) 表示为

$$\int_S \mathrm{rot}F \cdot n\mathrm{d}S = \oint_L F \cdot \mathrm{d}l = 0$$

式中: S 是以回路 L 为周界的任意曲面 (图 1－11)。不管积分区域 (必须是单连域) 如何选择，这个公式总是正确的，因而被积函数必须等于零，即 rotF ·n = 0。又由于 S 面是在所给域中任意选取的，因而法线 n 的任意性很大。

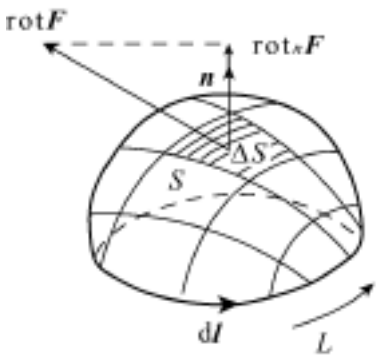


图 1－11　场强度的环流

所有只有

$$\mathrm{rot}F = 0 \qquad (1－33)$$

即在引力场中所有各点的场强度的旋度恒等于零。这就是引力场第二基本定律的微分形式。

积分定律 (1－32) 和微分定律 (1－33) 都说明，场力做功与路径无关。

三、引力位和重力位

这一部分将根据场力做功与路径无关这个基本定律引入引力场的位这个概念。

(一) 引力场的位 (势) 及其梯度

1. 引力位的定义

由于场力做功与路径无关，只决定于路径的起点 (P_0) 和末点 (P) 的位置，所以我们可以引入相应的标量函数 V (P_0) 和 V (P)，使功 A 等于:

$$A = \int_{P_0}^{P} F \cdot \mathrm{d}l = V(P) - V(P_0)$$

或

$$V(P) = V(P_0) + \int_{P_0}^{P} F \cdot \mathrm{d}l$$

这个函数称为引力场的位，它是位置坐标的单值函数。V (P) 是任意观察点 P 的位; V (P_0) 是某一选定点 P_0 的位，为一任意固定的常数，有时称为标准点的位，P_0 称为标准点。

当质量分布在有限空间时，常将标准点选在无限远处，即与观察点不发生场的干扰之处，因而设 V (∞) =0，场中任意点的位由下式决定:

$$V(P) = V(\infty) + \int_{\infty}^{P} F \cdot dl$$

或

$$V(P) = \int_{\infty}^{P} F \cdot dl, \; V(\infty) = 0 \qquad (1-34)$$

即场中任意 P 点的位等于将一单位质量从无限远处移至 P 点时场力所做的功。场强从力的观点出发描述场的特性，而位是从功的观点出发描述场的特性的物理量。

显然，位的单值性只是因为场力所做的功与路径的形状无关。位这个概念是相对的，点的位实际上是点与点（标准点）之间的位差，不过后者的值被我们预先选取为零罢了。

2．点质量的引力位

将点质量的场强代入位的定义中，即得点质量 m 的场中任一 P 点的位：

$$V = \int_{\infty}^{P} F \cdot dl = -\int_{\infty}^{P} \frac{Gm}{\rho^3}\rho \cdot dl = -\int_{\infty}^{P} G\frac{m}{\rho^2}d\rho \qquad (1-35)$$

或

$$V = G\frac{m}{\rho}, \quad \rho \neq 0 \qquad (1-36)$$

式中：ρ为由 m 到 P 点的矢径之值。

对于一质点组而言，场中任一 P 点的位，由于场的叠加性，等于各质点在 P 点产生的位的代数和：

$$V = G\sum_{i}\frac{m_i}{\rho_i} \qquad (1-37)$$

式中：ρ_i 为质点 m_i 至 P 点的距离。

3．体质量分布的引力位

对于一连续质量分布的体质量密度 σ来说，如果 P 点在质量分布区以外，则按（1－5）式和（1－34）式，有

$$V = \int_{\infty}^{P} F \cdot dl = \iiint_{\infty\,v} \frac{G\sigma\rho \cdot dl}{\rho^3}dv = -\int_{v} G\sigma\left[\int_{\infty}^{P}\left(\frac{d\rho}{\rho^2}\right)\right]dv$$

或

$$V = G\iiint_{v}\frac{\sigma dv}{\rho} \qquad (1-38)$$

式中：

$$\rho = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$$

为任一观察点 P（x，y，z）到质量分布区域 v 内某一体元 $dv = d\xi d\eta d\zeta$ 之间的距离。

如果观察点 P（x，y，z）位于质量分布区以内，则在（1－38）式中被积函数里的 ρ 有趋于零的可能，但是这个公式在这种场合下仍然是有限的。

4．引力位的梯度与引力场强度的关系

由于场中自 A 至 B 点位的增量为

$$V_B - V_A = \int_{\infty}^{B} F \cdot dl - \int_{\infty}^{A} F \cdot dl = \int_{A}^{B} F \cdot dl$$

当 B 无限靠近 A时，此增量可以写成一微分:

$$dV = F \cdot dl = F_l dl$$

式中: F_l 为 F 沿 dl 方向的分量; dl 为线元的长度。此式可以写作下列形式:

$$F_l = \frac{V}{l} \qquad (1-39)$$

即场强沿 dl 向的分量等于位在该方向的方向导数。

在直角坐标系中，场强度沿坐标轴的三分量为

$$F_x = \frac{V}{x}, F_y = \frac{V}{y}, F_z = \frac{V}{z} \qquad (1-40)$$

根据梯度定义:

$$gradV = i\frac{V}{x} + j\frac{V}{y} + k\frac{V}{z} \qquad (1-41)$$

有

$$F = grad\ V \qquad (1-42)$$

换言之，引力场中任一点的场强度 F 等于该点引力位的梯度。

梯度的更普遍的定义是:

$$gradV = \frac{V}{n}n$$

式中: n 为一指向 V (位) 增加最快的方向的单位矢量，$\frac{V}{n}$为沿 n 方向的空间变化率。

因为 V沿 l 方向的导数等于 V之梯度 grad V沿 l 方向投影，即

$$\frac{V}{l} = l \cdot grad\ V = grad_l V$$

式中: l 为一单位矢量。所以:

$$F_l = \frac{V}{l} = grad_l V$$

即场强度沿任意 l 方向的分量等于位之梯度沿该方向的投影。

5. 等位面

凡位之值相等的各点所构成的曲面称为等位面。因为场的位是空间点坐标 (x, y, z) 的函数，所以得到等位面的方程式如下:

$$V(x, y, z) = C(\text{常数})$$

给常数 C 以不同的值，就得到一等位面簇，其中各点位的值就等于这面相应的常数 C 值。

等位面和力线处处正交是一个很重要的特性，证明如下。因为在等位面上两点间的位差为零，即

$$dV = 0$$

如果以 dl 表示任意方向的微分位移，则

$$dV = \frac{V}{x}dx + \frac{V}{y}dy + \frac{V}{z}dz = grad\ V \cdot dl$$

设取 dl 沿等位面的切线方向，得到

$$grad\ V \cdot dl = 0$$

因为 grad V和 dl 一般都不等于零，所以二者必须垂直。因 grad V恒等于 F，dl 也在平行于等位面的切面中，所以在任意点的 F 值恒与通过该点的等位面垂直，即力线与等位面正交。

(二) 重力位

1. 重力位及其特征

利用偏导数求原函数的方法，可以发现 (1－9) 式表示的三个不同的公式恰恰是下列函数:

$$W(x, y, z) = G\iint_v \frac{\sigma dv}{\rho} + \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) \qquad (1-43)$$

对 x，y，z的偏导数，即

$$\frac{W}{x} = g_x, \frac{W}{y} = g_y, \frac{W}{z} = g_z$$

或

$$g = \text{grad } W \qquad (1-44)$$

因此，函数 W (x，y，z) 就是重力场的位函数，简称重力位。这个位函数的存在说明重力场是一个位场，即场力做功与路径无关。

设 V和 U 分别表示 (1－43) 式右端第一项及第二项，并注意 到 (1－8) 式及 (1－9) 式，则得到:

$$\frac{V}{x} = F_x, \frac{V}{y} = F_y, \frac{V}{z} = F_z, \qquad (1-45)$$

$$\frac{U}{x} = C_x, \frac{U}{y} = C_y, \frac{U}{z} = C_z,$$

式中: F_x，F_y，F_z 分别表示 (1－9) 式中的第一项，即引力场的场强度; C_x，C_y，C_z 分别表示 (1－9) 式中的第二项，即惯性离心力场的场强度。可知，V 和 U 两个函数分别等于引力场及惯性离心力场的场强度在相应坐标轴上的三个分量，所以 V 和 U 分别表示引力位及惯性离心力位，因而 (1－43) 式可以写为

$$W = V + U \qquad (1-46)$$

即重力位等于引力位及离心力位之和。

由于引力位及惯性离心力位是处处连续而有限的，所以重力位也是处处连续而有限的，显然其一次导数也是处处连续而有限的。

由 (1－44) 式知，重力位沿任意方向 s 的方向导数等于重力在该方向的分力，即

$$\frac{W}{s} = g_s = g\cos(g, s) \qquad (1-47)$$

式中 (g，s) 为 g 与 s 之间的夹角。

假设 s 与 g 垂直，则有$\frac{W}{s}=0$，所以:

$$W = \text{常数}$$

或

$$W(x, y, z) = C(\text{常数})$$

若将上式解出 z，可得一曲面方程式:

$$z = f(x, y, c)$$

在上式的右端，若给以不同的常数 C，就得到一簇曲面，称为重力等位面，或水准面。平静的水面上任一点的重力方向皆与该水准面垂直，否则水就会流动而不能静止，所以水准面也就是重力等位面。平静的海洋面是一个重力等位面，称为大地水准面（geoid）。可知，重力等位面与重力方向是垂直的。

假设 s 和 g 平行时，即

$$\frac{W}{s} = -\frac{W}{n} = g$$

式中：n 表示重力等位面上沿外法线方向的位移。此式表明，等位面上各点的重力值，等于等位面该点沿内法线方向的梯度，或沿外法线方向的负梯度。若将上式换成有限量，则得：

$$g \cdot \Delta n = -\Delta W$$

取两个相邻的等位面或水准面，则两个面上的重力位之差是一个常数，所以

$$g \cdot \Delta n = 常数$$

此式表明，两个水准面间的距离 Δn，与面上的重力值 g 成反比。若等位面一点的重力值大，则该点附近两个相邻等位面的法向间距就小；反之，若重力值小，则相邻等位面的法向间距就大。又因为水准面上的 g 并不处处相等，所以水准面并不处处平行。由于各点的 g 值都是有限值，所以 Δn 永远不等于零，即两个水准面无论相隔多么近，总是不能相交或相切，而是一个单值函数。

2．重力位的导数

假设空间一点 P 处的重力位为 W。设自 P（x，y，z）点作一位移 Δs 至 P′（x + Δx，y + Δy，z + Δz）点，重力位变为 W + ΔW，则根据多元函数的台劳展开式，可以求出重力位函数增量 ΔW 的表达式如下：

$$\Delta W = \frac{W}{x}\Delta x + \frac{W}{y}\Delta y + \frac{W}{z}\Delta z + \frac{1}{2!}\left[\frac{{}^2W}{x^2}\Delta x^2 + \frac{{}^2W}{y^2}\Delta y^2 + \frac{{}^2W}{z^2}\Delta z^2 + 2\frac{{}^2W}{x\,y}\Delta x\Delta y + 2\frac{{}^2W}{y\,z}\Delta y\Delta z + 2\frac{{}^2W}{z\,x}\Delta z\Delta x\right] + \frac{1}{3!}\left[\frac{{}^3W}{x^3}\Delta x^3 + \cdots\right]$$

式中：$\frac{W}{x}$，$\frac{{}^2W}{x\,y}$，$\frac{{}^3W}{x^3}$等分别为重力位函数对相应坐标的一次、二次和三次导数（或称微商）。例如，通常以 W_x，W_{xy}，W_{xxx}等来表示：

$$W_x = \frac{W}{x} = g_x$$

$$W_{xy} = \frac{{}^2W}{x\,y} = \frac{}{x}\left(\frac{W}{y}\right) = \frac{g_y}{x} = \frac{g_x}{y} \qquad (1-48)$$

$$W_{xxx} = \frac{{}^3W}{x^3} = \frac{}{x}\left(\frac{{}^2W}{x^2}\right)$$

由此可知，在用级数展开式求相邻两点的位差时，就需要计算位的一次、二次或高次导数。

重力位的一次导数共有三个：W_x，W_y，W_z，由下列公式表示：

$$\frac{W}{x} = G\iint_v \sigma \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\rho}\right) dv + \omega^2 x = -G\iint_v \frac{\rho(x-\xi)}{\rho^3} dv + \omega^2 x$$

$$\frac{W}{y} = G\iint_v \sigma \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\rho}\right) dv + \omega^2 y = -G\iint_v \frac{\rho(y-\eta)}{\rho^3} dv + \omega^2 y \qquad (1-49)$$

$$\frac{W}{z} = G\iint_v \sigma \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\rho}\right) dv + 0 = -G\iint_v \frac{\rho(z-\zeta)}{\rho^3} dv$$

其物理意义为重力场在相应坐标轴上的分量（g_x，g_y，g_z）。重力位的二次导数一共有六个：W_{xx}，W_{yy}，W_{zz}，$W_{xy}=W_{yx}$，$W_{yz}=W_{zy}$，$W_{zx}=W_{xz}$；其物理意义为 g_x 在 x 方向的空间变化率，g_y 在 y 方向的空间变化率等。

求重力位的二次导数比求位的一次导数要复杂得多。因为在求位的一次导数时，无论观察点 P 在或不在质量分布区域，在积分号下求导数法都是正确的。在求位的二次导数时，只有 P 点位于质量分布区域以外，在积分号下求导数法才是正确的。

重力位二次导数的单位为 $1/s^2$。因为这个单位太大，实用中取 $10^{-9}1/s^2$ 为单位，称为厄缶（用符号“E”表示）。这是以发明测量重力位二次导数仪器（扭秤）的匈牙利物理学家厄缶（E tv s）的姓命名的，即 1 E $=10^{-9}1/s^2$。

现在经常换算的重力位的三次导数是 V_{zzz}，它表示重力垂向梯度沿铅垂方向的变化率。在 SI 单位制中单位为 $1/(m\cdot s^2)$，记作 MKS，即

$$1\ \text{MKS} = 1/(m\cdot s^2)$$

实用中用 $10^{-9}\times 1/(m\cdot s^2)$（或 $10^{-12}\times 1/(m\cdot s^2)$），记作 nMKS（或记作 pMKS）。1nMKS 相当于在 1 m 的距离上重力位二次导数变化了 1E。

3. 重力位二次导数的意义

上述六个二次导数中，原来可以用重力扭秤测量出来的只有下列四个：W_{xz}，W_{yz}，W_{xy}，$W_\Delta = W_{yy} - W_{xx}$，这些二次导数分别表示重力分量在相应坐标轴上的空间变化率。W_{xz}，W_{yz} 称为重力梯度值，W_{xy}，$W_\Delta = W_{yy} - W_{xx}$ 称为曲率值。

重力梯度值既是重力位对不同坐标轴的二次导数，同时也是重力场强度的 z 分量（g_z）对相应坐标轴的一次导数，例如 W_{xz} 表示重力场强度的垂直分量在水平 ox 轴方向的变化率；W_{yz} 表示重力场强度的垂直分量在 oy 轴方向的变化率。它们的大小直接反映重力垂直分量在水平方向的变化率，所以称为重力“梯度”值。重力“梯度”值是一个矢量。

在水平面上，沿任一方向的重力“梯度”值（称为水平“梯度”值）为

$$G = \frac{g_z}{s}$$

这个量可以由 W_{xz} 和 W_{yz} 求得。如图 1－12，按矢量合成法不难看出：

$$W_{xz} = G\cos\alpha,\ W_{yz} = G\sin\alpha,$$

$$G = \sqrt{W_{xz}^2 + W_{yz}^2},\ \tan\alpha = \frac{W_{yz}}{W_{xz}} \qquad (1-50)$$

式中：α 为 G 与 W_{xz} 的夹角。

重力场中任一等位面可以用下列方程式表示：

$$W(x, y, z) = C$$

把坐标原点选择在这个等位面上，并令 z 轴与等位面的切面垂直。现在求原点附近等

位面的形状和它与原点处重力位二次导数 W_{xy}，W_{Δ} 的关系。

把位函数 W（x，y，z）在原点附近用台劳级数对原点展开：

$$W(x,y,z) = W(0,0,0) + (W_x)_0 x + (W_y)_0 y + (W_z)_0 z + \frac{1}{2}(W_{xx})_0 x^2 + \frac{1}{2}(W_{yy})_0 y^2 + \frac{1}{2}(W_{zz})_0 z^2 + (W_{xy})_0 xy + (W_{yz})_0 yz + (W_{zx})_0 zx + \cdots$$

（1－51）

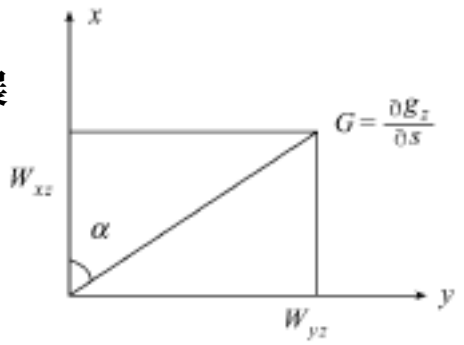


图 1－12　重力梯度的计算

式中下标 0 表示这些偏导数在原点处的数值。因为（x，y，z）是等位面上一点的坐标，所以

$$W(x,y,z) = W(0,0,0) = C$$

同时由于 z 轴与等位面的法线一致，所以

$$(W_x)_0 = (W_y)_0 = 0, (W_z)_0 = g$$

又假设

$$r = (W_{xx})_0, s = (W_{xy})_0, t = (W_{yy})_0$$

把这些结果代入（1－51）式中，得到等位面在原点附近的方程式：

$$z = -\frac{1}{2g}[(rx^2 + 2sxy + ty^2) + (W_{xx})_0 z^2 + 2(W_{xz})_0 xz + 2(W_{yz})_0 yz + \cdots]$$

由于研究的是原点附近的情况，因此式中的 x，y，z 是微小量，因此略去上式中后面几个含 z 的项，得到：

$$z = -\frac{1}{2g}(rx^2 + 2sxy + ty^2) \qquad (1-52)$$

显然这是一个二次曲面方程式，表明在很小的范围内，等位面可以看做是一个二次曲面。

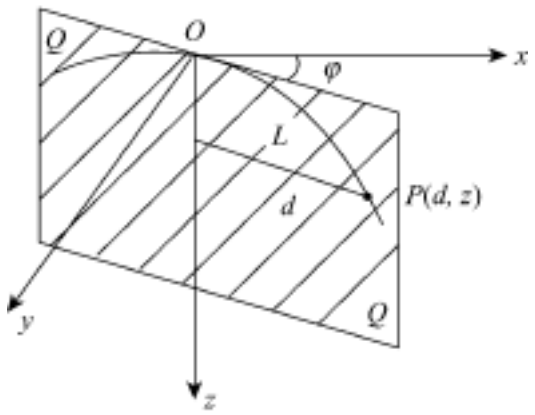


图 1－13　等位面的曲率

为了研究等位面的曲率，用通过 z 轴的一个平面 Q 来截取这个等位面。设 Q 与 x 轴的夹角为 φ，便得到一条曲线 L（图 1－13）。设这条截线 L 上一点的坐标为（d，z），d 为 P 点到 z 轴的垂直距离。显然，d 与 x，y 的关系为

$$x = d\cos\varphi, y = d\sin\varphi$$

代入（1－52）式得到 L 曲线的方程式为

$$z = -\frac{1}{2g}(r\cos^2\varphi + 2s\cos\varphi\sin\varphi + t\sin^2\varphi)d^2$$

或

$$z = f(\varphi)d^2 \qquad (1-53)$$

式中

$$f(\varphi) = -\frac{1}{2g}(r\cos^2\varphi + 2s\cos\varphi\sin\varphi + t\sin^2\varphi)$$

从微分几何知道，（1－53）式在原点的曲率为

$$\frac{1}{\rho} + \frac{\left(\frac{d^2 z}{dd^2}\right)}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dd}\right)^{2}_{0}\right]^{3/2}} = 2f(\phi)$$

或

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{1}{g}(r\cos^2\phi + 2s\cos\phi\sin\phi + t\sin^2\phi) \qquad (1-54)$$

ρ为 L 曲线在原点的曲率半径。由上式可知，L 曲线的曲率是 φ的函数。还可以证明，Q 面在某两个特殊的方位上，曲率将分别为极大与极小，而且它们互相垂直。这个特殊的方位由求下列极值而得:

$$\frac{d}{d\phi}\left(\frac{1}{\rho}\right) = 0$$

经过运算得到:

$$-2r\cos\phi\sin\phi + 2s\cos^2\phi - 2s\sin^2\phi + 2t\sin\phi\cos\phi = 0$$

或

$$(t - r)\sin 2\phi = -2s\cos 2\phi$$

解之，得:

$$\tan 2\phi = -\frac{2s}{t - r} = \frac{2W_{xy}}{W_{yy} - W_{xx}} = -\frac{2W_{xy}}{W_{\Delta}} \qquad (1-55)$$

上式有两个根，一个相当于在原点的最大曲率；另一个相当于在原点的最小曲率。如果一个根为 ϕ_0，则另一个必须为 $\phi_0 + \pi/2$。代入（1－54）式，则得等位面在原点处曲率的最大值及最小值分别为

$$\left(\frac{1}{\rho}\right)_{max} = -\frac{1}{g}(r\cos^2\phi_0 + 2s\cos\phi_0\sin\phi_0 + t\sin^2\phi_0)$$

$$\left(\frac{1}{\rho}\right)_{min} = -\frac{1}{g}(r\sin^2\phi_0 - 2s\cos\phi_0\sin\phi_0 + t\cos^2\phi_0)$$

若将上列二式相减，便得:

$$\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} = -\frac{1}{g}[(r - t)\cos 2\phi_0 + 2s\sin 2\phi_0]$$

$$= -\frac{1}{g}[W_{\Delta} - 2W_{xy}\tan 2\phi_0]\cos 2\phi_0$$

利用（1－54）式消去 W_{xy}，则得到:

$$\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{g}[W_{\Delta} + W_{\Delta}\tan^2 2\phi_0]\cos 2\phi_0 \qquad (1-56)$$

$$= \frac{1}{g}\frac{W_{\Delta}}{\cos 2\phi_0}$$

引入符号

$$R = g\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right) \qquad (1-57)$$

于是（1－56）式可以写作下列形式:

$$W_{\Delta} = R\cos 2\phi_0 \qquad (1-58)$$

从（1－55）式和（1－58）式可以求得:

$$R = \sqrt{(W_{\Delta})^2 + (2W_{xy})^2}$$
$$\phi_0 = \frac{1}{2}(\arctan\frac{2W_{xy}}{-W_{\Delta}}) \qquad (1-59)$$

R 称为曲率矢量，它由观测值 W_{Δ} 和 W_{xy} 求出，与坐标原点的曲率有一定的关系。同时可以看出，这个矢量 R 永远大于或等于零。当等位面为球面时，R = 0。因此，R 的大小可以看做是等位面曲面在某一点上与球面间的偏差值。

应当注意，这里的“曲率”R 仅代表等位面弯曲的程度，绝非数学中真正的曲率，而是最大曲率与最小曲率之差的 g 倍。

同时，这里的重力“梯度”也与一般的梯度不同，前者表示重力的 z 分量沿某一水平方向的空间变化率，而后者表示函数沿变化最大方向的空间变化率。

（三）泊松方程和拉普拉斯方程——引力场的边值问题

引入位的概念之后，有可能把引力场的第一和第二基本定律总结为一个统一的规律，即用位表示出来的泊松方程和拉普拉斯方程。求解引力场的许多问题，就是以这些方程式为基础的。

1. 泊松方程和拉普拉斯方程

引力场的第一和第二基本定律形式为

$$\begin{aligned} \mathrm{div}F &= -4\pi G\sigma \\ \mathrm{rot}F &= 0 \end{aligned} \qquad (1-60)$$

位的梯度与场强度的关系式为

$$F = \mathrm{grad}\ V$$
$$\mathrm{rot}\ F = \mathrm{rot}\ \mathrm{grad}V = 0$$

综合这两个定律，可以得到著名的泊松方程:

$$\mathrm{divgrad}\ V = \Delta^2 V = -4\pi G\sigma \qquad (1-61)$$

在直角坐标系中

$$\Delta^2 V = \frac{\partial^2 V}{x^2} + \frac{\partial^2 V}{y^2} + \frac{\partial^2 V}{z^2} = -4\pi G\sigma$$

对于场中没有质量分布的那些区域（σ=0），那么泊松方程就变成拉普拉斯方程:

$$\mathrm{div}\ \mathrm{grad}\ V = \Delta^2 V = 0 \qquad (1-62)$$

在直角坐标系中

$$\Delta^2 V = \frac{\partial^2 V}{x^2} + \frac{\partial^2 V}{y^2} + \frac{\partial^2 V}{z^2} = 0$$

根据散度和梯度的意义，有:

$$\Delta^2 V = \mathrm{div}\ \mathrm{grad}\ V = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\oint_S \frac{\partial V}{\partial n} dS}{\Delta v}$$

由此可知泊松方程和拉普拉斯方程的意义为：引力场的位是这样分布的，若在场中任一 P 点取一无限小的闭合面 S，其体积为 Δv，那么位沿该面的法线方向导数$\frac{\partial V}{\partial n}$的通量对 Δv 之

比的极限值，在质量分布区以内等于 $-4\pi G\sigma$；而在质量分布不存在的区域，则等于零。位的这种分布规律是引力场的基本特征，因而泊松方程和拉普拉斯方程是引力场的基本方程式，场论中的许多问题就是对它们求解而得到的。

2. 引力场的边值问题

总结出泊松方程和拉普拉斯方程，场论的问题就变成下列两类问题：①知道了体密度 σ 和面密度 μ 时，可以根据泊松方程和拉普拉斯方程求解，确定出场的位（或场强度），这叫做正演问题。②反之，知道了场的位 V 及其梯度时，可以根据泊松方程确定场中某点的体质量密度或面质量密度，这叫做反演问题。

设在数学上的高斯定理

$$\int_v \mathrm{div}\,\alpha dv = \oint_S \alpha \cdot n dS$$

中，取

$$a = V\mathrm{grad}U = V\Delta U$$

式中：V，U 为 v 内和 S 上任意两个连续函数，其一次和二次微商是连续存在的。于是

$$\mathrm{diva} = \mathrm{div}(V\Delta U) = V\Delta^2 U + (\Delta V)\cdot(\Delta U)$$

又因

$$\alpha \cdot n = V\mathrm{grad}_n U = V\frac{U}{n}$$

代入，即得格林定理：

$$\int_v [V\Delta^2 U + (\Delta V)\cdot(\Delta V)]\,dv = \oint_S V\frac{U}{n}dS \qquad (1-63)$$

（四） 重力位的泊松方程和拉普拉斯方程

如上所述，引力位在质量分布区以内，满足泊松方程 $\Delta^2 V = -4\pi G\sigma$；在质量分布区以外，满足拉普拉斯方程 $\Delta^2 V = 0$。由于离心力位的二次导数为

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \omega^2, \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \omega^2, \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$$

所以满足下列关系式：

$$\Delta^2 U = 2\omega^2 \qquad (1-64)$$

由此可知，重力位满足下列方程式：

对于外部各点：$\Delta^2 W = \Delta^2 V + \Delta^2 U = 2\omega^2$

对于内部各点：$\Delta^2 W = -4\pi G\sigma + 2\omega^2$

可见，重力位及其一次导数（重力）虽然是处处连续的，但其二次导数是不连续的。在外部各点等于常数 $2\omega^2$，在内部各点等于 $2\omega^2 - 4\pi G\sigma$。

上面各式与坐标轴选择有关，即把地球自转轴取为 z 轴。

（五） 泊松方程的积分——格林函数、狄利克莱问题和诺伊曼问题

1. 泊松方程的积分表达式

对泊松方程在一定的边界条件下求解，可以得到与先前导出的位相同的表达式：

$$V = G\int_v \frac{\sigma dv}{\rho}$$

2．狄利克莱问题和诺伊曼问题

设在引力场中取一个以曲面 S 为界的体积 v_0。研究下列边界问题：求出位函数 V（x, y, z）在 v 内部能满足下列方程式：

$$\Delta^2 V = 4\pi\sigma \qquad 或 \qquad \Delta^2 V = 0$$

而且能够满足下列两个边界条件中的任意一个条件：

Ⅰ．在 S 面上，$V|_S = f_1$　　（第一种边界问题）

Ⅱ．在 S 面上，$\frac{V}{n}|_S = f_2$　　（第二种边界问题）

上式中的 f_1 和 f_2 是已给的函数，而$\frac{V}{n}$是沿曲面 S 的外法线方向的导数。

这些边界条件的物理意义为：边界上的位，或者边界上位的法线微商（场强度）为已知。拉普拉斯方程的第一种边界问题，通常称为狄利克莱问题；第二种边界问题通常称为诺伊曼问题。若 P 点（观察点）在 S 面以内则称为内部问题；若 P 点（观察点）在 S 面以外，则称为外部问题。

为了解狄利克莱问题和诺伊曼问题，引入格林函数这个概念。

$$\int_v (V^2\ \Delta U - U\Delta^2 V)\,dv = \oint_S (V\frac{U}{n} - U\frac{V}{n})\,dS \qquad (1-65)$$

在格林公式中，假设 V 在研究的域中满足拉普拉斯方程，取为引力场的位函数，而 U 取为任一调和函数，因而有

$$\Delta^2 V = 0,\ \Delta^2 U = 0$$

于是

$$\oint_S (V\frac{U}{n} - U\frac{V}{n})\,dS = 0 \qquad (1-66)$$

由于 V 满足拉普拉斯方程，则有

$$V_P = \frac{1}{4\pi}\oint_S \left[\frac{1}{\rho}\frac{V}{n} - V\frac{}{n}(\frac{1}{\rho})\right]dS \qquad (1-67)$$

若把（1－66）式乘上 1/4π，并与（1－67）式相加，则得：

$$V_P = \frac{1}{4\pi}\oint_S \left[G\frac{V}{n} - V\frac{G}{n}\right]dS \qquad (1-68)$$

式中

$$G = \frac{1}{\rho} + U \qquad (1-69)$$

是含 P（x, y, z）与 Q（x, y, z）两点的函数，称为格林函数，其中 P 是定点（观察点），Q 是变点，ρ为从 Q 至 P 的距离。

格林函数 G 在区域 v 内部，除了在 P = Q 点外到处满足方程式：

$$\Delta^2 G = 0$$

但在 P = Q 点上，格林函数有形状如 1 / ρ的奇异性。

在狄利克莱问题中，选择这样的函数 U，使

$$G|_S = 0$$

即

$$U|_S = -\frac{1}{\rho}$$

这样定出的函数就叫做：方程式 $\Delta^2 V = 0$ 的狄利克莱问题的点格林函数。格林函数给出方程 $\Delta^2 V = 0$ 的显式。事实上，由 (1－68) 式得：

$$V_P = \frac{1}{4\pi}\oint_S V\frac{G}{n}dS \qquad (1-70)$$

在诺伊曼问题中，选择这样的函数 U，使

$$\frac{G}{n}|_S = 0$$

即

$$\frac{U}{n}|_S = -\frac{}{n}(\frac{1}{\rho})$$

这样定出的函数 G 叫做：方程式 $\Delta^2 V = 0$ 的诺伊曼问题的点格林函数。事实上，由 (1－68) 式得：

$$V_P = \frac{1}{4\pi}\oint_S G\frac{V}{n}dS \qquad (1-71)$$

现在讨论半空间的情况。求一个在半空间 $z>0$ 上的调和函数 V (x, y, z)。设在已知半平面 $z=0$ 上的边值为

$$V|_{z=0} = f_1(\xi\ \eta) \qquad (狄利克莱问题)$$

$$\frac{V}{n}|_{z=0} = f_2(\xi\ \eta) \qquad (诺伊曼问题)$$

这是重力测量中的空间解析延拓问题，需要解上述两类问题。

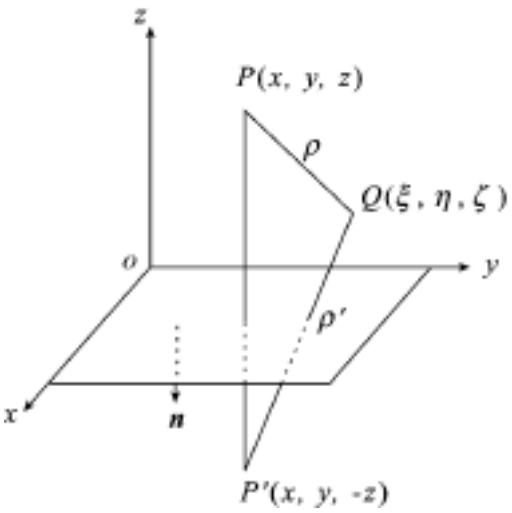


图 1－14　重力解析延拓

设 ρ为由变点 Q (ξ η ζ) 到定点 P (x, y, z) 的距离 (图 1－14)。其中，$z>0$；ρ是由变点 Q (ξ η ζ) 到点 P′(x, y, －z) 的距离，P 是 P 的对称点。$\frac{1}{\rho'}$是点 Q 的调和函数，因为 P 位于这个半空间之外。若 Q 出现在 Oxy (地表) 平面 $z=0$ 上，则显然有 $\frac{1}{\rho'} = \frac{1}{\rho}$。

在解狄利克莱问题时，格林函数显然有下列形式：

$$G = \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho'} \qquad (1-72)$$

式中：

$$\rho = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$$

$$\rho' = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta)^2}$$

这样就可以满足在界面上时，$G|_S = 0$ 的条件。对于半空间 $z>0$ 来讲，平面 $z=0$ 的向外法线的方向是与 oz 轴相反的方向，这就是说 $\frac{}{n} = -\frac{}{\zeta}$ 因而

$$\frac{G}{n}|_S = -\frac{G}{\zeta}|_{\zeta=0} = -\left[\frac{z-\zeta}{\rho^3} + \frac{z+\zeta}{\rho^3}\right]_{\zeta=0}$$

$$= \frac{-2z}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2]^{3/2}}$$

所以半空间狄利克莱问题的解为

$$V_P = -\frac{1}{4\pi}\iint_S V\frac{G}{n}dS$$

$$= \frac{z}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f_1(\xi,\eta)}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2]^{3/2}}d\xi d\eta \qquad (1-73)$$

在解诺伊曼问题时，格林函数显然有下列形式:

$$G = \frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}, \qquad (1-74)$$

这样就可以满足 Q 点在界面 oxy 上时

$$\frac{G}{n}\Big|_S = -\frac{G}{\zeta}\Big|_{\zeta=0} = -\left[\frac{z-\zeta}{\rho^3}-\frac{z+\zeta}{\rho'^3}\right]_{\zeta=0} = 0$$

的条件。同时

$$G\Big|_S = \left[\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}\right]_{\zeta=0} = \frac{2}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2}}$$

所以半空间诺伊曼问题的解为

$$V_P = \frac{1}{4\pi}\iint_S G\frac{V}{n}dS$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f_2(\xi,\eta)}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2}}d\xi d\eta \qquad (1-75)$$

第九章的重力解析延拓及高次导数计算要用到这些公式。

第三节　地球的形状

据 Bott（1982）介绍，牛顿首先提出地球由于其旋转，应当是一个旋转椭球体；而且在两极稍微平坦，即为一个扁的椭球体。法国大地测量学家卡西尼（Cassini）倾向于相反的观点，即赤道是平坦的；而两极膨胀，好像是一个鸡蛋。为了研究地球的形状，18 世纪 30 年代，一支法国大地测量队被派到赤道附近的秘鲁（Peru）和芬兰北部的 Lapland（大约北纬 68°），测量靠近赤道和一个极处地球表面的曲率半径。他们采用三角测量，测量了沿地球表面在南北方向的一段弧长；同时采用天文测量测量了弧的两端铅垂线方向的偏差。计算出的靠近极地和赤道处的曲率半径表明，如牛顿预测的那样，地球在两极是平坦的。下面从理论上也可以说明两极平坦的情况。一个旋转的密度均匀的流体的表面只受到它自己的引力及离心力的作用，结果形成一个旋转椭球体。因为密度向地球中心是增加的，所以造成与均匀椭球体的偏差。因此，只要地球处在流体静力平衡状态，其形状应当非常接近于两极平坦的旋转椭球体。

地球自然表面的形状比较复杂，然而它的表面大部分被海水覆盖，陆地上的地形起伏相对于海平面的高度或与地球平均半径相比，其值甚微。所以，在研究地球形状时，人们把平均海洋面顺势延伸到大陆所形成的封闭曲面，即大地水准面的形状，作为地球的基本

形状。这个形状的一级近似，可视为平均半径为 6376 km 的正球面。二级近似是一个两极半径略小于赤道半径的二轴椭球面。因此，地球形状的研究分为下列两部分：①确定椭球面的形状和大小；②确定大地水准面与这个椭球面的偏差。椭球面的形状由其扁率定义，并根据下式计算：

$$f = (a - c)/a$$

式中：f 是扁度；a 是平均赤道半径；c 是极半径。

确定地球扁率的老方法是用大地测量度量地球的曲率半径。现在一种更好的方法是根据测量地球重力场或重力位随纬度的变化来推算扁率。在 20 世纪 60 年代以前，应用了海面重力随纬度的变化；但是现在应用人造卫星轨道对重力变化的响应，大大地提高了这个方法的精度。假定对于径向对称地球，与地心距离为 r 的地球外部一点处的重力位为 GM/r，G 是引力常量，M 是地球的质量。一个人造卫星会精确地保持椭圆轨道。然而，地球不是一个完全的球体，由于赤道的膨胀及横向密度不均匀，所以沿纬度线的平均重力位必须写作：

$$W = (GM/\rho)[1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n P_n(\cos\theta)] \qquad (1-76)$$

式中：θ是与北极的角距离（大约为余纬度，即 90°- 纬度）；J_n 是常数；$P_n(\cos\theta)$ 是以 cosθ为变量的 n 阶勒让德（Legendre）多项式。扁率可以以适当的精度根据系数 J_2 由下列关系计算：

$$f = \frac{3}{2}J_2 + \frac{1}{2}m + \frac{15}{28}mJ_2 + \frac{9}{8}J_2^2 + \frac{3}{56}m^2$$

式中：$m = \omega^2 a^3 (1 - f)/GM$；ω是地球旋转角速度；M 大约是向心加速度与赤道处海平面重力之比。应用几个具有不同轨道倾斜的卫星，可以精确地确定 J_2，然后得到扁率 f。

牛顿计算出的地球密度均匀情况下的扁率 f 值是 1/230。在 18 世纪，法国大地测量队得到的扁率观测值，其范围从 1/310 到 1/178。在用卫星观测之前，杰弗雷（Jeffreys，1959）根据地表重力测量得到的一个典型的有代表性的估计值为 1/297.3，其精度为 1/300。卫星轨道观测得到的估计值为 1/298.257，其精度大约为 1/200000（Moritz，1976）。地球的平均赤道半径为 6378.140 km，极半径为 6356.755 km。

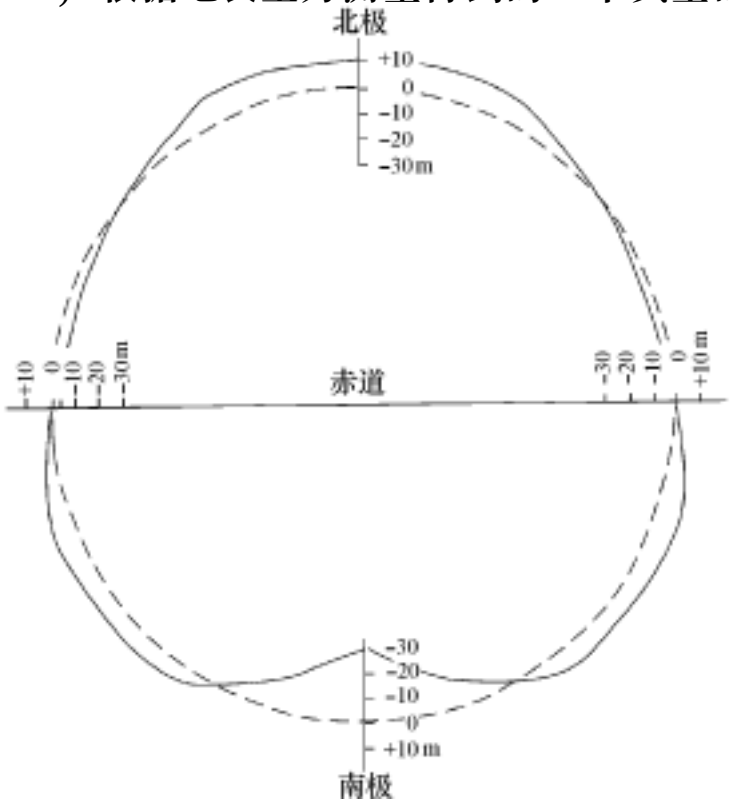


图 1－15　地球大地水准面的形状

（引自 Bott，1982）

现在研究大地水准面与椭球面的偏差。这个偏差通常根据地球表面重力的变化用斯托克斯（Stokes）定理估计（Jeffreys，1976）。这样的方法对于比较小的局部变化，例如小于 2000 km 距离内的变化，仍然是最好的。大地水准面的更长波长的变化，能够根据适当的人造卫星轨道参数进行最精确的确定。一种方法采用卫星雷达测高直接确定海平面高度的方法（Marsh and others，1976），得到了精确的海洋大地水准面图。图 1－15 表示在任意经度附近地区的大地水准

面（实线）与椭球面（虚线）的平均偏差。此图显示出大地水准面为一梨形体面。与椭球面相比，在北极地区大地水准面要高出椭球面逾 10 m，在南极地区凹进了逾 20 m；而赤道的膨胀超过了 20 km。

根据卫星数据并补充了地面重力测量的全球大地水准面如图 1－16 所示（Bott，1982）。

实际上大地水准面的形状远比梨形体面复杂，因此现在地面上某点的高度并不是从大地水准面起算，而是从某一个参考椭球面起算。大地水准面到参考椭球面法线方向的距离，称为大地水准面的高程异常（图 1－16）。大地水准面的起伏，宏观地反映了地球的形状及地球内部物质密度分布的不均匀性，高程异常也可用来研究地球内部物质密度分布。

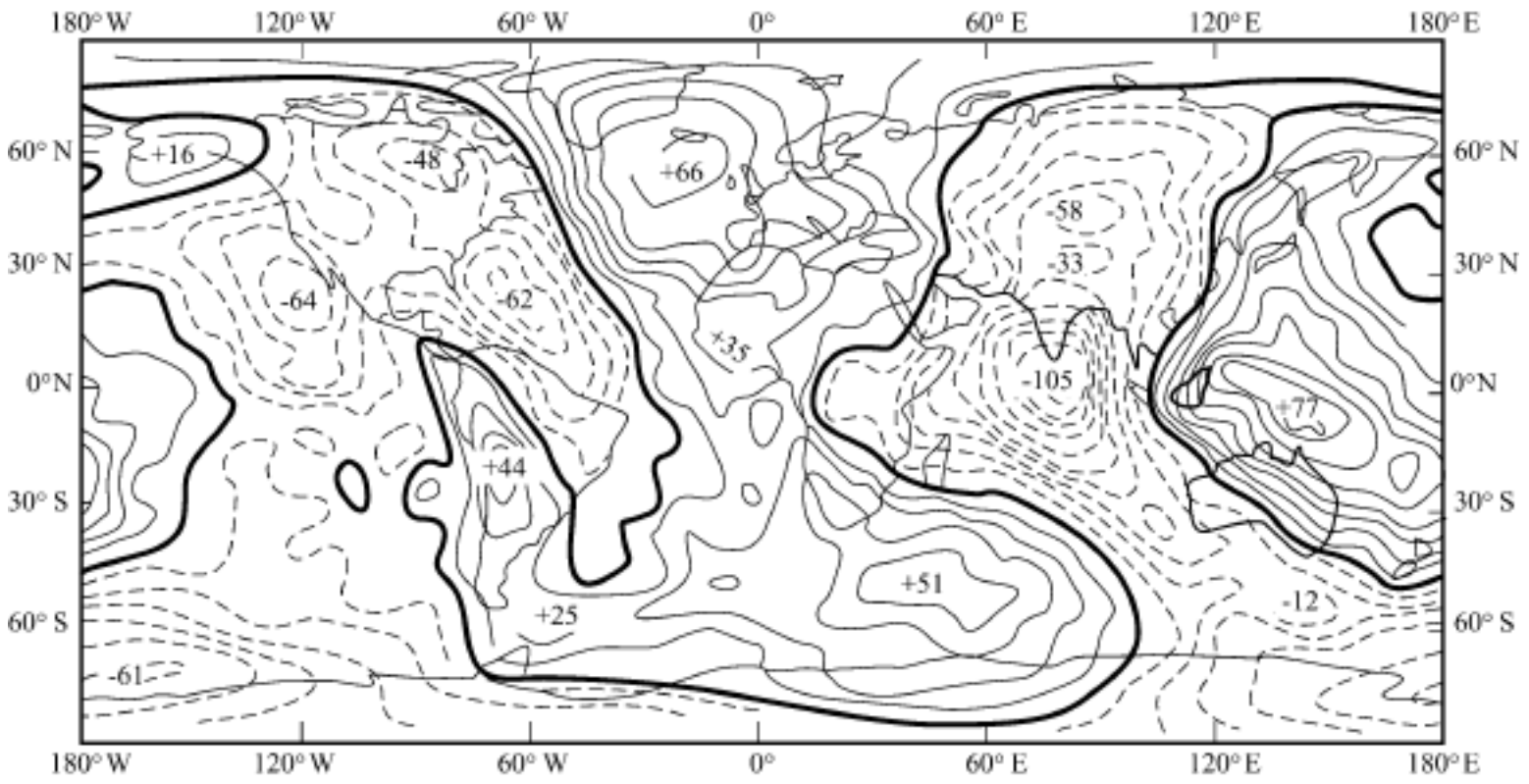


图 1－16　全球大地水准面高度图

（引自 Bott，1982）

参考椭球面扁率 1∶298.255，等值线距 10 m

习　　题

1. 试绘出图 1.1 中 A、B、C 各点的引力、惯性离心力和重力的方向。

2. 假定地球是一个密度均匀的正球体，位于球心处单位质点所受的引力应是多大？有人说，按牛顿万有引力定律，该处的引力应为无穷大（因为 $\lim\limits_{r\to 0}\frac{GM}{r^2}\to\infty$）。对不对？为什么？

3. 重力等位面上重力值是否处处相等？为什么？如果处处相等，等位面的形状如何？如果重力有变化，等位面的形状又有何变化？

4. 将地球近似看成半径为 6370 km 的均匀球体，若极地处重力值为 9.8 m/s^2，试估算地球的总质量为多少？

图 1.1

第二章　重 力 异 常

应用重力勘探研究地质构造及寻找矿产资源，所根据的就是由重力观测值得到的重力异常。本章将介绍重力异常的概念，初步引入常用的自由空气重力异常及布格重力异常。

第一节　重力的变化

三百年前法国里歇发现地面上的重力加速度并不到处相同。此后，可以将重力测量学的发展史概括说成是测量重力的变化，并利用这种变化来研究地球的形状及内部结构的历史。

重力的变化包括随不同测点位置的空间变化以及同一测点的重力随时间的变化。引起重力空间变化的因素是：地球不是一个正球体，近似于两极压缩的扁球体，地表面又是起伏不平的，这将引起约 6×10^{4} g. u. （6000 毫伽）的重力变化；地球绕一定的轴旋转，这能使重力有 3.4×10^{4} g. u. （3400 毫伽）的变化；地下物质密度分布不均匀能引起几千 g. u. （几百毫伽）的重力变化。重力勘探法正是利用地下物质密度分布不均匀这一因素所引起的重力变化，研究地质构造和达到找矿勘探的目的。

重力在时间上的变化主要表现为：太阳、月亮等天体引力引起的重力的变化，它表现有一定的周期性，也称之为潮汐变化，其大小可达 3 g. u.；地球形状的变化和地下物质运动等引起的变化为非周期性的，也称非潮汐变化，其变化大小一般不超过 1 g. u.。由于重力在时间上的变化要比在空间上的变化小很多，而且需要很高的测量精度才能发现，因此研究起来很困难。1968 年美国制成测量灵敏度达到 0. 1 g. u. 的超导重力仪后，重力学从静力学阶段向动力学阶段过渡，地球重力场的研究开始从三维空间向四维空间（包括时间坐标）过渡。因此，我们不仅可以利用不同地点重力的变化来研究地质构造，还可以利用相同地点不同时间的重力变化来研究地质构造的运动。

第二节　正常重力公式

当地球的形状及其内部物质密度分布为已知时，应用重力位函数公式（1－43）可以求出地面上任一点的重力位。然而，地球表面的形状十分复杂，而地球内部的密度分布并不清楚，因此不可能直接利用公式（1－43）求得地球的重力位。为此，引入一个与大地水准面形状十分接近的正常椭球体来代替实际地球。假定正常椭球体的表面是光滑的，内部的密度分布是均匀的，或者呈层分布且各层的密度是均匀的，各层界面都是共焦点的旋转椭球面，这样这个椭球体表面上各点的重力位便可根据其形状、大小、质量、密度、自转的角速度及各点所在位置等计算出来。在这种条件下得到的重力位就称为正常重力位，求得的相应重力值就称为正常重力值。

确定正常重力位的方法很多，现在主要采用以下两种方法。

1）拉普拉斯方法。即将地球的引力位按球谐函数展开，取偶阶带谐前几项之和，再

加上惯性离心力位而得到。这时的正常椭球面是一个旋转的扁球面。

2）斯托克斯方法。即根据地球总质量 M，地球旋转角速度 ω、地球椭球的长半轴 a 和地球扁率 ε确定椭球面上及其外部的重力位。这时正常椭球面是一个严格的旋转椭球面。

由正常重力位推算得到的在正常椭球面（水准椭球面）上的重力公式称为正常重力公式。基本形式如下:

$$g_\phi = g_e(1 + \beta_1 \sin^2\phi + \beta_2 \sin^2 2\phi) \qquad (2-1)$$

$$\beta_1 = \frac{(g_p - g_e)}{g_e} \qquad (2-2)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{8}\varepsilon^2 + \frac{1}{4}\varepsilon\beta_1 \qquad (2-3)$$

式中：g_ϕ 为计算点的地理纬度 φ处的正常重力值；g_e 为赤道重力值；g_p 为两极重力值；β_1 称为地球的力学扁率；ε为地球扁率。

如何确定（2－1）式中 g_e、β_1、β_2 三个参数的数值，是多年来世界上大地测量学家和地球物理学家关注的问题之一。不同的学者所采用的参数值不同，就得到不同的计算正常重力值公式。其中比较常用的有:

1）1901～1909 年赫尔默特公式

$$g_\phi = 9.78030(1 + 0.005302\sin^2\phi - 0.000007\sin^2 2\phi) \quad m/s^2 \qquad (2-4)$$

2）1930 年卡西尼国际正常重力公式

$$g_\phi = 9.78049(1 + 0.0053884\sin^2\phi - 0.0000059\sin^2 2\phi) \quad m/s^2 \qquad (2-5)$$

3）1979 年国际地球物理及大地测量联合会推荐的正常重力公式

$$g_\phi = 9.780327(1 + 0.0053024\sin^2\phi - 0.000005\sin^2 2\phi) \quad m/s^2 \qquad (2-6)$$

（2－4）式多用于测绘部门；（2－5）式多用于勘探部门。20 世纪 80 年代以后决定全国统一使用（2－4）式。从（2－4）式与（2－6）式相比较可以看出，赫尔默特在约 80 年前推算出的公式与根据人造卫星资料推算出的公式相差是很小的。

从以上讨论可以看出:

1）地球的正常重力是人们根据研究的需要而确定的，不同的学者计算出的正常重力值还有所区别，因此它并不是客观上存在的确切的正常重力场。

2）正常重力值只与计算点的纬度有关，沿经度方向没有变化。

3）正常重力值在赤道处最小，在两极处数值最大，相差约 5×10^4 g. u.。

4）正常重力值沿经度方向的变化率与纬度有关，在纬度 45° 处的变化率最大。

第三节　重力异常的意义

一、重力异常概念

如上所述，地下物质密度分布不均匀引起重力随空间位置的变化。在重力勘探中，将由于地下岩石、矿物密度分布不均匀所引起的重力变化，或地质体与围岩密度的差异引起的重力变化，称为重力异常。还可以从不同的角度来定义重力异常。

实际上，观测的重力值中，包含了重力正常值及重力异常值两个部分。将实测重力值

减去该点的正常值，也能够得到重力异常。因此，某点的重力异常也可以定义为该点的实测重力值与由正常重力公式计算出的正常重力值之差，即

$$\Delta g = g - \gamma$$

式中的 g 为测点上的实测重力值；γ为该点上的正常重力值，由于测点不一定在正常椭球面上，因此不一定正好是上一节所说的正常重力值。

在重力勘探中不是根据一个点上的重力异常值的大小（也不可能只根据一个点的值），而是根据一条测线上或一块面积上的重力异常进行研究，这时关注的是一条测线或一定面积上的重力异常变化。当重力异常变化值为零时，也习惯上说没有重力异常。在一条测线或一块面积上以某一点的重力值作为正常值，而以其他测点的重力值与之比较得到的差值称为相对重力异常。

下面说明重力异常的含义及实质。

二、重力异常与剩余质量引力的关系

若在大地水准面上的 A 点进行观测，令地下岩石的密度均匀分布且都为 σ_0 时，其正常重力为 g_ϕ。当 A 点附近的地下有一个密度为 σ的地质体存在，且其体积为 V 时，这个地质体相对于四周围岩便有一个剩余密度 $\Delta\sigma$（图 2－1），其大小为 $\Delta\sigma = \sigma - \sigma_0$。

该地质体相对于围岩的剩余质量为 $\Delta\sigma \cdot v$。当 $\sigma > \sigma_0$ 时，则剩余密度 Δσ为正，或称地质体是“密度过剩”的，并引起正的重力异常；当 $\sigma < \sigma_0$ 时，则剩余密度 Δσ为负，或称地质体是“密度亏损”的，引起负的重力异常。若令这个地质体在 A 点引起的引力为 F，则在 A 点的重力 g 应为 g_ϕ 与 F 之和。由图 2－1 可以看出，由于 g_ϕ 的值达 10^7 g. u. 量级，而 F 的值最大仅达 10^3 g. u. 量级，所以 g 与 g_ϕ 两者的方向相差甚微，因而在 A 点的重力异常为

$$\Delta g = g - g_\phi = F \cdot \cos\theta \qquad (2-7)$$

式中的 θ为地质体剩余质量所引起的引力 F 与重力 g 之间的夹角。

可见，在重力勘探中所称的由某个地质体引起的重力异常，就是地质体的剩余质量所产生的引力在重力方向或者铅垂方向的分量。因此，重力异常实质上就是引力异常。如果有多个地质体存在，在一个测点处的重力异常就是各个地质体在这个测点引起的引力异常在铅垂方向的叠加。

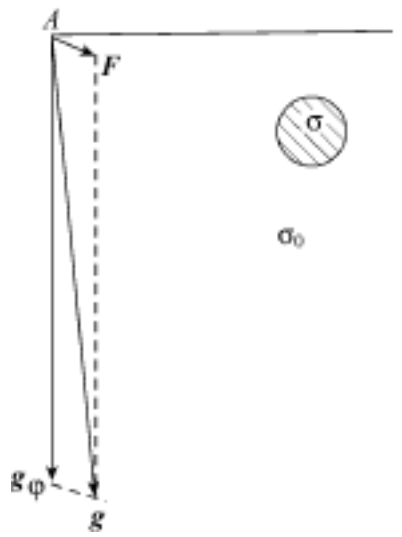


图 2－1　重力异常与剩余质量引力的关系

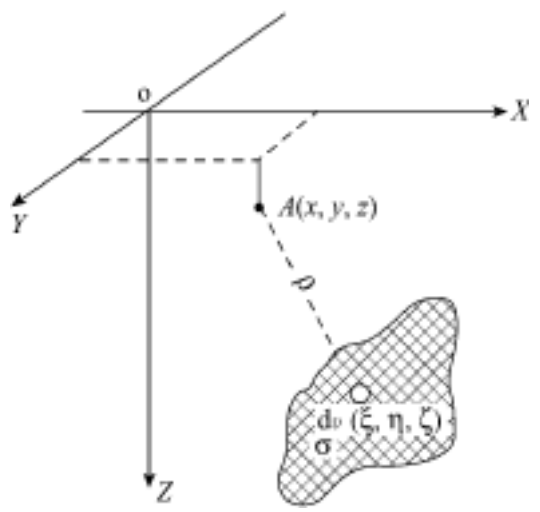


图 2－2　地质体重力异常的计算

三、计算重力异常的基本公式

计算某个地质体所引起的重力异常，可以首先根据牛顿万有引力公式计算地质体的剩余质量所引起的引力位，然后再求出引力位沿重力方向的导数，便得到重力异常。

以地面上某一点 O 作为坐标原点，Z 轴铅垂向下，即沿重力方向，X、Y 轴在水平面内，见图 2－2。

若地质体与围岩的密度差（即剩余密度）为 σ，地质体内某一体积元 $dv = d\xi d\eta d\zeta$，其坐标为（ξ η ζ），它的剩余质量为 dm，则

$$dm = \sigma dv = \sigma d\xi d\eta d\zeta$$

令计算点 A 的坐标为（x，y，z），剩余质量元到 A 点的距离为

$$\rho = [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{1/2}$$

则根据（1－38）式，地质体的剩余质量对 A 点的单位质量所产生的引力位为

$$V(x, y, z) = G \iiint_v \frac{\sigma d\xi d\eta d\zeta}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{1/2}} \qquad (2-8)$$

式中：v 为地质体的体积。

因为选择的 Z 的方向就是重力的方向，所以重力异常就是剩余质量的引力位沿 Z 方向的导数，即

$$\Delta g = \frac{V}{z} = V_z = G \iiint_v \frac{\sigma(\zeta - z) d\xi d\eta d\zeta}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{3/2}} \qquad (2-9)$$

如果地质体的形状和埋藏深度沿某个水平方向均无变化，且沿该方向是无限延伸的，这样的地质体称为二度地质体。如将（2－9）式中的 Y 轴方向选作为二度地质体的延伸方向，η 的积分限由 $-\infty$ 到 $+\infty$，并令 y = 0，就可得到在沿 X 方向剖面上计算二度体重力异常的基本公式。当剩余密度是均匀的时，则可提到积分符号之外，即有

$$\Delta g(x, z) = 2G\sigma \iint_S \frac{(\zeta - z)}{(\xi - x)^2 + (\zeta - z)^2} d\xi d\zeta \qquad (2-10)$$

式中：S 为二度体的横截面积。

我们还可以推导出计算重力异常垂向梯度或重力垂向梯度异常的基本公式为

$$\frac{\Delta g}{z} = V_{zz} = G\sigma \iiint_v \frac{2(\zeta - z)^2 - (\xi - x)^2 - (\eta - y)^2}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{5/2}} d\xi d\eta d\zeta \qquad (2-11)$$

计算重力异常水平梯度或重力水平梯度异常的基本公式为

$$\frac{\Delta g}{x} = V_{xz} = 3G\sigma \iiint_v \frac{(\zeta - z)(\xi - x)}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{5/2}} d\xi d\eta d\zeta \qquad (2-12)$$

$$\frac{\Delta g}{y} = V_{yz} = 3G\sigma \iiint_v \frac{(\zeta - z)(\eta - y)}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{5/2}} d\xi d\eta d\zeta \qquad (2-13)$$

计算重力异常垂向二次导数或重力垂向二次导数异常的基本公式为

$$\frac{\partial^2 \Delta g}{z^2} = V_{zzz} = G\sigma \iiint_v \frac{(\zeta - z)[6(\zeta - z)^2 - 9(\xi - x)^2 - 9(\eta - y)^2]}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{7/2}} d\xi d\eta d\zeta \qquad (2-14)$$

第四节　自由空气重力异常及布格重力异常

根据重力观测值，可以计算出地质体引起的重力异常。在重力勘探中，针对不同的地质任务，可以得到不同的异常，例如自由空气重力异常，布格重力异常及均衡重力异常等。由重力观测值计算这些异常的方法将在第五章详细叙述。此处简单介绍这些异常的意义。

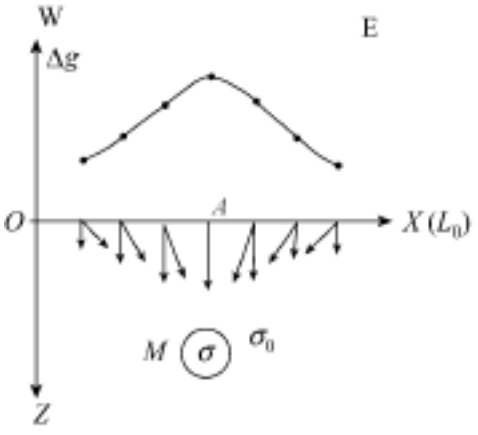


图 2－3　平坦地形的球体异常

在一个地形平坦地区布置一条东西方向的测线（图 2－3）。假设在地下有一个密度为 σ 的球体，围岩的密度为 σ_0，而且 $\sigma > \sigma_0$。这个球体在测线上各点引起的引力垂直分量如图 2－3 所示。这些引力垂直分量即是球体在各点引起的重力异常。由于这是一条东西方向的测线，所以各点的正常重力值是相等的。根据各点重力异常的大小做出的曲线，清楚地反映出球体的存在及水平位置。

因为球体比围岩的密度大，所以球体的剩余质量为正。这个情况可以设想为在密度为 σ_0 的围岩背景上，“贴”上了一个密度为 $\Delta\sigma = \sigma - \sigma_0$ 的球体。如果存在的球体与围岩之间没有密度差，就不会引起重力异常，即各点处引力的垂直分量为零。如果球体比围岩的密度小，球体的剩余质量为负，这个情况可以设想为在密度为 σ_0 的围岩背景上，“挖”了一个球体“空洞”；这个“空洞”在各点引起负的重力异常，而负重力异常相应的引力方向是垂直向上的。

如果一条南北向测线处在一个地形起伏的地区（图 2－4）。与图 2－3 所示的情况不同，在测点处得到的重力值就不可能是纯粹由球体引起的重力异常，即各点重力值之间的差异不完全是由各点与球体的距离差异造成的。只有消除了由研究目标球体之外的因素引起的重力变化，即进行各项校正，才能得到球体的重力异常。

把图 2－3 与图 2－4 比较可以发现，在地形起伏面 T 上观测得到的重力值，既有由球体引起的重力异常，也包含了地形起伏 T 以及它与基准面 L_0 面之间厚度变化的物质的影响，而且在 T 面上不同的测点（例如 A 和 B 点）受到的影响不同，同时它们的高程也不相同。为了得到由球体引起的重力异常，必须消除地形起伏的影响，即把图 2－4 中 A、B 两点的重力值换算到 L_0 水平面的 A′、B′点处。为此，需要进行下列处理：①“去掉”过 A 或 B 点水平面 L_A 或 L_B 以上物质的重力效应，并“填满”每个水平面与 T 面之间凹陷的重力影响，这种处理称为地形校正。②消除过 A 或 B 点水平面 L_A 或 L_B 及基准面 L_0 面之间水平物质层（经过地形校正后）的影响，这种处理称为中间层校正。③消除 A 或 B 点与基准面 L_0 面之间高度的影响，这种处理称为高度校正，或自由空气校正（意为在测点与基准面之间，除了“空气”之外，没有别的物质存在）。中间层校正及高度校正合称为布格校正。

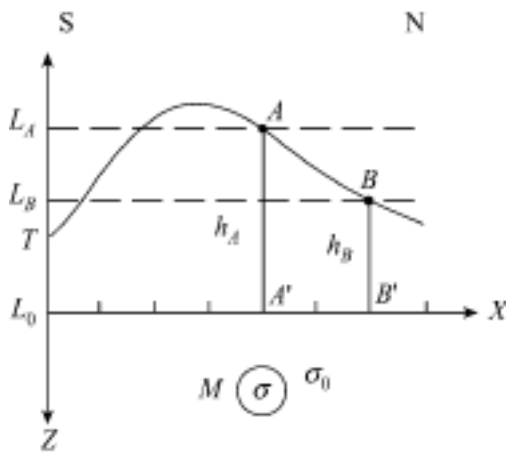


图 2－4　起伏地形观测面示意图

重力观测值经过高度校正或自由空气校正得到的重力值称为自由空气重力异常；经过高度校正及中间层校正得到的重力值称为布格重力异常；如果还进行了地形校正，某些作

者称为完全布格重力异常。关于上述中间层校正、高度校正及布格校正的定义，是我国、俄罗斯及某些国家的提法；美国一些西方国家把中间层校正定义为布格校正，布格校正为联合（或综合）高度校正（内特尔顿，1987）。

对于这条南北向（包括非东西向）的测线，还要根据正常重力公式进行正常场（纬度）校正。

这些校正的具体做法及各种异常的意义将在第五章详细叙述。

除了自由空气重力异常及布格重力异常外，还有均衡重力异常，这是根据某些地壳（地球）均衡假说对布格重力异常进行均衡校正而得，也将在第五章详细介绍。

习　　题

1.“引起重力变化的因素就是引起重力异常变化的因素。”这种说法对吗？为什么？

2. 从我国南沙群岛（约北纬5°）到黑龙江省漠河（约北纬54°），正常重力值变化有多大？请用赫尔默特公式计算。

3. 请用赫尔默特公式计算：①两极与赤道间的重力差是多大？②若不考虑地球的自转，仅是由于地球形状引起的极地与赤道间重力差为多少？

4. 假定沿某一剖面上各点的正常重力值其大小和方向皆相同，请示意绘出当地下存在有剩余密度小于零的球形地质体时，沿剖面各点的重力分布图。

5. 请考虑如图2.1所示的两种剖面情况，能否在地面上观测出有相对变化的重力异常来？这对重力勘探的应用条件提供了什么启示？

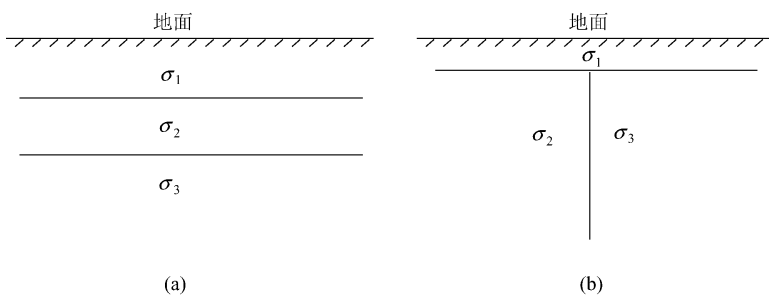


图 2.1

6. 请给出图2.2中各剖面内研究对象（划斜线的部分）的剩余密度值。

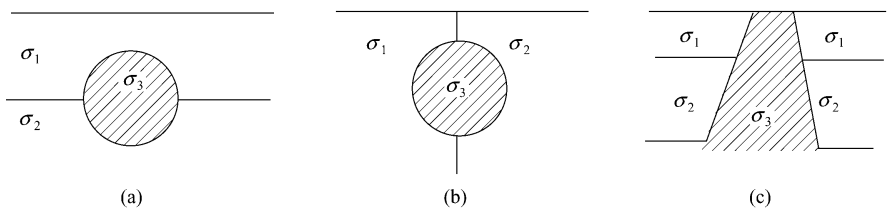


图 2.2

7.“同一质量的地质体在各处产生的重力异常应该都一样。”你能指出这一说法的正误吗？

8. 若有一剩余质量为 50×10^4 t 的球形矿体（可当作点质量看），当其中心埋藏深度为100 m时，请计算：

①在地面产生的异常极大值是多少？

②异常值为极大值的1/3的点距极大值距离为多少米？

③若该矿体与围岩密度分别为3.0 g/cm^{3}和2.5 g/cm^3，该矿体的实际质量是多少？

第二篇　重力仪器及测量方法

从观测地球重力场的变化到得到由地下密度分布不均匀引起的重力异常，需要必要的观测手段及系统的野外测量和资料整理，具体包括：①高精度的重力测量仪器；②野外重力测量；③根据测量的重力值计算重力异常；④密度数据的测量及分析。这些内容涉及具体的仪器操作及计算，实验课及野外实习是重要的学习方式，本篇首先从理论上进行介绍。

第三章　重力测量仪器

重力法的应用范围在很大程度上取决于重力测量所使用的仪器。在石油和矿产勘探以及构造研究等领域使用的相对重力测量仪器——重力仪，决定重力法所能解决的问题，甚至决定重力法应用的发展进程。

凡与重力有关的物理现象，原则上说都可以用来测定重力值。根据测量的物理量的不同，重力测量可分为动力法和静力法两类。动力法观测的是物体的运动状态（时间与路径），用以测定重力的全值（绝对重力值）；而静力法则是观测物体的平衡状态，用以确定两点间的重力差值（相对重力值）。通常说的重力仪就是这种用做相对测量的仪器。

本章简要介绍重力测量的原理和绝对重力仪，着重讨论重力仪的一般原理，国产ZSM型石英弹簧重力仪的原理和结构；介绍目前世界上应用得最广泛的LaCoste－Lomberg金属弹簧重力仪；简要介绍海洋、航空、井中重力仪。

第一节　绝对重力测量仪器

当前国际上研制的测定绝对重力值的仪器，其原理都是根据自由落体定律，具体又可分为自由下落法和对称自由运动法（又称上抛法）。

一、自由下落法绝对重力仪

如图3－1所示，在任意时刻t自由落体的运动方程式为

$$h = h_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \qquad (3-1)$$

式中：h_0 是落体的起始高度，t是从起始高度起算的下落时间，v_0 是下落时初速度，g是重力。

由于式中含有 h_0、v_0 和g三个未知数，故必须测定三组 h_i 和 t_i 值，由（3－1）式解出g值。设自由落体在三个位置上的参数分别为 t_1，h_1；t_2，h_2 和 t_3，h_3，并设 $x_1 = h_1 -$

h_0，$x_2 = h_2 - h_0$，$x_3 = h_3 - h_0$，按（3－1）式可得：

$$x_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2 \quad x_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2} g t_2^2 \quad x_3 = v_0 t_3 + \frac{1}{2} g t_3^2 \qquad (3-2)$$

将上式中的第二、第三式分别减去第一式，再令 $S_1 = x_2 - x_1$，$S_2 = x_3 - x_1$；$T_1 = t_2 - t_1$，$T_2 = t_3 - t_1$，在消去 v_0 后可简化求得：

$$g = \frac{2\left(\frac{S_2}{T_2} - \frac{S_1}{T_1}\right)}{T_2 - T_1} \qquad (3-3)$$

这就是下落法求 g 值的实用公式。为了精确地测定 S 值，采用了激光干涉系统，其原理如下（图3－2）。主体直角棱镜 1 装在自由落体上，它的光心和落体的质心重合，由高度稳定的氦–氖激光器 2 射出的光束通过狭缝 3 和准直透镜 4 而投射至主分光镜 5 上。激光束分成两路，一路经主分光镜反射至主体直角棱镜 1；另一路则透过主分光镜，经反射镜 6 反射至固定参考主体直角棱镜 7，这两路光束分别经棱镜 1 和 7 的折射，再通过主分光镜 5、反射镜 8 和透镜 9 一起反射进入光电倍增管 10。这种结构就是一台迈克尔逊干涉仪。在落体的下落过程中，由于两光束的光程差不断改变，它们在空间叠加时就形成明暗交替的干涉条纹，这个光程差就是落体下落距离的变化。只要记录出干涉条纹数目，由下式即可求得自由落体下落的距离

$$S = N \frac{\lambda}{2}$$

式中：λ为激光波长，N 为干涉条纹数。

干涉条纹数是用电子计数器计数，由光电倍增管输出。与此同时，对时间的记录则采用铯（铷）原子钟作频率标准。为了保证精度，减少空气阻力的影响，自由落体应安置在高真空度的容器内下落。

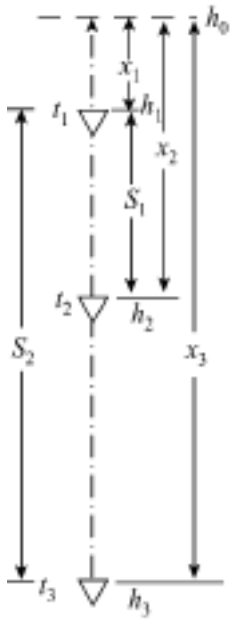


图3－1　自由下落法原理示意图

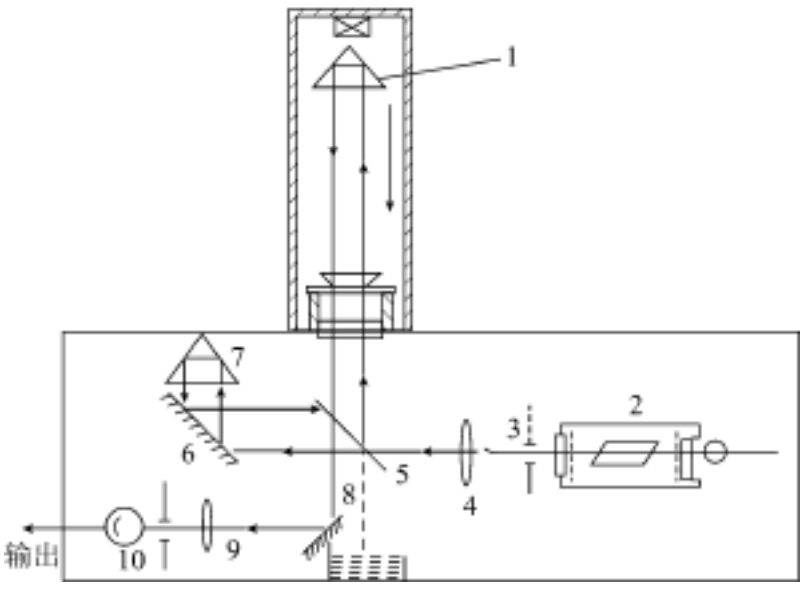


图3－2　激光干涉系统原理图

1～14 说明见文字

二、上抛法绝对重力仪

为了使绝对重力值测量达到 10^{-2} g. u. 级（微伽级）精度，近年来又出现了根据物体的上抛和下落运动来测定重力值的仪器，原理如下。

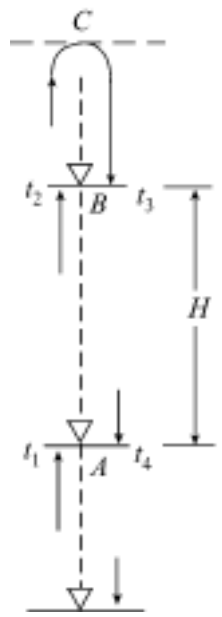


图 3－3　上抛法原理示意图

如图 3－3 所示，设在铅垂方向上有两个位置 A 和 B，AB 间距离为 H。物体上抛至 A 位置的时刻为 t_1，速度为 v_1；至 B 位置的时刻为 t_2，速度为 v_2；到达最高点 C 时速度为零。然后下落至 B 点的时刻 t_3，速度仍是 v_2；下落至 A 点的时间为 t_4，速度仍是 v_1。若该物体仅受重力作用，则由能量守恒定律可得:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgH \qquad (3-4)$$

因为在上抛、下落运动中，物体上下经过对称位置时的速度是相等的，所以有

$$v_1 = \frac{1}{2}g(t_4 - t_1) \qquad v_2 = \frac{1}{2}g(t_3 - t_2)$$

将 v_1，v_2 代入（3－4）式中便得到:

$$g = \frac{8H}{(t_4 - t_1)^2 - (t_3 - t_2)^2}$$

若以 $H = \frac{1}{2}N\lambda$ 代入，则有

$$g = \frac{4N\lambda}{(t_4 - t_1)^2 - (t_3 - t_2)^2} \qquad (3-5)$$

由于上抛和下落时经过同一点的速度相同，所以落体受到残存空气阻尼和记时误差影响相似，从而能很好地消除这两种误差的系统性影响。这种仪器的测距及测时系统与下落法相似。

由于重力 g 是高度的函数，两种仪器所测定的重力值是什么高度上的值呢？可以证明：下落法测定的 g 值是自由落体质心起始位置以下 $Z = 2S_2/7$ 处的数值，S_2 为自由落体下落的全程；上抛法测出的 g 值是物体最高点以下 $Z = (H/2 + H_B)/3$ 处的数值。其中 H_B 为 B 点的高度。

三、国产绝对重力仪

我国是当今少数几个能进行绝对重力测量的国家之一。国家计量科学院从 1964 年开始研制下落式绝对重力仪，1979 年制成准确度为 ±1 g. u. 的固定式仪器。1980 年制造出 NIM－I 型可移式仪器，参加了在巴黎进行的国际比对，准确度约为 ±0. 2 g. u. 。1985 年后，又制造出 NIM－Ⅱ和 NIM－Ⅲ型可移式绝对重力仪。Ⅱ型仪器在参加巴黎的第二次国际比对中，准确度为 ±0. 14 g. u. ，重量也减轻至 250 kg。NIM－Ⅲ型仪器改进为“双下落”方案，即将自由落体放在小真空室内，下落时小真空室与物体一起在大真空室下落，使测量期间无内振源，以此提高精度。目前世界上最先进的可移式绝对重力仪为法国与意大利的产品，均采用上抛法，其准确度约为 ±0. 05 g. u. 。

第二节　相对重力测量仪器

为了测量重力的变化，或进行重力的相对测量，最轻便、最快速及最结实的野外仪器是由重荷及弹簧组成灵敏系统（传感器）的重力仪。自从20世纪30年代开始研究以来，已经设计了几十种这样的仪器（Chapin，1998）。几十年来，世界上比较流行的或者应用最广泛的传感器有两种：一种是以LaCoste和Romberg发明的以“零长弹簧”思想为基础而设计的倾斜零长金属弹簧传感器，其代表作是目前世界上应用最广泛的LaCoste－Romberg金属弹簧重力仪；另一种是石英零长弹簧传感器，如加拿大先达利（Scientrex）公司的CG－3型全自动重力仪及在我国曾经使用过的加拿大World－Wide重力仪和美国的Worden重力仪。20世纪50年代末至今由原地质矿产部北京地质仪器厂生产，并在我国得到广泛应用的ZSM型重力仪（精度达 $\pm 0.03 \times 10^{-5}$ m/s^2，比LaCoste和Romberg重力仪便宜约10倍），属于石英弹簧重力仪。

还有一种“虚弹簧设计”的传感器。它利用磁性悬浮物而不是弹簧，实现了作为弹簧仪器的相同的效果，而没有物理弹簧中所固有的缺点。在这个系统中，测量使重荷悬浮到零点所需要的电压，便得到重力测量值。此外，还有一些独特的测量重力的方法。

本节将叙述重力仪的一般原理，详细介绍国产ZSM型重力仪及美国LaCoste－Romberg重力仪。关于重力仪的现状及发展，请参考附录2及3（Chapin，1998；曾华霖，1999b）。

一、总论

（一）工作原理

一个具有恒定质量的物体在重力场中的重量随重力g值的变化而变化。如果用另外一种力或力矩（弹力、电磁力等）来平衡这种重力（即重量）或重力矩的变化，则通过对该物体平衡状态的观测，就有可能测量出重力的变化或两点间的重力差值。用于相对重力测量的重力仪就是根据物体平衡状态的观测测量重力的变化。按物体受力而产生位移方式的不同，重力仪可分为平移式和旋转式两大类。日常生活中使用的弹簧秤从原理上说就是一种平移式重力仪。若设弹簧的原始长度为S_0，弹力系数为k，挂上质量为m的物体后，其重量mg与弹簧形变产生的弹力大小相等（方向相反）时，重物处在某一平衡位置上，其平衡方程式为

$$mg = k(S - S_0) \tag{3－6}$$

式中：S为平衡时弹簧的长度。如果将该系统分别置于重力值为g_1和g_2的两点上，则弹簧的伸长量不同，平衡时弹簧的长度分别为S_1和S_2，由此可得同（3－6）式一样的两个方程式，将它们相减便有

$$\Delta g = g_2 - g_1 = \frac{k}{m}(S_2 - S_1) = C \cdot \Delta S \tag{3－7}$$

可见，只要k与m不变，两点间的重力差Δg就与重物的线位移差ΔS成正比。比例系数C称为重力仪的格值，用它就可以将重物的位移量换算成重力差。

（二）构造上的基本要求

假定上述弹簧秤式的重力仪，在重力全值（大约为10^7 g.u.）的作用下，弹簧伸长量

(即 $S - S_0$) 为 10 cm。一个半径为 50 m、中心埋藏深度为 100 m、剩余密度为 0.5 g/cm^3 的球体在其中心的正上方引起的最大重力异常大约为 2 g.u.，这样的重力变化只能引起弹簧长度变化 2×10^{-6} mm。可见，重力仪必须能够灵敏地感受到重力的微小变化，又要能够观测出这一变化。

不同类型重力仪的构造虽然差别甚大，但任何一台重力仪都有两个最基本的部分：一个是静力平衡系统，用来感受重力的变化，故又叫灵敏系统，是仪器的心脏；当重力变化时，系统中的平衡体（重荷）便会产生位移。另一个是测读机构，用来观察平衡体的移动，并测量位移的大小。根据平衡体的位移，可以换算出重力的变化。

对灵敏系统来说，必须具有较高的灵敏度以便感受出微小的重力变化；对测读机构来说，它应具备足够大的放大能力以分辨出平衡体微小的移动，能够测量较大的重力变化范围，以及读数与重力变化间的换算方法简单。

(三) 平衡方程式与灵敏度

有代表性的旋转式重力仪中灵敏系统如图 3－4 所示。图中，1 为带重荷 m 的摆杆，它与支杆 3 固结为一体，可绕旋转轴 O 转动，此旋转轴可以为水平扭丝或一对水平扭转弹簧。2 称为主弹簧，下端点与支杆 3 相接。这样，平衡体(摆杆与 m) 在重力矩和弹力矩的作用下可在某一位置达到平衡。设 M_g 表示平衡体所受的重力矩，它是 g 及对摆杆水平位置偏角 φ的函数；M_τ 表示平衡体所受的弹力矩，它仅是 φ的函数。在平衡体静止时，合力矩 M_0 为零，即

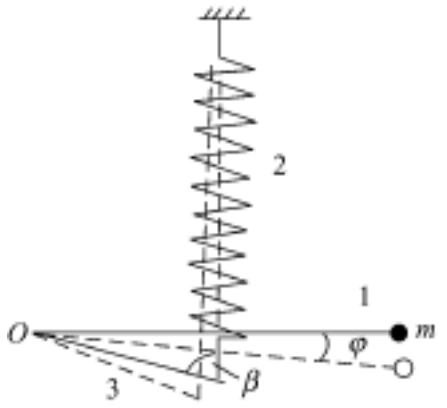


图 3－4　旋转式重力仪灵敏系统示意图

$$M_0 = M_g(g, \varphi) + M_\tau(\varphi) = 0 \qquad (3-8)$$

这就是重力仪的基本平衡方程式。从该式出发，可以讨论仪器的角灵敏度等问题。

所谓角灵敏度，是指单位重力的变化所能引起的平衡体偏角的大小。如果偏角越大，则表示仪器越灵敏。由 (3－8) 式可知，g 的变化将引起 φ的变化。为此，将该式对 g 和 φ微分得：

$$\frac{\partial M_g(g, \varphi)}{\partial g} dg + \frac{\partial M_g(g, \varphi)}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial M_\tau(\varphi)}{\partial \varphi} d\varphi = 0 \qquad (3-9)$$

稍加整理即可获得角灵敏度的表达式：

$$\frac{d\varphi}{dg} = -\frac{\dfrac{\partial M_g(g, \varphi)}{\partial g}}{\dfrac{\partial M_g(g, \varphi)}{\partial \varphi} + \dfrac{\partial M_\tau(\varphi)}{\partial \varphi}} \qquad (3-10)$$

因此，从原理上说，提高灵敏度有两个途径：一是加大上式中的分子，二是减少上式中的分母。前者的物理意义是要增大重荷 m 及平衡体质量中心至转轴 O 的距离 L，其结果会增加仪器的重量和体积，也使各种干扰因素的影响加大，故一般不采用。后者的物理意义是减小平衡系统的稳定性，但又不使其达到不稳定状态，即让分母趋于零而不等于零，则灵敏度可达到任意需要的程度。为实现这一要求，可采用加助动装置的方法，倾斜观测法以及适当布置主弹簧位置等方法。图 3－4 中主弹簧与平衡体的这种连接方式，即使主弹簧与支杆之间的夹角为锐角，就带有自动“助动”作用，且随着角的减小，灵敏度会逐步提高。

(四) 测读机构与零点读数法

由测读机构的作用可知，它应包括放大部分（如光学放大、光电放大或电容放大等装置）和测微部分（测微读数器或自动记录系统）。现代重力仪都是采用补偿法进行观测、读数，即采用零点读数法。这个方法的含意是：选取平衡体的某一平衡位置作为测量重力变化的起始位置（即零点位置）；重力变化后，第一步是通过放大装置观察平衡体对零点位置的偏离情况；第二步用另外的力去补偿重力的变化，即通过测微装置再将平衡体又调回到零点位置，通过测微器上读数的变化来记录重力的变化。

采用这种读数法，其优点有：扩大了直接测量范围，减小了仪器的体积，以相同的灵敏度在各点施测，读数换算较易于实现线性化等。

(五) 影响重力仪精度的因素及消除影响的措施

由于许多外界因素，例如温度、气压等以及仪器零件的不稳定因素都能使平衡体发生移动；而且这些影响比重力的作用大许多。所以，与提高仪器灵敏度相比，消除这些影响以保证重力仪的测量精度则是一个更为复杂的问题。

1. 温度影响

温度变化会使重力仪各部件热胀冷缩，各着力点间相对位置发生变化；弹簧的弹力系数和空气的密度（与平衡体所受浮力有关）也是温度的函数。以石英弹簧为例，它的弹性温度系数约为 120×10^{-6}，即温度变化 1℃时，相当于重力变化了 1200 g. u.（即重力全值 10^{7}g. u. 与弹性温度系数之积）。因此，克服温度变化的影响是提高重力仪精度的重要保证。目前为消除这一影响，采用：①研制与选用受温度变化影响小的材料作仪器的弹性元件；②附加自动温度补偿装置；③采用电热恒温使仪器内部温度基本保持不变。

2. 气压影响

气压变化会使空气密度改变而使平衡体所受的浮力发生变化，并在仪器内腔形成额外的气流。消除的方法有：①将弹性系统放在高真空容器内；②在与平衡体相反方向上加一个等体积矩的气压补偿装置。

3. 电磁力影响

用石英制成的摆杆，当它摆动时，会与残存的空气分子摩擦而产生静电，静电荷的不断累积将使仪器读数发生变化。为此，常在平衡体附近放一适量的放射性物质，使空气游离而导走电荷。对于金属弹簧重力仪来说，如果用含铁磁性材料作元件，就会受到地磁场变化的影响。为此，要将弹性系统消磁，并用磁屏进行屏蔽。在野外观测时，借助指北针定向安放仪器，永远让摆杆顺着地磁场方向摆动。

4. 安置状态不一致的影响

由于重力仪在各测点上安置得不可能完全一样，因而摆杆与重力的交角就不会一致，从而使测量结果不仅包含有各测点间重力的改变值，还包含了摆杆与垂直方向交角不一致的影响。可以证明，为了使后者的影响降低到最小限度，应取平衡体的质心与水平转轴所构成的平面为水平时的平衡体位置作为重力仪的零点位置。为此，重力仪都装有指示水平的纵、横水准器和相应的调平脚螺丝，有的还装有灵敏度更高的电子水准器和自动调节系统。

5. 零点漂移

弹性重力仪中的弹性元件，在一个力（如重力）的长期作用下将会产生蠕变和弹性

滞后（弹性疲劳）等现象，致使弹性元件随时间推移而产生极其微小的永久形变。它严重地影响了重力仪的测量精度，带来了几乎不可克服的零点漂移。例如，当我们在一个点上进行观测后，过一段时间再在同一点上重复观测，即使消除了各种外界因素的影响，两次观测的结果仍不相同。重力仪读数的这种随时间而改变的现象称为零点飘移（或叫零位变化）。为消除这一影响，必须获得重力仪零点飘移的基本规律和在工作时间段内零点飘移值的大小，以便引入相应的校正。所以，在制造仪器时，应选择适当材料和经过时效处理，尽量使零点飘移小并努力做到使它为时间的线性函数。这一点，在恒温精度提高以后，是衡量重力仪性能好坏的重要标志。此外，在野外工作中，必须在一批重力值已知的重力基点网的控制下进行测量，才有可能进行零点校正。

（六）重力仪的分类

从构造上，重力仪可以分为平移式和旋转式两大类型；从制作材料上及工作原理上又可分为石英弹簧重力仪、金属弹簧重力仪、振弦重力仪及超导重力仪等；根据应用领域可以分为地面重力仪、海洋重力仪、航空重力仪以及井中重力仪等。

二、地面重力测量仪器

地面重力仪根据用途可分为两类：一是用于野外流动观测以获取测区内重力分布的资料；另一类是用于固定台站观测重力随时间的变化情况，用于天然地震预报研究、地下水位监测或作重力固体潮测量等 。下面介绍应用比较广泛的石英弹簧重力仪及金属弹簧重力仪。

（一）石英弹簧重力仪

石英弹簧重力仪的品种虽多，但工作原理相同（林润南，1983）。下面以国产 ZSM－V 型仪器为例予以介绍。

1. 仪器性能指标

观测精度	ε≤ ±0.3 g.u.
读数精度	≤ ±0.1 格
直接测量范围	约 1400 g.u.
测程范围	约 50000 g.u.
格　　值	0.9 ～1.1 g.u.
读数范围内格值变化	<1/1000
亮线灵敏度	16 ～20 格（约 16 ～20 g.u.）
恒温温阶	15℃，30℃，45℃
恒温精度	±0.2℃
零点漂移	45℃条件下≤1 g.u./h
电　　源	±2.5 V 电池组，功耗 <1 W
净　　重	6 kg

2. 仪器的构造

该仪器的主体结构如图 3－5 所示，它包括以下几部分。

罗孝宽，郭樟民。《应用地球物理学》第一篇　重力勘探，内部铅印，中国地质大学（武汉），1987。

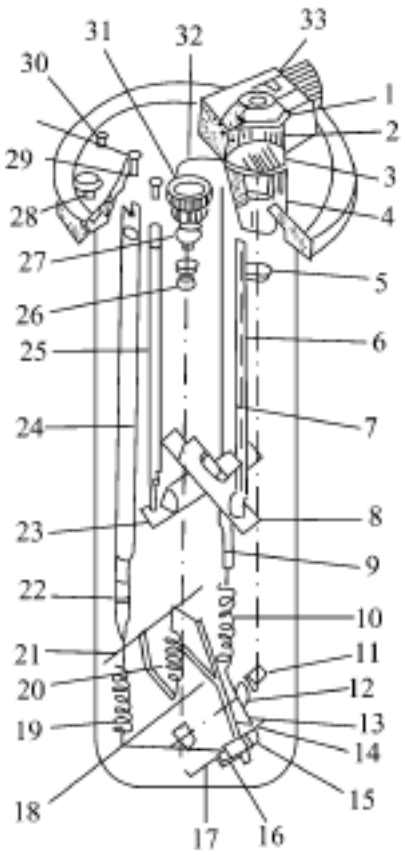


图 3－5　ZSM型重力仪主体结构图

1—目镜筒；2—目镜座；3—刻度片；4—纵水准器调节孔；5—场镜；6—计数器连杆；7—纵水准器调节连杆；8—纵水准器；9—读数测微螺丝；10—读数弹簧；11—棱镜；12—物镜；13—指示丝；14—温度补偿丝；15—温度补偿杆；16—温度补偿扭丝；17—测量扭丝；18—摆杆；19—测量弹簧；20—主弹簧；21—摆扭丝；22—测程测微螺丝；23—横水准器；24—测程调节连杆；25—横水准器调节连杆；26—聚光镜；27—灯泡；28—电源开关；29—横水准器调节孔；30—外接电源插孔；31—灯座；32—水准器望窗；33—计数器

(1)　弹性系统

弹性系统（图 3－6）位于仪器主体的底部（见图 3－5)。由重荷（铂环）1、摆杆 2、水平摆扭丝 3、主弹簧 4 及温度补偿装置（5、8、12、13)、读数弹簧 6、测程弹簧 10 等组成。除重荷及温度补偿丝为金属外，其他均用融熔石英制成，被一个石英矩形框架支撑并固定在密封容器的顶盖下。

(2)　光学系统

其结构见图 3－7，它是一个放大倍数约 200 的长焦距显微镜，由指示丝 7 形成的亮线影像指示平衡体的位置。当亮线与刻度片中的零线重合时，表示平衡体已处在零点位置。

(3)　测量系统

它由读数装置、测程调节装置及纵、横水准器等组成。读数装置如图 3－8 所示。测微螺丝 1 通过连杆 2 与仪器面板上的测微读数器 3 相连，转动测微器的旋钮可以带动测微螺丝旋转，它的底部压着一个钢球 4，4 的下面为导向装置 5，它连着读数弹簧 6。随着测微螺丝的旋转，导向装置带动读数弹簧伸缩，以改变主弹簧的弹力矩，从而将平衡体调回到零点位置，此时计数器上的数字即为仪器的读数。测程调节装置与读数装置不同之处在于测程弹簧 10 的弹力系数比读数弹簧的大数十倍，因而它的微小伸缩可以补偿较大的重力变化。此外，在同样的连杆 2 上是一个精密的螺丝（图 3－5 的 22、24)，可用相配的改锥进行测程的调节。

为保证仪器安置水平，在仪器中部装有相互垂直的两个水准器。上面的一个平行于摆杆，称为纵水准器；下面的一个平行于摆扭丝，称为横水准器。仪器主体外围绕有电热恒温丝，然后装入保温瓶内，保温瓶与金属外壳间充填有隔热材料。

3．平衡方程式

图 3－9 为简化后重力仪灵敏系统工作原理图。AB 为主弹簧，其弹力系数为 K，原始长度为 S_0，受力后的长度为 S，转轴 O 至主弹簧中轴线垂直距离为 D；平衡体质心至 O 的长度为 L，支杆 OB 长度为 r；m 为摆杆、支杆及重荷的总质量。以 O 为坐标原点，取摆杆在水平位置上方 α角时的位置作零点位置，并设由 O 至此时主弹簧下端点 B 的连线为 X 轴正方向，纵轴垂直 X 轴向上。为减轻主弹簧负担，事先给扭力系数为 τ的扭丝加的预扭角为 θ_0（从 E 开始逆时针旋至零点位置后再焊接在石英框架上)。

在重力作用下（图中系重力减小的情况)，设摆杆静止的平衡位置与零点位置夹角为 φ，则整个系统对转轴 O 产生的力矩分别为（取顺时针方向为正)

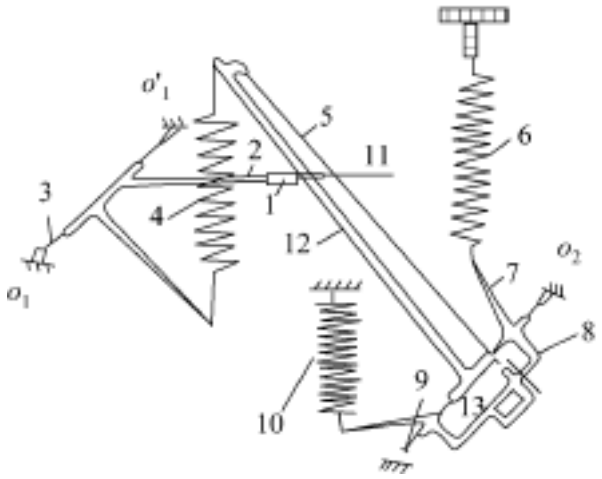


图 3－6　弹性系统结构图

1—负荷；2—摆杆；3—摆扭丝；4—主弹簧；5—温度补偿丝；6—读数弹簧；7—读数弹簧连杆；8—温度补偿框架；9—读数框架扭丝；10—测程调节弹簧；11—指示丝；12—温度补偿杆；13—温度补偿扭丝

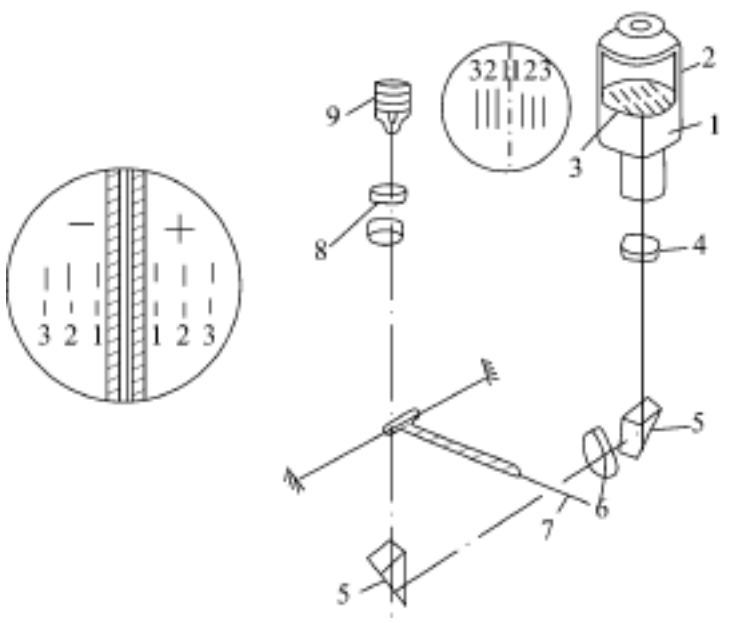


图 3－7　光学系统结构图

1—目镜座；2—目镜筒；3—刻度片；4—场镜；5—全反射镜；6—物镜；7—指示丝；8—聚光镜；9—灯泡

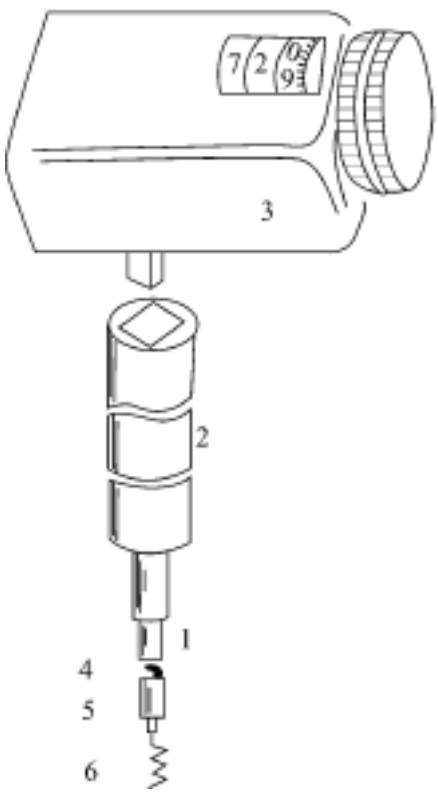


图 3－8　读数装置

1—测微螺丝；2—连杆；3—测微读数器；4—钢球；5—导向装置；6—读数弹簧

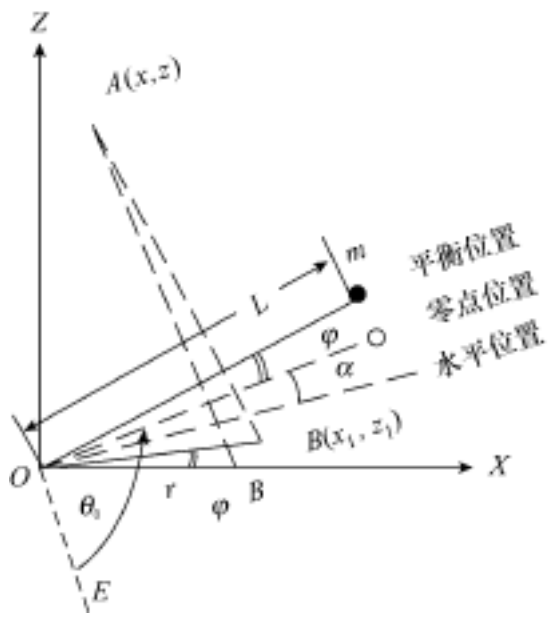


图 3－9　灵敏系统工作原理图

重力矩　　$M_g = mgL\cos(\phi + \alpha)$

扭力矩　　$M_\tau = -\tau(\phi + \theta_0)$

弹力矩　　$M_K = -K(S - S_0)\ D$

由解析几何可知:

$$S = [(x - x_1)^2 + (z - z_1)^2]^{1/2},\ D = (x_1 z - x z_1)/S$$

而 $x_1 = r\cos\phi$，$z_1 = r\sin\phi$，**所以在** $S_0 = 0$（**称零长弹簧**）**的条件下有** $M_K = -KSD = -Kr(z\cos\phi - x\sin\phi)$，**则系统的平衡方程式为**

$$mgL\cos(\phi+\alpha) - \tau(\phi+\theta_0) - Kr(z\cos\phi - x\sin\phi) = 0 \qquad (3-11)$$

当采用零点读数法时，有 $\phi=0$，上式变为

$$mgL\cos\alpha - \tau\theta_0 - Krz = 0 \qquad (3-12)$$

当取水平位置作零点位置时，又有 $\alpha=0$，则有

$$mgL - \tau\theta_0 - Krz = 0$$

或

$$g = \frac{\tau\theta_0 + Krz}{mL} \qquad (3-13)$$

(3－13) 式中仅 g 和 z 为变量，取微分得:

$$dg\big|_{\phi=\alpha=0} = \frac{Kr}{mL}dz \qquad (3-14)$$

(3－13) 式及 (3－14) 式表明，当平衡位置、零点位置都取在水平位置时，仪器的平衡状态仅与主弹簧上端点的 z 坐标有关，当重力变化时可以通过调节主弹簧上端点 z 坐标来使仪器重新回到水平位置。z 的改变是通过读数装置来完成，并可换算出重力的改变量，因而 (3－14) 式说明了这类仪器的测量原理。

在 (3－11) 式中，因为 g 的变化可引起 ϕ 的变化，对该式中的 g 与 ϕ 求微分，经整理可得到仪器角灵敏度表达式:

$$\frac{d\phi}{dg} = \frac{mL\cos(\phi+\alpha)}{\tau + mgL\sin(\phi+\alpha) - Kr(z\sin\phi + x\cos\phi)} \qquad (3-15)$$

应用零点读数法时，$\phi=0$，上式变成

$$\frac{d\phi}{dg}\Big|_{\phi=0} = \frac{mL\cos\alpha}{\tau + mgL\sin\alpha - Krx} \qquad (3-16)$$

显然，纵向倾角 α 不同时，仪器灵敏度不同，它们的关系示于图 3－10。当 $\alpha\to\alpha_0$ (水平面以上某一位置) 时，灵敏度趋于无限大，成为不稳定平衡；所以 α_0 就是用倾斜法提高灵敏度的临界角。正如前面已经指出的那样，取摆杆在某一倾斜角位置作零点位置，虽然可以使灵敏度达到预定要求，但因在各测点上安置状态不同会带来很大的误差，故通常不采用这种办法来改变仪器的灵敏度。

若取水平位置作零点位置，即 $\phi=\alpha=0$，(3－16) 式就简化成

$$\frac{d\phi}{dg}\Big|_{\phi=\alpha=0} = \frac{mL}{\tau - Krx} \qquad (3-17)$$

此时灵敏系统的连接方式可以简化如图 3－11 那样。从 (3－17) 式可见，这种条件下仪器的灵敏度仅仅与主弹簧上端点 A 的 x 坐标有关。当 x 减小，灵敏度会提高；当 $x = \tau/Kr$ 时，灵敏度会趋于无穷大。可见适当改变主弹簧上端点在坐标系中的位置 (沿 x 方向)，就可以获得理想的灵敏度，且不受倾斜因素的影响，这就是用来进行灵敏度调节的理论依据。

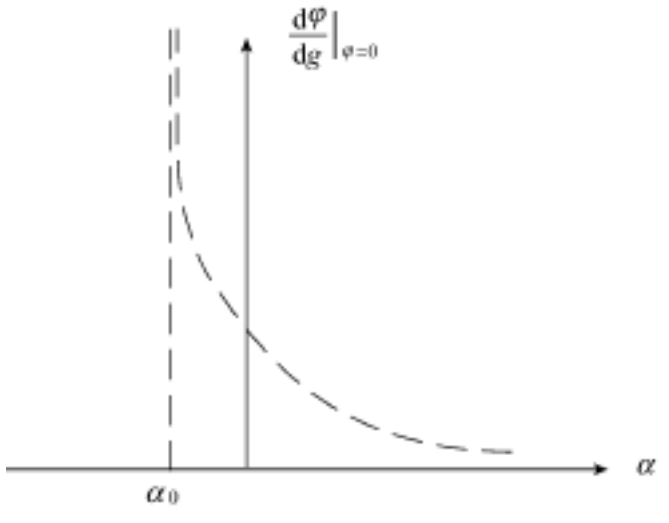


图 3－10　角灵敏度与 α 关系曲线

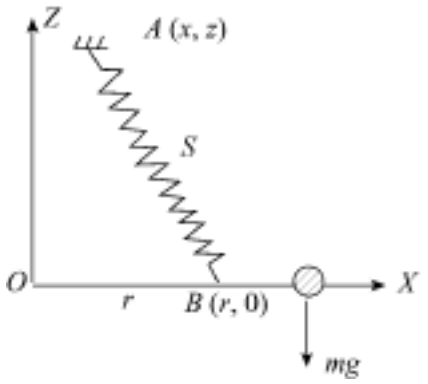


图 3－11　灵敏系统简化图

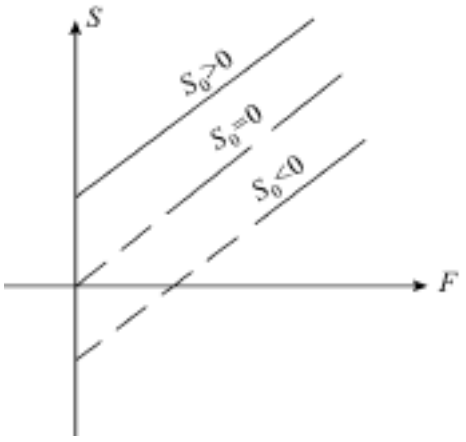


图 3－12　不同类型弹簧的应力与应变关系

最后要说明一点的是：根据不同的需要可以制造出不同 S_0 的弹簧，$S_0>0$，$S_0=0$ 和 $S_0<0$ 分别称正长弹簧、零长弹簧和负长弹簧，这都是从应力与应变的关系来区分的，见图 3－12。

国外同类型的石英弹簧重力仪主要有美国 TEXAS Instruments 公司制造的 WORDEN 型系列重力仪；加拿大 W. SODIN 公司生产的 410 型系列重力仪；加拿大 SCINIREX 公司制造的 CG－2 型、CG－2G 型重力仪，1987 年该公司又首次推出 CG－3 型全自动重力仪及 IGS－2/CG－4 型自动重力仪。CG－3 型全自动重力仪可自动读数、自动进行固体潮校正和自动倾斜补偿，直接测量范围不小于 70000 g. u.，电热恒温工作范围为 - 40℃～+ 50℃，在测点上获得的数据都存入仪器内的固体存储器中，以便送入打印机或计算机。仪器的核心部件是在一个电容器极板之间由石英弹簧悬挂的一个重荷，重荷位置与重力有关，改变电容器的电压使重荷与零点位置重合，测量这个电压即可换算出重力值。IGS－2/CG－4 型自动重力仪可实现一机多用，既可测重力；配备一台 MP－4 质子磁力仪的探头，又能测磁场。

(二) 金属弹簧重力仪

目前应用较多的金属弹簧重力仪主要有美国的拉科斯特-隆贝格重力仪及德国的 GS 型重力仪。

1. 拉科斯特-隆贝格 (L－R) 重力仪

由美国 LaCoste－Romberg 公司生产的拉科斯特-隆贝格 (L－R) 重力仪是当今世界上公认的性能好、精度高的仪器。该仪器分为 D 型 (勘探型) 与 G 型 (大地型) 两种。前者精度高；后者测程大，适用于全球测量而不需调测程。这种仪器采用了零长 (度) 弹簧作为主弹簧。

零长弹簧是拉科斯特大约在 1932 年设计的，是一种按特定条件制成的弹簧。这种弹簧的弹力与弹簧支点到力作用点之间的距离成比例，即弹力与弹簧的长度，而不是与它的伸长量成比例。这就意味着应力-应变曲线是一条通过原点的直线，好像弹力为“零”时对应的弹簧起始长度为零 (见图 3－12)。制作零长弹簧的办法是在制造弹簧时先施加一个预应力。例如把一个弹簧翻转，使得在弹簧拉开之前就需要一个初始力。用零长弹簧制成的重力仪，在理论上可以调节到无限大周期 (内特尔顿，1987；Nettleton，1976)。

(1) 技术指标

	D 型	G 型
测量范围	2000 g. u.	70000 g. u.
测量精度	0. 02 g. u.	约 0. 04 g. u.
零点漂移	约 5 g. u. /月 (使用 1 年以上)	约 5 g. u. /月 (使用 1 年以上)
	约 10g. u. /月 (使用 1 年以下)	约 10 g. u. /月 (使用 1 年以下)
重复性	约 0. 05 g. u.	约 0. 1 g. u.
电源	DC12V	DC12V
净重	3. 2 kg	3. 2 kg

(2) 仪器结构与工作原理

该仪器的弹性系统结构如图 3－13 所示。包括: 重块、秤臂、零长弹簧 (主弹簧) 及消震弹簧, 它们构成灵敏系统; 上下摆杆, 连杆; 测微螺旋等。当重力改变时, 秤臂倾斜; 旋转测微螺旋, 使摆杆上下倾斜, 带动主弹簧, 让秤臂回到零点位置。

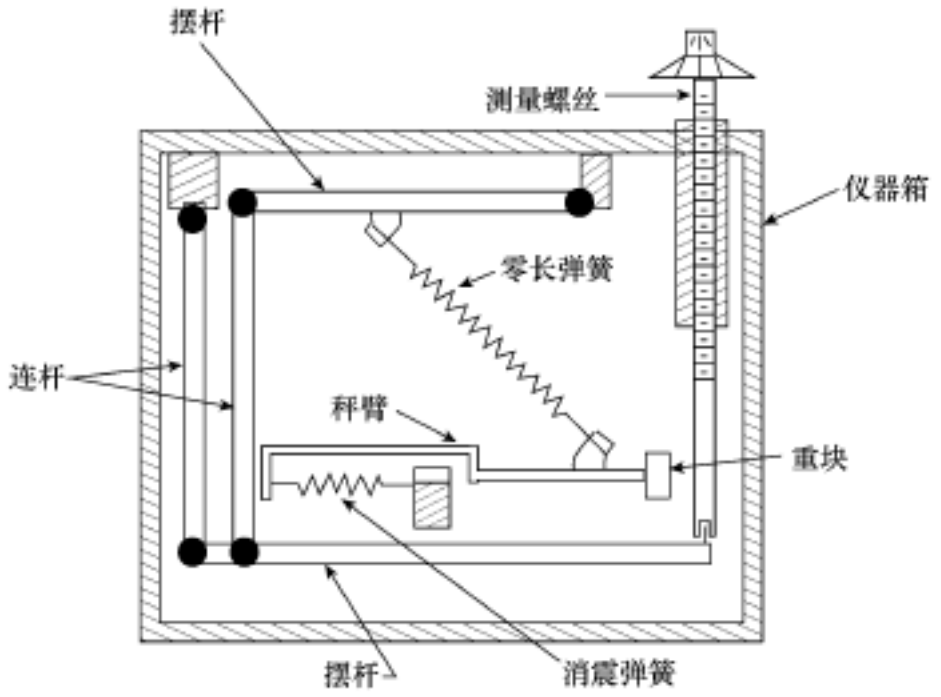


图 3－13　L－R 重力仪弹性系统结构图

(引自内特尔顿, 1987)

采用上下两根摆杆来传动, 主要作用是放大主弹簧的伸长量, 如对 G 型来说, 约为 116 倍。消震弹簧的作用有三: 一是使旋转轴 O 成为虚轴, 大大减小了摆系对旋转轴的摩擦系数; 二是削弱了振动影响, 使摆的约化长度保持不变; 三是旋转轴移至 O 点, 使摆长减小, 主弹簧上端点坐标 x 也减小, 从而提高了灵敏度。

图 3－14 为工作原理图, 秤臂 OB 从转轴 O 到质心的长度为 l; 主弹簧 A 端固定在 Y 轴上, 且让 OA = OB = 常数 b。主弹簧为零长弹簧, 其变形后长度为 L, 弹力系数为 K。设秤臂与 Y 轴夹角为 α, 则由图可知其平衡方程式为

$$mgl\sin\alpha = KLd \qquad (3-18)$$

d 为 O 点至主弹簧中轴线的垂直距离。

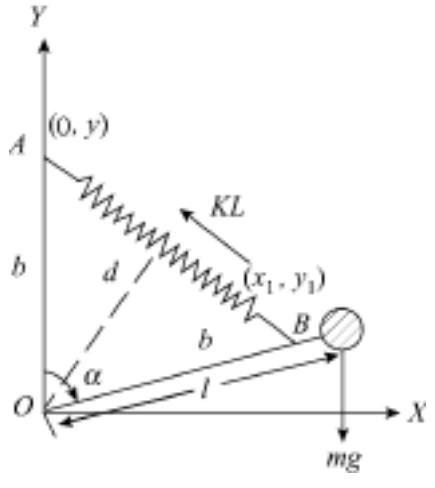


图 3－14　弹性系统工作原理图

因为 A 点坐标为 (0, y)，B 点坐标为 (x_1, y_1)，则由

$$d = \frac{x_1 y - x y_1}{L} = \frac{x_1 y}{L} \qquad (3-19)$$

代入 (3－18) 式中便有

$$mgl\sin\alpha = Kx_1 y \qquad (3-20)$$

因

$$x_1 = b\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = b\sin\alpha$$

代入 (3－20) 式得:

$$mgl\sin\alpha = Kby\sin\alpha,\ mgl = Kby$$

所以

$$\frac{dg}{g} = \frac{dy}{y} \qquad (3-21)$$

这即是该仪器测量重力变化的原理表达式。

将 (3－20) 式对变量 g, α, x_1 求微分得到

$$mgl\cos\alpha d\alpha + ml\sin\alpha dg = Kydx_1$$

因

$$dx_1 = b\cos\alpha d\alpha$$

故上式经整理后为

$$\frac{d\alpha}{dg} = \frac{ml\sin\alpha}{(mgl - Kby)\cos\alpha} \qquad (3-22)$$

可见，若采用零点读数法，观测时使 $\alpha \to \pi/2$，灵敏度就会趋于无穷大。

(3) 读数装置

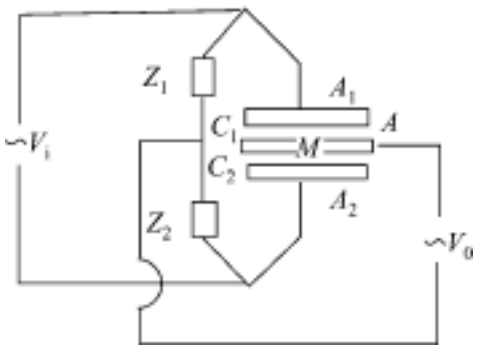


图 3－15　电容放大装置

L－R 重力仪弹性系统是装在由热敏元件控制的恒温箱内。它有两套读数装置，一套是人工光学读数装置，与 ZSM 型重力仪类似；另一套是与计算机相连的电容放大读数装置，见图 3－15。A 为平衡体的负荷，A_1、A_2 为两块金属板，它们和 A 组成两个平行板电容器 C_1 和 C_2；Z_1 和 Z_2 为电桥中两个阻值一定的电阻，V_i 为输入频率稳定的电信号，V_0 为输出的电信号。当 A 位于 A_1 与 A_2 正中间时，$C_1 = C_2$，$Z_1C_1 = Z_2C_2$，电桥平衡，无输出信号；在重力变化后，负荷 A 有位移，使 $C_1 \neq C_2$，则 $V_0 \neq 0$。该信号被送入锁相放大器中，经放大、整流、滤波而后送入记录仪中，用放大了的电流推动记录笔在记录仪上自动记录下来。

2. GS 型重力仪

另一类金属弹簧重力仪是由前西德 ASKANIA 仪器厂生产的 GS 型系列仪器。较新型号是 GS－15。GS－15 型重力仪精度高，可达到 ±0.1 g.u. 以上，直接测量范围为 8000 g.u.，测程范围为 60000 g.u.。仪器采用双层恒温，体积较大，宜在固定台站工作。零点漂移可小于每月 1 g.u.。该类仪器型号虽多，但结构上差异不大，现以 GS－11 型重力仪

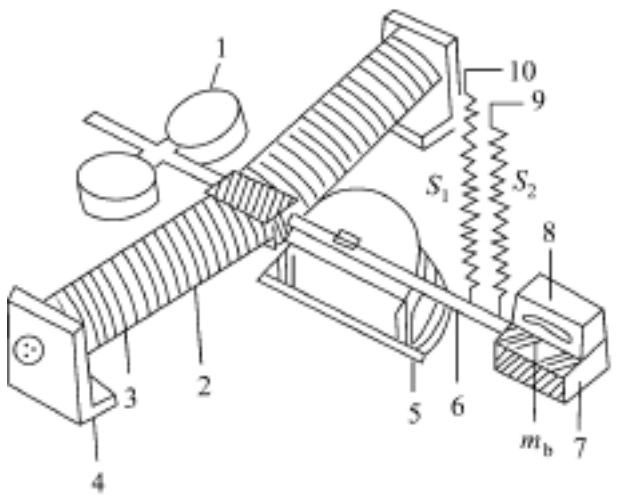


图 3－16　GS－11 型重力仪弹性系统略图

为例简介如下。

图 3－16 为该仪器弹性系统简图。其中 1 为气压补偿装置，2 为一对水平悬挂的螺旋状弹簧，3 为在 2 之腔内反绕的一对弹簧，起温度自动补偿作用，4 为支架，5 为阻尼盒，6 是摆杆，7 为重荷，8 是装有小球的空隙（用作格值测定），9 为测程弹簧，10 为测微弹簧。

灵敏系统工作原理示于图 3－17。设主弹簧的扭力系数为 τ，原始预扭角为 θ_0，α 为平衡体静止时与水平面的夹角，则系统的平衡方程式为

$$mgL\cos\alpha - \tau(\theta_0 + \alpha) = 0 \qquad (3-23)$$

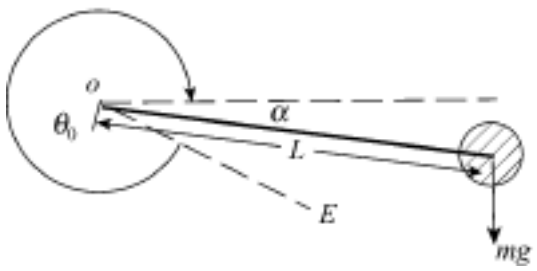


图 3－17　GS－11 型重力仪灵敏系统工作原理图

灵敏度为

$$\frac{d\alpha}{dg} = \frac{mL\cos\alpha}{mgL\sin\alpha + \tau} \qquad (3-24)$$

令 $\alpha=0$，得水平位置时的平衡方程式和灵敏度分别为

$$mgL - \tau\theta_0 = 0 \qquad (3-25)$$

$$\frac{d\alpha}{dg} = \frac{mL}{\tau} = \frac{mgL}{\tau\theta_0}\cdot\frac{\theta_0}{g} = \frac{\theta_0}{g} \qquad (3-26)$$

可见这类仪器的灵敏度基本上是常数，属非助动型。测读机构有光电放大装置供人工读数用；也有阻容电桥装置的电容放大读数系统，可作自动记录。

（三）超导重力仪

超导重力仪是利用某些金属（如铌、铝、铅等）的超导性质，以及在超导体表面形成超导屏蔽电流而产生排斥外磁场的磁矩而设计的。

超导重力仪的结构如图 3－18 所示，由四个在绝对零度附近的铌丝绕成的超导载流线圈 1，对称地安置在真空罐 2 外侧。当有外部电流激励时，线圈中流过的是极稳定的持续电流，形成稳定的永久磁场。3 是空心超导体小球。由于它的抗磁性，在永久磁场中，小球受的重力与磁场的反作用力形成平衡，使小球悬浮在空中。随重力的变化，小球也随之上下移动，据

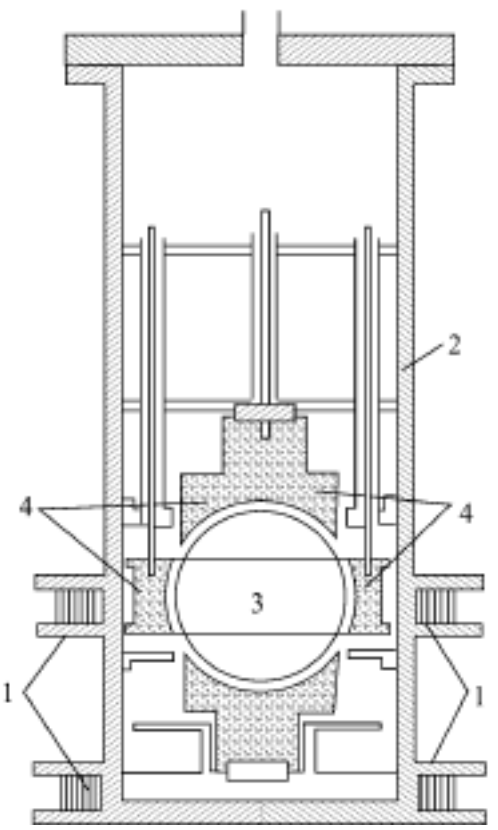


图 3－18　超导重力仪结构示意图

此来测定重力的变化。

小球的位移用电容传感器检测，该检测系统是由在超导球的周围装置的六块电容极板(图 3－18 中的 4) 与小球组成。上下两块与小球组成电容器 C_1；四周四块与小球组成电容器 C_2。小球的垂直位移产生的信号由此经锁相放大器放大输出；同时，该信号又可以反馈到上下电容器极板而产生反馈静电力，以使小球及时回复到零点位置。所以，可以由量测这一反馈电压来测量重力的变化。

超导重力仪的主体真空罐是浸在低温液氦的杜瓦瓶内，整个仪器又放在超导磁屏蔽室内，以防外界磁场干扰。超导重力仪具有灵敏度高、稳定性好的特点，基本上无零点漂移；但仪器笨重、造价昂贵，目前只适于台站作专门观测。1987 年以来各国在超导材料研制方面的突飞猛进，低价、轻便、实用的超导重力仪的产生应是不太久远的事情。

(四) 向自动化、数字化迈进的重力仪

在地面重力测量中，原来重力仪精度一般在 ±0.1 ～±0.3 g.u. (10 μGal 至 30 μGal)，属于毫伽级。至 20 世纪 70 年代，L－R 型重力仪中的 D 型重力仪、GS－15 型重力仪等，已达到了 ±0.01 g.u. 量级，即达到微伽级的精度。近年来，重力仪又向自动化、数字化方向前进了一大步。前面提到的 CG－3 重力仪即是一例。L－R 型重力仪的 D 型仪器，也已进行了成套数字化改装，整个系统包括一个编码轴，一个数字化箱及一个野外计算机。数字化装置可记录年、月、日等，还可作电源控制及仪器操作的监控，如防止未调平就读数等。野外采集的数据，用 IBM 系列机进行各项处理及绘图。这样，在重力测量中可减少人为误差、保证精度，也减少了处理时间，降低了生产成本。

三、海洋、航空及井中重力仪

为了解决大地测量、地球物理、地质勘探以及空间技术方面的科技问题，需要有全球的重力资料。为此，除陆上重力测量以外，还在广阔的海域和人迹难到的沙漠、沼泽、森林地区进行海洋和航空重力测量。这类测量最大特点是重力仪安置在运动的载体上，因载体的运动而产生了许多扰动力的影响，其数值可达 $n\times 10^4$ ～$n\times 10^5$ g.u. 以上 (n 为个位正整数)。

(一) 在运动基础上测定重力的扰动影响及消除措施

在运动基础上测定重力的扰动影响，包括:

1) 因航速变化、波浪及气流起伏和机器振动等造成的水平和垂直加速度的影响。

2) 在水平和垂直加速度的周期相等而相位不同时出现的交叉-耦合效应。

3) 因载体作相对于地球的运动，使作用在重力仪上的离心力变化而改变了重力的大小，这种影响称厄缶效应。

为消除这些影响，采取的主要措施有:

1) 将重力仪安置在装有陀螺的稳定平台或常平架上。

2) 在仪器内部采用专门装置限制摆杆在垂直方向摆动。

3) 采用强阻尼以减小垂直加速度的影响。

4) 针对船只和飞机航速的不同，采取相应的读数方法。

5) 引入相应的有关校正，如布朗校正、交叉耦合 (Cross coupling，即 CC) 校正和厄缶校正等。

(二) 海洋重力测量仪器

早期的海洋重力测量是将改装过的陆地重力仪放在防水罩内，由船上沉到水底，从船上控制调平及读数或自动记录，这类仪器称为水底重力仪。它们的测量精度较高，如 L－R 水底重力仪可达到 1 g. u. 的精度；但工作效率低、成本高，且只能在浅海域工作。目前这种重力仪仅用在必须用可能的最高精度来查明小范围异常（如盐丘引起）的地区，而大面积的普查工作主要是使用船载重力仪，边航行边测量。

1. L&R 或 LCR 船载重力仪

这是使用最广的重力仪系统，它直接由陆地同型号仪器改装而成。其主要改进是使用强阻尼，且把仪器的灵敏度调得很高（周期很长），使实际恢复力接近于零。原来测量的摆杆位移量变成摆杆位移的变化率，即测量了重力的变化，而灵敏系统位移变化率的改变由摆杆位置曲线斜率的变化来反映。该系统的结构如图 3－19 所示。

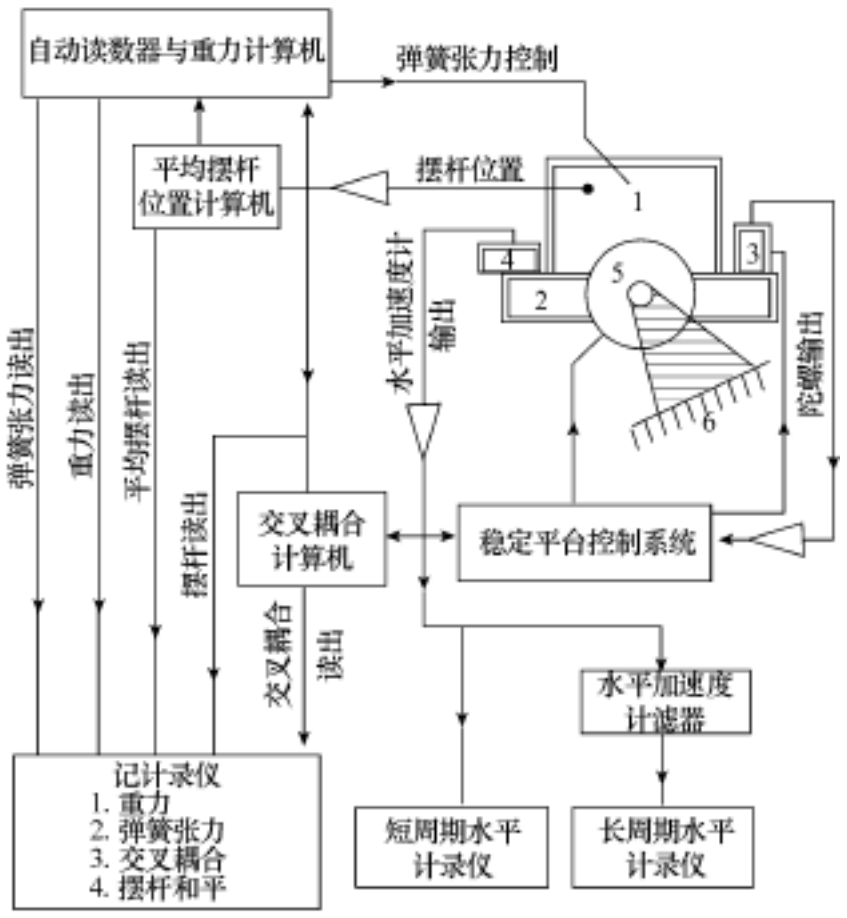


图 3－19　安装在陀螺稳定平台上的 L－R 重力仪方框图

(佚名)

1—重力仪；2—稳定平台；3—陀螺；4—水平加速度测量计；5—转矩马达；6—底盘

2. GSS－20 型海洋重力仪

它与陆地上用的 GS 型仪器无原则区别，其弹性系统如图 3－20 所示。

为消除与摆杆旋转轴 3 平行的水平加速度影响，避免摆杆 2 左右晃动，用 8 根细丝 1 将它拉紧，使摆杆只能在垂直面内摆动。摆杆作成片状，并置于磁铁 4 的强磁场中，当摆杆在磁场中上下摆动时，片上产生涡流电流而产生十分强烈的磁阻尼。该仪器采用光电放大装置自动记录。

3．GSS－30 型海洋重力仪

1971 年该仪器在原西德阿斯卡尼亚（ASKANIA）厂问世，是一种新型轴对称海洋重力仪，其工作原理见图 3－21。在垂直弹簧下端悬挂的管状重荷 1，用 5 根细丝使管子约束在垂直方向上作无摩擦的运动，并便于磁阻尼。管状物的上端连在一个电容传感器 2 上，用以记录重荷的位移。位移信号经放大、振荡及检波器 3 输出。4 为补偿线圈，可通过反馈电路使重荷恢复到零点位置，从而由记录的反馈电压来求取相应的重力变化。这种灵敏系统可使仪器受交叉耦合影响很小，当船只加速度≤2000 g. u. 时，测量精度为 5 g. u. 。

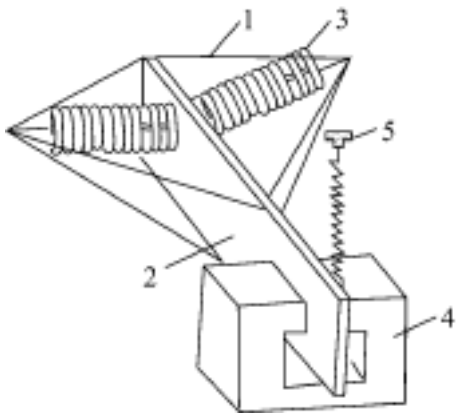


图 3－20　GSS－20 型海洋重力仪弹性系统

（佚名）

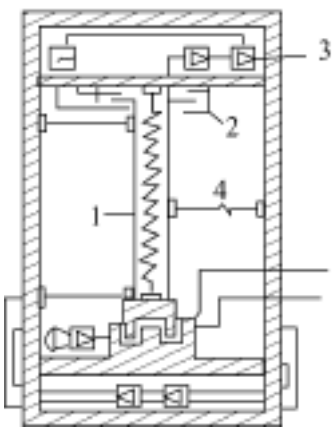


图 3－21　GSS－30 型海洋重力仪工作原理图

（佚名）

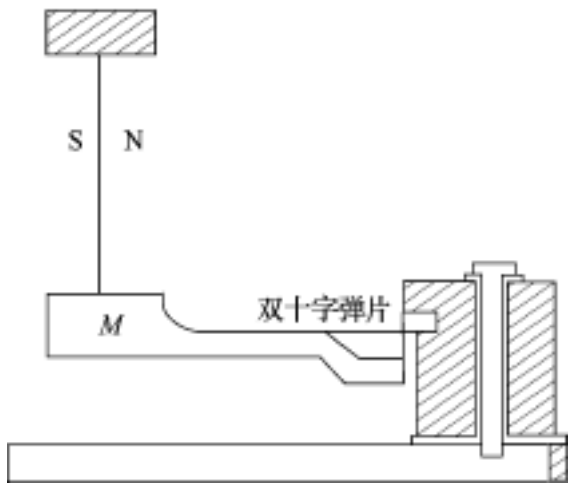


图 3－22　ZY70－1 型重力仪灵敏系统结构图

4．弦线海洋重力仪

这是根据另一种原理设计的重力仪（图 3－22）。振弦的固有频率取决于它的张力和弦的单位长度的质量。如果张力是由悬挂在弦上的重荷产生，则弦的频率就随重力的变化而变化。如果质量为 M 的重荷施加在一根垂直振弦上一个张力，则弦的基频 f 就是

$$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{Mg}{\lambda}} \qquad (3-27)$$

式中：L 为弦的长度，λ是弦的线密度。由上式得：

$$g = \frac{4L^2\lambda}{M}f^2 = Kf^2 \qquad (3-28)$$

式中：$K = \frac{4L^2\lambda}{M}$ 为常数，该式表明重力与弦线振动频率的平方成正比。故当重力变化时，存在如下关系：

$$\Delta g = 2Kf\Delta f \text{ 或 } \frac{\Delta g}{g} = 2\frac{\Delta f}{f} \qquad (3-29)$$

频率还与弦截面形状、温度、大气压力等有关。为了将频率对弹性常数的依赖关系减至最低程度，可采用薄的扁带形弦线。

弦的振动是采用适当电流来驱动，使它在磁场中作固有频率的振荡，而频率的测定精度一般已可达到 $1/10^8$。

图 3－22 为早期国产 ZY70－1 型重力仪灵敏系统结构图。一条铍铜合金制成的弦线，长 30 cm，横截面积为 0.17× 0.11 cm^2。弦线被重荷 M 拉紧，放入均匀磁场中，重荷另一端用两对十字架形弹性片固定在支架上，用以防止水平方向的摆动。

5. CHZ 海洋重力仪

本仪器是由中国科学院武汉测量与地球物理所研制的[1]。于 1988 年 11 月在武汉通过科学院级鉴定。它与美国 L－R 直线重力仪的制造原理相同，为一种轴对称式海洋重力仪，采用电磁力平衡，硅油阻尼，有数字滤波及数据采集系统，基本上不受交叉耦合效应影响，能在垂直加速度为 5×10^6 g. u. 及水平加速度为 2×10^6 g. u. 恶劣海况下工作。经三次数千公里测线的海上使用，其总精度为 13.9 g. u.，与美国和前西德同类仪器相当。

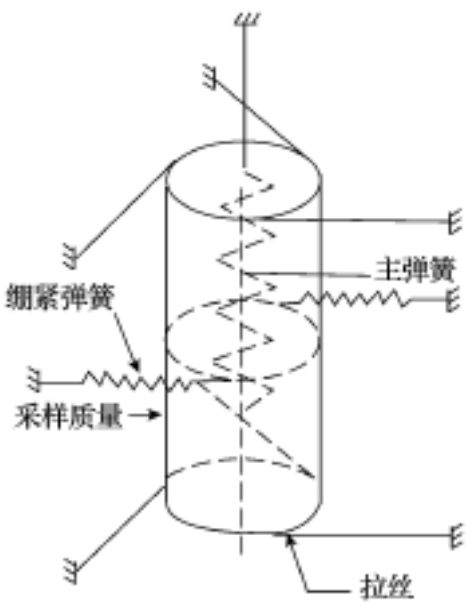


图 3－23　CHZ 海洋重力仪灵敏系统略图

仪器的灵敏系统是一质量-弹簧系统，由一根垂直的主弹簧和一管状质量组成（图 3－23），五根或六根细丝使管状质量约束在垂直方向作无摩擦运动，重力 g 由主金属弹簧的弹力所补偿，而重力的变化值则由弹簧的微小变化所检测并由电磁反馈系统的电磁力补偿。此种连接方式（包含了两根由零长弹簧构成的绷紧弹簧）具有严格的轴对称性，且其灵敏度可调至无限大。

（三）航空重力仪

由于飞机航速比船只快得多，各种扰动加速度的影响就比海上测量大得多，因而对航空重力仪还需要采取下列措施。

1）采用快速读数法。这个方法不是等摆杆回到零位，而是对处于任意位置（因装在稳定平台上，故偏角不会太大）就进行记录，并量测出使摆杆趋近于零位的弹力调整量；其次是记录摆杆与零位置在垂直方向上的偏差量，以进行相应的摆杆偏离改正，这样做实际上求得的是某一时间段内积分的平均重力值。

2）为克服水平加速度影响，研制出更高精度的陀螺稳定平台。

3）为消除垂直加速度的影响，采用压力测高、沸点测高、雷达测高和多道电子导航示踪等，精确测量航高随时间的变化率以进行相应的校正。

航空重力测量始于 20 世纪 50 年代，是由美、苏几家公司发起的。美国所用的航空重力仪全是由 LaCoste－Romberg 重力仪改装而成的，1958 年试验精度约为 100 g. u.，1961 年试验精度约为 66 g. u.。

研究和制造民用航空重力测量系统的美国公司主要有两家：1971 年以来专门从事航空重力研究的 Carson Services 公司的航空重力部（Aerogravity Division）；专门从事重磁研究的 LCT 公司（曾华霖，1999c）。

---

[1] 梁础坚等，CHZ 海洋重力仪研制报告，内部资料，1986。

1971 年以来，Carson Services 公司研究和发展了一种有效的航空重力测量系统。1981 年以前，就制造出了一个实用的系统。在 1984 年初的一次试验中，与得克萨斯仪器公司(Texas Instruments) 等公司合作，引进了 GPS 卫星导航系统。1991 年，Carson 公司完全完成了差分 (Differential) 导航系统，并把这一高精度系统用于 X、Y、Z 定位，精确到厘米级。1988 年，Carson 公司在 Texas 的 Austin 建立了 Carson 重力仪公司 (Carson Gravity Meter & Instrumentation Company)，并开始改进所用的 LaCoste－Romberg 三轴重力系统 (Gumert，1996；Gumert，1998)。

Carson 航空重力系统包括一台改进的 LaCoste－Romberg 三轴稳定平台重力仪，高程 (high altitude) 雷达，光泵铯磁力仪，差分传导 (differential carrier assisted) GPS 导航。所有数据都应用传导 (transmitted) 的 GPS 钟精确计时并记录下来，以用于后期飞行处理。每次飞行以后都应用卫星通信设备传递数据，以便进行快速的数据归算及质量控制。数据文件被压缩和加密码以便安全传递。1996 年的压力测量仪精确到测量 6 cm 到 10 cm 的高度变化，GPS 的相对定位精度可达 1 cm 到 2 cm。应用测距 (range－range) 导航，厄缶校正精确到 $0.2\times10^{-5}\,m\cdot s^{-2}$ 到 $0.5\times10^{-5}\,m\cdot s^{-2}$，而应用差分 (differential) GPS，可以精确到 $0.1\times10^{-5}\,m\cdot s^{-2}$。

下面是 Carson 公司航空重力系统的基本参数。

飞机采用了固定翼飞机及直升飞机，飞行速度分别为大约 148～157 km/h 及大约 56～92 km/h；飞行高度在地形起伏最高点之上 300～600 m，这样可以使近地表的重力效应衰减。对于 3000 m 附近的高度变化，雷达测高器的精度达到 1 m。

重力仪是特别改进的 LaCoste－Romberg 三轴超级加速度计稳定平台重力仪系统。一般测量精度达到 $0.5\times10^{-5}\,m\cdot s^{-2}$，具有 1 km 的波长分辨率。以大约 157 km/h 的飞行速度，固定翼飞机系统的分辨率对于 3.0 km 左右波长异常大约为 $1.0\times10^{-5}\,m\cdot s^{-2}$ 左右；以大约 92 km/h 的飞行速度，直升飞机系统的分辨率对于 1.0 km 左右异常大约为 $0.5\times10^{-5}\,m\cdot s^{-2}$ 左右。

导航及定位采用差分 GPS 定位。

在安全方面，具有用于天气监测、事故探测 (避免) 的机载扫描雷达系统，并只在平静的天气下飞行。在每个飞行架次之后，数据全部加密并通过卫星传送到公司处理中心，进行中间质量控制；当飞机还在测区时，如果有必要可以重飞。

一个第三代固定机翼航空重力系统在 Pennsylvania 东部为石油工业建立的重磁试验场进行了评价。重复测线和测点结果表明数据精度接近 $1\times10^{-5}\,m\cdot s^{-2}$。试验场地面重力数据的向上延拓值与航空重力数据的差值接近 $1\times10^{-5}\,m\cdot s^{-2}$。

LCT 公司也研制了一套 LaCoste－Romberg 航空/海洋重力仪的实时全数字控制和数据采集系统 (LaFehr et al.，1992)。1992 年 1 月，这个系统在墨西哥湾进行了试验，重力异常的平均绝对 (不考虑符号) 差为 $0.10\times10^{-5}\,m\cdot s^{-2}$，而同时试验的 Bell BGM－3 重力仪为 $0.13\times10^{-5}\,m\cdot s^{-2}$。

加拿大的先达利 (Scintrex) 公司研制了一种“直升飞机重力”(“HeliGrav”) 系统 (Seigel and McConnell，1998)。这个系统是用不着陆直升飞机悬挂重力仪，在地面定点观测。重力仪传感器悬挂在双常平架内，用来自重力仪的信号控制几个伺服马达调平。自动整平系统能够适应达到 36°的倾斜。重力仪类似一台具有石英零件传感器的自动轻便陆地

重力仪；特别坚固，能够经受 25 克质量的力引起的振动而没有危险；而且不会发生 0.02 × 10^{-5} m·s^{-2} 以上的漂移。在不同点的读数之间不需要夹固仪器，而且与运输时直升飞机的振动相容。

重力仪被密封后，可以浸入深达 10 m 的水中。

三个外部传感器安装在重力仪上面：①最靠近驾驶员的传感器定量地表示到地面的距离，以便帮助直升飞机驾驶员进行软着陆。②指示三脚架的三条腿落在地面上时的接触传感器。③当水淹没测点时的水压传感器。重力仪通过一条用于牵引和通信的电缆同直升飞机相连。对于轻型直升飞机，电缆长 40 m；对于大型直升飞机，长达 60 m。

控制和数据采集电子包、导航系统以及雷达测高仪安装在直升飞机上面。整个系统完全自动化，驾驶员只需要简单地对显示在荧光屏上面的指令做出反应。关于数据质量的决定由软件做出，不要求操作。

直升飞机读数同地面重力读数进行的比较表明，航空读数重复的标准离差 SD 为 0.026× 10^{-5} m·s^{-2}，而高程的标准离差为 19 cm。

(四) 井中重力仪

20 世纪 60 年代中期，经美、苏、英等国十余年的研制，制成了第一台能在井孔内精确而可靠地进行重力测量的井中重力仪。当时有两种型号，一是 ESSO (埃索) 型振弦井中重力仪，另一种是美国地质调查所和 L&R 公司 (LCR 公司) 共同研制的仪器。

1. ESSO 井中重力仪

它的基本元件是一根 1/2 mil (密耳) (1 mil = 0.001in = 0.0254 mm) 的细钨丝，长约 5 cm，悬挂质量约 1 g 的铂块 (图 3－24)。有一根横杆与悬挂的质量连接，而横杆又得到细钨丝的支撑，因此质量块就得到稳定。钨弦丝的中间部分位于永久磁铁的磁场中，在支架的玻璃绝缘体部分将钨丝的两端与外部电子系统连接，电子系统激励钨丝以 625 Hz 的固有频率作振动。为得到低阻尼和高共振，将灵敏系统放入高度真空 (1.33× 10^{-3} ～1.33× 10^{-4} Pa) 中。整个振弦装置用一根金属丝悬挂起来，以便在仪器壳内保持铅直，并允许仪器壳偏离铅直方向达 4°左右。振动频率由一电子间隙计时器来测定，测时精度可达 ±1 μs (微秒)。若设振荡计数为 10^5，需时约 160 s，则 1 μs (微秒) 的精度相当于 $1/10^8$，即近似为 0.1 g.u.。实际工作中，每个测点做四次读数，所需总时间约 20 min。该仪器外径 10.2 cm，恒温温度保持在 125℃。

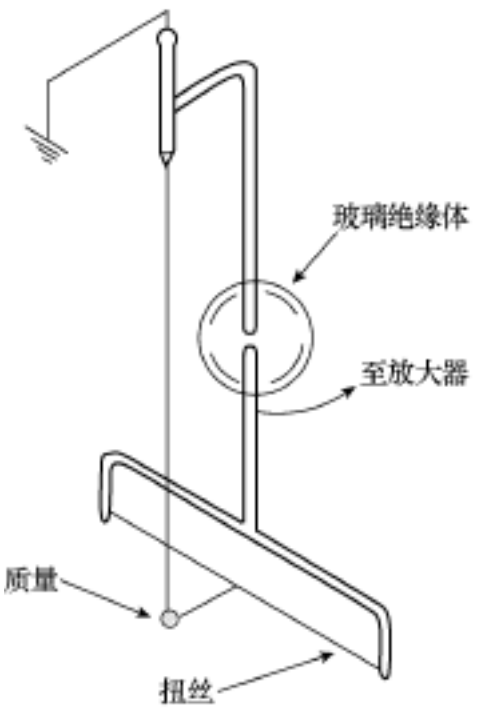


图 3－24　ESSO 井中重力仪的灵敏系统

2. L&R (或 LCR) 井中重力仪

设计原理与陆上 L&R (或 LCR) 重力仪相同。陆上重力仪经缩小改装后装在常平架上。早期仪器的外径从 15 cm 到 17 cm 不等，近年已缩至 10 cm 以下。恒温温度为 101℃，最新仪器已可在 200℃温度下工作 30 h，耐压可达 172 MPa。仪器零点漂移一般为 0.01 g.u./min，最新的已低到 0.005 g.u./min。井斜不超过 14°仍可保持水平。为保证 0.1 g.u. 的测量精度，取得一个读数需 5 min 左右。

井中重力仪已经向全自动读数方向发展，灵敏系统在井中的调平、定向、开闭和读数等都用微机控制。

井中重力仪具有测量精度高、用途广的特点，所测定岩层的视密度精度达到0.01 g/cm^3，孔隙率精度可达0.5%。

习　　题

1. 解释下列名词：平衡位置，水平位置，零点位置，角灵敏度，零点读数法。

2. 衡量重力仪性能好坏的主要指标是哪些?

3. 试绘出ZSM型石英弹簧重力仪弹性系统图，并说明测量重力变化的原理和进行温度自动补偿的原理。

4. 定性分析如图3.1所示的几种连接方式是否具有相同的灵敏度？请说明理由。

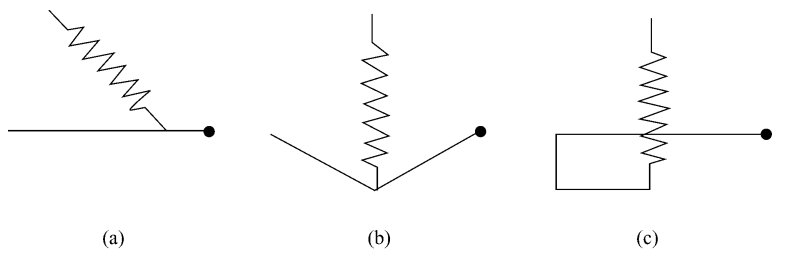


图3.1

5. 灵敏度越高，是否测量的精度也越高？为什么？

6. ZSM型重力仪提高灵敏度的方法和依据是什么?

7. 试分析：为什么仪器零点位置只有选在水平位置时观测精度才会最高。

8. 什么是重力仪的零点漂移？研究它具有什么现实意义？如何才能消除这一因素的影响?

9. 想想看，为什么在同一点上不同仪器的读数会不同？且同一台仪器在不同时刻的读数也不同?

第四章　重 力 测 量

重力勘探工作的全过程大致可划分成三个阶段：首先是根据承担的地质任务进行现场踏勘和编写技术设计；第二步是进行野外测量，采集有关的各种数据；最后是对实测数据进行必须的处理和解释、编写成果图及报告。本章介绍重力勘探所能解决的地质任务，编写技术设计的一些基本原则和在野外测量中一些最主要的方法技术。

根据测量所处的空间位置的不同，重力测量可以分为：地面重力测量；地下（包括坑道及井中）重力测量；海洋重力测量；航空重力测量；卫星重力测量。本章主要介绍地面重力测量，对于地下、海洋、航空重力测量、重力梯度测量以及卫星重力测量作扼要的叙述。

第一节　重力测量的地质任务与技术设计

一、重力测量的地质任务

随着重力仪器测量精度的提高，测量领域的扩大，各项校正方法的逐步完善，资料处理和解释方面的新方法、新技术的发展，重力勘探所能完成地质任务的能力和勘探效果在日益提高，应用范围在不断扩大。不同的地质勘探阶段可以布置适当比例尺的重力测量工作，以完成相应的地质任务。

地质勘探企业的技术人员和领导者，需要了解重力测量所能够担负的地质任务，以便合理布置重力生产工作，提高企业管理的地质效益。

根据重力测量或重力勘探所承担的地质任务及勘探对象的不同，大体上可以分为：区域重力调查；能源重力勘探；矿产重力勘探；水文及工程重力测量；天然地震重力测量等。

（一）区域重力调查

区域重力调查是国土资源区域地质调查基础工作的一个组成部分，一般可以在下列几方面发挥重要作用。

1）研究地球深部构造。例如地壳厚度的变化（莫霍间断面的起伏），深大断裂的可能部位及延伸情况，上地幔密度的不均匀性以及研究地壳的均衡状态等。

2）研究大地及区域地质构造，划分构造单元；研究结晶基底的起伏及其内部成分和构造；圈定沉积盆地范围，以及研究沉积岩系各密度界面的起伏和内部构造。

3）探测、圈定与围岩有明显密度差异的隐伏岩体或岩层，追索两侧岩石密度有明显差异的断裂，进行覆盖区的基岩地质、构造填图。

4）根据区域地质、构造及矿产分布规律，为划分成矿远景区提供重力场信息。

区域重力调查的结果还对地球形状的研究，为导弹、宇航器飞行提供极为重要的基础资料。

（二）能源重力勘探

重力测量可以在沉积覆盖区快速、经济地圈出对寻找石油、天然气或煤有远景的盆

地；在圈定的盆地内研究沉积层的厚度及内部构造，寻找有利于储存油气或煤的各种局部构造，条件有利时可以研究非构造油气藏（如岩性变化、地层的推覆、古潜山及生物礁块储油构造等），并直接探测与储油气层有关的低密度体。

（三）矿产重力勘探

矿产重力测量包括金属及非金属矿产的重力测量。它多与其他的物探方法配合，圈定成矿带；在条件有利时，可以探测并描述控矿构造，或圈定成矿岩体；或者直接发现埋藏较浅、体积较大的矿体或对已知矿体进行追踪等。

（四）水文及工程重力测量

在水文及工程地质方面，重力法的主要任务是：研究浮土下基岩面的起伏和有无隐伏断裂、空洞，以确保厂房或大坝等工程的安全；寻找水源，如利于储水的地下溶洞、破碎带、地下河道等；危岩、滑坡体的监测；地面沉降研究；在地热田的勘测开发过程中，发现热源岩体，监测地下水的升降以及水蒸气的补给情况，以便合理、持久地开发地热田等。

（五）天然地震重力测量

天然地震重力测量可分为台站重力测量和流动重力测量两种形式。其主要任务是研究重力场在台站点上或在某一地震活动带、沿一条测线或一块面积的重力随时间的变化。在台站上的观测结果是临震预报的依据之一；在固定测点之间进行的流动重力观测结果是中长期预报的依据之一。

二、重力测量的技术设计

为了完成上述的地质任务，需要获得有关研究对象引起的重力异常在空间的分布。因此，应按一定的测网和一定的精度要求进行重力测量工作。由于不同对象产生的异常不同，对同一研究对象的研究程度也有所不同，因而对测网密度和测量精度的要求也不相同。编写技术设计的指导思想是以尽可能少的工作量来圆满地完成所承担的地质任务。按照技术设计进行工作，还可以保证不同测区、不同年份工作成果的拼接，以便使野外工作的成果得到最充分的应用。显然，随着研究程度的深入，测网的密度应越大，测量的精度应越高。

技术设计中主要解决的问题是：工作比例尺的确定；精度要求和各项误差的分配以及野外工作方法的选择等。

（一）工作比例尺的确定

工作比例尺反映了工作的详尽程度，也就是提交的重力异常图的比例尺。在区域重力调查中，基本比例尺有1∶100万、1∶50万、1∶20万和1∶10万四种，前两种主要用于重力调查空白区，用以研究区域构造和地壳深部构造；后两种主要用于能源普查或经区域调查确定的成矿远景区。

为了对沉积盆地进行较深入的研究，如研究基底断裂分布、寻找古潜山等局部构造，可采用1∶5万或1∶2.5万的比例尺。

以上比例尺的划分大体对应地质上的概查、普查和详查。

在金属矿、非金属矿区，工作比例尺应根据地质任务、探测对象的大小及其异常特征来确定。对普查金属矿产来说，要求以不漏掉最小的、有工业开采意义的矿体产生的异常为原则，即至少应有一条测线穿过该异常，所以线距应不大于该异常的长度；而在相应的

工作成果图上，线距一般应等于一厘米所代表的长度，允许变动范围为 20%，据此就可以定下比例尺。至于点距，应保证至少有 2 ～3 个测点处在矿体异常的宽度范围内，一般为线距的 1/2 ～1/10。

对于详查或更高精度的测量（通常是比例尺大于1∶2.5万）来说，点线距均要缩小，其原则是在异常范围内，相邻两点间的异常可视为线性变化，能准确勾绘出异常的形态，并应在极值点或拐点附近加密测点，以便准确地确定极值大小及位置。

关于测网的形状，在小比例尺测量中，没有严格要求，可以沿一些交通路线布置，并使测点均匀分布全区，在图上每平方厘米内能有 0.5 ～3 个测点。在详查或更大比例尺测量中，则要建立比较规则的测网。对于走向不明或近于等轴状的勘探对象，宜采用方形网，即点线距相等；对于在地表投影有明显走向的勘探对象，应用矩形网，测线方向与其走向垂直。

重力测量的测区范围，应根据上级下达的任务和工区的地形、地质、矿产以及物探工作程度等情况合理确定，并应兼顾到施工方便、资料完整及布点经济。应使探测对象或主要异常处在测区的中央，为此，在施工过程中可能要调整测区范围。测区边界应尽量规则，保持为矩形，以便于数据处理。测区范围或边部一般应包括必要的正常值或区域背景值。测区范围应尽可能包括某些地质情况比较清楚或进行了较多工作的地段。

表 4－1 与 4－2 列出了各种比例尺测量时的点、线距要求，供设计时参照选择。

表 4－1

比例尺	面积测量时的测点密度 km^2/测点	剖面测量时的相邻点距 km
1∶100 万	80 ～160	5.0 ～10.0
1∶50 万	20 ～40	2.0 ～5.0
1∶20 万	4 ～8	1.0 ～2.0
1∶10 万	1 ～2	0.5 ～1.0

表 4－2

比例尺	长方形网		正方形网
	线距/m	点距/m	线距 = 点距/m
1∶5 万	500	100 ～500	—
1∶1 万	100	20 ～50	—
1∶5 千	50	10 ～20	30 ～40
1∶2 千	20	5 ～10	10 ～20
1∶1 千	10	2 ～5	5 ～10
1∶500	5	1 ～2	2 ～5

（二）精度要求及误差分配

确定重力异常的精度，一般用异常的均方误差来衡量，它包括重力观测值的均方误差和对重力观测值进行校正时各项校正值的均方误差。重力异常的均方误差应根据地质任务和工作比例尺来确定。例如，在金属矿重力普查时，通常是取最小的、有意义的异常幅值的 1/2 ～1/3 作为异常的均方误差。对于不同比例尺的重力测量，有关规范或手册均给出了可供选择的精度要求及误差分配值，施工前可参照它们编写技术设计书。在满足重力异

常精度要求的前提下，可以根据仪器性能、工区地形情况、测地工作技术条件等合理地分配重力观测值均方误差与各校正项的均方误差。误差分配合理，可以使野外施工提高工效，降低生产费用。

(三) 重力测量的方式

重力测量的方式包括路线测量、剖面测量及面积测量。

路线测量一般用于概查或普查阶段，重力测点是沿交通方便的道路布置，测点大致均匀分布，线距没有严格要求。

剖面测量多用于详查或专门性测量，剖面线方向应垂直地质体走向，并尽可能通过地质体在地面投影的中心部位，测点不能偏离剖面线，在正常值区点距可大些。

面积测量是重力测量的基本形式，它可以提供工区内重力异常的全貌。

(四) 重力测量的有利条件

经验证明，在下述条件下，重力测量将得到良好的地质效果。

1) 作为研究对象的地质体与其围岩之间有明显的密度差，而在围岩内部没有明显的密度变化。

2) 两种不同密度的岩层，其接触面称为密度分界面。作为研究对象的地质构造，与上覆或(和)下伏地层的密度分界面的深度有显著的变化，而其界面深度又不太深。

3) 在工区内非研究对象引起的重力变化小，或通过校正能给以消除。

4) 地表地形平坦或较为平坦。

第二节 仪器的检查与标定

在进行野外施工之前和施工过程中，为确保取得合格的测量数据，应严格按照有关技术规定的要求，定期对使用的重力仪进行认真检查和调校，对于仪器的性能应进行试验和分析。所有检查、调校与试验的资料是生产成果的一个组成部分。

仪器的检查与调校项目包括：测程、面板位置、水准器位置、亮线灵敏度等，并应按上述顺序进行。仪器性能的试验包括：静态试验、动态试验和一致性试验。仪器的标定一般指仪器格值标定，特殊情况下还要进行温度系数、气压系数和磁性系数的标定。如果不需这些特殊的标定，就可做一般的试验，检查仪器是否受温度变化、气压变化和地磁场的影响。经验告诉我们，调校不合要求不能进行试验，试验不合要求不能进行标定；否则重力测量的观测精度难以得到保证。

一、重力仪的静态试验

将仪器置入安静、通风的楼房一层或平房的室内，每隔 20 ～30 min 观测一次，同时记录室内温度，连续进行 24 h 以上的观测。这种试验的目的是了解仪器静态零点漂移是否呈线性变化，受气温变化的影响大小或在抽气(为保持仪器的真空度)前后读数的变化和稳定性等。

对于弹性系统有夹固装置的重力仪，进行静态试验时，一般都不用夹固，使弹性系统在试验时间内保持松弛静力平衡状态。

二、重力仪的动态试验

通过此项试验，可以了解仪器动态混合零点漂移的速率；动态观测下达到的可能精度；最佳工作时间范围和确定最大线性零点漂移时间间隔。

动态试验是在接近野外施工条件下进行，选取具有一定重力差的两个点（或多个点），采用与施工相同的运输方式，以多次重复观测的方法进行。两点间单程观测时间间隔约 10～15 min，同时记录气温。试验时间应超出开工前和收工后各一小时，并不少于 12 h。

观测结果经重力固体潮改正后得到重力仪动态混合零点漂移曲线。动态观测精度按下式计算

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} V_i^2}{m - n}} \qquad (4-1)$$

式中：V_i 为各边段上单个独立增量与该边各独立增量平均值的差；m 为独立增量总个数；n 为边段数。当仅有两个点时，n = 1。动态精度的均方误差不能大于要求的观测精度的 1/2。否则认为仪器性能不满足施工要求。

由动态混合零点漂移曲线的斜率及其变化，可以确定仪器混合零点漂移的速率及其变化范围，以及受外界气温变化影响程度如何。根据动态混合零点漂移曲线可以选择最佳工作时间，即选择仪器的零漂曲线比较平缓或基本是线性变化，并且速率不超过技术要求所对应的时间范围。最大线性时间间隔的概念，是指在该时间间隔内，首尾时刻曲线上的两个点的连线与零漂曲线在纵向上最大的偏差不超过设计中规定的重力仪观测均方误差。同时这一时间间隔内，上述要求在整条曲线的时间范围内有 90% 以上得到满足。有了最大线性时间间隔，结合工区内的交通条件及工作效率等，可以确定工区内较合理的基点网布置密度。

三、重力仪的一致性试验

当需用两台以上的仪器在工区工作时，应做此试验。它可以与动态观测的试验结合进行；也可另选一些重力变化大的点用往返重复观测的方式进行。试验结果仍用（4－1）式计算均方误差，但其中的 V_i 则表示某台仪器在某点上观测值与各台仪器在该点上观测平均值的偏差；m 为各台仪器总的观测次数；n 为观测点数减 1。计算应分别对各台仪器进行，超出精度要求的仪器，不能参加重力测量。

四、重力仪格值的标定

准确标定重力仪格值是消除系统误差的重要保证。虽然仪器出厂时标定了格值，但可能发生变化。重力生产工作要求在开工前和野外收工时必须对仪器格值进行校对，当施工中仪器受到强烈震动后也应进行校对。在野外工作中，一般要求由仪器格值测定误差造成的任一闭合段内测点观测的最大误差，不得超过设计的重力观测均方误差。重力仪格值常用下列两种方法标定：

(一) 已知点法

在由国家建立的高精度重力格值标定场的具有已知重力差的一些点上，用仪器在它们之间进行多次重复观测，其独立增量数不少于 6 个。格值按下式计算:

$$C = \frac{\Delta g}{\Delta S} \tag{4-2}$$

式中: Δg 为校准点间已知重力差值; $\overline{\Delta S}$为多个独立增量的平均值。测定结果用平均读数的相对均方误差来衡量格值测定精度，计算公式为

$$\Delta_c = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} V_i^2}}{\sqrt{n(n-1)}\,\overline{\Delta S}} \tag{4-3}$$

式中: $\overline{\Delta S}$为平均读数差; V_i 为第 i 次读数差与平均读数差的差值; n 为独立增量个数。

在金属矿区，一般要求 $\Delta_c \leq 1/1000$; 在区域重力测量中 $\Delta_c \leq 1/2000$; 对于自建格值标定点或省级的一、二级基点 $\Delta_c < 1/5000$。

(二) 倾斜法

这是利用重力仪的灵敏系统在水平时与倾斜一个 θ角时所感受的重力作用的不同来进行重力仪的格值测定。灵敏系统在不同角度时的重力差值为

$$\Delta g = g(1 - \cos\theta) \tag{4-4}$$

因此仪器的格值为

$$C = \frac{\Delta g}{\Delta S} = \frac{g}{\Delta S}(1 - \cos\theta) \tag{4-5}$$

倾斜法是在室内进行的，与在格值标定场标定相比，可以缩短标定时间，减少往返旅途开支等。近年来已研制出根据倾斜法原理的重力格值仪。

当仪器重新标定的格值与原来使用的格值相对变化大于二倍 Δ_c 时，应使用新格值。

第三节　基点网的布置与观测

一、基点网的作用

由于重力仪本身存在着无法消除的零点漂移, 随着观测时间的延长, 零点漂移积累愈大, 且往往不是与时间呈线性关系。因此, 用重力仪在测点上进行观测时, 需要有一些精度更高、重力值已知的点来控制, 这些点称为基点。重力基点在观测时都要联成封闭的网络, 这些网叫做基点网。任一测段的重力普通点观测均应从基点开始, 并终止于基点。基点网的作用在于: 控制重力普通点的观测精度, 避免误差的积累; 检查重力仪在某一段工作时间内的零点漂移, 确定零点漂移校正系数; 推算全区重力测点上的相对重力值或绝对重力值。

一般要求基点的精度比普通点的高出 1 倍以上。当测区面积较大时，可建立二级基点网或三级基点网。建立两级基点网时，控制基点、辅助基点与普通点的精度 (误差大小) 要求之比一般为 1∶1. 5∶3。

二、基点网的布置

根据基点网的作用，在建立基点网时应考虑以下几个方面。

根据仪器的最大线性时间间隔和交通运输条件、观测时间长短来确定基点网的密度，使之均匀分布全区。

为保证基点网测量的精度，应用一台或多台精度高的仪器观测；采用快速的交通工具运送；观测路线应按闭合环路进行，环路中的首尾点必须联测；当需建立多个环路时，每个环路中必须包含相邻环路中两个以上基点作为公共基点，以便最后对基点网进行平差。

基点应布置在交通干线上，地物地貌标志明显，周围无震源，地点稳固，并按规定统一编号和建立永久或半永久性标记。

三、基点网上的观测方法

在基点网上观测方式的选择，是以能对观测数据进行可靠的零点漂移校正，能满足设计提出的精度要求为原则。当所用的重力仪其零点漂移很小又近于线性时，可以单向循环重复或往返重复方式进行。否则，应采取多台仪器多次重复观测方法。目前最常用的是三重小循环观测。

单向循环重复顺序是：1→2→3→……1→2→3→……

往返重复顺序是：1→2→3……3→2→1

三重小循环顺序是：1→2→1→2→3→2→3→4→3→4……

(上列数字是测点号)

每台仪器的合格观测数据，于相邻两点间（一个边段）可得一个独立增量。按有关规定，基点网的每一边段上应有 3 个以上的独立增量。

四、基点联测

基点联测不仅使工区建立的基点网能够推算绝对重力值，而且可以使测量成果作为全国重力测量的一个组成部分。

由国家测绘局主持，有七个单位参加，使用 9 台拉科斯特 G 型重力仪和 2 台绝对重力仪建立了“国家重力基本网——1985 年系统”。该网由 46 个基本重力点，6 个基准重力点及 5 个引点组成。平差后这个系统重力网点的重力值平均中误差为 ±0.078 g.u.，最大中误差为 ±0.13 g.u.，段差中误差为 ±0.13 g.u.。“85 网”与 23 个国际重力点联测，可以作为国际重力基准网——1971（简称 IGSN—71）的系统。在“85 网”的控制下，由地矿部区域重力调查技术中心与各省物探队配合建立的勘探基点网，几乎在各省专区级所在地或机场都有绝对重力点。基点联测的任务就是使工区的基点与绝对重力点准确可靠地联系起来。

联测方法与基点网的观测方法相同，观测精度不低于基点网精度。

第四节　普通点、检查点的布置与观测

一、普通点的布置与观测

普通点是测区内为获得探测对象引起的重力异常而布置的观测点，它们应按设计书中提出的测网形状、点线距等均匀布设在全区。布点时若因地物、地形限制，测线或测点均

允许偏离，一般不得超过设计的点线距的 20%，最大不超过 40%。

在普通点上的观测，一般可采用单次观测，但都必须在规定时间内（即最大线性时间间隔内）起止于基点上。如果测区很小不需建立基点网时，也至少设一个基点，以便按时测定重力仪的零点漂移，准确地对各观测点进行零点校正。同时，该基点也就是全区重力测量的起算点。

二、检查点的布置与观测

为了检查在普通点上重力观测的质量，需要抽取一定数量的点做检查观测。检查点的布设与观测应做到以下几点。

检查点的布置应在时间上与空间上都大致均匀，即每天的观测和每一条测线上的点都应受到检查。

检查观测与初次观测时所用的仪器不同、操作人员不同、观测路线不同。

检查观测不应集中于施工后期统一进行，而应在平时的普通点观测工作之中穿插进行，以便及时发现问题而尽快解决。

检查点应占普通点总数的 5% ～10%，在大面积的区域调查中也不应少于 3%。

三、补充观测

当在施工过程中发现了重力异常，或可能是我们寻找的目标异常时，有时需要布置补充观测。补充观测的布置可以另外选择垂直异常走向或穿过异常区的测线；可以在原测网基础上进行测线、测点的加密；可以在原测线上延伸。补充观测应保证重力异常的可靠、明显和完整。

四、高精度重磁测量

由于磁力勘探仪器精度的提高，现在除航空磁力测量外，往往在进行高精度重力测量的同时，进行高精度的磁力测量。磁力测量的野外工作方法基本上与重力相同，也有以下区别。

由于磁力异常受地表磁性物干扰大，因此磁力测点一般比重力测点要密，在两个重力测点间再内插进 1 ～2 个磁力测点。

虽然磁力仪零点漂移没有重力仪弹性系统弹性永久形变等带来的零点漂移那么大，但为了提高工作效率，控制观测质量并消除尚有的零点漂移及其他因素对仪器的影响，当工区面积大时可建总基点及分基点。磁力基点应选择在磁场稳定、不受外界干扰的地方。

由于地磁场每天随时间的变化很大，因此在野外测量的同时，设立一个日变观测站进行观测记录。日变观测站一般选在工区内磁场变化小，不受外界干扰的建筑物附近。日变观测站也可以在基点附近。观测站每天工作的时间应长于野外测量的时间。

第五节　测 地 工 作

为了重力测量的进行和对测量结果进行各项校正，需进行一定的测地工作。它是野外重力测量的先行环节，在施工时常占去 1/3 ～2/3 的人力和投资。测地工作的工作效率和质量直接影响重力测量的效率和异常精度。测地工作的内容包括:

1）按照技术设计要求布设重力测网，提供在野外的重力测点位置。

2）确定重力测点的坐标，以便对重力测量结果进行正常场校正和展点绘图。

3）确定重力测点的绝对或相对高程，以便对重力测量结果进行高度校正和中间层校正。

4）当测区内地形起伏较大，地形影响不能忽略时，为了进行地形校正，需作相应比例尺的近区地形测量。

由于各项内容的精度要求与地形图测绘并不一致，因此应根据不同的重力技术设计要求按照当地的地形条件和测地工作成果的不同，分别采用不同的方法来完成。这些方法包括：利用地形图定点、读高程；利用航空照片定点和确定高程；利用经纬仪定点；利用水准仪、气压测高计定高程；利用卫星定位技术等。由于测地工作量大，技术要求高，需由专门从事测绘技术的人员来完成。

第六节　海洋重力测量

一、概述

海洋重力测量为研究地球形状和地球内部构造、勘探海洋矿产资源、保障航天和远程武器发射等提供重力资料(中国大百科全书总编辑委员会《固体地球物理学·测绘学·空间学》编辑委员会、中国大百科全书出版社编辑部，1992；中国大百科全书总编辑委员会《大气科学·海洋科学·水文科学》编辑委员会、中国大百科全书出版社编辑部，1992；内特尔顿，1987)。大洋上的重力测量工作，最先是由荷兰大地测量学家 F. A. Vening Meinesz 于 1923 年用海洋三摆仪在荷兰及英、美潜水艇中进行的。此后，在沿海浅水区域常使用海底重力仪，利用遥测装置在海面上进行观测。这种重力仪的结构和陆地重力仪类似，观测精度也较高。由于遥测等技术问题不易解决，观测时间较长，效率低，所以以后它逐渐被淘汰。第二次世界大战后，美国、前联邦德国、前苏联、日本等国家研制的海洋重力仪安装在船上，能在航行中进行重力测量，工作效率高，目前广泛地用于海洋重力测量。

海洋重力测量分路线测量（断面测量）和面积测量两种方式。基本上采用走航式的连续观测方法。与陆地重力测量相比，有它的特殊要求：①需要在港口、码头建立重力基点，重力测量采用单次观测法，起始、闭合于这些基点；②需要准确的船只运动参数(航向、航速及位置)；③要求船只沿航线测线尽量保持匀速、直线航行。

二、海洋重力测量受到的干扰

海洋重力测量主要受四个方面的干扰：厄缶效应，水平加速度影响，垂直加速度影响，交叉-耦合效应。

(一) 厄缶效应

因运载体相对于地球运动改变了作用在重力仪上的离心力而对重力产生的影响，又称为科里奥利加速度的影响。根据下面的公式进行校正：

$$\delta g_E = 7.499 v \sin A \cos\varphi + 0.0041 v^2 \quad (10^{-5}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}) \qquad (4-6)$$

式中：v 为船速；单位为 n mile/h（海里/小时）；A 航向角，从正北方向起算，φ为测点

的纬度。

(二) 水平加速度影响

因波浪或机器震动等因素引起运载体在水平方向上的周期性加速度对重力的影响。它使仪器的摆杆与水平方向的夹角发生变化，而且在平行旋转轴方向上使摆杆晃动，这种影响称为直接影响。将摆杆强制在水平位置附近，直接影响就可以大大削弱。水平加速度对处于倾斜的仪器还有一种间接影响，称为布隆尼效应。产生这种效应的原因是由于原来保持重力仪水平的常平架相当于绕定点转动的摆，在水平加速度 a 作用下常平架的轴线偏离垂线方向，而处在重力 g 和水平加速度 a 的合力方向上，因此重力仪测得的是此合力，需在观测重力中加上此项校正，其值为

$$\delta g_B = \frac{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}{2g}$$

式中：$\bar{x}^2$，$\bar{y}^2$为水平加速度 a 在 x 轴 y 轴方向上的分量。为了求得布隆尼校正，可采用一对长短周期摆实际测得$\bar{x}^2$和$\bar{y}^2$值。

由于常平架置平重力仪的精度较低，现已为陀螺稳定平台代替。若重力仪安装在陀螺稳定平台上，平台长周期偏离值小于 5′，布隆尼效应可忽略不计；平台随水平加速度作周期性晃动时，将产生短周期晃动误差，这也要求平台能予以消除。

(三) 垂直加速度影响

这是因波浪或机器震动等因素引起的周期性垂直加速度对重力的影响。理论上，只要在一个时间段(通常在 3～5 min)内进行观测，取观测的平均值，就可以消除垂直加速度的影响。实际上，垂直加速度的振幅往往很大，在平静海况下可达(10～20)×10^4 g. u.；在较恶劣海况下可达 100×10^4 g. u.，因此它的变化范围远远超出重力仪的读数范围。为了解决这个问题，一般采用黏滞性很大的液体或强磁场进行强阻尼，削弱这种周期性垂直加速度的幅度，或采用数字滤波的方法予以消除。

(四) 交叉-耦合效应

这个效应又称为 C－C 效应。当旋转型海洋重力仪安装在陀螺稳定平台上进行测量时，周期相同、相位差$\frac{\pi}{2}$的垂直加速度和水平加速度共同作用在摆杆上的一种效应。一般是由仪器本身的特殊装置测算后自动改正。

海洋重力测量的精度，除了受重力仪的误差影响外，在很大程度上取决于海上导航定位的精度。

三、海洋重力观测值的校正

对海洋重力观测值进行的校正包括下列几种。

(一) 纬度校正

与陆上重力测量应用的纬度校正相同。

(二) 高度校正

一般不必要。只有在与码头上的陆地基点联接时才做高度校正。

(三) 布格校正

根据测深仪器得到的海水的深度计算布格校正。计算方法是假定海水被下伏岩石所取

代。这样的布格校正存在一些问题，将在第五章进行讨论。

(四) 地形校正

与陆上地形校正不同，当在海面进行重力观测时，海底的地形起伏引起的地形影响有正值也有负值(内特尔顿，1987)。

第七节　航空重力测量

常规的地面重力测量与其他的地球物理方法相比，相当简便、快速和经济。如果把重力仪安装在飞机或直升飞机上进行观测，一定会加快野外测量的速度；而且能够解决地面测量中难以解决的某些问题。当然，在高速运动的飞机上面测量重力值，必然会遇到地面测量所没有的新问题。例如，地面测量的重力仪，其灵敏系统是在静止的条件下读数，这样才不会受到除所测量的重力加速度以外的力(加速度)的影响；但是在运动的飞机上，没有这个条件。在飞机上进行重力测量，有什么样的航空重力测量系统？目前航空重力测量系统的水平及精度怎样？这些系统能够解决什么样的问题？在这一部分进行介绍(内特尔顿，1987；Gumert，1998；Seigel and McConnell，1998；曾华霖，1999c)。

一、航空重力测量的优越性及应用

航空重力除了非常明显的高速测量的优点外，与地面重力及其他的地球物理方法相比，还具有下列优越性。

1) 不受测区条件的限制。空中飞行能够无限制地进入任何勘探目标。对于高山、丛林、沙漠、沼泽，特别是在海岸线过渡带或陆-水分界处都易于进行重力测量。

2) 不受地形起伏的影响。航空重力数据在一个水平面上采集，不像地面重力在变化的基准面即在起伏面上采集，地形校正误差和近地表小的横向密度变化引起的重力效应大大减小。

3) 不受假频的影响。航空重力能够连续地对数据取样和处理。在地面重力中由于取样不够密而普遍存在的假频问题，在航空重力数据中并不存在。

4) 空中观测还可以解决的问题。重力数据中包含的近地表地球物理噪音、地形影响，都可以通过飞行高度来消除。如果存在已知的地质噪音源，例如能够影响重力测量值的近地表小构造、喀斯特地形，或者不规则的沉积等，在一个适当的高度飞行可以消除这些特征的影响。

5) 在设计飞行时，可以在三维空间测量，这就可以根据在不同高度的重力值评价所研究的构造。

6) 可以在一条测线上，同时采集两种不同岩石性质的数据集，例如同时测量重力及磁力值。解释过程能够应用这些不同的测量值以推断地质情况，得到更为可信的解释结果。

此外，所需费用比地震法低得多。

二、美国航空重力测量

在航空重力测量方面，美国已经有四十多年的研究历史。现有两种系统：固定翼飞机测量系统；直升飞机测量系统。这两种系统经历了不同的研究阶段。固定翼飞机测量系统

的研究从20世纪50年代末及1960年开始直到1965年，为第一阶段；1984年开始为第二个阶段。直升飞机测量系统的研究经历了下列过程：1963～1970年，一般试验；1970～1982年，商业试验；1982年开始，进行工业评价；1996年，进行了高灵敏度试验。

(一) 固定翼飞机测量的第一阶段

第一次航空重力测量是在1958年进行的。在美国空军KC－135型喷气式空中加油机里，用一台安装在常平架上的LaCoste-Romberg重力仪（以下简称为L－R重力仪）完成的。观测精度大约 $\pm 10\times 10^{-5}$ m·s^{-2}。

1965年1月，空军剑桥研究实验室（Air Force s Cambridge Research Lab）飞行试验了现有的或者容易改进的重力仪。这个试验在1968年5月完成。其结果没有达到 10×10^{-5} m·s^{-2}的精度。

(二) 直升飞机测量

1965年，重力仪勘探公司（Gravity Meter Exploration Company）和LaCoste-Romberg公司第一次利用直升飞机测量重力，但是没有发表成功的报告。

1965年，美国海军海洋办公室（U. S. Naval Oceanographic Office）应用一台常平架悬挂L－R海洋重力仪进行了直升飞机试验。把15 m高度上的值换算到地面上时，测量值与已知值的差在 $\pm 5\times 10^{-5}$ m·s^{-2}范围内。

1966年，海军应用常平架L－R海洋重力仪及激光测高仪装备在直升飞机上面。在马里兰州（Maryland）和弗吉尼亚州（Virginia）进行了40次飞行；精度为 $\pm 3\times 10^{-5}$ m·s^{-2}。

1968年，美军地形测量司令部（U. S. Army Topographic Command）在两个半月时间内，利用一台直升飞机和一台L－R稳定平台重力仪进行了100次飞行。结果表明，在交线上的连接差值为 $(3\sim 5)\times 10^{-5}$ m·s^{-2}。

从1963年到1970年，美国政府的制图及军事部门对航空重力进行了更多的研究。

1970年，一家私人公司（EnTech公司）开始改进直升飞机系统，进行了商业试验，使其能够满足石油和矿山工业更严格的要求。1971年，EnTech公司试验了一个系统，其目的是建立一个用于石油勘探的直升飞机重力及磁法测量系统。这次试验的结果表明：航空数据与地面数据的重力差值在 1×10^{-5} m·s^{-2}或 2×10^{-5} m·s^{-2}范围内；同一点上空中及地面数据差值的直方图，总的呈正态分布；重力测量及其仪器已经联合成为一个系统，而这个系统能够得到反映中等规模到大规模地质构造的重力异常图。

1974年8月和9月，Carson直升飞机公司的地球科学部（Geoscience Department of Carson Helicopters）应用直升飞机及L－R三轴稳定平台重力仪，在Milville重力高进行试验的报告认为：直升飞机重力及磁力系统能够广泛部署以测量中等规模到大规模的异常。在1974～1977年，该公司开始把航空重力用于石油勘探。

1978年初，一项由石油工业赞助的试验在墨西哥湾海岸的一个盆地进行。在一个包含了浅盖层的两个已知的刺穿穹隆地区，航空重力同常规陆地重力进行了比较。结果证明，除了尖锐的盖层异常随高度衰减外，航空重力与地面重力的差别不到 $(1\sim 2)\times 10^{-5}$ m·s^{-2}。

1979年，承担了第一次商业测量。

1982年3～4月，根据与美国国防部制图局（Defense Mapping Agency）（DMA）的合同，在North Carolina进行了一次直升飞机重力测量系统（HGMS）的飞行试验。地表重力数据与航

空测量数据之间的平均差为 0.5× 10^{-5} m·s^{-2}。根据这些独立的评价可以认为，HGMS 可以提供：精度大约为 2× 10^{-5} m·s^{-2}的大地水准面的重力异常，精度稍高于 2× 10^{-5} m·s^{-2}的 5〃5 平均重力异常，精度大约为 1× 10^{-5} m·s^{-2}的 15〃15 平均重力异常等。

1982 年春夏，Photogravity 公司在宾夕法尼亚州（Pennsylvania）东南部的重力试验场，对直升飞机测量系统（HGMS）进行工业评价，根据处理的陆地数据做出了自由空气及布格重力异常图。

1996 年，在同一试验场应用先进的直升飞机航空重力系统进行了一次最新的高灵敏度分辨率试验。计算出的标准离差为 0.38× 10^{-5} m·s^{-2}。

(三) 固定翼飞机测量研究第二阶段

1984 年，Carson Services 公司开始研究应用固定翼飞机进行重力测量试验。

1992 年，苏黎世的地球动力学及大地测量实验室（Geodynamics and Geodesy Laboratory）进行了一次航空重力测量。地面数据的向上延拓值与计算出的航空布格异常之间的差值平均值为 0.6× 10^{-5} m·s^{-2}，标准离差为 11.9× 10^{-5} m·s^{-2}。

1992 年，美国 LCT 公司同它以前的母公司 Geodynamics 公司合作，开始研究航空重力系统。这个系统的特点是：提供一种独立于飞机的系统，这个系统不依赖于任何特定飞机的飞行特征，不需要扩大飞机的结构，或者修改电子设备；提供一种仅依靠 GPS 的全部导航及测量高度的系统。1992 年，LCT 系统第一次在墨西哥湾试验。1994 年 9 月，LCT 在宾夕法尼亚州及新泽西州（New Jersey）的工业试验场进行了重力测量，发现了波长10 km、振幅1× 10^{-5} m·s^{-2}的异常。1995 年 7 月，在欧洲的北海地区，LCT 公司进行了第一次商业飞行。

此外，海军研究实验室（Naval Research Laboratory）（NRL）利用比较大的 P－3A 飞机，已经在海洋区及格陵兰采集了大量的数据。一些大学和其他一些政府部门正在应用这些信息，研究区域地质及大地构造。

在飞机定位、仪器改进、重力梯度仪、激光测高仪以及多传感器测量方面的研究和开发，正在大学、研究机构、政府、私人企业中进行。

三、航空重力测量的校正问题

在飞行状态下进行的航空重力测量，重力仪必然受到飞机运动所产生的加速度的垂向分量的影响。为了得到真正的重力加速度，需要进行校正消除下列干扰的影响（内特尔顿，1987；孙中苗等，2004b；夏哲仁等，2004）。

(一) 飞机发动机的震动

这种震动的运动频率很高但幅度不大，通常用机械方法消除。

(二) 垂向加速度扰动

垂向加速度扰动是气流使飞机高度变化引起的；扰动量级很大，即使平稳飞行，也有数千甚至数万 10^{-5} m·s^{-2}数值。必须控制飞机的飞行高度，精确地定位和测量飞机的航速、高程。目前常用 GPS 和数字滤波确定垂向加速度。采用滤波方法可以消除这种影响。

(三) 水平加速度扰动

重力仪垂向由陀螺平台保障。由于陀螺平台未能真正保持水平会引起水平加速度扰动。

(四) 交叉耦合效应

当飞机的水平加速度和垂向加速度的频率一样而相位不相同时，摆杆式重力仪将产生

交叉耦合效应。

(五) 厄缶效应

由于飞机运动产生的附加离心力的影响。当飞机沿东西方向飞行时，厄缶效应具有很大的数值。例如，当飞机速度为 370 km·h^{-1}，厄缶效应约为 1500× 10^{-5}m·s^{-2}。要使厄缶校正准确到 1× 10^{-5}m·s^{-2}，必须使确定飞行速度的精度达到 0.185 km·h^{-1}左右，或精确到 1/2000。当飞机沿正南或正北方向飞行时，厄缶效应为零。但是飞行速度在 370 km·h^{-1}的情况下，只要偏离航线 1 就要产生 1× 10^{-5} m·s^{-2}的厄缶效应。通过选择最佳飞行方向以减小厄缶效应的影响。

(六) 地形影响

与海洋重力测量类似，如何消除观测面下方地面起伏影响，是航空重力测量中一个严重的问题。

区别地球重力对仪器引起的加速度及飞机垂向运动引起的加速度，是一个必须解决的问题。如果测量仪器是一台重力梯度仪而不是重力仪，这个困难会得到克服。

四、我国的航空重力测量

我国的航空重力测量已经起步。有关部门在 2000 年从美国引进了一台航空重力仪。西安测绘研究所以此重力仪为核心，建立了航空重力测量系统。2002 年 11 月，通过了这个系统的鉴定。

西安测绘研究所研制的航空重力测量系统 CHAGS (Chinese Airborne Gravimetry System) 由硬件系统和数据处理系统组成 (夏哲仁等，2004)。硬件系统包括重力传感器分系统，定位传感器分系统，高度传感器分系统，姿态传感器分系统，以及数据采集子系统。数据处理系统由 5 个模块组成，可以实现：①观测数据的采集、滤波、改正以得到空中重力异常。②对测量误差进行检验、补偿及平差。③将空中重力异常向下延拓到地面或大地水准面。该系统 2002 年的实际试验表明，地面实测重力异常的向上延拓与空中重力异常的差值标准差为 ±3.68× 10^{-5}m·s^{-2}，将空中重力异常向下延拓到地面与地面数据的比对精度为 ±4.25× 10^{-5}m·s^{-2}，与国外同类型系统的精度相当。

关于消除各种干扰以得到具有一定精度的重力异常问题，已经发表了一些有价值的文章 (肖云等，2003；柳林涛等，2004；夏哲仁等，2004；王兴涛等，2004；孙中苗等，2003；孙中苗等，2004a；孙中苗等，2004b；柳林涛等，2004)。还未见有应用航空重力资料解决我国的各种实际问题 (包括勘探问题) 的成果发表。

第八节　地下重力测量

一、概述

地下重力测量是指在钻井、竖井中垂直地进行，以及在矿区的不同平巷中水平或垂直地进行的重力测量 (徐公达、周国藩，1989)。在钻井或竖井中的重力测量是研究重力垂直分量随深度的变化，该变化是由地下密度不均匀体的垂向及横向位置的变化所引起的。

对于一口井而言，重力垂直分量的变化主要是由仪器与地下密度不均匀体之间垂向距离的变化，以及密度不均匀体与围岩之间的密度差所引起的，因此井中重力测量可以提供垂向的密度变化。坑道中的重力测量若只在一个坑道中进行，则其原理与地面重力测量相类似，可提供坑道附近横向密度变化的资料。若在多层坑道中进行重力测量时，则可提供不同深度处密度变化的资料。

早在19世纪及20世纪初，就有人做过地下重力测量工作；但地下重力测量的实际应用在20世纪50年代初才正式开始。Smith（1950）论述了地下重力测量解决问题的能力以及进行地下重力测量时应考虑的一些干扰因素。Hammer（1950）详细阐述了地下重力测量方法，并把地下重力测量测得的密度值与取自同一矿井中标本的密度值作了比较，还讨论了产生误差的可能因素，提出了资料处理的基本方法，特别是提出了根据地下重力测量值计算密度值的基本公式

$$\sigma = \frac{1}{4\pi G}\left(F - \frac{\Delta g + c}{\Delta z}\right) \qquad (4-6)$$

式中：σ为密度，Δg是垂直距离为Δz的两点间的重力差，c为校正值之和（Hammer认为只需进行地形校正），F为自由空气梯度（即地表处的$\Delta g/\Delta z$），G为万有引力常量。

（4－6）式是按照穿过密度为σ，厚度为Δz的均质无限大水平岩层时重力垂直变化为Δg的条件下导出的，因此用此式计算的密度值不受井壁情况的影响。

在竖井或坑道中进行地下重力测量时，可采用地面常规使用的重力仪；而钻井中的地下重力测量则必须采用井中重力仪。限于井孔的直径与环境条件，要求钻井重力仪具有直径小，可承受较高的温度及压力的变化，并在与铅垂线有一定偏离的条件下进行测量。1966年，LaCoste-Romberg（L－R）公司制出第一台实用的钻井重力仪。仪器的早期试验非常成功，其后即用于研究油气田。1977年，又研制出耐高温的细口径LaCoste-Romberg钻井重力仪及低速测井绞车。该仪器的最小直径为10 cm，可在井斜14°，环境温度为200℃，及环境压力为172 MPa（兆帕）的高压下连续工作30 h，重力测量精度为0.03g.u.。在3 m的垂直间隔内相应的密度测量精度为0.01 g/cm^3。此仪器可用于陆上及海洋的钻井重力测量。

二、井中重力测量

井中重力测量主要测量穿越岩石的垂向密度变化及井周围岩石的横向密度变化。井中垂直重力测量得到的密度能够达到0.01 g/cm^{3}的精度。井中重力测量通过在井中一系列根据测井图选定的测点停放井中重力仪及读数来进行。测出一系列的重力垂直变化Δg及相应的深度差Δz，就可以由（4-6）式计算出岩层的密度σ。根据岩层密度的垂向分布，可以发现与油气储集层有关的低密度岩层。

井中重力测量的重力效应中，90%是由与测点相距在五倍测点（垂直方向）间距内的岩石引起的，因此其探测范围（即侧向深度）较大，能够确定大体积岩石或地层的原地密度。

在利用重力仪进行井中重力测量时要注意下列几个问题。

1）要准确地确定测点的深度。深度测量误差是钻井重力测量中最大的误差来源。

2）防止操作时的噪声干扰，即使是轻微的振动也要注意。要使仪器保持固定。

3）注意测点与点距的选择。在不考虑地质体与井的距离时，测点的间距愈小，深度

的分辨率愈高。点距一定要等于或小于要求的深度的分辨率。测点最好选在地层的交界面左右，使测出的地层平均密度更真实。

为了比较精确地计算出地层的密度值，必须通过一些校正消除实测钻井重力值包含的各种外界影响。这些校正包括仪器的格值校正，地形校正，潮汐重力变化校正，自由空气梯度校正，仪器零点漂移校正，钻孔倾斜校正，井径变化校正以及井中流体、水泥等引起的井眼影响校正等。这些校正与地面重力测量不完全一样，详情请参考专门的著作（拜尔，1988；奎奥等，1985）。

三、井中重力测量的应用

井中重力测量具有下列几个方面的用途。

1）储集层评价。确定孔隙度，精度可以达到 0.05%。

2）沉积盆地的密度规律研究，精确估计井中的地层密度。

3）在油气田的勘探与开发中，可用于确定天然气饱和带，发现含油气层位及远处孔隙带。

4）对抽油引起的钻进变化进行监测。

美国还应用井中重力测量检查地下核试验井周围岩石的安全性，以免放射性气体经过断层逸出等。

第九节　重力梯度测量

常规重力测量观测重力位的铅垂一次导数，即 Δg 或 V_z。重力梯度测量可以得到重力位的二次导数，如 V_{xx}、V_{xy}、V_{xz}、V_{yy}、V_{yz}和 V_{zz}，它们是重力位的一次导数 V_x、V_y、V_z 在 x、y、z 方向上的变化率。

我国在二十世纪五六十年代使用过的扭秤，测量的重力场要素是 V_{xz}、V_{yz}、$2V_{xy}$、$V_\Delta = (V_{yy} - V_{xx})$，不能测量 V_{zz}。扭秤梯度仪在 20 世纪 20 年代的美国是油气普查勘探唯一的有效工具。由于仪器笨重、效率低，梯度数据的解释方法研究又没有跟上，20 世纪 30 年代以来被地震法、重力摆仪及重力仪所取代。然而，由于重力梯度值具有重力值所没有的独特的优点，重力梯度测量并没有消失，重力梯度值一直以不同的形式得到应用。20 世纪 70 年代，美国海军的一项秘密技术——新型的重力梯度仪及三维重力梯度测量技术公开，在海洋石油勘探及航空重力梯度测量领域开始得到应用，已经显示出良好的应用前景（Bell and Pratson，1997；Pawlowski，1998；Bell and Hansen，1998；曾华霖，1999a）。

一、重力梯度测量的优越性

与重力测量相比，重力梯度测量具有下列优点：

1）重力梯度异常能够反映场源体的细节，即具有比重力本身高的分辨率。这是重力梯度测量最主要的优点。

2）常规重力仪只测量重力场的一个分量（铅垂分量），而一台重力梯度仪能够测量九个重力场梯度张量分量中的五项；梯度仪测量中多个信息的综合应用能够加强应用重力数据做出的地质解释。

3）特别是，梯度仪不受不利于常规重力仪的、在运动环境（例如船和飞机）下的、大的运动加速度的影响。

此外，重力梯度测量数据能够提高地质特征的定量模拟质量。

二、扭秤在早期石油勘探中的作用

匈牙利物理学家厄缶（Baron von E tv s）设计了一台使石油工业发生革命的仪器——扭秤，并于 1886 年发表了他的发明。厄缶在 20 世纪初评价了仪器对地质构造的灵敏度，于 1908 年发表了这个结果。第一次世界大战期间，在德国、匈牙利、前捷克斯洛伐克应用扭秤成功地做出了与石油沉积有关的盐丘图。

紧接着一些国际石油公司，如 Anglo-Persian 公司应用几台扭秤进行了全球测量。1922 年厄缶扭秤由 Shell 和 Amerada 公司进口到美国。1922 年末，横过 Spindletop 构造的试验性测量，清楚地表明这个构造能够被扭秤发现。1924 年，Amerada 公司第一次发现了 Nash 盐丘。构造图是一幅简单而漂亮的矢量（箭头）指向穹窿中心的圆圈。后来又发现了其他一些盐丘和油田，如 Lovell Lake 油田，Texas 和 Houston 油田。整个 Los Angeles 盆地和 Texas 的一部分都完成了详细的重力梯度图，测量精度达到 ±1E。重力梯度测量是第一个广泛用于石油勘探的位场方法。当时，在寻找石油和天然气方面，扭秤还没有竞争者。在以后的 10 年左右，10 亿桶以上的石油及至少 79 个产油构造的发现归因于扭秤的应用。

由于扭秤梯度测量的测量时间较长，测点附近的地形起伏影响相当严重，只能在平缓的地区应用，以及梯度测量数据的解释方法研究没有跟上，20 世纪 20 年代末以来，它被地震仪、重力摆仪及稳定弹簧重力仪所取代。

三、重力梯度计算值的应用

扭秤梯度仪没有得到广泛的应用，其原因并非重力梯度值本身没有价值，而是测量仪器的缺点。重力异常梯度的固有优势在于它是重力异常的变化率，反映了地下的密度突变引起的重力异常的变化，因此它具有比重力异常更高一级的分辨率。虽然没有方便的、高精度的梯度仪，但是重力梯度值在国内外一直没有停止使用。没有实际测量的梯度值，人们就应用理论公式或频率域方法，把重力异常测量值变换为各次导数，例如 g/z、$^{2}g/z^{2}$ 等，在重力解释中加以利用（重力勘探资料解释手册编写组，1983）。

近 50 年来，重力二次导数法作为从叠加异常中分离局部异常的主要方法之一，一直在石油及金属矿勘探中用于突出局部构造或岩体、矿体引起的局部异常，以发现它们的水平位置。至今，这个方法还没有失去它的作用。

重力梯度异常是应用重力法寻找断裂的主要根据。这是因为具有垂直位移的断裂可以看做是一些台阶，而重力梯度对于台阶的棱边特别敏感（Butler，1995）。

根据重力剖面向上延拓值水平二次导数的零点位置的横向偏移，在已知模型上顶面深度的条件下，可以求出水平板模型斜截面的倾角、水平厚度及位置（McGrath，1991）。

重力异常梯级带清楚地显示出大断裂的水平位置，然而一些控制油气藏或矿体的次级断裂被较大的构造所掩盖。应用重力铅垂二次导数的相关分析，能够有效地发现次级断裂（Zeng et al.，1994）。

目前世界上应用较多的一种直接探测与油气藏有关的低密度体的方法，所采用的重力场要素就是经过归一化的重力梯度值（Березкин, 1973; 曾华霖等, 1999e; Zeng et al., 2002）。

利用理论公式将重力异常变换为各种重力高次导数或重力梯度值，已经表现出比重力异常好的优越性。但是，计算值毕竟不是实测值。与实际测量值相比，计算值有两大缺点。第一，理论模型计算表明，由一些理论公式计算出的重力高次导数比模型理论值小许多，无法用于定量解释。与实测值相比，计算结果比较光滑、规整，缺少实际地质体引起的异常细节。第二，把重力异常变换为重力高次导数的频率域变换方法，实际上是一种高通滤波器。这个滤波器除了突出叠加异常中的局部异常外，特别放大了由比探测目标小的地质体所引起的重力效应及观测误差，即高频干扰，计算出了许多虚假的导数异常。这是重力数据处理、解释中经常面对的难题。

四、应用重力仪测量重力垂直梯度值

显然，实测值比计算值要准确、可靠得多。在重力场要素中，重力垂直梯度 g/z，即重力梯度在铅垂方向上的投影，比较容易测量。没有梯度仪，人们就利用一台重力仪在不同高度位置测量以计算梯度值。在一个测点的两个不同高度处的重力差值除以高差，便可得到近似的重力垂直梯度。实际上，重力垂直梯度的测量已经有很长的历史（王宝仁、徐公达，1995）。

早在 1881 年，Jolly 就利用大约高 21 m 的建筑测量了重力垂直梯度。1938 年，Hammer 利用 290 m 的高层建筑测量重力垂直梯度，观测精度达到 ±3E。1943 年，Thyssen 利用 GRAF 重力仪及高差为 0.5 ~1.5 m 的移动三角架，在野外观测重力垂直梯度，平均测量精度为 ±50 E。1953 年，Houston 技术实验室利用 Worden 重力仪，在 3.5 m 高的三角架上面进行观测，梯度值的观测精度为 ±37 E。

1956 年，Thyssen 等首次利用重力垂直梯度研究 Calgary 市 Turner 谷地的地质问题。使用了 Worden 重力仪及 4 m 高的三角架。梯度值的平均观测精度为 ±10 E。

Neumann（1972）及 Fajklewicz 等（1976）应用垂直梯度探测近地表的小地质构造、岩石的蚀变、洞穴、隧道等。

1985 年，Introcaso 和 Huerta 利用垂直梯度为工程地基确定浅部结晶基底的形态。

重力垂直梯度的测量利用特制的塔来实现，这些塔具有不同高度，从 10 m（Kumagai and Yoshimura, 1960）到 0.876 m（Ager and Liard, 1982）。在 Caucete 地震之后，Volponi 和 Introcaso 测量了阿根廷 San Juan 地区的垂直梯度，采用了 1 m 高的塔，在每个点以 20 cm间隔读取 5 个连续的读数；然后应用最小二乘法得到梯度值。

我国的重力垂直梯度测量工作开展得比较晚，都属于研究性质（王宝仁、徐公达，1995）。例如，1973 年，原长春地质学院与陕西省第二物探大队合作，在秦岭进行了观测。1974 年，原长春地质学院与西藏地质局物探大队合作，在藏南及藏北进行了观测。1980 ~1983 年，原成都地质学院在国内一些地区进行了重力垂直梯度观测。

目前，重力垂直梯度测量已经用于解决下列问题：探测浅部地质构造或人工微小构造；探测小型断裂；在坑道中估计上下两坑道间的密度值，探测小地质体的位置；以及对高精度重力测量进行垂直梯度校正等等。

五、新型的美国海军重力梯度仪

在20世纪70年代，出于对导航和导弹发射的需要，美国海军花费了10亿美元研究一个测量重力梯度的系统（Bell and Pratson，1997；Chapin，1998）。美国政府有一项在三种竞争的梯度仪设计之间的“决赛”计划。决赛的胜利者是Bell梯度仪；Bell梯度仪现在已经有几种工作仪器。这个计划开始以来，这些传感器一度为国防秘密；冷战结束，这项军事技术开始用于勘探地球物理及其他领域。1995年以前，美国海军开始探索把这一潜水艇重力梯度技术作为民用。

三维重力梯度测量是Bell Aerospace公司为美国海军Trident潜艇计划研究的一项秘密技术。重力梯度仪由12台分开的重力仪组成，当这些重力仪在“罗经柜”（“binnale”）中翻转时，便测量了1 m内地球重力的差值。结果得到重力、重力场的全部张量或重力的三维变化的精确测量值。因此，重力梯度测量有可能以比以前高得多的分辨率和精度绘制出盐丘以下的密度差图。在墨西哥湾的测量表明，梯度测量的精度估计为每1 km范围内0.5 E，大约相当于0.05×10^{-5} m·s^{-2}/km。Bell Geospace公司已经应用美国海军船只在墨西哥湾深水中进行了三次重力梯度测量。

现在正在使用的37种重力仪器中，梯度仪只有4种；正在研制的24种重力仪器中，重力梯度仪占了18种，而重力仪只有6种（Chapin，1998）。由此可见重力仪器研究的趋势，这也反映了重力梯度测量复兴的势头。

六、重力梯度仪测量数据的应用

虽然重力梯度仪测量目前还是小规模的，但是已经得到了下列的实际应用：

1）在石油勘探中，重力梯度能够改进地震法难以做出的盐层底部的图像。应用重力梯度，能够反演出盐层侧面的陡度、浅部形态的细节及最大深度。

2）重力梯度测量对于油气藏随时间变化具监测能力。重复重力梯度测量可以监测生产过程中石油的移动轨迹等。

3）重力梯度测量数据或者重力数据变换为垂直梯度，能够有效地进行三维处理以描述密度间断，改进重力解释的结果。把解析信号和水平梯度极大值联合用于三维重力解释，能够识别密度边界及地质接触带的倾斜方向。

4）研究基底起伏。

5）航空重力梯度测量对于困扰航空重力测量的定位误差并不灵敏，没有垂直起伏及厄缶误差，因此航空重力梯度测量将会得到迅速发展。

第十节　卫星重力测量

本节将介绍宁津生（2002）等论述的地球重力场模型的基本概念及卫星重力探测技术，并同时介绍卫星重力测量在我国地球科学中的应用。

自前苏联于1957年10月4日成功发射世界上第一颗人造地球卫星Sputnik-1后，美国随后也大力发展卫星技术，卫星技术在很多学科领域得到广泛应用，也为测绘学和地球物理学的发展开辟了新的途径，其中包括卫星重力学。卫星重力学是将卫星当作地球重力

场的探测器或传感器，通过对卫星轨道的摄动及其参数变化观测，以此研究和了解地球重力场的变化。因此研究地球重力场就不只局限于应用天文、大地和地面重力测量资料，利用卫星观测资料建立全球重力场模型和确定大地水准面的理论和技术得到了迅速发展。Kaula 于 1966 年首次利用卫星轨道摄动分析理论和地面重力资料建立了 8 阶地球重力场模型，并出版了《卫星大地测量理论》一书，奠定了卫星重力学的理论基础。

一、地球重力场模型

研究和确定地球重力场，其实是确定地球的重力异常场（扰动重力场），即地球重力场的基本参数，包括位异常（扰动位）、重力导常、大地水准面差距、垂线偏差等。这些基本参数可通过如下数学函数来表达：

$$V(\rho,\theta,\lambda)=\frac{GM}{\rho}\left[1+\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{a}{\rho}\right)^{n}(C_{nm}\cos m\lambda+S_{nm}\sin m\lambda)P_{nm}(\cos\theta)\right] \quad (4-7)$$

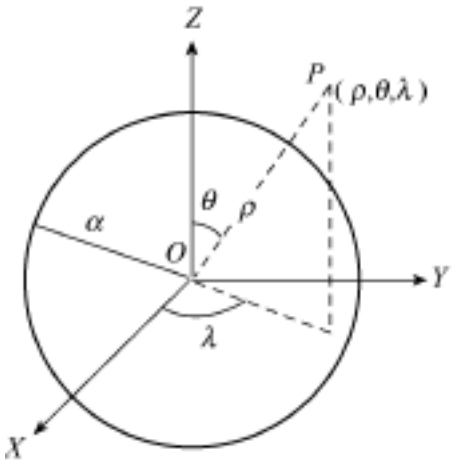


图 4－1　地球引力位球谐函数表示的坐标系

这是以球谐函数级数形式表示的地球引力位。式中 ρ、θ、λ 分别为地球重力场计算点的地心矢径、极距和经度（图 4－1）；GM 为引力常量与地球质量的乘积，简称为地心引力常数；C_{nm} 和 S_{nm} 为引力位球谐函数系数，简称位系数；a 为地球的长半径。$P_{nm}(\cos\theta)$ 称为勒让德函数，n 称为阶次，m 称为级。当 n 为某一定值时，m 由 0 变化到 n，称为完全阶次。引力位球谐函数级数式中的第一项表示质量为 M 的均匀正球体的引力位，求和符号中各项为地球形状和质量分布不同于均匀正球体引力位的增减部分。要细微地表达地球引力位，就必须精确地推出各个阶次的位系数 C_{nm} 和 S_{nm}。

球谐函数级数的各个未知系数的集合［C_{nm}，S_{nm}］称为地球重力场模型。由该模型可以推导出以上所述的地球重力场基本参数，因此当前确定地球重力场的理论又归结为地球重力场模型的理论及位系数的计算与大地水准面的确定及其精化。无论是前者还是后者，都需要有全球的地面重力实测数据得到的重力异常来解算。有了地球重力场模型，就可以计算地球上面各点的位异常及重力异常。位系数 C_{nm}，S_{nm} 的阶次决定了计算出的异常的波长或异常的空间频率。阶次愈高，得到的异常的频率愈高。高频异常反映了浅部地质体的重力效应；阶次愈低，得到的异常的频率愈低，反映了深部地质体的重力效应。要得到高频率或短波长的异常，要求卫星观测值的分辨率或精度要高。

地球重力场模型的建立，有利于大地测量学、地球物理学、地球动力学、海洋学和空间科学的发展。就地球物理学来说，地球重力场模型能够给出大尺度的重力变化，反映较大范围内平均的或较深部位的异常质量分布，因而可以用来研究地壳深部及上地幔构造特征（楼海等，2000）。

虽然地面重力测量工作是传统大地测量工作中最方便和功效最高的一种测量工作；但毕竟还是耗时多、劳动强度大，特别是有许多难以到达的地区。这致使重力测量数据的地面覆盖率和分辨率受到极大的限制，这是在确定地球重力场模型，包括推算大地水准面时

提高其精度和分辨率的最大障碍。卫星重力探测技术则是为全球高覆盖率、高分辨率和高精度重力测量开辟了新的有效途径。这将导致以前所未有的精度和分辨率确定地球重力场的精细结构成为可能。

由球近似 Molodensky 边值问题的边界条件，可得到重力异常 $\Delta g(r, \theta, \lambda)$ 与扰动位系数 C_{nm}，S_{nm} 的关系式（宁津生等，1990；张　健等，1997）为

$$\Delta g(\rho,\theta,\lambda) = \frac{GM}{\rho}\left[1 + \sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(n-1)\left(\frac{a}{\rho}\right)^{n}(C_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda)P_{nm}(\cos\theta)\right] \tag{4-8}$$

由球谐函数的正交关系，得：

$$\begin{Bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{Bmatrix} = \frac{1}{4\pi}\iint_{\delta}\frac{\rho^{2}}{GM}\left(\frac{\rho}{a}\right)^{n}\frac{1}{n-1}\Delta g(\rho,\theta,\lambda)\begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix}P_{nm}(\cos\theta)\,d\delta \tag{4-9}$$

式中 δ 为单位球面。

用实测重力数据，由（4－9）式可得到由地表平均重力异常 $\Delta g(\rho, \theta, \lambda)$ 解算的重力位系数——地球重力场模型。因此，如果已知地球表面的平均重力异常 $\Delta g(\rho, \theta, \lambda)$，则可求解出地球重力场模型——扰动位系数。

由于推算位系数时所采用的资料类型和数量不同，所以有不同的地球重力场模型。表 4－3 中所列的是 1991 年以前的主要地球重力场模型。

表 4－3　地球重力场模型

名　称	完全阶次	推算模型所用的资料
GEM_9	20	卫星跟踪数据
GEM_{10}	22	卫星跟踪、地面重力测量数据
GEM_{10A}	30	卫星跟踪、地面重力、卫星海洋测高数据
GEM_{10B}	36	卫星跟踪、地面重力、卫星海洋测高数据
GEM_{10C}	180	卫星跟踪、地面重力、卫星海洋测高数据
SE	24	卫星跟踪、地面重力数据
RAPP	180	卫星跟踪、地面重力、卫星海洋测高数据
$GRIM_3$	36	卫星跟踪、地面重力、卫星海洋测高数据

上表中的 GEM 模型是美国哥达德宇航中心发表的；SE 模型是美国斯密松天文台发表的，有 SE、SEⅡ、SEⅢ三个模型；RAPP 仍为哥达德守航中心提出，但用了 GRS－1980 的参考椭球；GRIM 模型是德国、法国合作求得的，至今已发表了三个模型。

目前最新的地球重力场模型是 EGM96（楼　海等，2000）。该模型是由美国航天局哥达德宇航中心（NASA，GSFC）、美国国家影像制图局（NIMA）以及俄亥俄州立大学等单位于 1996 年联合建立的。建立这个模型时利用了 20 多颗卫星的轨道观测数据，包括最新的 GPS 和 TDRSS（tracking data relay satellite system）资料，由海洋卫星 GEOSAT 测高数据导出的 30′×30′ 海洋重力异常、30′×30′ 平均地面重力数据；而且还新增加了以前无法获得的地面重力资料。因而这个新模型比以前的模型都更可靠。EGM96 模型具有完整的 360 阶位系数。以球谐函数展开式表示的重力场可以反映出波长大于 100 km 的重力变化。若以半波长作为重力场的空间分辨率，则 360 阶的重力场模型可以表示出尺度约为 50 km 的重力异常。不同阶次的重力场模型位系数反映不同尺度的重力变化，也与不同深度的场

源（密度异常）相关。不同学者得出的球谐系数的阶次与场源深度的关系有很大差别，但其共同点是 2～36 阶系数对应的密度异常场源不在地壳和岩石圈内，而是在上地幔或更深处；而且，球谐系数阶次越高，反映的场源深度越浅。

二、卫星重力测量技术

1957 年以来的几十年里，世界上有许多国家发射了大量能用于大地测量目的的卫星，并利用地面跟踪卫星的观测资料发展了一系列全球低阶重力场模型和相应的全球大地水准面。随着卫星重力探测技术的不断向前发展，全球地球重力场模型和大地水准面的精度和分辨率也在日益提高。归纳起来，目前卫星重力探测技术主要有以下 4 种模式：地面跟踪观测卫星轨道摄动、卫星测高、卫星跟踪卫星和卫星重力梯度测量。近 30 年来，前两种模式已形成成熟的理论和技术体系，对全球重力场的研究做出了重大的贡献；后两种模式，虽然早已开始研究，但直到最近（或不久将来）才得以付诸实现。

（一）地面跟踪观测卫星轨道摄动

地面跟踪观测卫星轨道摄动是采用摄影观测、多普勒观测或激光观测（有地基和空基两种模式）等技术手段测定地球重力异常场（消除了日月引力、地球潮汐、大气和太阳光压等因素）对卫星轨道引起的摄动，以此推求地球重力场模型和大地水准面。这种卫星重力探测技术能提供的仅是地球重力场中的低频或长波部分的信息。早期这种模式是采用对卫星的摄影跟踪观测，20 世纪 60 年代中期发展到对卫星的激光测距跟踪，如 Lageos、Starlette、Ajsai 和 Etalon 等激光卫星以及 Don s 跟踪系统，通过这些卫星的跟踪观测，获得了大量轨道摄动观测值，其精度也有大幅度提高，所以解出了更准确的位系数。

（二）卫星测高

卫星测高是在卫星上安置雷达测高仪或激光测高仪，直接测定卫星至其在海洋面星下点的距离（由于波束的发散影响，星下点实为一定范围的圆形区域，此距离为其平均距离）。根据卫星的轨道位置并考虑到海潮、海流、海风、海水盐度及大气压等因素的影响，推算出海洋大地水准面高，它具有较高的分辨率。海洋大地水准面又可用于计算海洋重力异常。

卫星至最近海面点的距离，与卫星至参考椭球体距离之差为相对参考椭球体的大地水准面高度，即大地水准面起伏。由异常质量引起的大地水准面高度，重力场和垂线偏差通过异常质量的扰动位 U 而相互联系（王懋基等，1998）。根据 Brun 公式：

$$U = g_0 N \qquad (4-10)$$

式中：N 是参考椭球面上的大地水准面高度，g_0 是正常重力值，有：

$$\Delta g = -\frac{U}{Z} = -g_0\frac{U}{Z} \qquad (4-11)$$

$$\eta = -\frac{g_x}{g_0} = -\frac{1}{g_0}\frac{U}{x} = -\frac{N}{x} \qquad (4-12)$$

$$\zeta \approx -\frac{g_y}{g_0} = -\frac{1}{g_0}\frac{U}{y} = -\frac{N}{x} \qquad (4-13)$$

式中：Δg 是重力异常；η 是垂线偏差的东分量；ζ 是垂线偏差的北分量；g_x 和 g_y 是重力在 x（东）和 y（北）方向的水平分量。

对上述方程进行傅里叶变换，得:

$$\bar{G} = g_0 \mid k \mid \bar{N} \qquad (4-14)$$

$$\bar{\eta} = - ik_x \bar{N} \qquad (4-15)$$

$$\bar{\zeta} = - ik_y \bar{N} \qquad (4-16)$$

式中: $\bar{G}$、$\bar{N}$、$\bar{\eta}$、$\bar{\zeta}$相应为重力、大地水准面高度、东偏差和北偏差的傅里叶变换; $k = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$为波数。将大地水准面图进行傅里叶变换，乘上 (4-14) ～(4-16) 式表示的滤波器，然后反变换就可求得重力场和垂线偏差图。

重力场也可以从原始的沿轨道大地水准面梯度确定。分别对卫星上升和下降测高剖面微分，求得大地水准面梯度，再进行内插和网格化。在每个节点上，把二者综合，求得垂线偏差的东和北分量。

利用拉普拉斯方程可以得到:

$$\frac{\Delta g}{z} = - g_0 \left(\frac{\eta}{x} + \frac{\zeta}{y} \right) \qquad (4-17)$$

通过 (4-17) 式的傅里叶变换得:

$$\bar{G} = \frac{ig_0}{\mid k \mid} (k_x \bar{\eta} + k_y \bar{\zeta}) \qquad (4-18)$$

根据 (4-18) 式把两种网格的垂线偏差进行变换并综合，然后作反变换，便求得重力异常。

在 (4-11) 式中，大地水准面起伏用球谐函数表示时，重力异常与水准面起伏的关系为

$$\Delta g \approx \frac{2\pi}{\lambda} N g_0 \qquad (4-19)$$

式中: λ为波长。上式表示重力异常幅度是水准面异常波长的函数。显然，长波长大地水准面可以给出更精确的重力场。

自 1973 年 5 月 14 日美国国家航空航天局 (NASA) 发射第一颗带有雷达测高仪的卫星 Skylab 以来，至今世界上已相继实施了许多个海洋卫星测高计划，先后发射了 Geos-3 (1975)、Seasat (1978)、Geosat (1985)、ERS-1 (1991)、TOPEX POSEIDON (T/P, 1992)、EPS-2 (1995)、Geosat-Follow-on (GFO, 1998)、ENVISAT (2000) 等测高卫星，其中 ERS-2 和 Geosat-Follow-on 分别是 ERS-1 和 Geosat 的后继卫星，T/P 的后继为 Jason-1，将在 21 世纪初发射。

利用卫星测高资料推算的海洋重力异常数据填补了占地球表面 70% 的海洋重力测量空白，它所包含的地球重力场信息比由重力测量所得的相应格网的信息要多，而且含有大量高频成分。目前卫星测高精度已达到厘米级，数据的空间分辨率达到或优于 10 km 水平，由此重力异常的推算精度可达 (1～2) × 10^{-5} m·s^{-2}，它已高于陆地重力测量推算的相应格网的平均重力异常的精度水平。20 世纪 80 年代以来，国际上主要致力于研究利用卫星测高数据确定海洋大地水准面和推算重力异常的技术，建立和改善高阶地球重力场模型。目前公认最好的全球重力场模型 EGM96 就利用了迄今为止可能获得的最完善的全球地面和卫星重力数据，其中包含了最新的卫星测高资料。尽管由于卫星测高技术能提供高精度和高分辨率的海面高观测值，但对于确定海洋大地水准面来说几乎不可能以相应的精度和分辨率分离海面地形的影响。若考虑到海潮残差 [约 ± (3～5) cm]、物理环境影响改正残差和定轨残差 (约 ±5 cm) 等多种难以做精确模拟的误差影响，则利用卫星测

高技术恢复海洋大地水准面要优于 ±10 cm 量级的准确度已十分困难。由于水对雷达频域中的微波脉冲具有良好的反射性，所以卫星测高技术特别适用于海洋，它用于确定海洋大地水准面和海洋重力异常，目前尚不能应用于陆地。考虑到这些原因，卫星测高，以及前面的地面对卫星的跟踪技术恢复地球重力场的潜力受到了限制。

(三) 卫星跟踪卫星 (SST)

卫星跟踪卫星是利用卫星对卫星的跟踪观测推求地球重力场。它有两种技术模式：一种是所谓高-低卫星跟踪卫星 (hl - SST)，它是由若干高轨同步卫星 (例如高度在 20000 km 以上) 跟踪观测低轨卫星 (例如在 1000 km 以下) 的轨道摄动确定地球扰动重力场。高轨卫星主要受地球重力场的长波部分影响，受大气阻力影响极小，因而可以由地面卫星跟踪站精确测定它们的轨道。低轨卫星由于在极低的轨道上运行，作为一个传感器对地球重力场的摄动有较高的敏感性，它的轨道摄动则由高轨卫星连续跟踪并以很高精度测定出来。另一种是所谓低-低卫星跟踪卫星 (ll - SST)，它是通过测定在同一低轨道上的两颗卫星之间 (例如相距约 200 km) 的距离变率 (又称相对视线速度) 反映两卫星星下点之间的地球重力场的变化。从本质上看，hl - SST 技术与地面站跟踪观测并无很大区别，但其数据的覆盖率、分辨率和精度都有很大提高；由 hl - SST 发展起来的 ll - SST 技术测定地球重力场的精度和分辨率将会更高。

hl - SST 的概念是 Baker 在 1960 年提出的。20 世纪 70 年代中期，美国应用 hl - SST 方法对 Apollo (轨道高度约 240 km) 的跟踪数据获得了南大西洋和印度洋地区的 5 °× 5 ° 格网平均重力异常，其精度为 ±7× 10^{-5} m·s^{-2}. 根据最新研究，利用 GPS 卫星作为高轨卫星跟踪低轨卫星能显著提高地球重力场的精度和分辨率，例如跟踪 T/P 卫星 (轨道高度为 1335 km) 能以 ±0. 2× 10^{-5} m·s^{-2} 的准确度恢复 25 阶次的地球重力场；跟踪 160 km 轨高的飞行器能以 ± (4 ~5) × 10^{-5} m·s^{-2} 的准确度恢复 180 阶次的地球重力场。

(四) 卫星重力梯度测量 (SGG)

现代大地测量、地球物理、地球动力学和海洋学等相关地学学科的发展迫切需要更加精细的地球重力场支持，表 4 -4 列出主要相关地学学科对重力场的要求。目前世界公认的最好的全球重力场模型 EGM96 与表 4 -3 的要求相距甚远，因此物理大地测量无论从重力探测技术还是地球重力场逼近理论和方法上均面临着新的挑战，其中主要是确定厘米级大地水准面和发展超高阶全球重力场模型 (宁津生等，2002)。

现有重力探测技术获取全球均匀分布的高精度重力场信息的能力受到了限制，迫切需要新的技术突破。在这一背景下出现了发展卫星重力梯度测量 (SGG) 和卫星跟踪卫星 (SST) 技术的设想，其中 SGG 是利用卫星携带的重力梯度仪直接测定引力位的二阶导数张量来确定地球重力场。

随着现代电子技术、计算机技术、超导量子干涉技术、低温微波空腔谐振技术、“超导负弹簧”技术的发展及应用，使得重力梯度仪在灵敏度和稳定性方面取得了突破性进展。重力梯度仪的精度从早期的 1E 已发展到 10^{-4} E；未来超导重力梯度仪的精度可望达到 10^{-6} E。重力梯度测量原理从早期的扭力测量发展到目前的差分加速度测量。前者测定作用于检测质量的力矩来间接获取重力梯度数据；后者通过观测两检测质量 (或加速度计) 之间的加速度差来获取重力梯度观测值。目前卫星重力梯度测量主要采用差分加速度测量技术。

表4-4　相关地学学科对重力场的要求

研究领域	精度		空间分辨率（半波长）
	大地水准面/cm	重力异常/10^{-5}m·s^{-2}	km
建立全球高程系统、GPS水准测定正高	<5		50～100
监测陆地和冰盖的垂直运动（高程变化）	2		100～200
大陆岩石圈（热结构、冰后回弹、沉积盆地、山岳带及大陆断裂等）		1～2	50～400
海洋环流、海面地形等①小尺度	2		50～250
②海盆	<1		1000
海洋岩石圈问题：			
①海山分布		1～5	10～50
②岩石圈与岩流圈相互作用（消减过程）		5～10	100～200
③洋盆板中隆及破裂带密度结构		1	<50
地幔对流和岩石圈流变学		1～2	100～5000
地球物理勘探		1～2	1～2

国外自20世纪70年代末就开展SGG技术的论证，对其测量原理、技术模式、误差源、数据处理的理论和方法等进行了大量的数值模拟实验和分析。20世纪80年代开始研究制定国际卫星重力梯度计划，其中有欧洲空间局（ESA）的ARISTOTELES计划、美国宇航局（NASA）的超导重力梯度测量任务SGGM和美、意两国的卫星系统TSS的重力梯度测量等。经过近30多年的潜心研究，卫星重力梯度测量技术已趋向成熟。欧洲空间局和美国宇航局将陆续发射具有测定地球重力场能力的卫星，如CHAMP、GRACE和GOCE。其中CHAMP是用于地球物理研究的小卫星，采用高-低卫星跟踪卫星技术模式，其观测量可认为是低卫星处的重力位一阶导数。该卫星已于2000年7月15日（UTC时间）在俄罗斯成功发射，目前运行状况良好。GRACE是“探测重力场和气象实验”的卫星探测计划，同时采用高-低和低-低SST技术。其中低-低STT实际上相当于一个重力梯度仪，其观测量为两卫星视线方向上的重力梯度分量，可用于恢复150阶地球重力场，大地水准面的精度可达到20 cm。GOCE是“重力场和静态洋流探索”的卫星探测计划，同时实施高-低SST技术和卫星重力梯度测量技术，期望恢复250阶地球重力场和1 cm精度的大地水准面。SST和SGG被认为是目前最有价值和最有应用前景的两项互为补充的高效重力探测技术，其主要科学目标不仅测定地球重力场的精细结构及长波重力场随时间的变化；而且还将以全球尺度精密测定磁场及探测全球大气层和电离层。这一系列卫星重力探测计划的实施将为重力场的研究树立新的里程碑；同时对现代地球科学研究岩石圈、水圈和大气圈及其相互作用具有重大科学和现实意义。

三、卫星重力测量在我国地球科学中的应用

卫星重力测量技术的出现和发展，为研究地球重力场提供海量观测数据，填补地球上的重力空白区，势必推动勘探地球物理学的发展。根据发表的文献，卫星重力测量资料已经在我国的地球结构、地质构造研究及矿产勘探中得到了初步应用。下面介绍几个例子。

张　健等（1997）将卫星重力异常转化为分层面密度异常，结合其他地球物理资料，分析并探讨了塔里木盆地油气资源与卫星重力异常的相关性。研究表明：塔里木盆地油气资源分布与101～180阶卫星重力分层面密度异常图中负密度异常带关系密切；而181～360阶卫星重力分层面密度异常图则对盆地内生油、储油的坳陷、隆起等构造有较清楚的反映。

王懋基等（1998）用卫星雷达测高数据得到的南海卫星重力图，揭示出许多有意义的、过去未能清楚显示的构造特生，其中包括扩张脊，转换断层，岩石层弹性板厚度，大陆边缘性质，以及新的沉积盆地。

方　剑（1999）利用卫星重力资料计算了全球地壳及岩石圈厚度。计算结果表明，地壳和岩石圈厚度与地形相关，大陆地壳、岩石圈较厚，海洋则相反。

戴勤奋等（2002）根据南黄海的2～360阶卫星重力场研究了该区的构造演化。

王万银等（2004）利用卫星重力异常计算了南黄海的中生界厚度。

习　　题

1. 哪些因素影响重力测量的观测精度？而哪些因素又影响重力异常的精度？

2. 重力基点的作用是什么？如何保证基点的精度高于普通点？

3. 施工前为什么需要对仪器进行检查试验和必须进行哪些试验？

4. 野外工作中，普通点的观测为什么必须起于基点又终止于基点？为什么要在规定时间间隔内到达下一个基点？

5. 如果在某一点上发现重力变化已超出仪器直接测量范围，应如何进行测程调节工作，以便使调节前后的观测数据衔接起来？

6. 仪器在运输过程中，因较大震动而发生读数的突然变化是可能的。试问，如果在第 i 和 i + 1 点之间发现读数变化很大，采取什么措施就可以判明这种读数的变化是属于仪器的读数突变还是这两点间实际存在的重力变化？

第五章　重力资料整理、重力异常的获得及均衡重力异常

根据野外观测得到的重力数据获得重力异常的过程，包括下列两步：①通过观测数据的初步整理得到各个测点的相对重力值；②相对重力值经过地形、中间层、高度及纬度校正得到重力异常。本章详细叙述上述整理的计算方法，同时分析所得到的重力异常的地质-地球物理意义，为重力资料的处理、解释及应用打下基础。在本章的最后，还详细介绍了均衡问题。

第一节　观测资料的初步整理及质量评定

一、普通点观测资料的初步整理及质量评定

这一整理的目的是求出消除仪器的零点漂移之后各测点相对于基点的相对重力值。

仪器的零点漂移是时间的函数，严格地说仅指弹性元件疲劳等造成的读数变化，亦称为纯零点变化。事实上由于重力日变（重力固体潮）的存在，温度变化的影响未完全消除等几种因素叠加在一起，造成了习惯上称之的混合零点漂移。对于中、小比例尺的重力测量来说，这一整理就称为混合零点校正；对于大比例尺的详查、精测来说，一般应先进行固体潮校正，对余下的纯零点漂移和温度影响残余再作零点校正。

对于图5－1所示的观测方式，在G_{I}与G_{II}两基点间进行观测的第i个测点的零点漂移值由下式计算：

$$\Delta g_{it} = k(t_i - t_{\mathrm{I}}) \qquad (5-1)$$

式中k为校正系数，其值为

$$k = -\frac{\Delta g'_{\mathrm{II\,I}} - \Delta g_{\mathrm{II\,I}}}{t_{\mathrm{II}} - t_{\mathrm{I}}}$$

$\Delta g'_{\mathrm{II\,I}}$为作普通点观测时求得的$G_{\mathrm{I}}$与$G_{\mathrm{II}}$两基点间的重力差，而$\Delta g_{\mathrm{II\,I}}$为该两基点经平差后的已知重力差，$t_{\mathrm{II}}$、$t_{\mathrm{I}}$和$t_i$分别表示在$G_{\mathrm{II}}$、$G_{\mathrm{I}}$和第i个测点上的观测时刻。用各个测点的重力读数减去零点漂移值，即进行零点校正，便得到该点的相对重力值。

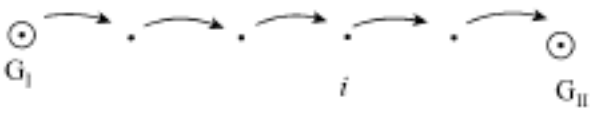


图5－1　普通点观测方式示意图

如果G_{I}与G_{II}为同一基点，则令上式中$\Delta g_{\mathrm{II\,I}}=0$即可。

普通点的观测质量是以检查观测来衡量的。在同一点上仅作一次检查观测时，其观测精度按下式计算：

$$\varepsilon_{obs} = \pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\delta^2}{2n}} \qquad (5-2)$$

式中：n为检查点总数目，δ为该点的原始观测值与检查观测值之差。

如果发现某点的 δ/2 超过设计允许的 ε_{obs}的三倍时，该点应作废并不再参与精度的计算，且应对该点重新观测以确定其值。这样的点之总数不得大于总检查点数的 1%。

二、基点网观测资料的初步整理及联测精度

这一整理的目的是消除仪器零点变化后，求得各相邻两基点间（一个边段）的重力差值（段差)。

常用的三重小循环观测法，由于同一点相邻两次观测的时间差较小，可以较好地监测重力仪的零点漂移；且在这较短的时间内，也可以较合理地将零点变化视为线性。按这种方式进行观测，可以用下述解析法求相邻两基点间经零点校正后的重力段差值。

图 5－2 表示 1、2 两点上各自的零点漂移折线，S_{11}、t_{11}分别表示第一点上第一次观测读数值和观测时刻，其余类推，于是有

$$\Delta S_1 = S_{21} - S_{11} - \left[\frac{S_{12} - S_{11}}{t_{12} - t_{11}} (t_{21} - t_{11}) \right]$$

$$\Delta S_2 = S_{22} - S_{12} - \left[\frac{S_{22} - S_{21}}{t_{22} - t_{21}} (t_{22} - t_{12}) \right]$$

$$\overline{\Delta S_{12}} = \frac{\Delta S_1 + \Delta S_2}{2} \qquad (5-3)$$

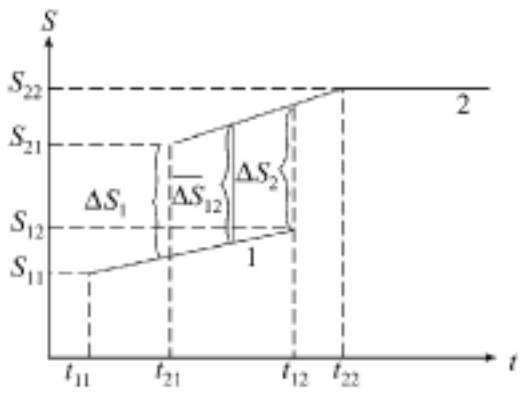


图 5－2　解析法求重力段差示意图

所以 1、2 两点间的重力差为 $\Delta g_{12} = \overline{\Delta S_{12}} \times C$，C 为该仪器的格值。其余各个段差可用同一方法计算。

显然，这种求取段差的办法完全可以在坐标纸上用图解的办法完成。所求得的一个段差称为一个独立增量。因建基点网时，每边要求应有 3 个或多个独立增量，最后求平均值，故常用多台仪器同时进行联测。

衡量基点网观测精度常用联测精度来评价，联测精度计算公式为

$$\varepsilon_j = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_j} V_{ij}^2}{n_j (n_j - 1)}}$$

$$\varepsilon_b = \pm \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N} \varepsilon_j^2}{N}} \qquad (5-4)$$

式中：ε_j 为第 j 边段平均重力增量的联测均方误差；ε_b 为基点网的重力联测均方误差；n_j 为组成第 j 边段平均重力增量的独立增量数；N 为基点网的联测边段数；V_{ij}为基点网第 j 边段上各独立增量与该边段平均重力增量之差。

如果工区很大，基点网应分级分区建立，观测精度按（5－4）式分级分区进行计算。

第二节　重力基点网平差

一、闭合差

经过基点网观测资料的初步整理，可求得每个边段上的重力差。如果没有误差存在，则由这些边段构成的每一个闭合环路内，将各边的段差相加后应为零，即应满足

$$\sum \Delta g_i = 0 \qquad (5-5)$$

但是，由于联测中的误差，上式一般是得不到满足的，往往存在一个不等于零的偏差值，称为基点网的闭合差。平差就是将每个环路中的闭合差按照一定的方法和条件分配到相应环路的每个边上，使分配后环路上各边的重力增量能满足(5－5)式这一条件，因而这种平差又称为条件平差。平差无误后，可以求出各基点相对起始基点（或总基点）的相对重力值（或绝对重力值)，最后再计算基点网平差后的精度。

图5－3就是计算闭合差的例子。各边外侧圆括号的数值是段差值，它们的符号是由选定的正方向来确定。例如以顺时针方向为正方向，DE边上的13.61表示E点比D点高出13.61 g.u.，其余类推。根据每边的段差（包括符号)，可以求得两个环路各自的闭合差为0.60和－0.80，并称为原始闭合差。要注意的是公共边上两侧的值的符号是相反的，因为同一个边在两个环中的正方向时正好相反。

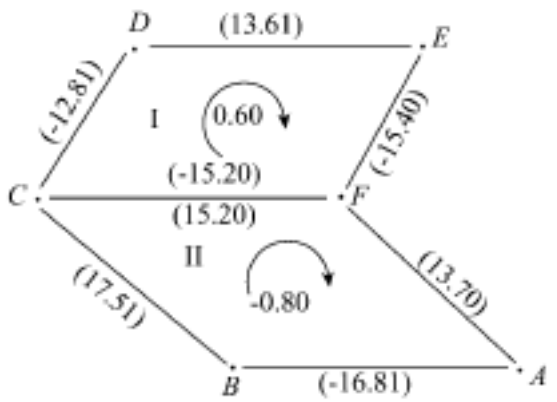


图5－3　基点网闭合差及平差

产生闭合差的主要原因在于重力仪混合零点校正的不完全。

二、条件平差

基点网可按网内是否包含更高一级的基点而分为自由网与非自由网。所谓非自由网，是指网内包含有精度更高一级的基点，它们的值已知，不参与本级基点网的平差；而不包含更高一级控制点的网则称为自由网。

如果只有一个环路，该环闭合差为V，每边上观测的平均时间为t_i，在按各边观测时间长短来分配闭合差时，其平差系数为

$$k = \frac{V}{\sum t_i} \qquad (5-6)$$

则第i边上的平差值为

$$\delta g_i = -kt_i \qquad (5-7)$$

这样，该闭合环满足了$V+\sum \delta g_i = 0$的条件。

当基点网是由多个环路组成，每个环上都有一个或多个公共边时，就要求用每个环的闭合差所求得的k_i来进行平差，并使同一公共边上两侧的平差值大小相等而符号相反，具体解决方法可有以下两种。

(一) 建立线性方程组联立求解 k_i

以图 5－3 为例，有

$$V_{\mathrm{I}} = k_{\mathrm{I}} \sum t_{i\,\mathrm{I}} - k_{\mathrm{II}} t_{\mathrm{FC}}$$

$$V_{\mathrm{II}} = k_{\mathrm{II}} \sum t_{i\,\mathrm{II}} - k_{\mathrm{I}} t_{\mathrm{FC}} \qquad (5-8)$$

式中：V_{I}、V_{II} 分别为第Ⅰ、Ⅱ环的闭合差，$t_{i\,\mathrm{I}}$ 与 $t_{i\,\mathrm{II}}$ 为观测Ⅰ、Ⅱ环某边的闭合时间(包含公共边的 t_{FC})，k_{I}，k_{II} 为待求的平差系数。这是一个正定方程组，当环数较多时，可编制程序用计算机求解。

(二) 波波夫逐次渐近平差法

它是对(5－8)式这样的方程组采用逐次渐近的图解法来求各边的平差值。为减少渐近的次数，总是从闭合差绝对值最大的一环开始。例如 V_{II} 最大，先忽略从公共边上分配来的 $k_{\mathrm{I}} t_{\mathrm{FC}}$ 项，用单环平差办法求取 k_{II} 的第一次近似值 k'_{II} 进行平差分配，并将分到公共边 FC 上的平差值反号转入第Ⅰ环中，从而使第Ⅰ环的闭合差变为 $V_{\mathrm{I}} + k'_{\mathrm{II}} t_{\mathrm{FC}}$。Ⅰ环又可按单环平差办法平差，公共边上又出现新的平差值 $k'_{\mathrm{I}} t_{\mathrm{FC}}$，反号后转入第Ⅱ环。如果第Ⅱ环还与其他环相连，还应有从其他公共边上转入的平差值，将所有新分来的反号后的平差值相加就作为第Ⅱ环新的闭合差，仍按单环平差办法进行分配……如此继续下去，直到最后一环(其他环内闭合差均为零了)。当所剩的残差很小时(1～2 个最小计算单位)，便可将它分配到一或两个自由边上，从而完成全基点网的闭合差分配工作。

上面讨论的是按时间加权求取平差。实际上在金属矿区的重力测量中，因工区范围小，当每边观测中的独立增量个数相等，而每边所用时间也大体相等时，则常常简化成等精度观测条件下的分配，平差系数就是各环边数的倒数；在较大范围的重力测量中，按有关技术规范规定，各边平差系数应与该边重力增量的权成反比；而权是由该边观测时独立增量的个数来确定，并定义权 P 为独立增量个数 n。显然，P 大的边表示精度高，在分配误差时，应给得少些。

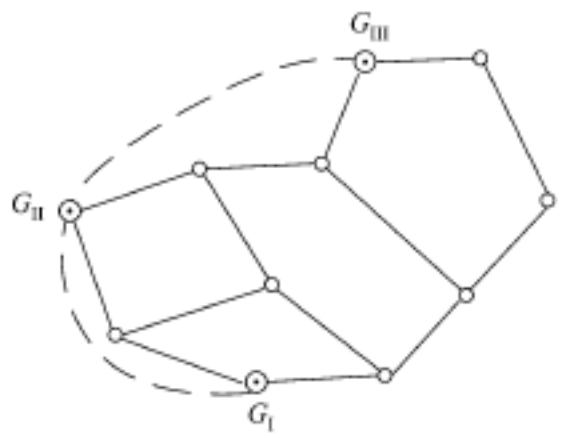


图 5－4　非自由网平差示意图

对非自由网的条件平差，在高一级控制点数目较少时，仍有可能按自由网平差法进行，所不同的是应将这些高一级的点用虚线连起来(称为坚强边)，与本级网的边段构成一些新的闭合环。例如图 5－4 中 G_{I}、G_{II} 与 G_{III} 为高一级的点，可形成三个新环路，列出类似于(5－8)式的三个方程式。因这三个已知点的重力值，可由任两个而推出第三个，因而这三个方程式是线性相关的，必须去掉一个，而用剩下的两个环与本级网各环统一进行平差。不同之处是坚强边上不能分给平差值。当高一级控制点数目较多时，上述方案就难以实施，需采用其他方法进行平差了。

(三) 平差后基点网的精度衡量

在等精度观测的基点网平差后，按下式计算精度

$$\varepsilon_B = \pm \sqrt{\frac{n}{m}} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} V_i^2}{S}} \qquad (5-9)$$

式中：m 为基点网的总边数；n 为基点数减 1；S 为闭合环数；V_i 为各边最后的改正数。

对于大范围内联测的基点网，根据《区域重力调查技术规定》(中华人民共和国地质矿产部，1983)，均以平差后网内最弱点重力值的均方误差 ε_r，来评定全网的精度

$$\varepsilon_r = \pm\mu \sqrt{\frac{1}{P_r}} \qquad \mu = \pm \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N} P_j V_j^2}{r}} \qquad (5-10)$$

式中：μ为单位权的均方误差；P_r 为最弱点平差值的权；r 为闭合环数；N 为（本级、本区）基点网联测边段数；V_j 为第 j 个边段的改正数；P_j 为第 j 个边段上平均重力增量的权数（等于独立增量的个数)。

第三节　重力异常值的计算

重力仪观测资料经过零点校正后得到的是各测点相对于总基点的相对重力值，它包括因地下密度不均匀的地质体引起的异常，也包含因各测点周围地形不同、所处纬度不同等因素的影响。为了获得各测点的重力异常并比较其大小，必须将各测点的相对重力值按照同一个标准进行一些校正，不同内容的校正可得到具有不同地质-地球物理含义的重力异常。

一、地形校正

测点 A 周围起伏的地形对 A 点观测值的影响可以通过图 5-5 来说明。与地形平坦的情况相比，高于 A 点的地形质量对 A 点产生的引力，其铅垂方向的分力会使 A 点的重力值减小；低于 A 点的地形，由于缺少物质，也会使 A 点的重力值降低。所以，不管 A 点周围地形是高还是低，相对于 A 点周围地形是平坦的情况下，其地形影响值都将使 A 点的重力值变小，故地形校正值总是正的。然而，当考虑到大范围水准面弯曲以及海洋重力数据的整理中，地形校正值将有正有负。

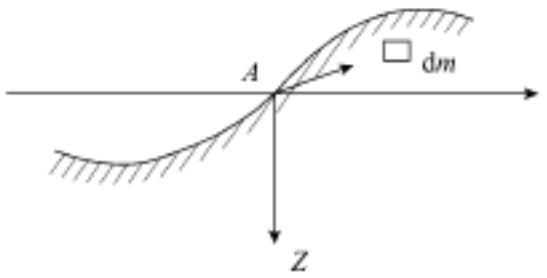


图 5-5　地形影响示意图

目前进行地形校正的具体方法较多，但原理都一样。由于实际地形起伏十分复杂，应用基本公式 (2-9) 计算地形校正值时，积分限无法给出，故一般均采用下述近似积分的办法：将以测点为中心的四周地形分割成许多小块，计算出每一小块地形质量对测点的重力值，然后累加求和便得到该点的地形影响值。

根据测点周围地形分块的形状，地形校正方法分为扇形分区法及方形域法。前者是一种利用地形校正量板进行手算的方法，在重力勘探中流行了许多年，现在很少使用；后者是正在使用的采用计算机的快速算法。

(一) 扇形分区的地形校正方法

图 5-6 所示的扇形分区是以测点 A 为圆心，以不同半径 R 画圆，再通过 A 点按一定角度间隔作射线，则任意相邻两个半径 R_i 和 R_{i+1} 与射线 α_j 及 α_{j+1} 及所围部分都是一个扇

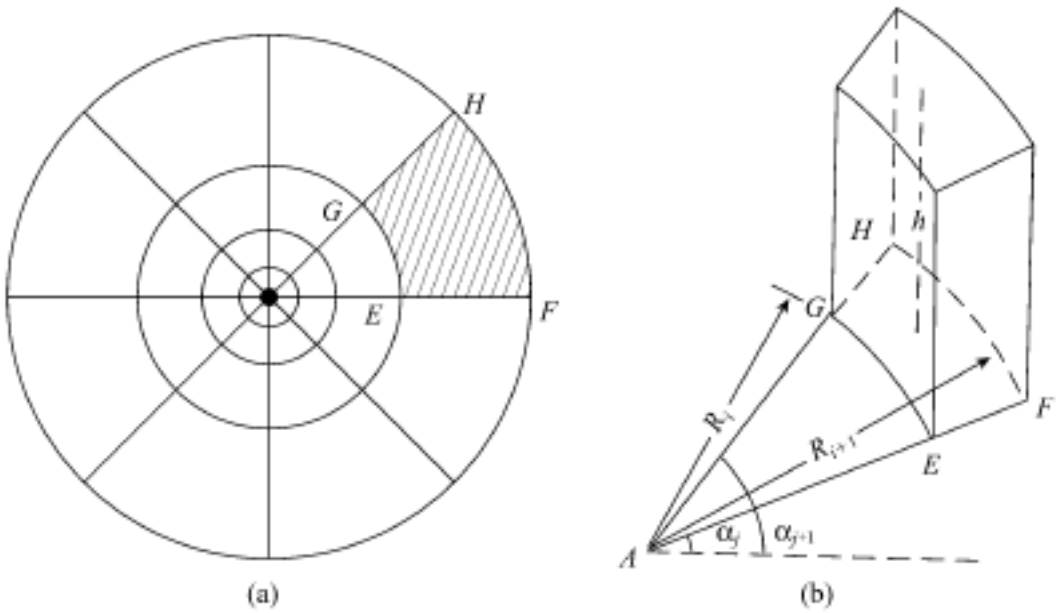


图 5－6　扇形分区地形校正法

形面。如果以 h 表示该扇形面所表示的柱体相对于 A 点的平均高度，则该扇形柱体对 A 点的地形校正值在圆柱坐标系中可表示为

$$\delta g_T = G\sigma\int_{R_i}^{R_{i+1}} dR\int_{\alpha_j}^{\alpha_{j+1}} d\alpha\int_0^h \frac{R\zeta}{(R^2+\zeta^2)^{3/2}} d\zeta \qquad (5-11)$$

积分后得：

$$\delta g_T = G\sigma(\alpha_{j+1}-\alpha_j)\left(\sqrt{R_i^2+h^2}-\sqrt{R_{i+1}^2+h^2}+R_{i+1}-R_i\right)$$

若令 $\alpha_{j+1}-\alpha_j = 2\pi/n$，则上式可写成

$$\delta g_T = \frac{2\pi G\sigma}{n}\left(R_{i+1}-R_i+\sqrt{R_i^2+h^2}-\sqrt{R_{i+1}^2+h^2}\right) \qquad (5-12)$$

于是，测点 A 的地形校正值为各个柱体校正值之总和，即

$$\Delta g_T = \sum \delta g_T \qquad (5-13)$$

(5－12) 式中的 R_i、R_{i+1}、α_j 及 α_{j+1} 是根据地形复杂程度事先经试验确定的，可制成如图 5－6 (a) 所示的量板。为了加快计算速度，取 $\sigma = 1\ g/cm^3$ 和给出不同 h 值，按 (5－12) 式制成 $\delta g_T - h$ 列线图或表格，计算地形影响值时只需查图、表即可。当工区地表岩石平均密度为 σ 时，只需将计算的结果乘以 σ 即可。

(二) 方形域地形校正方法

为了充分利用测点高程和电子计算机的快速计算，可以采用方形域的分区方法。

图 5－7 (a) 为方域分区图，其中方格网为重力测网，网的结点即为重力测点 (或网格化的计算点)，每个结点代表了与网格划分同等面积的小面元。若 A 点坐标为 (0，0，h_0)，由中心点坐标为 (ζ，η) 的 abcd 所代表的面元内平均高程与 h_0 之高差为 h_{ij}，则这一方形柱体在 A 点的地形校正值为

$$\delta g_T = G\sigma\int_{\xi_{i-1}+\frac{1}{2}\Delta\xi}^{\xi_{i+1}-\frac{1}{2}\Delta\xi}\int_{\eta_{j-1}+\frac{1}{2}\Delta\eta}^{\eta_{j+1}-\frac{1}{2}\Delta\eta}\int_0^{h_{ij}} \frac{\zeta\, d\xi\, d\eta\, d\zeta}{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)^{3/2}} \qquad (5-14)$$

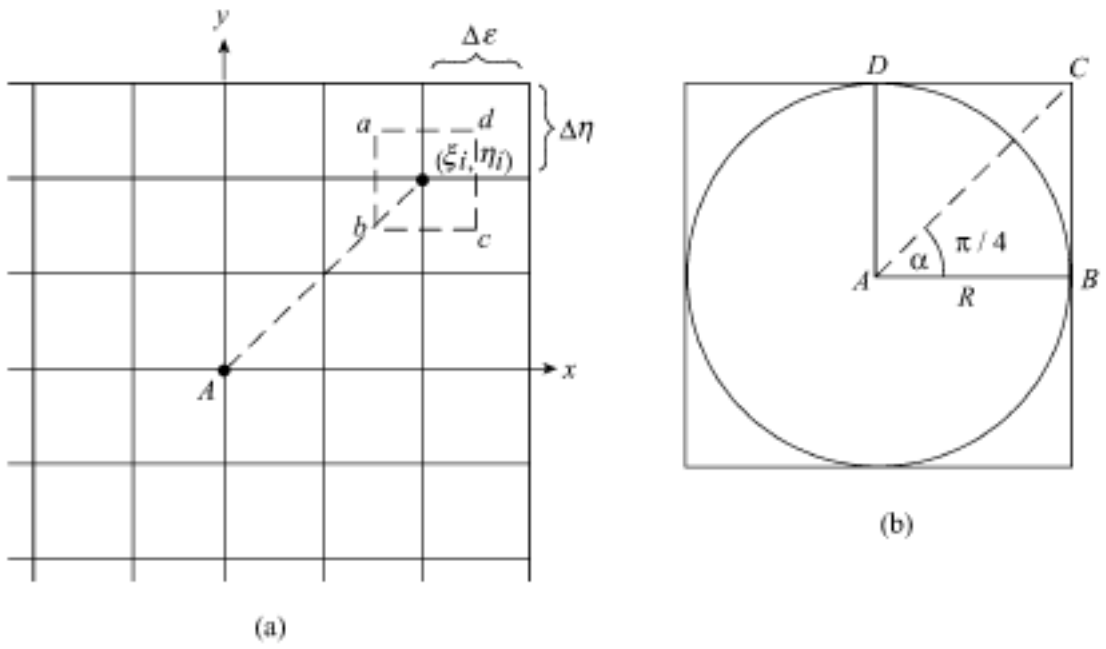


图 5－7　方形域地形校正法

根据应计算的范围，可以将各结点上的 δg_T 沿 X 和 Y 方向进行二重数值积分，即可求得 A 点的地形校正值。

(三) 地形校正的有关问题

1. 地形校正的分区

通常作地形校正是把测点（计算点）周围地区分为近、中、远区，在这三个区内，高程值的取数密度可以不同，即近区的取数点距较小，而中、远区的稍大。在金属矿区，近区为 0 ～20 m，中区为 20 ～200 m，200 m 以远为远区；在区域重力调查中，近区为 0 ～50 m（或 100 m、200 m），中区为 50（或 100 m、200 m）～2000 m，远区一般达 20 ～30 km。三个区校正值的总和即为该点的地形校正值。

2. 接口问题

如果在计算地形校正值时同时采用了扇形域及方域，那么由扇形域转入方域存在一个接口问题，即需要求出四个补角的地形校正值（见图 5－7（b）的 BCD），下面给出由 BCD 所代表的曲边三角形柱体在 A 点的地形校正值公式：

$$\Delta g = 2G\sigma\int_0^{\frac{\pi}{4}}\int_R^{R\cdot\sec\alpha}\int_0^H \frac{r\zeta\,d\alpha\,dr\,d\zeta}{(r^2+\zeta^2)^{3/2}}$$

$$= 2G\sigma\left\{[(R^2+H^2)^{1/2}-R]\frac{\pi}{4} + R\ln(\sqrt{2}+1) - \frac{R}{2}\frac{(2R^2+H^2)^{1/2}+R}{(2R^2+H^2)^{1/2}-R} + H\arcsin\left[\frac{2R^2+H^2}{2(R^2+H^2)}\right]^{1/2} - \frac{\pi}{2}H\right\}$$

(5－15)

式中：H 为曲边三角柱体相对 A 点的平均高程。

3. 地形校正最大范围的确定

考虑选取最大地形校正半径的原则，应是以不影响对局部异常的正确分离为前提，即最大校正半径以外的地形影响小于地形校正允许的误差；或者虽然影响值较大，但对工区内所有测点来说，其影响值接近于线性变化，在对实测异常进行数据处理时，可以当作区

域背景予以基本消除。区域重力测量中，按技术规定，最大半径约为 20 ～30 km。

4. 地形校正精度的检查

地形校正的精度可用在检查点上重算地形校正值的办法来检查。检查点应均匀分布全区，其数量应达到进行地形校正总点数的 3% ～5%。

对于用扇形分区计算地形校正来说，一般在检查点上应将计算用量板转动一个适当角度来重新计算，或改变制作量板时的 R 与 α后重新计算。

各区地形校正的精度用下式来衡量:

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \delta_i^2}{2n}} \qquad (5-16)$$

式中: δ为第 i 个检查点原始地形校正值与检查值之差; n 为检查点数。总的地形校正值精度因是分区计算的，故应按式

$$\varepsilon_T = \pm \sqrt{\varepsilon_{near}^2 + \varepsilon_{mid}^2 + \varepsilon_{far}^2} \qquad (5-17)$$

来评定，式中 ε_{near}、ε_{mid}和 ε_{far}分别代表近、中、远三区地形校正的均方根误差。

二、中间层校正

经地形校正后，相当于将测点周围的地形“夷为平地”，如图 5-8 所示。图 5-8 中，B 为总基点，A 为 A 点在过 B 点的水准面（或大地水准面）上的投影，h 为 A 点与 B 点的高差（或海拔高程）。A 点与 A′点相比，多了一个密度为 σ、厚度为 h 的物质层（称为中间层）的引力作用。由于各测点高度不同，所以受中间层引力铅垂分量影响的大小也不等，为此，必须进行中间层校正，以去掉这种影响。将（2-9）用圆柱坐标表示时，中间层影响值可表示为

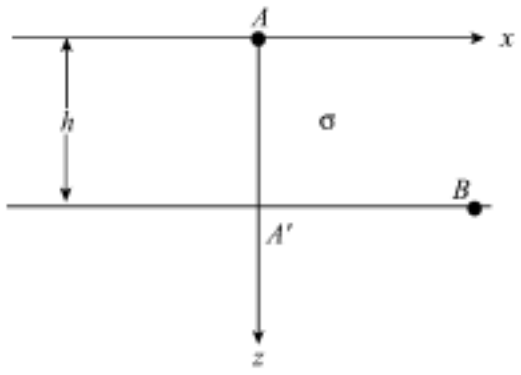


图 5-8 中间层影响示意图

$$\Delta g'_\sigma = G\sigma \int_0^{2\pi} \int_0^R \int_0^h \frac{\zeta R}{(R^2 + \zeta^2)^{3/2}} d\alpha dR d\zeta \qquad (5-18)$$

上式表示了半径为 R、厚度为 h 的圆盘对中轴线上 A 点引起的引力铅垂分量，积分后得:

$$\Delta g'_\sigma = 2\pi G\sigma (R + h - \sqrt{R^2 + h^2}) \qquad (5-19)$$

当 R≫h 时

$$(R^2 + h^2)^{1/2} = R\left(1 + \frac{1}{2}\frac{h^2}{R^2} - \cdots\right)$$

代入（5-19）式，并取前两项便有

$$\Delta g'_\sigma = 2\pi G\sigma \left(1 - \frac{h}{2R}\right) h$$

或

$$\{\Delta g'_\sigma\}_{g.u.} = \left(0.419 - \frac{0.2095}{\{R\}_m}\{h\}\right)_m \{\sigma\}_{g\cdot cm^{-3}} \{h\}_m \qquad (5-20)$$

式中: R，h（长度）单位为 m，密度 σ单位为 g·cm^{-3}，重力 Δg 单位为 g.u.。

当 $R\to\infty$ 时

$$\{\Delta g_\sigma\}_{g.u.} = 0.419\{\sigma\}_{g\cdot cm^{-3}}\{h\}_m \qquad (5-21)$$

故中间层校正值为

$$\{\Delta g_\sigma\}_{g.u.} = -\left(0.419 - \frac{0.2095}{\{R\}_m}\{h\}_m\right)\{\sigma\}_{g\cdot cm^{-3}}\{h\}_m \qquad (5-22)$$

或

$$\{\Delta g_\sigma\}_{g.u.} = 0.419\{\sigma\}_{g\cdot cm^{-3}}\{h\}_m \qquad (5-23)$$

应用（5－22）或（5－23）式计算中间层校正值。当测点高于总基点时 h 取正号，反之取负号，R 采用地形校正最大半径。当工区地形起伏变化不大，而 R 又足够大时，可采用（5－22）或（5－23）式。若地形起伏大，相对说 R 值不够大时，采用上两式会出现较大误差，最好采用（5－19）式。还要说明，在（5－22）或（5－23）式中，取负号的原因是在计算重力异常值时，用相对重力值与中间层校正值等“相加”，这样在采用上述的高程符号时，能够实现测点高于总基点时去掉中间层的影响；而在测点低于总基点时“加上”中间层的影响。

三、自由空气（高度）校正和布格校正

经过地形校正和中间层校正之后，与 A 点相比，A 点只剩下高度 h 的影响。因为 A 点比 A 点离地心的距离要大，正常重力值将随之减小，其减小值可由下式计算：

$$\{\Delta g'_h\}_{g.u.} = -3.086(1+0.0007\cos 2\phi)\{h\}_m + 7.2\times 10^{-7}\{h\}_m^2 \qquad (5-24)$$

所以高度校正值为

$$\{\Delta g'_h\}_{g.u.} = 3.086(1+0.0007\cos 2\phi)\{h\}_m - 7.2\times 10^{-7}\{h\}_m^2 \qquad (5-25)$$

其中 ϕ 为测点的纬度。上述公式考虑地球的形状用旋转椭球体近似而得。当测区较小，高程变化不大时地球的形状用球体近似，上式可简化为

$$\{\Delta g'_h\}_{g.u.} = 3.086\{h\}_m \qquad (5-26)$$

这种校正称为自由空气校正，意为好像在参考椭球面及 A 之间没有岩石存在，而只有自由的空气。

通常都是将中间层校正与高度校正合并进行，称为“布格校正”，即

$$\{\Delta g_b\}_{g.u.} = \{\Delta g_\sigma\}_{g.u.} + \{\Delta g_h\}_{g.u.} = \left[3.086(1+0.0007\cos 2\phi) - 7.2\times 10^{-7}\{h\}_m - 0.419\{\sigma\}_{g\cdot cm^{-3}} + \frac{0.2095}{\{R\}_m}\{\sigma\}_{g\cdot cm^{-3}}\{h\}_m\right]\{h\}_m \qquad (5-27)$$

简化的布格校正公式为

$$\{\Delta g_b\}_{g\cdot u} = (3.086 - 0.419\{\sigma\}_{g\cdot cm^{-3}})\{h\}_m \qquad (5-28)$$

布格校正的误差来源主要有两个，一是中间层校正时密度取值不准，另一个是高程测量不准。若密度测定的均方误差为 ε_σ，高程测定的均方误差为 ε_h，则由（5－28）式可得布格校正的均方误差为

$$\varepsilon_b = \pm\sqrt{(3.086 - 0.419\{\sigma\}_{g\cdot cm^{-3}})^2\{\varepsilon_h\}_m^2 + (0.419\{h\}_m\{\varepsilon_\sigma\}_{g\cdot cm^{-3}})^2} \qquad (5-29)$$

上式根号中的第一项表明，在 ε_h 相同的条件下，密度 σ 越大，则误差越小。地表岩石平均密度一般不会超过 3 g/cm^3，为提高布格校正精度，主要应提高测点高程的测量精

度。例如当 $\sigma=2\ g/cm^3$ 时，在 $\varepsilon_b \leq \pm 0.25$ g. u. 条件下，ε_h 应小于 ±10 cm。由于高程测量误差的出现是随机的，因而会给异常曲线带来微小的跳动（不光滑）。根号中的第二项则表明，如果 ε_σ 确定后，其误差与高程 h 成比例，因而有可能造成与地形起伏相关的虚假异常。

上述关于中间层校正及布格校正的提法是我国及俄罗斯等国采用的，而美国等西方国家把中间层校正称为布格（平板）校正，布格校正称为综（联）合高度校正，在阅读或撰写英文文章时要注意。

上面介绍的校正方法系针对陆地重力测量，对于海洋及航空重力测量，情况要复杂一些。下面介绍水陆联测点的布格校正方法（内特尔顿，1987）。

在滨海地区，重力测量可能在陆地及浅海区进行，为了在水陆交界处不出现间断，在进行布格校正时必须把原始重力数据都校正到统一的基准面上。图 5－9 表示测点位置（GM）的几种情况，以测点相对于基准面的高程 h 的下标表示各测点位置的编号，当测点在基准面之上时，高程 h 取正值，反之取负值。

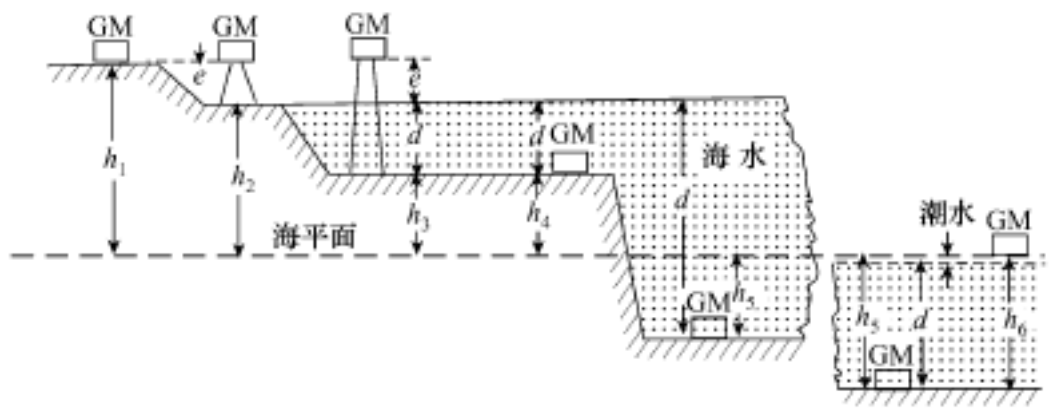


图 5－9　水陆联测点的布格校正

（引自内特尔顿，1987）

1. 点位 1：仪器在地面上的陆地测点

当仪器直接放在地面上时，布格校正值 $= fh_1$，布格校正系数 $f = 3.086 - 0.419\{\sigma\}_{g\cdot cm-3}$ g. u. /m。σ 是岩石的密度。

2. 点位 2：仪器高于地面的陆地测点

仪器高于地面，例如处在三角架上时，$\{布格校正值\}_{(g.u.)} = f\{h_2\}_m + 3.086\{e\}_m$，e 是仪器高出地面的高度，第二项是仪器高出地面一个附加高度的自由空气校正。

3. 点位 3：水上测点

仪器放在水面以上三角架上观测时，$\{布格校正值\}_{(g.u.)} = f\{h_3\}_m + 2.667\{d\}_m + 3.086\{e\}_m$，e 是仪器高出水面的高度。第二项是水层（厚度为 d）布格校正值，水的密度取为 1，即淡水的密度。

4. 点位 4：水下测点

仪器放在水底观测，$\{布格校正值\}_{(g.u.)} = f\{h_4\}_m + 0.419\{d\}_m$。第二项是水层的向上引力校正。

5. 点位 5：在基准面以下的水下测点

与情况 4 不同的是相对于基准面的高程 h 取负值，$\{布格校正值\}_{(g.u.)} = -f\{h_5\}_m +$

0.419 $\{d\}_m$。布格校正值的第一项，除了自由空气校正 3.086 $\{h_5\}_m$外，中间层校正相当于在基准面与水底之间填充密度为 σ的岩石。

在近海进行水下测量时，由于受到潮汐影响，水的深度会发生变化。如图 5－9，会出现 $d < h_5$ 的情况，因此水深校正要单独进行。

6. 点位 6：在水面船只上的重力测量

这时，一般以海平面为基准面，因而不进行自由空气校正，只有中间层校正 B $\{h_6\}_{m(g.u.)}$，B = 0.419 ($\{\sigma\}_{g\cdot cm^{-3}}$ - 1.03)，σ是水底下面岩石的密度，1.03 是海水的密度 。

计算布格异常及均衡重力异常，采用的大陆地壳地表岩石的密度为 2.67 g/cm^3；这个密度值是美国天文学家 William Harkness 在 1891 年发表的。他使用 5 个在 1811 年到 1882 年之间发表的地表岩石的密度值计算出这个密度值。使用的密度值系根据苏格兰的 Schehallien 及 Arthur Seat，阿尔卑斯山的 Cenis，波希米亚的 Pribram 矿区，以及英格兰的 Harton Colliery 等少量地区的、分布不广泛的大陆地壳的岩石样品计算出来的。William Harkness 的 2.67 g/cm^3 的密度值，是对于地表岩石，至少是对结晶质岩石平均密度的一个合理估计。例如，Gibb (1968) 根据在不同类型岩石地区面积性分布的 2000 多个独立测量，估计出加拿大前寒武纪地盾一个重要部分的地表岩石的平均密度为 2.67 g/cm^3。然而，大约 75% 的大陆地表下伏沉积岩，而沉积岩包括 65% 的页岩 (密度 2.0 ～2.7 g/cm^3)，20% ～25% 的砂岩 (密度 2.0 ～2.7 g/cm^3)，以及 10% ～15% 的碳酸盐岩 (密度 2.5 ～2.9 g/cm^3)。根据沉积岩和结晶岩石的面积比例关系计算出的海平面之上大陆地壳的平均密度具有 2.67 g/cm^3 的数量级，大约接近 Harkness 的值 2.67 g/cm^3。可以估计，当地形起伏为 100 m 时，每 1 g/cm^3 的密度误差造成的重力差为 4.19× 10^{-5} m·s^{-2}。因此，有限地区重力异常的计算，应当使用更适合这个地区的平均密度，而不是应用 2.67 g/cm^3。在任何情况下都可以采用下面的方法：在最低测点高度之上的物质应用实际的局部密度值，而从最低高度到海平面使用 2.67 g/cm^3 的密度值 (Hinze，2003)。

四、正常场 (纬度) 校正

测点 A 上的观测重力值经上述三项校正后，已将其中的正常重力值部分归算到 B 点所在的水准面 (或大地水准面) 上了。但如果 A 点与 B 点不在同一个纬度上，则 A 点与 B 点还存在因纬度不同而带来的正常重力值的不同，这一影响也必须去掉。在大面积的测量中引入正常场校正，其方法是将测点的纬度 φ 代入 (2－4) 式中计算出正常重力值，再从观测值中减掉它即可。

在小面积的重力测量中，常常是求测点相对于总基点纬度变化所带来的重力正常值的变化，并予以校正，称为纬度校正。

忽略 (2－4) 式中等号右面的第三项，对 φ求微分后可得到：

$$\Delta g'_{\phi} = \frac{g_{\phi}}{\phi}\cdot\Delta\phi = 51855.2\ \sin 2\phi\cdot\Delta\phi \quad g.u. \qquad (5-30)$$

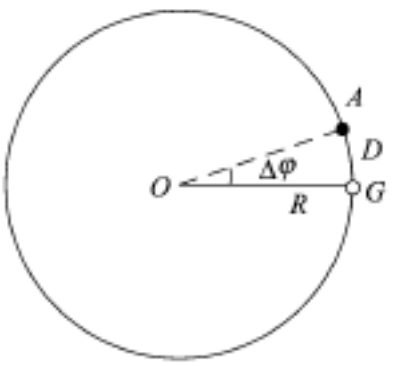


图 5－10　南北向距离 D 与纬度差 Δφ的关系

当 Δφ较小时，它可以用测点到总基点间纬向（南北向）距离 D 来表示。如图 5－10 所示，D、Δφ和地球平均半径 R 的关系为 Δφ= D/R。若取 R =6370. 8 km，将这些代入（5－30）式，便有

$$\{\Delta g'_{\varphi}\}_{\text{g. u.}} = 8.14\sin 2\varphi\{D\}_{\text{km}}$$

可得纬度校正公式

$$\{\Delta g_{\varphi}\}_{\text{g. u.}} = -8.14\sin 2\varphi\{D\}_{\text{km}} \qquad (5-31)$$

在北半球，当测点位于总基点以北时 D 取正号，反之取负号；φ为总基点纬度或测区的平均纬度。由于（5－31）式是一微分公式，该式只能在很小的范围内应用。

关于纬度校正的误差，由（5－31）式可知，它包含有纬度测量误差和南北向距离 D 的测量误差。由于纬度测量误差不会很大，故此项校正误差主要来源为 D 的测量误差，因而有

$$\varepsilon_{\varphi} = \pm 8.14\sin 2\varphi \cdot \varepsilon_{D} \qquad (5-32)$$

例如在北纬 45°地区，当 ΔD = ε_D = ±20 m 时，可产生 ±0. 16 g. u. 的误差。

第四节　重力异常的地质-地球物理含义

由于在进行各种重力校正过程中，对地球的物质分布进行了不同的调整，得到了不同的重力异常，因而相应的重力异常具有各自的地质-地球物理含义。图 5－11 是按艾里均衡假说（将在下一节介绍）的地壳质量分布表示的各种校正及其相应重力异常意义示意图，根据此图可以帮助我们进一步理解这些校正的物理意义和异常的含义（王宝仁，1986）。此处取地壳的平均密度为 2. 67 g/cm^3，上地幔的平均密度为 3. 27 g/cm^3。

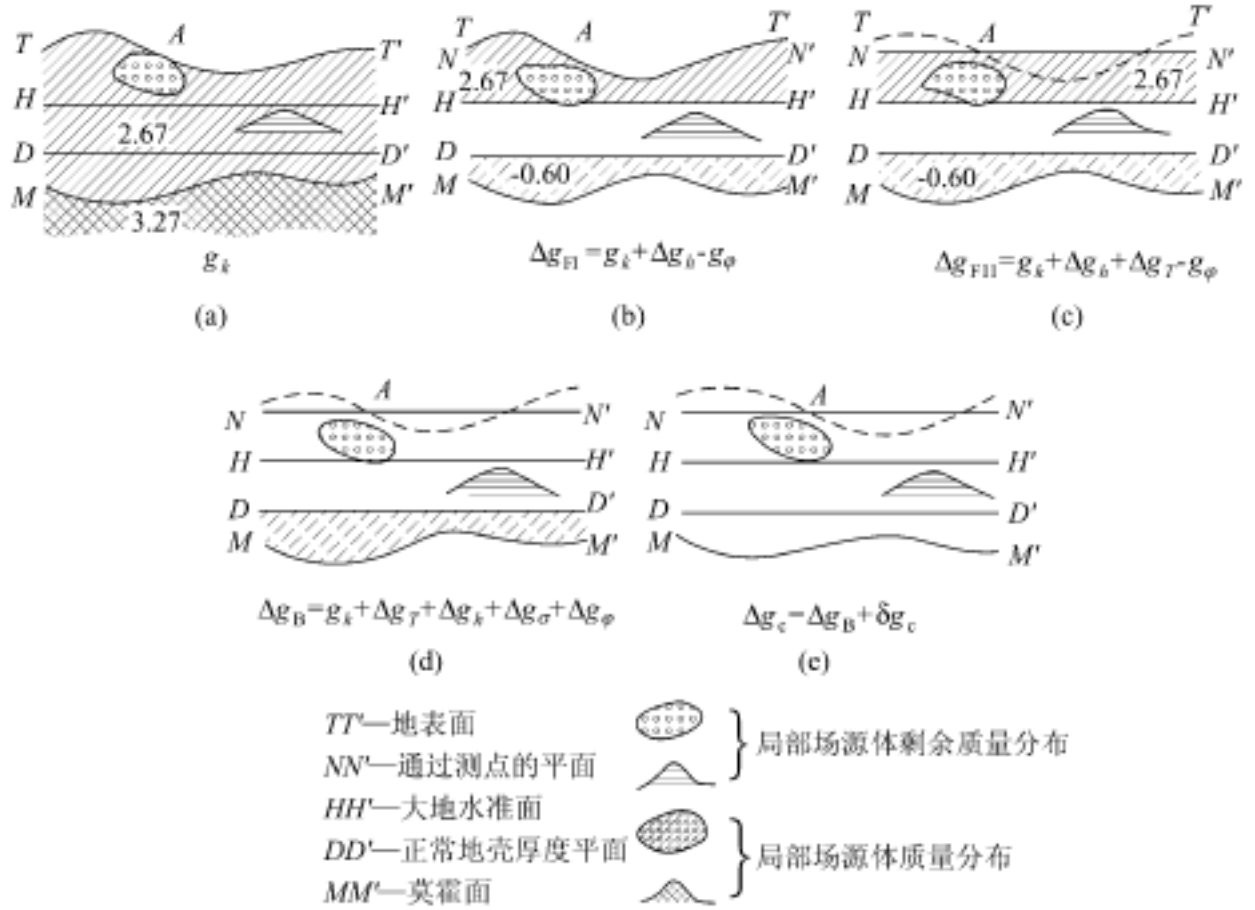


图 5－11　各种异常的地质-地球物理含义

一、自由空气重力异常

图 5－11（a）表示在地球自然表面 TT'上 A 点处进行重力测量，经零点漂移校正后的观测重力值设为 g_k。A 点在大地水准面 HH'上投影处的正常重力值为 g_ϕ。自由空气重力异常就是对观测重力值仅作高度校正 Δg_h 和正常场校正而得，即

$$\Delta g_{FI} = g_k + \Delta g_h - g_\phi \qquad (5-33)$$

自由空气异常意义示于该图中的（b）。由于只作了高度校正，在重力观测值中，地表面 TT'到大地水准面 HH'间物质的影响仍然存在，因而相当于好像把这层物质都“压缩”到大地水准面上，没有改变地球的实际质量。作正常场校正就相当于从观测重力值中消除密度为正常分布（即等于地壳的平均密度 2.67 g/cm^3）的大地椭球体的正常重力值，大地水准面 HH'与地壳平均深度平面 DD'（即图 5－17 艾里模型中厚度为 T 的地壳的下界面）间的物质被消除了，而 DD'面与莫霍面 MM'之间变为密度等于 －0.60 g/cm^3（=2.67 g/cm^3 - 3.27 g/cm^3）的物质。因此，自由空气异常 Δg_{FI} 反映了实际的地球形状和物质分布与大地椭球体的偏差。大范围内负的自由空气异常，说明该区域下方物质的相对亏损，而正的自由空气异常则表明有物质的相对盈余。图 5－11（b）中的地面与莫霍面 MM 的起伏系根据艾里均衡假说设计的。但是，Δg_{FI} 还包含有地形的影响在内。去掉了这一影响，得到了经地形校正的第二种自由空气重力异常（见图 5－11 中的（c）），即

$$\Delta g_{FII} = g_k + \Delta g_h + \Delta g_T - g_\phi \qquad (5-34)$$

该异常又称为法耶异常。可见，作地形校正后，已经局部地改变了地球的质量分布。

二、布格重力异常

这是勘探部门应用最为广泛的一种重力异常，它是对观测值进行地形校正、布格校正（高度校正与中间层校正）和正常场校正后获得的，即

$$\Delta g_B = g_k + \Delta g_h + \Delta g_T + \Delta g_\sigma - g_\phi \qquad (5-35)$$

图 5－11 中的（d）表示了这种异常的意义。经过地形校正和布格校正后，相当于把大地水准面上多余的物质（具有正常密度 2.67 g/cm^3）消去了；作了正常场校正后，大地水准面以下按正常密度分布的物质也消失了。因而布格异常包含了壳内各种偏离正常密度分布的矿体与构造（图 5－11 中的局部场源体剩余质量）的影响，也包括了地壳下界面起伏而在横向上相对上地幔质量的巨大亏损（山区）或盈余（海洋）的影响。所以，布格重力异常除有局部的起伏变化外，从大范围来说，在陆地，特别在山区，是大面积的负值区；山越高，异常负得越大；在海洋区，则属大面积的正值区。

从使用方面看，布格重力异常又可以分为绝对异常与相对异常。以大地水准面作为比较各测点异常大小的基准面，则观测值为绝对重力值（可从已知一个点的绝对重力值用相对测量的办法推算出）；布格校正用的高度为海拔高程，密度用统一规定的2.67 g/cm^3，正常场校正就是将各测点的纬度代入正常重力公式算出来再从观测值中减去。这种绝对布格重力异常用在中、小比例尺中，以便大面积的拼图和统一进行解释；相对布格重力异常是取总基点所在的水准面作为比较各测点异常值大小的基准面，观测值是相对重力值，布格校正用的高程是测点相对总基点的相对高程，密度用当地地表实测的平均密度值，而正

常场校正就用前面介绍的纬度校正代替。所以，相对布格重力异常可表示为

$$\Delta g_B = \Delta g_k + \Delta g_T + \Delta_b + \Delta g_\phi \qquad (5-36)$$

这种异常多用在小面积大比例尺的测量中，以便对局部地区的异常作较深入的分析。

从误差的传播规律，综合（5－35）和（5－36）式可知，布格重力异常精度与各项校正的精度之间存在如下关系：

$$\varepsilon_a = \pm \sqrt{\varepsilon_k^2 + \varepsilon_t^2 + \varepsilon_b^2 + \varepsilon_\phi^2} \qquad (5-37)$$

式中：ε_k 为重力观测的均方误差。

海洋重力测量的布格校正及重力异常具有一定的特殊性。Keary 和 Brooks（1991）指出，布格异常是陆地重力资料解释的基础。通常计算滨海及浅海区的布格异常。在滨海及浅海区，布格校正消除了水深的局部变化引起的局部重力效应；而且，可以通过布格异常直接比较滨海及浅海区的重力异常，同时把陆地和海洋的重力数据结合以构成包括滨海及浅海区的统一的重力等值线图，根据此图可以追踪横过海岸线的地质特征。然而，布格异常不适合于深海重力测量，因为在这样的地区布格校正的应用是一个人为的做法，会造成非常大的正的布格异常值，而对于地质体引起的局部重力特征没有明显的加强。因此，自由空气重力异常常用于这些地区的解释。此外，自由空气重力异常可以评价这些地区的均衡补偿。

Bremaecker（1985）也指出，当海洋重力测量在海面进行时，海洋的自由空气校正非常接近于零。有时采用布格校正，但是它没有多少物理意义，因为它等效于用同等体积的岩石代替海水进行布格校正。因为海洋接近于均衡平衡，所以加入巨大量的岩石完全破坏了均衡，结果导致了与海底地形呈强烈反相关的布格重力异常，而且比陆地情况更为强烈。

第五节　异常的图示

为了对异常进行识别、分析和解释，总是把异常用各种图件来表示，统称为异常图。

一、异常平面图

与地形等高线类似，用异常等值线来表示它的形态及变化，如图 5－12 所示。

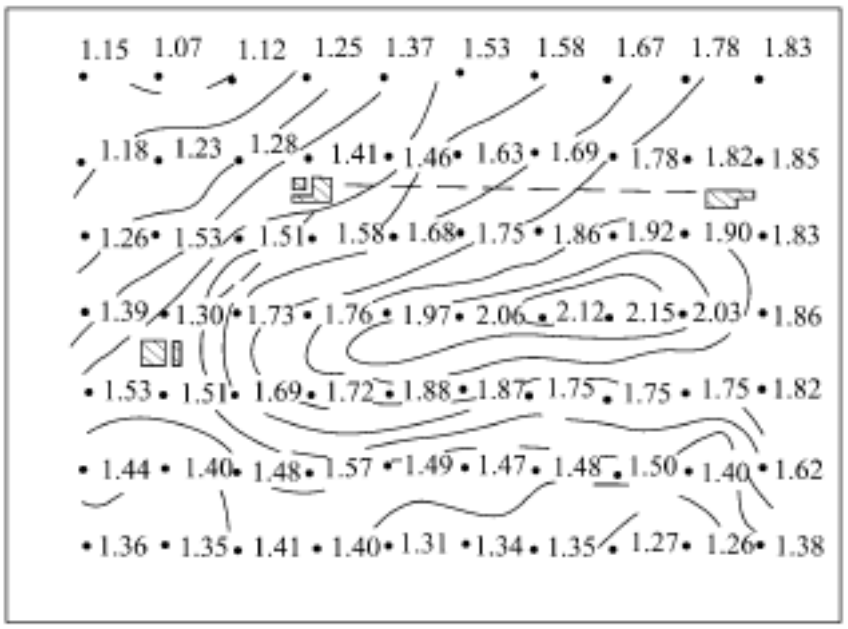


图 5－12　异常平面等值线图

二、异常剖面图

这种图是反映某一剖面线上异常变化的情况，在作定性或定量解释中用得较多。图5－13即为一例。

三、异常平剖图

这种图件是把多个异常剖面图按测线的实际位置和方向展布在同一平面上，可以给人以立体视觉，见图5－14。

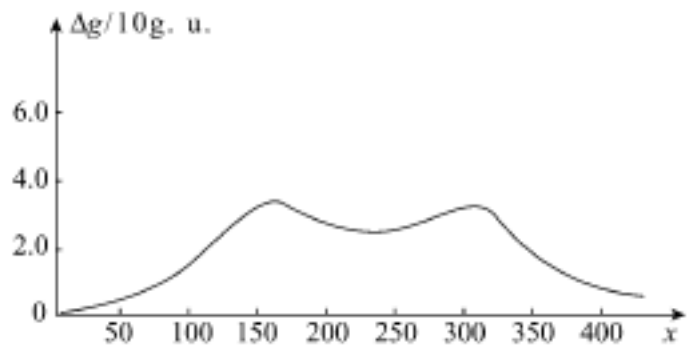


图5－13　异常剖面图

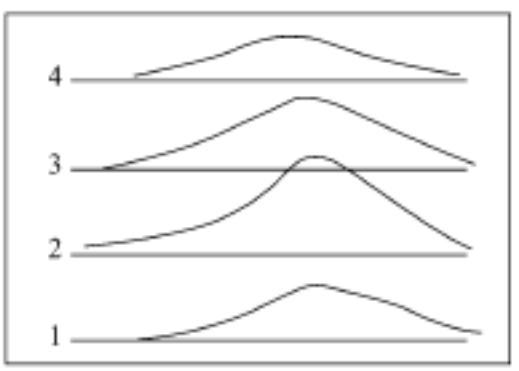


图5－14　异常平剖图

第六节　均衡及均衡重力异常

英国地球物理学家Bott（1982）在其《地球的内部》一书中，对均衡的发现、均衡原理、均衡假说及试验均衡等做了详细的论述。

一、均衡的发现

1735年和1745年间，布格（Bouguer）领导的一个法国大地测量队，在秘鲁测量子午线的弧长，就是这一观测导致了均衡原理的发现。他们认为，安第斯山（Andes）对铅垂线会有一个水平引力，而这一引力会引起铅垂线方向发生局部变化。他们在测量中发现，观测到的垂线偏差比理论上计算出的、已知的安第斯山地形起伏引起的数值要小得多。布格首先注意到了这一 差异，几年后Boscovitch用山下物质亏损的假设来解释这一结果。

根据Bott的描述构思了一个插图（图5－15）（曾华霖、万天丰，1999）。如果没有安第斯山（MA），地下物质密度分布是均匀的，则P点的铅垂线方向如G_1所示。由于安第斯山（质量中心为O_1）引力g_1的作用，铅垂线方向变为G_2，垂线偏差为φ_1。实际上，观测到的垂线偏差为φ_2，比理论上计算出的数值φ_1要小得多。这一现象可能是由于山下的质量亏损引起的。例如，按照

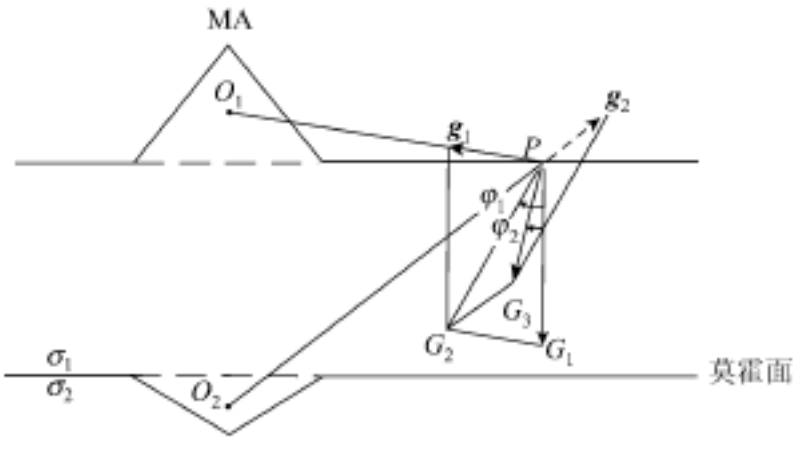


图5－15　均衡的发现示意图

艾里（Airy）模式，设想莫霍面在山下加深，形成一个质量亏损，其质量中心为 O_2；莫霍面上面的密度 σ_1 比下面的密度 σ_2 要小。这一质量亏损对 P 点的引力为 g_2。这样，由于引力 g_2 的影响，垂线将处于 G_3 方向，垂线偏差为 ϕ_2。显然，ϕ_2 比 ϕ_1 小。

1854 年，英国学者普拉特（J. H. Pratt）发现了类似的结果。他在喜马拉雅山脉附近根据地形的计算，估计垂线偏差为 28″，但是实际只有 5″。对于安第斯山和喜马拉雅山，用于解释造成观测垂线偏差的下伏质量亏损，大约等于地表的山脉质量。

1889 年，Dutton 引用“均衡”（isostasy）来解释这一现象。

二、均衡的原理

在地下某个深度（称为补偿深度）的下面，地球内部的压力是流体静压力或静水压力，这就意味着在补偿深度处单位横截面上覆柱体的重量，必须完全是相等的；地球曲率的小的校正会造成一些差别。如果在地球的表面存在过剩的负载，例如山脉，洋脊或冰帽，那么如果达到了均衡，在这个表面之下，补偿深度之上，一定存在一个等效的补偿质量的亏损；对于海洋，这样的亏损负载会出现相反的情况。

均衡是阿基米德（Archimedes）原理在地球最上部地层的应用。均衡运动和其他类型的垂向运动对于地壳的影响表明，横向流动可能出现在补偿深度之下相对弱的，称为软流圈的地区；而上覆的比较强的岩石圈，或由于弹性弯曲，或是由于断裂和流动，一定达到了均衡平衡。

三、均衡假说

1855 年，地球物理学家提出了两种主要的均衡假说，每一种假说都试图解释补偿地表地形起伏的下伏质量分布的形态。

1. 普拉特（Pratt，1855）假说

假定在补偿深度之上，地壳的密度是横向变化的，这个变化依赖于上覆地形起伏的高程（图 5－16）。均衡条件要求

$$\sigma(h + D) = 常数$$

式中：D 是补偿深度；h 是地形起伏的高度；σ 是下伏物质的密度。如果考虑地球的曲率，需要一个小的校正。根据普拉特假说，山脉的下方是异常低密度的岩石，并延伸到补偿深度；而海洋下伏了密度比较高的岩石。地形高低不同的柱体，其密度各不相同。美国大地测量学家 Hayford 在 20 世纪初发展了这个假说，他任意地把补偿深度取为 113.7 km。

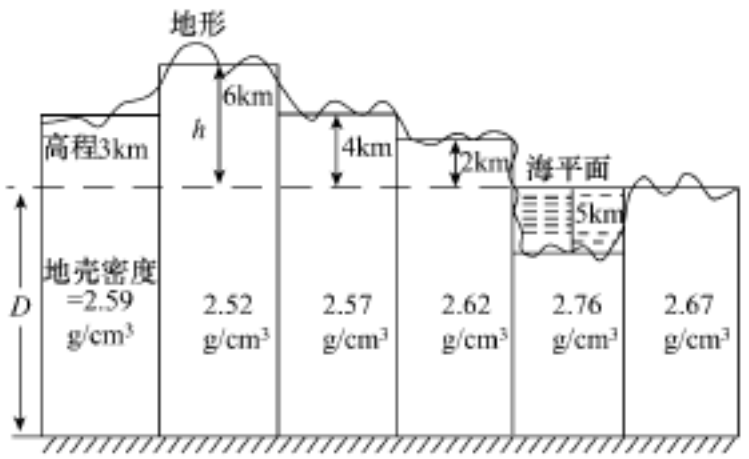


图 5－16　普拉特地壳均衡模型

2. 艾里（Airy，1855）假说

假定地球最上部的地壳是一个低密度的“壳”，上覆于一个高密度的底层，这个“壳”及底层具有均匀的密度，并假定比较硬的“壳”或岩石圈漂浮在流体底层（即软流圈）上面（图 5－17）。按照这个假说的最初的形式，这个低密

度壳的底部同于坚硬的岩石圈与软弱的软流圈之间的边界。由低密度壳的厚度变化实现这一补偿，即山脉下伏了比通常厚的地壳（一个山根），而海洋下伏了比通常薄的地壳（一个反山根）。在忽略了地球曲率情况下的均衡条件为

$$r = H\rho/(\rho_2 - \rho) \quad (5-38)$$

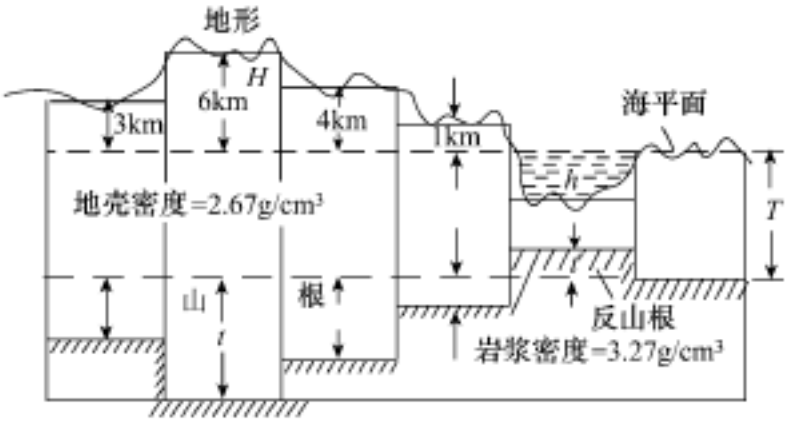


图 5－17　艾里地壳均衡模型

式中：r 为山根的深度，h 是地形的高程，ρ 是“壳”的密度，ρ_2 是底层的密度。艾里均衡补偿面与普拉特假说不同，不是处在同一个深度上，而是有一定起伏的曲面。

对于艾里假说，也有一些修改。例如，F. A. Vening Meinesz 提出了区域补偿的概念，即这个根的横向宽度比其补偿的表面特征要大。

20 世纪初，Hayford 与 Heiskanen 等进一步完善了普拉特与艾里的假说，形成地壳均衡学说。

按照普拉特模型，在陆地区，设地壳的平均密度为 σ_0（2.67 g/cm^3），柱体海拔高度为 H，密度为 σ，则均衡条件是

$$\sigma(D + H) = \sigma_0 D \quad (5-39)$$

式中：D 为从大地水准面起算的均衡补偿深度。所以，各柱体的密度可由下式计算

$$\sigma = \sigma_0 \frac{D}{D + H} \quad (5-40)$$

在海洋区，设海水深度为 h，密度为 $\sigma_2 = 1.03$ g/cm^3，则均衡条件是

$$\sigma_2 h + \sigma_1 (D - h) = \sigma_0 D \quad (5-41)$$

式中：σ_1 为海底到均衡面间柱体的密度，其值为

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0 D - \sigma_2 h}{D - h} \quad (5-42)$$

按照艾里模型，设地壳平均密度为 σ_0（2.67 g/cm^3），岩浆的平均密度为 σ（3.27 g/cm^3），地壳的平均深度为 T，从均衡面到平均深度之间的厚度为 t，地形海拔高度为 H，海水深度为 h。则在山区均衡时应有

$$\sigma_0 H = (\sigma - \sigma_0) t \quad (5-43)$$

所以山根的厚度 t 为

$$t = \frac{\sigma_0 H}{\sigma - \sigma_0} = \frac{2.67}{0.60} H = 4.45H \quad (5-44)$$

即山每增高 1 km，山根就增加 4.45 km。

同理，在海洋区均衡时应满足条件：

$$(\sigma_0 - \sigma_2) h = (\sigma - \sigma_0) t' \quad (5-45)$$

则反山根的厚度应为

$$t' = \frac{\sigma_0 - \sigma_2}{\sigma - \sigma_0} h = 2.73h \quad (5-46)$$

即海洋每加深 1 km，反山根就上凸 2.73 km。

因此，若设地壳的正常厚度为 T，则在高山之下柱体总厚度为 T + H + t；在海洋之下，厚度为 T - h - t′。

四、均衡校正

进行均衡校正时，首先要选定模式。从物理意义上看，艾里模式较易为人们接受，不过实际计算补偿时，艾里与普拉特两种模式所得结果相差无几。其次要有全球的山高及海洋深度数据，至于地壳平均厚度 T 或 D 以及上地幔密度可由其他地球物理观测来给定。均衡校正包括两方面内容：第一步是将大地水准面以上多余的按正常地壳密度分布的物质全部“移去”，即遍及全球的地形校正；第二步是将这移去的质量全部“填补”到大地水准面以下至均衡补偿面之间（或是山根与反山根）的范围内。这项校正即是计算“移去”或“填补”的物质在测点处引起的引力铅垂分量，即均衡校正值，然后加到布格异常中去，便得到均衡重力异常，即

$$\Delta g_C = \Delta g_B + \delta g_C \qquad (5-47)$$

式中：δg_C 为均衡校正值。

五、均衡重力异常

图 5－11 中（e）图表示了一种完全均衡状态下的均衡异常所代表的意义。它仅仅反映壳内密度不均匀体所产生的异常，但由于均衡计算是在大面积内的平均效应，因而这些局部影响的总和就很小了。在完全均衡的条件下，均衡异常接近于零，即大地水准面以上多出的物质正好补偿了大地水准面至均衡面之间缺失的物质。如果填补进去的物质数量超过了下面缺失的质量，则壳内就有比正常密度分布时多余的物质存在，此时均衡异常为正值。从动力学观点看，由于构造力使山脉隆升以后，均衡力没有使地壳下界面达到足以补偿山脉隆升的深度，即“山根”不够深，因而地壳未达到均衡，同时这种情况称为补偿不足。如果填补进去的物质数量还不足以弥补下面质量的亏损，则壳内这种亏损的质量将形成负的均衡异常，它说明地壳下界面已超过正常地壳的深度，故这种状态又称为补偿过剩。

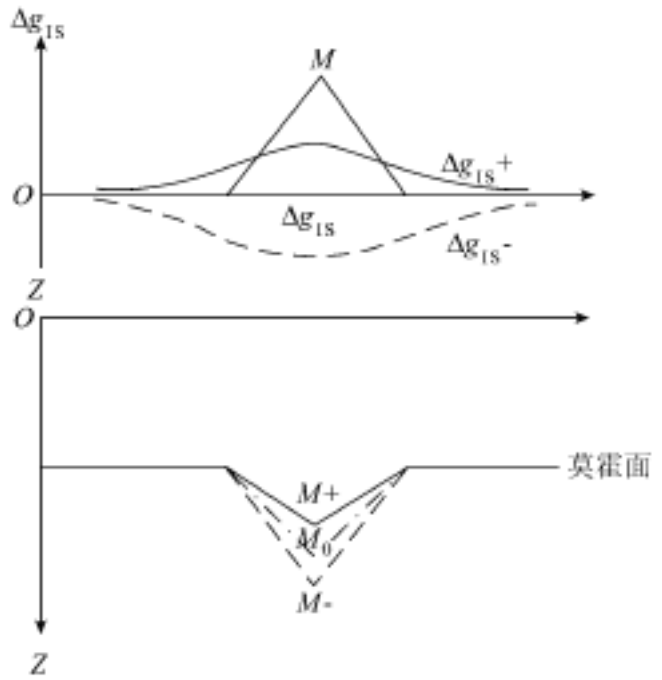


图 5－18　均衡补偿示意图

由此可见，所谓“补偿”，系指山下的质量“亏损”对地表出现的多余的山的质量的补偿。按照艾里模式，莫霍面在山下的凹陷补偿了山的隆起，这样使地壳达到均衡。当莫霍面在山下的凹陷正好补偿了山的隆起（图 5－18，M_0 情况）使地壳达到均衡时，由下式

$$\Delta g_{IS} = \Delta g_B + \delta_S$$

计算出的均衡重力异常 Δg_{IS} 近于零。式中，Δg_B 为布格重力异常，δ_S 为均衡校正值。当莫霍面的凹陷过深，“过剩”地补偿了山的隆起，计算出的均衡重力

异常 Δg_{IS} 小于零（图 5－18，M- 情况）；当莫霍面的凹陷过浅，对于山的隆起的补偿“不足”，计算出的均衡重力异常 Δg_{IS} 大于零（图 5－18，M+ 情况）。

无论补偿不足或补偿过剩，都是未达到均衡，地壳将继续进行均衡调整，用壳内质量的迁移，如地壳密度的横向变化、上地幔密度的横向变化以及地壳厚度变化等，来使它趋于均衡。

下面举一个例子说明我国的地壳均衡状态。图 5－19 是我国的一条东西向，由青岛通过济南、西宁、拉萨直到边境的地形起伏及地壳厚度变化的剖面。地壳厚度变化数据取自根据地震测深资料绘制的我国“莫霍界面深度图”（朱介寿等，1996），地形剖面的数据取自“中国地形”（中国地图出版社，1990）。图 5－19 表明，地形起伏与地壳厚度变化呈反相关关系，遵循了艾里的均衡假说；同时“莫霍界面深度图”和“中国地形”图中高程变化的非常好的反相关关系表明我国在总体上达到了地壳均衡。

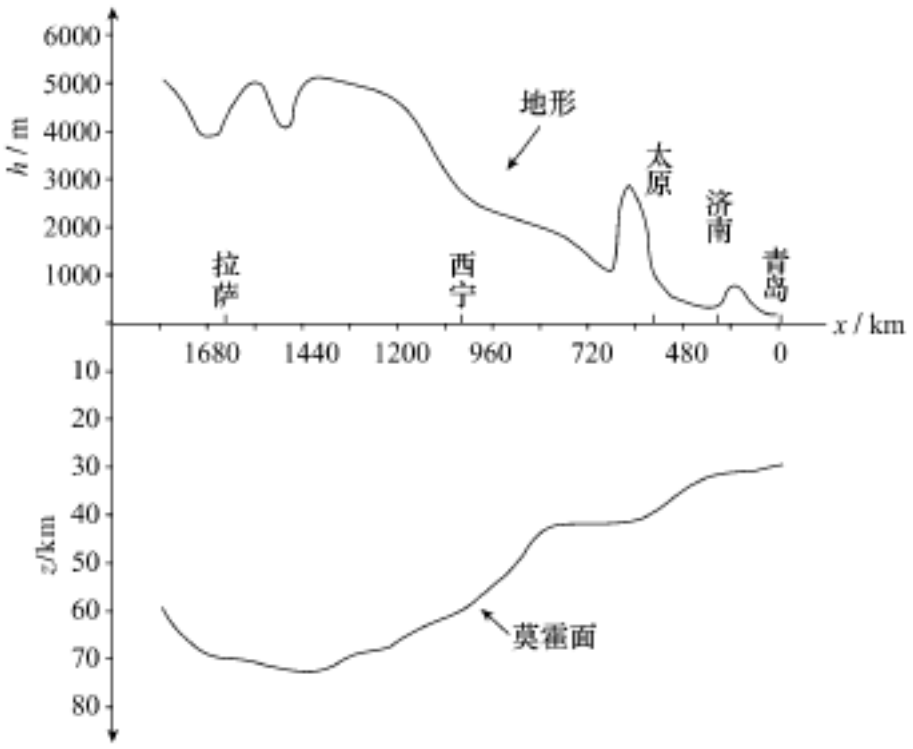


图 5－19　中国部分地区地形起伏与相应地壳厚度变化对比剖面

均衡异常图是对一个地区均衡状态估计的主要依据。然而，在我们国家出现了两幅不同的全国均衡重力异常图（贾民育等，1989；左愚等，1996），它们都是国际岩石圈委员会出版物。根据这两幅不同的均衡重力异常图，完全可以对我国的均衡状态做出不同的推断，必须予以澄清（曾华霖、万天丰，1999；Zeng and Wan，1999）。不过，2001 年出版的一幅全国均衡重力异常图（孙文柯等，2001）在上述两幅图中出现某些差别的地方，与贾民育等的结果基本相似。

由于均衡校正的工作十分繁杂，所以在地形起伏而且其范围比补偿深度大的地区，可以应用自由空气异常对其均衡状态进行粗略而有效的估计。因为对于一个宽缓的地形起伏，如果它在地下得到完全的补偿，则在它的中部，自由空气异常也是接近于零的，这是因为宽缓的山根所产生的负重力异常和近地表物质板产生的正的重力异常大致相等，即宽山根引起的重力效应近似等于中间层校正。这点可从（5－44）式得到说明，即 $0.6t = 2.67H$（$t = 4.45H$）。图 5－20 表示地形起伏的两个边部处出现的自由空气异常的正负变

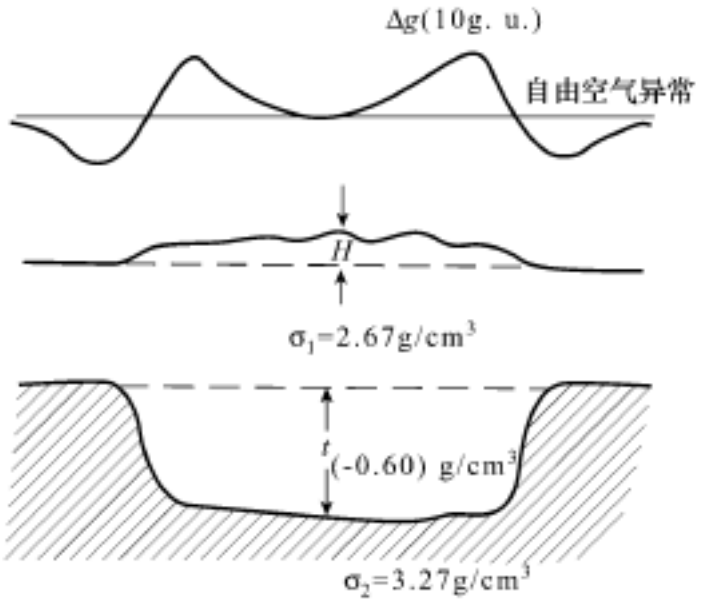


图 5－20　完全补偿状态的地形及山根

化，是由深浅两个物质面边缘效应的综合所致。用自由空气异常估计均衡状态的方法，在接近地形起伏的边缘处以及在地形起伏大的地区不适用，但是只要这个地形起伏的宽度大约在补偿深度的 10 倍以上，这种替代是完全可行的。

六、根据重力测量的试验均衡

试验均衡的老方法是把观测的铅垂线偏差同根据一种均衡假说在理论上计算出的值进行比较，以研究均衡状态。在 20 世纪，已经应用重力资料进行试验均衡的研究。与采用铅垂线偏差相比，重力资料能够迅速给出关于地下质量分布的相同信息。

试验均衡方法存在两个主要问题。第一是不论根据什么均衡假说，要试验到什么程度均衡补偿才能出现；第二是如何评价不同的均衡假说。重力测量是解决第一个问题的有效方法，但还不能解决第二个问题。用于试验均衡的重力异常可以是布格异常、自由空气异常或均衡异常。

图 5－21 表明如何把重力异常用于试验均衡。图 5－21 (a) 表示根据艾里假说处在完全均衡状态的山区的所有三种异常，地壳厚度为 30 km。在图 5－21 (b) 中，地表地形只有 75% 被山根所补偿；而在图 5－21 (c) 中，完全没有补偿。

(a) 根据艾里假说处在完全均衡状态，地壳厚度为 30 km;

(b) 根据艾里假说具有 75% 的补偿，山根的深度比 (a) 小 25%;

(c) 完全没有补偿。

在一个已知地表地形特征，例如在山区的最精确的试验均衡方法，是把观测布格异常同根据艾里和普拉特假说预测的用于补偿的质量亏损引起的重力效应进行比较，并考虑到不同的补偿深度。这个方法等效于计算均衡异常。因此在图 5－19 (a) 中，预测的 T = 30 km的山根引起的重力效应精确地等于观测的布格异常，同时相应的均衡异常处为零。在理想的情况下这个方法使我们能够确定：①山区是否处于均衡状态；②哪一种假说给出同重力观测最好的一致。实际上，因为重力异常不能精确地分辨出用于补偿的质量亏损的几何形状，同时由于普遍存在的由浅源引起的干扰异常的影响，均衡异常只能显示均衡状态存在的情况，但是不能清楚地区别不同的假说和补偿深度。

七、均衡和地壳构造

重力观测已经表明，地球的大约百分之九十的地区基本上处在均衡状态；利用重力资料不能唯一地选择补偿的模式。另一方面，地震反射和折射的联合，以及近年来的地震层析成像，能够给出地壳构造和厚度；但是不能给出均衡的信息。联合这两种方法，我们能够推断补偿质量的形式，由此给出比单一方法更多的信息。因此，大约在 1950 年以来，我们可以根据地震地壳研究，对均衡假说进行新的评价。

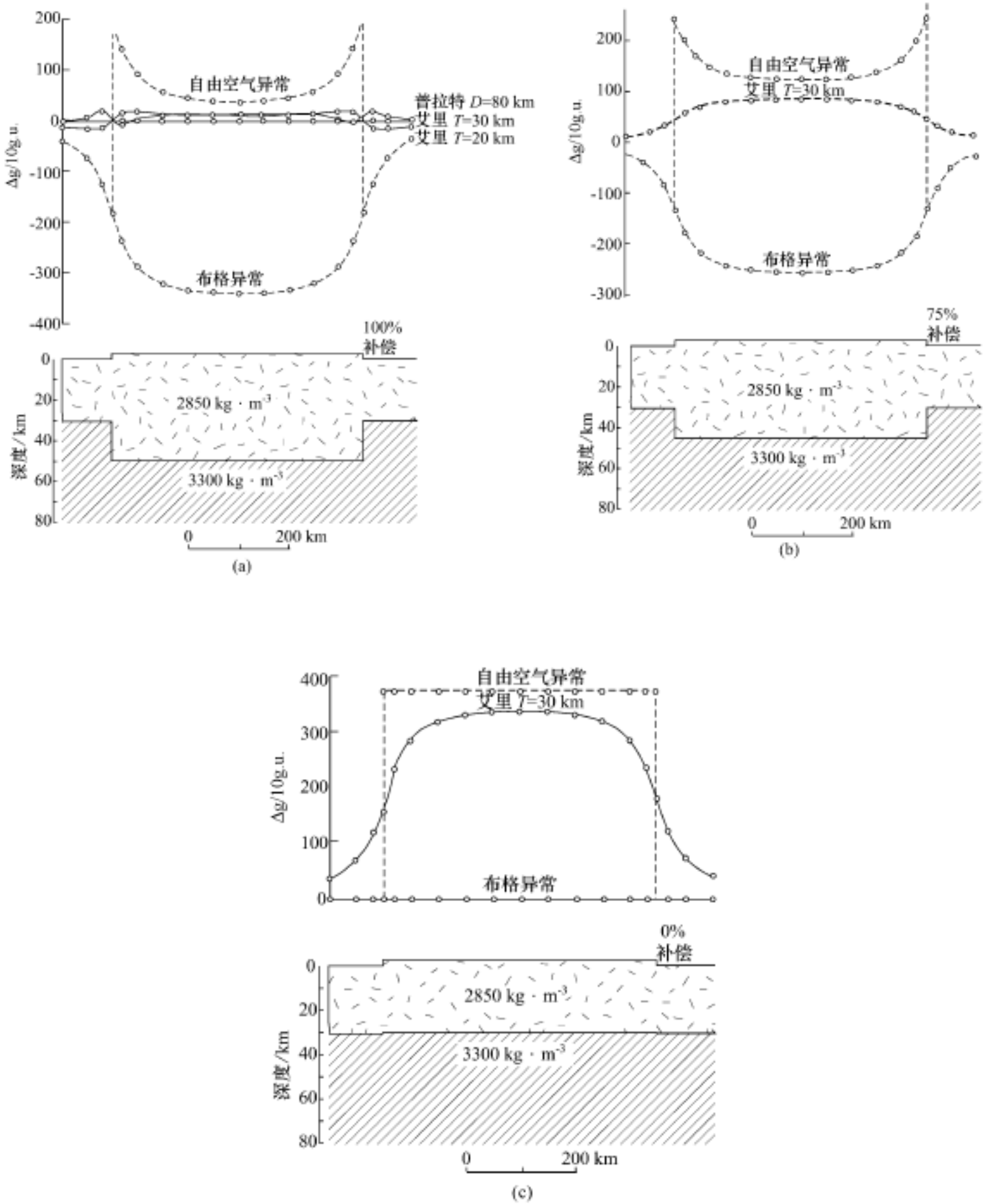


图 5－21　计算的在一个理想的山区具有不同均衡补偿的布格异常、自由空气异常及均衡异常

(引自 Bott，1982)

一般，接近地表的均衡补偿可以采取下列三种基本方式中的一种或几种：①以地壳平均密度的横向变化进行补偿；②以低密度地壳的厚度变化进行补偿；③以上地幔内部密度的横向变化进行补偿。第①、③种可以看作是普拉特假说的修改形式，而第②种是艾里假

说的古典形式。

海洋和大陆彼此处在广泛的均衡状态。地震地壳研究表明，这种均衡状态情况主要由地壳厚度变化来实现，但也需要某些地壳和上地幔平均密度的横向变化。正如根据艾里假说所预测的那样，已经发现年轻的褶皱山脉的下面存在厚的地壳。相反，在洋脊及某些大陆隆起地区，例如东非和美国西部，被上地幔内部的低密度岩石所补偿。

20 世纪以来，地壳均衡的概念对地学的研究起了很大的影响。但因对均衡机制的认识、各种假说存在的不尽合理之处，以及地球介质在极长时期的载荷作用下，也和真正的流体仍存在区别等，因而均衡学说还不可能对地壳内繁纷复杂的地质现象做出合理的解释。此外，地壳本身是有一定弹性强度的，较小面积内的载荷可以被支承住，因而局部的不均衡是完全可能的。例如，在美国西部进行的地壳构造研究，表明存在不同的均衡补偿形式。根据研究结果，地壳厚度不一定像艾里假说那样与地形起伏高度有关。例如，the Great Plains 的海拔高度 1 km，而下伏地壳厚度为 45 ～50 km；但是盆地和山区的平均高程为 2 km，地壳厚度仅为 25 ～30 km，与艾里假说预测的相反。然而，整个地区均处在均衡状态，说明均衡补偿至少部分地与上地幔有关。

没有一种万能的均衡假说能够解释地球的所有主要界面的特征。任何已知特征下面的补偿形式都需要应用重力和地震的联合研究进行调查，而不是去假定。例如，像过去做过的那样，首先假定采用艾里假说，然后单独应用重力研究去确定地壳厚度的变化，那是十分无效的。在讨论地表垂直运动的原因时，知道补偿形式是特别重要的；而且，均衡补偿除出现在地壳外，地幔物质也参与了均衡补偿作用，这就增加了我们对于地表特征起源的了解程度。

习　　题

1．指出下列叙述中的错误:

①重力仪在测点上的读数乘上它的格值，就是该点的相对重力值。

②对普通点进行多次观测，精度高了就成为基点了。

③重力基点网的平差是为了提高基点的观测精度。

2．关于地形校正，请回答下列问题:

①地形校正值为什么为正值（不考虑大地水准面的弯曲)？

②进行地形校正的方法原理是什么?

③为什么地形校正要分近、中、远三区进行 ？

④示意绘出图 5. 1 所示几种地形剖面上的地形影响值曲线。

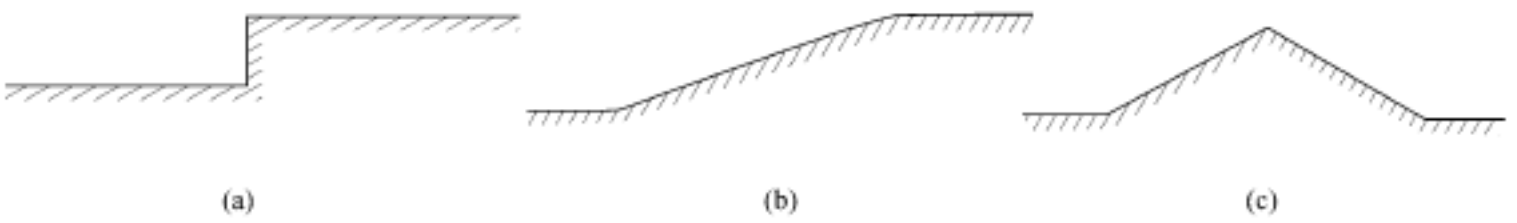


图 5. 1

3．关于布格校正，请回答以下问题:

①中间层校正与高度校正的物理含义是什么?

②给出比总基点所在水准面高出 h_1 和低了 h_2 的两个测点上的布格校正公式。

③试分析，由于密度测定不准和高程测定不准确，各会给最终的布格异常图带来何种影响?

④设沿东西向剖面 AB 的自然地表进行重力测量。如果经过仔细的各项校正后，异常为 250 g.u．的常数（见图 5.2)，请分别讨论并绘出不作布格校正、不作高度校正和不作中间层校正时，异常曲线将会变成什么样子（设地表岩层平均密度为 2.0 g/cm^3)？

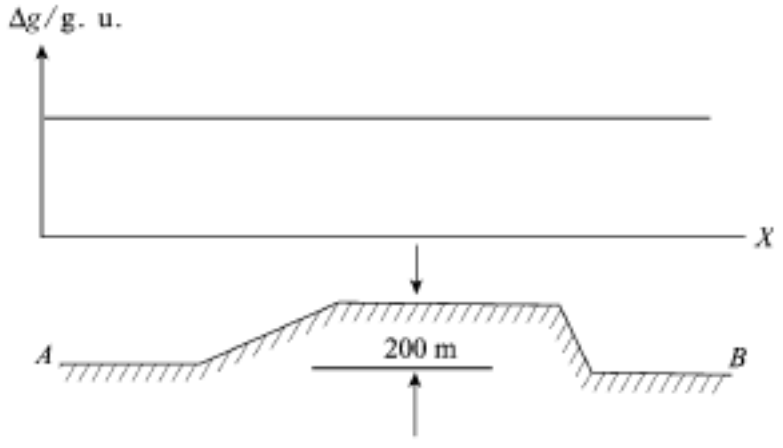


图 5.2

4．关于纬度校正，请回答以下问题:

①在北半球与南半球的校正公式中正负号的取法是否一样?

②纬度校正的误差主要来源是什么量的测量？在北纬 45 °处，当距离误差 $\varepsilon_D \leq \pm 100$ m 时，可能产生多大的误差?

③正常重力值是纬度的函数，请问在何处正常重力值变化最快？在何处其变化率为零?

5．已知北纬 45 °处某测点上的正常重力值为 9806169.11 g.u.，问离此点正南方 1 km 处且比此点低 50 m 的测点上正常重力值是多少 g.u.?

6．简述布格重力异常的地质-地球物理含义。

7．请比较在求取绝对和相对布格重力异常的过程中的异同点。

8．在有起伏的自然地表面进行重力测量，经各项校正后所获得的重力异常是大地水准面（或总基点所在水准面）上的异常还是原测点处的重力异常，为什么?

9．若测点 O 四周为一圆环形水池，其内环半径为 10 m，外环半径为 50 m，水深 10 m，地表岩层平均密度为 2.3 g/cm^3，水的密度为 1.0 g/cm^3。试计算该地形对测点 O 的地形影响值是多大?

10．试证明：圆锥体在其顶点处引起的重力异常为 $\Delta g_{max} = 2\pi G\sigma h\ (1 - \cos\alpha)$。式中 h 为锥体高度，$\alpha$ 是锥体的半顶角；并由此式再证明锥体顶点处的地形校正值为 $\delta g_T = 2\pi G\sigma h\cos\alpha$。

第六章　岩（矿）石的密度

岩石、矿物的密度，是指单位体积物质的质量，其单位为 g/cm^3 或 kg/m^3。地下不同地质体之间存在的密度差异，是开展重力勘探工作的地球物理前提条件。地质体的密度也是对重力测量结果进行地形校正和中间层校正不可缺少的参数；而且，密度资料对于重力异常的正演计算及反演、解释也具有决定性的作用。因此，对岩石密度的测定以及对测定结果的分析研究是重力勘探工作的一个重要内容。本章将介绍决定岩（矿）石密度的主要因素，测定岩（矿）石密度以及估计地层密度的方法。

第一节　决定岩（矿）石密度的主要因素

根据大量测定和研究结果认为，决定岩石密度的主要因素是：

1）岩石中各种矿物成分及其含量的多少；

2）岩石中的孔隙度大小及孔隙中的充填物的多少；

3）岩石所受压力的大小。

下面分别对火成岩，沉积岩和变质岩的密度特点作一介绍。

一、火成岩的密度

火成岩的密度主要由矿物成分及含量多少来决定。从图 6－1 中可以看出，火成岩的矿物成分与其密度有一定关系。从酸性岩向基性岩过渡时，其密度值是随岩石中铁镁暗色矿物的百分含量的逐渐增加而变大。

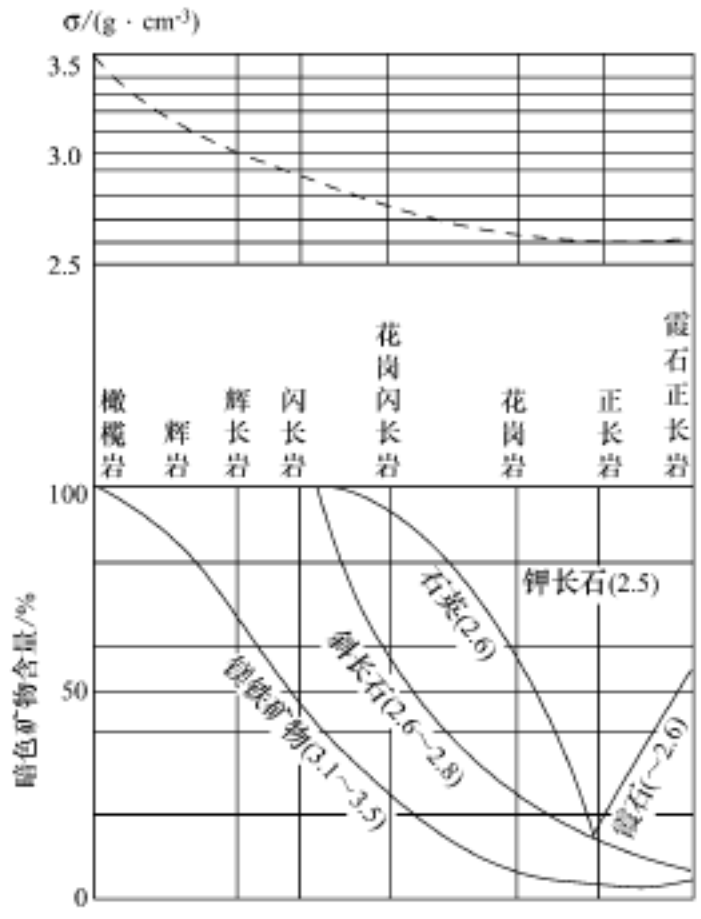


图 6－1　火成岩成分与密度的关系

对于同一种侵入的火成岩体，在岩浆侵入后的冷凝过程中，结晶分异作用导致形成不同的岩相带。一般而言，在周围为偏基性，向中心逐渐发育为偏酸性。图 6－2 为江西蒙山花岗闪长岩和九岭花岗岩侵入体的不同岩相带的密度分布曲线。此图表明，边缘相的密度要比过渡相和内相的密度大些。

对于同类侵入岩体，不同时期侵入，其矿物成分虽然相同，但因含量有所变化时，则其密度也会有所不同。对于同源岩浆，尽管其化学成分可能一样，但由于成岩环境不同时，也可能形成不同的矿物和岩石，其密度亦不同。由此可知，侵入岩与喷出岩之间密度有较大差异。

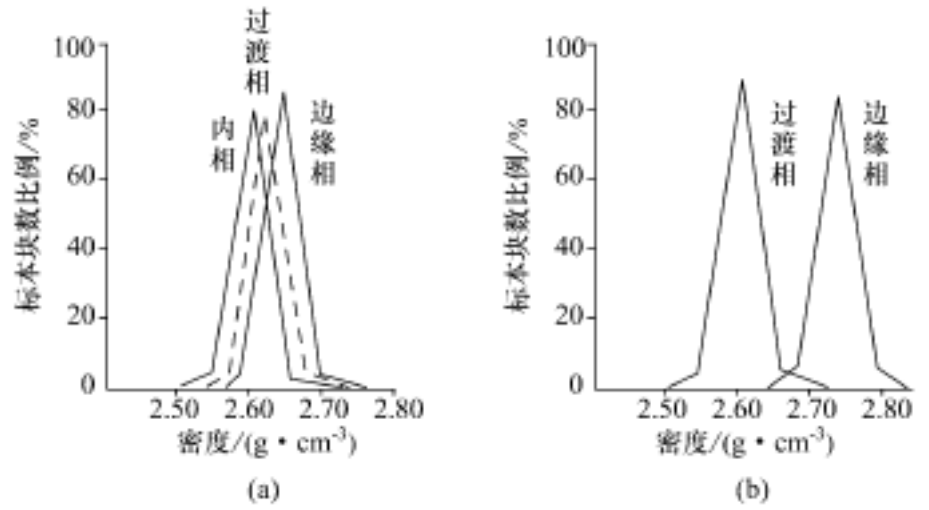


图 6－2　不同岩相带的密度分布曲线

二、沉积岩的密度

组成沉积岩的矿物成分对岩石密度的影响虽然没有像对火成岩那样明显，但由于不同的沉积岩，如灰岩、砂岩、砾岩及泥页岩具有不同的孔隙度，因而它们的密度往往有较大的变化范围。从图 6－3 可以看出这一点。

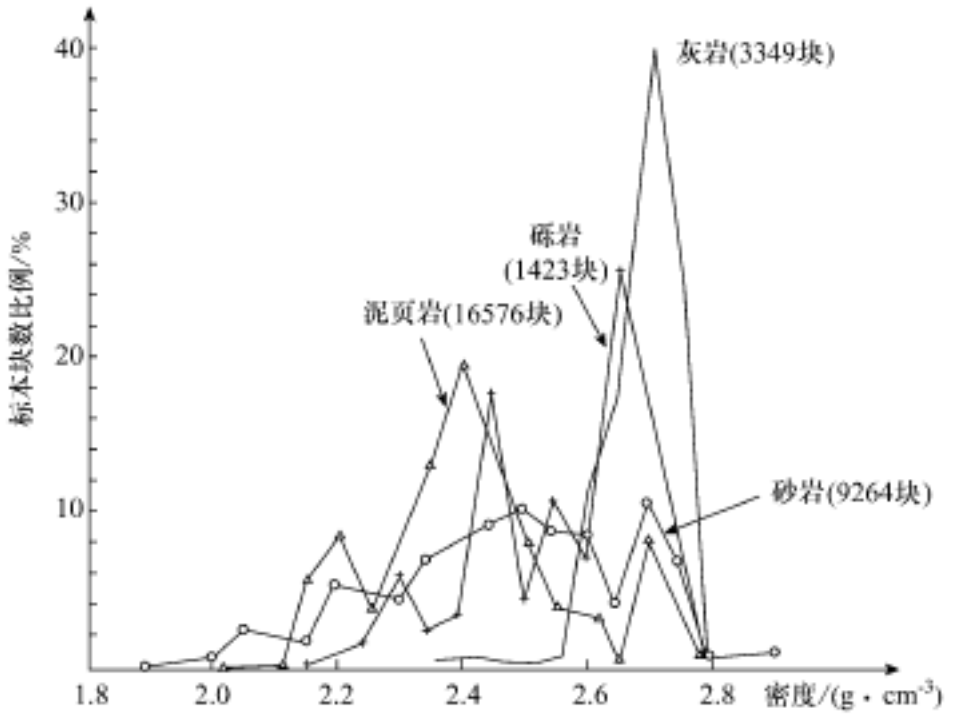


图 6－3　沉积岩的密度变化

一般而言，近地表的沉积岩由于受到的压力较小，其孔隙度较大，则密度较小；随着埋藏深度增加，上层负荷压力加大，其孔隙度相应减小，因而密度增大。图 6－4 表明，沉积岩的密度随孔隙度的减小而呈线性增大。此外，同一成分的沉积岩，由于成岩时代早晚的不同，经历的地质作用的不同造成岩石的孔隙度也不尽相同，则其密度也会有所差异。总之，时代较老的沉积岩要比时代新的同类岩石的密度要大些。

当然，对于同一时代同类岩性的沉积岩来说，由于所受地质作用条件的不同，在不同

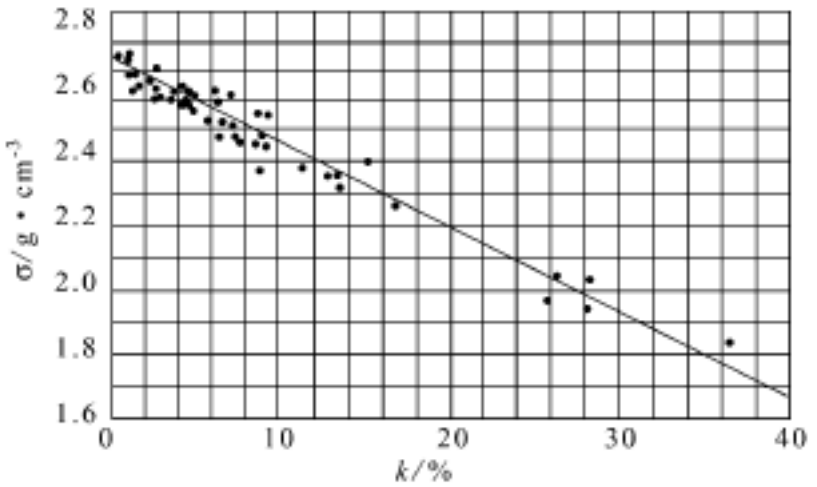


图 6－4　沉积岩的密度和孔隙度的关系

部位，其密度也会有所不同。图 6－5 为鄂尔多斯盆地奥陶系的密度分布情况。它表明在盆地边缘的密度增大，而向盆地中心密度逐渐减小。

三、变质岩的密度

对变质岩来说，其密度与矿物的成分、含量和孔隙度均有密切关系，这主要由变质的性质和变质的程度大小来决定。一般讲区域变质作用的结果，将使变质岩的密度比原岩的要大。例如，变质程度较深的片麻岩、麻粒岩等要比变质程度浅的千枚岩、石英片岩等岩石密度大些。

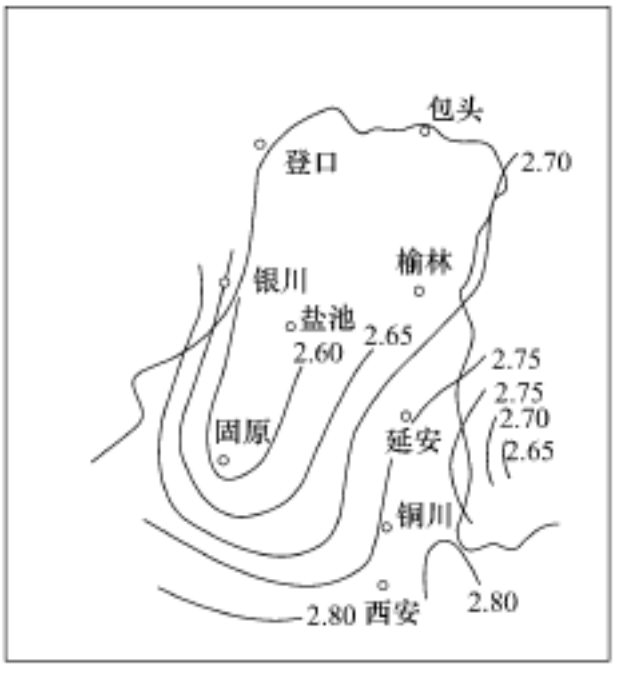


图 6－5　鄂尔多斯盆地奥陶系等密度曲线

数值单位 g·cm⁻³

动力变质作用由于使原岩结构遭破坏，矿物被压碎，因而经这种变质后的岩石其密度自然要比原岩密度低。但有时动力变质作用若使原岩发生了硅化、碳酸盐化以及重结晶时，则变质后岩石的密度会比原岩要大些。例如，热液变质作用使灰岩（密度 2.50 ～2.75 g/cm^3）发生矽卡岩化后，则密度可达 2.88 g/cm^3；橄榄岩（3.15 ～3.31 g/cm^3）发生蛇纹石化后，密度小到 2.50 ～2.70 g/cm^3。

总之，对变质岩密度的研究要具体问题具体分析。从统计的密度资料来看，在不同构造单元中，同一时代的变质岩密度相差不大，但时代越老则密度往往越大。

上面我们简单介绍了有关各类岩石密度的主要特征，这主要是针对各类岩石的成分、含量、孔隙度、成岩条件、成岩环境以及构造条件等诸多因素来进行分析的。

对于各类矿体而言，其密度主要决定于成分和含量。一般讲，金属矿的密度要比非金属矿的密度大。

实际工作中可参考常见岩（矿）石密度表（表 6－1）。

表 6－1　岩（矿）石密度值表

名　　称	密度/g·cm^{-3}	名　　称	密度/g·cm^{-3}	名　　称	密度/g·cm^{-3}
纯橄榄岩	2.5～3.3	大理岩	2.6～2.9	钛铁矿	4.5～5.0
橄榄岩	2.6～3.6	白云岩	2.4～2.9	磁黄铁矿	4.3～4.8
玄武岩	2.6～3.3	石灰岩	2.3～3.0	铬铁矿	3.2～4.4
辉长岩	2.7～3.4	页岩	2.1～2.8	黄铜矿	4.1～4.3
安山岩	2.5～2.8	砂岩	1.8～2.8	重晶石	4.4～4.7
辉绿岩	2.9～3.2	白垩	1.8～2.6	刚玉	3.9～4.0
玢岩	2.6～2.9	干砂	1.4～1.7	盐岩	3.1～3.2
花岗岩	2.4～3.1	黏土	1.5～2.2	硬石膏	2.7～3.0
石英岩	2.6～2.9	表土	1.1～2.0	石膏	2.2～2.4
流纹岩	2.3～2.7	锰矿	3.4～6.0	铝钒土	2.4～2.5
片麻岩	2.4～2.9	钨酸钙矿	5.9～6.2	钾盐	1.9～2.0
云母片岩	2.5～3.0	赤铁矿	4.5～5.2	煤	1.2～1.7
千枚岩	2.7～2.8	磁铁矿	4.8～5.2	褐煤	1.1～1.3
蛇纹岩	2.6～3.2	黄铁矿	4.9～5.2		

第二节　岩（矿）石标本密度的测定

在实际工作中，通过直接测定岩（矿）石标本的密度大小来确定它们所代表的岩性的密度，或确定它们之间的密度差。

一、对岩、矿石标本采集的要求

1）应系统地采集测区内不同构造单元及不同岩性的标本，同时要注意它们的代表性。对于分布范围较广的较厚岩层、测区内的勘探对象及围岩要适当采集较多的标本；而对于薄层、与勘探目的关系不大的岩石可以少采标本。在异常区内及岩性变化较大的地段应多采集；对于正常区及岩性变化不大的地段可以少采集。

2）采集标本时，既要采集浅部的，又要尽量采集深部的。因为浅部密度资料可以在中间层和地形校正时使用；而深部密度资料要用于重力异常的地质解释。

3）每类标本的数量一般为 30～50 块，每块标本重量一般在 300 g 左右为宜。

4）对所采集的标本应及时登记，编号，并注明地点、名称、地质年代及深度等。

5）有时应考虑其他物性参数测定的要求，如形状、规格和大小，尽量发挥所采集标本的综合利用价值。

二、标本密度测定方法

（一）天平测定法

若标本质量用 m 表示，它的体积为 v 时，其密度 σ 可用下式计算

$$\sigma = \frac{m}{v} \qquad (6-1)$$

标本的体积可根据阿基米德原理确定，即物体在水中减轻的重量，等于它排开同体积水的重量，于是可以间接求出标本体积 v。

设标本在空气中的重量为 P_1，在水中重量为 P_2，v 为标本排开水的体积，σ_0 为水的密度时，得:

$$P_1 - P_2 = v\sigma_0 g$$

当温度为 4℃时，净水的密度为 $\sigma_0 = 1\ g/cm^3$；上式变为

$$v = \frac{P_1 - P_2}{g\sigma_0} \qquad (6-2)$$

把 (6－2) 式代入 (6－1) 式，并已知 $P_1 = mg$，可得:

$$\sigma = \frac{m}{\frac{P_1 - P_2}{\sigma_0 g}} = \frac{mg}{P_1 - P_2}\sigma_0 = \frac{P_1}{P_1 - P_2}\sigma_0 \qquad (6-3)$$

只要先求出标本 P_1、P_2 的重量，然后可由 (6－3) 式计算出密度 σ。

天平法测定的精度取决于 P_1、P_2 的测定精度。由误差传递理论可知，由 (6－3) 式计算 σ的最大绝对误差可由下式计算:

$$\varepsilon_\sigma = \frac{(P_1 - P_2)\varepsilon_{P_1} + P_1(\varepsilon_{P_1} + \varepsilon_{P1})}{(P_1 - P_2)^2} \qquad (6-4)$$

式中: ε_σ 为密度的测定误差; ε_{P_1}、ε_{P_2} 分别为 P_1、P_2 的测定误差。对于同一天平称量的结果可以认为 $\varepsilon_{P_1} = \varepsilon_{P_2}$。设 $\varepsilon_{P_1} = \varepsilon_{P_2} = \varepsilon_P$ 时，利用 (6－3) 式除以 (6－4) 式可得:

$$\frac{\varepsilon_\sigma}{\sigma} = \frac{\varepsilon_P}{P_1} + \frac{2\varepsilon_P}{(P_1 - P_2)} \qquad (6-5)$$

由于 $P_1 - P_2 = P_1/\sigma$，所以 (6－5) 式变为

$$\frac{\varepsilon_\sigma}{\sigma} = \frac{\varepsilon_P}{P_1} + \frac{2\sigma\varepsilon_P}{P_1} = (2\sigma + 1)\frac{\varepsilon_P}{P_1}$$

即

$$\varepsilon_\sigma = \sigma(2\sigma + 1)\frac{\varepsilon_P}{P_1} \qquad (6-6)$$

从 (6－6) 式可见，天平法测定密度的误差 ε_σ 不仅决定于标本称重误差 ε_P，同时还与标本自重 P_1 和其实际密度 σ大小有关。在各标本的重量相同、称重的精度也相同的情况下，对于密度愈大的标本，则测定的误差愈大。若想减小误差，虽然可选重量较大的标本来测定，但实际工作中称重量大的天平精度又不高。因此，标本重量既不能太小 (轻)，也不能太大 (重)，故一般取 300 g 左右为宜。对于较高密度的标本的重量可适当大些。

对于多孔的标本，为了防止水分浸入孔隙而影响测定结果，可在标本表面涂一层石蜡。这时，标本涂石蜡后的重量用 P_2 表示，浸入水后的重量用 P_3 表示，则由 (6－3) 式，得:

$$\sigma = \frac{P_1}{\frac{1}{\sigma_0}(P_2 - P_3) - \frac{1}{\sigma_k}(P_2 - P_1)} \qquad (6-7)$$

式中: σ_0 为水的密度，σ_k 为石蜡密度，一般石蜡密度 $\sigma_k = 0.9\ g/cm^3$。

(二) 密度仪测定法

天平虽然能测定出标本密度，它操作费时，不是直接显示密度值，还需要计算，所以

效率很低。现在介绍可直接测定密度的一种仪器，称为密度仪。这种仪器是前苏联萨姆索诺夫设计的，所以又称为萨姆索诺夫密度仪。密度仪是在天平原理上发展起来的仪器，它的构造如图 6－6 所示。

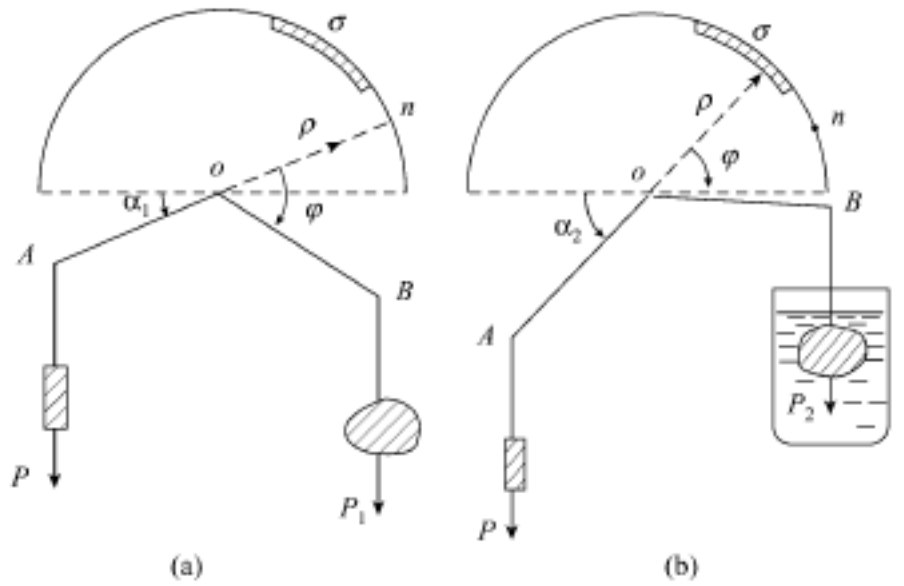


图 6－6　密度仪工作原理图

仪器的主要零件是一个折式秤臂 AOB，AO 和 BO 分别为两个长度均为 r 的左右臂，其折角为 180°- φ。秤臂中间装有一个指针，秤臂的重心可集中在转轴 O 点上，工作时需事先调节装置使它处于随遇平衡状态。密度仪还配有一个度盘，在度盘上标有密度刻度，度盘右边标有固定标志线，并用 n 表示，它是指标本在空气中平衡时应在的位置。

下面简介密度仪工作原理。测定密度时，先将标本用可以忽略其重量的细线悬挂在秤臂 B 端，调节 A 端悬挂的砝码的重量，使指针与刻度 n 重合，见图 6－6（a）。这时，AO 与水平面夹角为 α_1，A 端砝码重量为 P，而 B 端标本重量用 P_1 表示。其平衡关系式为

$$P \cdot r\cos\alpha_1 = P_1 \cdot r\cos(\phi - \alpha_1) \qquad (6-8)$$

当标本浸没在水中时（见图 6－6（b）），由于标本受到水的浮力使 B 端升高并达到新的平衡位置。这时 AO 与水平线夹角用 α_2 表示，则平衡关系式为

$$P \cdot r\cos\alpha_2 = P_2 \cdot r\cos(\phi - \alpha_2) \qquad (6-9)$$

式中：P_2 为标本在水中的重量。由（6－8）式、（6－9）式可求出 P_1、P_2 的表达式，并将它们代入（6－3）式，简化后的密度表达式为

$$\sigma = \frac{\cot\phi + \tan\alpha_2}{\tan\alpha_2 - \tan\alpha_1} \qquad (6-10)$$

从（6－10）式可得出 α_2 与 σ 的相对应关系式为

$$\alpha_2 = \arctan\frac{\cot\phi + \sigma\tan\alpha_1}{\sigma - 1} \qquad (6-11)$$

由（6－11）式可见，α_2 与标本重量无关；当 φ 为仪器构造常数，并调节砝码重量使指针与固定标志 n 重合时，即保持 α_1 为常数，这时密度 σ 只与 α_2 有单一对应关系。根据不同的角度 α_2 在度盘上标上所对应的密度值 σ，即可用于测量标本的密度。所以当标本浸在水中，待平衡后，指针所指示的刻度就直接显示标本的密度。

密度仪的使用方法简述如下（图 6－7）。

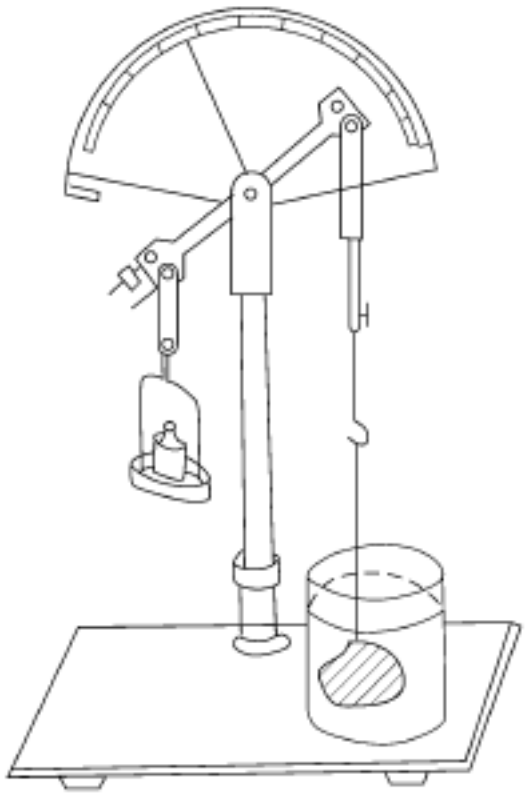


图 6－7　密度仪工作图

1）安装仪器，调平后刻度盘应垂直。

2）秤臂 B 端挂上挂钩，同时调节 A端秤臂上左端配重螺丝，使转动系统处于随遇平衡状态。

3）B 端挂上标本，A 端放置砝码，调节砝码的重量，使指针指到刻度 n。

4）将标本浸在水中，待平衡稳定后，指针所示的刻度值就是该标本密度值。

利用密度仪测定的精度可达 0. 01 ～0. 02 g/cm^3，其效率比天平高 3 ～4 倍。

三、密度测定结果的整理

同类均质岩（矿）石标本密度的测定值通常服从算术正态分布规律，据此可以对同一类标本测定结果进行整理，以得出其平均值和常见值。根据标本数目的多少采用不同的整理方法。

（一）当同一类标本数目少于 30 块时

可按下式计算其密度的算术平均值:

$$\overline{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \sigma_i}{N} \qquad (6-12)$$

式中: σ_i 为第 i 块标本的密度值; N 为块数。

上述密度值的离散程度，可用标准离差 D 表示为

$$D = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^{N} (\sigma_i - \overline{\sigma})^2 / (N-1)} \qquad (6-13)$$

当同类标本块数过少时，计算标准离差没有意义，这时可用表格列出密度的平均值，最大、最小值即可。

（二）当同一类标本数目在 30 块以上时

还可绘制频率分布曲线来统计平均密度值。

首先将密度值按相等间隔 Δσ 分组，分组数 n 与标本总块数的关系在对数坐标中呈线性变化，如表 6－2 所示。

表 6－2　密度值分组数与标本总块数的关系

标本数	30	40 ～60	60 ～80	80 ～100	100 ～120	120 ～140	140 ～170	170 ～200
分组数	4	5	6	7	8	9	10	11

然后统计每一密度间隔中的标本块数 N_i，并算出其占总标本数的百分比，此百分比即为该间隔密度出现的频率 $f_i = (N_i/N) \times 100\%$。以密度值为横坐标，以 f_i 为纵坐标，点出每一组密度值所对应的频率坐标点，将所有的点相连得出频率分布曲线（图 6－8）。曲线极大值所对应的密度即为常见值，本图中常见值为 2. 74 g/cm^3。

根据正态分布的特点可知，在频率分布曲线上找出极大值的0.606倍的两个点，该两点的横坐标之差的一半即为密度测定的标准离差D，在图6－8中，D≈1/2×0.07=0.035 g/cm^3。

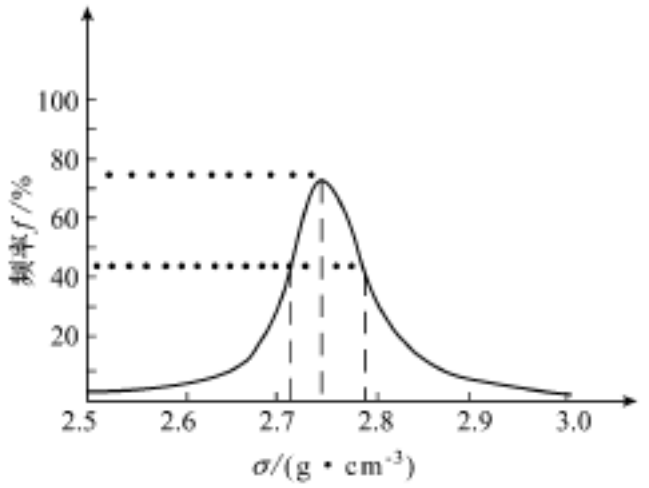


图6－8　标本密度的频率分布曲线

利用频率分布曲线统计平均密度值具有下列优点:

1）可以鉴定密度测定的质量。如果得出的频率分布曲线上出现两个或两个以上的峰值，则表明标本岩性分类可能有差错或是测定时有错误。

2）可以鉴定同类岩石密度的稳定性。曲线峰值明显，两翼对称，表明该类岩石的密度比较稳定；否则若曲线平缓，变化较为杂乱，则表明该类岩石的密度很不稳定。

第三节　地层平均密度的估计

在重力勘探中，除直接用仪器测定岩（矿）石标本密度以用于地质解释外，还可以用试验和计算的办法来估计岩层、地层的平均密度，供有关校正及异常解释时使用。

一、重力试验剖面估计中间层密度

内特尔顿在1942年提出了一个用重力试验剖面估计中间层密度的野外方法（内特尔顿，1987)。在野外有地形起伏的地区布置一条重力剖面并进行观测，重力测点的点距要很小。每点的重力测量值用不同密度σ得到的布格校正系数（3.086－0.4193{σ}$_{g\cdot cm^{-3}}$）g.u./m进行校正，便得到不同的重力剖面曲线（图6－9)。从这些剖面中找出一条地形对重力值影响最小的剖面，这条剖面所用的密度值（图中为2.2 g·cm^{-3})，就是所取地形高程范围内的平均密度值。选择地形特征时，最好选择山脊地形而不选山谷，因为后者在底部可能有非典型的泛滥的平原沉积物；地形特征两边应当具有大致相同的高程。

二、最小二乘法估计地层密度

重力剖面法不仅需事先进行纬度校正，同时很难避免局部异常和区域异常的影响。实际上，要找到适合上述要求的理想地区也非常困难。为此采用最小二乘法估计地层或中间层密度。

在工区内选择地形有一定起伏的地段，进行剖面测量。要求点距不应过大，还要满足局部异常和区域异常在相邻三点之间呈线性变化的条件。

假定在N个测点上的重力观测值为Δg_i，i=1，2，...，N；相应的高程为Δh_i，i=1，2，...，N。任意点的重力值Δg_i与前后相邻两点重力值Δg_{i+1}，Δg_{i+2}的平均值之差δg_i表示为

$$\delta g_i = \frac{\Delta g_{i+1} + \Delta g_{i-1}}{2} - \Delta g_i \qquad (6-14)$$

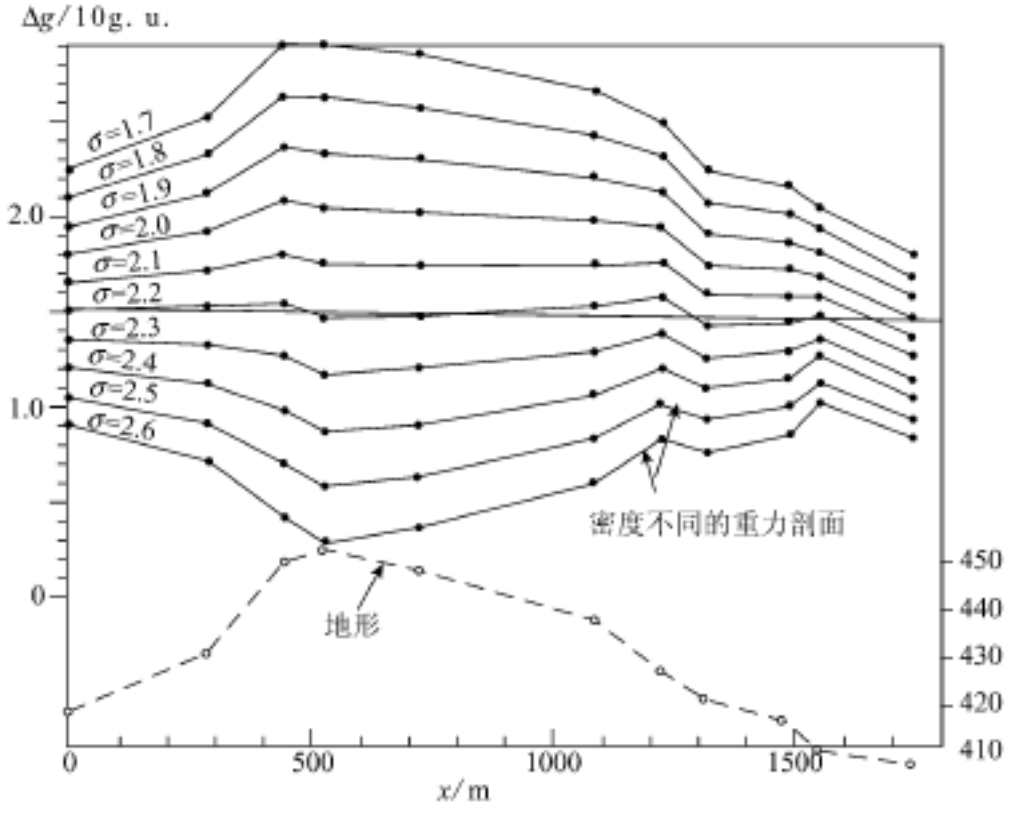


图 6－9　估计中间层密度的重力剖面

根据上述异常在相邻三点之间应该呈线性变化的条件，δg_i 只与测点高度和中间层影响有关，所以把（6－14）中的异常值用下列布格影响表示:

$$\Delta g_b = (-3.086 + 0.419\sigma)\,\Delta h = b\,\Delta h \qquad (6-15)$$

结果（6－14）式可改写成

$$\delta g_i = b\left(\frac{\Delta h_{i+1} + \Delta h_{i-1}}{2} - \Delta h_i\right) = b\,\delta h_i \qquad (6-16)$$

式中: b 称为布格影响系数。

$$\delta h_i = \frac{\Delta h_{i+1} + \Delta h_{i-1}}{2} - \Delta h_i$$

还根据上述的异常呈线性变化的假定，在下述的最小二乘条件下求取最佳的取决于密度的 b 值。

$$\sum_{i=2}^{n-1} (\delta g_i - b \cdot \delta h_i)^2 = \min \qquad (6-17)$$

解得:

$$b = \frac{\sum_{i=2}^{n-1} \delta g_i \cdot \delta h_i}{\sum_{i=2}^{n-1} (\delta h_i)^2} \qquad (6-18)$$

最后得:

$$\sigma = \frac{1}{0.419}(b + 3.086) \qquad (6-19)$$

表 6－3 介绍了应用上述方法的一个数字例子。重力剖面共有 12 个测点，观测重力值及相应的高程列举在表 6－3 的第 2，3 列，第 4～7 列为计算的中间结果 δg_i，δh_i，($\delta g_i \times \delta h_i$) 及 $(\delta h_i)^2$。最后得到

$$b = \frac{\sum_{i=2}^{n-1} \delta g_i \cdot \delta h_i}{\sum_{i=2}^{n-1} (\delta h_i)^2} = \frac{-314.3}{153.35} \text{g.u./m} = -2.050 \text{ g.u./m}$$

$$\sigma = \frac{1}{0.419}(b + 3.086) = \frac{1}{0.419}(-2.050 + 3.086)\ \text{g}\cdot\text{cm}^{-3} = 2.47\ \text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$$

表 6－3　最小二乘法估计地层密度的数字例子

点　号	Δg_i	Δh_i	δg_i	δh_i	$(\delta g_i \times \delta h_i)$	$(\delta h_i)^2$
1	-253.7	150.11				
2	-268.4	156.82	-5.2	1.93	-10.0	3.72
3	-293.4	167.39	-6.2	1.85	-11.5	3.42
4	-330.8	181.65	17.2	-6.55	-112.7	42.90
5	-333.9	182.82	18.8	-6.96	-130.8	48.44
6	-299.4	170.07	-4.2	1.01	-4.2	1.02
7	-273.3	159.35	-3.1	4.07	-12.6	16.56
8	-253.4	156.76	-4.6	-4.06	18.7	16.48
9	-242.6	146.05	3.6	1.30	4.7	1.69
10	-224.5	137.94	5.7	-2.81	-16.0	7.90
11	-195.1	124.21	-11.9	3.35	-39.9	11.22
12	-189.4	117.19				
					$\sum = -314.3$	153.35

表中重力值单位为 g.u.，高度单位为 m。

三、利用竖井中重力测量结果计算地层平均密度

如果重力勘探区内有竖井，可以通过井中重力测量研究中间层密度或不同深度岩层的平均密度。

图 6－10 中，A、B 为井壁，1、2 两点为井内上、下两个重力测点的位置。两点的垂直距离为 $h_{1,2}$。设 1、2 点测得的重力值分别为 g_1 和 g_2，1、2 两点之间岩层密度为 $\sigma_{1,2}$，则在不考虑地面地形影响时，g_1 和 g_2 有下列关系:

$$g_2 + 2\pi G\sigma_{1,2}h_{1,2} - \left(\frac{g}{z}\right)h_{1,2} = g_1 - 2\pi G\sigma_{1,2}h_{1,2}$$

式中: $2\pi G\sigma_{1,2}h_{1,2}$ 是中间层对 1、2 点的影响，而 $\left(\frac{g}{z}\right)h_{1,2}$ 是第 2 点的高度影响值，故得:

$$g_2 = g_1 + \left(\frac{g}{z}\right)h_{1,2} - 4\pi G\sigma_{1,2}h_{1,2} \qquad (6-20)$$

即

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{4\pi G h_{1,2}}\left[(g_1 - g_2) + \left(\frac{g}{z}\right)h_{1,2}\right] \qquad (6-21)$$

式中: $(g_1 - g_2)$ 可用重力仪直接测定，$\left(\frac{g}{z}\right)$ 为 1、2 点的重力垂向梯度，可用正常重力垂向梯度 3.086 g.u./m 代替，$h_{1,2}$ 可直接量出，故 1、2 两点之间岩层密度 $\sigma_{1,2}$ 可用 (6－21) 式计算出来。

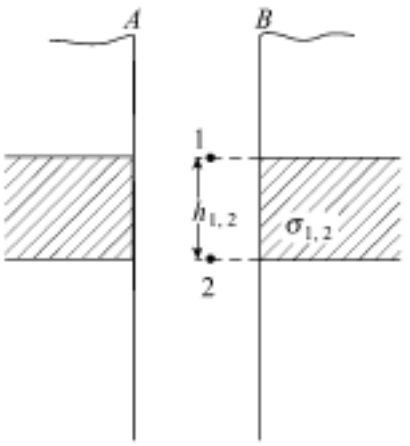


图 6－10　竖井中重力测量

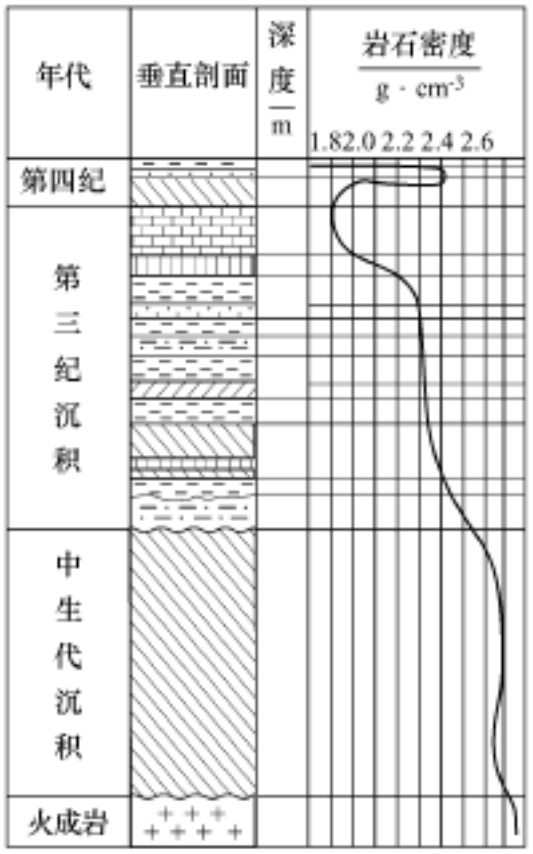


图 6－11　地层密度柱状综合剖面图

如果矿井比较深，则可以采用重力测井法分段求出不同深度岩层的平均密度，以了解工区内岩石密度随深度变化的情况。

四、不同地层密度的表示

根据测得的不同地层密度值，可以绘出柱状综合剖面图，如图 6－11 所示。

如果标本取自钻井岩心或不同地质年代的地层，则可将密度测定或计算的结果与地质柱状剖面图综合在一起，从这种图中可以清楚地看出哪几个时代的地层密度分界面对重力勘探有利。

绘制柱状图时，如果同一地质时代的岩层是由若干个不同岩性的薄层所组成，则可用厚度加权的方法求出地层的平均密度，计算公式为

$$\overline{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \sigma_i h_i}{\sum_{i=1}^{N} h_i} \qquad (6-22)$$

式中：σ_i 和 h_i 分别表示同一地层中某一薄层的密度和厚度；N 表示薄层数。

习　　题

1．决定各类岩（矿）石密度的主要因素是哪些?

2．在计算重力异常过程中，有哪几项校正需要密度参数? 并分析如果密度参数确定的不准会对异常有何影响?

3．测定或确定岩（矿）石的密度有几种常用的方法? 简单说明各种方法的测定过程。

4．根据布格校正公式（3.086 - 0.419σ）Δh 进行定性分析，如果中间层密度选择得不准（小于或大于实际密度）时，将会对布格异常产生什么样的影响?

第三篇　重力资料处理、解释及应用

由重力观测值通过资料整理获得的原始重力异常，可以用来解决一些地质问题。然而，为了提高重力资料的应用效果，在地球构造研究、国土资源调查、矿产勘探以及国民经济其他领域发展中发挥更大的作用，必须对这个重力异常进行数据处理及解释。处理—解释—应用，是互相紧密联系的几个环节，而且反复进行。针对所解决的实际问题，研究或选择适当的数据处理及解释方法对重力资料进行处理解释；通过处理解释方法在解决实际问题中的应用，研究方法的应用条件，并发现方法的问题，以便改进现有的方法，或研究新的方法。

这些年来，由于计算机在重力勘探中的应用，重力资料数据处理及解释已经成为提高重力法效果的一个关键环节和重力勘探工作的一个重要部分。

本篇将首先叙述数据处理和解释的一些基本概念，然后分章论述重力异常的正、反问题以及重力异常的分离，最后介绍重力资料在解决各种实际问题中的应用。在叙述数据处理解释方法时，主要介绍国内外较普遍应用的方法。在具体方法上，着重基本方法；同时介绍一些电子计算机引进以前在重力资料处理、解释中使用的“手算”方法，例如“量板”法，其目的不是为了“回忆”，而是启发我们的思考。

下面介绍重力数据处理和解释中的一些基本概念。

数据处理

重力资料的数据处理就是利用计算机对重力异常数据进行有关的数学计算和图像处理，以得到用于进一步深化重力解释的异常资料。

由于室内进行的各项校正中所存在的误差的影响，由野外实测所获得的观测数据得到的异常不可能如理论曲线那样光滑；更重要的是，实测异常往往是由浅到深多种地质因素引起的叠加异常。因此，必须对实测重力异常进行数据处理，其具体目的如下。

1）消除因重力测量和对测量结果进行各项校正所引进的一些偶然误差或与勘探目标无关的某些近地表小型密度不均匀体的干扰。

2）从叠加异常中分离出由勘探目标引起的异常。

3）把实测重力异常转换成其他的位场要素，以满足重力解释，即解重力反问题的需要。重力异常转换也用于异常分离的目的。

在上述处理中重力异常分离是最重要的，也是最困难的问题。

数学物理解释与地质解释

重力异常的分布是与地质构造、矿产分布紧密相连的。因此，可以通过对重力异常分布的研究来了解地质构造和达到找矿勘探的目的。引起这种异常分布的场源或异常质量具

有什么样的特征，这些异常质量是什么地质体，地质体的产状要素如何等，都属于对异常的解释问题。这种解释可以分为数学物理解释与地质解释。凡根据异常的分布特征和工区的地球物理条件来估计或确定异常质量在地面上的投影位置、形状、大小和埋藏深度，以及在有条件时进一步确定异常质量的产状要素、剩余质量等，称为数学物理解释。根据工区的地质、钻探资料，对这些异常质量做出地质上的判断，则称为地质解释。例如，根据重力异常推断的高密度体，是一个与石油有关的背斜，还是一个岩体，就需要地质解释做出地质结论。

定性解释与定量解释

如果地质解释中不涉及数量方面的内容，则称为定性解释；若包括数量方面的内容，就叫做定量解释。例如对已判明的断层，估计其深度、断距和断面的倾角等。要强调的是，地质解释是对重力资料进行解释的最终目的。研究正、反问题，进行数学物理解释，都是为了更符合实际地得出地质上的某些结论。因此，随着资料的积累、认识的逐步深化，要反复地进行数学物理解释和地质解释。完全不作量的估算往往得不到确切的地质结论；而单纯的数学物理解释，若不考虑实际地质情况，则无助于地质任务的解决，甚至会引出错误的结论。

正演问题与反演问题

为了认识和掌握场与场源，即重力异常与异常质量的对应关系，必须研究正演问题。所谓正演问题，就是给定地下某种地质体的形状、产状和剩余密度等，通过理论计算求取它在地面上或空间范围内引起的异常大小、特征和变化规律等，即“ 由源求场 ”。

所谓反演问题，则是依据已获得的重力异常特征、大小、分布等，并结合地质、钻探及其他地球物理资料，求解重力场源体的空间位置、形状、大小、产状和场源密度等，即“ 由场求源 ”。

显然，求解正演问题是解反演问题的基础。

第七章　重力异常正问题

根据观测重力异常求取引起它的场源体，首先必须了解不同形状、大小、产状和场源密度等的场源体或地质体所引起的重力异常的特征、大小、分布等。重力异常的正演计算，即解重力异常正演问题就是求解这个问题。在目前流行的应用选择法解反演问题的方法中，模型体的正演计算是反演过程的重要组成部分。

在正演计算中，首先计算并研究一些简单规则几何形状的物体引起的重力异常及其特征，例如球体、圆柱体、台阶及半平面等引起的重力异常。研究这些简单形状物体正问题的目的，一方面是这些简单形体可以近似某些实际的地质体；另一方面，复杂地质体引起的重力异常可以用简单形体异常的叠加得到。

本章除了叙述规则几何形状物体及不规则形体的异常计算外，还介绍了在石油勘探中十分有用的密度分界面引起的重力异常，以及实际的计算方案。

第一节　简单规则几何模型体重力异常的计算

一、简单规则几何模型体的重力异常

(一) 密度均匀的球体 (点质量)

在实际工作中，一些近于等轴状的地质体，如矿巢、矿囊、岩株、穹窿构造等，都可以近似当作球体来计算它们的重力异常。特别当地质体的水平尺寸小于它的埋藏深度时，效果更好。

为了简便，我们在以后的计算中，总是把地面当作水平面，亦即 XOY 坐标面，Z 轴铅垂向下，代表重力方向。

对于均匀球体来说，它与将其全部剩余质量集中在球心处的点质量所引起异常完全一样。设球心的埋藏深度为 D，球的半径为 R，剩余密度为 σ，则它的剩余质量为 $M=\frac{4}{3}\pi R^3\sigma$。将坐标原点 O 选在球心在地面的投影处，因球的对称性，我们只需研究通过 O 点的任意水平剖面上异常的分布即可。设该剖面与 X 轴重合，则在剖面上任一点 P (x, 0) 处的重力异常，由基本公式 (2－9)，令 ξ= η= y = z = 0，ζ= D，σ　dξdηdζ= M，便可得到其表达式为

$$\Delta g = \frac{GMD}{(x^2 + D^2)^{3/2}} \qquad (7-1)$$

分析上式，可以获得沿该中心剖面上异常分布的基本特征如下。

1) x = 0 (即原点) 处，异常取得极大值为

$$\Delta g_{max} = \frac{GM}{D^2} \qquad (7-2)$$

式中：G = 6.67× 10^{-11} m^3 / (kg s)，D 的单位为 m，M 的单位为 t (吨)，下同。

2) 因含 x^2 项，故异常相对原点对称分布。当 x→∞时，异常趋近于零。异常形态见图 7－1 (a)。在平面图上，异常等值线为以球心在地面的投影点为圆心的不等间距的同心圆，如图 7－1 (b) 所示。

3) 当某点的异常值为极大值的 1/n 时，对应的该点横坐标以 $x_{1/n}$ 表示，则由关系式

$$\frac{GM}{nD^2} = \frac{GMD}{(x_{1/n}^2 + D^2)^{3/2}}$$

可得：

$$x_{1/n} = \pm D\sqrt{n^{2/3} - 1} \qquad (7-3)$$

例如，取 n = 2，得 $x_{1/2}$ = 0.766D (X 正半轴) 和 $x_{1/2}$ = - 0.766 D (X 负半轴)，说明异常半极值点的横坐标为球心埋藏深度的 0.766 倍，利用这个关系解反问题时求 D 十分方便。

4) 当 D 不变，使 M 加大 m 倍时，异常也同样加大 m 倍；而当 M 不变，D 增大 m 倍时，异常极大值减为原值的 $\frac{1}{m^2}$，而 $x_{1/n}$ 值将增大为原值的 m 倍。所以，随着 D 的加大，

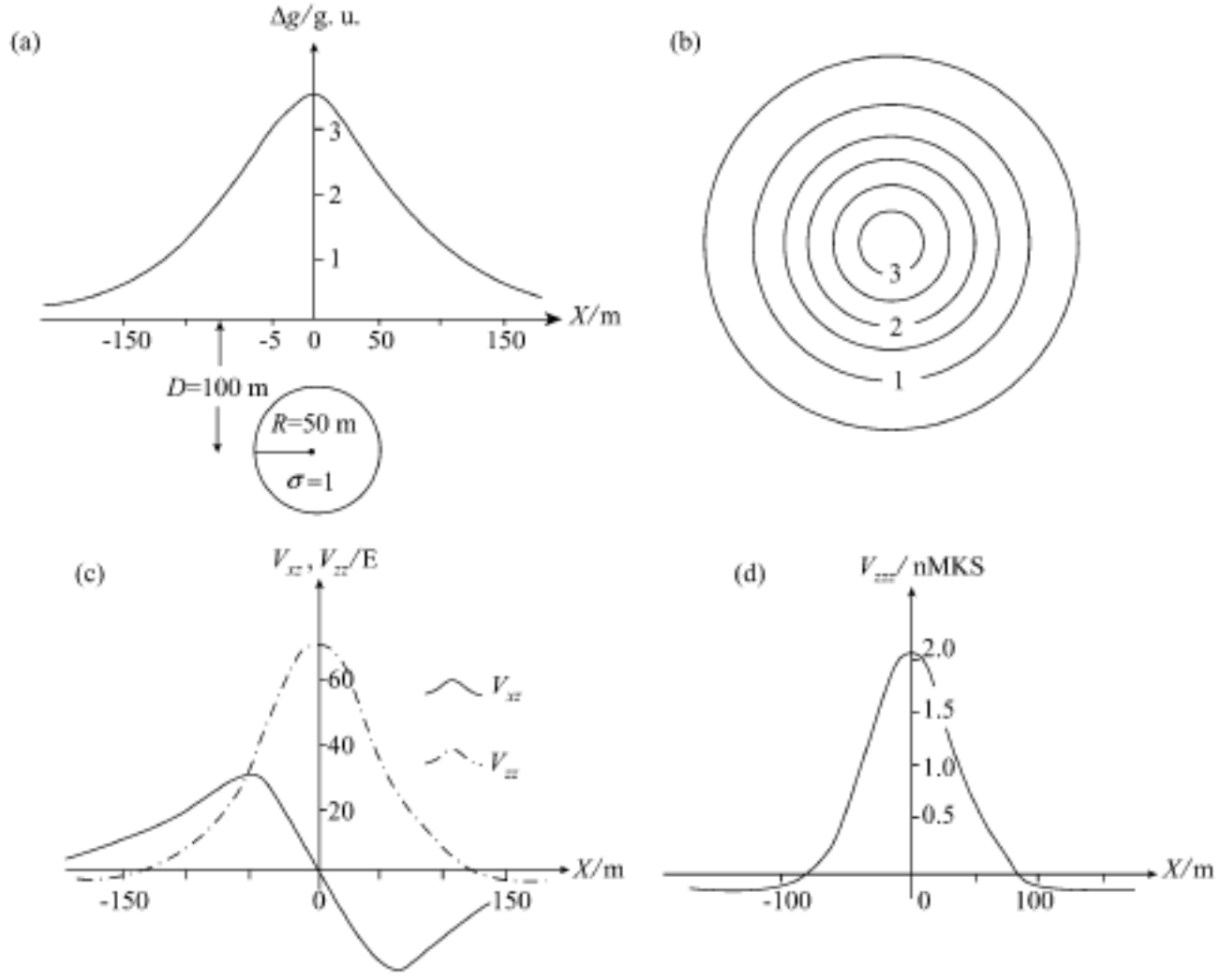


图 7－1　均匀球体的理论异常

异常迅速衰减，曲线明显变缓。

采用同样的方法，可以得到计算 X 剖面上点 P（x，0）处的重力高次导数 V_{xz}，V_{zz}和 V_{zzz}的公式，它们分别是

$$V_{xz} = -3GM\frac{Dx}{(x^2+D^2)^{5/2}} \tag{7-4}$$

$$V_{zz} = GM\frac{2D^2-x^2}{(x^2+D^2)^{5/2}} \tag{7-5}$$

$$V_{zzz} = 3GM\frac{2D^2-3x^2}{(x^2+D^2)^{7/2}} \tag{7-6}$$

它们的理论曲线分别示于图 7－1 中的（c）和（d）。

（二）密度均匀的水平圆柱体（水平物质线）

对于某些横截面近于圆形、沿水平方向延伸较长的地质体，如扁豆状矿体、两翼较陡的长轴背斜及向斜构造等，在一定精度要求内，它们的异常可以当成水平圆柱体的异常来对待。

对于无限长水平圆柱体所引起的异常，完全可以把它当作剩余质量集中在中轴线上的物质线看待；而对于有限长的水平圆柱体，这样做会产生一定的误差，但这种误差将随圆柱体的长度增加而减小。

设圆柱体的长度为 2L（沿 y 即 η方向延伸），半径为 R，中轴线埋藏深度为 D，剩余

密度为 σ，则单位长度圆柱体的剩余质量（称为剩余线密度）λ = ($\sigma\int d\xi\int d\eta\int d\zeta$) / $\int d\eta$ = $\sigma\int d\xi\int d\zeta$ = σ · S，S 为圆柱体的横截面积，或 λ = σ · πR^2。

计算时，若取坐标原点处在中轴线中点在地面的投影处，且让 Y 轴平行中轴线，则由基本公式可得计算 X 轴上任意点 P（x，0）处的重力异常的表达式为

$$\Delta g_{2L} = G\lambda\int_{-L}^{L}\frac{D\,d\eta}{(x^2+\eta^2+D^2)^{3/2}} = \frac{2G\lambda DL}{(x^2+D^2)(x^2+L^2+D^2)^{1/2}} \qquad (7-7)$$

当 L→∞时，上式可简化为

$$\Delta g = \frac{2G\lambda D}{x^2+D^2} \qquad (7-8)$$

同理可获得当 L→∞时重力异常各阶导数的表达式:

$$V_{xz} = \frac{4G\lambda Dx}{(x^2+D^2)^2} \qquad (7-9)$$

$$V_{zz} = \frac{2G\lambda(D^2-x^2)}{(x^2+D^2)^2} \qquad (7-10)$$

$$V_{zzz} = 4G\lambda D\frac{D^2-3x^2}{(x^2+D^2)^3} \qquad (7-11)$$

(7－8) 式至 (7－11) 式所对应的理论曲线示于图 7－2。

下面我们以 Δg 为例说明无限长水平圆柱体异常的基本特征。

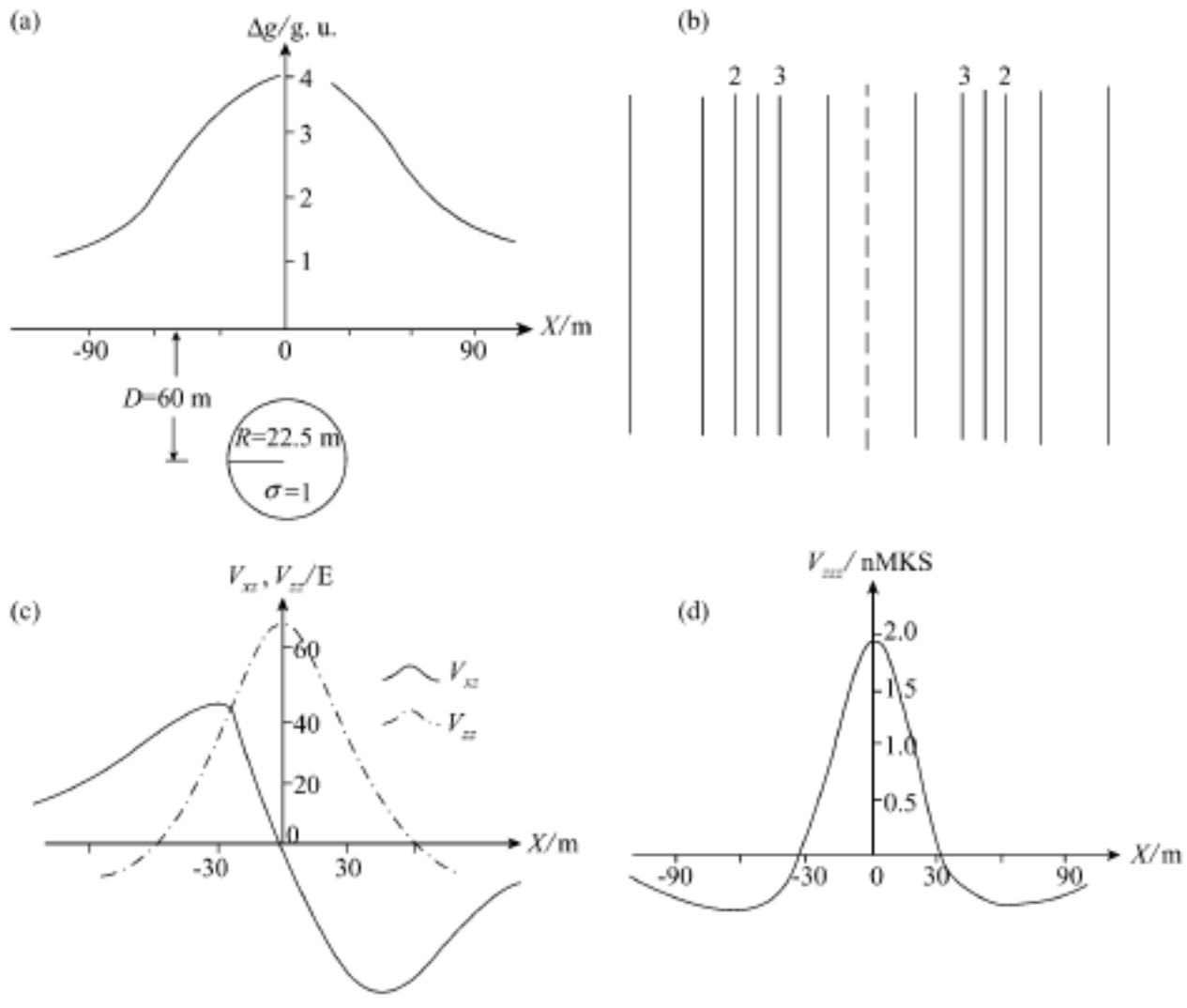


图 7－2　无限长水平圆柱体 的理论异常

1）当 x = 0 时，Δg 有极大值为

$$\Delta g_{max} = \frac{2G\lambda}{D} \qquad (7-12)$$

2）当 x→∞时 Δg→0。在平面图上，异常等值线为一簇平行不等间距的直线，并以柱体中轴线在地面的投影线为对称轴对称分布，见图 7－2 中的（b）。

3）令异常半极大值点横坐标为 $x_{1/2}$，则由

$$\frac{2G\lambda}{2D} = \frac{2G\lambda D}{x_{1/2}^2 + D^2}$$

可得：

$$x_{1/2} = \pm D \qquad (7-13)$$

它说明半极大值点的坐标恰好为柱体的中心埋藏深度。

4）当 λ不变，D 加大 m 倍时，极大值降为原值的 1/m 倍，$x_{1/2}$ 点增大为原值的 m 倍。与球体异常相比，它随 D 加大的衰减要慢些。

（三）铅垂台阶

一些界线清楚的接触带以及高角度的断裂构造，可以用图 7－3（a）所示的铅垂台阶模型研究其异常的基本特征。

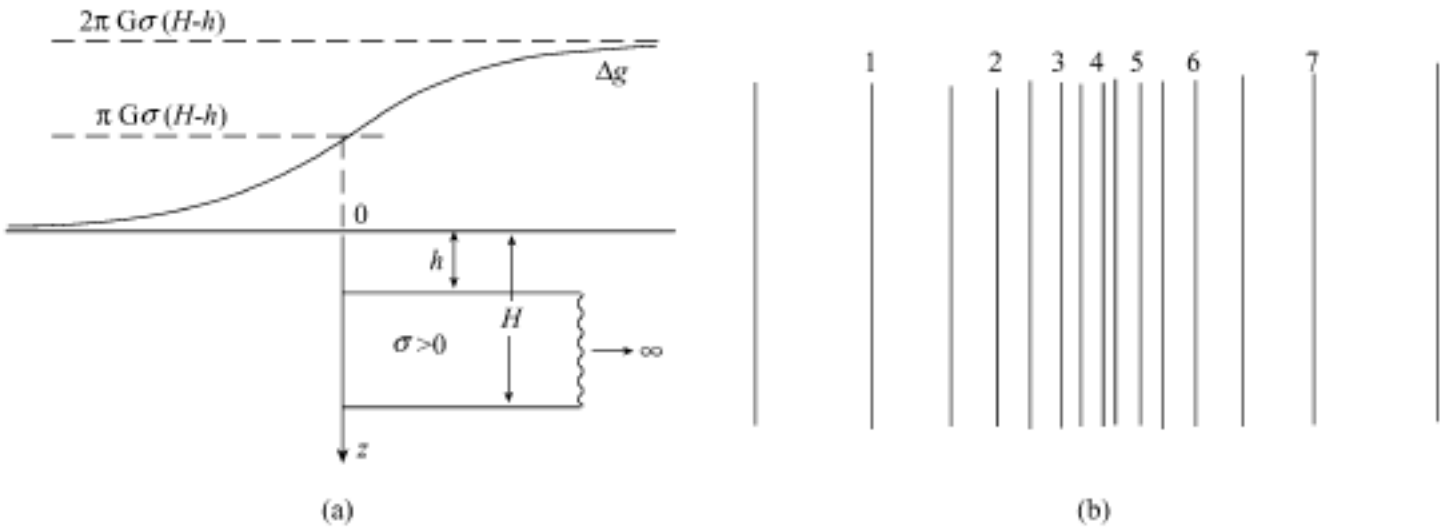


图 7－3　铅垂台阶重力异常剖面与平面等值线图

将坐标原点选在台阶铅垂面与地面的交线上，让 X 轴与台阶铅垂面垂直，台阶沿 X 轴正方向及沿 Y 轴均为无限延伸。若台阶顶面与底面深度分别为 h 和 H，剩余密度为 σ，则由二度体的 Δg 公式，可得台阶在 X 轴上 P（x，0）点处引起的重力异常为

$$\Delta g = 2G\sigma\int_0^{\infty} d\xi \int_h^H \frac{\zeta d\zeta}{(\xi - x)^2 + \zeta^2}$$
$$= G\sigma\left[\pi(H-h) + x\ln\frac{x^2+H^2}{x^2+h^2} + 2H\arctan\frac{x}{H} - 2h\arctan\frac{x}{h}\right] \qquad (7-14)$$

分析（7－14）式可知如下内容。

1）当 x = 0 时，$\Delta g(0) = \pi G\sigma(H-h)$；当 x→∞时，由于对数项趋于零比 x 增长更快，故该项也是趋于零的，所以有 $\Delta g_{max} = 2\pi G\sigma(H-h)$；而当 x→－∞时，$\Delta g_{min} = 0$，其理论曲线见图 7－3（a）。在重力异常平面图上，等值线是一系列平行于台阶走向的直线

(见图 7－3（b)），且在断面两侧形成异常变化的梯度呈对称分布的等值线密集带，常称为重力梯级带，这是识别断裂构造的重要标志。

2）只要台阶的厚度（H - h）不变，不论台阶的上顶埋藏深度如何，Δg_{max}，Δg（0）和 Δg_{min}均不变，只是整条曲线随埋藏深度的增大而变缓，如图 7－4 所示。

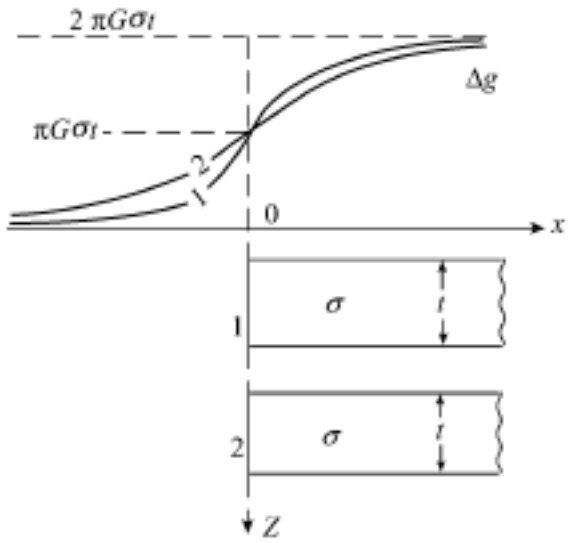


图 7－4　不同埋藏深度台阶的重力异常剖面图

由二度体重力异常各阶导数的公式，可得相应的解析式为

$$V_{xz} = G\sigma \ln \frac{H^2 + x^2}{h^2 + x^2} \qquad (7-15)$$

$$V_{zz} = 2G\sigma\left(\arctan\frac{H}{x} - \arctan\frac{h}{x}\right) = 2G\sigma \arctan\frac{x(H-h)}{x^2 + Hh} \qquad (7-16)$$

$$V_{zzz} = 2G\sigma x\left(\frac{1}{x^2 + h^2} - \frac{1}{x^2 + H^2}\right) = 2G\sigma \frac{x(H^2 - h^2)}{(x^2 + H^2)(x^2 + h^2)} \qquad (7-17)$$

它们的理论曲线示于图 7－5。

（四）倾斜台阶

倾斜台阶是最常见的一类构造，它近似表示地层的超覆、倾斜的接触带以及倾斜断裂等。在计算它的异常时，坐标系选取如图 7－6，原点选在斜面延伸线与地面交线上，X 轴垂直其走向。设台阶的顶面与底面埋藏深度分别为 h 和 H，剩余密度为 σ，斜面倾角为 α，则计算其异常的理论公式如下。

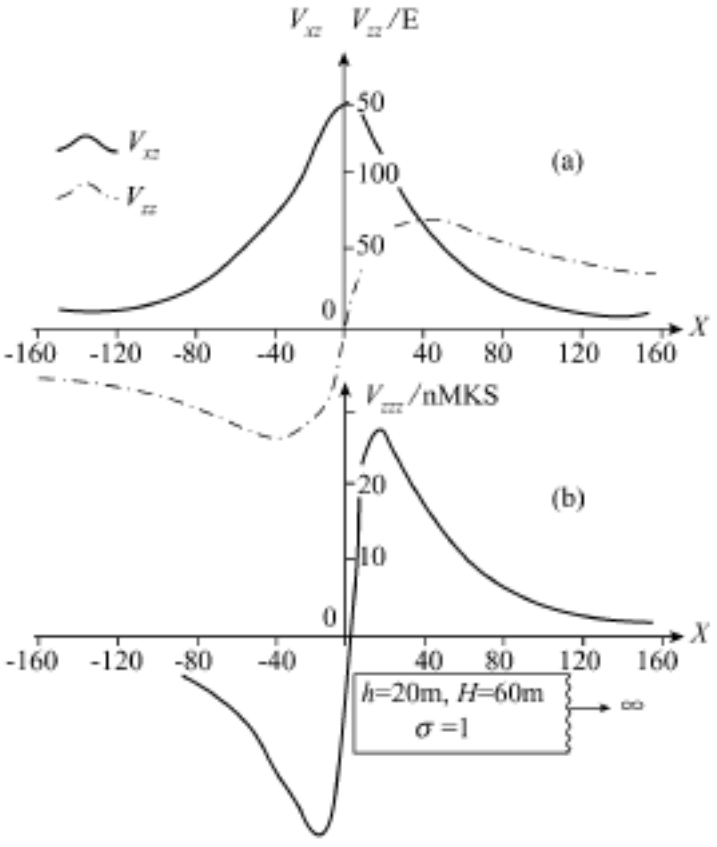


图 7－5　铅垂台阶重力高次导数剖面曲线

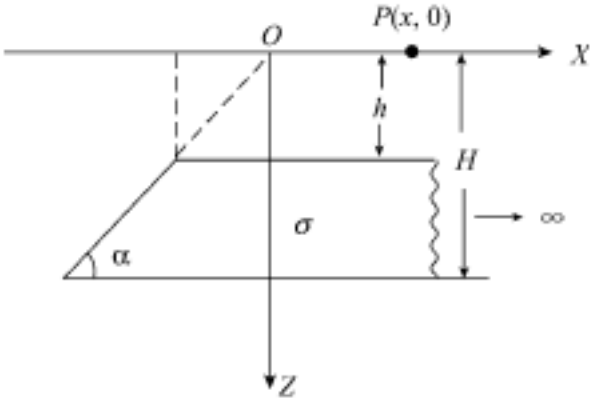


图 7－6　倾斜台阶及坐标系

$$\Delta g = 2G\sigma\int_h^H d\zeta\int_{-\zeta\cot\alpha}^{\infty}\frac{\zeta d\zeta}{(\zeta - x)^2 + \zeta^2}$$

$$= G\sigma\left[\pi(H - h) + 2H\arctan\frac{x + H\cot\alpha}{H} - 2h\arctan\frac{x + h\cot\alpha}{h}\right.$$

$$+ x\sin^2\alpha\ln\frac{(H + x\sin\alpha\cos\alpha)^2 + x^2\sin^4\alpha}{(h + x\sin\alpha\cos\alpha)^2 + x^2\sin^4\alpha} \qquad (7-18)$$

$$\left. - 2x\sin\alpha\cos\alpha\arctan\frac{x(H - h)\sin^2\alpha}{x^2\sin^2\alpha + (H + h)x\sin\alpha\cos\alpha + Hh}\right]$$

$$V_{xz} = G\sigma\left\{\sin^2\alpha\ln\frac{(H\cot\alpha + x)^2 + H^2}{(h\cot\alpha + x)^2 + h^2}\right.$$

$$\left. - \sin 2\alpha\left[\arctan\frac{\frac{H}{\sin\alpha} + x\cos\alpha}{x\sin\alpha} - \arctan\frac{\frac{h}{\sin\alpha} + x\cos\alpha}{x\sin\alpha}\right]\right\} \qquad (7-19)$$

$$V_{zz} = G\sigma\left\{\frac{1}{2}\sin 2\alpha\ln\frac{(H\cot\alpha + x)^2 + H^2}{(h\cot\alpha + x)^2 + h^2}\right.$$

$$\left. + 2\sin^2\alpha\left[\arctan\frac{\frac{H}{\sin\alpha} + x\cos\alpha}{x\sin\alpha} - \arctan\frac{\frac{h}{\sin\alpha} + x\cos\alpha}{x\sin\alpha}\right]\right\} \qquad (7-20)$$

$$V_{zzz} = 2G\sigma\sin^2\alpha\left[\frac{x + 2h\cot\alpha}{(h\cot\alpha + x)^2 + h^2} - \frac{x + 2H\cot\alpha}{(H\cot\alpha + x)^2 + H^2}\right] \qquad (7-21)$$

给定斜台阶模型的参数为: $h = 10$ m, $H = 100$ m, α 分别为 45°, 90° 和 135°, $\sigma = 1$ g/cm^3, 得到如图 7－7 所示的异常理论曲线。根据这些曲线, 可作如下定性分析。

1 Δg: 当 $x \to \pm\infty$ 时, $\Delta g_{max} = 2\pi G\sigma(H - h)$ 和 $\Delta g_{min} = 0$ 仍成立; 而只有在 $\alpha = 90°$ 时, $\Delta g(0) = \pi G\sigma(H - h)$。

2 V_{xz}: 在 $\alpha = 90°$ 时, 曲线才是以纵轴为对称轴, 极大值位置正对应断面位置; 而 $\alpha \neq 90°$ 时, 曲线为不对称形状, 极大值偏向斜面所在一方。

3 V_{zz}, V_{zzz}: 只有在 $\alpha = 90°$ 时, 曲线才是以原点 ($x = 0$) 为中心的中心对称形, 且原点处异常值为零, 即零值线正好对应断面位置。$\alpha \neq 90°$ 时, 曲线的极大与极小值绝对值不再相等, 极大值位置偏向斜面所在一方; 且在 $\alpha = 45°$ 时, 异常极大值的绝对值大于异常极小值的绝对值, 在 $\alpha = 135°$ 时, 则反了过来;

4 利用重力资料识别断裂构造已有许多成功的事例。更为接近实际的断裂构造模型可用两个铅垂台阶或两个倾斜台阶的组合来逼近。图 7－8 给出了三种断裂 (铅垂断层、正断层和逆断层) 剖面上重力异常的变化情形, 其基本特征是:

1) 当 $x \to \pm\infty$ 和 $x = 0$ 时, 重力异常均为 $2\pi G\sigma(H - h)$。图中纵坐标的刻度已减去了常数 $2\pi G\sigma(H - h)$ (即纵坐标的零点向上移动 $2\pi G\sigma(H - h)$), 因为这一常数在野外不能测出。

2) 当 $\sigma > 0$ 时, 极大值一侧对应着上升盘, 极小值一侧对应着下降盘; 在极小值十分清晰且大于极大值的绝对值时, 属正断层类型, 反之则属逆断层类型。

(五) 二度长方体 (铅垂柱体)

沿水平方向延伸较长而横截面近于矩形的矿脉, 可以当成二度长方体来研究。在计算

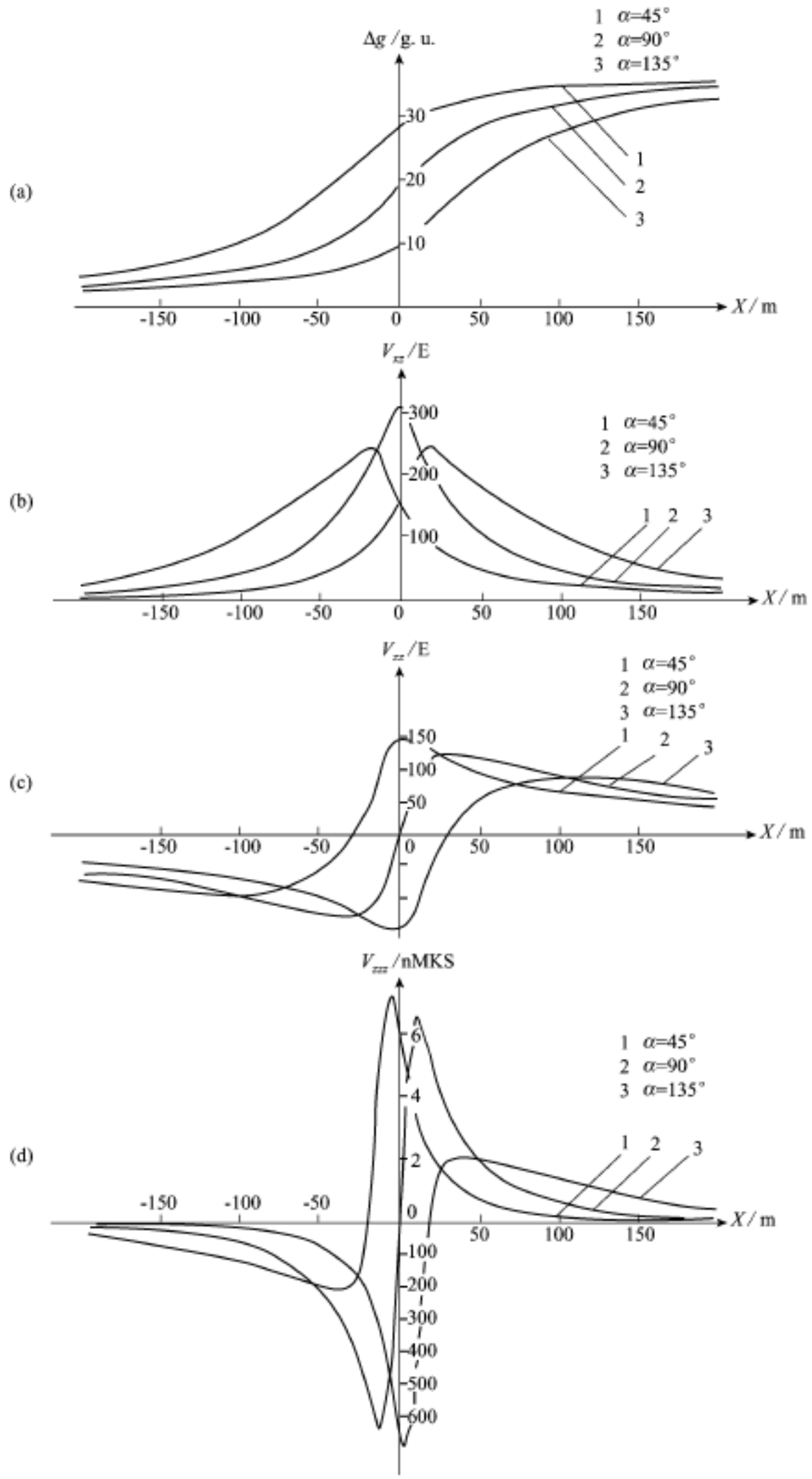


图 7－7　倾斜台阶异常的理论曲线

h = 10 m,　H = 100 m,　σ = 1 g/cm^3;　α = 45 °,　90 °,　135 °

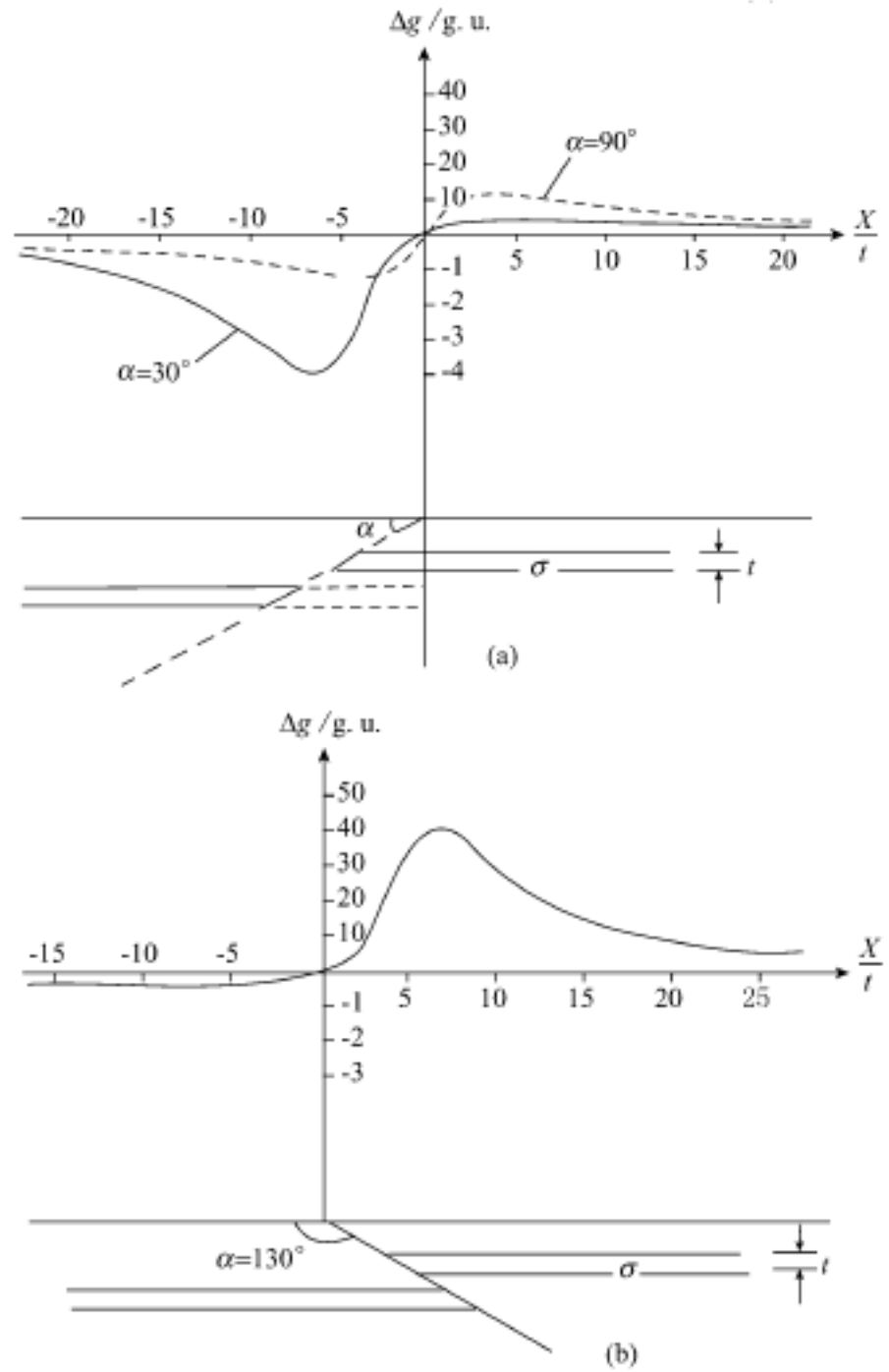


图 7－8　铅垂断层、正断层和逆断层的重力异常曲线

它的异常时，坐标系及有关参数的选取见图 7－9（a）。用（x + a）与（x - a）分别代替铅垂台阶各公式中的 x，并将结果相减，即获得这一长方体的重力异常及各阶导数异常的公式:

$$\Delta g = G\sigma\left[(x+a)\ln\frac{(x+a)^2+H^2}{(x+a)^2+h^2} - (x-a)\ln\frac{(x-a)^2+H^2}{(x-a)^2+h^2}\right. \tag{7-22}$$

$$\left. + 2H\left(\arctan\frac{x+a}{H} - \arctan\frac{x-a}{H}\right) - 2h\left(\arctan\frac{x+a}{h} - \arctan\frac{x-a}{h}\right)\right]$$

$$V_{xz} = G\sigma\ln\frac{[(x+a)^2+H^2][(x-a)^2+h^2]}{[(x+a)^2+h^2][(x-a)^2+H^2]} \tag{7-23}$$

$$V_{zz} = 2G\sigma\left(\arctan\frac{H}{x+a} - \arctan\frac{h}{x+a} - \arctan\frac{H}{x-a} + \arctan\frac{h}{x-a}\right) \tag{7-24}$$

$$V_{zzz} = 2G\sigma\left[\frac{x+a}{(x+a)^2+h^2} - \frac{x+a}{(x+a)^2+H^2} - \frac{x-a}{(x-a)^2+h^2} + \frac{x-a}{(x-a)^2+H^2}\right] \tag{7-25}$$

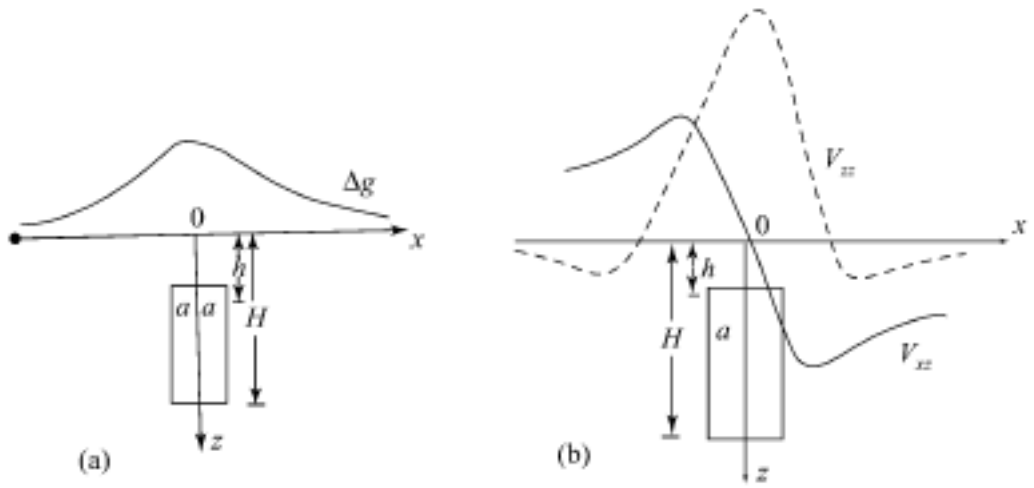


图 7－9　二度长方体的理论异常曲线

它们的理论曲线如图 7－9 所示。

当柱体的下底深度 H→∞时，便可获得底部无限延伸的铅垂脉的相应公式

$$\Delta g \to \infty$$

$$V_{xz} = G\sigma \ln \frac{(x-a)^2 + h^2}{(x+a)^2 + h^2} \qquad (7-26)$$

$$V_{zz} = 2G\sigma\left(\arctan\frac{h}{x-a} - \arctan\frac{h}{x+a}\right) = 2G\sigma \arctan\frac{2ah}{x^2 + h^2 - a^2} \qquad (7-27)$$

$$V_{zzz} = 2G\sigma\left[\frac{x+a}{(x+a)^2 + h^2} - \frac{x-a}{(x-a)^2 + h^2}\right] = 2G\sigma\frac{2a(a^2 + h^2 - x^2)}{(x^2 + a^2 + h^2)^2 - 4a^2x^2}$$

(7－28)

相应的理论曲线如图 7－10 所示。

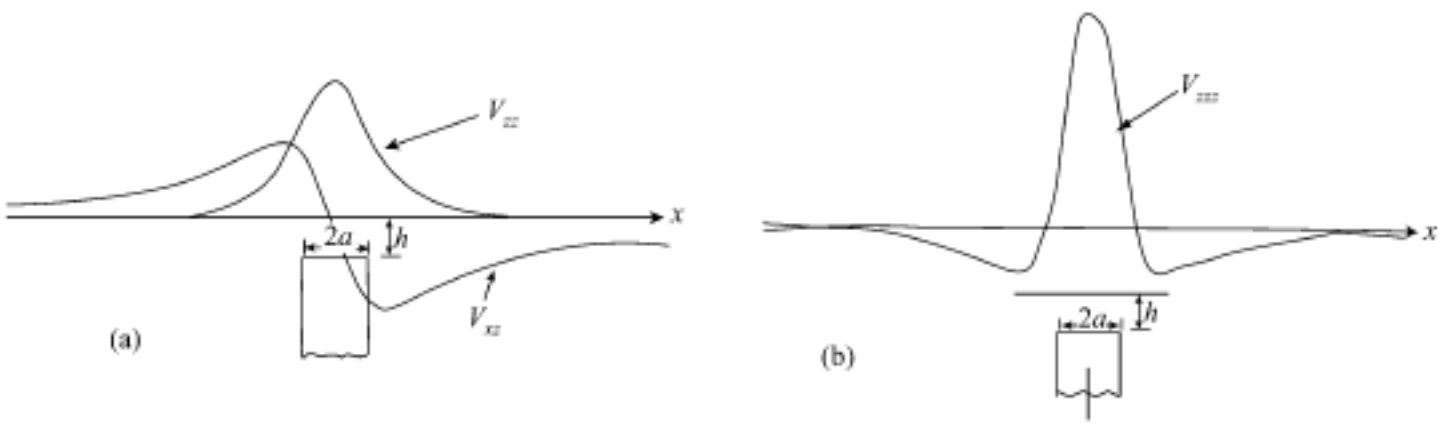


图 7－10　下底无限延深铅垂柱体的异常曲线

由上述两个铅垂台阶的相减得到二度铅垂柱体的例子说明，在基于质量分布的重力解释中，对不同的模型体进行灵活的叠加或相减，以研究相应的重力异常特征，可以增加重力解释的手段。

(六) 倾斜脉

沿水平方向走向无限延伸，宽度为 2a、顶面与底面深度分别为 h 和 H、剩余密度为 σ、倾角为 α的倾斜脉（见图 7－11（a)），在垂直其走向的 X 轴上 P（x，0）点处引起

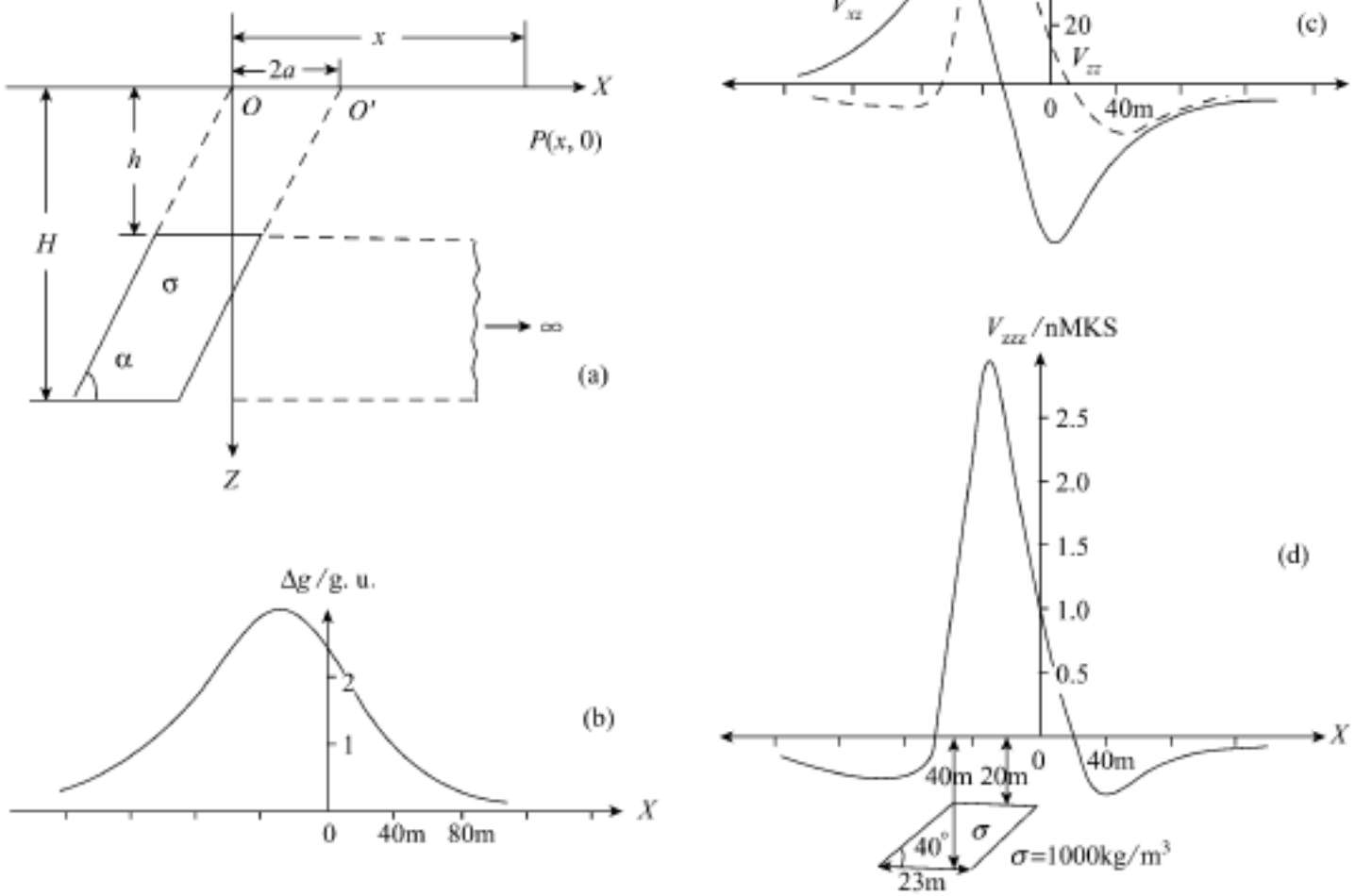


图 7－11　倾斜脉理论异常曲线

的异常，等于两个斜面倾角为 α和厚度为 (H - h) 的倾斜台阶在该点引起的异常之差。如果取坐标原点在第一个台阶斜面与地面的交线上，则只要用 (x - 2a) 代替斜台阶各式中的 x，并把各原式减去这替代后的相应各式，就可得到计算异常的有关公式，它们的理论曲线见图 7－11 中 (b) — (d)。

当倾斜脉下底深度 H→∞时，为方便计，把原点移至倾斜脉顶面中点的正上方 O 处，如图 7－12 中 (a) 所示，并用 π- θ角代替 α角，用 x - h cotα + a 代替倾斜脉各式中的 x，则可得到底部无限延深的倾斜脉重力异常理论公式

$$\Delta g \to \infty$$

$$V_{xz} = G\sigma\left[\sin^2\theta \ln\frac{(x-a)^2+h^2}{(x+a)^2+h^2} + \sin 2\theta \arctan\frac{2ah}{x^2+h^2-a^2}\right] \qquad (7-29)$$

$$V_{zz} = G\sigma\left[2\sin^2\theta \arctan\frac{2ah}{x^2+h^2-a^2} - \frac{1}{2}\sin 2\theta \ln\frac{(x-a)^2+h^2}{(x+a)^2+h^2}\right] \qquad (7-30)$$

相应的曲线见图 7－12。从 (7－29) 和 (7－30) 式不难分析得到

$$\begin{aligned} V_{xz}(x, \pi-\theta) &= -V_{xz}(-x, \theta) \\ V_{zz}(x, \pi-\theta) &= V_{zz}(-x, \theta) \end{aligned} \qquad (7-31)$$

即把倾角为 θ的倾斜脉产生的 V_{xz}曲线，先绕纵轴翻转 180°，再绕横轴翻转 180°，便得到

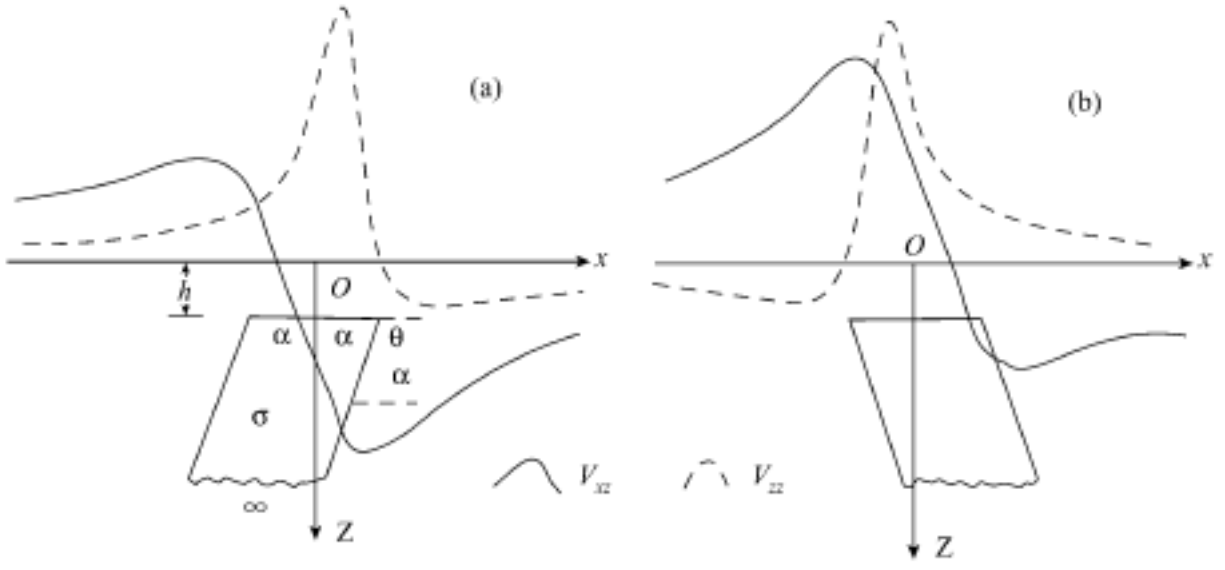


图 7－12　下底无限延深倾斜脉的 V_{xz}和 V_{zz}异常曲线

其他条件相同但倾角为 π- θ的倾斜脉引起的 V_{xz}异常曲线；而对于 V_{zz}来说，只需要绕纵轴翻转 180 即可。

由 V_{xz}曲线特征来看，当 $(V_{xz})_{max} = |(V_{xz})_{min}|$时，则 θ= 90 °，为铅垂脉；若 $(V_{xz})_{max} \neq (V_{xz})_{min}$时，则为倾斜脉，倾斜方向指向 V_{xz}极值绝对值较小的一侧，随倾角变小，V_{xz}两个极值绝对值的差也越大。

(七) 铅垂圆柱体

自然界中，一些侵入岩体、盐丘和隆起幅度不大的平缓构造、火山颈等等，可以用铅垂圆柱体来逼近。对于剩余密度为 σ，半径为 R，上顶及下底深度分别为 h 和 H 的铅垂圆柱体，计算其异常时，可取坐标原点在圆柱体轴线与水平地面的交点处，见图 7－13。该圆柱体在 X 轴上 P (x, 0, 0) 点处引起的异常可用下面的椭圆积分计算。

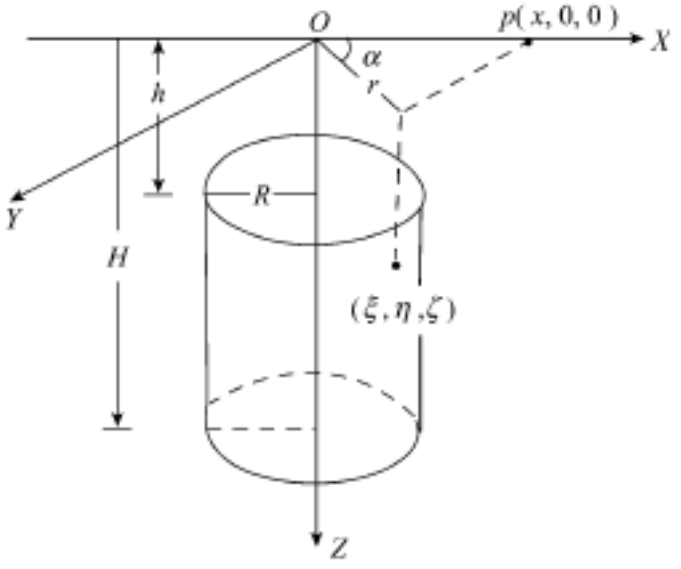


图 7－13　铅垂圆柱体重力异常的计算

$$\Delta g = G\sigma\int_0^{2\pi}\int_0^{R}\int_h^{H}\frac{\zeta r\,d\alpha\,dr\,d\zeta}{(x^2 + r^2 - 2xr\cos\alpha + \zeta^2)^{3/2}} \qquad (7-32)$$

因为该式的积分结果很复杂，所以在实际应用中，可把它表示为两个量纲为一的辅助函数 $_1$ 和 $_2$ 的线性组合，即

$$\Delta g = 2G\sigma R\left[{}_1\left(\frac{x}{R}, \frac{h}{R}\right) - {}_2\left(\frac{x}{R}, \frac{H}{R}\right)\right] \qquad (7-33)$$

根据辅助函数 $_1$ 和 $_2$ 的表达式，可以绘制出便于查读的列线图，图 7－14 就是其中的一种。根据给定的 R、h、H、σ及 x 值，读出 $_1$ 和 $_2$ 的值，即可由 (7－33) 式算出异常来。例如求 σ=1 g/cm^3，R=100 m，h=100 m，H=300 m 的铅垂圆柱体在点 P (100 m, 0, 0) 处的重力异常值，可从图上由 x/R=h/R=1 查出 $_1$ =1.06；由 x/R=1、H/R=3 查

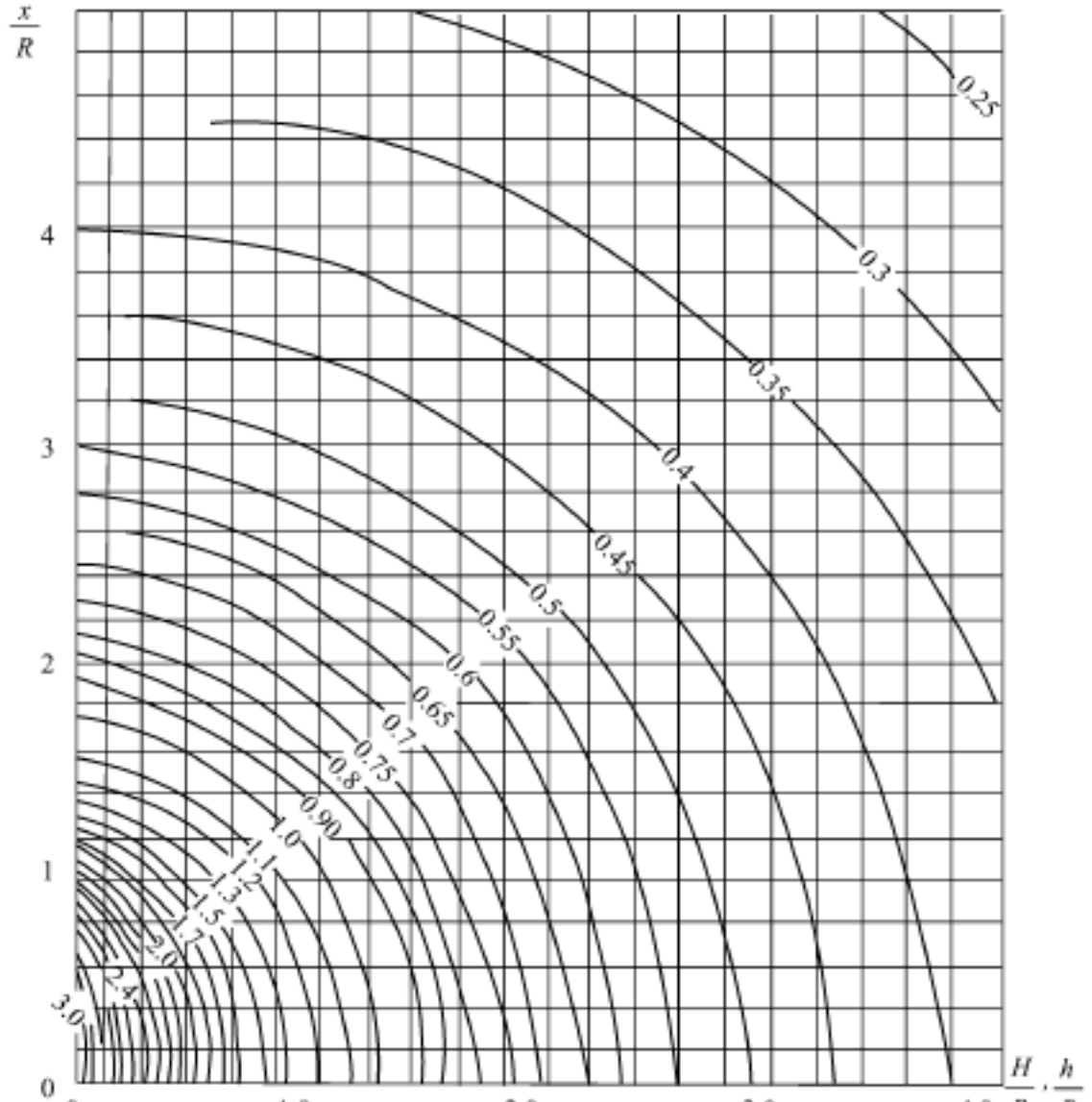


图 7－14　辅助函数 $_1$ 和 $_2$ 列线图

出 $_2 = 0.48$，以 10^3 kg/m^3 代替 1 g/cm^3，则该点上的异常值为

$$\Delta g = 2\times 6.67\times 10^{-11}\times 10^3\times 100\times (1.06-0.48) \approx 7.7 \text{ g.u.}$$

(八) 直立长方体

根据 (2－9) 式，可以得到剩余密度为 σ 的直立长方体 (图 7－15)，在坐标原点处引起的重力异常为 (《重磁资料数据处理问题》编写组，1977)

$$\Delta g = G\sigma\left|\left|\left|\left[\xi\ln(\eta+\rho)+\eta\ln(\xi+\rho)+\zeta\arctan\frac{\zeta\rho}{\xi\eta}\right]\right|_{x_1}^{x_2}\right|_{y_1}^{y_2}\right|_{z_1}^{z_2} \qquad (7-34)$$

式中

$$\rho = (\xi^2+\eta^2+\zeta^2)^{1/2}$$

积分限 (x_1, x_2)、(y_1, y_2)、(z_1, z_2) 分别对应 ξ、η、ζ。

二、简单几何模型体的简化

上述的简单几何模型体，还可以在给定条件下进一步简化。这样得到的模型，其解析式更为简单。用简单模型体表示实际的复杂地质体，本来就是一种近似，用更简单的模型表示地质体会不会离实际地质体的形状更远了？实际上，用一个简单的几何模型，不可能精确地表示复杂的地质体，必须用一些简单模型的组合。如果模型越简单，其组合更能够

逼近实际的地质体。

(一) 水平物质半平面

如果铅垂台阶的厚度比其顶面埋藏深度小得多时，则可以将厚度为 H - h 的物质层向它的中心平面压缩成一个水平物质半平面（图 7－16)，此时正问题的计算更为简捷。

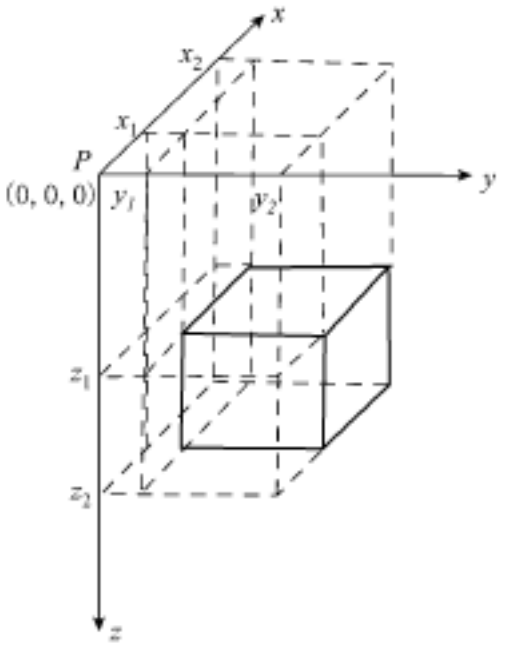


图 7－15　直立长方体模型

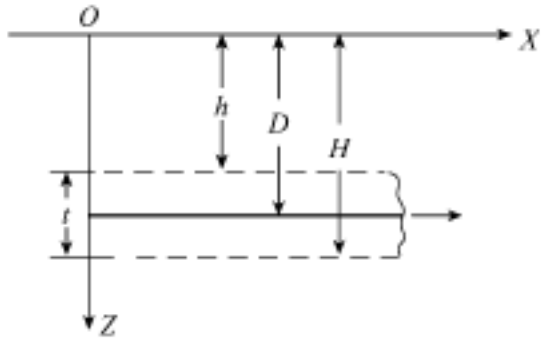


图 7－16　水平物质半平面

物质半平面的埋藏深度为

$$D = \frac{H + h}{2}$$

现在引入剩余面密度 μ 的概念。定义 μ 为单位面积上的剩余质量，由此有 $\mu = (\sigma\int d\xi\int d\eta\int d\zeta) / (\int d\xi\int d\eta) = \sigma\int d\zeta = \sigma(H - h) = \sigma \cdot t$，t 为台阶的厚度。由基本公式，可得 Δg 的表达式为

$$\begin{aligned}\Delta g &= 2G\sigma\int_0^{\infty} d\xi\int_h^H \frac{Dd\zeta}{(\xi - x)^2 + D^2} = 2G\mu\int_0^{\infty} \frac{Dd\xi}{(\xi - x)^2 + D^2} \\ &= G\mu\left(\pi + 2\arctan\frac{x}{D}\right) = 2G\mu\left(\frac{\pi}{2} + \arctan\frac{x}{D}\right)\end{aligned} \tag{7－35}$$

同理可得

$$V_{xz} = 2G\mu\frac{D}{x^2 + D^2} \tag{7－36}$$

$$V_{zz} = 2G\mu\frac{x}{x^2 + D^2} \tag{7－37}$$

$$V_{zzz} = 4G\mu\frac{xD}{(x^2 + D^2)^2} \tag{7－38}$$

它们的理论异常曲线与铅垂台阶的十分接近，不再给出。

(二) 水平物质带

当二度铅垂柱体的厚度比它的水平宽度和埋藏深度小很多时，可以将它的质量向柱体中心水平面压缩成水平物质带。若水平物质带的面密度为 μ，埋藏深度为 D，水平宽度为

2a，则各种异常的理论公式可仿照二度铅垂柱体公式的推导方法，分别用（x + a）和（x - a）代替（7－35）至（7－38）式中的 x，然后相减即得，其结果为

$$\Delta g = 2G\mu\left[\arctan\frac{x+a}{D} - \arctan\frac{x-a}{D}\right] \qquad (7-39)$$

$$V_{xz} = 2G\mu D\left[\frac{1}{D^2+(x+a)^2} - \frac{1}{D^2+(x-a)^2}\right] \qquad (7-40)$$

$$V_{zz} = 2G\mu\left[\frac{x+a}{D^2+(x+a)^2} - \frac{x-a}{D^2+(x-a)^2}\right] \qquad (7-41)$$

$$V_{zzz} = 4G\mu D\left[\frac{x+a}{[D^2+(x+a)^2]^2} - \frac{x-a}{[D^2+(x-a)^2]^2}\right] \qquad (7-42)$$

（三）铅垂物质带

当二度铅垂柱体的水平宽度比它的厚度小很多时，可以近似地将其压缩成铅垂物质带来研究。设物质带的面密度为 μ，则在（7－22）至（7－25）式中，令 μ= 2aσ，并取 2a 为趋于零的某一小数，即可得到计算重力异常及其各阶导数异常的公式:

$$\Delta g = G\mu\ln\frac{x^2+H^2}{x^2+h^2} \qquad (7-43)$$

$$V_{xz} = 2G\mu\left[\frac{x}{x^2+H^2} - \frac{x}{x^2+h^2}\right] \qquad (7-44)$$

$$V_{zz} = 2G\mu\left[\frac{h}{x^2+h^2} - \frac{H}{x^2+H^2}\right] \qquad (7-45)$$

$$V_{zzz} = 2G\mu\left[\frac{x^2-H^2}{(x^2+H^2)^2} - \frac{x^2-h^2}{(x^2+h^2)^2}\right] \qquad (7-46)$$

（四）铅垂物质半平面

当铅垂物质带下底的深度延到无限大时，即令（7－43）至（7－46）式中 H→∞，便可得到对于铅垂物质半平面的相应各公式:

$$\Delta g \to \infty$$

$$V_{xz} = -2G\mu\frac{x}{x^2+h^2} \qquad (7-47)$$

$$V_{zz} = 2G\mu\frac{h}{x^2+h^2} \qquad (7-48)$$

$$V_{zzz} = 2G\mu\frac{h^2-x^2}{(x^2+h^2)^2} \qquad (7-49)$$

（五）铅垂物质线段（线元）

当铅垂圆柱体的直径比其延伸小很多时，可将其剩余质量向它的中轴线压缩成铅垂物质线段（线元）。设该线段剩余线密度为 λ，上顶埋藏深度为 h，下底深度为 H，坐标原点选在物质线向上延伸线与地面的交点上，则在 X 轴上任意点 P（x，0，0）处引起的重力异常及其各阶导数的表达式为

$$\Delta g = G\lambda\int_h^H \frac{\zeta}{(x^2+\zeta^2)^{3/2}}d\zeta = G\lambda\left[\frac{1}{(x^2+h^2)^{1/2}} - \frac{1}{(x^2+H^2)^{1/2}}\right] \qquad (7-50)$$

$$V_{xz} = -G\lambda x\left[\frac{1}{(x^2+h^2)^{3/2}} - \frac{1}{(x^2+H^2)^{3/2}}\right] \qquad (7-51)$$

$$V_{zz} = G\lambda\left[\frac{h}{(x^2+h^2)^{3/2}} - \frac{H}{(x^2+H^2)^{3/2}}\right] \qquad (7-52)$$

$$V_{zzz} = G\lambda\left[\frac{2h^2-x^2}{(x^2+h^2)^{5/2}} - \frac{2H^2-x^2}{(x^2+H^2)^{5/2}}\right] \qquad (7-53)$$

(六) 铅垂物质半直线

当铅垂物质线段下底深度 H 趋于无穷大时，可从 (7－50) 式到 (7－53) 式得铅垂物质半直线的各相应异常计算公式:

$$\Delta g = G\lambda\frac{1}{(x^2+h^2)^{1/2}} \qquad (7-54)$$

$$V_{xz} = -G\lambda\frac{x}{(x^2+h^2)^{3/2}} \qquad (7-55)$$

$$V_z = G\lambda\frac{h}{(x^2+h^2)^{3/2}} \qquad (7-56)$$

$$V_{zzz} = G\lambda\frac{2h^2-x^2}{(x^2+h^2)^{5/2}} \qquad (7-57)$$

三、简化条件的讨论

实际上，上面把地质体当作二度模型体来计算它的重力异常，是一种简化，因为地球本身就是一个三度体，所以并不存在真正的二度体。计算三度体的异常比二度体要难，而且耗费时间更长。所以人们往往在满足一定精度的情况下将三度体的计算简化成二度体的计算。下面我们介绍两个实例，说明简化的条件及解决简化造成问题的方法。

(一) 二度计算引入尾端校正系数

根据前面得到的有限长 (长度为 2L) 水平圆柱体 (实际是三度体) 和无限长水平圆柱体的 Δg 正演公式:

$$\Delta g_\infty = \frac{2G\lambda D}{x^2+D^2}, \qquad \Delta g_{2L} = \frac{2G\lambda DL}{(x^2+D^2)(x^2+D^2+L^2)^{1/2}}$$

可得:

$$F\left(\frac{L}{\rho}\right) = \frac{\Delta g_{2L}}{\Delta g_\infty} = \frac{1}{(x^2+D^2+L^2)^{1/2}} = \frac{L}{(\rho^2+L^2)^{1/2}} = \frac{1}{[1+(\rho/L)^2]^{1/2}} \qquad (7-58)$$

式中 $\rho^2 = x^2 + D^2$。

F 称为尾端校正系数，其作用如下: 把三度体当作二度体计算出的异常，乘以尾端校正系数，便可得到接近实际三度体引起的异常。尾端校正系数 F 可以由预先绘出的 F 与 L/ρ 的关系曲线(图 7－17) 查出。为计算穿过三度体的中心剖面上某一点的异常，先根据其截面按二度体求得在该点处引起的异常 Δg′(x)，然后取剖面两侧三度体的平均半长度 L 和计算点到截面中心点的距离 ρ从图 7－17 查出 F 值。则三度体在该点上的异常值可近似表示为 Δg(x) = FΔg′(x)。由 F－L/ρ曲线可知，当三度体半长度 L = 2ρ时，即L/ρ= 0.5，此时 F ≈0.9，即这样的三度物体的重力异常已达到无限长物体重力异常的 90%。

(二) 铅垂台阶的简化

铅垂台阶的计算比水平物质半平面的计算繁杂得多，如果用后者的结果来代替前者的结果，会产生多大误差? 下面说明。设铅垂台阶的重力异常为 Δg_{step}，水平物质半平面的

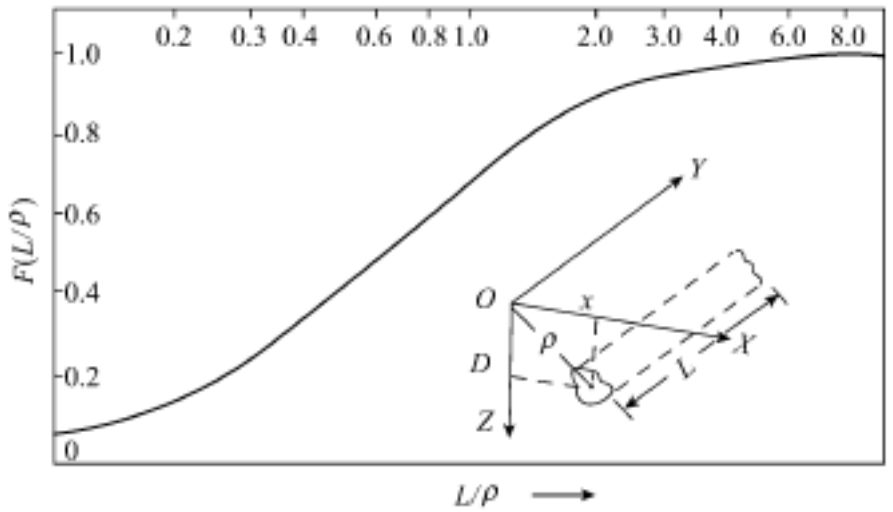


图 7－17　F 与 L/ ρ关系曲线

重力异常为 Δg_{face}，允许的相对误差为 δ 则有

$$\delta = \frac{\Delta g_{step} - \Delta g_{face}}{\Delta g_{step}} \tag{7-59}$$

为便于比较，先将（7－14）式作如下一些代换：$t = H - h$，$h = \frac{2D - t}{2}$，$H = \frac{2D + t}{2}$，$\mu = \sigma t$，其中 D 为铅垂台阶中心平面的埋藏深度，将代换后的式子与（7－35）式一起代入（7－59）式，便有

$$\delta = \frac{x\ln\frac{4x^2 + (2D + t)^2}{4x^2 + (2D - t)^2} - (2D + t)\arctan\frac{xt}{2x^2 + D(2D + t)} - (2D - t)\arctan\frac{xt}{2x^2 + D(2D - t)}}{\pi t + x\ln\frac{4x^2 + (2D + t)^2}{4x^2 + (2D - t)^2} + (2D + t)\arctan\frac{2x}{2D + t} - (2D - t)\arctan\frac{2x}{2D - t}} \tag{7-60}$$

上式表明，δ与 x、t、D 有关。已知厚度 t 只能变化于 0 与 2D 之间，t 愈大，δ也愈大；而当 t = 2D 时，δ将达到最大值。为此，以 t = 2D 代入上式，可得最大误差值的表达式：

$$\delta = \frac{x\ln\frac{x^2 + 4D^2}{x^2} - 4D\arctan\frac{xD}{x^2 + 2D^2}}{x\ln\frac{x^2 + 4D^2}{x^2} + 4D\left(\frac{\pi}{2} + \arctan\frac{x}{2D}\right)} \tag{7-61}$$

根据（7－61）式可以绘出 t = 2D 时 δ随 x/D 的变化曲线。图 7－18 为 t = 2D 和 t = D 时 δ的变化曲线。可以看出，当 t = 2D 时，在 x = D/4 处，δ的最大值约为 7.2%；对 t = D 的情况，同一点上 δ不超过 2%。这表明，对计算 Δg 来说，在最不利的情况下，以水平物质半平面来替代铅垂台阶，其相对误差最大也仅为 7.2% 左右。所以，在用重力异常 Δg 解台阶的正、反问题时，我们可以用水平物质半平面代替铅垂台阶。

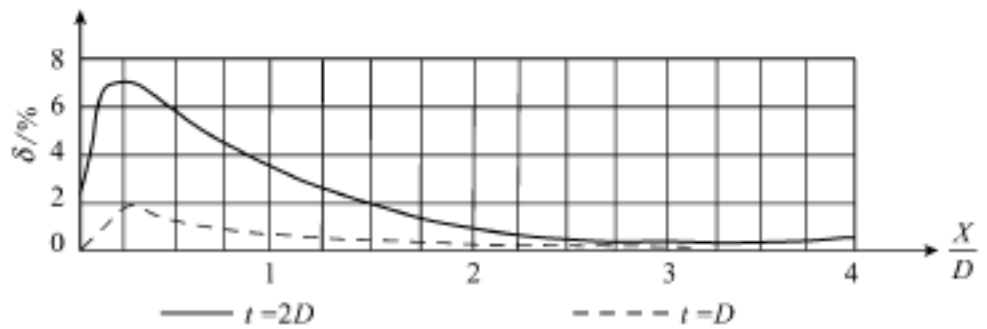


图 7－18　物质半平面替代铅垂台阶的误差曲线

第二节　不规则复杂模型体重力异常的计算

几何形状不规则的二度体或三度体，其重力异常的计算比规则形状物体要复杂得多。不管是传统的用于手算二度体异常的量板法，还是计算三度体异常的计算机方法，都是把不规则复杂形体分解为许多小的几何形状规则或不规则的单元。对于不规则的单元，每个单元的异常值可以预先给出，或者易于用解析式计算；对于规则的单元，每个单元的异常值可以用解析式计算。所有这些单元重力效应的累加，就是这个不规则复杂形体的重力异常。

一、横截面形状不规则二度体异常的计算

(一) 计算二度体重力异常的量板

对于横截面形状不规则的二度体，其重力异常及其导数可以采用预先制作好的量板用手算的方法计算。这样的量板比较多，这一部分只介绍计算二度体重力异常的梯形量板；这个量板是由俄罗斯地球物理学家甘布尔采夫设计的，又称为甘布尔采夫量板。下面叙述这个量板的原理。

将剖面的下半空间，按一定的要求划分成一系列形状相似但面积不等的面元（图 7－19，图 7－20），每一面元代表一条水平物质线，并使每一面元在量板原点处引起的异常是一个相等的简单常数（即量板的格值）。使用时，按一定比例尺绘出二度体横截面图形，将量板原点与计算点重合，统计出二度体截面图形占据量板上的面元数，再乘以量板的格值，即得该计算点处的异常值。

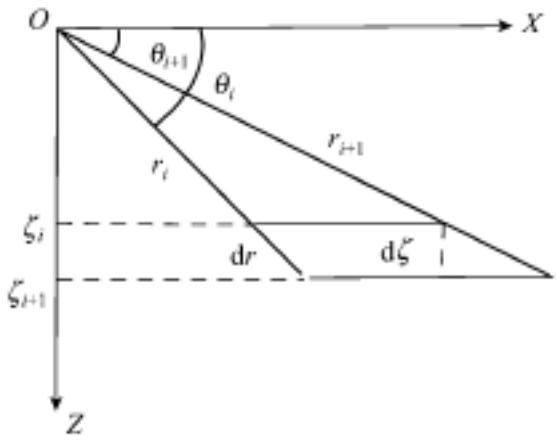


图 7－19　面元的坐标及参数

由基本公式（2－10）可知，当计算点与坐标原点重合时，z = x = 0，面元 dS = d ξd ζ于原点处引起的异常是

$$\delta g = 2G\sigma \iint_{dS} \frac{\zeta}{\xi^2 + \zeta^2} d\xi d\zeta$$

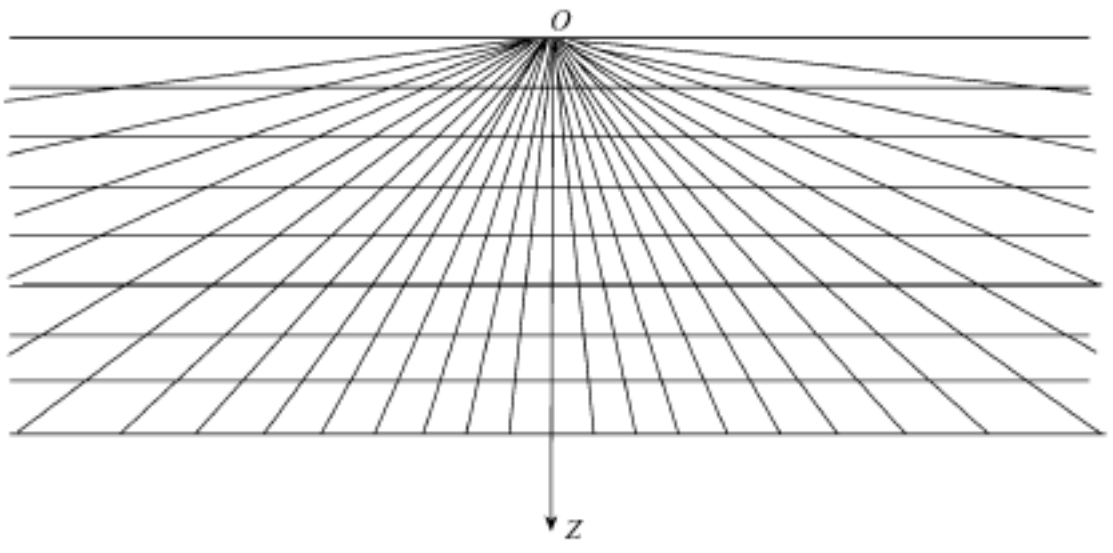


图 7－20　计算重力异常的梯形量板

在极坐标系中，因 $\xi = r\cos\theta$，$\zeta = r\sin\theta$，$d\xi d\zeta = rd\theta dr$，上式可写成

$$\delta g = 2G\sigma \iint_{dS} \sin\theta d\theta dr \qquad (7-62)$$

由图 7－19 可知 $dr\sin\theta = d\zeta$，故该式又可写成

$$\delta g = 2G\sigma \iint_{dS} d\zeta d\theta = 2G\sigma(\zeta_{i+1} - \zeta_i)(\theta_{i+1} - \theta_i) \qquad (7-63)$$

因此，将下半空间用一组平行于 X 轴且间距为 $\Delta\zeta$的水平线和一组从原点出发夹角为 $\Delta\theta$的射线进行分割，若取量板格值 $\delta g = 1$g. u.，$\sigma = 1\text{g/cm}^3$，$\Delta\theta = \pi/30$，则可得 $\Delta\zeta = 72$ m，按 1∶M 比例就可做出如图 7－20 所示的梯形量板。

使用时，若地质体剩余密度为 σ'，横截面图比例尺为 1∶M′，则量板格值应为

$$\delta g' = \delta g \times \frac{M'}{M} \times \sigma'$$

(二) 多边形截面公式的应用

对于横截面为任意形状的二度体，可以用多边形来逼近其截面的形状（重磁资料数据处理 问题编写组，1977）。只要给出多边形各角点的坐标，就可以用解析式计算出二度体的重力异常。显然，计算精度取决于多边形逼近任意形状横截面的程度。

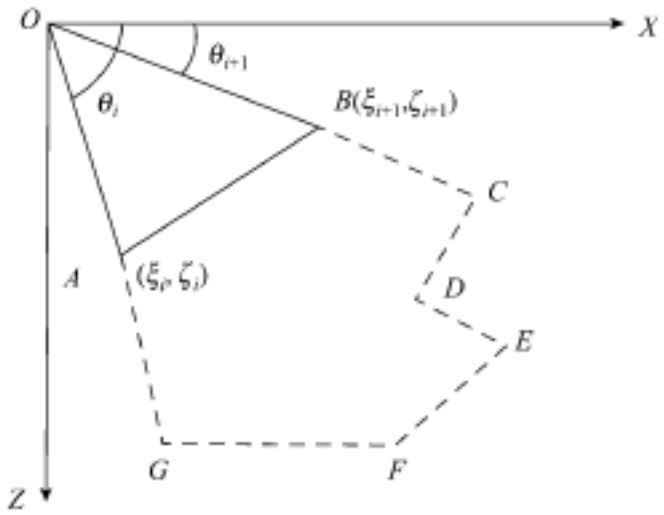


图 7－21　多边形逼近法示意图

用多边形 ABCDEFGA 逼近这个二度体截面（图 7－21），由 AB 边与 O 点所围的 OAB 截面在 O 点引起的重力异常，根据（7－63）式可得：

$$\delta g_i = 2G\sigma \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} d\theta \int_0^{\zeta} d\zeta = 2G\sigma \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \zeta d\theta \qquad (7-64)$$

（7－64）式中的 ζ是 θ的函数，利用 A、B 两点的直线方程以及 $\xi = \zeta\cot\theta$可求得：

$$\zeta = \frac{\xi\zeta_{i+1} - \xi_{i+1}\zeta}{\cot\theta(\zeta_{i+1} - \zeta) - (\xi_{i+1} - \xi)}$$

式中下标 i，i＋1 表示多边形按顺时针计的第 i 个边两端点的编号。

将 ζ的表达式代入（7－64）式中便有

$$\delta g_i = 2G\sigma(\xi\zeta_{i+1} - \xi_{i+1}\zeta)\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \frac{d\theta}{\cot\theta(\zeta_{i+1} - \zeta) - (\xi_{i+1} - \xi)}$$

$$= 2G\sigma \frac{\xi\zeta_{i+1} - \xi_{i+1}\zeta}{(\zeta_{i+1} - \zeta)^2 + (\xi_{i+1} - \xi)^2}\left[(\xi_{i+1} - \xi)\left(\arctan\frac{\zeta}{\xi} - \arctan\frac{\zeta_{i+1}}{\xi_{i+1}}\right) + \frac{1}{2}(\zeta_{i+1} - \zeta)\ln\frac{\xi_{i+1}^2 + \zeta_{i+1}^2}{\xi^2 + \zeta^2}\right]$$

用同样的办法，把三角形 OBC、OCD…的重力异常值都计算出来相加，由于是沿一个方向积分（如顺时针方向）求和，故多边形 AB……A 以外的面积部分引起的异常互相抵消，最后结果仅是该多边形所代表的二度体在原点处引起的重力异常。若多边形共有 n 个

边，则计算其重力异常的表达式为

$$\Delta g = \sum_{i=1}^{n} \delta g_i = 2G\sigma \sum_{i=1}^{n} \frac{\xi\zeta_{i+1} - \xi_{i+1}\zeta}{(\zeta_{i+1} - \zeta)^2 + (\xi_{i+1} - \xi)^2}\left[(\xi_{i+1} - \xi)\right.$$
$$\left.\left(\arctan\frac{\zeta}{\xi} - \arctan\frac{\zeta_{i+1}}{\xi_{i+1}}\right) + \frac{1}{2}(\zeta_{i+1} - \zeta)\ln\frac{\xi_{i+1}^2 + \zeta_{i+1}^2}{\xi^2 + \zeta^2}\right] \tag{7-65}$$

二、不规则形状三度体异常的计算

计算不规则形状三度体引起的重力异常，基本方法是把不规则形体分割为许多规则几何形体，每个几何形体的重力效应或作用值可以用一个解析式算出；求出单个几何形体的作用值后，再通过数值积分便得到整个地质体的异常值。因为这些规则几何形体不可能十分严密地与不规则形体吻合，所以这是一种近似计算，近似程度主要与不规则形体分割的细密程度有关。

用平行坐标面的平面，可以将不规则形状三度体分为一系列直立或水平的薄片，或一系列直立的细长柱体。根据这些单元体的形状，不规则形状三度体异常的计算方法，可以分为直立面元法，水平面元法及直立线元法。

(一) 直立面元法

以一组互相平行的铅垂面（设与 YOZ 坐标面平行）将三度体分成若干个直立薄片；每一片又用适当的多边形来逼近其形状，用解析法计算每一薄片在计算点的作用值，最后对所有薄片作用值进行数值积分即得到整个三度体引起的异常（重磁资料数据处理问题编写组，1977)。

图 7－22 表示沿 X 方向上第 j 个多边形薄片，多边形各角点坐标为（ξ，η，ζ)，i = 1，2，…，n。由基本公式有:

$$\Delta g = G\sigma \iiint \frac{\zeta\, d\xi\, d\eta\, d\zeta}{(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)^{3/2}} = G\sigma \iint S(\xi)\, d\xi \tag{7-66}$$

式中

$$S(\xi) = \iint \frac{\zeta\, d\eta\, d\zeta}{(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)^{3/2}}$$

表示每一个薄片在计算点（设与原点重合）上的作用值。利用第 j 片各顶点坐标，可写出:

$$S(\xi) = \sum_{i=1}^{n} \int_{\eta_i}^{\eta_{i+1}} d\eta \int_0^{\zeta} \frac{\zeta\, d\zeta}{(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)^{3/2}} = \sum_{i=1}^{n} \int_{\eta_i}^{\eta_{i+1}} \frac{d\eta}{(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)^{1/2}}$$
$$- \sum_{i=1}^{n} \int_{\eta_i}^{\eta_{i+1}} \frac{d\eta}{(\xi^2 + \eta^2)^{1/2}} \tag{7-67}$$

第 i 边的直线方程式为

$$\zeta = C_i\eta + D_i \tag{7-68}$$

式中

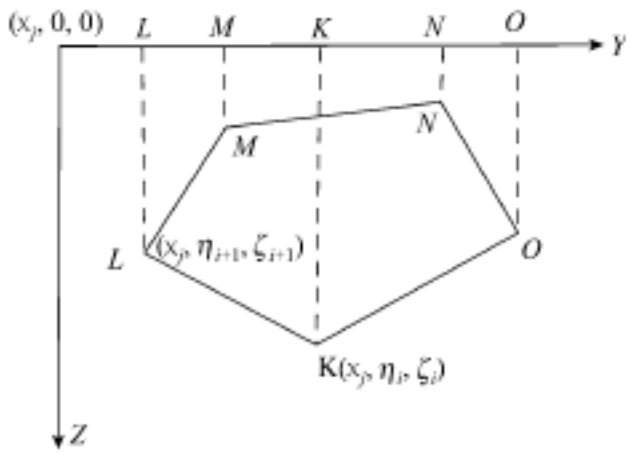


图 7－22　直立面元法示意图

$$C_i = \frac{\zeta_{i+1} - \zeta_i}{\eta_{i+1} - \eta_i}, \quad D_i = \frac{\zeta_i \eta_{i+1} - \zeta_{i+1} \eta_i}{\eta_{i+1} - \eta_i}$$

将（7－68）式代入（7－67）式，得到该式右边第一项中第 i 边的积分结果为

$$I_1 = \int_{\eta_i}^{\eta_{i+1}} \frac{d\eta}{(\xi_i^2 + \eta^2 + \zeta_i^2)^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + C_i^2}} \ln \frac{R_{i+1}\sqrt{1 + C_i^2} + \eta_{i+1}(1 + C_i^2) + C_i D_i}{R_i \sqrt{1 + C_i^2} + \eta_i (1 + C_i^2) + C_i D_i}$$

其中，$R_{i+1} = (\xi_i^2 + \eta_{i+1}^2 + \zeta_{i+1}^2)^{1/2}$，$R_i = (\xi_i^2 + \eta_i^2 + \zeta_i^2)^{1/2}$。

（7－67）式等号右边第二项中第 i 边的积分为

$$I_2 = -\int_{\eta_i}^{\eta_{i+1}} \frac{d\eta}{(\xi_i^2 + \eta^2)^{1/2}} = \ln \frac{\eta_i + \sqrt{\xi_i^2 + \eta_i^2}}{\eta_{i+1} + \sqrt{\xi_i^2 + \eta_{i+1}^2}}$$

对于一个封闭多边形来说，因 $\eta_{n+1} = \eta_1$，$\zeta_{i+1} = \zeta_i$，所以有

$$\sum_{i=1}^{n} I_2 = 0$$

这样，（7－67）式的最后结果为

$$S(\xi_i) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{1 + C_i^2}} \ln \frac{R_{i+1}\sqrt{1 + C_i^2} + \eta_{i+1}(1 + C_i^2) + C_i D_i}{R_i \sqrt{1 + C_i^2} + \eta_i (1 + C_i^2) + C_i D_i} \qquad (7-69)$$

若沿 x 方向共有 m 片薄片，则整个三度体对计算点引起的异常是：

$$\Delta g = G\sigma \int_{\xi_1}^{\xi_m} S(\xi)\, d\xi \qquad (7-70)$$

（二）水平面元法

塔尔瓦尼（Talwani et al.，1959）提出的计算不规则形体重力异常的水平面元法，在国际上非常流行。

将三度体用一组平行的水平面切割成若干个水平薄片，每个薄片在计算点（原点）的作用值为 S，则这个三度体的重力异常在圆柱坐标系中可表示为

$$\Delta g = G\sigma \frac{\zeta_i\, d\alpha\, dr\, dS}{(r^2 + \zeta_i^2)^{3/2}} = G\sigma \int S(\zeta_i)\, d\zeta \qquad (7-71)$$

式中

$$S(\zeta_i) = \frac{\zeta_i\, d\alpha\, dr}{(r^2 + \zeta_i^2)^{3/2}}$$

对于如图 7－23（a）中的 $\zeta = \zeta_j$（$j = 1, 2, \cdots, m$）的水平薄片，以 n 边多边形来逼近（见图 7－23（b）），各角点的坐标为（ξ_i，η_i，ζ_i），$i = 1, 2, \cdots, n$，则（7－71）式中的 $S(\zeta_i)$ 可写成：

$$S(\zeta_i) = \int_0^{2\pi} \int_0^{r} \frac{\zeta_i\, r\, d\alpha\, dr}{(r^2 + \zeta_i^2)^{3/2}} = \int_0^{2\pi} \left[1 - \frac{\zeta_i}{(r^2 + \zeta_i^2)^{1/2}}\right] d\alpha \qquad (7-72)$$

因为 r 是 α的函数，故在对 α积分之前应找出 r 与 α的关系。由图 7－23（b）看出，自 P 点向第 i 边（BC）作垂线 PQ，令 $PQ = P_i$，J 为 BC 边上一动点，则有

$$\theta = \theta_i + (\alpha - \alpha_i), \quad r = P_i / \sin\theta, \quad d\alpha = d\theta$$

将以上关系式代入（7－72）式，则对于 ΔPBC 有

$$\delta[S(\zeta_i)] = (\alpha_{i+1} - \alpha_i) - \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \frac{\zeta_i\, d\theta}{\left(\frac{P_i^2}{\sin^2\theta} + \zeta_i^2\right)^{1/2}}$$

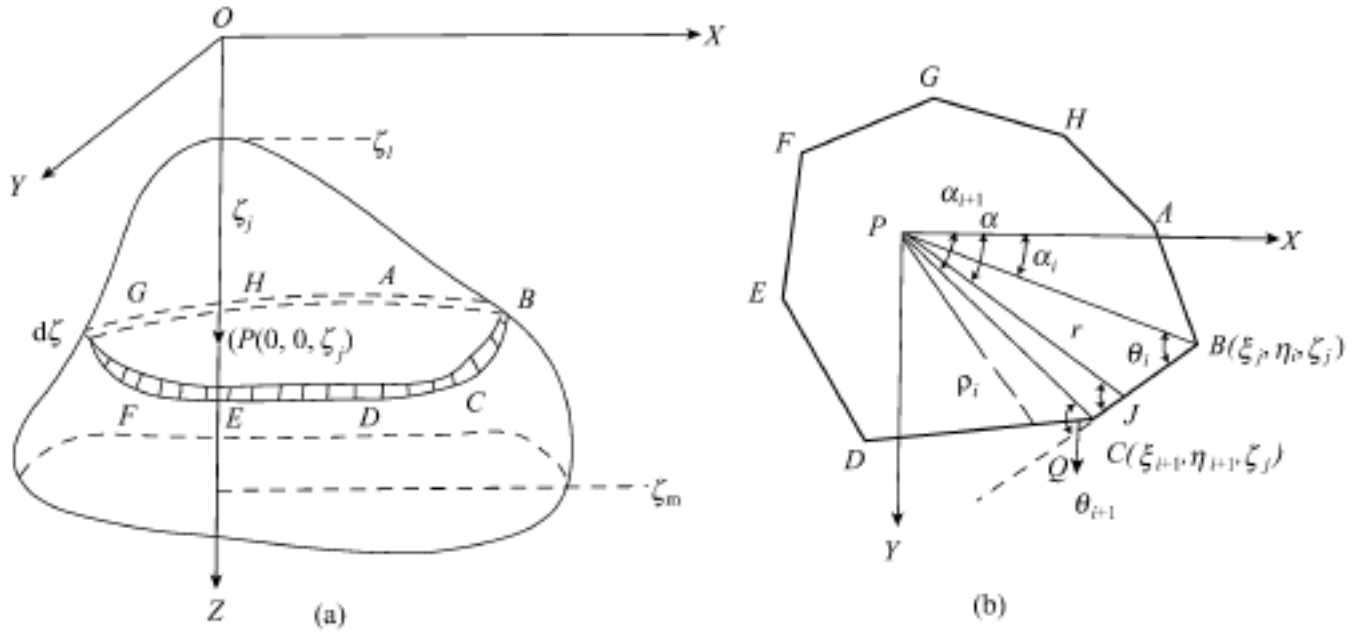


图 7－23　水平面元法示意图

(引自 Talwani et al.，1959)

$$= (\alpha_{i+1} - \alpha_i) + \arcsin\frac{\zeta\cos\theta_{i+1}}{(P_i^2 + \zeta^2)^{1/2}} - \arcsin\frac{\zeta\cos\theta_i}{(P_i^2 + \zeta^2)^{1/2}}$$

故整个多边形的作用值为

$$S(\zeta) = \sum_{i=1}^{n}(\alpha_{i+1} - \alpha_i) + \arcsin\frac{\zeta\cos\theta_{i+1}}{(P_i^2 + \zeta^2)^{1/2}} - \arcsin\frac{\zeta\cos\theta_i}{(P_i^2 + \zeta^2)^{1/2}} \qquad (7-73)$$

然后沿 ζ方向按 (7－71) 式将各薄片作用值求和，便得到这个三度体的重力异常值。

在计算机上应用 (7－73) 式时应注意以下两点：①应判明计算点在该薄片上投影点 P 相对于封闭多边形的位置。当 P 点位于多边形内时，$\sum_{i=1}^{n}(\alpha_{i+1} - \alpha_i) = 2\pi$；当 P 点位于某一边上时，$\sum_{i=1}^{n}(\alpha_{i+1} - \alpha_i) = \pi$；当 P 点恰好与某一角点重合时，$\sum_{i=1}^{n}(\alpha_{i+1} - \alpha_i)$ 就等于组成该角点的相邻两边的夹角；而当 P 点位于多边形以外时，$\sum_{i=1}^{n}(\alpha_{i+1} - \alpha_i) = 0$。②(7－73) 式中所有角度量、$P_i$ 值等均应改用由角点坐标表示的关系式。

本方法对于计算以等深线表示的沉积盆地的异常十分有利，特别是当密度随深度变化需要分层时更为方便。同时，它也可以用来计算以等高线表示的地形起伏质量引起的作用值，用以进行地形校正。

(三) 直立线元法

如果用两组互相垂直的直立平面把地质体分割为“一束”水平截面积很小的直立长方体，这些长方体当作为一组“线元”，这样就可以首先用解析式计算出每条线元的作用值，再用两个方向的数值积分求出整个地质体的异常 (重磁资料数据处理问题编写组，1977；曾华霖，1985)。

计算地质体引起的重力异常，在矿区还有其特殊的意义。根据已知矿体的剩余质量，即矿体的体积与剩余密度，就可以计算出由它引起的异常。如果已计算出的已知矿体的异常比观测异常 (已经消除了区域背景的影响) 要小许多，说明除了这个矿体外，在深部

或矿体的周围还有其他的异常体存在，这就有可能发现新的盲矿体。如果已知矿体的异常与观测异常相当接近，说明不大可能有新的矿体存在。如果已知矿体的异常比观测异常还大，很可能是计算错误造成的。在下面对地质体的分割，将考虑到矿区中勘探剖面的实际布置情况。

1．重力异常的计算公式

把计算点作为坐标原点，任意形状地质体引起的重力异常可由下式计算:

$$\Delta g = \frac{G\sigma z}{\rho^3}dxdydz \qquad (7-74)$$

ρ是计算点与地质体内的体积元之间的距离。

根据上述的分割情况，得到一组线元。设每条线元的上顶深度为 z_1，下底深度为 z_2，则（7－74）式的积分变为

$$\Delta g = \int_{z_1}^{z_2} \frac{G\sigma z}{\rho^3}dzdxdy \qquad (7-75)$$

设

$$F = \int_{z_1}^{z_2} \frac{G\sigma z}{\rho^3}dz$$

则

$$\Delta g = \int Fdxdy \qquad (7-76)$$

式中的被积函数 F 可以直接算出为

$$F = \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \qquad (7-77)$$

式中:

$$\rho_1 = (x^2 + y^2 + z_1^2)^{1/2};\ \rho_2 = (x^2 + y^2 + z_2^2)^{1/2}$$

地质体的重力异常由（7－76）式的数值积分计算。

2．数值积分

（1）地质体的分割

根据（7－75）式，用下述方法分割地质体或矿体。

1）用 m 个平行于 YOZ 坐标面的平面分割地质体（图 7－24（a））。要求第 1 个与第 m 个截面与地质体相切。如果计算一个理论模型引起的异常，各个截面的间距相等，m 为奇数。如果计算的是一个矿体，根据勘探剖面的实际情况，各个截面的间距可以不等，m 可为奇数或偶数。下面讨论的计算方法是针对矿体情况的 。

2）对每个截面，用 n 条平行于 OZ 轴的直线分割（图 7－24（b））。要求第 1 条与第 n 条直线与截面相切，n 为奇数，并且线距相等。这种“分割”是在图纸上进行的，可以做到，而且可以简化程序。

（2）数值积分方法

根据这种分割，（7－75）式的数值积分分下列两步进行: a. 计算一个截面的作用值 $M = \int F\,dy$; b. 计算地质体的异常值 $\Delta g = \int M dx$。

1）y 方向的积分——计算一个截面的作用值。设地质体的第 S 个截面有 n 条线元，

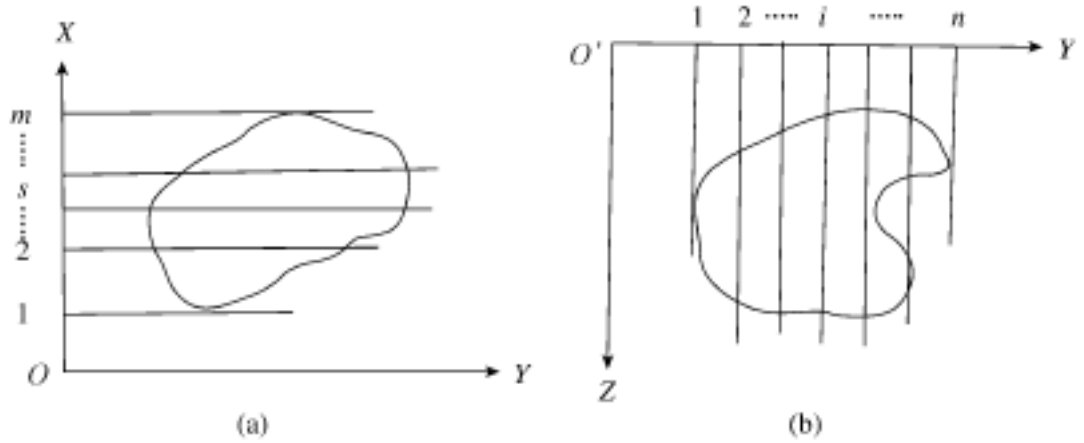


图 7－24　截面和线元的构成

线元间距为 Δy。第 1 条与第 n 条线元实际上为一个点，即其长度为零 (图 7－25) 。

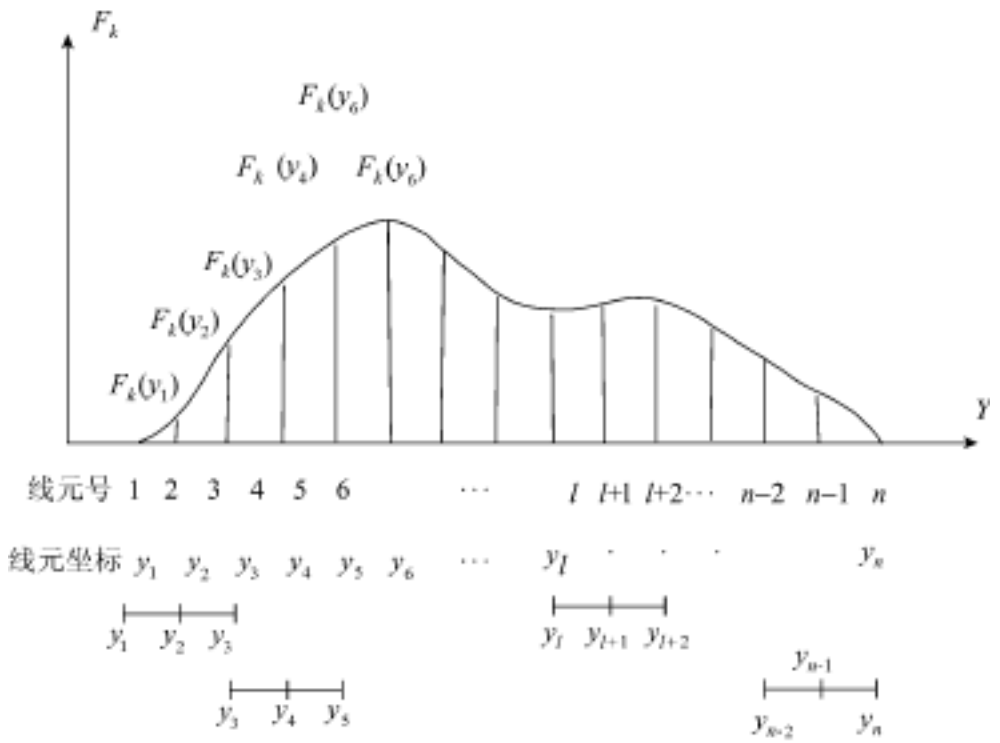


图 7－25　y 方向对线元的积分

对于这个截面的 n 条线元的作用值，以三个值为一段，每段作用值用下列辛普生公式计算

$$M = \frac{\Delta y}{3}(f_0 + 4f_1 + f_2)$$

式中：f_0，f_1，f_2 为 x_0，x_1，x_2 处的函数值；Δy 为积分步长，即线元的间距。

一个截面的作用值是各段作用值之和，经整理得：

$$\begin{aligned} M_S = {} & \frac{\Delta y}{3} \cdot 1 \cdot F(y_1) + \frac{\Delta y}{3} \cdot 1 \cdot F(y_n) \\ & + \frac{\Delta y}{3} \cdot 2 \cdot F(y_3) + \frac{\Delta y}{3} \cdot 2 \cdot F(y_5) + \cdots\cdots + \frac{\Delta y}{3} \cdot 2 \cdot F(y_{n-2}) \qquad (7-78) \\ & + \frac{\Delta y}{3} \cdot 4 \cdot F(y_2) + \frac{\Delta y}{3} \cdot 4 \cdot F(y_4) + \cdots\cdots + \frac{\Delta y}{3} \cdot 4 \cdot F(y_{n-1}) \end{aligned}$$

简记为

$$M_S = \sum_{l=1}^{n} C_l F(y_l) \qquad (7-79)$$

式中:

$$C_l = \frac{\Delta y}{3}, \text{当 } l = 1, n \text{ 时。}$$

$$C_l = 4 \cdot \frac{\Delta y}{3}, \text{当 } l \text{ 为偶数时。} \qquad (7-80)$$

$$C_l = 2 \cdot \frac{\Delta y}{3}, \text{当 } l \text{ 为奇数}(l \neq 1, l \neq n \text{ 时})。$$

2) x 方向的积分——计算地质体的异常值。由 (7－79) 式得到的各个截面的作用值:

$$M_s, \quad s = 1, 2, \cdots, n$$

应用不等距辛普生公式计算出地质体的异常值:

$$\Delta g = \sum_{s=1}^{m} W_s \sum_{l=1}^{n} C_l F(y_l) \qquad (7-81)$$

式中 W_s 是不等距辛普生积分系数。

关于计算方法的细节，请参阅有关文献 (曾华霖，1985)。

第三节　密度分界面重力异常的计算

研究地质构造的问题，常常要计算一个或多个密度分界面引起的重力异常。当界面两侧密度差是常数时，多个密度界面重力异常的计算可分解为几个单个界面异常的计算。

假设地下界面 S 的上下物质层的密度分别为 σ_1 和 σ_2，为了计算 S 界面的起伏在地表引起的重力异常，可以采用下列三种基准面以构成引起重力异常的剩余质量 (图 7－26):

由地面与 S 面构成的物质层，此时剩余密度 $\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$;　S 面与其下方某一水平面 H_1 构成的物质层，剩余密度应是 $\sigma' = \sigma_2 - \sigma_1$;　穿过 S 面的某一水平面 H_2 与 S 面构成的物质层可分为两部分，相应的剩余密度分别为 σ' 和 σ。可以证明，不论何种方案，计算所得重力异常，彼此形态 (相对变化) 完全一样，只差某一个常数。在多个界面情况下，为方便起见，一般都是以地面为起算面，逐一将各界面与地面构成一个物质层，取相应的剩余密度进行正演计算。

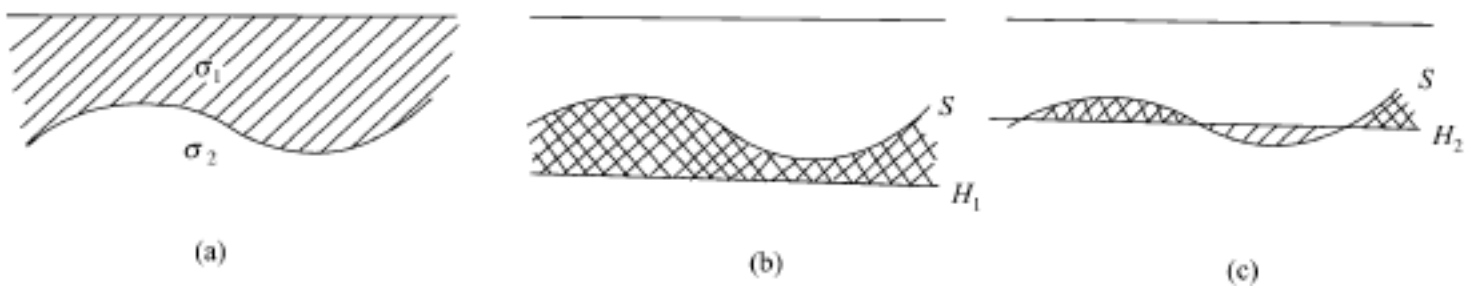


图 7－26　基准面与剩余密度的选取

一、单一密度分界面重力异常的计算

对于二度密度分界面，可以用计算横截面为任意多边形重力异常的正演公式 (7－

65) 计算，这时只需将界面两端各外延一个较大的距离后沿地面闭合即可。如果密度分界面的深度很大，可以将界面与地面之间的物质层分为两部分计算：一个厚度为界面最小深度的无限平板；界面与无限平板底面构成的物质层。对于后者，就可以用多边形横截面方法计算其异常。对于三度密度分界面，可以把它看作是由这个分界面与地面或者某个深度的水平面构成的三度体，因而除了可以用计算地形校正值的方法、线元法、面元法进行计算外，还可以用下面两种传统的方法求解。

（一）扇形域量板法（u 函数法之一）

设界面起伏的幅度远小于其平均深度，σ为界面上下物质层的密度差。在圆柱坐标系中，当原点 O 与计算点重合时（图 7－27），界面 S 以上物质层的剩余质量在计算点处引起的重力异常为

$$\Delta g_0 = G\sigma\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} dr \int_0^{h} \frac{r\zeta\, d\zeta}{(r^2+\zeta^2)^{3/2}} \tag{7-82}$$

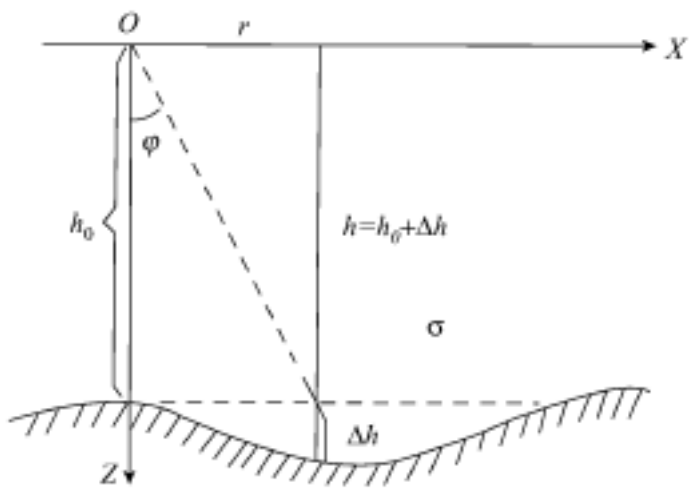


图 7－27　扇形域量板法计算异常的坐标及参数

设计算点处界面的深度为 h_0，将（7－82）式对 ζ的积分限分成（0，h_0）和（h_0，h）两部分，则可得到：

$$\Delta g_0 = G\sigma\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} dr \int_0^{h_0} \frac{r\zeta\, d\zeta}{(r^2+\zeta^2)^{3/2}} + G\sigma\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} dr \int_{h_0}^{h} \frac{r\zeta\, d\zeta}{(r^2+\zeta^2)^{3/2}} \tag{7-83}$$

$$= 2\pi G\sigma h_0 + u_0$$

式中：

$$u_0 = G\sigma\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} dr \int_{h_0}^{h} \frac{r\zeta\, d\zeta}{(r^2+\zeta^2)^{3/2}} \tag{7-84}$$

（7－83）式中等号右边的第一项代表了厚度为 h_0、剩余密度为 σ的无限大水平物质层引起的异常，而第二项 u_0 则相当于界面 S 相对于 h_0 的起伏所引起的异常。

在上述假设条件下，即 $\Delta h = h - h_0 << h_0$ 时，将（7－84）式中的被积函数于 h_0 的邻域内展成台劳级数，然后略去 Δh 的二次项及更高次各项，便有

$$u_0 \approx G\sigma\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \frac{h_0 r\,\Delta h}{(r^2+h_0^2)^{3/2}} dr \tag{7-85}$$

利用关系式 $r = h_0 \tan\varphi$ 做变量置换，则

$$u_0 \approx G\sigma\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{h_0^2\,\Delta h \tan\varphi}{(h_0^2\tan^2\varphi + h_0^2)^{3/2}} \cdot h_0 \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi}$$

$$= G\sigma\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Delta h \sin\varphi\, d\varphi = G\sigma\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{1} \Delta h\, d\cos\varphi \tag{7-86}$$

将上式改用增量求和形式，并令 $\Delta\alpha = \frac{2\pi}{m}$，$\Delta\cos\varphi = \frac{1}{n}$，即可获得：

$$u_0 = \frac{2\pi G\sigma}{mn}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\Delta h_{ij} \tag{7-87}$$

当 m＝8、n＝6 时，就可以制成如图 7－28 所示的扇形域量板，利用这个量板，读出每个扇形块中的 Δh_{ij}（即 $h_{ij} - h_0$），并将它们代入（7－87）式中就可以求出 u_0 值，因而

由（7－83）式可以得到计算点的异常。

需要指出的是：若其他计算点下方的界面深度 h_0' 与 h_0 相差较大时，需根据 h_0' 重制量板，这是很不方便的。在精度要求不高时，可取界面的平均深度来构制量板，并应用至各计算点上。

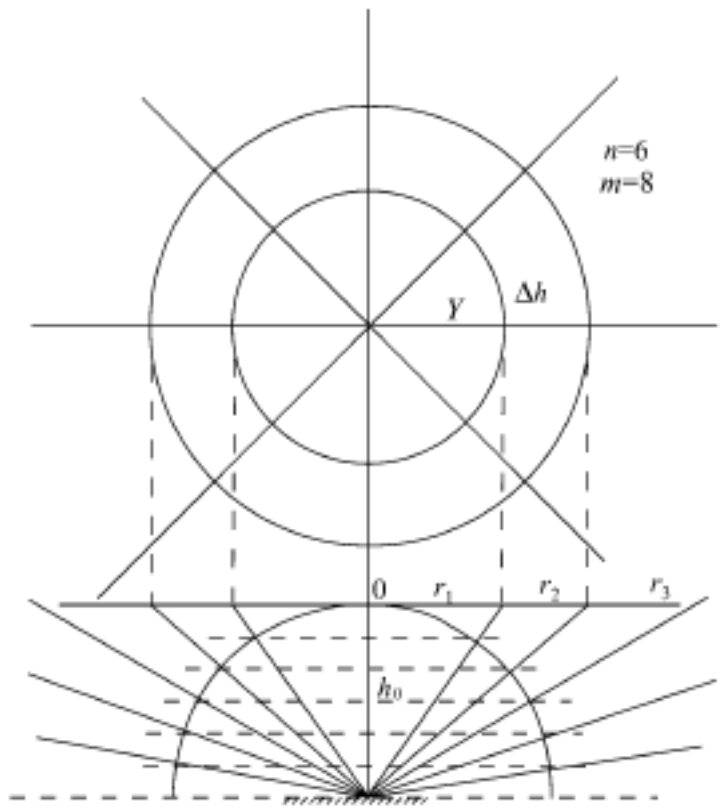


图 7－28　扇形域 u 函数法读数量板

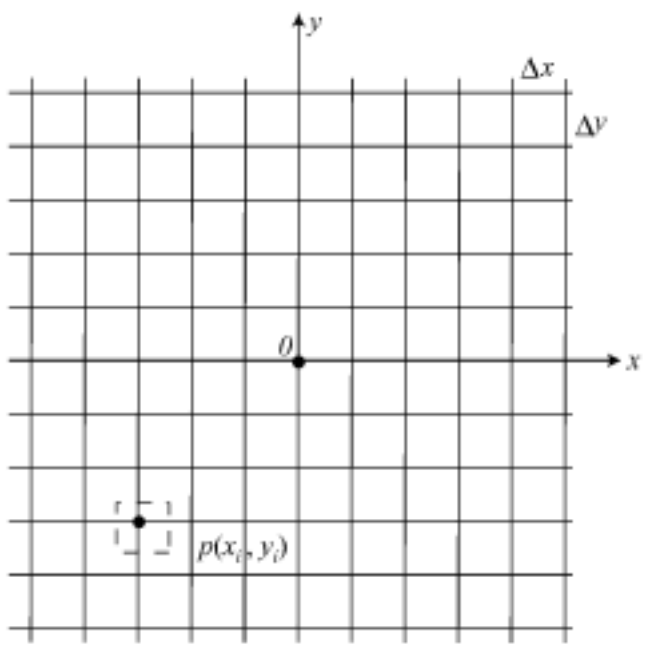


图 7－29　方域 u 函数法计算方案

（二）方域计算法（u 函数法之二）

针对扇形域量板法使用中的问题，并为能在电子计算机上应用，采用方域计算就显得十分方便。将测区（计算区域）以间距为 Δx，Δy 的两组直线划分成一系列小方块，每个结点就代表一个横截面为 $\Delta x \times \Delta y$、深度为 h_{ij} 的直立矩形柱体（图 7－29）。将计算点作为坐标原点，计算范围取 x：$-m\Delta x \sim m\Delta x$；y：$-n\Delta y \sim n\Delta y$。则在直角坐标系中，（7－85）式可写成

$$u_0 \approx G\sigma\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{h_0\,\Delta h\,d\xi\,d\eta}{(\xi^2+\eta^2+h_0^2)^{3/2}} \tag{7-88}$$

上式在计算范围内的二重增量求和式可近似表示为

$$u_0 \approx G\sigma\sum_{i=-m}^{m}\sum_{j=-n}^{n}\int_{(i-\frac{1}{2})\Delta x}^{(i+\frac{1}{2})\Delta x}d\xi\int_{(j-\frac{1}{2})\Delta y}^{(j+\frac{1}{2})\Delta y}\frac{h_0\,\Delta h_{ij}\,d\eta}{(\xi^2+\eta^2+h_0^2)^{3/2}}$$

$$= G\sigma\sum_{i=-m}^{m}\sum_{j=-n}^{n}(h_{ij}-h_0)\arctan\frac{\xi\eta}{h_0\sqrt{\xi^2+\eta^2+h_0^2}}\Bigg|_{(i-\frac{1}{2})\Delta x}^{(i+\frac{1}{2})\Delta x}\Bigg|_{(j-\frac{1}{2})\Delta y}^{(j+\frac{1}{2})\Delta y} \tag{7-89}$$

这样，可根据不同计算点下方界面的深度值和相应的 $(h_{ij}-h_0)$ 值代入上式进行计算，从而可快速准确地求得各点上的理论重力异常值。

二、多个密度分界面重力异常的计算

设研究区存在三个主要的密度分界面：S_1、S_2、S_3（图 7－30），并设各层的密度均匀，分别为 σ_1、σ_2、σ_3，沉积基底的密度为 σ_4，则这些密度界面起伏在地面上一点 P（x，y，0）处引起的重力异常（陈 善，1987）为

$$\Delta g_S(x,y,0) = -G\Delta\sigma_1 \left|\frac{1}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+\zeta^2]^{1/2}}\right|_0^{\zeta_1(\xi\eta)} d\xi d\eta - G\Delta\sigma_2 \left|\frac{1}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+\zeta^2]^{1/2}}\right|_0^{\zeta_2(\xi\eta)} d\xi d\eta - G\Delta\sigma_3 \left|\frac{1}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+\zeta^2]^{1/2}}\right|_0^{\zeta_3(\xi\eta)} d\xi d\eta \quad (7-90)$$

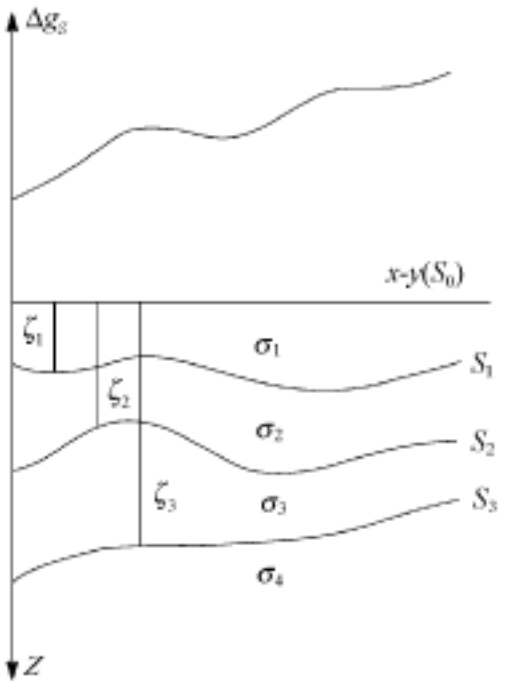


图 7－30　引起重力异常的密度界面

式中：G 是万有引力常量；$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_2$；$\Delta\sigma_2 = \sigma_2 - \sigma_3$；$\Delta\sigma_3 = \sigma_3 - \sigma_4$；$\zeta(\xi\ \eta)$、$\zeta(\xi\ \eta)$、$\zeta(\xi\ \eta)$ 分别为界面 S_1、S_2、S_3 的深度。

记

$$\Delta g_{S_1} = -G\Delta\sigma_1 \left|\frac{1}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+\zeta^2]^{1/2}}\right|_0^{\zeta_1(\xi\eta)} d\xi d\eta \quad (7-91)$$

$$\Delta g_{S_2} = -G\Delta\sigma_2 \left|\frac{1}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+\zeta^2]^{1/2}}\right|_0^{\zeta_2(\xi\eta)} d\xi d\eta \quad (7-92)$$

$$\Delta g_{S_3} = -G\Delta\sigma_3 \left|\frac{1}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+\zeta^2]^{1/2}}\right|_0^{\zeta_3(\xi\eta)} d\xi d\eta \quad (7-93)$$

则有

$$\Delta g_S = \Delta g_{S_1} + \Delta g_{S_2} + \Delta g_{S_3} \quad (7-94)$$

为了便于理解，下面举一些数字例子（曾华霖等，1999e）。

设地下有两个密度分界面 S_1 及 S_2（图 7－31（a）），各层密度分别为 $\sigma_1 = 1.9\ g/cm^3$、$\sigma_2 = 2.4\ g/cm^3$、$\sigma_3 = 2.7\ g/cm^3$。计算这两个密度界面引起的重力异常（图 7－31（a））相当于计算界面 S_1（$\Delta\sigma_1 = -0.5\ g/cm^3$）（图 7－31（b））及界面 S_2（$\Delta\sigma_2 = -0.3\ g/cm^3$）（图 7－31（c））的异常之和。计算出图 7－31（b）所示的界面 S_1 的异常并从观测值中减去，其效果是把 S_0—S_1 层“填充”成密度为 $2.4\ g/cm^3$ 的物质；这时只存在一个界面 S_2，其上部及下部的物质密度分别为 $2.4\ g/cm^3$ 及 $2.7\ g/cm^3$。图 7－31（d）从另一角度解释了这一计算，即图 7－31（b）计算了图 7－31（d）中 A 区的效应，而图 7－31（c）计算了 B 区的效应。实际上，密度界面 S_1 及 S_2 的效应即是物质层 S_0—S_1 及 S_0—S_2 的效应。

另一种计算这两个密度界面重力效应的方法是把 S_0—S_2 间的密度层分为 S_0—S_1 及

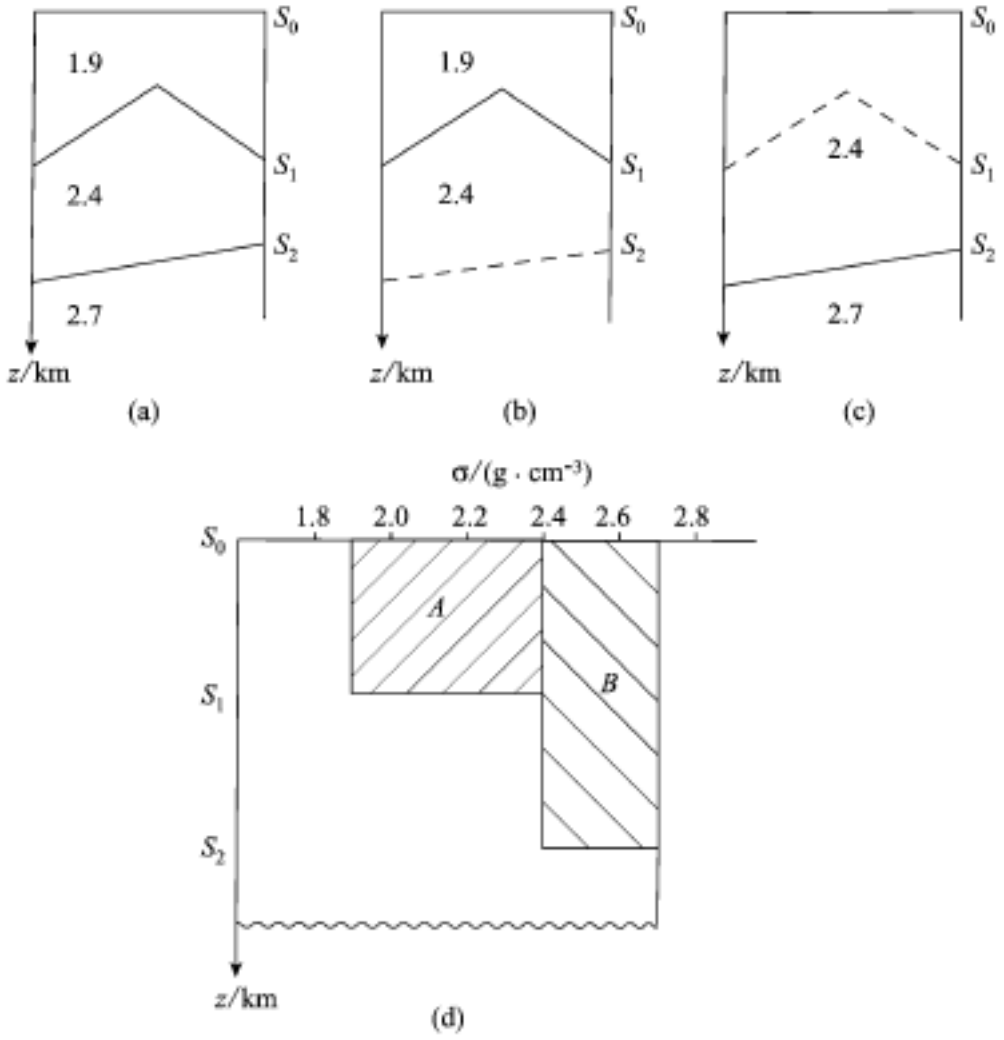


图 7－31　两个密度界面重力异常的计算（一）

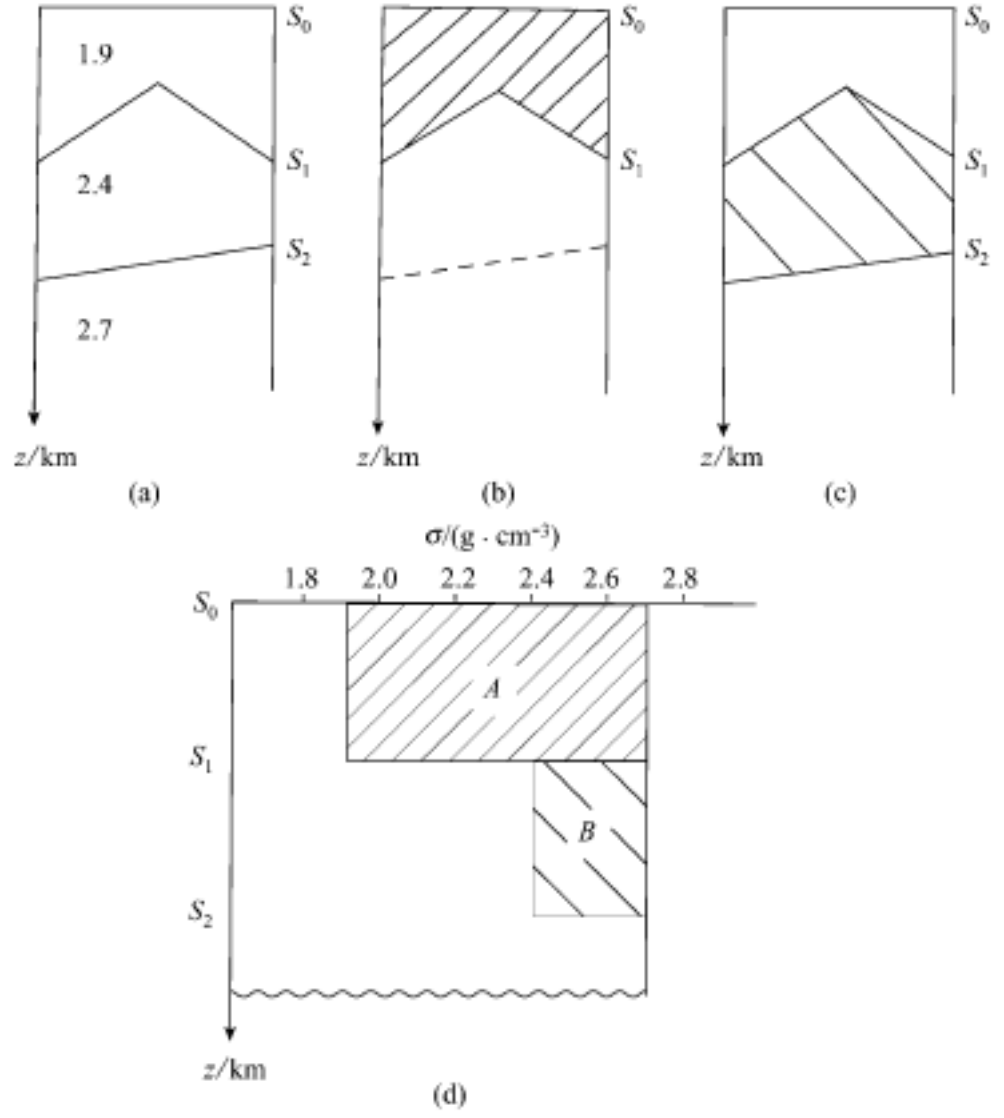


图 7－32　两个密度界面重力异常的计算（二）

S_1—S_2 两层（图 7－32）。对于 S_0—S_1 层（图 7－32（b）），剩余密度应取为 $\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_3 = -0.8\ g/cm^3$；对于 S_1－S_2 层（图 7－32（c）），$\Delta\sigma_2 = \sigma_2 - \sigma_3 = -0.3\ g/cm^3$。图 7－32（d）中的 A 层对应图 7－32（b），而 B 层对应图 7－32（c）。

在实际的地质条件下，常出现在某一地区缺失某个地层的情况，即出现“尖灭”现象，对于这种情况的重力异常，也不难计算。

根据一个地区的实际地层及密度界面情况，可以建立一个用于正演计算的模型（图 7－33）。这些密度界面引起的重力异常表示为

$$\Delta g_S = \Delta g\left\{\begin{matrix}-0.2\\ S_1 - b - c - S'_1\end{matrix}\right\} + \Delta g\left\{\begin{matrix}-0.3\\ S_2 - a - b - c - d - S'_2\end{matrix}\right\} + \Delta g\left\{\begin{matrix}-0.4\\ S_3 - a - b - c - d - S'_3\end{matrix}\right\} \qquad (7-95)$$

式中各项花括号中的下部表示密度界面，上部为密度差。

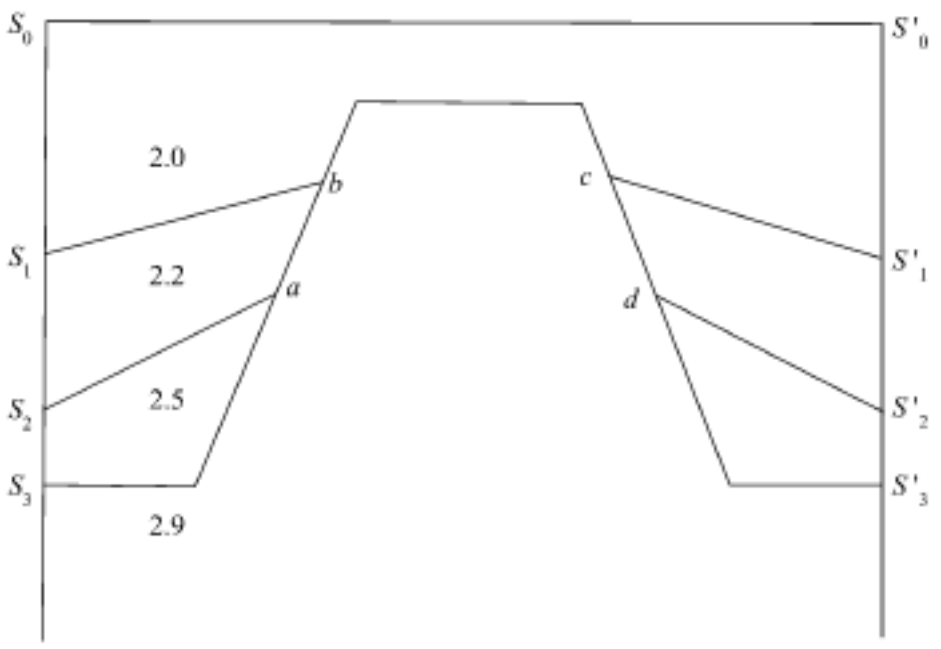


图 7－33　超覆地层的重力正演计算模型
（三个密度界面情况）

习　　题

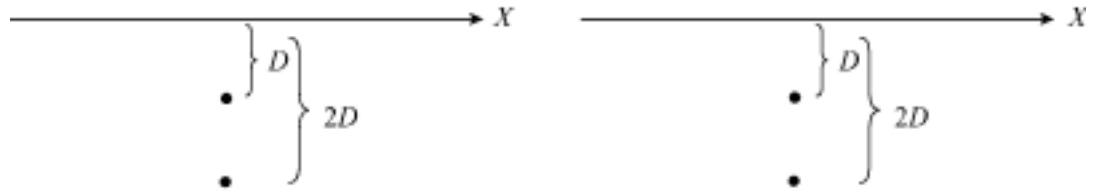
1. 什么是解重力异常的正演问题?

2. 解正演问题的基本方法有哪些?

3. 指出下列叙述中的错误所在：①一个背斜构造，它一定会产生一个正的重力异常；而一个向斜构造上则一定引起一个负异常。②一个地质体引起的重力异常越大，它所对应的重力水平梯度也一定大。③两个同样形状和大小的地质体一定产生完全一样的重力异常。④同一个地质体，当埋藏深度不变仅剩余密度加大一倍（如设 $\sigma=1g/cm^3$ 和 $\sigma=2g/cm^3$ 两种情形），则在过中心剖面上两种情况下的异常曲线数值也相差一倍，所以两条异常曲线互相平行。

4. 示意绘出图 7.1 中两剖面上的异常曲线（必须抓住基本特征），其条件是除 D 外其他均不变。

5. 请导出图 7.1 中（b）图所示的两个水平圆柱体各自产生的异常恰好相等时那一点的坐标 x 与 D



(a) 球体, $\sigma>0$　　(b) 水平圆柱体, $\sigma>0$

图 7.1

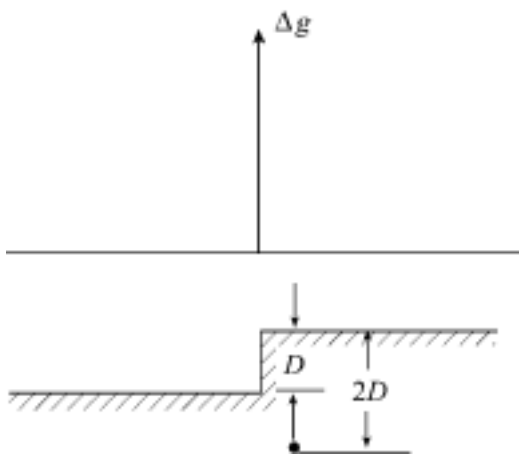


图 7.2

的关系式。

6. 当球体、水平圆柱体及铅垂台阶的中心埋藏深度都是 D，剩余密度都是 σ，且台阶的厚度正好是球体与水平圆柱体的半径 R 两倍（R≤D 时），请计算

$$\Delta g_{max}^{sph} : \Delta g_{max}^{cyl} : \Delta g_{max}^{step} = ? : ? : ?$$

式中 Δg_{max}^{sph}，Δg_{max}^{cyl}，Δg_{max}^{step}分别是球体、水平圆柱体、铅垂台阶引起的重力异常极大值。

7. 请抓住异常的基本特征示意地绘出如图 7.2 所示的台阶地形剖面上的重力异常曲线。图中黑点代表无限长水平圆柱体的轴线，$\sigma>0$。

第八章　重力异常反问题

解反演问题，是重力勘探工作，特别是资料处理解释中的主要环节之一。本章将叙述解决地质构造、矿产勘探等领域问题的常用重力反演方法，并介绍重力反演的多解性问题。重力归一化总梯度法、一些统计分析方法及地层视密度的计算皆是根据重力异常求取场源体的位置和参数，大体上属于反演问题，一并在本章叙述。最后将介绍异常特征量的统计分析与图像识别的知识。

为了对重力反演有一个总的了解，在本章的开头对重力反演涉及的有关课题进行以下的综述。

1. 重力反演问题的提法

从地质角度，解反演问题的目标主要是寻找、研究或推断金属或非金属矿体和研究地质构造，包括控矿构造，如含石油、天然气、煤的构造以及区域性的深部构造等。前者称为矿体类问题，后者称为构造类问题（Мудрецова, Веселов, 1981；曾华霖等，1991）。从地球物理角度，解重力反演问题的目标包括：确定地质体（用几何模型表示）的几何和物性参数，属于矿体类问题；确定物性分界面的深度及起伏，属于构造类问题；确定密度的分布。

在矿体类问题中，质量负荷体是一组有限的单连通（两个面不相交）体积，在每个体积中物质的密度可能是不变的，也可以是变化的；但其变化梯度不很大，而且体积间的距离足够大。

在构造类问题中，质量负荷体是层状介质。每个体积的上、下边界受到相当大的面的限制；这两个面没有公共点；层间体积充满密度不变或变化的物质。

还有一种质量复杂分布的问题，在这类问题中，具有构造类和矿体类质量的联合分布。

构造类问题比矿体类问题更难解决，这是因为：①从叠加异常中分离出单个岩层的场，在理论上是不可能的；②从整体上，所有的层状介质其积分特征，即体积的有限性，或是不存在，或是不可能根据外部重力场确定；③岩层及其引起的场特征点之间的关系很复杂，不易唯一地求解。

2. 反演问题研究涉及的主要问题

(1) 从观测异常中选择适当的用于反演的场值

应当强调，进行反演必须采用从观测异常中分离出的单纯由反演目标引起的那部分异常值。例如，要确定或估计某个密度界面的起伏，必须首先从布格异常中分离出由这个密度界面引起的异常，企图根据观测的叠加异常直接反演出地下的物质分布情况，或作出密度分布的图像，目前是不可能的。用于反演的场值，不一定采用分离出的分布于全区的全部场值，还要考虑异常数据的取值范围及取数密度等。

可以不直接用观测场值，而是先将它们作某些变换，例如求出异常的导数，傅里叶频谱等，再用变换出的场值作为反演用的原始数据。

(2) 选择适当的模型体

为了表示形状不规则的地质体，一般采用一组（多个）而不是单个模型，每个模型的几何形状要尽可能简单。在计算时，关键问题是给定模型的初值，因为并非任意给一组初值，计算机都会自动选择出接近实际地质体的模型。所以要根据实际的地质、钻井及其他地球物理资料给出接近实际地质体模型参数的初值。

(3) 应用合适的计算方法

反演计算过程能否快速、收敛并得到精确的结果，除了给出适当的模型体参数初值外，主要取决于所用的计算方法。应针对不同的问题选择适当的计算方法，而且在计算过程的不同阶段不断调整、修改所用的计算方法。

(4) 减少多解性（非唯一性）的影响

显然，反演计算结果的可靠性是反演方法得以存在的根据，而位场反演中固有的多解性，严重地影响到计算结果的可靠性。应当特别强调的是，可靠性主要指的是得到的模型体与实际地质体的符合程度，而决不能满足于由模型体算出的理论异常与观测异常的“拟合”好坏。多解性的存在是固有的，但是采用适当的模型，特别是应用已知资料施加约束，一定能够限制它的影响，并取得比较可靠的结果。

3. 常用的反演方法

(1) 确定地质模型体参数

反演问题又可分为线性反演问题和非线性反演问题。如果固定模型体的几何参数，只求物性参数（如密度的分布），则由异常的正演公式形成线性方程组，从而构成线性反演问题，它需要用线性规划等方法求解。如果欲求模型体的几何参数，不管其物性参数是否固定或者是否需要计算，则将构成非线性反演问题。对于确定地质模型体参数的这种非线性反演问题，常用非线性最优化选择法求解。

在计算机上实现的最优化选择法，是近四十年来重力资料解释中不管是确定地质模型体参数，或描述密度界面的起伏，最流行并居于主导地位的一种自动反演方法。其基本原理是从表示地质体的许多理论模型中，选择出一个其理论异常同观测异常符合得最好（最流行的标准是两种异常的差值平方和取极小，即“最小二乘”）的模型表示实际的地质体。本章将详细介绍这个方法。

目前盛行的人机交互重力模拟方法，实际上属于最优化选择法，只不过计算机的“选择”过程在人的控制下进行，这样能够提高计算的速度和解释的效果。

首先把重力异常变换为其频谱，例如异常的傅里叶变换，然后再进行反演，具有一定的优越性。例如，异常的复杂表达式，异常与场源体之间的关系经变换后可以变得比较简单，可以加快正演问题的计算速度等。

(2) 确定物性分界面的深度及起伏

确定物性分界面的深度及起伏（习惯上称为“界面反演”），实际上也是确定模型体参数。例如，为了求一个密度分界面的起伏，用一组呈二维分布的长方体作模型，固定模型体顶面深度，界面深度就可以由这些长方体的底面深度来表示。

确定物性分界面深度的方法主要是迭代法，即根据观测异常给出界面深度的初值，然后在观测异常和界面深度之间不断进行迭代计算，以改善反演结果。

此外，还有利用统计分析、频谱展开式及多项式求界面深度的方法。

确定物性分界面深度涉及两个关键问题。一个是确定界面的平均深度，这对于限制多

解性具有较大的意义；另一个是异常的“零”值如何选择，这与界面的平均深度及地层厚度起算的基准面有关。

显然，对于地面与地下密度分界面之间的厚沉积层，剩余密度取为常数就不大合理，而且必然降低计算的精度。近二十年来发表的文献，在求物性分界面起伏的反演中，把地层密度与深度的关系表示为接近实际密度变化的线性关系，二次曲线及指数曲线等关系。

(3) 确定密度的分布

重力勘探法存在的必要性在于存在地下物质密度分布的不均匀，因而引起了重力异常。能否根据重力异常直接计算地下的密度分布？根据密度分布图，就可以发现高(低)密度体的存在，以此寻找矿产资源；或者从图中发现密度变化的分界线，以此推断密度分界面的位置及变化情况。这个求密度分布的提法简单、明确，形成了线性反演问题。然而，解线性反演问题却十分困难，因为要用有限的重力异常数据描述地下半空间复杂的物质分布图像，根据是不足的，多解性的影响很大，所以施加不同的约束成为解重力线性反演问题的重要研究内容；而且采用的数学方法也非常复杂。从目前发表的文献来看，这个问题的研究主要限于估计深部构造的形态，在重力勘探中使用较少。

4. 适定与不适定问题

Старостенко(1978) 介绍了适定与不适定问题的概念。20 世纪初，法国数学家阿达玛引进了适定问题：①解存在；②解唯一；③解稳定。如果不满足上述三个条件之一，则问题就是不适定提出的。其中，违反解的稳定性意味着，在原始资料，即重力异常中存在的小的误差，都可能引起求出的解，即重力异常反演求出的地质体的参数中出现任意大的误差。从 20 世纪 50 年代末到 60 年代初开始研究不适定问题的解法，已有了一个总的设想：在问题的提法中采用关于所求解的附加信息，这个附加信息的作用在于使所求出的近似解包含在属于精确解的紧集中。

吉洪诺夫等认为，不适定地提出重力反问题基本上是由于这个问题的不稳定性造成的。在许多情况下，由于重力问题的解缺乏唯一性，可能会不适定地提出这个问题。缺乏唯一性与重力问题的解的非单值性有关。

吉洪诺夫等还提出了解不适定问题的正则化法(吉洪诺夫等，1979)。

Булах(1984) 介绍了关于重力反问题稳定解的吉洪诺夫定理。关于适定与不适定问题研究的详细情况请参阅俄罗斯学者的著作。

第一节　计算地质模型体的几何及物性参数

一、直接法

直接法是直接利用由反演目标引起的局部异常，通过某种积分运算和函数关系，求得与异常分布有关地质体的某些参量。该方法较少受解释人员主观因素的影响，但只是一种地质体参量的粗略估计，解决问题的范围还很有限。

(一) 三度体剩余量的估计

由场论中的高斯(Gauss) 定理可知，位于任意封闭曲面 S 以内的质量 M 产生的引力

场强，沿该曲面外法线方向的通量是

$$I = \int_S F_n \cdot dS = -G\frac{M}{r^2}dS = -4\pi GM \qquad (8-1)$$

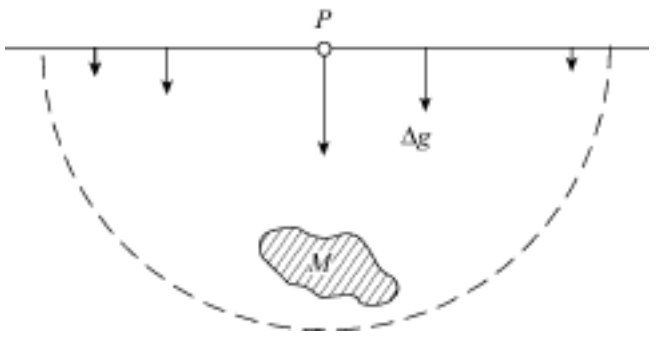


图 8－1　通量的计算

如果我们规定 I 为引力穿过 S 面内法线方向的通量，则上述结果应为 $4\pi GM$。现在将观测面当作无限大的水平面，下半空间用半径无限大的半球代替（见图 8－1），M 代表剩余质量；则因上半空间无剩余质量，下半空间的立体角为 2π，而剩余质量 M 对地面各点单位质量的引力沿内法线方向的分力正好就是重力异常，所以（8－1）式可以写成

$$I = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \Delta g \cdot dxdy = 2\pi GM \qquad (8-2)$$

这就是由观测面上重力异常的分布求地质体剩余质量的公式。在具体计算时，不可能遍及全平面，因而要分为下述两部分：一部分为实测异常在有限测区内的二重积分 I；另一部分为积分的余项 ΔI。I 值可用二重增量求和的形式来计算；当观测面以等面积 $\Delta x_i \cdot \Delta y_j$ 划分面元时，便有

$$I' = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \Delta g_{ij} \cdot \Delta x_i \cdot \Delta y_j = \Delta x_i \Delta y_j \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \Delta g_{ij} \qquad (8-3)$$

余项 ΔI 的估算，可采用如下办法：令 R 表示已经参与计算的异常区的折合半径，在计算区以外的重力异常可近似地用一剩余质量为 M、中心埋藏深度为 D 的均匀球体引起的异常 Δg（r）来代替，于是：

$$\Delta I \approx \int_0^{2\pi}\int_R^{\infty} \Delta g(r)\, r\, d\alpha dr = \int_0^{2\pi}\int_R^{\infty} \frac{GMD}{(r^2+D^2)^{3/2}} r\, d\alpha dr$$
$$= 2\pi(R^2+D^2)\cdot \Delta g(R) \qquad (8-4)$$

当 R > > D 时，上式可简化成

$$\Delta I \approx 2\pi R^2 \Delta g(R) \qquad (8-5)$$

式中 Δg（R）为折合半径为 R 的圆周上的异常平均值。

按（8－4）式估算出的余项 ΔI 的大小若不能忽略时，应与 I 相加之后才可求 M，即

$$M = 2.386\left[\Delta x \Delta y \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \Delta g_{ij} + 2\pi R^2 \Delta g(R)\right] \qquad (8-6)$$

（二）三度体重心水平坐标的计算

设三度体内某一质量单元的坐标为（ξ，η，ζ），剩余质量为 m_1，则它于地面 P（x，y，0）点处引起的重力异常为

$$\delta g_1 = \frac{Gm_1\zeta}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+\zeta^2]^{3/2}} \qquad (8-7)$$

并有下面形式的积分结果

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x\,\delta g_1\, dxdy = Gm_1\zeta\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\,dxdy}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+\zeta^2]^{3/2}} = 2\pi Gm_1\xi \qquad (8-8)$$

若三度体其他质量单元的坐标分别为（ξ_2，η_2，ζ），（ξ_3，η_3，ζ），…其剩余质量分别为 m_2、m_3……则整个三度体在 P 点引起的异常为 Δg 时，（8－8）式积分后应有

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x\Delta g\,dx\,dy = 2\pi G(m_1\xi_1 + m_2\xi_2 + \cdots) \qquad (8-9)$$

如果三度体重心在地面投影的坐标以（x_0，y_0）表示，则由力学知识可知应有 $m_1\xi_1 + m_2\xi_2 + \cdots\cdots = Mx_0$，于是 $I_1 = 2\pi GMx_0$，即

$$x_0 = \frac{I_1}{2\pi GM} = \frac{1}{2\pi GM}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x\Delta g\,dx\,dy \qquad (8-10)$$

同理可得：

$$y_0 = \frac{I_2}{2\pi GM} = \frac{1}{2\pi GM}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} y\Delta g\,dx\,dy \qquad (8-11)$$

上两式可以写成有限范围内增量求和的形式。当 Δx 与 Δy 的划分相等，$\Delta x\Delta y$ 为一常数时，有

$$x_0 \approx \frac{2.386}{M}\Delta x\Delta y\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_i\Delta g_{ij} \qquad (8-12)$$

$$y_0 \approx \frac{2.386}{M}\Delta x\Delta y\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} y_i\Delta g_{ij} \qquad (8-13)$$

对于计算区以外的余项，仿照前面的方法，可以得到：

$$\Delta I_1 \approx 2\pi x_0 R^2\Delta g(R) \qquad (8-14)$$

$$\Delta I_2 \approx 2\pi y_0 R^2\Delta g(R) \qquad (8-15)$$

（三）二度体横截面积的求法

设在垂直二度体走向的 X 方向剖面上实测重力异常为 Δg。假定在二度体的横截面 S 上取一面元 $dS = d\xi d\zeta$ 其剩余密度为 σ，dS 的坐标为（ξ ζ）。由基本公式可计算这个面元在 X 轴上任一点 P（x，0）处引起的重力异常为 δg，则下列积分：

$$\delta I = \int_{-\infty}^{\infty}\delta g\,dx = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{2G\sigma\zeta\,d\xi d\zeta}{(\xi - x)^2 + \zeta^2}dx = 2\pi G\sigma\,d\xi d\zeta \qquad (8-16)$$

的值仅与面元 dS 和 σ 的乘积有关，而与 dS 的位置无关。将这一结果引伸至整个截面 S 上，便有

$$I = \int_{-\infty}^{\infty}\Delta g\,dx = 2\pi G\lambda \qquad (8-17)$$

I 值为 Δg 曲线与 X 轴之间所围的面积，可以近似求得，因而二度体的剩余线密度 λ 便能得到。在 σ 已知时，由 $\lambda = \sigma S$ 就可以求出二度体的横截面积 S。

如果近似积分只在有限区间（－x，x）内进行，则其误差可通过计算余项来估计。假定 x 值足够大，因而对积分区间以外的重力异常，可以近似地用无限长水平圆柱体的异常来代替，则积分余项可写成

$$\Delta I = \int_{-\infty}^{-x}\Delta g\,dx + \int_{x}^{\infty}\Delta g\,dx = 2\int_{x}^{\infty}\frac{2G\lambda D}{x^2 + D^2}dx = 2\pi G\lambda\left(1 - \frac{2}{\pi}\arctan\frac{x}{D}\right) \qquad (8-18)$$

式中：D 为柱体中轴线的埋藏深度，可由 Δg 曲线上之 $x_{1/2}$ 确定。若 ΔI 不容忽略，则应由 $I + \Delta I = 2\pi G\lambda$ 求 λ，即

$$\lambda = \frac{\Delta x \sum_{i=1}^{n} \Delta g_i}{4G\arctan\frac{x}{D}} \qquad (8-19)$$

(四) 二度体横截面重心水平坐标的求法

仿照求三度体重心水平坐标的方法，在二度体情况下有

$$x_0 = \frac{1}{2\pi G\sigma S}\int_{-\infty}^{\infty} x\Delta g dx = \frac{\Delta x \sum_{i=1}^{n} (x \cdot \Delta g)_i}{2\pi G\sigma S} \qquad (8-20)$$

如果考虑余项，则:

$$\Delta I = 2\pi G\sigma S \cdot x_0\left(1 - \frac{2}{\pi}\arctan\frac{x}{D}\right) \qquad (8-21)$$

利用 $I + \Delta I = 2\pi G\sigma S\ x_0$ **可得经校正后的** x_0 **表达式为**

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x \cdot \Delta g)_i}{\sum_{i=1}^{n} \Delta g_i} \qquad (8-22)$$

二、特征点法

特征点法（或任意点法）系根据异常曲线上的一些点或特征点（如极大值点、零值点、拐点）的异常值及相应的坐标求取场源体的几何或物性参数，仅适用于剩余密度为常数的几何形体。这个方法是将计算重力异常及其导数的解析式中自变量与因变量的函数关系反过来，即将异常值和相应的测点点位作为已知量，而将该异常体的产状要素和剩余密度作为未知量，并把异常体参数与异常值、点位的关系表示为显函数形式。一般情况下，这种显函数都是非线性函数，如三角函数、对数函数等，因此特征点法实质上是一种非线性反演。为简化计算，可将含未知量多的三度体在一定误差范围内简化成二度体；或将较复杂的公式分解为几个较为简单的函数；还可以用不同的导数异常进行联合反演求解等。

(一) 特征点法的应用条件

1) 因反演公式是从正演公式导出的，而正演所得到的是理论异常曲线，所以用实测曲线进行反演时，事前应对异常曲线作平滑处理，并要尽量准确地确定坐标原点的位置。

2) 本方法是针对单个孤立的几何形体所引起的异常，而实测异常往往是多种地质因素引起的异常的叠加，故反演之前应进行相应的异常分离，以获得单纯由研究对象引起的异常。

3) 不同几何形体其反演公式不同，所以应对所获得的剩余（局部）异常进行分类，判明该异常的场源体接近于何种可能的几何形体，然后选用相应的反演公式。

(二) 反演公式及反演方法

根据前面介绍的几种几何形体异常正演计算所得剖面理论曲线形态，可以把异常曲线分为四种类型：①单峰异常，异常曲线的零值点在无穷远处，如球体的 Δg **曲线、台阶的** V_{xz} **曲线等；②异常曲线具有极大值、极小值和一个零值点，如球体的** V_{xz} **曲线、台阶的**

V_{zz}、V_{zzz}曲线；③异常具有一个极大值、两个极小值和两个零值点，如球体、水平圆柱体的 V_{zz}和 V_{zzz}曲线；④台阶的 Δg 异常曲线，具有一边高一边低的形态。针对不同形态的曲线采用不同的办法可以获得解反问题的相应公式。需说明的是，并非所有几何形体都可以由其正演公式导出相应的反演公式。

下面以球体模型为例，论述第一、二、三类异常曲线的反演公式及反演方法，同时介绍台阶曲线的解题方法。

1. Δg 的反演

这是第一类曲线，(7－1) 式为过球心在地面上投影点剖面的正演公式。已知在 $x=0$ 处有异常极大值，所以根据实测三度地质体的异常（近于等轴状的、形成圈闭的异常）极大值位置，可以大致确定三度体质量中心在地面的投影位置。由于该式中有两个未知量 D 与 M，我们可以在剖面上任选两个点的坐标 x_1 和 x_2 及其相应的异常值 Δg_1 和 Δg_2，则有

$$\Delta g_1 = \frac{GMD}{(x_1^2 + D^2)^{3/2}},\quad \Delta g_2 = \frac{GMD}{(x_2^2 + D^2)^{3/2}}$$

求异常的比值 n，可以消去式中的 G、M 得：

$$n = \frac{\Delta g_1}{\Delta g_2} = \frac{(x_2^2 + D^2)^{3/2}}{(x_1^2 + D^2)^{3/2}}$$

由上式可得求球体中心埋藏深度 D 之通式为

$$D = \left(\frac{x_2^2 - x_1^2 \cdot n^{2/3}}{n^{2/3} - 1}\right)^{1/2} \qquad (8-23)$$

如果取一些异常曲线的特征点，上式可进一步简化。例如取 $x_1=0$，即在此点异常具有极大值 $\Delta g_1 = \Delta g_{max}$；取 x_2 为异常极大值一半之点的坐标，并以 $x_{1/2}$及 $x'_{1/2}$代替 x_2（图 8－2），则 (8－23) 式变为

$$D = \frac{x_{1/n}}{\sqrt{n^{2/3} - 1}} \text{ 或 } D = \frac{1}{2}\frac{x_{1/2} - x'_{1/2}}{\sqrt{n^{2/3} - 1}} \qquad (8-24)$$

当 $n=2$ 时，$D = 1.305x_{1/2} = 0.6524(x_{1/2} - x'_{1/2})$；

当 $n=3$ 时，$D = 0.9622x_{1/3} = 0.4811(x_{1/3} - x'_{1/3})$；

当 $n=4$ 时，$D = 0.8111x_{1/4} = 0.4056(x_{1/4} - x'_{1/4})$；

……

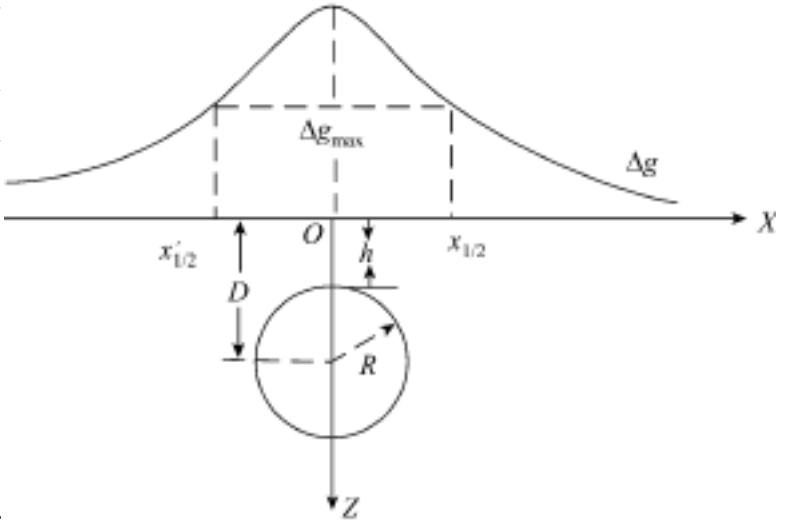


图 8－2　第一类曲线反演方法示意图

用求得的 D 代入 (7－2) 式（均以 g.u. 为单位。下同），可得求剩余质量 M（以 t 为单位）的公式为

$$\{M\}_t = 14.99\{D\}_m^2\{\Delta g_{max}\}_{g.u.} \qquad (8-25)$$

如果球体及其围岩的密度 σ'和 σ_0 均已知，则由 $M = \frac{4}{3}\pi R^3(\sigma' - \sigma_0)$ 还可求得球体

半径 R、球体顶部埋藏深度 h 以及球体的实际质量 M_{real} 等。

$$\{R\}_m = \left[\frac{3M}{4\pi(\sigma' - \sigma_0)}\right]^{1/3} = 0.62\left[\frac{\{M\}_t}{\{\sigma\}_{g\cdot cm^{-3}}}\right]^{1/3} \quad (8-26)$$

$$h = D - R \quad (8-27)$$

$$M_{real} = \frac{\sigma'}{\sigma}M \quad (8-28)$$

至此，球体的全部参数都已求出。进一步要说明的是，由于实测异常并非严格对称，所以求 D 时最好用 $x_{1/2}$ 和 $x'_{1/2}$ 的平均值，会取得更好的效果。若条件允许，还可以分别用量取的 $x_{1/2}$、$x_{1/3}$、$x_{1/4}$ 等来求 D 值。当求得的数个 D 值较为接近，说明场源体确实近于球形，则取 D 的平均值会更为合理。当求得的 D 值彼此差别甚大或沿深度方向有规律的递增，则说明该异常不能当作球体引起的异常来解释，或者场源体沿深度还有一定的延伸。

2. V_{xz}的反演

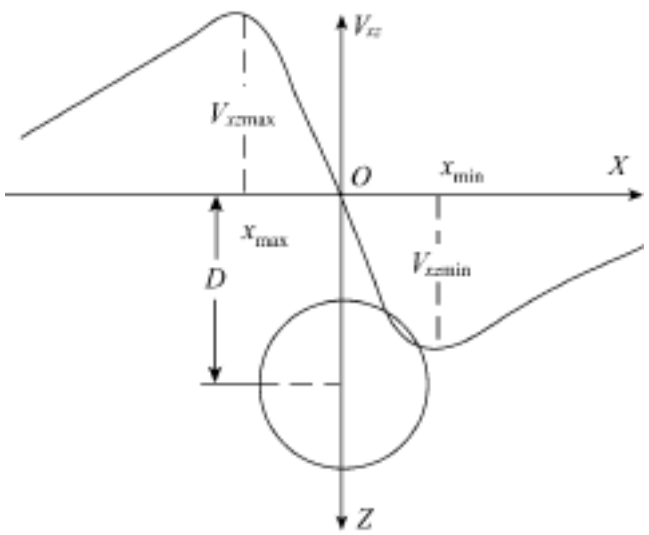


图 8－3　第二类曲线反演方法示意图

这是属于第二种类型的曲线。V_{xz} 异常曲线零值点的位置指明了球心在地面投影处的位置，也即是坐标原点（图 8－3）。通过求极值坐标的方法来解反问题，是针对这类曲线常用的方法。

利用微分求极值的办法，将（7－4）式对 x 求微分并令其等于零，可求得 V_{xz} 的极大值与极小值坐标 x_{max}、x_{min} 和球心埋藏深度 D 的关系式为

$$x_{max} = -\frac{1}{2}D,\ x_{min} = \frac{1}{2}D \quad (8-29)$$

将这一结果代入（7－4）式，便可得到

$$(V_{xz})_{max} = -(V_{xz})_{min} = \frac{48GM}{25\sqrt{5}D^3} \quad (8-30)$$

因此应用 V_{xz} 异常曲线反演的公式有

$$D = 2x_{min} = -2x_{max} = x_{min} - x_{max} \quad (8-31)$$

$$\{M\}_t = 0.01746\{D\}_m^3\{(V_{xz})_{max}\}_E \quad (8-32)$$

3. V_{zz}的反演

这是第三种类型曲线的反演。由于 V_{zz} 异常曲线两个极小值往往不明显或误差较大，故主要是利用极大值点和零值点来解反问题（图 8－4）。

由（7－5）式可知，在 x = 0 处 V_{zz} 具有极大值，它对应球心在地面的投影位置，且有

$$(V_{zz})_{max} = \frac{2GM}{D^3} \quad (8-33)$$

令（7－5）式中分子等于零，可得

$$x_0 = \sqrt{2}D,\ x'_0 = -\sqrt{2}D \quad (8-34)$$

将求得之 D 代入式（8－33）中便有

$$\{M\}_t = 0.00749\{D\}_m^3\{(V_{zz})_{max}\}_E = 0.00265\{x_0\}_m^3\{(V_{zz})_{max}\}_E \quad (8-35)$$

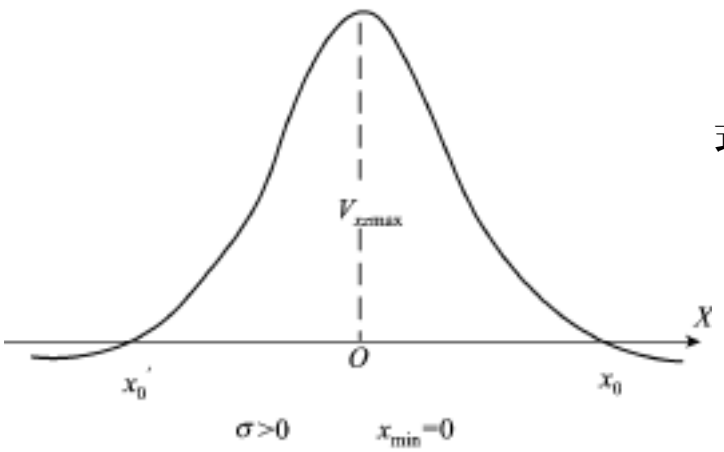


图 8－4　第三类曲线反演方法示意图

4. V_{zzz}的反演

它与 V_{zz}异常曲线同属一种类型，从（7－6）式出发可得：

$$(V_{zz})_{max} = \frac{6GM}{D^4} \qquad (8-36)$$

$$\{D\}_m = 1.225\,|\{x_0\}_m| \qquad (8-37)$$

$$\{M\}_t = 2.499\{D\}_m^4\{(V_{zzz})_{max}\}_{nMKS}\times 10^{-3} = 5.622\{x_0\}_m^4\{(V_{zzz})_{max}\}_{nMKS}\times 10^{-3} \qquad (8-38)$$

5. 台阶异常曲线的反演

这是第四类曲线的反演方法。根据铅垂台阶的理论公式及异常曲线，只能由 $\Delta g_{max} = 2\pi G\sigma(H-h)$ 求得 $\sigma(H-h)$，在 σ 已知时也只能求得 H－h。半极值点的坐标即为坐标原点，也即是台阶的铅垂面与地面交线的位置。在确定出坐标原点后，还可以根据 $\Delta g_{max} = \Delta g(x) + \Delta g(-x)$ 求出极大值，这对于台阶两侧异常受邻近地质体干扰而难以求得极大值的情况，是一个有效的办法。

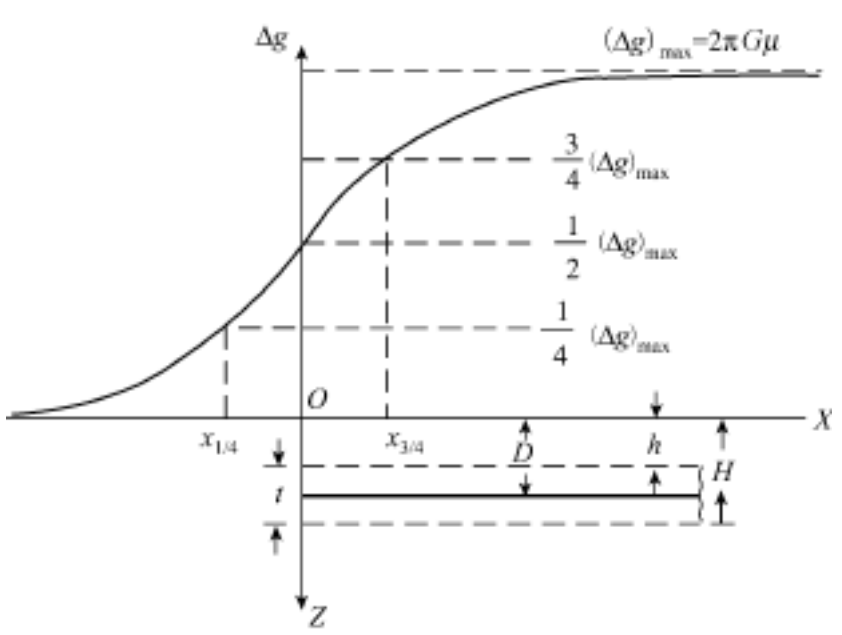


图 8－5　第四类曲线反演方法示意图

显然，根据水平物质半平面的正演公式，则可以单独求得 H 与 h，方法如下（图 8－5）。

由（7－34）式可知，当 $x \to \infty$ 时，

$$\Delta g_{max} = 2\pi G\mu \qquad (8-39)$$

类似的情况是，在已知坐标原点（即半极值点、曲线的拐点之横坐标）后，极大值也可由下式确定

$$\Delta g_{max} = \Delta g(x) + \Delta g(-x) = 2\pi G\mu \qquad (8-40)$$

令 $\frac{1}{n}\Delta g_{max}$ 对应的坐标为 $x_{1/n}$，则有

$$\frac{2\pi G\mu}{n} = G\mu(\pi + 2\arctan\frac{x_{1/n}}{D})$$

可求出

$$D = \frac{x_{1/n}}{\tan\frac{(2-n)\pi}{2n}} \qquad (8-41)$$

式中的 n 应大于 1 而又不等于 2。因为 n = 1 时，$x_{max} \to \infty$；而当 n = 2 时，$x_{1/2} = 0$。给 n 以 3、4、3/2、4/3……便有：

$$D = -1.732x_{1/2} = -x_{1/4} = 1.732x_{2/3} = x_{3/4} = \cdots\cdots \tag{8-42}$$

从（8－40）式还可求出

$$\mu = \frac{1}{2\pi G}[\Delta g(x) + \Delta g(-x)] \tag{8-43}$$

当 σ 已知时，因为 $D = \frac{H+h}{2}$，$H - h = \frac{\mu}{\sigma}$，故可从（84－1）式和（8－43）式求得：

$$h = \frac{x_{1/n}}{\tan\frac{(2-n)\pi}{2n}} - \frac{1}{4\pi G\sigma}[\Delta g(x) + \Delta g(-x)] \tag{8-44}$$

$$H = \frac{x_{1/n}}{\tan\frac{(2-n)\pi}{2n}} + \frac{1}{4\pi G\sigma}[\Delta g(x) + \Delta g(-x)] \tag{8-45}$$

以 $D = -x_{1/4}$ 为例，上两式可写成

$$\{h\}_m = -\{x_{1/4}\}_m - 1.193\{[\Delta g(x) - \Delta g(-x)]\}_{g.u.}/\{\sigma\}g\cdot cm^{-3}$$

$$\{H\}_m = -\{x_{1/4}\}_m + 1.193\{[\Delta g(x) + \Delta g(-x)]\}_{g.u.}/\{\sigma\}g\cdot cm^{-3}$$

关于倾斜台阶的反演，想直接利用某一种异常曲线求解是十分困难的。一般只能从异常曲线特征上做些定性分析，如走向、倾斜面的可能方向以及在极大值清晰时估算（H－h）值等。

20 世纪 70 年代以来，国内外有不少学者研究这一问题的解法，大致可归纳为三种：

1）利用 V_{xz} 与 V_{zz} 联合求解，有的还需要将 V_{xz} 上延一个高度。其中以用 V_{xz} 与 V_{zz} 两条曲线构制椭圆图求解的效果较好。

2）利用 Δg 异常连续上延若干个高度，构制观测剖面内的断面异常等值线图，并用迭代的办法求解诸参数。

3）由 Δg 异常转换成 V_{zzz} 异常曲线，采用图解法求参数。

（三）部分几何形体反问题的求解公式如下

1．水平圆柱体

根据 Δg 异常求圆柱体中心埋藏深度 D，线密度 λ，半径 R 及顶部埋藏深度 h 的公式分别为

$$D = \frac{x_{1/n}}{\sqrt{n-1}} \tag{8-46}$$

$$\{\lambda\}_{t\cdot m^{-1}} = \{x_{1/2}\}_m\{\Delta g_{max}\}_{g.u.} \tag{8-47}$$

$$\{R\}_m = (0.3183\{\lambda\}_{t\cdot m^{-1}}/\{\sigma\}_{g\cdot cm^{-3}})^{1/2} \tag{8-48}$$

$$h = D - R \tag{8-49}$$

Δg 异常单位：g.u.，长度单位 m，下同。

根据 V_{xz} 异常求圆柱体中心埋藏深度 D，线密度 λ 的公式分别为

$$\{D\}_m = 1.732\{x_{min}\}_m = -1.732\{x_{max}\}_m \tag{8-50}$$

$$\{\lambda\}_{t\cdot m^{-1}} = 0.03462\{x_m^2\}_m\{(V_{xz})_{max}\}_E \tag{8-51}$$

式中：x_m 表示极值（极大值或极小值）坐标，下同。

根据 V_{zz} 异常求圆柱体中心埋藏深度 D，线密度 λ 的公式分别为

$$D = x_0 \tag{8-52}$$

$$\{\lambda\}_{t\cdot m^{-1}} = 0.007496\{x_0\}_m^2\{(V_{zz})_{max}\}_E \tag{8-53}$$

式中：V_{zz} 单位为 E，λ 单位为 t/m。

根据 V_{zzz} 异常求圆柱体中心埋藏深度 D，线密度 λ 的公式分别为

$$\{D\}_m = 1.732\left|\{x_0\}_m\right| \tag{8-54}$$

$$\{\lambda\}_{t\cdot m^{-1}} = 1.948\{x_0\}_m^3 \cdot \{(V_{zzz})_{max}\}_{10^{-2}nMKS} \tag{8-55}$$

式中单位 V_{zzz} 为 10^{-2} nMKS。

2. 铅垂台阶

根据 Δg 异常求铅垂台阶厚度 H - h 的公式为

$$\{H-h\}_m = \frac{\{\Delta g_{max}\}_{g.u.}}{0.419\{\sigma\}_{g\cdot cm^{-3}}} \tag{8-56}$$

密度 σ 单位为 g/cm^3。

根据 V_{xz} 异常求铅垂台阶顶部深度及底部深度的公式分别为

$$h = m - \sqrt{m^2 - x_{1/2}^2} \tag{8-57}$$

$$H = m + \sqrt{m^2 - x_{1/2}^2} \tag{8-58}$$

式中：

$$m = \frac{H+h}{2} = \frac{x_{1/4}^2 - x_{1/2}^2}{2x_{1/2}}$$

根据 V_{zz} 异常求铅垂台阶顶部深度及底部深度的公式分别为

$$h = (\sqrt{A^2+1} - A)\,x_{max} \tag{8-59}$$

$$H = (\sqrt{A^2+1} + A)\,x_{max} \tag{8-60}$$

式中：

$$A = \tan\frac{(V_{zz})_{max}}{2G\sigma}, \text{或}$$

$$h = \frac{1}{2}(B - \sqrt{B^2 - 4x_m^2}) \tag{8-61}$$

$$H = \frac{1}{2}(B + \sqrt{B^2 - 4x_m^2}) \tag{8-62}$$

$$\sigma = \frac{(V_{zz})_{max}}{2G\arctan\dfrac{\sqrt{B^2-4x_m^2}}{2x_m}} \tag{8-63}$$

式中：$B = \dfrac{(x_m - x_{1/2})^2}{\left|x_{1/2}\right|}$。

3. 水平物质半平面

根据 Δg 异常求半平面深度 D，面密度 μ 相应的铅垂台阶顶部及底部深度 h、H 的公

式分别为

$$D = \frac{x_{1/n}}{\tan\frac{(2-n)\pi}{2n}} \tag{8-64}$$

$$\{\mu\}_{t/m^2} = \frac{\{\Delta g(x)\}_{g.u.} + \{\Delta g(-x)\}_{g.u.}}{0.419} \tag{8-65}$$

$$h = D - \frac{\Delta g(x) + \Delta g(-x)}{4\pi G\sigma} \tag{8-66}$$

$$H = D + \frac{\Delta g(x) + \Delta g(-x)}{4\pi G\sigma} \tag{8-67}$$

根据 V_{xz}异常求半平面深度 D，面密度 μ，相应的铅垂台阶顶部及底部深度 h、H 的公式分别为

$$D = x_{1/2} \tag{8-68}$$

$$\mu = \frac{(V_{xz})}{2G}x_{1/2} \tag{8-69}$$

$$h = x_{1/2}\left[1 - \frac{(V_{xz})_{max}}{4G\sigma}\right] \tag{8-70}$$

$$H = x_{1/2}\left[1 + \frac{(V_{xz})_{max}}{4G\sigma}\right] \tag{8-71}$$

根据 V_{zz}异常求半平面深度 D，面密度 μ的公式分别为

$$D = x_{max} \tag{8-72}$$

$$\mu = \frac{D(V_{zz})_{max}}{G} \tag{8-73}$$

根据 V_{zzz}异常求半平面深度 D，面密度 μ的公式分别为

$$\{D\}_m = 1.732\{x_{max}\}_m \tag{8-74}$$

$$\{\mu\}_{t/m^2} = 0.77\frac{\{D^2\}_m\{(V_{zzz})_{max}\}_{nMKS}}{G} \tag{8-75}$$

4. 底部无限延深的铅垂脉

根据 V_{xz}异常求铅垂脉顶部半宽度 a，顶部深度 h，密度 σ的公式分别为

$$a = \left|\sqrt{b(2|x_m| - b)}\right|, \text{其中 } b = \frac{x_m^2 + x_{1/2}^2}{2|x'_{1/2}|} \tag{8-76}$$

$$h = \left|\sqrt{x_m^2 - a^2}\right| \tag{8-77}$$

$$\sigma = \frac{(V_{xz})_{max}}{G\ln\frac{|x_m| + a}{|x_m| - a}} \tag{8-78}$$

根据 V_{zz}异常求铅垂脉顶部半宽度 a，顶部深度 h，密度 σ的公式分别为

$$h = \frac{x_{1/4}^2 - x_{1/2}^2}{2|x_{1/2}|} \tag{8-79}$$

$$a = \left|\sqrt{x_{1/2}^2 - h^2}\right| \tag{8-80}$$

$$\sigma = \frac{(V_{zz})_{max}}{2G\arctan\frac{2ah}{h^2 - a^2}} \tag{8-81}$$

根据 V_{zzz}异常求铅垂脉顶部半宽度 a，顶部深度 h 的公式分别为

$$a = \frac{(V_{zzz})_{max} x_0^2}{4G\sigma} \tag{8-82}$$

$$h = \left| \sqrt{x_0^2 - a^2} \right| \tag{8-83}$$

5. **铅垂物质带**

根据 Δg 异常求铅垂物质带顶部及底部深度 h，H，面密度 μ的公式分别为

$$h = m - \sqrt{m^2 - x_{1/2}^2} \tag{8-84}$$

$$H = m + \sqrt{m^2 - x_{1/2}^2} \tag{8-85}$$

$$\mu = \frac{\Delta g_{max}}{2G(\ln H - \ln h)} \tag{8-86}$$

式中:

$$m = \frac{x_{1/4}^2 - x_{1/2}^2}{2x_{1/2}}$$

6. **铅垂物质半平面**

根据 V_{xz}异常求铅垂物质半平面顶部深度 h，面密度 μ的公式分别为

$$h = x_{min} = -x_{max} \tag{8-87}$$

$$\mu = \frac{(V_{xz})_{max} h}{G} \tag{8-88}$$

根据 V_{zz}异常求铅垂物质半平面顶部深度 h，面密度 μ的公式分别为

$$h = x_{1/2} \tag{8-89}$$

$$\mu = \frac{(V_{zz})_{max} h}{2G} \tag{8-90}$$

根据 V_{zzz}异常求铅垂物质半平面顶部深度 h，面密度 μ的公式分别为

$$h = x_0 \tag{8-91}$$

$$\mu = \frac{(V_{zzz})_{max} h^2}{2G} \tag{8-92}$$

7. **铅垂物质半直线**

根据 Δg 异常求铅垂物质半直线顶部深度 h，线密度 λ的公式分别为

$$h = \frac{x_{1/n}}{\sqrt{n^2 - 1}} \tag{8-93}$$

$$\begin{aligned} &n = 2 \text{ 时}, \{h\}_m = 0.5774\{x_{1/2}\}_m = 0.3536\{x_{1/3}\}_m \\ &\{\lambda\}_{t\cdot m^{-1}} = 8.656\{x_{1/2}\}_m\{\Delta g_{max}\}\text{g. u.} \end{aligned} \tag{8-94}$$

根据 V_{xz}异常求铅垂物质半直线顶部深度 h，线密度 λ的公式分别为

$$\{h\}_m = 1.414\{x_{min}\}_m = -1.414\{x_{max}\}_m \tag{8-95}$$

$$\{\lambda\}_{t\cdot m^{-1}} = 0.0779\{x_m\}_m^2\{(V_{xz})_{max}\}_E \tag{8-96}$$

根据 V_{zz}异常求铅垂物质半直线顶部深度 h，线密度 λ的公式分别为

$$\{h\}_m = 1.305\{x_{1/2}\}_m = 0.8111\{x_{1/4}\}_m \tag{8-97}$$

$$\{\lambda\}_{t\cdot m^{-1}} = 0.02552\{x_{1/2}\}_m^2\{(V_{zz})_{max}\}_E \tag{8-98}$$

根据 V_{zzz}异常求铅垂物质半直线顶部深度 h，线密度 λ的公式分别为

$$\{h\}_m = 0.07071\,|\{x_0\}_m| \tag{8-99}$$

$$\{\lambda\}_{t\cdot m^{-1}} = 0.00265\times 10^{-4}\,|\{x_0\}_m^3|\{(V_{zzz})_{max}\}_{nMKS} \tag{8-100}$$

三、选择法

(一) 原理

选择法的原理是根据实测重力异常在剖面或平面的分布和变化的基本特征，结合工区的地质、其他地球物理和物性等资料，给出引起异常的初始地质体模型，然后进行正演计算；将计算的理论异常与实测异常进行对比，当两者偏差较大时，根据掌握的场源体资料，对模型进行修改，重算其理论异常；再次进行对比，如此反复进行，以两种异常的偏差达到要求的误差范围时的理论模型表示实际的地质体。下面介绍目前在计算机上用得较多的最优化选择法反演的基本作法。

设实测异常为 Δg_k，k = 1，2，…，M，M 是用于计算的异常的点数；地质体模型引起的理论异常用 $\Delta g'_k$，k = 1，2，…，M 表示，它是模型体参数和计算点坐标的函数，即

$$\Delta g'_k = f(x_k, y_k, z_k, b_1, b_2, \cdots, b_N) \tag{8-101}$$

式中：x_k，y_k，z_k 为计算点坐标，b_1，b_2，…，b_N 为模型的 N 个几何或物性参数。

判定实测异常与理论异常的符合程度是根据最小二乘原则，即让两者偏差的平方和为最小，即

$$\Phi = \sum_{k=1}^{m}[\Delta g_k - f(x_k, y_k, z_k, b_1, b_2, \cdots, b_N)]^2 = \min \tag{8-102}$$

函数 Φ 称为目标函数。在满足（8－102）式的条件下求取模型体的参数。求取模型体参数的过程一般需要下列迭代计算。

1）给模型体初值，$b_i^{(0)}$，i = 1，2，…，N，b 的上标（0）表示第 0 次迭代，即表示初值。

2）根据模型体初值计算理论重力异常 $\Delta g'_k$。

3）根据理论重力异常 $\Delta g'_k$ 与实测异常 Δg_k 的差别计算模型体参数的修改量 δb_i，并按下式修改模型：

$$b_i^{(l+1)} = b_i^{(l)} + \delta b_i^{(l)}, i = 1, 2, \cdots, N, l = 0, 1, 2, \cdots$$

式中：l 为迭代次数，$b_i^{(l)}$ 表示本次迭代的初值，$b_i^{(l+1)}$ 为迭代结果。

4）判断：计算结果满足要求否？如果不满足，则重复第 2、3 步计算。如果满足，本次迭代得到的 $b_i^{(l+1)}$ 就是最后得到的模型参数。

目前应用的最优化方法有高斯法，最速下降法和阻尼最小二乘法（马奎特法）等。

(二) 方法实例：长方体组合模型最优化反演

这一部分介绍的长方体组合模型最优化反演是实现选择法反演的一个具体方案，有一定的代表性（重磁资料数据处理问题编写组，1977；曾华霖，1985）。

1. 模型：直立长方体组合模型

为了近似不规则形状的地质体，采用直立长方体组合模型。如图 8－6，选取直角坐标系的原点 O 在算区左下角，X 轴沿测线方向，Z 轴垂直向下。模型体为一组长方体，分布在一个矩形网格上（图 8－6 的下部）。在 x 方向有 K 列，在 y 方向有 L 行，共有 KL 个长方体。各个长方体在 x 和 y 轴方向分别有相同的长度 Δx 和 Δy。

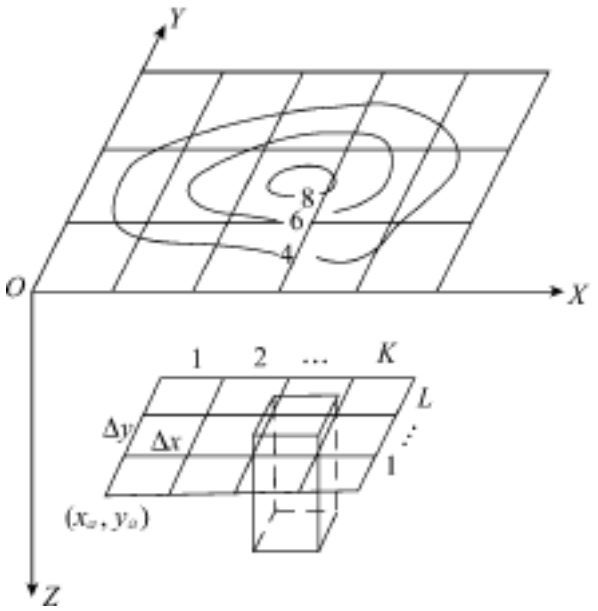


图 8－6　长方体组合模型

反演所求的长方体参数共有 2KL＋5 个，包括：

z_{1ij}、z_{2ij}为长方体的上顶深度和下底深度，i = 1，2，…，L，j = 1，2，…，K，共有 2KL 个；x_a、y_a 为模型体所在矩形网在左下角的起始点坐标；Δx、Δy 为各个长方体分别在 x 和 y 方向上的长度；σ为长方体模型的剩余密度，这些参数用向量表示为

$$X = (z_{111}, z_{211}, z_{112}, z_{212}, \cdots, z_{1ij}, \cdots, z_{2ij}, z_{1LK}, z_{2LK}, x_a, y_a, \Delta x, \Delta y, \sigma)^T \qquad (8-103)$$

上标 T 表示转置。为计算方便，以下标表示向量 X 的元素 x_1，x_2，…，x_{2LK+5}，它们与（8－103）式中各个参数对应。

2. 单个长方体重力异常计算公式

直立长方体在计算点（x_p，y_p，z_p），p＝1，2，…，M 的重力异常由下式计算：

$$f_p(X) = \sum_{i=1}^{L}\sum_{j=1}^{K} F_p(\xi,\eta,\zeta)\Big|_{x_a+(j-1)\Delta x}^{x_a+j\Delta x}\Big|_{y_a+(i-1)\Delta y}^{y_a+i\Delta y}\Big|_{z_{1ij}}^{z_{2ij}} \qquad (8-104)$$

式中 X 为组合模型的参数向量，见（8－103）式。

$$F_p(\xi,\eta,\zeta) = G\sigma\left[\xi\ln(\eta+\rho)+\eta\ln(\xi+\rho)+\zeta\arctan\frac{\zeta\rho}{\xi\eta}\right] \qquad (8-105)$$

式中

$$\rho = [(\xi-x_p)^2+(\eta-y_p)^2+(\zeta-z_p)^2]^{1/2} \qquad (8-106)$$

ρ是长方体内体积元（坐标为 ξ，η，ζ）到计算点 P（x_p，y_p，z_p）的距离。

3. 迭代计算公式的形成

设一个算区用于反演计算的观测重力异常为 Δg_p，p = 1，2，…，M，即应用了能控制异常形态的 M 个特征点的异常值，或全部测网上的值。应用观测异常与理论异常 $f_p(x)$ 建立目标函数

$$\Phi(X) = \sum_{p=1}^{M}[\Delta g_p - f_p(X)]^2 \qquad (8-107)$$

最优化选择法反演就是求出当目标函数 Φ（X）取极小值时的参量 X，即求出使 M 个测点的理论值与观测值在最小二乘意义下拟合得最好的 X 值。为此，计算 X 对各个分量的偏导数，并令其为零，即有

$$\frac{\Phi(X)}{x_1} = \frac{\Phi(X)}{z_{111}} = \sum_{p=1}^{M} 2[\Delta g_p - f_p(X)]\frac{f_p(X)}{x_1} = 0$$

$$\frac{\Phi(X)}{x_2} = \frac{\Phi(X)}{z_{211}} = \sum_{p=1}^{M} 2[\Delta g_p - f_p(X)]\frac{f_p(X)}{x_2} = 0$$

……

$$\frac{\Phi(X)}{x_N} = \frac{\Phi(X)}{\sigma} = \sum_{p=1}^{M} 2[\Delta g_p - f_p(X)]\frac{f_p(X)}{x_N} = 0 \qquad (8-108)$$

因为 $f_p(X)$ 是分量 x_1，x_2，…的非线性函数，使得（8－108）是一个非线性方程组，不便求解，所以进行下述的线性化处理。

把函数 $f_p(X)$ 在 $X^{(0)}$ 附近用台劳级数展开，并取一次项，得到：

$$f_p(X) \approx f_p(X^{(0)}) + \sum_{i=1}^{N} \frac{f_p(X^{(0)})}{x_i}\delta_i \qquad (8-109)$$

式中

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{f_p(X^{(0)})}{x_i}\delta_i = \frac{f_p(X^{(0)})}{x_1}\delta_1 + \frac{f_p(X^{(0)})}{x_2}\delta_2 + \cdots + \frac{f_p(X^{(0)})}{x_N}\delta_N$$

$$\delta_i = X_i^{(1)} - X_i^{(0)}, i = 1, 2, \cdots, N$$

把（8－109）代入（8－107）式，得：

$$\hat{\Phi}(X) = \sum_{p=1}^{M} [\Delta g_p - f_p(X^{(0)}) - \sum_{i=1}^{N} \frac{f_p(X^{(0)})}{x_i}\delta_i]^2 \qquad (8-110)$$

把 $\hat{\Phi}(X)$ 对 δ 的各分量求偏导数，并令其为零，整理得：

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ & \cdots & & \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \cdots \\ \delta_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_N \end{bmatrix} \qquad (8-111)$$

式中

$$a_{ij} = \sum_{p=1}^{M} \frac{f_p(X^{(0)})}{x_i}\frac{f_p(X^{(0)})}{x_j}$$

$$i = 1, 2, \cdots, N; j = 1, 2, \cdots, N$$

$$b_i = \sum_{p=1}^{M} [\Delta g_p - f_p(X^{(0)})]\frac{f_p(X^{(0)})}{x_i}$$

$$i = 1, 2, \cdots, N$$

简记为

$$A\delta = b \qquad (8-112)$$

方程组（8－111）是一个线性方程组，解此方程组可以求出模型参数的修改量 δ。但是，δ 并非所求的非线性方程组（8－108）的解，所以需要应用（8－111）式进行迭代，以便求出（8－108）式的近似解。

采用高斯法的迭代步骤如下。

1）给初值 $X^{(0)}$，形成（8－111）式的系数矩阵 A 及右端项 b。为了形成 A，只需算出 $f_p(X^{(0)})$ 对 $X^{(0)}$ 各分量的偏导数 $\frac{f_p(X^{(0)})}{x_i}$，i＝1，2，…，N。要形成右端项，除了上述偏导数外，还需由（8－104）式计算理论异常值 $f_p(X^{(0)})$。

2) 解方程组 (8－112)，求出 δ。

3) 计算第一次迭代得到的参量值

$$x_i^{(1)} = x_i^{(0)} + \delta^{(0)}, \quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{8－113}$$

用 l 表示迭代次数，上式可改写为

$$x_i^{(l+1)} = x_i^{(l)} + \delta^{(l)}, \quad i = 1, 2, \cdots, N$$
$$l = 0, 1, 2\cdots \tag{8－114}$$

式中：$x_i^{(l)}$ 为进行第 l 次迭代用的初值；$\delta^{(l)}$ 为第 l 次迭代得到的修正值；$x_i^{(l+1)}$ 为第 l 次迭代得到的参量，或进行第 l＋1 次迭代用的初值。

4) 以 $X^{(l+1)}$ 代替 $X^{(l)}$ ($l = 0, 1, 2, \cdots$)，重复 1) ～3) 步，直到得到一个满意的解答为止。

为了改善计算结果，也可以采用马奎特法，即阻尼最小二乘法或其他方法 (重磁资料数据处理问题编写组，1977)。应用上述计算方法编程序的细节，请参阅有关文 献 (曾华霖，1985)。

(三) 选择法的特点及优点

选择法具有下列特点：

1) 与特征点法不同，用于反演的异常可以是整条剖面或整个测区的数据，因而受个别点误差的影响较小，抗干扰的能力较强。

2) 所求的地质体可以是一个或几个复杂的不规则几何形体，密度分界面，或者密度的分布。

3) 重复而复杂的正演计算由计算机自动完成。最好的方法是人机交互式的计算机反演，既充分发挥机器快速计算的功能，又能运用解释人员丰富的经验，并用实际地质资料约束反演过程，以提高反演效果。

选择法的主要优点：解释复杂的重力异常时，能够考虑研究地区已知的地质资料；在反演过程中利用这些资料控制或约束计算结果，使得到的地质模型更接近实际的地质体。

(四) 应用选择法解反问题时需要考虑的几个问题 (Булах, 1984; Мудлецова, 1981; Al－Chalabi, 1971)

1) 必须从观测异常中分离出由反演目标引起的异常，这是最重要的工作。

2) 选择观测异常与计算的理论场值的比较方法，即目标函数。如果观测异常中包含有按正态规律分布的误差，采用两种异常的偏差平方和为目标函数，则这种泛函的极小化能够给出最好的结果。

3) 选择适当的模拟地质体的模型。模型应当满足下列条件：①符合所研究地质构造的地质假设；②尽量采用简单几何形状的物体，简单到可以把计算正问题的时间缩短到最少；③足够灵活，在选择过程中可以自由改变。

4) 选择适当的极小化 (最优化) 方法。设计的算法可以使在计算过程中，在不同的极小化方法之间实现转换，以提高计算速度；还应包括改善计算过程收敛性的专门程序。

5) 选择模型参数的第一次近似值，即初值。根据分离出的局部异常，给出模型体的位置；根据异常的特征点及地质假说等，给出模型的初值。如果由模型初值计算出的重力效应反映了异常场的基本特征，则这个模型的选择是适当的。

此外，计算模型体参数的反演方法还有根据重力异常频谱计算长方体顶部及底部深度的指数近似法（Bhattacharyya and Leu，1977），利用重力水平方向导数及频谱计算接触带（斜台阶）参数的方法（Chacko and Bhattacharya，1980），利用傅里叶振幅谱计算深度的方法（Ruotoistenm ki，1983），应用 Hankel 变换的反演方法（Patella，1980），应用 Mellin 变换进行重力解释的方法（Mohan et al.，1986）等。

四、人机交互式反演方法

人机交互式反演方法与前面介绍的最优化选择法基本相同，其区别是人机交互式反演的计算过程由解释者控制，主要是由“人”修改模型体的形状，以实现理论异常同观测异常的拟合。这个方法的关键问题在于计算方案及程序设计。下面介绍一个二维人机交互式反演程序的计算过程（姚长利等，1998）。

这个程序以多边形截面为 模型，通过改变多边形截面节点的位置修改模型。计算步骤如下。

1）建立直角坐标系，横坐标沿测线方向（x），垂直向上坐标表示重力异常（Δg），垂直向下坐标表示深度（z）。观测重力异常一般为一些离散分布的点值。

2）根据重力异常的形态及已知的地质资料（例如地质体的露头位置）在 x－z 坐标面内，用光笔画一个初始模型，例如一个矩形，这时在 Δg－x 面上出现了由这个矩形引起的理论异常曲线。

3）根据理论异常与观测异常的差异，增加多边形截面的角点数，并调整角点的深度及水平位置，使理论曲线与观测异常点吻合得最好。在这种情况下得到的多边形截面的形状，就是地质体形状的最佳解答。

多边形截面形状的修改与理论异常曲线形状的变化是同步进行的。如果地质体的剩余密度已知，露头位置又控制了地面的宽度，那么描述地质体地下形态的多边形截面形状的解答是唯一的。

密度分界面的人机交互式解释的做法是相同的。

第二节　计算密度分界面的深度

密度分界面与区域构造、储油构造有密切的关系，因此计算密度分界面的起伏或深度的变化在区域构造研究和石油勘探中具有重要的意义。求密度界面起伏的反演方法确定了密度分界面的深度及起伏，实际上也是确定地质体的参数，二者的方法原理也是相同的。这一部分只是介绍一些有代表性的方法。在这些方法中，除了在重力解释的历史上曾经应用过的线性回归法及中国学者提出的方法外，重点介绍了国外的几种方法，以及目前流行的频率域反演方法。

一、线性回归法

这是计算密度分界面深度的近似方法。

如果界面起伏平缓，可以认为重力变化与界面的起伏近似呈线性关系，即

$$h = a + b \cdot \Delta g \qquad (8-115)$$

式中：h 为界面深度，Δg 为界面起伏引起的重力异常；a、b 是两个系数，它们与重力异常起算点处的界面深度和界面上下物质层的密度差有关。

为应用（8－115）式求深度，至少要知道界面上两个点的深度，以确定 a、b 两个系数值。如果已知点有 n 个，它们的深度为 h_i（i = 1，2，…，n），则根据最小二乘原理，为确定系数 a、b，应使各点的深度 h_i 和由（8－115）式计算出的深度 h_i 的偏差的平方和为最小，即

$$\Phi(a, b) = \sum_{i=1}^{n} (h_i - h_i)^2 = \min \tag{8－116}$$

令 $\frac{\Phi}{a}$，$\frac{\Phi}{b}$ 分别等于零，可得：

$$\begin{aligned} \sum h_i - na - \sum b\Delta g_i &= 0 \\ \sum h_i \Delta g_i - \sum a\Delta g_i - \sum b\Delta g_i^2 &= 0 \end{aligned} \tag{8－117}$$

两式联立，解之得：

$$a = \frac{\sum \Delta g_i^2 \sum h_i - \sum \Delta g_i \sum \Delta g_i h_i}{n\sum \Delta g_i^2 - (\sum \Delta g_i)^2} \tag{8－118}$$

$$b = \frac{n\sum \Delta g_i h_i - \sum h_i \sum \Delta g_i}{n\sum \Delta g_i^2 - (\sum \Delta g_i)^2} \tag{8－119}$$

式中 $\sum$ 为 $\sum_{i=1}^{n}$ 之省略形式。

系数 a、b 求出后，则可由（8－115）式计算出各测点下方界面的深度。本方法十分简便，二度与三度界面皆可使用；而且在界面起伏平缓时，误差是不大的。例如当界面起伏最大倾角小于 3°，起伏幅度不超过界面最大深度的 1/10 时，由（8－115）式所得结果的最大相对误差不超过 7%；即使界面起伏最大倾角达到 11°，起伏幅度达到界面最大深度的 1/5，带来的最大相对误差也小于 8%。另外，按（8－115）式求得的界面起伏，将比实际情况要平缓，越接近隆起的顶部或凹陷的中心，求得的界面深度的误差也越大。

二、压缩质面法

刘元龙、王谦身（1977）提出了计算二度或三度密度界面的压缩质线或压缩质面法。二度或三度方法的原理一样，现以二度界面的重力反演为例予以介绍。

图 8－7 表示一个起伏较小而埋藏深度较大的二度界面，剩余密度为 $\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$。将该界面从最小深度 h 和最大深度 H 处向中间挤压，使之在界面的平均深度 $D = \frac{H + h}{2}$ 上压缩成沿 X 轴方向面密度不均匀的物质面。然后，将这个物质面以一定的宽度分成许多水平物质带，每一个物质带的面密度为 $\mu_j = \sigma \cdot \Delta h_j$，$\Delta h_j$ 为第 j 带界面实际深度 H_j 与平均深度 D 的差值。理论计算表明：对于横截面为矩形的二度水平体，当其中心水平面的埋藏深度数倍于其厚度时，则宽为 2a、上顶和下底深度分别为 h 和 H 的二度水平矩形柱体在地面引起的重力异常，同面密度为 $\mu = \sigma(H - h)$、水平宽度为 2a、埋藏深度为 $D = \frac{H + h}{2}$

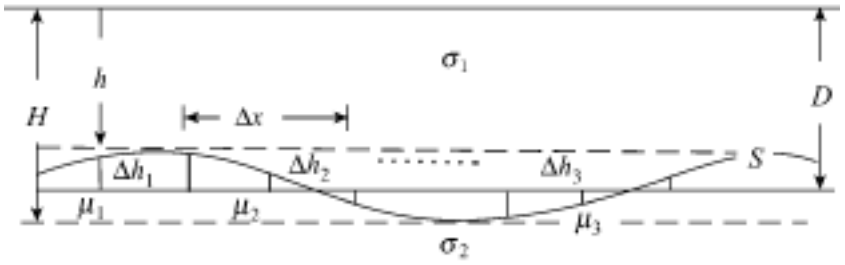


图 8－7　压缩质面法质面的分割

的水平物质带所引起的重力异常几乎相等，这就既能保证必要的精度要求，又可简化计算。

为了计算上的方便，设地面上有 i = 1，2，…，m 个测点，并以第一个测点作坐标原点，取计算点距 a 等于压缩质面的深度之半，也让它等于水平物质带的半宽度。水平物质带共划分为 j = 1，2，…，n 个，它们的对应关系如图 8－8 所示。地下第 j 个物质带在地面第 i 个点引起的重力异常可根据下列水平物质带异常 Δg 的正演公式（7－38）计算

$$\delta g = 2G\mu\left(\arctan\frac{x+a}{D} - \arctan\frac{x-a}{D}\right) \qquad (8-120)$$

式中 $x = x_j - x_i$。

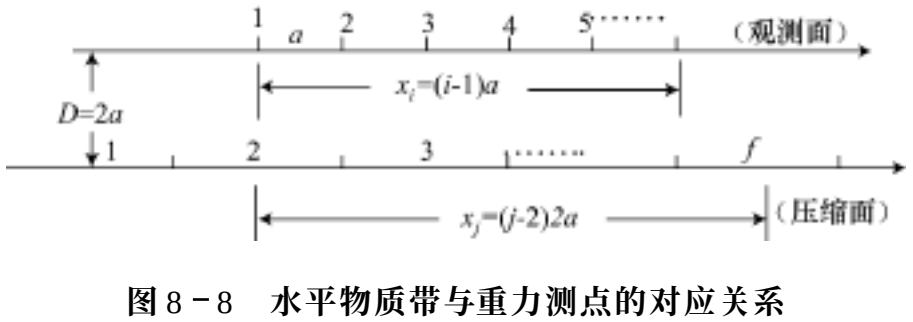


图 8－8　水平物质带与重力测点的对应关系

地下 n 个物质带在第 i 个计算点引起的重力异常为

$$\Delta g(i) = \sum_{j=1}^{n} 2G\left[\arctan\frac{2(j-1)-i}{2} - \arctan\frac{2(j-2)-1}{2}\right]\mu_j = \sum_{j=1}^{n} b_{ij}\mu_j \qquad (8-121)$$

式中：$b_{ij} = 2G\left[\arctan\frac{2(j-1)-i}{2} - \arctan\frac{2(j-2)-i}{2}\right]$。

对于 m 个测点来说，可以列出 m 个（8－121）式组成的线性方程组如下：

$$\begin{aligned}
\Delta g(1) &= b_{11}\mu_1 + b_{12}\mu_2 + \cdots + b_{1n}\mu_n \\
\Delta g(2) &= b_{21}\mu_1 + b_{22}\mu_2 + \cdots + b_{2n}\mu_n \\
&\cdots \\
\Delta g(m) &= b_{m1}\mu_1 + b_{m2}\mu_2 + \cdots + b_{mn}\mu_n
\end{aligned}$$

上式写成矩阵形式为

$$G = B \cdot P \qquad (8-122)$$

式中

$$G = \begin{bmatrix} \Delta g(1) \\ \Delta g(2) \\ \cdots \\ \Delta g(m) \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ & \cdots & & \\ b_{m1} & b_{m2} & & b_{mn} \end{bmatrix} \qquad P = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \cdots \\ \mu_n \end{bmatrix}$$

矩阵 G 为实测重力异常值，矩阵 P 为待求的各带面密度。通常计算点数 m 总是大于分带数 n，因而式（8－122）为超定方程，可在最小二乘条件下求得正则方程:

$$B^T \cdot G = B^T \cdot B \cdot P$$

从而得到解

$$P = (B^T \cdot B)^{-1} \cdot B^T \cdot G \qquad (8-123)$$

各带面密度求出后，即可获得相应的 Δh_j 值，因而第 j 点的界面深度为

$$H_j = D + \Delta h_j \qquad (8-124)$$

为了提高求解 H_j 的精度，还必须对求得的结果作必要的调整。其中最主要的一项是依据第一次解出的 $H_j^{(1)}$，形成几个二度铅垂柱体，利用（7－22）式，求出各柱体在地面测点处引起的重力异常 $\Delta g^{(1)}(i)$，得到它们与各点实测重力异常值的差值:

$$\Delta g_{R_i} = \Delta g(i) - \Delta g^{(1)}(i) \qquad (8-125)$$

然后，将各压缩的物质带由统一的深度 D 调整为各柱体的中心水平面（即 $D + \frac{1}{2}\Delta h_j$ 处），重新形成系数矩阵 $B^{(1)}$，以 Δg_{R_i} 各值代替（8－122）式中的实测异常值，用新的系数矩阵 $B^{(1)}$ 可求得 μ_j 的修正量 $\Delta\mu_j^{(1)}$ 及相应的深度修改值 $\delta h_j^{(1)}$，从而求得经修正后的 $\Delta h_j^{(1)} = \Delta h_j + \delta h_j^{(1)}$，及 $H_j^{(2)}$，即

$$H_j^{(2)} = D + \Delta h_j + \delta h_j^{(1)} = D + \Delta h_j^{(1)} \qquad (8-126)$$

反复迭代几次（一般二、三次即可），便可以获得满足精度要求的结果。

三、迭代法反演

压缩质面法实际上是一种迭代法。迭代计算是提高反演精度的重要手段。这一部分介绍几个在国外较早出现的、迭代计算过程比较简单而有代表性的迭代反演方法。

1）1960 年，Bott（1960）提出了一个根据剩余重力异常计算二维沉积盆地深度的方法，其原理是利用逐次逼近消除剩余异常。计算步骤如下。

A. 将盆地划分为一系列直立的二维条带，它们的宽度不必相同，第 i 个条带的半宽度用 W_i 表示。对应条带中点的观测重力异常用 $(g_{obs})_i$ 表示。

B. 给出盆地形状的初值。每个条带的深度（或厚度）t_i 的初值根据观测异常及盆地的密度差 σ 由无限平板公式计算，即 $t_i = (g_{obs})_i / 2\pi G\sigma$。

C. 计算剩余异常。根据每个条带的厚度 t_i 及宽度 $2W_i$，用二度水平长方体公式计算这个条带的重力效应 $(g_{calc})_i$，剩余异常为 $(g_{obs})_i - (g_{calc})_i$。

D. 由剩余异常，按照无限平板公式计算条带厚度（即盆地深度）的修改量:

$$\delta = [(g_{obs})_i - (g_{calc})_i] / 2\pi G\sigma \qquad (8-127)$$

E. 计算条带厚度的修正值:

$$t_i^{(l+1)} = t_i^{(l)} + \delta, \quad l = 0, 1, \cdots \qquad (8-128)$$

F. 判断剩余异常是否小于观测误差。如果“否”，则再转到第 3 步，重复 3～5 步的计算。如果满足误差要求，则本次条带厚度的修正值就是盆地厚度的计算结果。

Bott 设想，通过边部效应校正，这个方法可以用于有限长的盆地，并建议用多边形截面代替二度水平长方体组合模型。

这个目前看似简单的盆地深度的迭代计算方法为以后的求密度界面的重力反演打下了基础。

2） Cordell 和 Henderson（1968）在 Bott（1960）方法的基础上，提出了一个比较完善的三维重力反演方法。这个方法既可以计算三度体的参数，又可以用于求密度界面的起伏。

用于计算的观测重力异常分布在矩形格网上。异常源用一组水平横截面为正方形、密度均匀的直立长方体近似。异常数据点对应各个长方体的中点。用一个水平参考面确定每个长方体的位置；参考面可以处在长方体的顶部、底部或中部（见图 7－26）。

第 q 个异常格点 Q（x′，y′，0）垂直下方的长方体在第 p 点 P（x，y，0）处的重力效应为长方体厚度和相对位置的函数：

$$\Delta g_{calc} \approx Gf(P, Q, T_q, \sigma, D)$$

整个场源体在 P 点引起的重力效应为

$$g_{calc} \approx \sum_{q=1}^{M} Gf(P, Q, T_q, \sigma, D) \qquad (8-129)$$

式中：G 为引力常量；σ为剩余密度；D 为参考面的深度；T_q 为第 q 点下方长方体的厚度；M 为异常计算点或长方体的总数。

设 $t_{n,q}$ 为第 n 次迭代时第 q 个异常计算点下方长方体的厚度，将有

$$\lim_{n \to \infty} t_{n,q} = T_q$$

这个方法的计算步骤如下。

1） 由无限平板的重力异常公式给出长方体厚度的初值：

$$t_{1,q} = Kg_{obs(q)} \qquad (8-130)$$

式中：$K = \frac{1}{2\pi G\sigma}$；$g_{obs(q)}$ 为第 q 点的重力异常观测值。

2） 计算模型初值的重力效应

$$g_{calc,1,p} = \sum_{q=1}^{M} Gf(P, Q, t_{1,q}, \sigma, D) \qquad (8-131)$$

3） 计算长方体厚度的下一个修改值

$$t_{2,q} = t_{1,q}\left(\frac{g_{obs,q}}{g_{calc,1,q}}\right)$$

一般式为

$$t_{n+1,q} = t_{n,q}\left(\frac{g_{obs,q}}{g_{calc,n,q}}\right) \qquad (8-132)$$

计算重力异常的一般式为

$$g_{calc,p} = \sum_{q=1}^{M} Gf(P, Q, t_{n,q}, \sigma, D) \qquad (8-133)$$

4）判断计算结果满足要求否，不合要求则转到第 2 步继续计算；否则停止计算。

为了加快计算速度，在计算一个点的重力异常值时，这个点正下方的长方体（即 P 点和 Q 点重合）采用近似的直立长方体公式，其他长方体（即 P 点和 Q 点不重合处）用直立线元公式近似。近似的长方体重力异常计算公式为

$$\Delta g_{calc,\,n,\,p=q} \approx 2\pi G\sigma\left[t_{n,q} - \sqrt{(d_{n,q}+t_{n,q})^2+\frac{W^2}{\pi}} + \sqrt{d_{n,q}^2+\frac{W^2}{\pi}}\right] \qquad (8-134)$$

线元异常计算公式为

$$\Delta g_{calc,\,n,\,p\neq q} \approx G\sigma W^2\left[\frac{1}{\sqrt{\rho_{p,q}^2+d_{n,q}^2}} - \frac{1}{\sqrt{\rho_{p,q}^2+(d_{n,q}+t_{n,q})^2}}\right] \qquad (8-135)$$

式中：W 为异常的点距，即单个长方体的宽度；$\rho_{p,q}$为 p 点到 q 点的距离；$d_{n,q}$为第 n 次迭代时 Q 点下方长方体顶部的深度。当参考面取为组合长方体的底面时，则有 $d_{n,q} = D - t_{n,q}$。

应用这个方法处理我国某个油田的重力数据时发现，由于密度界面的起伏相当大，而埋藏深度又小，计算中采用（8－132）形式的迭代公式，其“步伐”很大，使得计算过程不够稳定，计算出的同一点的两次界面深度的差别很大。

上述两个反演方法的思路及过程比较简单，也能够达到一定的精度。但为了得到更好的地质效果，必须研究更有效的反演方法。

四、频率域反演方法

在应用选择法进行重力反演的过程中，大部分时间用于计算理论模型的重力异常。即使应用简单的模型体，因为一般采用组合模型，对每个异常点都要计算一次，还要迭代计算，所以也需要大量的时间。因此，提高正演计算速度成为反演速度的关键问题。

1973 年，Parker 提出了一个重力异常正演计算的频率域快速计算公式。Oldenburg（1974）根据 Parker 公式，提出了一种密度界面的迭代反演方法。由于采用了快速傅里叶变换，计算速度很快。利用一个低通滤波器保证了迭代的收敛性。

假定在 x－z 直角坐标系中，重力异常用 Δg（x）表示，场源层的上部边界为 z = 0，下部边界为 z = h（x），这个边界显示界面的起伏。场源层质量必须位于水平测线之下。因为剖面的长度总是有限的，为了避免收敛性问题，假定这个层在某个有限区 D 外尖灭。即如果 x｜D，h（x）= 0。实际上，h（x）是相对于地面以下深度为 z_0 的某个参考水平面度量的。

定义函数 h（x）的一维傅里叶变换为

$$F[h(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)\, e^{ikx}\, dx \qquad (8-136)$$

式中：k 是变换函数的波数。

根据 Parker 的二维傅里叶变换公式得到重力异常的一维傅里叶变换公式：

$$F[\Delta g(x)] = -2\pi G\sigma e^{-|k|z_0}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{|k|^{n-1}}{n!}F[h^n(x)] \qquad (8-137)$$

式中：σ为所求地层与下部介质之间的密度差；G 为重力常量。

从（8－137）式的无限和式中提出 n = 1 的项，并重新排列，得到

$$F[h(x)] = -\frac{F[\Delta g(x)]e^{|k|z_0}}{2\pi G\sigma} - \sum_{n=2}^{\infty}\frac{|k|^{n-1}}{n!}F[h^n(x)] \qquad (8-138)$$

假定已知地层与下部介质之间的密度差 σ，参考面深度 z_0 已知或给定，就可以应用(8－138)式进行下列迭代计算:

1) 给界面起伏 h(x) 的初值，例如 h(x) =0。

2) 将 h(x) 的初值代入(8－138)式的右端项，计算右端项的傅氏变换。

3) 右端项的傅氏反变换即改进的界面起伏 h(x)。

4) 判断计算结果是否满足某个收敛标准，或是否达到给定的最大迭代次数。如果是，即停止计算；否则转到第 2 步，以本次迭代结果作为初值，继续迭代计算。

收敛标准是相邻两次计算出的界面起伏 h(x) 之间的均方差小于某个给定的数值。

级数的收敛与界面的起伏大小有关。记 H 为界面相对于参考面的最大起伏值，当 $H/z_0 < 1$ 时，级数均匀收敛并与波数 k 无关；当 $H/z_0 = 1$ 时，即界面与观测面相交时，级数不收敛；界面越接近观测面收敛速度越慢。

(8－138)式右端第一项包含了一个指数项，这就会放大数据中的高频干扰，为了削弱这个干扰在右端项乘以一个低通滤波器函数。

实际上，只要平均深度取得适当，界面之间的密度差比较接近实际情况，不管采用何种反演方法，都能得到达到一定精度而且相似的结果。关键问题是用于反演的异常必须是单纯由反演目标引起的异常。如果研究地区的异常由多个密度分界面引起，这些界面的形状相似，即各个界面引起的异常的空间频率相似，那么企图利用基于频率差异的异常分离方法由叠加异常中分离出某个界面引起的异常将是十分困难的。不过，应用在地质、钻井资料控制下的正演“剥层”法，有可能实现这样的分离。

应用异常的平均值，采用平板公式可以近似估计界面的平均深度。平均深度是否一定是最大深度与最小深度的平均值？还是要考虑到大多数界面的深度值？需要进一步的研究工作做出结论。

上述的反演方法，都是针对某个地层密度是常数的情况，并假定界面两侧(上下)的地层密度差也是常数。实际的地层密度在水平方向，特别是在铅垂方向是变化的。为了提高反演的效果，最近十多年发表的重力反演文献中，许多文章都采用了变密度模型(Rao et al., 1994; Barbosa et al., 1999; Martin - Atienza et al., 1999; Garcia - Abdeslem, 2000)。

能否根据观测异常同时计算两个以上界面的深度，即多界面的同时重力反演？目前还没有看到有效的方法或肯定的结果发表。

第三节　计算地层密度的分布

根据重力异常求地下密度的不均匀分布，例如根据一维(剖面)分布的重力异常求密度的二维(垂直断面)分布，一般方法是把地下半空间分为许多大小相等或不等的矩形或正方形格子，并设每个格子内的密度是均匀的(即为常数)，然后保持格子的大小不变，由重力异常求(反演)每个格子的密度值。根据密度分布图，就可以判断是否存在高(低)密度体及其大小、位置，或发现密度的分界面(线)，再结合地质资料就可以做出

地质上的结论。这个方法的思路比较简单、清楚、直观，但是实现起来相当困难。根据国内外发表的文献，这种方法尚处于理论研究阶段或限于推断深部地质构造，很少有用它解决重力勘探问题的报道。

这一部分仅仅简单介绍这个方法的原理，详细情况请参考有关文献（曾华霖等，1991）。

设在一条剖面上的观测重力异常为 Δg_i，i = 1，2，…，m。为了根据重力异常求地下密度的二维分布，把地下半空间分为一组横截面为正方形的二度长方体，共有 N 个，长方体的密度记为 σ_n，n = 1，2，…，N（图 8－9）。

第 n 个长方体在第 i 点引起的重力异常为

$$\Delta g_{in},\ i = 1, 2, \cdots, m;\ n = 1, 2, \cdots, N$$

根据二度长方体的重力异常公式，有：

$$\Delta g_{in} = 2G\sigma_n\left[x\ln(x^2 + z^2) + 2z\arctan\frac{x}{z}\right]\Bigg|_{\xi_k}^{\xi_{k+1}}\Bigg|_{\zeta_l}^{\zeta_{l+1}} = a_{in}\sigma_n$$

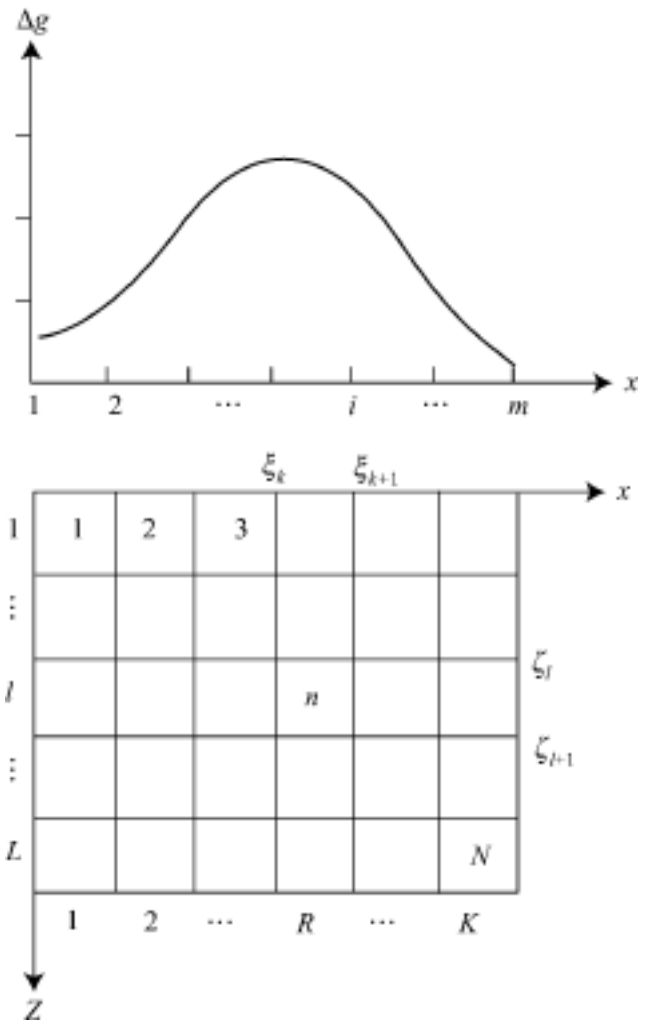


图 8－9　线性重力反演原理示意图

（8－139）

式中：

$$a_{in} = 2G\left[x\ln(x^2 + z^2) + 2z\arctan\frac{x}{z}\right]\Bigg|_{\xi_k}^{\xi_{k+1}}\Bigg|_{\zeta_l}^{\zeta_{l+1}}$$

所有长方体在第 i 点引起的重力异常为

$$g_i = \sum_{n=1}^{N} a_{in}\sigma_n,\ i = 1, 2, \cdots, m \qquad (8-140)$$

将此式展开得：

$$\begin{aligned} a_{11}\sigma_1 + a_{12}\sigma_2 + \cdots + a_{1n}\sigma_N &= \Delta g_1 \\ a_{21}\sigma_1 + a_{22}\sigma_2 + \cdots + a_{2n}\sigma_N &= \Delta g_2 \\ \cdots\cdots & \\ a_{m1}\sigma_1 + a_{m2}\sigma_2 + \cdots + a_{mn}\sigma_N &= \Delta g_m \end{aligned}$$

这是一个线性方程组（构成线性反问题），式中的系数及右端项皆为已知量。解此方程组就可以求出各个长方体的密度值。

第四节　多解性问题

重力反演结果的可靠性是反演方法是否有效的最关键问题。然而，重力解释中固有的多解性，即无数个不同的场源体可以引起在测量精度范围内相同的异常，严重影响到计算结果的可靠性，使解释者难以从计算得到的许多模型体中选择出适当的模型体表示引起观

测异常的地质体。因此，要研究反演，就必须涉及多解性（非唯一性）的问题。

自从 Skeels（1947）的著名论文“重力解释中的多解性”发表以来，国外对这个问题有不少论述。本节将就多解性的表现，引起多解性的原因，以及限制多解性影响的方法和途径进行讨论。

一、多解性的表现

Skeels（1947；曾华霖等，1991）用一个理想化的理论例子表明了多解性的存在。在图 8－10 中，假定在重力剖面上有 17 个重力观测值，观测误差为 $0.1\times10^{-5}\ m\cdot s^{-2}$。同时假定，重力异常是真正的二维异常，即重力等值线是一些平行的直线；对观测值已经做过纬度及区域校正，因而这个异常完全是由基底表面的起伏或构造引起。设基底物质密度为 $2.6\ g\cdot cm^{-3}$，在基底上方是密度为 $2.4\ g/cm^3$ 的均匀的沉积物。根据重力资料，我们能否求出基底顶面的深度及起伏？

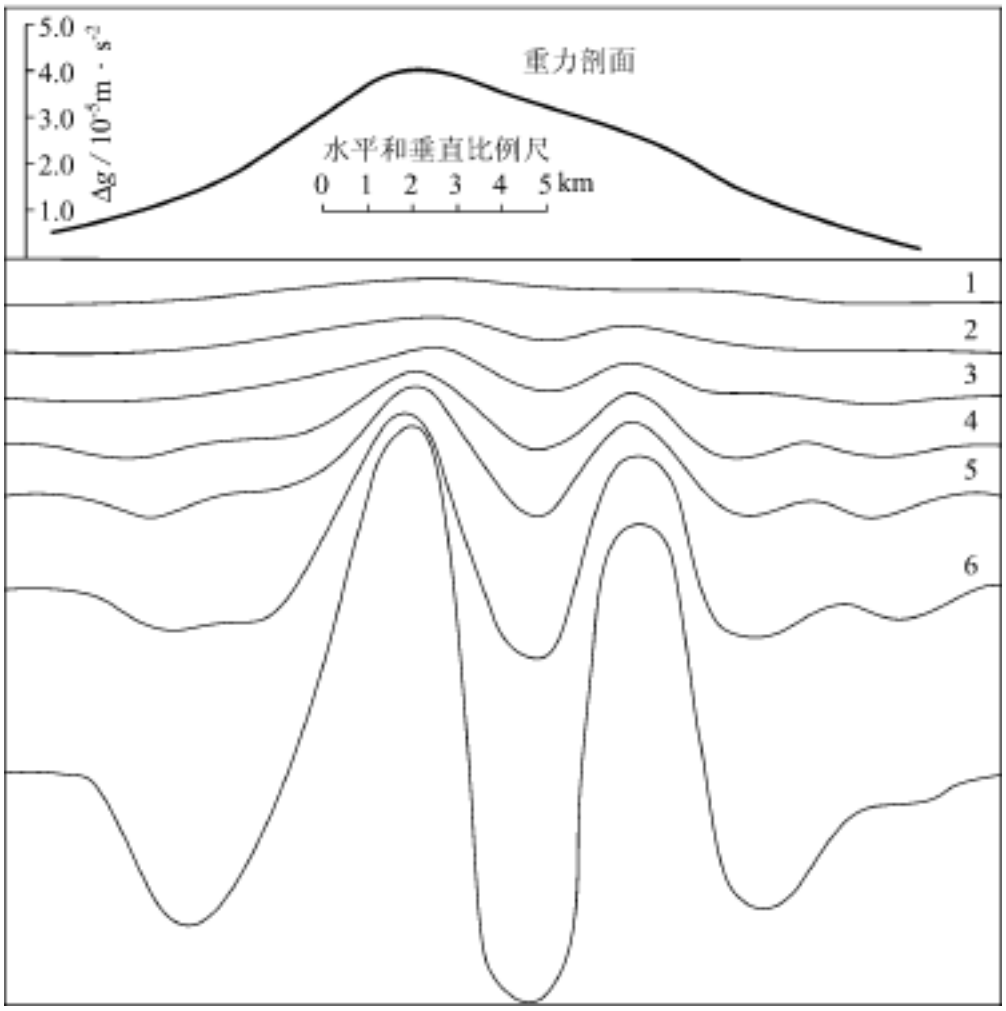


图 8－10　满足所给重力异常剖面的基底起伏的各种解释

（引自 Skeels，1947）

给定在某个深度上的界面形状，用网格法计算这个界面在不同点处的重力效应；根据计算值和观测值的比较，再做一个新的界面；再计算，比较，直到得到一个其计算的重力效应同观测的重力效应的差值小于观测误差的构造为止。

根据上述的反演（正演模拟）方法得到的结果发现，处在不同深度的、具有不同起伏的界面（图 8－10 中的 1，2，3，…），还包括在这些界面之间的许多界面，都能够引起在测量精度范围内的相同异常。

Skeels 认为，计算的重力异常剖面与观测的剖面一致，并不能确保与计算异常对应的模型体就是引起观测异常的地质体。幻想用直接的数学解释方法处理重力资料，以减少解的数目，也是不可能的。因为地球物理场的多解性是固有的，即不同的质量分布能引起相同的场，没有一种数据处理方法能够改变这种情况。

内特尔顿（1987）指出（图 8－11），与一定的异常宽度对应的场源的可能最大深度，就是引起同样宽度异常的点源（球体）的深度。在这个最大深度和地面之间，存在一个可能源的锥形区。同一个异常可以由埋藏很浅的薄透镜体（图 8－11 的 3），或不太狭窄的较厚的物体，或球体引起；而且在球体上方较浅的深度上，却有无限多个可能的场源引起这个相同的异常。引起同一异常的不同的场源，有一个唯一的共同的特性，就是它们的剩余质量必须是相同的。

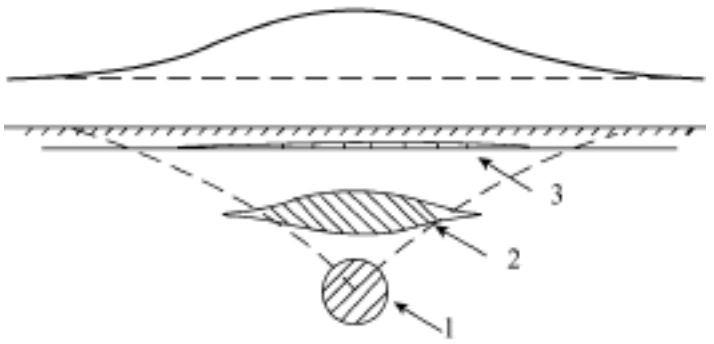


图 8－11　引起相同异常的可能源的锥形区
（引自内特尔顿，1987）

上述两个例子从界面起伏和体质量的角度表明了多解性的存在。

二、引起多解性的原因

关于引起重力解释中固有多解性的本质上的原因，Grant and West（1965）认为是试图把场源体的体积大小及密度分开来解释；对于一定的质量来说，有无限多的体积及密度的组合。

例如一个密度均匀的球体，只要它的位置和质量保持不变，它在地面上引起的重力异常是不变的；反之，由球体引起的重力异常求球体的参数，只要其位置已知，则其剩余质量或总质量的解是唯一的。但是，要求得到它的体积或半径，在密度值未知时，就有无限多个解，或者有无限多的体积及密度的组合。

Skeels（1947）（曾华霖等，1991）从理论上证明了非唯一性的存在。在图 8－12 中，假定有一已知质量分布 M，这一质量上方某个距离处有一个 $z = 0$ 平面，更高处还有 $z = z_1$ 平面。把质量 M 在 $z = 0$ 平面上任意点 $(x, y, 0)$ 处引力的垂直分量记为 $g(0)$。根据格林定理，在 $z = z_1$ 平面上的 (x_1, y_1, z_1) 点处的重力位为

$$V(x_1, y_1, z_1) = \frac{1}{2\pi}\iint_S \frac{1}{\rho} g(0)\, dS \qquad (8-141)$$

因此，质量 M 在 $z = z_1$ 平面上的重力值为

$$g(x_1, y_1, z_1) = \left(\frac{V}{z_1}\right)_{(x_1, y_1, z_1)} = \frac{}{z_1}\left[\frac{1}{2\pi}\iint_S \frac{1}{\rho} g(0)\, dS\right]$$

或

$$g(x_1, y_1, z_1) = \frac{1}{2\pi}\iint_S \frac{}{z_1}\left(\frac{1}{\rho}\right) \cdot g(0)\, dS \qquad (8-142)$$

式中：$g(0)$ 不是 z_1 的函数。

现在去掉质量 M，在 $z = 0$ 平面上放上一个变密度为 σ，厚度为 Δt 的薄层。密度 σ

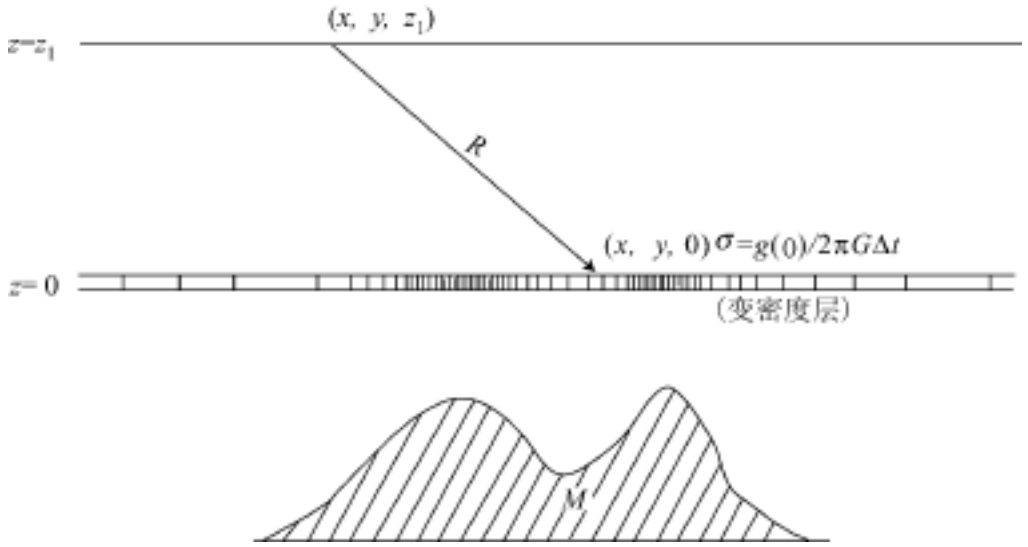


图 8－12　质量分布 M 和在 $z=z_1$ 平面上引起相同重力效应的 $z=0$ 平面上的面质量分布

（引自 Skeels，1947）

是 x 和 y 的函数，一个小面积单元 dS 处的质量为 $\Delta m = \sigma\Delta t dS$。这个小质量单元在（$x_1$，$y_1$，$z_1$）点处的引力（$\Delta t$ 非常小）为 $\Delta g(x_1, y_1, z_1) = G\frac{}{z_1}(\frac{1}{\rho})\sigma\Delta t dS$，而整个变密度的无限薄板的引力为

$$g(x_1, y_1, z_1) = \int_S \frac{}{z_1}(\frac{1}{\rho}) \cdot G\sigma\Delta t dS \qquad (8-143)$$

令密度 $\sigma = g(0)/(2\pi G\Delta t)$，可以发现（8－143）式与（8－142）式是相同的。这就意味着在 $z=0$ 平面上的一个变密度薄层，在较高的 $z=z_1$ 平面上引起的重力效应与质量 M 的相同。如果较高的 $z=z_1$ 平面表示地表面，则能够以在这个面和质量 M 之间的任何面作为 $z=0$ 平面，这就在地表面和质量 M 之间，存在许多变密度层；并且每一层在地表引起的重力效应与质量 M 的相同。

场源体在其以外空间引起的异常是连续分布的，而我们只能在空间中某一个平面或剖面上采集到场的部分信息；而且还是离散的。要根据重力异常完全和唯一地确定其场源的大小和形状，信息量是不够的，这种信息的不足也会使反演结果带来多解性。

重力异常剖面没有达到足够的长度，即没有观测到一个地质体引起的完整的异常，这也会导致多解性。

此外，用于反演的异常中包含有观测及数据整理带来的误差，把这一包含误差的异常数据用于反演过程，势必增加了解的不确定性。

三、限制多解性的方法

国内外相当多的地球物理学家一致认为，限制多解性的有效而实用的措施，是在计算过程中尽可能利用已知的地质、地球物理及钻探资料对所求的场源体参数施加约束。例如，利用实测的密度数据，矿体或界面的最小深度，或者界面的平均深度等控制计算结果。在反演计算中，把这些已知的或比较可靠的估计数据作为计算结果的约束，使得到的地质体参数比较合理。

此外，提高仪器的测量精度，以及改进各项校正的计算方法，以便得到更加精确的用

于反演的重力异常分布。

Al－Chalabi（1971）应用多边形截面模型，在参数超空间，根据目标函数等值线，细致而具体地研究了模型的形状、剖面的长度等对唯一性的影响，得到了下列有意义的结果:

1）如果多边形截面的边是有限数目的直线段，二度体模型及围岩都具有均匀的密度，任何垂直线都不会与多边形相交三次（包括三次）以上，则解是唯一的。当多边形的边数增加时，解的唯一性降低。

2）用于反演的异常完整，在异常特征（例如极值点）两边的剖面具有足够大的长度，多解性的影响小；异常越不完整，多解性的影响越大。

3）模型体接近实际的地质体，多解性的影响小。如果模型体的参数数目多于实际场源体的参数数目，解是唯一的；否则得不到唯一的解。

4）观测误差在目标函数等值线中造成了许多极小值，增大了多解性的影响。因此，观测误差要尽可能的小。

5）区域背景接近水平，即可用零阶多项式表示时，多解性的影响小。区域背景的变化大，必须用高次多项式表示时，会造成很大的多解性。

还有一些与唯一性有关的理论研究，例如对界面起伏闭合度的粗略估计（Grant and West，1965），估计一个密度界面可能的最大深度的法则（Grant and West，1965；Parker，1974），反问题解的唯一性条件（Шашкин，1957），约束反演与置信区间（Pedersen，1979），以及理想体理论（Parker，1975）等。详细情况可以参阅有关文献（曾华霖等，1991）。

总之，重力解释的多解性是固有的，但是并不是不能克服的。限制多解性的简单而有效的方法是应用场源体的已知资料加约束；随着对唯一性及多解性的更深入的理论研究，一定会出现更有效的方法，以提高重力解释的可靠性。

第五节　重力归一化总梯度法

由前苏联地球物理学家 Березкин于 20 世纪 60 年代末提出的重力归一化总梯度法（Березкин，1967），是一种利用重力场中的特征点（如极大点或极小点）或者解析函数的奇点，探测重力异常的场源体并估计其位置的方法。Березкин在提出这个方法后，又对这个方法进行了全面而系统的论述（Березкин，1973）。1988 年，他把这个方法扩大到其他地球物理方法，并发表了专著，此书已译为中文出版（别列兹金著，陆克等译，1994）。

归一化总梯度法具有下列两个主要特点或优点：①与上述的解反演问题的方法不同，这个方法并非直接由重力异常计算场源体的位置及参数，而是把它变换为另外一种位场要素，即重力归一化总梯度，再根据归一化总梯度场的特征，探测场源体的特征点，如质量中心位置等，起到了反演的作用。它没有繁琐而复杂的计算过程。但其结果只是对地质体的粗略估计。②重力异常的向下延拓是不稳定的，而且不能接近或进入场源，即解析函数

别廖兹金著，曾华霖译，规格化总梯度法，地质计算技术，内部资料，127～172，1981。

的奇点。然而，重力归一化总梯度法不考虑场源在何处存在，而是直接计算重力归一化总梯度场值在下半空间的分布，即其在下半空间的延拓值；在解析函数的奇点，即场源体处，重力归一化总梯度是收敛的，而且正好反映了奇点的位置。

20 世纪 70 年代以来，在俄罗斯盛行的利用重力资料“直接”找油气的工作中，归一化总梯度法是主要的方法。

一、方法原理

(一) 奇点

重力场源体的一些特征点（如质量中心、角点等）与重力场中的奇点对应。探测场源体就是通过求重力场中奇点的位置来实现。

奇点是解析函数在该处失去解析性的点，包括可去奇点、极点及本征奇点。任一解析函数 $f(z)$ 在 z_0 的邻域内可以用台劳级数表示:

$$f(z) = \sum_{0}^{\infty} \frac{1}{n!} \cdot \frac{d^n f(z_0)}{dz^n} (z - z_0)^n \qquad (8-144)$$

或用罗朗级数表示:

$$f(z) = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{n!} \cdot \frac{d^n f(z_0)}{dz^n} (z - z_0)^n \qquad (8-145)$$

可去奇点是逼近这个点时极限 $\lim_{z \to z_0} f(z)$ 存在的点，在 z_0 的邻域内函数 $f(z)$ 可用台劳级数表示；极点是当逼近这个点时 $\lim_{z \to z_0} f(z) \to \infty$ 时的点，在 z_0 的邻域内函数 $f(z)$ 可用具有有限负值项数的罗朗级数表示；本征奇点乃是逼近它时 $\lim_{z \to z_0} f(z)$ 不存在的点，在 z_0 邻域内函数 $f(z)$ 用无限项的罗朗级数表示。

重力场奇点的最普遍形式是极点。例如，一个二度水平圆柱（图 8－13）的重力异常如下式所示:

$$\Delta g(x, z) = 2G\lambda \frac{z}{z^2 + x^2} \qquad (8-146)$$

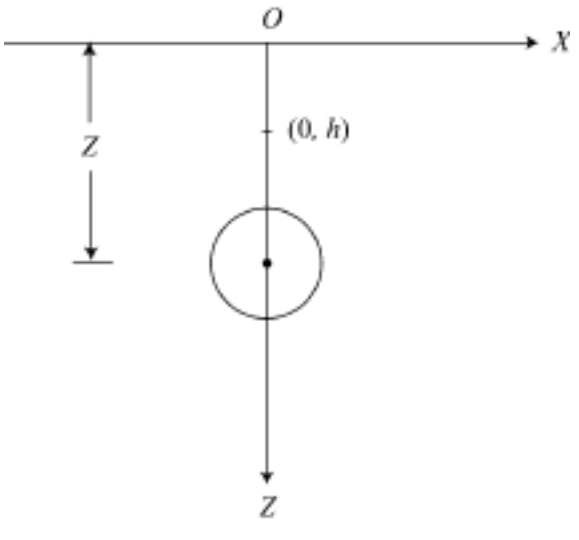


图 8－13　二度水平圆柱体

式中：G 为万有引力常量；λ为圆柱体的剩余线密度；z 为圆柱中心的埋藏深度，或异常计算点到圆柱中心的距离。

在 $x = 0$ 处，把重力异常 $\Delta g(x, z)$ 延拓到圆柱中心 $z = 0$ 处，在圆柱中心处的异常值 $\Delta g(0, 0)$ 将变为无限大。可见，圆柱中心是极点类型的奇点。

(二) 如何求奇点

寻找重力场的奇点有下列一些困难。第一，观测异常系由解析成分（有用信号）及随机干扰组成，要用观测异常求奇点首先必须把干扰滤掉。第二，实测异常为离散形式，其观测剖面长度是有限的；在确定奇点时，需施加某些限制。第三，主要问题是不知道实测异常的解析式，无法求其奇点。

因为用有限台劳级数表示的函数只在无穷远处有奇点，所以它不适宜用于求与场源质

量有关的奇点。下面以圆柱体为例加以说明。沿 z 轴方向 (x = 0), 由 (8－146) 式, 有

$$\Delta g(z) = 2G\lambda\frac{1}{z} \tag{8-147}$$

沿 z 轴在 (0, h) 点处 (图 8－13), 应用无限台劳级数, 异常可表示为

$$\Delta g(h) = 2G\lambda\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\Delta g^{k}}{z^{k}}h^{k} \tag{8-148}$$

可以导出:

$$\Delta g(h) = \frac{2G\lambda}{Z}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{h^{k}}{Z^{k}}$$

记 ζ= h/z, 得:

$$\Delta g(\zeta) = \frac{2G\lambda}{z}\sum_{k=0}^{\infty}\zeta^{k} \tag{8-149}$$

当 ζ<1 时 $\sum_{0}^{\infty}\zeta$ 收敛, 它是一个几何级数, 其和为 1/ (1 - ζ)。当 ζ→1 时, 即计算点 h 靠近圆柱中心 z 时, 级数 $\sum_{0}^{\infty}\zeta\ \infty$。据此可以确定重力场的奇点, 因而确定了圆柱中心的位置。

但是, 如果用下列项数为 N 的有限级数来表示

$$\Delta g(\zeta) = \frac{2G\lambda}{z}\sum_{0}^{N}\zeta^{k} \tag{8-150}$$

情况将完全不同。显然, 由 (8－150) 式不难看出, 甚至当 ζ≥1 时, 级数 $\sum_{0}^{N}\zeta^{k}$ 也具有有限值。这样, 用 (8－150) 式进行向下延拓, 当计算点通过圆柱体中心 (ζ> 1) 后, 曲线一直单调地增大, 对场源体的存在没有反应, 而且只在无穷远处 (h →∞) 时有奇点。

如果应用重力异常的归一化, 形如 (8－150) 式的有限级数就可以用于求重力场的奇点。归一化意为把单个点上算出的异常值 Δg (x) 除以每个计算水平面 (线) z 上平均异常值 $\overline{\Delta g}$ (z)。

将 (8－149) 式改写为

$$\begin{aligned}\Delta g(\zeta) &= \frac{2G\lambda}{z}\sum_{0}^{\infty}\zeta^{k}\\ &= \frac{2G\lambda}{z}\sum_{0}^{N}\zeta^{k} + \frac{2G\lambda}{z}\sum_{N+1}^{\infty}\zeta^{k}\\ &= \Delta g_{N}(\zeta) + r_{N}(\zeta)\end{aligned} \tag{8-151}$$

式中, $\Delta g_{N}(\zeta)$ 即 (8－150) 式所示的量, $r_{N}(\zeta)$ 为余项。

级数理论证明, 取适当 N 值, 当 ζ< 1 时 (即 h < z, 计算点在圆柱中心上方), 级数的余项 $r_{N}(\zeta)$ 将小于 $\Delta g_{N}(\zeta)$; 当 ζ> 1 (即 h > z, 计算点在圆柱中心下方) 时, $r_{N}(\zeta)$ 将大于 $\Delta g_{N}(\zeta)$。据此, 可以造一个归一化函数:

$$\Delta g_{H}(\zeta) = \frac{\Delta g_{N}(\zeta) + r_{N}(\zeta)}{r_{N}(h)}$$

$$= \frac{\Delta g_N(\zeta)}{r_N(\zeta)} + 1 \qquad (8-152)$$

式中，下标 H 意为“归一化”。由（8－152）式可以看出，在 $\zeta<1$，$h<z$ 条件下，当 $h\to z$，即从上面逼近圆柱中心时，归一化函数 $\Delta g_H(\zeta)$ 将增大；在 $\zeta>1$，$h>z$ 条件下，当计算点离开圆柱中心向下时，由于 $r_N(\zeta) > \Delta g_N(\zeta)$，$\Delta g_H(\zeta)$ 将减小，于是归一化函数在圆柱中心处，即 $h=z$ 处时取得极大值，由此便确定了圆柱体的位置。

实际上，因为并不知道级数的余项 $r_N(\zeta)$，所以可以采用重力异常 $\Delta g(x)$ 模数的平均值或在某一平面上的其他函数来实现归一化。再则，直接用重力异常 $\Delta g(x)$ 进行归一化时，因 $\Delta g(x)$ 的延拓过程不够稳定，会引起高频干扰，所以用重力异常的总梯度进行归一化以实现重力场的向下延拓。

（三）重力归一化总梯度

重力归一化总梯度定义为

$$G_H(x,z) = \frac{G(x,z)}{G_{CP}(z)} = \frac{\sqrt{V_{xz}^2(x,z) + V_{zz}^2(x,z)}}{\frac{1}{M}\sum_0^M \sqrt{V_{xz}^2(x,z) + V_{zz}^2(x,z)}} \qquad (8-153)$$

式中：$G_H(x,z)$ 是在 X－Z 断面内 (x,z) 点处的归一化总梯度值，下标 H 是俄文 Нормированный（归一化或规格化）的第一个字母；

$V_{zz}(x,z)$、$V_{xz}(x,z)$ 分别为 (x,z) 点处重力异常 $\Delta g(V_z)$ 的铅垂、水平（沿 x 方向）一次导数；$G(x,z)$ 为 (x,z) 点处重力异常总梯度；$G_{CP}(z)$ 是深度 z 处的水平线上总梯度的平均值。

（8－153）式表明，“归一化”的含义是以总梯度 $G(x,z)$ 与平均值 $G_{CP}(z)$ 相除。归一化总梯度是一个量纲为一的量。

二、重力归一化总梯度的计算

在区间 $(-L, L)$ 上给出的异常 $\Delta g(x,z)$ 可以用下列无穷傅立叶级数表示：

$$\Delta g(x,z) = \sum_0^\infty \left(A_n\cos\left(\frac{\pi n}{L}\right)x + B_n\sin\left(\frac{\pi n}{L}\right)x\right) e^{\frac{\pi n z}{L}} \qquad (8-154)$$

级数的系数或谐波 A_n 和 B_n 由以下公式计算：

$$A_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} \Delta g(x,0)\cos\left(\frac{\pi n}{L}\right)x\,dx \qquad (8-155)$$

$$B_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} \Delta g(x,0)\sin\left(\frac{\pi n}{L}\right)x\,dx \qquad (8-156)$$

实际上，级数（8－154）将是有限的，其谐波数或项数为 N。因为在研究区间端点处原函数 $\Delta g(x,0)$ 等于零的条件下，正弦级数比余弦级数收敛得快。所以，异常 $\Delta g(x,z)$ 采用下列形式表示：

$$\Delta g(x,z) = \sum_1^N B_n\sin\frac{\pi n x}{L} e^{\frac{\pi n z}{L}} \qquad (8-157)$$

式中：

$$B_n = \frac{2}{L}\int_0^L \Delta g(x,0)\sin\frac{\pi n x}{L}dx; \qquad (8-158)$$

L 为积分区间或观测剖面长度。

由（8－157）得:

$$V_{xz}(x,z) = \frac{\pi}{L}\sum_{1}^{N} nB_n \cos\frac{\pi n x}{L} e^{\frac{\pi n z}{L}} \qquad (8-159)$$

$$V_{zz}(x,z) = \frac{\pi}{L}\sum_{1}^{N} nB_n \sin\frac{\pi n x}{L} e^{\frac{\pi n z}{L}} \qquad (8-160)$$

为了消除向下延拓引起的高频振荡，在（8－157）、（8－159）及（8－160）式中乘以下列圆滑因子:

$$q_m = \left(\frac{\sin\frac{\pi n}{N}}{\frac{\pi n}{N}}\right)^m \qquad (8-161)$$

在解决石油地球物理问题时取 m＝2。

最后得:

$$\Delta g(x,z) = \sum_{1}^{N} B_n \sin\frac{\pi n x}{L} e^{\frac{\pi n z}{L}} \left(\frac{\sin\frac{\pi n}{N}}{\frac{\pi n}{N}}\right)^2 \qquad (8-162)$$

$$V_{xz}(x,z) = \frac{\pi}{L}\sum_{1}^{N} nB_n \cos\frac{\pi n x}{L} e^{\frac{\pi n z}{L}} \left(\frac{\sin\frac{\pi n}{N}}{\frac{\pi n}{N}}\right)^2 \qquad (8-163)$$

$$V_{zz}(x,z) = \frac{\pi}{L}\sum_{1}^{N} nB_n \sin\frac{\pi n x}{L} e^{\frac{\pi n z}{L}} \left(\frac{\sin\frac{\pi n}{N}}{\frac{\pi n}{N}}\right)^2 \qquad (8-164)$$

将以上三式代入（8－153），即可求出归一化总梯度值。

上述计算归一化总梯度的方法并非是最好的，应当改进。

三、理论模型研究

理论模型计算是研究方法特点和应用条件，以及检验方法的能力及应用效果的必要步骤。下面将说明重力归一化总梯度场的特征及所解决的问题。

（一）确定奇点位置

现以水平圆柱为例说明应用归一化总梯度场值确定圆柱体中心深度的效果。如图 8－13，由圆柱体异常 Δg（x，z）（（8－146）式），计算出:

$$V_{xz} = -4G\lambda\frac{xz}{(x^2+z^2)^2} \qquad (8-165)$$

$$V_{zz} = 2G\lambda\frac{z^2-x^2}{(x^2+z^2)^2} \qquad (8-166)$$

$$G(x,z) = \sqrt{V_{xz}^2 + V_{zz}^2} = 2G\lambda\frac{1}{x^2+z^2} \qquad (8-167)$$

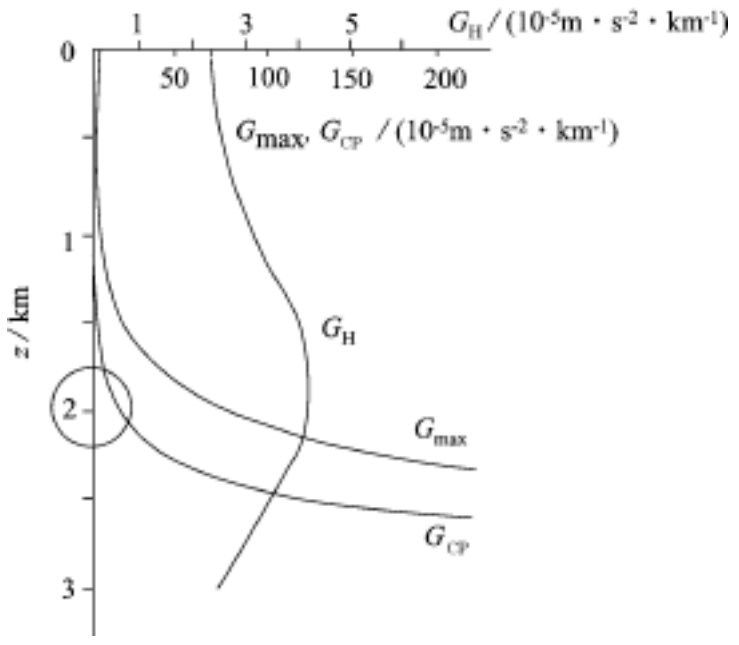


图 8－14　水平圆柱沿 z 轴的 G_{max}（0，z）、G_{CP}（z）和 G_H（0，z）曲线

（引自别列兹金，1994）

设圆柱中心深度 z = 2 km，计算出水平圆柱引起的总梯度极大值 G_{max}（0，z）、在平面上总梯度的平均值 G_{CP}（z）和归一化总梯度 G_H（0，z）曲线（图 8－14）。图 8－14 表明，G_{max}（0，z）和 G_{CP}（z）曲线随深度的增加增大得很慢，过圆柱中心时的变化不明显，但通过圆柱中心后曲线急剧增大。归一化总梯度 G_H（0，z）在圆柱中心或奇点处有极大值，反映了圆柱的存在及位置。

（二）二度水平圆柱体的归一化总梯度场特征

由（8－153）式，给定某一二度体的参数，可以计算出与二度体走向垂直的铅垂断面图中的归一化总梯度场值。下面以二度圆柱体为例。

设二度圆柱体半径为 0.5 km，剩余密度为 1.0 g/cm^3，中心埋藏深度为 2 km，谐波数（即级数项数）取为 N = 20、30、40、50 及 60。由（8－153）式计算出铅垂断面图中的归一化总梯度值（图 8－15）。

由图 8－15 看出，均匀圆柱体的 G_H（x，z）场值是一个出现在圆柱体附近的异常高，下面简称为“G_H 高”。当谐波数取不同值时，G_H 高会上下移动。N = 20、30 时，G_H（x，z）的极大值分别为 5.22 和 7.64，位于圆柱中心的下方，而且 G_H 曲线比较圆滑。N = 40 时，G_H（x，z）极大值与圆柱中心重合，其数值最大，为 8.68。N = 50、60 时，G_H（x，z）极大值向上移动，数值减小到 7.48 和 6.11。可见这个例子中的最佳谐波数为 N = 40。

由这一理论模型计算得出一个确定场源体位置及最佳谐波数的方法。即取不同谐波数 N 计算铅垂断面中的 G_H（x，z）场值，以 G_H（x，z）极大值最大时的 N 作为最佳谐波数，并以这一极大值的位置来估计场源体质量中心的位置。

（三）稳定的向下延拓计算

重力异常的向下延拓是不稳定的，而且在通过场源体时会发生“振荡”。然而，上面的例子表明，重力归一化总梯度在下半空间的分布或延拓是稳定的，而且其值反映了场源体的位置。下面将用另一个理论例子说明，与重力异常相比，重力总梯度在下半空间的延拓具有突出的优点。

图 8－16 是背斜形二度体重力异常 Δg（x，z）及重力异常总梯度 G（x，z）曲线。背斜顶部深度为 1.0 km，底部深度为 1.8 km，宽度为 3.0 km。以 0.25 km 为间隔，计算出由地表（0 km）到深度 3.50 km 水平面上的重力异常 Δg（x，z）及重力异常总梯度 G（x，z）。计算剖面的长度为 27 km，图中只表示出剖面中段 12 km 的情况。由于 g（x，z）及 G（x，z）的绝对值随深度增大，为图示方便，曲线比例尺随深度减小。

图 8－16 表明，在较浅的深度上，Δg（x，z）及 G（x，z）曲线比较平缓，形状彼此近似。从 1.50 和 1.75 km 深度水平面开始，Δg（x，z）曲线出现了明显的正弦曲线，当

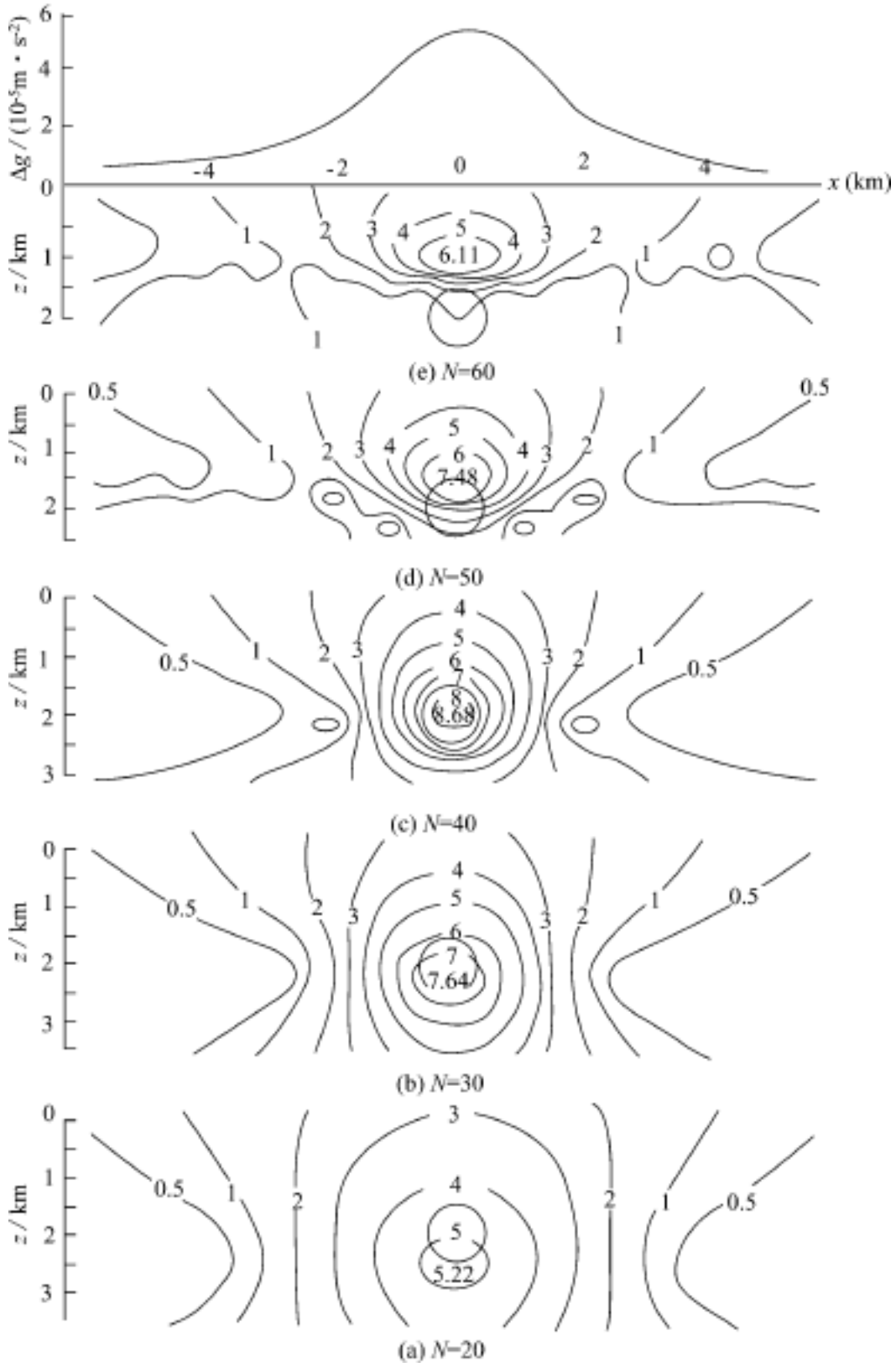


图 8－15　水平圆柱体的 G_H（x，z）场

（引自别列兹金，1994）

圆柱中心埋藏深度 2 km，半径 0.5 km，剩余密度 1.0 g/cm^3；计算剖面长度 20 km

深度增大时这种曲线占了优势。应当说明，重力异常 Δg（x，z）是以精确公式计算，在计算过程中取 5 位小数，因此舍入误差的影响不会明显。

然而，总梯度表现出稳定的下延特征，G（x，z）曲线在通过背斜后，与 Δg（x，z）曲线完全不同，它变得平缓了；其主要极大值在 1.50 和 1.75 km 深度水平面处出现了不大的“振荡”，随深度的增加，“振荡”很快消失；其主要极大值还减小了，在 3.50 km 深度水平面处，几乎为一条直线。

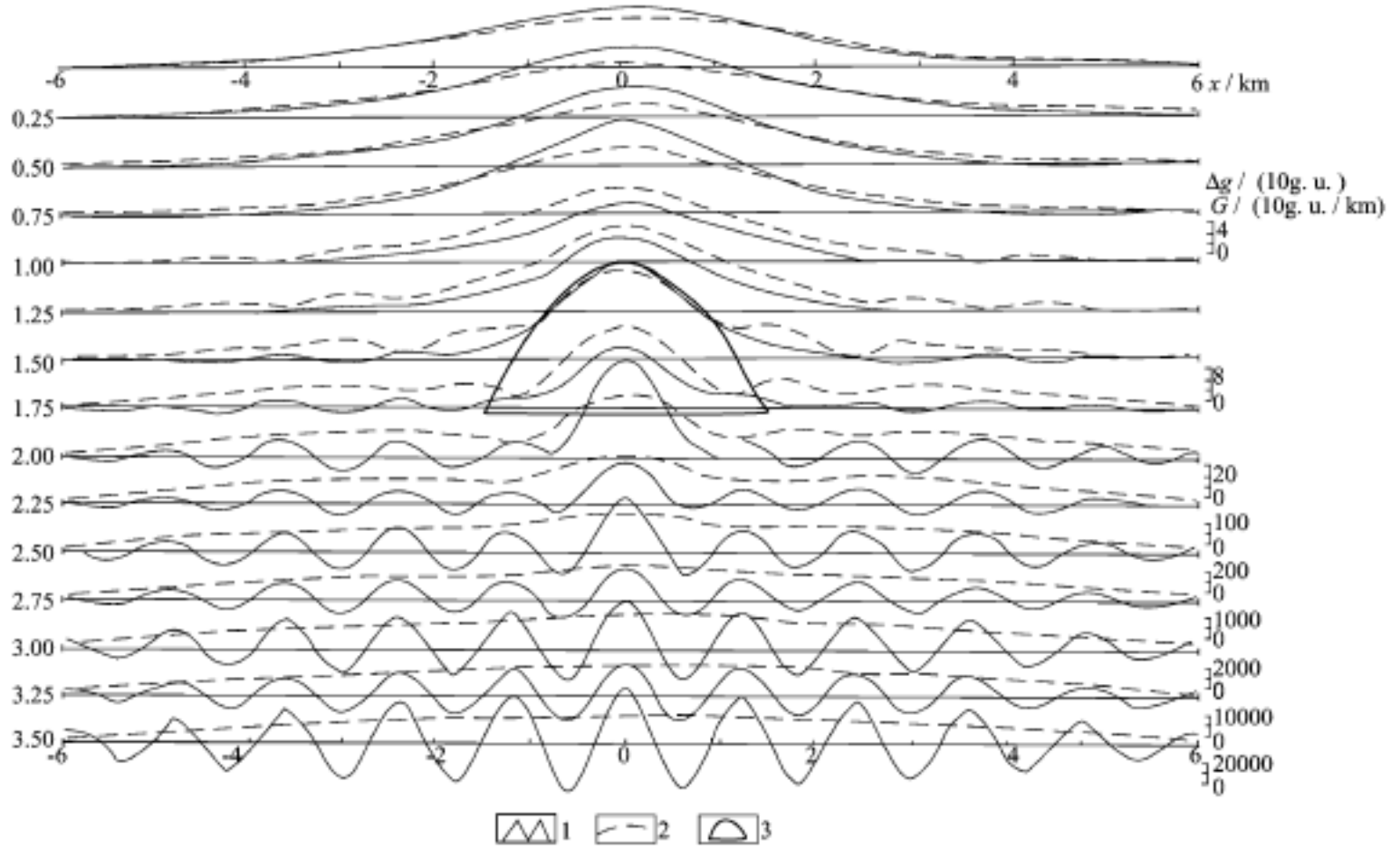


图 8－16　背斜形二度体 Δg（x，z）及 G（x，z）曲线

（引自 Березкин，1973）

1—Δg（x，z）曲线；2—G（x，z）曲线；3—背斜截面轮廓

（四）探测油气藏

根据重力归一化总梯度探测构造中的油气藏是基于下面的理论例子。对于均匀的背斜型构造（图 8－17（a）），G_H（x，z）场中有一极大值，表明此处存在一个奇点。对于非均匀构造，或顶部含油气藏的背斜构造（图 8－17（b）），其 G_H（x，z）场中出现两个极大值，表明构造边缘存在两个奇点；在两个极大值中间有一个相对极小值，极小值的中心在油气藏内。因此，G_H（x，z）场中出现的两个极大值中间存在一个极小值（即“两高夹一低”）的情况，可以作为背斜构造顶部是否存在低密度体或油气藏的标志。

特别指出，“两高夹一低”的情况，只能直接表明背斜构造顶部存在低密度体。在油气区，这个低密度体很可能是油气藏，不能肯定就是油气藏。因此，利用重力归一化总梯度只能“间接”找油。

应用重力归一化总梯度法探测背斜构造顶部的低密度体或油气藏时，主要根据铅垂断面图中 G_H（x，z）场中的“两高夹一低”特征。实际上，G_H（x，z）场在水平方向（x－y 坐标面）的分布对于探测油气藏才有较大的实用价值，才可以为钻井井位的设计提供依据。首先必须知道油气井的水平位置，才能选择铅垂断面的水平位置及方向。为此，有必要计算重力归一化总梯度值的三维分布 G_H（x，y，z），即

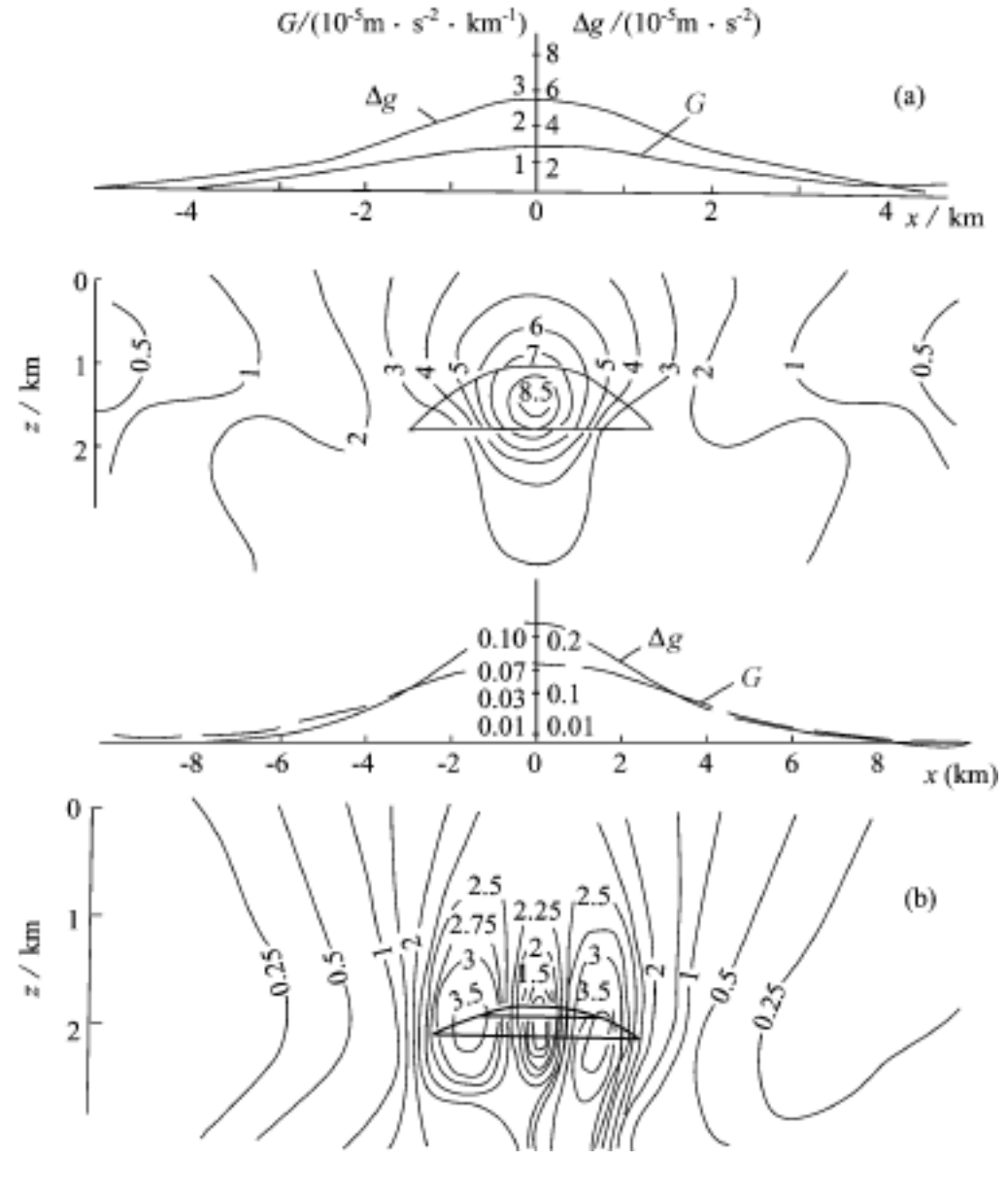


图 8－17　表示非含油构造的均匀密度体（a）、含油构造的非均匀密度体（b）在铅垂断面内的 Δg（x，0）、G（x，z）曲线及 G_H（x，z）场

（引自别列兹金，1994）

非均匀密度体的上部为一密度亏损

$$G_H(x,y,z)=\frac{G(x,y,z)}{G_{CP}(z)}=\frac{\sqrt{V_{xz}^2(x,y,z)+V_{yz}^2(x,y,z)+V_{zz}^2(x,y,z)}}{\frac{1}{M}\sum_0^M\sqrt{V_{xz}^2(x,y,z)+V_{yx}^2(x,y,z)+V_{zz}^2(x,y,z)}} \qquad (8-168)$$

式中：V_{xz}（x，y，z）、V_{yz}（x，y，z）、V_{zz}（x，y，z）分别为 x、y、z 方向的重力一次导数；G（x，y，z）是（x，y，z）点处的重力异常总梯度；G_{CP}（z）为深度 z 处水平面上总梯度的平均值。

应用（8－168）可以计算出不同深度水平面上归一化总梯度的水平分布，由此得到地下半空间 G_H（x，y，z）的分布，并且推断出低密度体的空间分布规律。与二维情况相比，重力归一化总梯度的三维分布具有以下优点：

1）G_H（x，y，z）场沿某一方向铅垂断面的分布，不必单独计算，可以从 G_H（x，

y，z）的三维分布中截取。因为实际的地质体多为三度体，G_H（x，y，z）场的二维（沿一铅垂断面）计算是近似的，所以从 G_H（x，y，z）场的三维分布中截出的断面图更为合理。当然，为了更准确地估计低密度体的深度，应用一条剖面的重力异常计算 G_H（x，y，z）的二维断面分布也可以。

2）根据不同深度的 G_H 场的水平分布图，可以选择过某一 G_H 极小值的铅垂断面方向，以便估计低密度体的深度。

3）在没有探井的未知区或油气田，G_H（x，y，z）场的三维分布图，特别是水平分布图，具有特别重要的价值，可以预测低密度体的水平位置，为布置探井井位提供依据。

如果在重力工区已有钻井，可以首先计算过油气井的铅垂断面。根据含有油气层的钻井资料，能够选择用于计算的最佳参数，得到更为符合实际的结果，并能预测沿此断面的低密度体的赋存情况。可以根据不同深度归一化总梯度水平分布等值线图中的 G_H（x，y，z）闭合极小值作为低密度体（有可能为油气藏）存在的标志，并表示其位置。上述方法已在我国胜利油田的油气藏探测中取得了效果，将在第十章介绍（曾华霖等，1999e; Zeng et al.，2002）。

对于非背斜型的储油构造，以及对于多个构造的叠加情况，油气藏存在的标志是否仍为“两高夹一低”的 G_H（x，z）特征？非背斜模型引起的 G_H（x，z）场具有什么样的特征？需进行进一步的研究。

据介绍，1970 年之前，在前苏联曾对 45 个已知地质构造运用此种方法。已知区中有 30 个油气田，15 个金属矿床。结果表明，对 42 个已知矿藏，G_H（x，z）场都有可靠的显示。

四、方法的应用范围

别列兹金对重力归一化总梯度法的实际能力作了以下几点估计：

1）G_H（x，z）法可以从观测重力场中分离出幅度为 20～30 m，深度在 3～5 km 以上的平缓构造的重力场，并推断其深度，理论上精度可达 5%～50%。

2）G_H（x，z）法可以从观测重力场中分离出厚度为 50 m 以上的油层或 30 m 以上的气层引起的重力场，为用重力法和其他物探方法综合“直接”寻找储量相对不大的油气藏提供了一条有效途径。

3）在金属矿物探中，G_H（x，z）法可以求出矿体上顶面或重心的深度，并对它的倾向做出某些推断。

4）G_H（x，z）法可以用于研究地壳深部构造，推断深部断裂的位置和它们的分布方向等。

第六节　统计分析方法在重力资料解释中的应用

区域重力调查工作已在我国广泛开展，区域重力资料的解释对数据处理和解释方法提出了特殊的要求。区域重力场是由一些性质不同、规模不等、位置各异的不同形状的地质体产生的复杂场，而现在流行的绝大多数解释方法都比较适合于单个异常或有限几个异常的叠加情况。因此，统计分析的某些方法在区域重力场的分区、分类解释中有着广泛的应

用。例如，根据统计学观点，从区域地质构造研究的需要来看，观测重力场可以分成目标场（或有用场）与随机场两部分。随机场是由随机分布的场源引起的，因而为统计分析方法的应用提供了数学前提。

本节介绍在区域重力资料的解释中，统计方法在研究深部构造、异常分离和追踪线性（断裂）构造带等方面的应用情况。

一、利用布格异常与莫霍面深度的相关性计算莫霍面深度

按照艾里假说，地壳在基本均衡的条件下，布格异常与莫霍面深度之间存在相关性。这就有可能以地震测深资料作控制，利用重力异常推算莫霍面的深度变化。由于均衡机制的复杂性，它不仅与地壳厚度的变化相关，上地幔密度的变化也是均衡补偿的重要因素；加之地壳上部各种干扰和地形影响，因此不能试图用每一个测点的或者小范围内的布格异常值求莫霍面的深度。但是，足够大的一定面积内的平均布格异常和该面积内莫霍面平均深度之间则通常存在近于线性的关系；因为均衡只能在一定面积上才能达到，而壳幔间的区域性密度变化是比较缓慢的。

王懋基等（1981）利用全国 1°×1°格网面积上的平均布格重力异常图，在 22 个地震测深点求出的莫霍面深度的控制下，利用（8－115）式进行了线性回归，求得 a = 34.8，b = -0.0628，相关系数为 -0.96；绘制了我国最早的一幅全国莫霍面等深线图，为研究我国地壳深部构造及分区提供了重要依据。

二、重力异常与地表高程的相关性

在一定面积（数百平方千米以上）内，用地表平均高程与平均布格异常或平均自由空气异常进行回归分析，可以大致了解地壳均衡补偿程度。由艾里均衡理论可知，布格异常与高程呈负相关，若相关性愈强，则说明该地区愈接近均衡补偿。

均衡补偿有两个主要参数：补偿深度和岩石圈强度。前者大致与自由空气异常对高程回归系数中的截距成比例，后者则与偏离回归曲线的均方差成比例。如果均方差大，则表明在该面积上未达到均衡，需要在更大的范围才能均衡，因而岩石圈强度也就较高。在我国一些地区，用 40 km×40 km 格网得到的布格异常与高程的相关系数分别为：华北地区是 -0.9，秦岭地区为 -0.76，扬子地区为 -0.85；相应的自由空气异常与高程回归的均方差为 316 g.u.、63 g.u. 和 211 g.u.。所以，华北、扬子两区均衡程度高于秦岭地槽区，而岩石圈强度则以华北最高，秦岭地区最低。

研究重力异常与高程的相关性，也可以在较小范围内采用逐点对应分析的办法，利用统计建立起来的布格异常和自由空气异常与高程的函数关系来了解工区范围内中间层密度的集中与分散程度，以验证布格校正的可靠程度。

根据所得回归公式再用各点高程求得的回归异常，是与高程相关的、主要反映深部构造以至均衡补偿质量亏损的信息，因而可作为区域异常看待；将布格异常或自由空气异常与相应的回归异常相减，便得到回归剩余异常。这个剩余异常主要反映浅部地质构造引起的重力变化。由于基本消除了与高程的相关关系，这两种剩余异常图就十分接近。又由于自由空气异常不受中间层密度参数选取准确与否的影响，因而获得的自由空气回归剩余异常更准确些。图 8－18 中的 a 为某地区布格异常图，b 为该地区的自由空气异常图，c 与 d

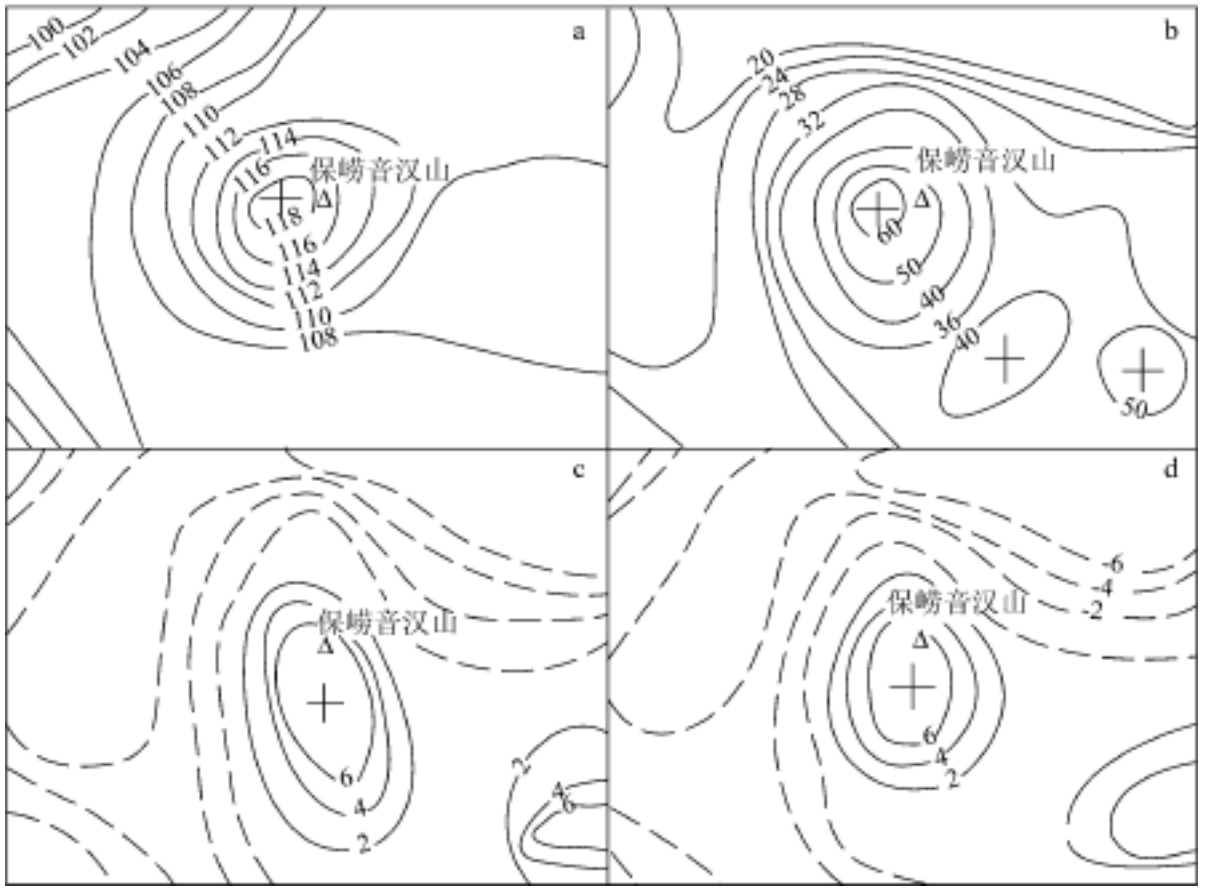


图 8－18　回归剩余重力异常示意图

(佚名)

是各自的回归剩余异常图。显然，根据布格异常和自由空气异常解释有可能得出相反的结论，而它们的剩余异常不但形态一致，而且幅值也相同，因而用剩余异常解释会得到相同的地质结果。

三、追踪断裂构造的相关滤波

断裂构造，特别是深大断裂与两侧构造单元的演化历史、矿产的形成与空间分布等有着极密切的关系，往往不同级别的断裂成为不同级别构造单元的分界线。利用相关滤波方法追踪、研究断裂构造（或岩性间断面）是行之有效的手段。该方法的原理是：根据工区内可能的断裂构造类型建立理论模型，并计算出它的理论异常；将这个理论异常与实测异常进行相关滤波计算；当实测异常中包含有与理论模型的异常相近的异常成分时，由于相同构造产生的重力场是相关的，因此滤波输出就得到一个极大值（或极小值），其相应的位置就大体是断裂构造所在位置。在平面图上沿纵横两个方向进行这样的相关分析，最后就可以得到工区内断裂构造的平面分布图。极大值说明断裂的错动方式与模型相同，而极小值则说明错动方式恰与模型相反。此外，不同断距、埋深的断裂构造，可用不同参数的模型异常进行扫描，取输出最大幅值所对应的模型参数作为待求断裂构造的参数。

相关滤波计算的公式系根据数理统计中相关系数的定义：

$$R_{fg}(\tau)=\frac{\sum_{j=-N}^{N} f(j)\cdot g(j+\tau)}{\left[\sum_{j=-N}^{N} f^{2}(j)\cdot\sum_{j=-N}^{N} g^{2}(j+\tau)\right]^{1/2}} \qquad (8-169)$$

式中 $f(j)$ 为第 j 点上模型的理论异常值，$g(j+\tau)$ 为第 $j+\tau$ 点实测异常值，$2N+1$ 为

滑动计算时窗口内的点数。

采用重力异常的垂向二次导数，即 f 与 g 分别用 V_{zzz}理论值和由实测异常转换的 V_{zzz}值进行相关计算，有利于探测被大构造掩盖的次级断裂，以及推断垂向断距很小或不存在的平移断裂（王宜昌，1983；Zeng et al.，1994；Zeng et al.，1997）。

第七节　地层视密度的计算

由重力异常换算得到的密度称为视密度。地层视密度的分布对于地质构造分区及研究大地构造单元具有一定的价值（许德树等，2001）。下面介绍根据某个地层引起的重力异常近似计算这个地层视密度的方法（穆石敏等，1990）。

把这个地层引起的重力异常看作 m× n 个等效直立长方体所引起的异常的叠加，即

$$\Delta g(x,y) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\Delta g_{ij}(x,y) \qquad (8-170)$$

其傅里叶变换为

$$\overline{\Delta g}(u,v) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\overline{\Delta g_{ij}}(u,v) \qquad (8-171)$$

一个有限直立长方体重力异常的谱为

$$\overline{\Delta g}(u,v) = 2\pi G\sigma\frac{1}{r}e^{-hr}(1-e^{-dr})\frac{4}{uv}\sin(\frac{au}{2})\sin(\frac{bv}{2})e^{-i(ux_0+vy_0)} \qquad (8-172)$$

式中：h 是长方体顶部深度，σ为剩余密度，d 为厚度，a 和 b 是水平方向的长度，x_0和 y_0 是长方体中心的坐标，G 是万有引力常量，$r=\sqrt{u^2+v^2}$。

假定

$$\begin{aligned} S &= (1-e^{-dr})\frac{4}{uv}\sin(\frac{au}{2})\sin(\frac{bv}{2}) \\ H &= e^{-hr} \\ D &= e^{-i(ux_0+vy_0)} \end{aligned} \qquad (8-173)$$

式中：S、H 和 D 分别是已知的尺寸因子、深度因子和位移因子。一个有限直立长方体重力垂向一次导数的谱可以表示为

$$\overline{\Delta g'_z}(u,v) = 2\pi G\sigma H(u,v)S(u,v)D(u,v) \qquad (8-174)$$

由（8－171）式可写作：

$$\overline{\Delta g'_z}(u,v) = 2\pi G\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\sigma_{ij}H_{ij}(u,v)S_{ij}(u,v)D_{ij}(u,v) \qquad (8-175)$$

（8－175）除以每个长方体的 S、H，即进行尺寸因子校正，得到：

$$\overline{\Delta g'_z}(u,v) = 2\pi G\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\sigma_{ij}D_{ij}(u,v) \qquad (8-176)$$

其傅氏反变换为

$$\Delta g'_z(x,y) = 2\pi G\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sigma_{ij}d_{ij}(x,y) \qquad (8-177)$$

因为重力垂向一次导数 $\Delta g'_z$ 主要由（x，y）点正下方、密度为 σ（x，y）的长方体引起，这个点周围长方体的作用可以忽略，所以最后可得：

$$\Delta g'_z(x, y) \approx 2\pi G\sigma(x, y) \tag{8-178}$$

结果，(x， y) 点处长方体的视密度可以由下式计算

$$\sigma(x, y) = \frac{\Delta g'_z(x, y)}{2\pi G} \tag{8-179}$$

进而得到整个研究地区某个地层的视密度。

第八节　异常特征量的统计分析与图像识别

在进行区域物探工作时，为了解决构造分区、填图和矿产预测等问题，常常需要将异常进行分区和分类。以往的异常分区和分类工作，大多采用目测对比分类的方法，例如，将异常的轴向、强度、水平梯度、异常的形态、范围等进行统计、归类，为构造分区提供地球物理场的分区标志，并根据已知区的特征，对比未知覆盖区内场的分布特征来进行填图或预测矿产分布。这些工作常常是成功的，但多为定性的和粗略的。

为进行更精确的定量分析，要求选择充分而必要的综合物探标志参数，以便从不同侧面来分析、判断研究对象的属性，并使用恰当的数据处理方法，进行定量的计算，对结果给出合理的解释。

图像识别是计算机科学应用的一个重要方向，其任务是将我们的研究对象，根据客观存在的特征，通过计算机和人工方法将它们分类或分群，有时还要求确定识别对象的性质和结构。

分区（类）的图像识别方法可分为在已知类型上进行“学习”和在没有已知类型上进行“自学”两种基本算法。

进行“学习”的方法是在研究区内，划分出经钻探或经其他资料验证的含矿区与非矿区作为标准区，通过资料整理得到地球物理场的所有标志作为标准体。在综合解释时，将地质性质未知的研究区的全部标志与标准体对比，当研究区的标志接近于有矿标准体标志时，则该区解释为含矿的，否则是无矿的。解释中关键的是选择标准体，即各种地球物理场中最能说明研究对象性质的所有标志，然后按此标准体进行特征（如平均值、方差、偏度系数、相关系数等）的估计。

采用“自学”的方法是由于经常缺少根据已知资料得到的标准体。在地质构造复杂地区，这类方法尤为重要。这种方法要求研究一种不需要预先在标准体上作对比而区分地质体的方法。根据某些经验，按不同标志组合，将研究区的面积划分为几个均匀的类型。由于这些类型的地质性质仍然是未知的，所以为了验证和对比，还是要求布置必需的少量钻探工作。

图 8－19 为前苏联某详查区的分类结果（塔尔霍夫等，1988）。该区内由花岗岩类岩石组成，物性差异不大，覆盖层厚度 50 ～70 m。根据原来磁法、重力和电阻率测量结果（图 8－19（a）、（b）、（c））均不能达到填图的目的，因为单一的方法仅仅反映了该区某种地球物理参数特征，信息度较低。可是按“自学”方法做出处理，划分异常，做直方图，分出类型，找出综合类型标志，最终划分出若干不交叉的分区，赋予具体的地质含义，从而达到填图的目的，见图 8－19（d）。

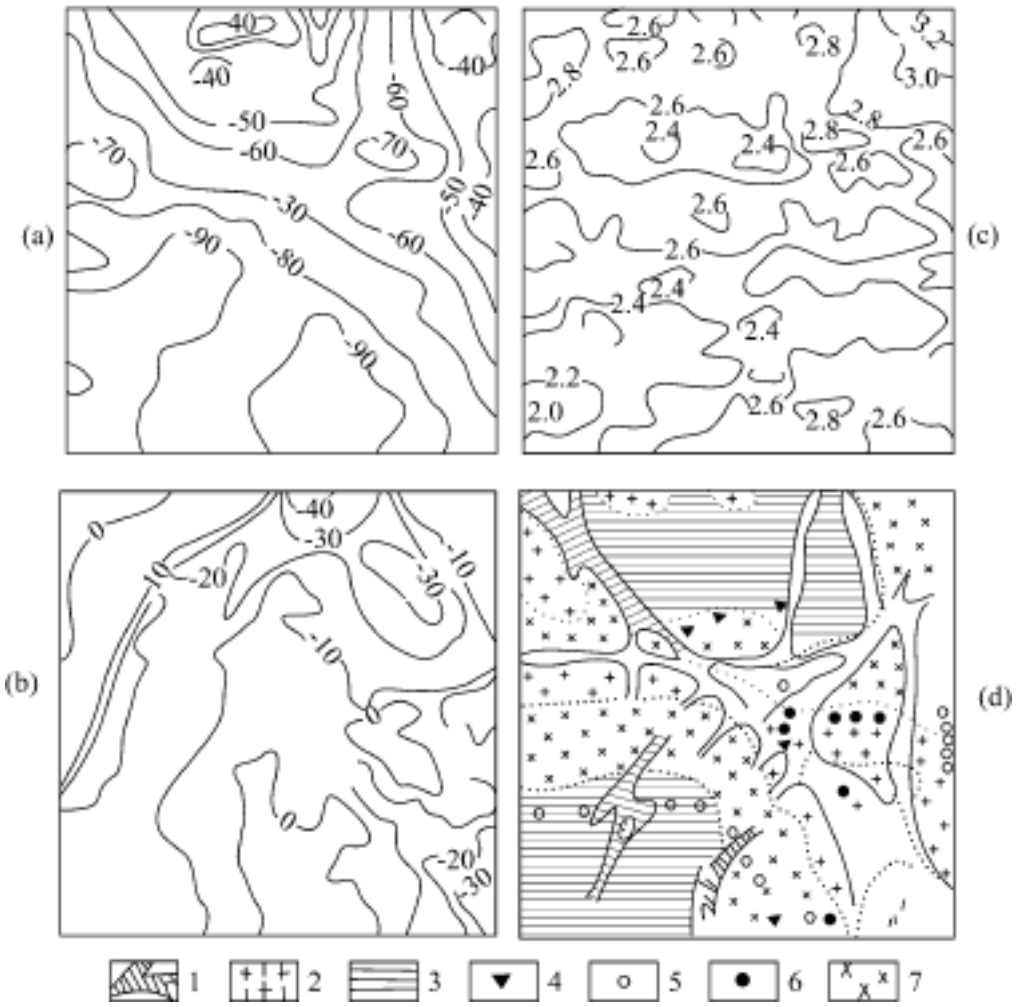


图 8－19　前苏联某地区磁场、重力场、电阻率场统计分类结果

(引自塔尔霍夫等，1988)

(a) 剩余磁异常 (nT)；(b) 剩余重力异常 ($10^{-7}m/s^2$)；(c) 剩余电阻率 (Ω·m)；(d) 分类的结果：1—构造破碎带；2，7—不同类型花岗岩发育区；3—岩浆岩发育区；4，5，6—发现花岗岩、岩浆岩或钠长岩的钻孔

第九节　重力解释中的几个概念

Grant 和 West (1965) 在“应用地球物理学中的解释理论”一书中提到了一些关于重力解释的概念，此处介绍两个。

一、重力场及重力效应

重力场及重力效应这两个词之间有重要的区别。地球的重力场只有一个方向，即铅垂方向，或重力 g 的方向；而水平方向垂直于这个方向。实际上，水平方向是根据由气泡水平面显示的局部等位面确定。重力异常体引起的引力场，取决于我们与异常体的关系，可以作用在相对于铅垂线的不同方向；测量的值是重力异常体引起的小的局部异常与大得多的地球重力场的合力。在总重力场中调平的测量仪器，只能反映在总重力 g 方向的异常场的分量，或者反应异常场的垂向分量。我们采用重力效应来称呼这个分量。实际上，它是由局部质量引起的地球重力场强度的变化，这个重力效应就是重力异常。

二、对数位

在某些情况下，平面重力异常等值线成明显的椭圆形，这表明物体相对于横截面的大小被拉长了。在这个情况下，常常是把构造当作二度体。由（8－1）式，如果现在假定密度 σ与坐标之一（比如说 y）无关，同时物体在 y 方向无限拉长而其横截面不变，则有:

$$V(x,z) = -G\iint_S \sigma(x_0,z_0)\,dx_0\,dz_0\int_{-\infty}^{\infty}[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2]^{-1/2}dy_0$$

$$= 2G\iint_S \sigma(x_0,z_0)\ln R\,dx_0\,dz_0 \qquad (8-180)$$

式中 $R=\sqrt{(x-x_0)^2+(z-z_0)^2}$，积分对物体的整个横截面 S 进行。由（8－180）式表示的引力位称为对数位。

引进对数位的主要目的是通过减少变量数目而简化计算。当 z 固定时，（8－180）式的位只是一个变量的函数。二度体的引力场完全由一个剖面确定，而三维体的引力场必须采用等值线图表示。

习　　题

1. 什么是解重力异常的反演问题?

2. 总结常用的解反演问题的特征点法、选择法和直接法的应用条件。

3. 已知计算铅垂物质线段的正演公式为

$$\Delta g = G\lambda\left[\frac{1}{(x^2+h^2)^{1/2}}-\frac{1}{(x^2+H^2)^{1/2}}\right]$$

式中 h、H 为物质线段顶与底的深度，λ为线密度。试导出当 H　∞时由 Δg 曲线反演求解 h 和 λ的解析式。

4. 如果利用与无限长水平圆柱体走向斜交的观测剖面上测得的异常曲线来反演该物体的参数，其结果会产生什么样的失真?

5. 在垂直一个二度密度分界面剖面上测得的重力异常如图 8. 1 所示。已知界面上下岩层平均密度分别为 2. 35 g/cm^3 和 2. 55 g/cm^3，并有 A、B 两点下方界面的深度，请用平板公式和线性回归公式分别计算 C 点下方界面的深度值，并比较两种计算结果的可靠性。

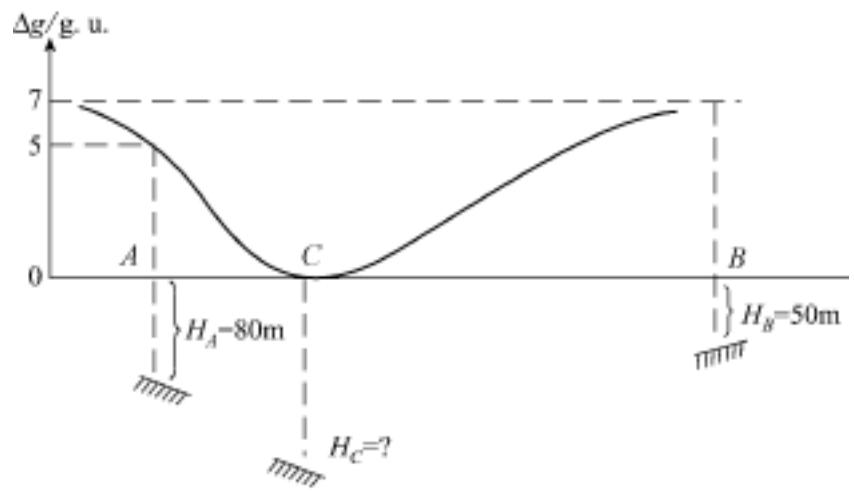


图 8. 1

第九章　重力异常的分离

根据观测重力值得到的重力异常或布格重力异常，包含了从地表到深部所有密度不均匀引起的重力效应，信息非常丰富。然而，重力异常是所有这些重力效应的总和或叠加。要根据重力异常求（反演）某个地质体，必须首先从叠加重力异常中分离出单纯由这个地质体引起的异常，然后用这个异常进行反演。从叠加异常中分离出某个地质体引起的异常，或者把叠加异常分解为几个地质体引起的单一异常，是比较困难的。由多个密度分界面引起的重力异常的分离，是目前重力资料数据处理及解释中没有很好解决的一个难题。

本章阐述长期以来在重力解释中应用较多、又有一定效果的异常分离方法，包括传统的图解法、平均场法、高次导数法、解析延拓法、趋势分析法，也有比较新颖的频率域滤波法。

并非每个方法对于所有的异常分离问题都有效，一定要针对实际问题选择适当的方法，灵活应用。新的异常分离方法的研究仍是非常必要的。圆滑法用于消除重力异常包含的观测及资料整理的误差，以及地壳浅部密度分布不均匀引起的重力效应等干扰因素，也具有异常分离的作用，一并在此介绍。

第一节　引起重力异常的主要地质因素

引起重力异常的主要地质因素包括从地表到地球深处所有密度分布的不均匀，由深到浅包括地球深部的因素、地壳深部的因素、结晶基岩内部的密度变化、结晶基底顶面的起伏、沉积岩的构造和成分变化等。

一、地球深部的因素

地球深部的因素是引起区域重力异常的主要场源。为了了解这些场源的情况，有必要首先介绍地球的总体结构，特别是层圈结构。

（一）地球的结构

Bott（1982）详细介绍了地球内部分层（层圈）构造。Bott 写道，地震学揭示了地球内部分层（层圈）构造。地球内部中心核的存在是 Oldham 在 1906 年根据他对 P 波观测的结果推断的。他发现在距地震震中 180 °角距离处记录的 P 波的到达时间比预期的要晚得多，这是由于 P 波通过一个低速度核时引起的延迟。这个发现后来被更多的证据所证实（图 9－1）。距地震震中 103 °角距离处记录的 P 波和 S 波，显示出穿过地球的一个主要的层，即地幔时，速度随深度在逐渐增加。然而，在 103 °和 142 °之间，几乎缺失 P 波和 S 波，出现一个“阴影带”。从 142 到 180 °，P 波的到达延迟，而 S 波缺失。这个情况表明，在到地心一半路程处，存在一个大的间断，在其下方，P 波速度急剧降低，而 S 波消失。因此认为，此处存在不同于固体的流体核，并在地幔之下。古登堡（Gutenburg）得到的这个间断的深度为 2900 km。这个核幔边界称为古登堡（Gutenburg）间断。

在比较浅的深度上，第二个大的间断是莫霍洛维奇（Mohorovicĭc）在 1909 年通过研究 1909 年 10 月 8 日在克罗地亚（Croatia）的地震图时发现的。他观察到两个 P 脉冲震相

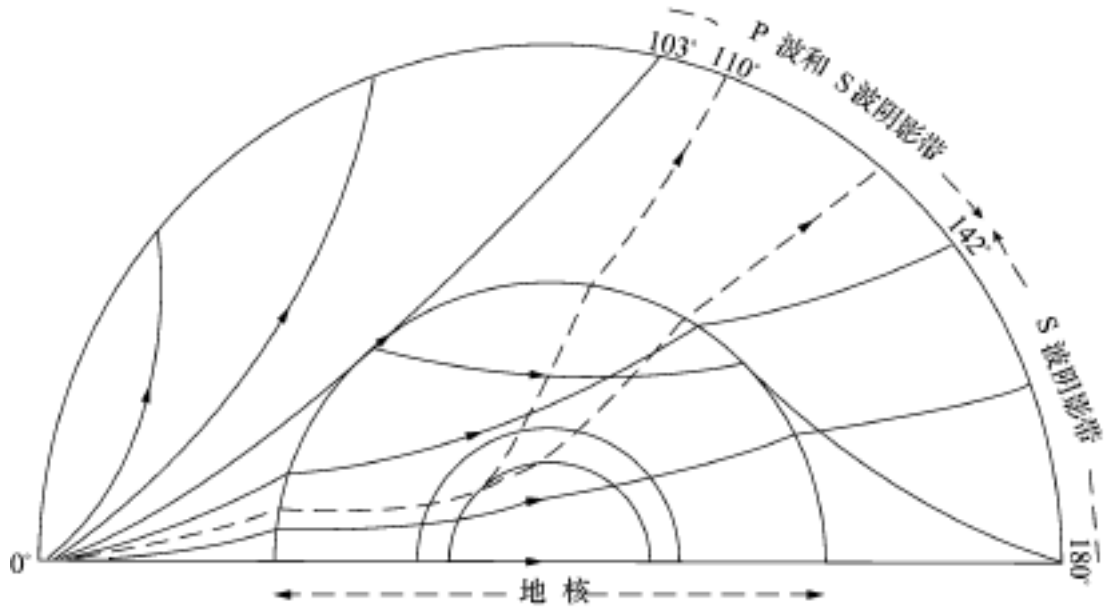


图 9－1　P 波 S 波穿过地球的射线路径

(引自 Bott，1982)

图中表示了 P 波和 S 波的阴影带，虚线表示在阴影带内部弱 P 波的到达。同时这个情况是地核内部存在一个 P 波高速带的主要证据。此图根据 Gutenburg (1959) 重绘

和两个 S 震相，他把这些震相解释为直接的和折射的 P 波初至和 S 波初至，而这个初至是由上覆于地幔的、大约 50 km 厚的低速度地壳引起的。低速度地壳与地幔的边界称为莫霍洛维奇 (Mohorovicic) 间断面 (或者简称为 Moho，即莫霍面)。后来，采用人工爆破的深地震测深研究丰富和扩大了这个发现。

地球内部分层 (层圈) 构造见表 9－1 及图 9－2。

表 9－1　地球内部分层

区　域		深度范围/km	
地壳	A	0～20 (厚度变化)	
莫霍洛维奇间断面			
	B	20～370	上地幔
地幔	C	370～729	过渡带
	D	720～2886	下地幔
谷登堡间断面			
地核	E	2886～5156	外地核
	G	5156～6371	内地核

在地壳、地幔和地核之间的分界显示弹性和密度的急剧变化，而且通常看作是物质组成变化的标志。另一个重要的分界出现在上地幔内大约 100 km 的深度上，反映了流变性质而不是物质组成的变化。这是在比较强的最上部地壳，即岩石圈，与比较弱的下伏的软流圈之间的分界。岩石圈构成了地壳及最上部的地幔，而软流圈延伸到大约 300 km 处。我们对于在 300 km 之下的流变性知道得不多。因为存在横向的变化，所以这些深度是平均深度。迄今为止，地球物理方法仍未得到岩石圈底界的数据。

岩石随深度的逐渐变弱是由于温度的升高。岩石圈是一个相对冷的区域，而软流圈反映了其温度最接近熔点的区域。如像壳幔边界是逐渐变化的情况一样。它们的边界还不能精确地确定。

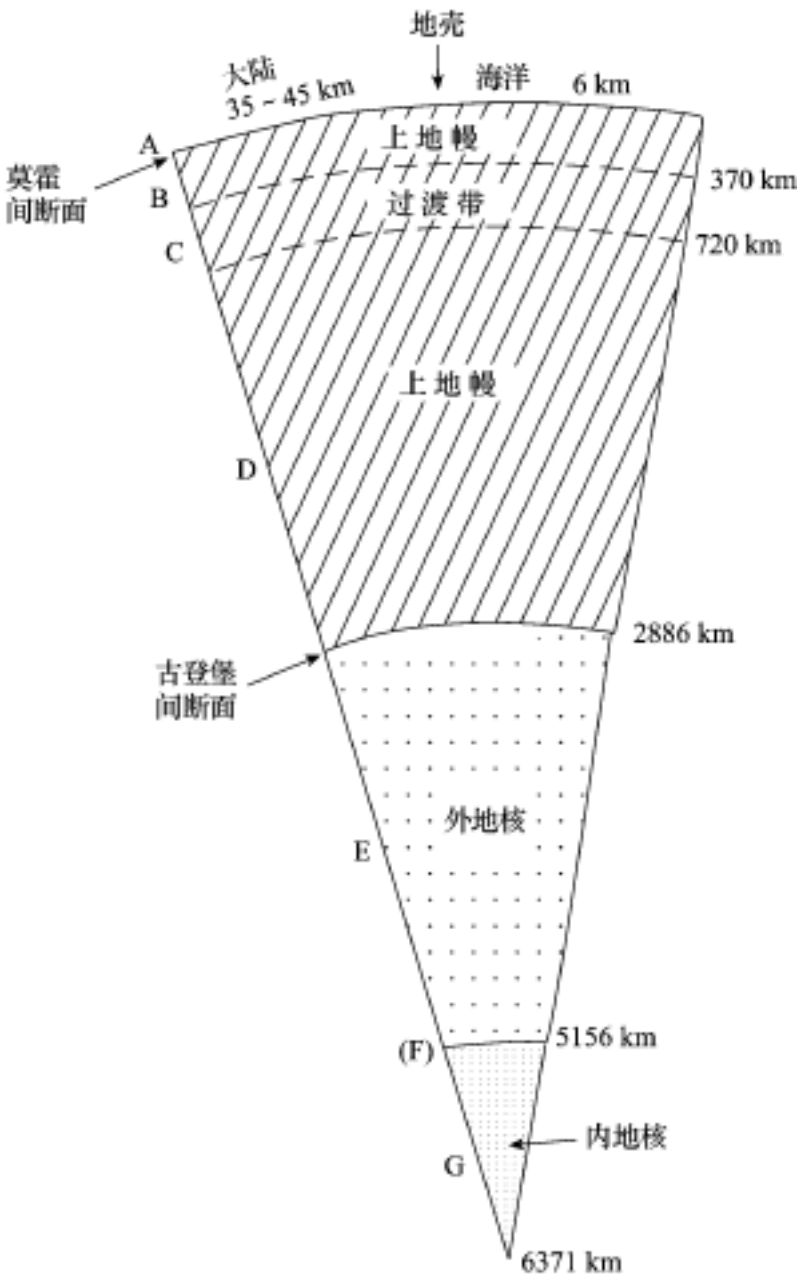


图 9－2　地球内部分层（对照表 9－1)
（引自 Bott，1982)

自从 1950 年以来，根据地震勘探的折射法，对于大陆地壳的结构有了一定的了解。识别大陆地壳的底部系根据在莫霍面处的大的速度间断或陡的梯度；在莫霍面处 P 波的速度从 7.5 km ·s^{-1}，向下增加到大约 8.0 km·s^{-1}。根据 Giese 于 1976 年下的莫霍面的定义，分界处的速度应用 PmP 震相的临界点识别，即该处是否有尖锐的间断或陡的梯度。深地震测深实际上是利用广角反射，既利用折射信息，又利用反射信息，与 20 世纪 50 年代前苏联甘布尔采夫（Г А Гамбурцев）等所做的深地震测深（ГСЗ）不同，ГСЗ只用折射信息。

大陆莫霍面出现在大约 20 km 和 80 km 的深度之间。远离年轻的山脉地区，大陆地壳的平均厚度大约为 35～40 km。在中欧阿尔卑斯山脉（Alps）北部以及英国地区，平均厚度大约为 35～40 km；美国和大多数前寒武纪地盾区，平均厚度大约为 40 km。在年轻的褶皱山脉，地壳特别厚，喜马拉雅山地区（Himalayas）达到 80 km；安第斯山（Andes）为 70 km，阿尔卑斯山脉（Alps）达到 55 km。相反，在东非及美国西部，没有异常厚的地壳。20 世纪 60 年代末，许多地震资料表明，不少褶皱山脉是没有山根的。

许多地震结果表明，莫霍面深度的区域性变化与构造区的边界密切相关。

地幔的横向密度变化是引起大区域，或者全球重力异常的主要因素。在地幔内部的横向密度变化存在两种主要的类型：一种是在洋脊及大陆高原隆升下方、最上部地幔中的大量的较短波长的横向密度变化；另一种是深部场源的较长波长的特征，这些特征引起卫星重力资料导出的全球重力异常。

联合应用重力和深地震测深资料已经表明，洋脊及大陆高原隆升地区由于下伏上地幔中存在的低密度区而达到均衡。在这些地区出现局部的负布格重力异常，其数值达到 -150×10^{-5} m·s^{-2}；但是因为处在均衡状态，自由空气重力异常小。低密度区出现在最上部地幔中，这是因为在这个部位的温度异常高，导致热膨胀、相变及部分熔融而降低了密度。岩石圈变薄，横向密度变化的情况也可能出现在岩石圈及下伏软流圈中。这些特征

在卫星导出的全球重力异常图中并不明显，因为它们的波长短，同时处在均衡状态。

地球重力场的长波长变化已经由人造卫星的轨道研究确定。

(二) 地壳深部的因素

根据天然地震及深地震测深资料，地壳结构的模式大体如图 9－3 所示。在大陆区从地表直至前震旦系结晶基底的顶面，是厚度从零到十几千米的沉积岩层（也有缺失区），密度在 2.0～2.7 g/cm^3 左右；结晶基底以下几十千米的范围内，是花岗岩类和玄武岩类的物质层，其密度约为 2.8～3.0 g/cm^3 之间；再往下则是橄榄岩类，其密度约为 3.3～3.5 g/cm^3。在不同岩类的各分界面处，上下两侧地震波传播速度有明显的差异。莫霍面，作为地壳下界面，是玄武岩类与橄榄岩类之间的界面，它在全球范围内基本上可连续追踪；花岗岩类与玄武岩类之间也是一个密度分界面，被命名为康纳德（Conrad）面（简称康纳面），密度差约为 0.2 g/cm^3。该面在大陆区不能连续追踪；在大洋区，随花岗岩类的消失而消失。

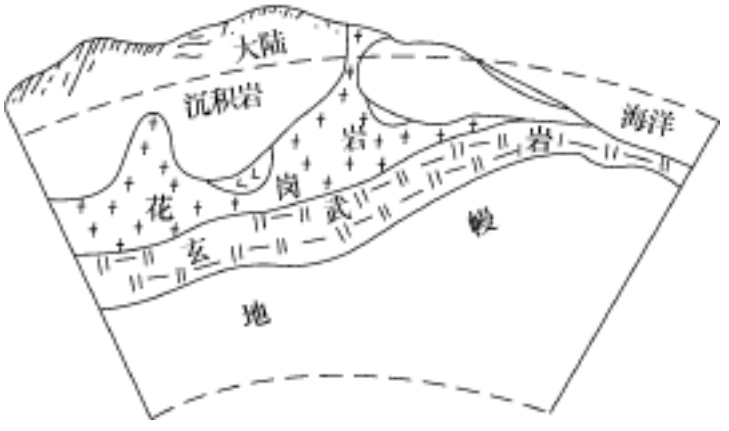


图 9－3　地壳结构模式简图

现在关于康纳德间断或者下地壳及其分层结构的思想，已经远远不如 1950 年前那样肯定了，地震学家已经更加怀疑康纳德间断的广泛存在。

地壳厚度的变化（即莫霍面的起伏）、壳内各层物质密度和上地幔物质密度的横向变化，是引起地表重力分布的深部因素。从目前的一些研究情况看，上地幔密度横向不均匀的影响是十分缓慢和大范围的，平均布格异常特征主要是对应着莫霍面起伏（即地壳厚度变化）。图 9－4 为横贯我国东西向、沿北纬 30 切取的平均布格重力异常和莫霍面深度对照图。图 9－4 表明，异常幅值大（达数千个 g.u.），范围大，而且变化单调、平缓，因而较易识别和区分。

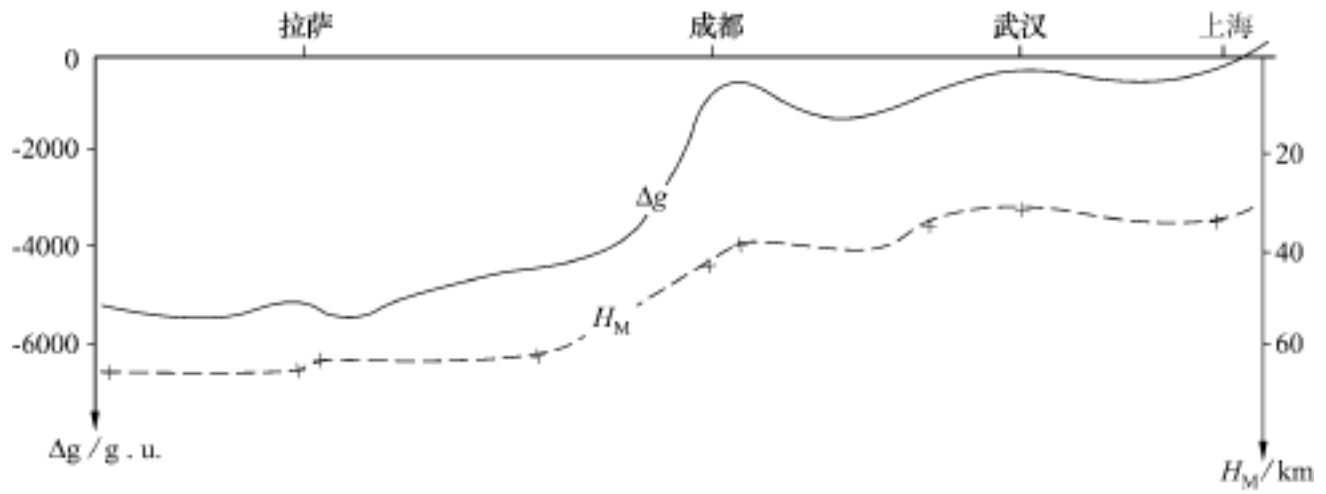


图 9－4　拉萨—上海平均布格重力异常与莫霍面对比图

二、结晶基岩内部的密度变化

由于经历长期地壳运动及岩浆作用，沉积岩层的结晶基底内部的物质成分和内部构造变得十分复杂，因而其密度在横向上和纵向上的变化都很大。在基底出露区或沉积盖层不

太厚的地区，这种密度的变化，会使地表的重力产生相应的变化，其幅度可达数百 g. u. 。在俄罗斯西北部波罗的海地盾的卡累利地区，前寒武纪结晶基岩出露地表，基岩内部存在陡的、常常是近于铅直的不同岩层的接触面；而且这种接触面延深数千米。在大多数情况下，各岩层的密度是不同的。图 9－5 是该地区的一个地质、密度及重力的综合剖面，图中的重力异常强度达几百 g. u. 。这个剖面清楚地显示出重力异常很好地反映了密度的变化。

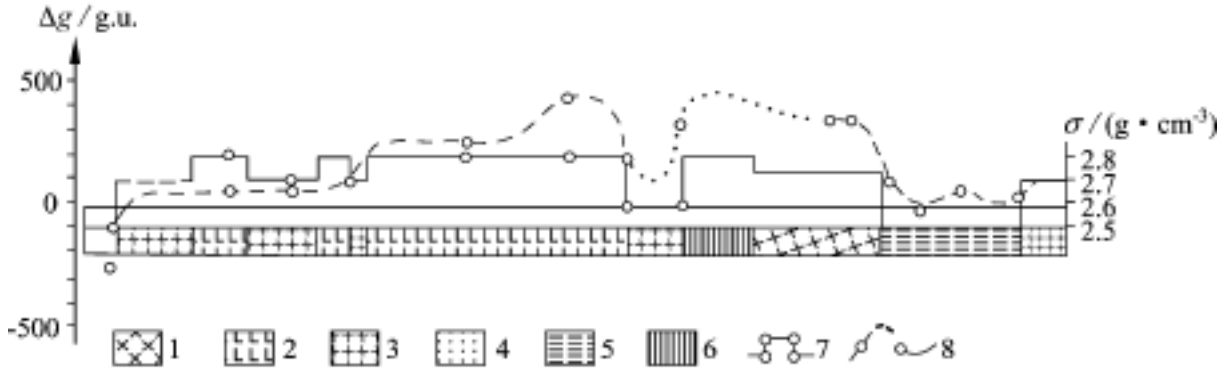


图 9－5　重力异常与结晶基底密度变化

（萧敬涌引自俄文教科书，1961）

1—太古宙花岗片麻岩；2—混合岩；3—花岗岩；4—石英岩和砂岩；5—页岩、白云岩、辉绿岩；6—千枚岩；7—岩石密度曲线；8—重力异常 Δg 曲线

三、结晶基底顶面的起伏

结晶基底与上覆沉积岩系通常都存在一定的密度差，在基底内部岩性较均匀的情况下，基岩顶面的起伏能引起较大范围内的重力变化，据此可以成功地圈定那些范围较大的、具有较大幅度的隆起或凹陷。

四、沉积岩的构造和成分变化

在沉积岩系比较发育的地区，沉积岩系的内部往往存在多个密度分界面，如新生代的疏松沉积物与下伏老地层之间；中新生代的陆相地层与古生代的海相地层之间；古生代上部砂页岩和下部碳酸岩之间都可能存在密度差异。当这些界面受地壳运动影响而产生褶皱、断裂，又具备足够大的剩余质量时，将引起明显的重力异常，这为应用重力法研究、寻找局部构造提供了条件。

此外，沉积岩内的岩性或岩相变化也可能引起明显的重力变化。例如在盆地内的向斜部位堆积了密度较下伏岩层大的砾石层，使得应当出现向斜引起的重力低处，反而出现了重力高；而背斜构造部位出现了重力低，这一点在对重力资料作解释时应特别注意。

五、其他密度不均匀因素

大多数金属矿床（如铁矿、铜矿、铬铁矿等），特别是致密的矿床，其密度都比围岩大，密度差通常超过 0. 5 g/cm^3；某些非金属矿（如岩盐、煤炭等）或侵入体，则情况相反，其密度一般比围岩要小。因此，当这些矿体或地质体具有一定的规模和埋藏深度又不大时，都能在地表形成可观测的局部重力异常。

Grant 和 west（1965）指出，地球的所有物质都会引起重力，但是因为重力特性的反

平方定律，靠近测点的岩石，比远处岩石的影响要大得多。地球引力（即单位质点的重量）的大部分，并非由地壳中的岩石引起。引力主要由地幔及地核中的物质质量所引起，因为地幔及地核的形状规则、密度变化平缓，因此地球的引力场的变化也是规则和平缓的。重力全值的千分之三（3×10^{-3} g）由地壳物质引起；而且在这么小的重力值中，大约百分之十五才为地壳最上部 5 km 厚的岩石引起。通常我们研究的地质现象，就存在在这个地区。在这个区域的岩石密度变化引起的重力的变化，一般在任何地方都不会超过重力全值的 0.01%。与有经济价值的矿体有关的重力的变化，或许不会超过 10^{-5} g。因而，地质构造对于地球重力的贡献（作用）非常小。

第二节　叠加重力异常

一、重力异常的叠加

两个以上地质体引起的叠加异常，在形态、幅值和范围上，不同于单个地质体引起的异常，下面以简单几何模型的叠加异常为例说明。

（一）两个相邻球体异常的叠加

图 9－6 为两个相距很近球体引起的异常剖面图。从 Δg 曲线看，很难看出这是相距

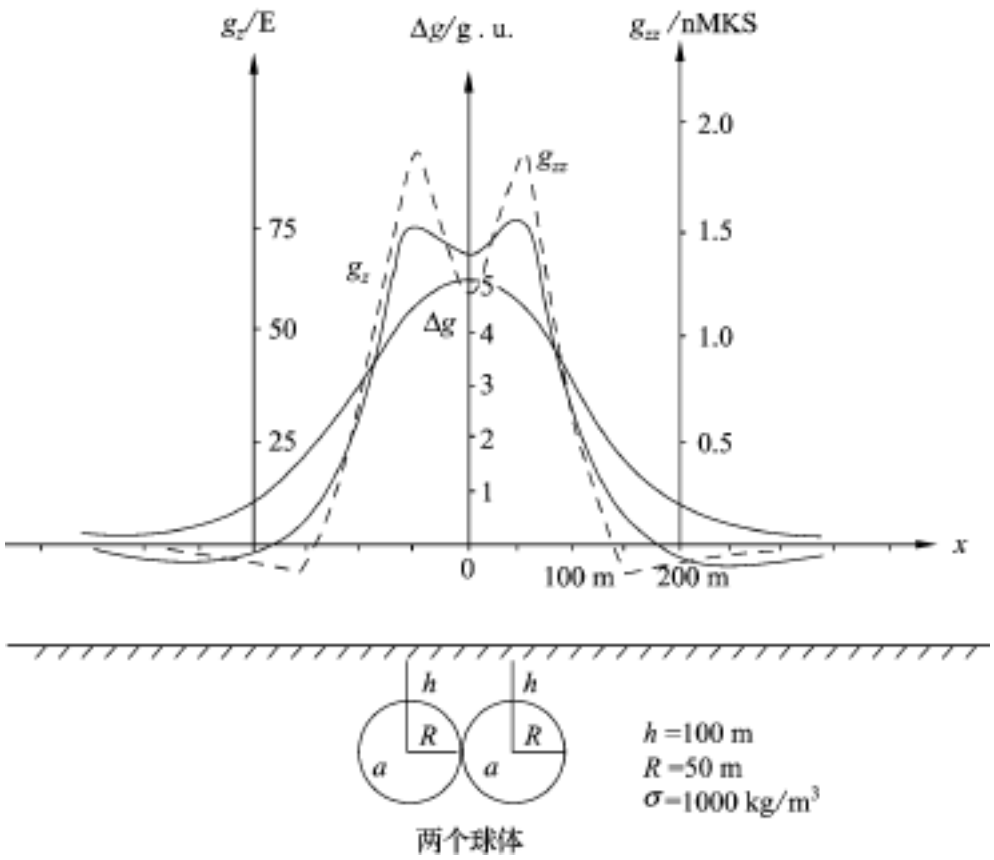


图 9－6　两个相邻球体异常的叠加

很近的两个球体引起的异常，如果当作单一球体来解释，必然得出错误的结果。然而，重力异常的高阶导数却显示出两个球体的存在。

（二）单斜异常与球体异常的叠加

单一球体在地面引起的异常是不等间距的同心圆，一旦叠加在一个水平梯度为常数的单斜异常上，情况就大不一样了。设球体剩余密度 $\sigma > 0$，当其异常的水平梯度值小于单

斜异常的水平梯度时，叠加的异常不可能形成圈闭，平面等值线仅是向异常的降低方向扭曲，如图 9－7（a）所示；当球体异常的水平梯度大于单斜异常水平梯度时，在球体异常中心附近部位才能形成小的圈闭（图9－7（b））；当球体的剩余密度 σ＜0 时，叠加后的异常等值线是向异常升高的一方扭曲（图 9－7（c））。

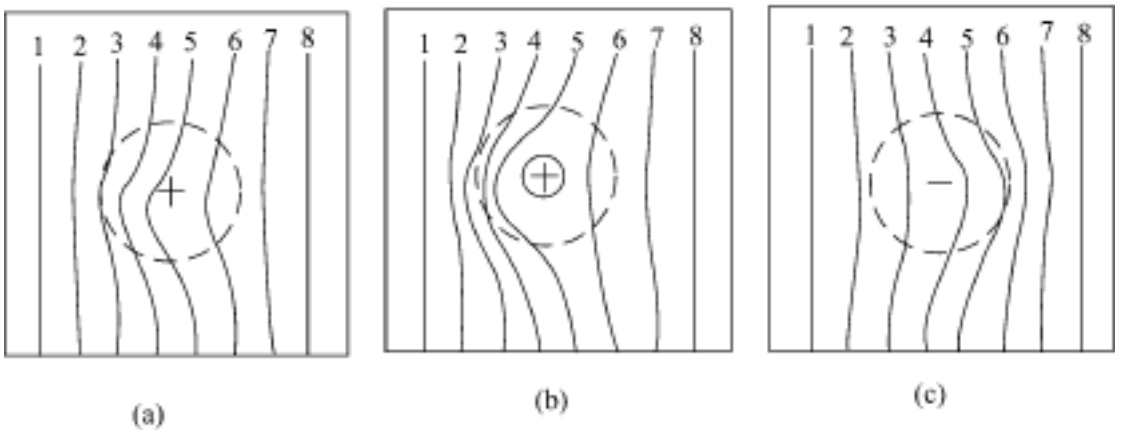


图 9－7　球体异常与单斜异常的叠加

（三）台阶异常与单斜异常的叠加

一个剩余密度 σ＞0 的单一铅垂台阶的异常平面图表现为平行的梯级带。图 9－8（b）、（c）显示台阶走向与单斜异常（图 9－8（a））走向以不同交角叠加后异常等值线的畸变情形，等值线同型扭曲的部位才显示为台阶异常的存在。

实测重力异常是由不同深度、不同大小、不同范围及不同形状的许多密度不均匀体引起的叠加异常，远比几个简单的几何模型的叠加异常复杂得多。在重力解释中，计算不同的几何模型组合引起的叠加异常，对于识别实际的异常及推断异常源是有用的。

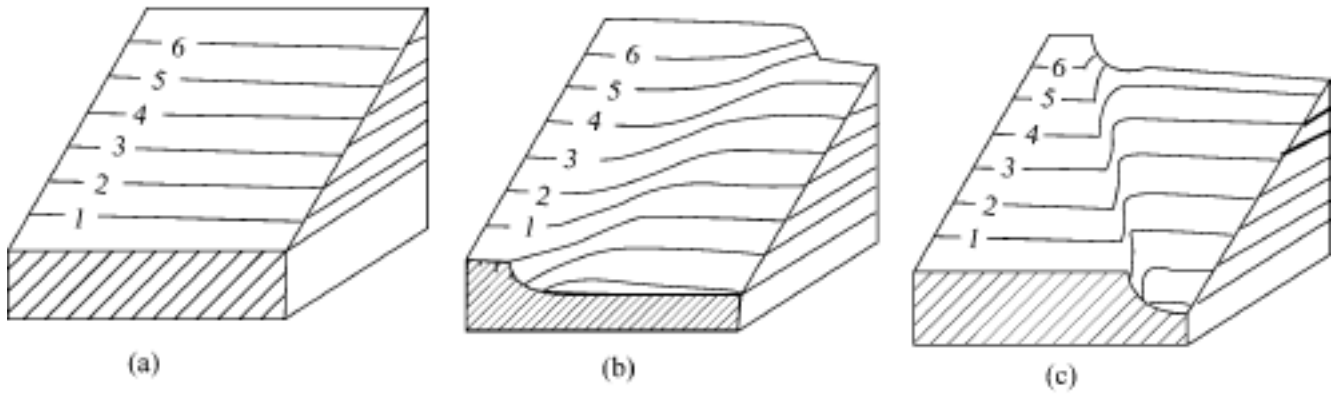


图 9－8　铅垂台阶异常与单斜异常的叠加

二、区域异常和局部异常

重力解释通常把实测重力异常看作由区域异常和局部异常组成。区域异常指由分布范围较广的、相对深的地质因素引起的重力异常。这种异常特征是异常幅值较大，异常范围也较宽，但异常梯度较小，具有“低频”的特征。

局部异常是指比区域地质因素范围较小的研究对象（如构造、矿体或岩体）引起的范围和幅度较小的异常；异常梯度相对较大，具有较高“频率”的特征。

从布格异常中去掉区域异常后的剩余部分，称为剩余异常，习惯上看作局部异常。

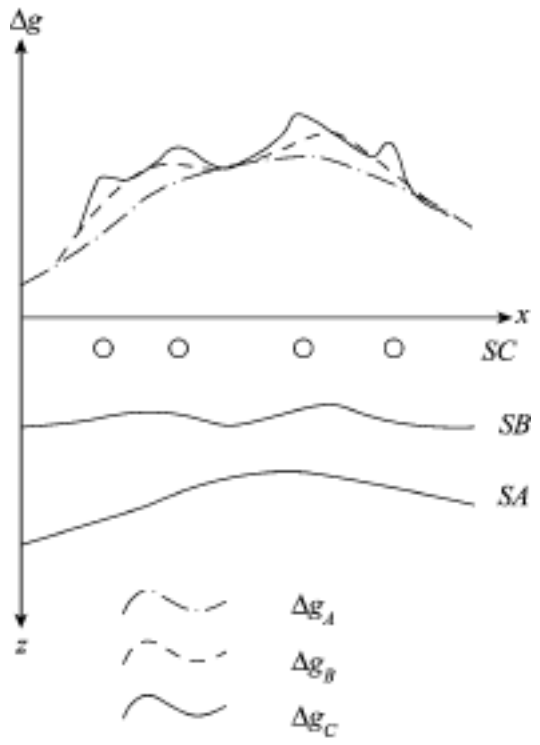


图 9－9　区域异常和局部异常的相对性示意图

区域异常和局部异常是相对的，没有绝对的划分标准，应视研究的对象而定。在图 9－9 中，Δg_A、Δg_B 及 Δg_C 分别是由深部的密度界面、中部的背斜构造及浅部的岩体或矿体引起。相对异常 Δg_C，异常 Δg_A 和 Δg_B 都可以看成区域异常；而相对 Δg_A，Δg_B 及 Δg_C 又都可以认为是局部异常。

实测重力异常是由地下所有密度不均匀引起的叠加异常。为了根据实测异常求某个场源体，首先必须从叠加异常中分离出单纯由这个地质体引起的异常。现有的大部分异常分离方法都有一个共同的应用前提：不同的异常在空间“频率”上有差异，这种差异越大，分离的效果越好。如果差异很小，不同地质体引起的异常很难分开，这就为异常的反演带来困难。在这个情况下，已知的地质、其他地球物理资料能够在异常分离中起关键作用。采用“剥层法”，计算这些已知场源体引起的异常，然后从观测异常中消去，剩下的异常分离问题会变得比较简单。

第三节　重力异常的平滑

平滑处理的目的是消除异常数据中由观测引起的偶然误差以及由地表附近密度分布不均匀引起的杂乱无章的重力效应，以得到有意义的地质体引起的异常。

一、剖面异常的平滑法

(一) 徒手平滑法

徒手平滑法系依据重力异常在剖面上的变化具有一定的连续、渐变的规律（这也是重力异常具有的特点），徒手去（平滑）掉某些明显的突变点。这种做法的要求平滑前后各点的重力异常值的偏差，不应超过实测异常的均方误差，即被平滑掉的只应该是误差。

(二) 最小二乘平滑法

尽管偶然误差会使异常曲线不光滑而成锯齿状，但它不会改变异常曲线变化的基本趋势，因此我们可以用一个多项式来拟合这种变化趋势。例如，当多项式次数取为 1 时，为线性平滑；取为 2 时，为二次平滑。多项式系数可由最小二乘法求出。

1．线性平滑法

在重力异常剖面图上，若在一定范围内异常随测点按照线性关系变化，则在这个范围内某一点经平滑后的异常值可用下列线性方程来表示：

$$\bar{g}(x) = a_0 + a_1 x \qquad (9-1)$$

式中：a_0 和 a_1 为待定系数，可用下述最小二乘法解出。若该点原始值为 $g(x_i)$，它的圆滑值为 $\bar{g}(x_i)$，则可列出：

$$\delta = \sum_{i=-m}^{m} [\, a_0 + a_1 x_i - g(x_i)\,]^2 = \min \qquad (9-2)$$

式中：δ为偏差的平方和。利用微分求极值的方法将（9－2）对 a_0 和 a_1 求导数，然后令其为零得：

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{a_0} &= \sum_{i=-m}^{m} 2[\, a_0 + a_1 x_i - g(x_i)\,] = 0 \\ \frac{\delta}{a_1} &= \sum_{i=-m}^{m} 2[\, a_0 + a_1 x_i - g(x_i)\,] x_i = 0 \end{aligned} \qquad (9-3)$$

若 x_i 以剖面上的点距为单位，即 $\Delta x = 1$，取点的方式如图 9－10 所示，则（9－3）式中的 $x_i = 0$，±1，±2，…，±m。把它们代入（9－3）式，可解出 a_0 和 a_1 分别为

$$a_0 = \frac{\sum_{i=-m}^{m} g(x_i)}{2m+1}, \quad a_1 = \frac{\sum_{i=-m}^{m} x_i g(x_i)}{\sum_{i=-m}^{m} x_i^2}$$

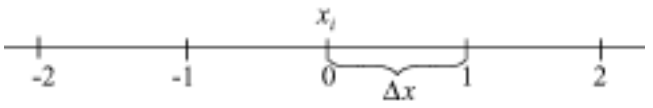


图 9－10　剖面平滑的取点方式

由（9－1）式可知当 $x = 0$ 时，$\bar{g}(0) = a_0$ 即

$$\bar{g}(0) = \frac{1}{2m+1} \sum_{i=-m}^{m} g(x_i) \qquad (9-4)$$

由此可见，按图 9－10 取数计算某一点的平滑值，实际上是在剖面上以该点为中心取奇数点数异常值的算术平均值。当 m = ±1 时，得三点平滑公式为

$$\bar{g}(0) = \frac{1}{3}[\, g(-1) + g(0) + g(1)\,] \qquad (9-5)$$

同理可得 5 点、7 点、9 点平滑等公式。

在实际工作中究竟采用几点平均最合适，这需要根据平滑的目的而定。一般说参加平均的点越多，得出的曲线越平缓。图 9－11 就是线性平滑效果的例子。

在图 9－11 中，曲线 D 是表示由低、中和高频信息 A、B、C 合成的原始值，它的形态就包含了各种频率成分，E、F、G、H、I 分别表示取 2、3、5、7、9 个点作平滑后的曲线。可见随着参加平均的点数的增加，“高频”成分逐渐减弱，即短周期干扰逐渐消失。用 7 点平均时，B、C 两种异常基本被平滑掉，只保留了原来的“低频”成分 A。在 9 点平滑后，同样保留了低频成分，只是更平滑了。

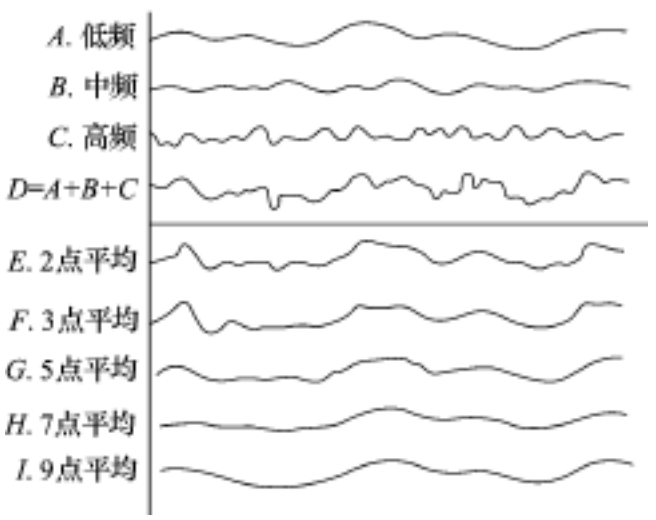


图 9－11　不同点数线性平滑效果的比较

2．二次曲线平滑法

若重力异常剖面曲线在一定范围内可视为二次曲线，则在这个范围内，平滑公式可用

下面的二次曲线方程来表示:

$$\bar{g}(x_i) = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2$$

同样可以使用最小二乘法求出上面方程中的系数:

$$\delta \sum_{i=-m}^{m} [a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i - g(x_i)]^2 = \min \qquad (9-6)$$

应用导数求极值的方法，将（9－6）式分别对 a_0，a_1 和 a_2 求偏导数，并令其等于零，得:

$$\frac{\delta}{a_0} = \sum_{i=-m}^{m} 2[a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 - g(x_i)] = 0$$

$$\frac{\delta}{a_1} = \sum_{i=-m}^{m} 2[a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 - g(x_i)] x_i = 0$$

$$\frac{\delta}{a_2} = \sum_{i=-m}^{m} 2[a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 - g(x_i)] x_i^2 = 0$$

从而可由上述方程组解出 a_0。若取 $m=2$，即采用五点平滑；当数据是等间距，点距 $\Delta x = 1$，选取平滑值的点为坐标原点，即取 $x_i = 0$ 时，求得:

$$\bar{g}(0) = a_0 = \frac{1}{35}\{17g(0) + 12[g(1) + g(-1)] - 3[g(2) + g(-2)]\} \qquad (9-7)$$

同理可得七点二次平滑公式为

$$\bar{g}(0) = \frac{1}{21}\{7g(0) + 6[g(1) + g(-1)] + 3[g(2) + g(-2)] - 2[g(3) + g(-3)]\} \qquad (9-8)$$

当然还可使用多点高次曲线。在重力法中，根据重力异常的变化特征，高于三次以上的曲线很少使用。图 9－12 表示各次曲线平滑的例子。

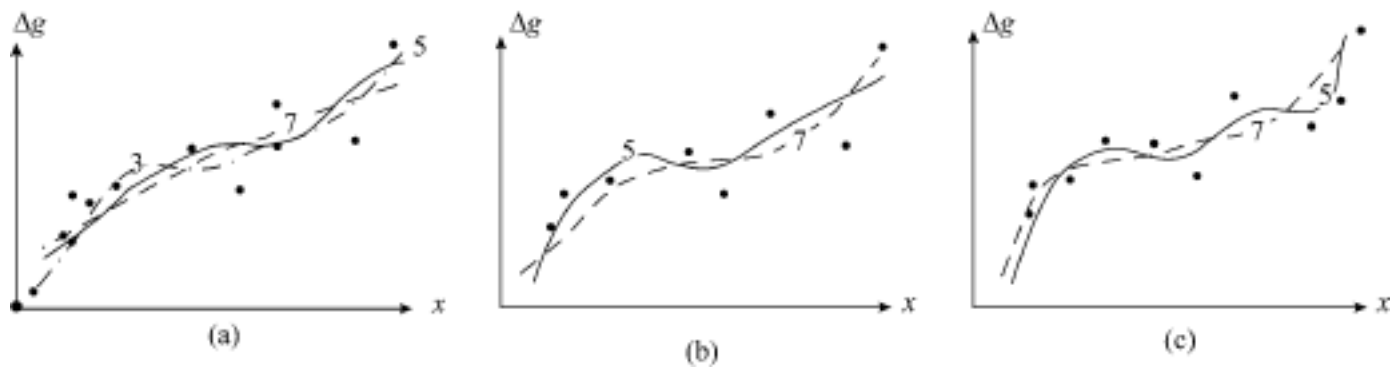


图 9－12　不同点数不同阶次的平滑效果

（a）线性平滑；（b）二次平滑；（c）三次平滑；

图中的数字是平滑时的取点数

二、平面异常的平滑法

平面异常平滑法是根据测区内某一小面积范围的已知重力异常值的变化趋势，建立一个拟合多项式。某一点的平滑值可用拟合值代替。由于拟合多项式含两个变量，所以该多项式代表了各种曲面。

(一) 线性平滑公式

在重力异常平面图的一定范围内，若异常形态呈简单线性变化时，某点 (x, y) 的异常值可用下列方程拟合:

$$\bar{g}(x,y) = a_0 + a_1 x + a_2 y \qquad (9-9)$$

式中: a_0, a_1 和 a_2 为待定系数，同样利用最小二乘法来确定。

当 $x=0$, $y=0$ 时，可知 $\bar{g}(0,0) = a_0$。

下面直接给出五点和九点平滑公式的结果。

五点平滑公式为

$$\bar{g}(0,0) = \frac{1}{5}[g(0,0) + g(1,0) + g(-1,0) + g(0,-1) + g(0,1)] \qquad (9-10)$$

九点平滑公式为

$$\bar{g}(0,0) = \frac{1}{9}[g(0,0) + g(2,0) + g(1,0) + g(0,1) + g(0,2) + g(-2,0) + g(-1,0) + g(0,-2) + g(0,-1)] \qquad (9-11)$$

线性平滑取点的分布如图 9－13 所示。

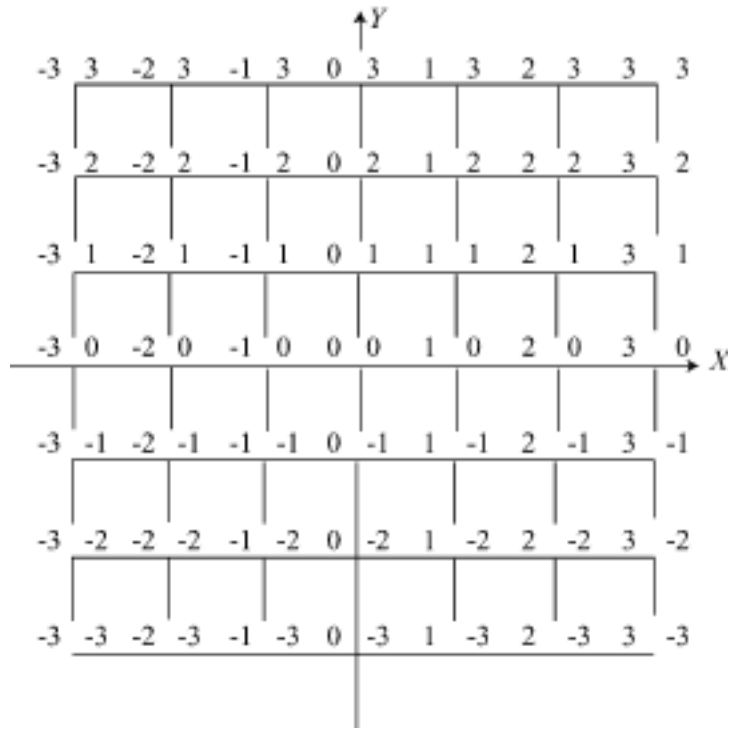


图 9－13　平面异常平滑取点位置图

(二) 二次曲面平滑公式

在平面图上，如果重力异常的分布在一定范围内可以用二次曲面拟合时，则平滑后的异常值 g (x, y) 可用下列方程表示:

$$\bar{g}(x,y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 \qquad (9-12)$$

当 $x=0$, $y=0$ 时，a_0 值便是相应点的平滑值，即

$$\bar{g}(0,0) = a_0$$

式中: a_0 也是利用上述最小二乘法确定。下面直接给出常用的几个二次曲面平滑公式的系数 (在相应异常值 g 的右侧)。

九点二次曲面平滑:

g (-1, -1), g (1, -1), g (1, 1), g (-1, 1),	-1/9
g (-1, 0), g (0, -1), g (1, 0), g (0, 1),	2/9
g (0, 0)	5/9

二十五点二次曲面平滑:

g (-2, -2), g (2, -2), g (2, 2), g (-2, 2)	-0.07428
g (-2, -1), g (2, -1), g (2, 1), g (-2, 1)	0.01142
g (-1, -2), g (1, -2), g (1, 2), g (-1, 2)	0.01142
g (-2, 0), g (0, -2), g (2, 0), g (0, 2)	0.04000
g (-1, -1), g (1, -1), g (1, 1), g (-1, 1)	0.09714

g (-1, 0), g (0, -1), g (1, 0), g (0, 1)	0.12571
g (0, 0)	0.15428

四十九点二次曲面平滑:

g (-3, -3), g (-3, 3), g (3, -3), g (3, 3)	-0.07461
g (-3, -2), g (-3, 2), g (3, -2), g (3, 2)	-0.01360
g (-2, -3), g (-2, 3), g (2, -3), g (2, 3)	-0.01360
g (-3, -1), g (-3, 1), g (3, -1), g (3, 1)	0.00680
g (-1, -3), g (-1, 3), g (1, -3), g (1, 3)	0.00680
g (-3, 0), g (3, 0), g (0, -3), g (0, 3)	0.01360
g (-2, -2), g (-2, 2), g (2, -2), g (2, 2)	0.02040
g (-2, -1), g (-2, 1), g (2, -1), g (2, 1)	0.04081
g (-1, -2), g (-1, 2), g (1, -2), g (1, 2)	0.04081
g (-2, 0), g (2, 0), g (0, -2), g (0, 2)	0.04761
g (-1, -1), g (-1, 1), g (1, -1), g (1, 1)	0.06122
g (-1, 0), g (1, 0), g (0, 1), g (0, 1)	0.06802
g (0, 0)	0.07482

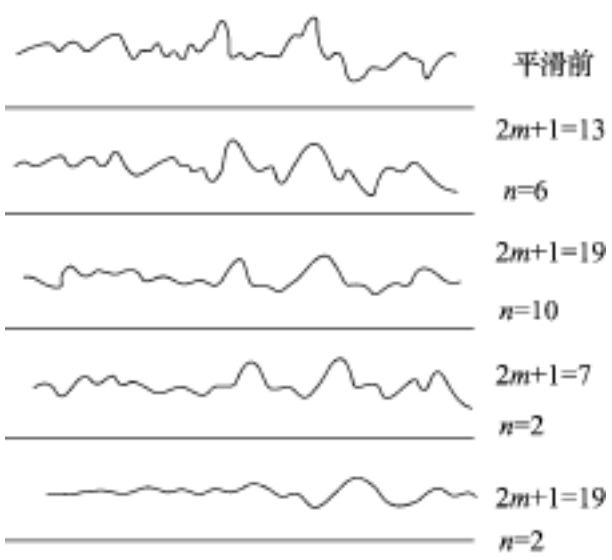


图 9－14　不同点数不同阶次的平滑效果比较

2m + 1 为平滑点数；n 为多项式次数

上述曲面平滑取点方式均见图 9－13。

对于不同阶次，不同点数的平滑公式，其平滑的效果有以下特点:

1) 当点数一定，阶次越低，结果越平滑;

2) 阶次一定，点数越多，结果越平滑;

3) 不同阶次和不同点数的结合，有时可能得到相似的平滑效果，见图 9－14。

在实际工作中，在能达到目的的前提下，尽量利用较少的点参加平滑。这样既能节省计算工作量，又可减少计算区域周边的损失。

上面介绍的平滑法是利用有限点的异常值计算出某一点的平滑值。若想平滑一条剖面或一个平面上各点的值，可以依次在所有点上进行滑动计算。

平滑的本意是为了消除异常值中的偶然误差，然而大点距平滑的结果起到压制浅部干扰的作用，可以用来表示区域场的形态。

第四节　图　解　法

图解法是一种传统的手工方法。根据布格异常形态，利用区域异常和局部异常特征上的差异，特别是参照已知的地质情况，凭解释者的经验和估算的区域异常梯度大小及变化，徒手画出直线、曲线或它们的平面组合线，用它们分别表示剖面上的区域异常曲线或平面上区域异常等值线，然后用每点的布格异常减去该点的区域异常值，就得至各点的局

部异常（剩余异常)。

图 9－15 是在重力剖面上用直线代表区域异常分离叠加异常的例子。图 9－16 是在剖面上用曲线代表区域异常分离叠加场的例子。图 9－17 是用一组平行直线表示区域场分离叠加场的例子。图 9－17（a) 是叠加异常，图 9－17（b) 表示局部异常。图 9－18 是用一组平滑曲线代表区域异常从布格异常（图 9－18（A)) 分离出局部异常图 9－18（B) 的例子。

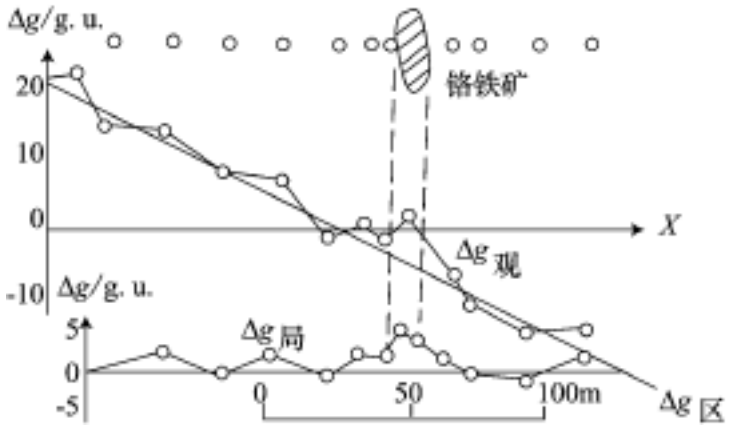


图 9－15　直线表示区域异常的异常分离实例

(佚名)

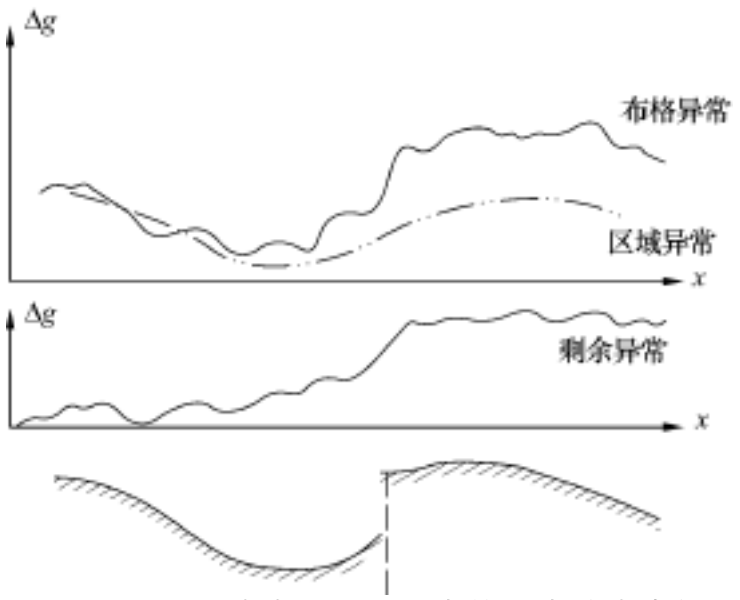


图 9－16　曲线表示区域异常的异常分离实例

(佚名)

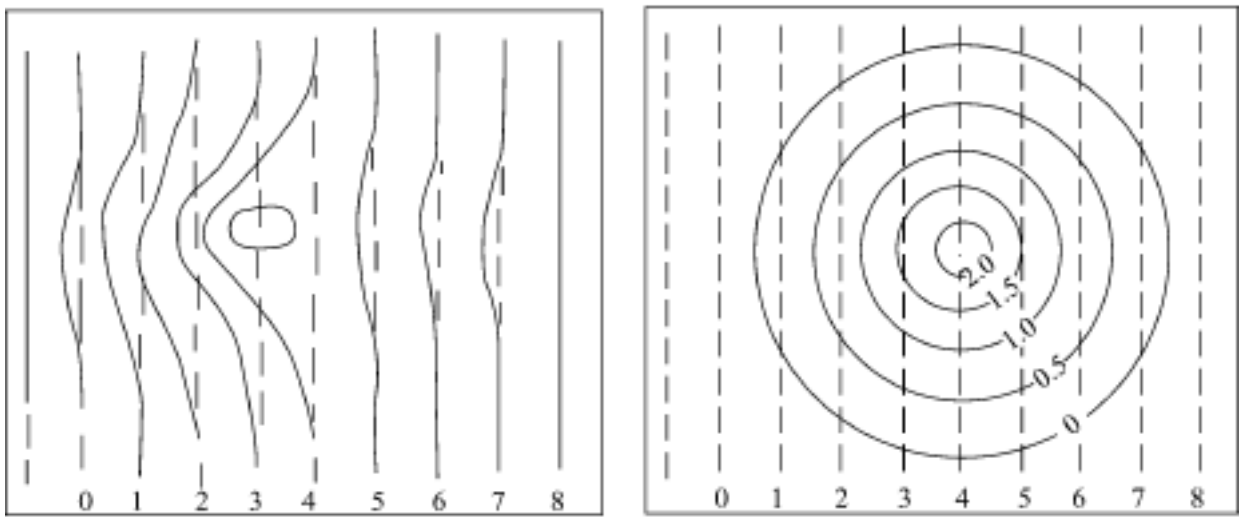


图 9－17　平行直线族表示区域异常的异常分离

图解法虽然简单易行，但效果好坏在很大程度上决定于解释者的经验和对地质情况的熟悉程度。在区域异常趋势比较明显和局部异常较为突出的情况下，这个方法可以获得较好的效果。

对于复杂情况可用下面介绍的通过计算的方法获得相应的局部异常和区域异常。

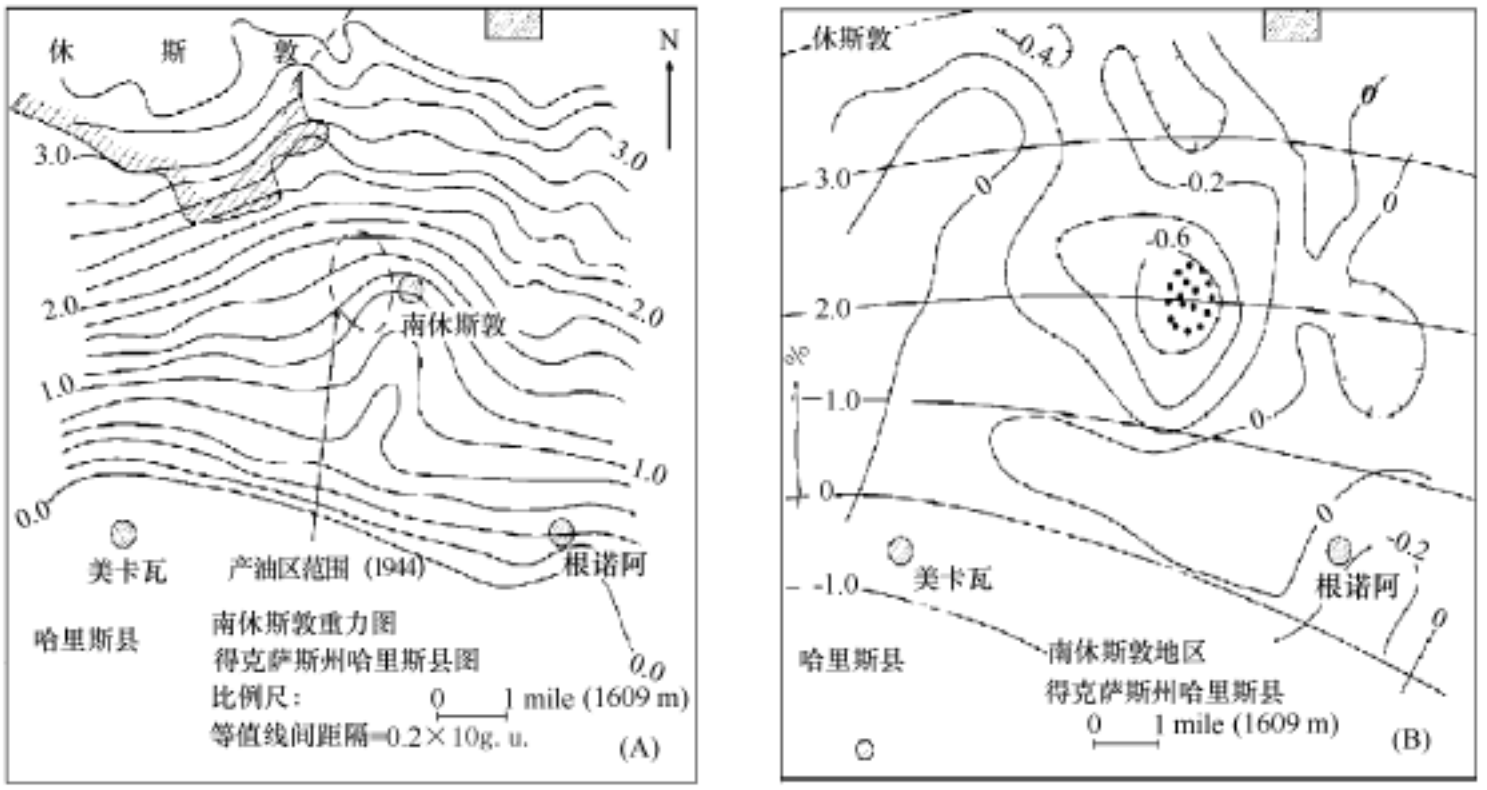


图 9－18　平滑曲线表示区域异常的异常分离实例示意图

(引自内特尔顿，1987)

第五节　平 均 场 法

平均场法的基本原理是：在一定剖面或平面范围内的区域异常可视为线性变化，因而该范围的重力异常平均值可作为其中心点处的区域异常值；求平均异常时所选用的范围应当大于局部异常的范围。根据用于平均的原始数据点的分布，平均场法分为以下几种方法。

一、偏差值法

在异常剖面上，我们定义下式

$$\delta g(x) = \Delta g(x) - \frac{\Delta g(x+L) + \Delta g(x-L)}{2} \qquad (9-13)$$

为 x 点的重力异常偏差值。若 $\Delta g(x+L)$、$\Delta g(x)$、$\Delta g(x-L)$ 分别为 x 剖面上三个相邻点的重力异常值（图 9－19），L 为点距，它们各包含有区域异常和局部异常这两部分，于是（9－13）式可进一步写成

$$\delta g(x) = \Delta g_{reg}(x) + \Delta g_{loc}(x) - \frac{\Delta g_{reg}(x+L) + \Delta g_{loc}(x+L) + \Delta g_{reg}(x-L) + \Delta g_{loc}(x-L)}{2} \qquad (9-14)$$

式中：下标“reg”和“loc”分别表示区域异常和局部异常。当满足区域异常在 (x－L) 到 (x＋L) 的范围内呈线性变化的条件时，有

$$g_{reg}(x) = \frac{\Delta g_{reg}(x+L) + \Delta g_{reg}(x-L)}{2} \qquad (9-15)$$

把（9－15）式代入（9－14）式可得

$$\delta g(x) = \Delta g_{loc}(x) - \frac{\Delta g_{loc}(x+L) + \Delta g_{loc}(x-L)}{2} \qquad (9-16)$$

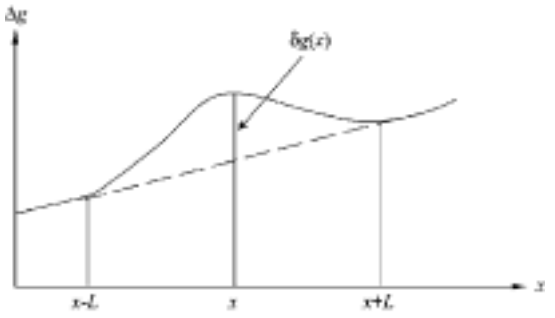


图 9－19　偏差值法分离异常

若点距 L 大于局部异常范围一半时，有

$$\Delta g_{loc}(x+L) = \Delta g_{loc}(x-L) \quad 0$$

于是（9－16）式则为

$$\delta g(x) = \Delta g_{loc}(x)$$

这样我们就可以利用偏差值代替局部重力异常值。

二、圆周法（多边形法）

圆周法实际上是偏差值法在处理平面异常上的一种推广。如图 9－20，在以计算点 O 为圆心，以 r 为半径的圆周上等间距取数。偏差值由下式计算

$$\delta g(0) = \Delta g(0) - \overline{\Delta g}(r) = \Delta g(0) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m}\Delta g_i \qquad (9-17)$$

式中：$\overline{\Delta g}(r)$ 为圆周上 N 个取数点上重力异常值的平均值。

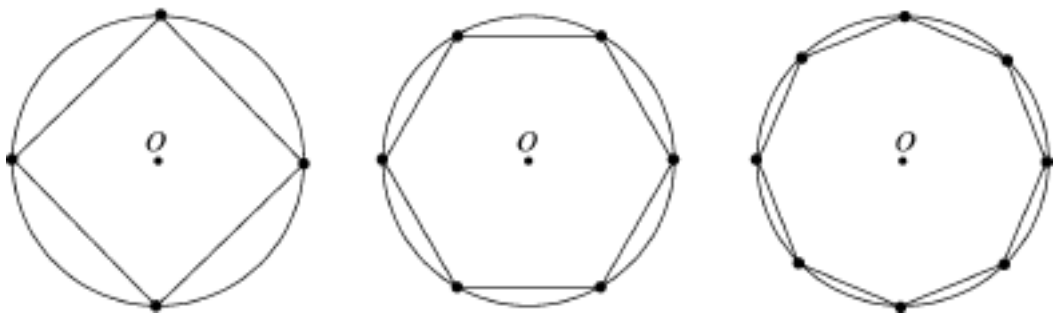


图 9－20　圆周法取数点位

圆周法效果好坏取决于半径 r 的大小。最佳半径可用下述的试验方法估计。在重力异常平面等值线图中，挑选几个有局部异常的地区，分别用不同半径的圆周，取得相应的平均异常值。然后以 r 为横坐标，以平均异常 $\overline{\Delta g}(r)$ 为纵坐标，画出它们的关系曲线（图 9－21）。如果测区内的异常只有两级异常，即局部异常和区域异常，量板平均半径的最佳值 r_{opt} 就可以根据 $\overline{\Delta g}(r)-r$ 曲线的水平渐近线的位置来估计，如图 9－21（a）所示。如果测区内存在三级或多级异常，则最佳半径可以根据曲线的转折处的位置来估计，如图 9－21（b）。

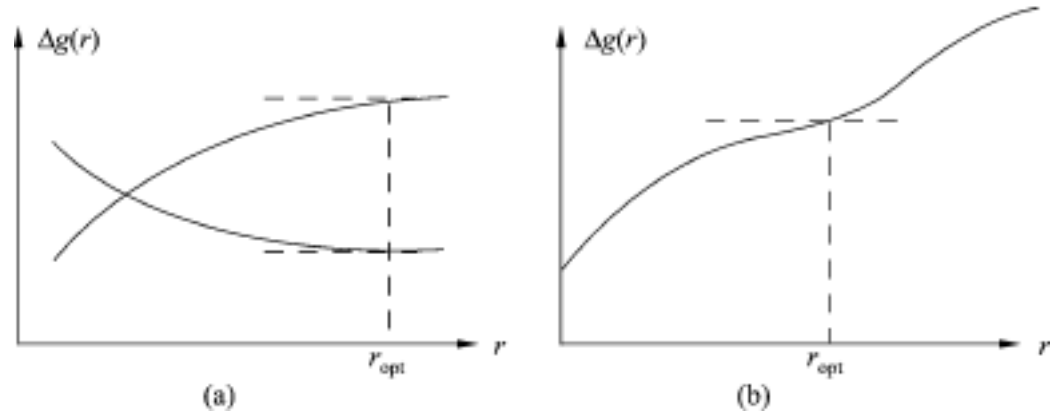


图 9－21　圆周法最佳半径的估计

三、网格法

将布格异常平面图以一定的网度分成正方形网格状，网格大小（亦称窗口）一般为重力测网点距的数倍至十几倍；然后以每个网格中各结点重力异常平均值作为网格中心点的区域异常值，依据各网格中心点的区域异常值可以勾绘区域异常等值线图，从而各测点上的区域异常便能用内插法求得，相应的局部异常也就可以获得。另外一种计算办法是采用同一网格的滑动方法求出各结点上的区域异常和局部异常。一般来说，窗口越大，滑动平均值反映的地质体越深。因此，应按需要压制的局部异常范围大小来选择窗口的大小。这种方法最适用于计算机处理，因而应用较广泛。

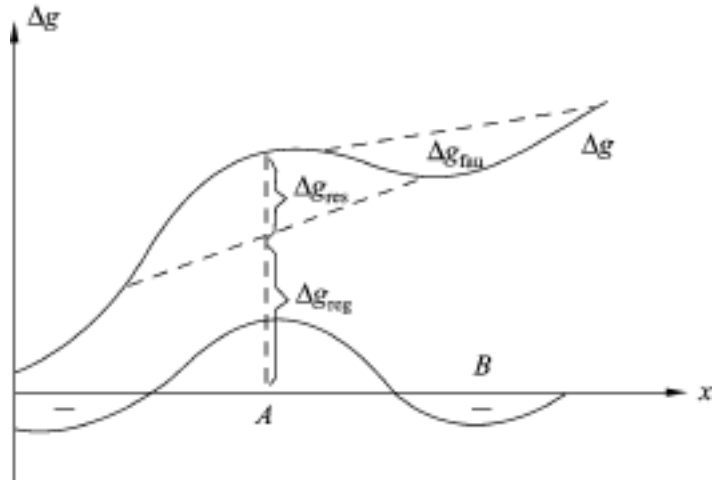


图 9－22　产生虚假异常原因示意图

需要特别指出的是，这类方法应用中必然会带来所谓“虚假异常”的问题，我们用剖面上的情况来说明（图 9－22）。在图 9－22 中，用（－L，L）窗口计算 A 点的局部异常时能够得到正确的区域异常 Δg_{reg} 及局部异常 Δg_{reg}；滑动到 B 点时，因为重力异常平均值 $\overline{\Delta g_B}$ 大于该点的异常 Δg_B，所以在 B 点得到负的剩余异常 Δg_{fau}。这就是不应有的虚假异常。用人工图解法勾绘区域异常时，就可以避免出现这一问题。处理虚假异常的一种方法是：从布格异常中减去第一次求得的剩余异常后，再对其剩余部分重新用（－L，L）窗口求其剩余异常，将第二次求得的剩余异常，再加到原剩余异常中去，如此反复几次，直到基本消除虚假异常为止。

第六节　高次导数法

布格重力异常换算成它的高次导数，具有下列优点。

1) 不同形状地质体的重力异常导数具有不同的特征，这有助于对异常的解释和分类。

2）重力异常的导数可以突出浅而小的地质体的异常特征而压制区域性深部地质因素的重力效应，在一定程度上可以分离不同深度和大小异常源引起的叠加异常，且导数的次数越高，这种分辨能力就越强（图 9－23）；

图 9－23 表明，小球的重力异常比大球小许多，二者的叠加异常很难显示出小球的存在（图 9－23（a））。然而，重力异常的垂向一次导数（图 9－23（b））及二次导数（图 9－23（c））却突出了小球的异常特征，压制了大球的影响。

3）重力高阶导数可以将几个互相靠近、埋藏深度相差不大的相邻地质体引起的叠加异常分离开来，如图 9－6 所示。

重力异常导数分辨率高的主要原因是因为重力位导数的阶次越高，异常随所在测点与场源体距离的加大，或场源体的加深而衰减越快。在水平方向，基于同样道理，阶次越高的异常范围越小。

在重力异常的分离中，高次导数法的作用与图解法、平均场法等不同，它并非把叠加异常中的局部异常和区域异常分离开来，而是把重力异常换算为另一种位场要素，以突出

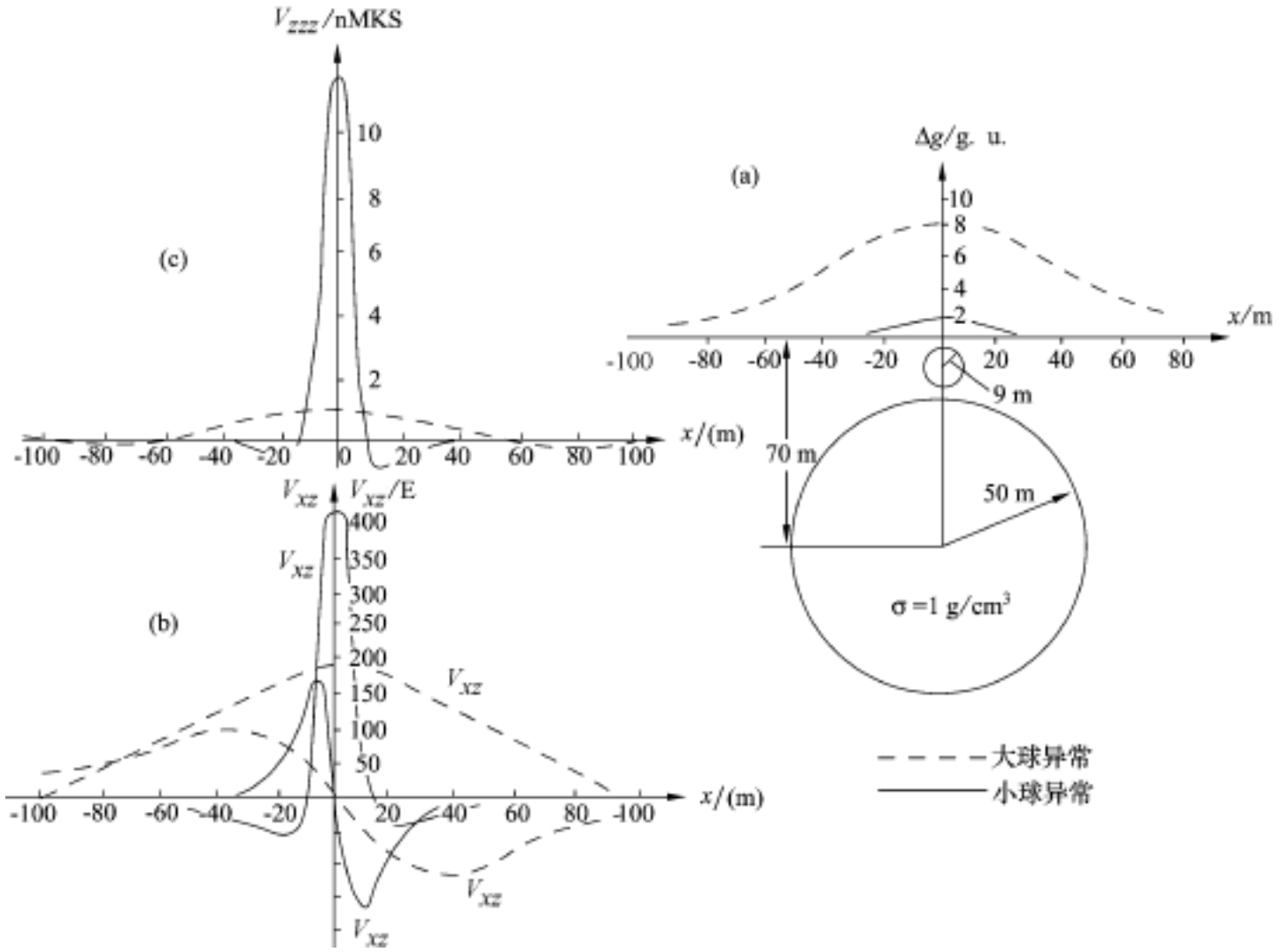


图 9－23　两个不同深度、大小的球体的异常

某种场源体引起的异常。

重力高次导数的计算及后面将要介绍的解析延拓皆属于位场的转换，而位场转换的理论基础是重力场论中诺依曼无限平面外部问题的解。为计算方便，下面首先把这个问题再次归纳如下。

一、诺伊曼无限平面外部问题的解

从位场理论可知，一个未知的场源体在观测平面上所引起的重力异常已知时，可以将这个观测面展布成一个无限大而面密度不均匀的等效物质面，使这个面上各点的面密度满足下式:

$$\mu(\xi,\eta,0) = \frac{1}{2\pi G}\Delta g(\xi,\eta,0) \qquad (9-18)$$

这时，这个面密度分布在其外部空间任意点引起的重力异常及其各阶导数，都将与场源体在该点引起的异常及各阶导数等效。

由引力位的定义可知，一个密度分布不均匀的无限大物质面，在其上部空间任意点 A 所引起的引力位为

$$V(x,y,-z) = G\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mu(\xi,\eta,0)\,d\xi\,d\eta}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+(0-z)^2]^{1/2}} \qquad (9-19)$$

把（9－18）式代入（9－19）式可得:

$$V(x,y,-z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Delta g(\xi,\eta,0)\,d\xi\,d\eta}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+(0-z)^2]^{1/2}} \qquad (9-20)$$

将（9－20）式对 z 求导数，则可得到该点的重力异常表达式:

$$\Delta g(x, y, -z) = -\frac{V}{z} = \frac{z}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Delta g(\xi, \eta, 0)\, d\xi d\eta}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (0 - z)^2]^{3/2}} \quad (9-21)$$

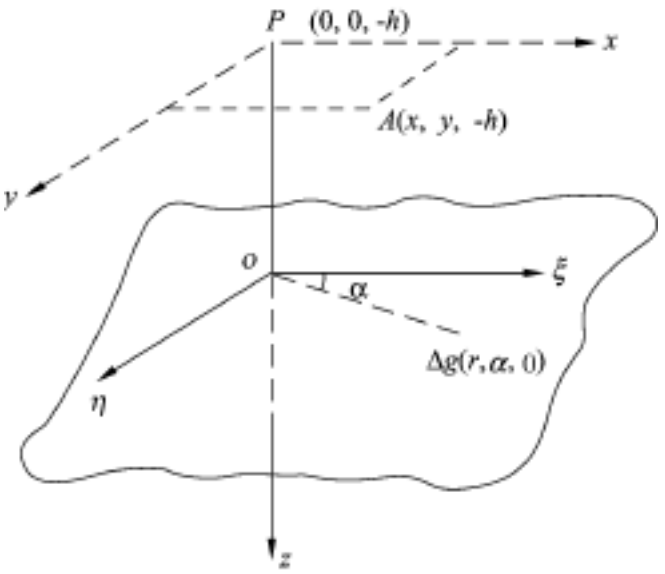


图 9－24　位场变换的坐标

同理，还可计算出该点所在平面上的 V_{xz}、V_{zz}、V_{zzz}及其他各阶导数。

若令（9－21）式式中 z＝0 时，便又可计算出重力异常原观测面上的 V_{xz}、V_{zz}、V_{zzz}。

为了便于应用，可将（9－21）式改用柱坐标来计算，并把计算点选在坐标原点的正上方、高度为 h 的 P 点（图 9－24），这时（9－21）式变为

$$\Delta g(x, y, -h) = \frac{h}{2\pi}\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\frac{\Delta g(r, \alpha, 0)\, r dr d\alpha}{(r^2 + h^2)^{3/2}} \quad (9-22)$$

对于二度体剖面异常，由（9－21）式得：

$$\Delta g(0, -h) = \frac{h}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Delta g(\xi, 0)\, d\xi}{\xi^2 + h^2} \quad (9-23)$$

二、重力高次导数 V_{xz}，V_{zz}，V_{zzz}的计算及其作用

（一）V_{xz}的计算

V_{xz}的物理意义是 V_z（Δg）在 x 方向的变化率，其表达式近似为

$$(V_{xz})_0 = \frac{\Delta g(\Delta x) - \Delta g(-\Delta x)}{2\Delta x}$$

式中：$(V_{xz})_0$ 表示相距为 2Δx 的两点的中点 0 处 Δg 的平均变化率。

若想提高 V_{xz}的计算精度，可以采用下面的方法。

设计算点为坐标原点，并令

$$\Delta g(x) = \sum_{k=0}^{m} a_k x^k \quad (9-24)$$

对（9－24）式的 x 求导数得：

$$V_{xz}(x) = \Delta g'(x) = \sum_{k=0}^{m} k a_k x^{k-1} \quad (9-25)$$

显然，在 x＝0 时，Δg 对 x 的导数是 $(V_{xz})_0 = a_1$。当 m＝2 时，用 5 个及 7 个点重力异常值计算 V_{xz}的公式分别如下。

1）m＝2，n＝5 点时的计算公式为

$$(V_{xz})_0 = a_1 = \frac{1}{10\Delta x}[\Delta g(\Delta x) - \Delta g(-\Delta x)] + \frac{1}{5\Delta x}[\Delta g(2\Delta x) - \Delta g(-2\Delta x)] \quad (9-26)$$

2）m＝2，n＝7 点时的计算公式为

$$(V_{xz})_0 = a_1 = \frac{3}{28\Delta x}[\Delta g(3\Delta x) - \Delta g(-3\Delta x)] + \frac{1}{14\Delta x}[\Delta g(2\Delta x) - \Delta g(-2\Delta x)] + \frac{1}{28\Delta x}[\Delta g(\Delta x) - \Delta g(-\Delta x)] \quad (9-27)$$

上述两式中的 Δx 为取数点距，Δg（±Δx），Δg（±2Δx）…分别为剖面上距离计算点 0

为 $\pm\Delta x$, $\pm 2\Delta x\cdots$处的重力异常值。

(二) V_{zz}的计算

将 (9－20) 式对 z 求二次导数并采用柱坐标，可以得到原点上方 P (0, 0, －h) 点的 V_{zz}表达式:

$$V_{zz}(0,0,-h) = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{\infty} \Delta g(r,\alpha,0)\frac{(r^2-2h^2)r}{(r^2+h^2)^{5/2}}dr \qquad (9-28)$$

令 $\overline{\Delta g}(r,0)$ 为半径 r 的圆周上重力异常平均值，即

$$\overline{\Delta g}(r,0) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \Delta g(r,\alpha,0)\,d\alpha$$

则 (9－28) 式变为

$$V_{zz}(0,0,-h) = -\int_0^{\infty} \overline{\Delta g}(r,0)\frac{(r^2-2h^2)r}{(r^2+h^2)^{5/2}}dr \qquad (9-29)$$

(9－29) 式就是利用地面上的实测重力异常换算高于地面 h 处的 V_{zz} (0, 0, －h) 的计算公式。

当 h＝0 时可得 V_{zz} (0, 0, 0) 的表达式为

$$V_{zz}(0,0,0) = -\int_0^{\infty} \overline{\Delta g}(r,0)\frac{1}{r^2}dr \qquad (9-30)$$

因为常数的高次导数为零，为计算的方便，所以在上式的被积函数中引进一个常数 Δg (0, 0, 0) 减去 $\overline{\Delta g}$ (r, 0) 再积分 (这样作对 V_{zz}计算无影响)，结果 (9－30) 式变成：

$$V_{zz} = \int_0^{\infty} [\,\Delta g(0,0,0) - \overline{\Delta g}(r,0)\,]\frac{1}{r^2}dr \qquad (9-31)$$

计算 (9－31) 式的积分可先分为三段进行，即 0～r_1，r_1～r_m，r_m～∞，然后求和。

1) 计算 (0～r_1) 的积分，并用 I_1 表示为

$$I_1 = \int_0^{r_1} [\,\Delta g(0,0,0) - \overline{\Delta g}(r,0)\,]\frac{1}{r^2}dr$$

$$= \frac{1}{r_1}[\,\Delta g(0,0,0) - \overline{\Delta g}(r,0)\,]$$

当 r_1 很小时，$\Delta g(0,0,0) \approx \overline{\Delta g}(r,0)$，即 $\Delta g(0,0,0) - \overline{\Delta g}(r,0) = 0$，故 $I_1 = 0$。

2) 计算 (r_1～r_m) 的积分，并用 I_2 表示。再次利用分段积分求和为

$$I_2 = \sum_{i=1}^{m-1}\int_{r_i}^{r_{i+1}} [\,\Delta g(0,0,0) - \overline{\Delta g}(r_i,0)\,]\frac{1}{r_2}dr$$

$$= \sum_{i=1}^{m-1} [\,\Delta g(0,0,0) - \overline{\Delta g}(r_i,0)\,]\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}}\right)$$

为使积分的近似程度更高，在 r_i～r_{i+1} 的区间内以几何平均值 $\sqrt{r_i r_{i+1}}$ 为半径的圆周上的重力异常平均值 $\overline{\Delta g}$ ($\sqrt{r_i r_{i+1}}$, 0) 代替上式中的 $\overline{\Delta g}$ (r_i, 0)，则上式变为

$$I_2 = \sum_{i=1}^{m-1} [\,\Delta g(0,0,0) - \overline{\Delta g}(\sqrt{r_i r_{i+1}},0)\,]\frac{r_{i+1}-r_i}{r_i r_{i+1}}$$

$$= \sum_{i=1}^{m-1} [\,\Delta g(0,0,0) - \overline{\Delta g}(\sqrt{r_i r_{i+1}},0)\,]\frac{\Delta r}{r_i r_{i+1}} \qquad (9-32)$$

3）计算（$r_m \sim \infty$）的积分 I_3

$$I_3 = [\ \Delta g(0,0,0) - \overline{\Delta g}(r_m, 0)\ ]\ \frac{1}{r_m}$$

当 r_m 很大时，$I_3 \approx 0$。

由此可得：

$$V_{zz}(0,0,0) = I_2$$

令 $k_i = \dfrac{\Delta r}{r_i r_{i+1}}$ 则

$$V_{zz}(0,0,0) = \sum_{i=1}^{m-1} k_i [\ \Delta g(0,0,0) - \overline{\Delta g}(\sqrt{r_i r_{i+1}}, 0)\ ] \qquad (9-33)$$

公式（9－33）中的 Δg（0，0，0）为计算点上的重力异常值，$\overline{\Delta g}$（$\sqrt{r_i r_{i+1}}$，0）为以 $\sqrt{r_i r_{i+1}}$ 为半径，以计算点为圆心的圆周上的重力异常平均值，k_i 为各圆环的系数。

具体计算时，可借助同心圆取数量板进行。若量板的半径为 r_i 和 r_{i+1}，取数半径为 $r = \sqrt{r_i r_{i+1}}$，并以 km 为单位，则各环相应系数见表 9－2。

表 9－2　计算 V_{zz} 量板各环相应系数

环数	r_i / km	r_{i+1} / km	取数半径（$r = \sqrt{r_i r_{i+1}}$） / km	Δr / km	K_i / km^{-1}
1	0.1	0.4	0.2	0.3	7.5
2	0.4	0.8	0.57	0.4	1.25
3	0.8	1.4	1.06	0.6	0.54
4	1.4	2.2	1.75	0.8	0.26
5	2.2	3.4	2.73	1.2	0.16
6	3.4	4.8	4.04	1.4	0.09
7	4.8	6.6	5.63	1.8	0.06
8	6.6	8.6	7.53	2.0	0.04
9	8.6	11.6	9.99	3.0	0.03
10	11.6	15.6	13.45	4.0	0.02
11	15.6	21.6	18.36	6.0	0.02

将表中的 k_i 依次代入（9－33）式，得到下列计算 V_{zz} 的公式：

$$\begin{aligned} V_{zz}(0,0,0) = g_z = {} & 10.0\,\Delta g(0) - [\,7.5\,\overline{\Delta g}(0.2) + 1.25\,\overline{\Delta g}(0.57) \\ & + 0.54\,\overline{\Delta g}(1.06) + 0.26\,\overline{\Delta g}(1.75) + 0.16\,\overline{\Delta g}(2.73) \\ & + 0.09\,\overline{\Delta g}(4.04) + 0.06\,\overline{\Delta g}(5.63) + 0.04\,\overline{\Delta g}(7.53) \\ & + 0.03\,\overline{\Delta g}(9.99) + 0.02\,\overline{\Delta g}(13.45) + 0.02\,\overline{\Delta g}(18.36) \\ & + \cdots\cdots] \end{aligned} \qquad (9-34)$$

式中：Δg 以 g.u. 为单位，V_{zz} 以 E 为单位。

对于一维异常，可用类似方法导出其近似公式为

$$\begin{aligned} V_{zz}(0,0) = g_z = {} & 1.2732\,\Delta g(0) - 0.3979[\,\Delta g(\Delta x) + \Delta g(-\Delta x)\,] \\ & - 0.1061[\,\Delta g(2\Delta x) + \Delta g(-2\Delta x)\,] - 0.0398[\,\Delta g(3\Delta x) + \Delta g(-3\Delta x)\,] \\ & - 0.0212[\,\Delta g(4\Delta x) + \Delta g(-4\Delta x)\,] - 0.0133[\,\Delta g(5\Delta x) + \Delta g(-5\Delta x)\,] \\ & - 0.0091[\,\Delta g(6\Delta x) + \Delta g(-6\Delta x)\,] - 0.0066[\,\Delta g(7\Delta x) + \Delta g(-7\Delta x)\,] \end{aligned}$$

$$- 0.0051[\Delta g(8\Delta x) + \Delta g(-8\Delta x)] - 0.0040[\Delta g(9\Delta x) + \Delta g(-9\Delta x)]$$
$$- 0.0024[\Delta g(10\Delta x) + \Delta g(-10\Delta x)] - \cdots\cdots \qquad (9-35)$$

(三) V_{zzz} (g_{zz}) 的计算

已知在场源外部，引力位是空间坐标的调和函数，满足拉普拉斯方程

$$\Delta^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

对$\frac{V}{z}$，由于

$$\Delta^2\left(\frac{V}{z}\right) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right) = 0$$

所以在场源外部空间有:

$$\frac{\partial^3 V}{\partial x^2 \partial z} + \frac{\partial^3 V}{\partial y^2 \partial z} + \frac{\partial^3 V}{\partial z^3} = 0$$

其中

$$\frac{\partial^3 V}{\partial x^2 \partial z} = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2}, \frac{\partial^3 V}{\partial y^2 \partial z} = \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}, \frac{\partial^3 V}{\partial z^3} = \frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$$

代入上式解得:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = -\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}\right) \qquad (9-36)$$

至今，发表的重力垂向二次导数 g_{zz}的计算公式很多，然而基本原理相似。下面具体介绍几个常用的公式 (Elkins, 1951; 艾勒金斯，曾佩伟译，1964; Rosenbach, 1953; 罗森巴赫，陈昌礼译，1964)。

若用符号$\bar{g}$ (R) 表示以坐标原点 O 为圆心，R 为半径的圆周上重力异常的平均值，则

$$\bar{g}(R) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} g(R, \alpha)\, d\alpha \qquad (9-37)$$

式中: g (R, α) 为圆周上某一点的重力值; 由于它是坐标位置的调和函数，因此当 R 不大时，g (R, α) 可以写成对坐标原点的台劳级数展开式:

$$g(R, \alpha) = g(x, y) = g(0,0) + \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_0 x + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)_0 y$$
$$+ \frac{1}{2!}\left[\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}\right)_0 x^2 + \left(\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}\right)_0 y^2 + 2\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x\, \partial y}\right)_0 xy\right]$$
$$+ \frac{1}{3!}\left[\left(\left(\frac{\partial^3 g}{\partial x^3}\right)_0 x^3\right) + \cdots\right] + \frac{1}{4!}\left[\left(\frac{\partial^4 g}{\partial x^4}\right)_0 x^4 + \cdots\right] + \cdots$$

考虑到 $x = R\cos\alpha$, $y = R\sin\alpha$, 并将上式代入 (9－37) 式，直接积分后得:

$$\bar{g}(R) = a_0 + a_1 R^2 + a_2 R^4 + \cdots \qquad (9-38)$$

式中 R 的奇次项在积分后代入上、下限时均已消去。a_0, a_1, a_2的表达式为

$$a_0 = g(0,0)$$
$$a_1 = \frac{1}{4}\left[\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}\right)_0 + \left(\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}\right)_0\right] = -\frac{1}{4}\left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)$$
$$a_2 = \frac{1}{64}\left[\left(\frac{\partial^4 g}{\partial x^4}\right)_0 + \left(2\frac{\partial^4 g}{\partial x^2 \partial y^2}\right)_0 + \left(\frac{\partial^4 g}{\partial y^4}\right)_0\right] \qquad (9-39)$$

这样，计算原点 O 处的重力垂向二次导数的问题，就变成了确定（9－39）式中的系数 a_1 了。求得 a_1 再乘上（－4），就可得到计算点的 g_{zz} 值，即

$$g_{zz} = \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = -4a_1 \qquad (9-40)$$

当采用不同方法确定系数 a_1 时，就可以得到不同的计算公式。

1．哈克（Healck）公式

在公式（9－38）中略去 R^4 及 R^4 以上的各项，则有

$$\bar{g}(R) = a_0 + a_1R^2 = g(0) + a_1R^2$$

即

$$a_1 = \frac{1}{R_2}[\bar{g}(R) - g(0)]$$

由此可导出哈克公式为

$$g_{zz} = -4a_1 = \frac{4}{R_2}[g(0) - \bar{g}(R)] \qquad (9-41)$$

2．艾勒金斯（Elkins）公式

同理，当略去（9－38）式中高次项，得 $\bar{g}(R) = a_0 + a_1R^2$，并分别取半径为 R、$\sqrt{2}R$、$\sqrt{5}R$ 的圆周上的 $\bar{g}(R)$ 值代入上式，得到：

$$g(0) = a_0$$
$$\bar{g}(R) = a_0 + a_1R^2$$
$$\bar{g}(\sqrt{2}R) = a_0 + 2a_1R^2$$
$$\bar{g}(\sqrt{5}R) = a_0 + 5a_1R^2 \qquad (9-42)$$

用最小二乘法从上面四式中解出 a_1 再乘以（－4）即得艾勒金斯第Ⅱ公式为

$$g_{zz} = \frac{1}{28R^2}[16g(0) + 8\bar{g}(R) - 24\bar{g}(\sqrt{5}R)] \qquad (9-43)$$

若将 $g(0) = a_0$ 代入（9－42）式中的后三式，并用最小二乘法求解 a_1 又得艾勒金斯第 I 公式：

$$g_{zz} = \frac{1}{60R^2}[64g(0) - 8\bar{g}(R) - 16\bar{g}(\sqrt{2}R) - 40\bar{g}(\sqrt{5}R)] \qquad (9-44)$$

考虑到计算点外围的重力异常值对计算结果影响较小，故在应用最小二乘法运算时，对半径 $\sqrt{5}R$ 的圆周只给以 1/2 的权时，又可得艾勒金斯第 III 公式为

$$g_{zz} = \frac{1}{62R^2}[44g(0) + 16\bar{g}(R) - 12\bar{g}(\sqrt{2}R) - 48\bar{g}(\sqrt{5}R)] \qquad (9-45)$$

3．罗森巴赫（Rosenbach）公式

罗森巴赫在计算中考虑到了重力四次导数的影响，并用克莱姆法则求 g_{zz} 值，最后得到：

$$g_{zz} = \frac{1}{24R^2}[96g(0) - 72\bar{g}(R) - 32\bar{g}(\sqrt{2}R) + 8\bar{g}(\sqrt{5}R)] \qquad (9-46)$$

上面各种公式的推导，其原理一致，都采用级数逼近的近似解。只在处理方法上各不相同，从而计算的效果也不同。罗森巴赫公式在推导中因保留了四次导数项，且是直接求出 g_{zz} 的，故具有精度较高的优点；但同时对局部的高频干扰也十分敏感，故一般适用于精度较高情况的重力资料处理。艾勒金斯公式只保留了 R^2 项，又用最小二乘法求解，起了平滑的作用，故计算结果精度

较低，异常幅值衰减很大；受局部干扰的影响也小，因而适应精度较低、较平缓异常的处理。

这些公式的取数点位置见取数量板(图 9－25)。

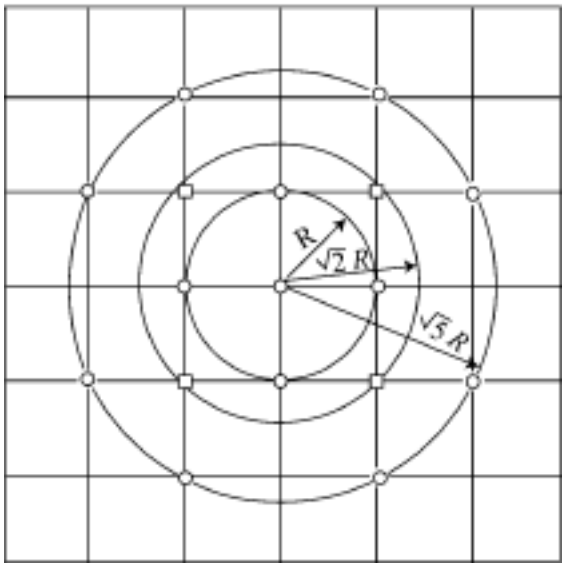


图 9－25　计算垂向二次导数 g_{zz} 的取数量板

计算 g_{zz} 值的主要误差来源有两个方面。

1) 利用级数展开式的各公式中忽略的项数不同 (又称截断误差)，其结果的误差也不同；并且 R 越大时，误差越大。有时即使半径 R 相同，但不同公式对不同计算对象的误差也不相同。图 9－26 表示了这种关系。图中实线为不同公式对球体进行计算的 $B_{(n)}$ ($B_{(n)}$ = 计算值 $g_{zz,\,cal}$ / 理论值 $g_{zz,\,theo}$) 值与 R/h 的关系。虚线为利用哈克公式对圆柱体进行计算的情况。

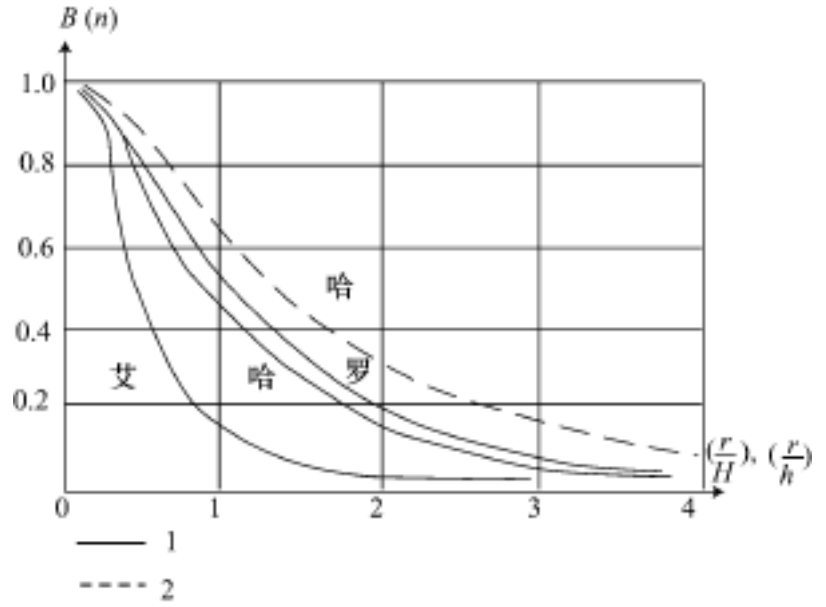


图 9－26 不同公式计算 g_{zz} 时 B (n) 值与 R/h 的关系曲线

(佚名)

1—球体；2—水平圆柱体

图 9－26 表明，对于球体而言，当取数半径 R 等于球体中心埋藏深度 h 的一半时，即 R/h = 0.5，用艾勒金斯公式计算的 g_{zz} 极大值约为真值的 40%，用罗森巴赫公式为 80% 左右，而哈克公式则为 75% 左右。从图中还可以看出，对于不同公式，当采用不同半径取数计算时可得到相同的 g_{zz} 值。例如当罗森巴赫公式的计算半径 R_1 为艾勒金斯公式计算半径 R_2 的 2 倍，即 $R_1 = 2\ R_2$ 时，两个公式的计算值接近。

2) g_{zz} 的计算误差来源于原始资料误差的传递。为了便于讨论计算误差问题，把各计算公式用下列一般式表示:

$$g_{zz} = \frac{C}{R^2}[\,a_0 g(0) + a_1 \bar{g}(R_1) + a_2 \bar{g}(R_2) + \cdots] \qquad (9-47)$$

式中: a_0，a_1，... 为各圆周上重力异常平均值前面的系数；C 为各公式方括号前面的系数。设重力异常值的均方误差为 ε 则根据误差理论，圆周上 n_i 个点的平均值的均方差为

$$\varepsilon_i = \varepsilon / \sqrt{n_i} \qquad (9-48)$$

故（9－47）式括号中每一项的均方差的平方为

$$\overline{\varepsilon_0^2} = a_0^2 \frac{\varepsilon^2}{n_0},\ \overline{\varepsilon_1^2} = a_1^2 \frac{\varepsilon^2}{n_1},\ \overline{\varepsilon_2^2} = a_2^2 \frac{\varepsilon^2}{n_2}, \cdots \qquad (9-49)$$

于是 g_{zz}的传递均方误差为

$$E = \pm \frac{C \cdot \varepsilon}{R^2} \sqrt{a_0^2 + \frac{a_1^2}{n_1} + \frac{a_2^2}{n_2} + \cdots} \qquad (9-50)$$

式中：n_1，n_2，…分别为圆周上求平均值所用的点数。前述诸公式传递误差如下

哈克公式 $E = \pm 4.4721 \times \frac{\varepsilon}{R^2}$

艾勒金斯公式 II $E = \pm 0.6624 \times \frac{\varepsilon}{R^2}$

艾勒金斯公式 I $E = \pm 1.1025 \times \frac{\varepsilon}{R^2}$

艾勒金斯公式 III $E = \pm 0.7775 \times \frac{\varepsilon}{R^2}$

罗森巴赫公式 $E = \pm 4.3373 \times \frac{\varepsilon}{R^2}$

一般来说，计算精度较高的公式，其重力异常传递误差较大，因而受局部干扰的影响也较大；反之，计算精度低的公式传递误差较小。可见，公式的计算精度及传递误差不能完全兼顾，这是因为在重力异常中有用成分与干扰的“频谱”并不是截然分开的。我们只能权衡利弊，在满足一定精度下，尽可能地发挥 g_{zz}计算公式的特长。

（四）高阶导数 g_{zz}的应用

由于重力高阶导数 g_{zz}对于叠加重力异常的分辨率较高，因而具有较好的突出被区域场掩盖、甚至被歪曲了的浅部地质体引起的弱小异常的能力。图 9－27 是江苏某铁矿区的 g_{zz}异常实例。从 Δg 平面等值线图（图 9－27（a））上很难发现次级断裂 F_1，此图只是对 F_2 有些显示，但位置也难确定。g_{zz}异常等值线（图 9－27（b））清楚地显示出次级断裂 F_1 和 F_2 的存在及位置。由 g_{zz}图还可以分析出这两条断层的性质并不相同，F_1 主要为岩层的水平错动；而 F_2 则主要为两侧岩层的相对升降。

江苏某矿体上的实例（图 9－28）表明，在应用 g_{zz}进行解释时，如果量板的基本半径 R 小于地质体埋藏深度 h 时，则不同半径 R 所计算的 g_{zz}曲线的两侧会出现交点，而在剖面上交点的水平距离与矿体宽度相当。

此外，根据（R/h）与 g_{zz}计算值之间的关系，可以大致判断不同深度地质体的分布。这是因为埋藏深度浅的局部异常源如矿体等，由于其埋藏深度 h 不大，R 增大时，（R/h）的值会明显增大，致使计算的 g_{zz}幅值显著减弱，甚至消失。埋藏深度较大的异常源，如基岩隆起，由于 h 很大，同样加大半径 R 时，（R/h）的值相对变化较小。所以，在 g_{zz}异常图中深部地质因素的减弱并不明显。图 9－29 为某区的布格重力异常及其高阶导数图。图 9－29（a）是布格异常图，（b）、（c）、（d）是用艾勒金斯公式以半径 R 分别为 400 m，200 m 和 100 m 计算的结果。从中看出 R＝400 m 时，即半径较大时，g_{zz}异常总体为北

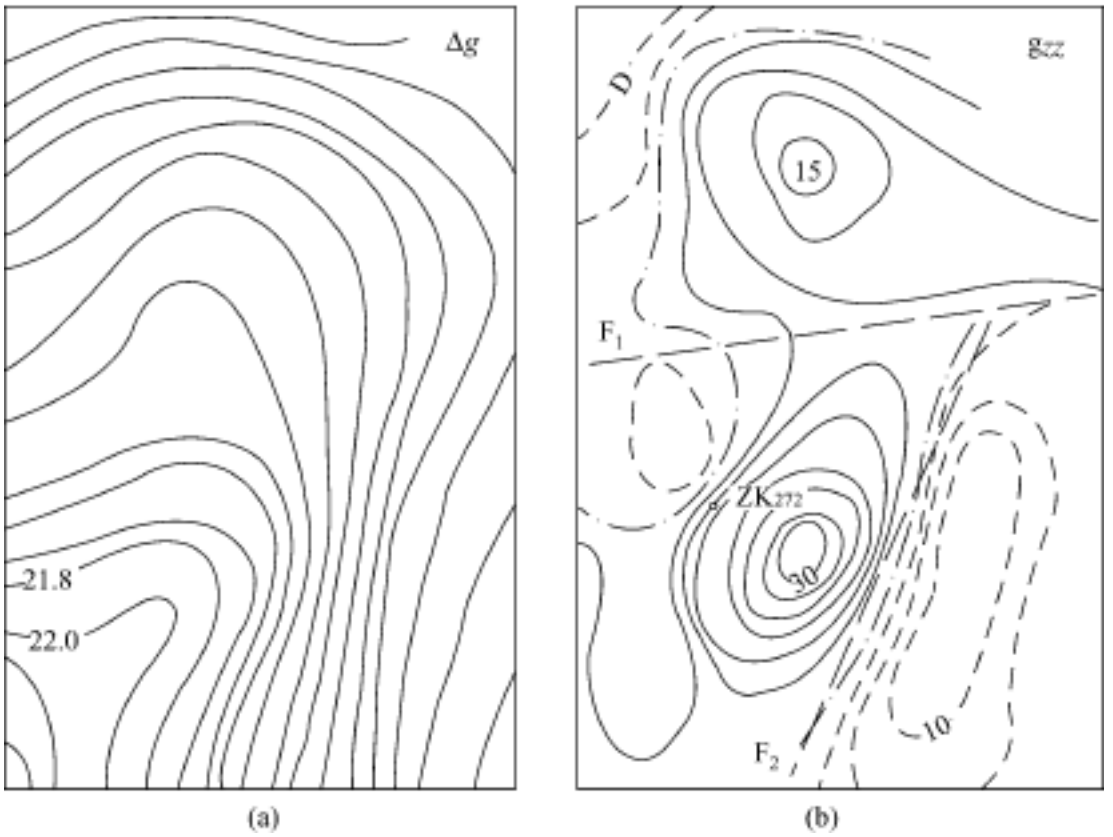


图 9－27　江苏某铁矿区的 Δg 和 g_z平面示意图

(佚名)

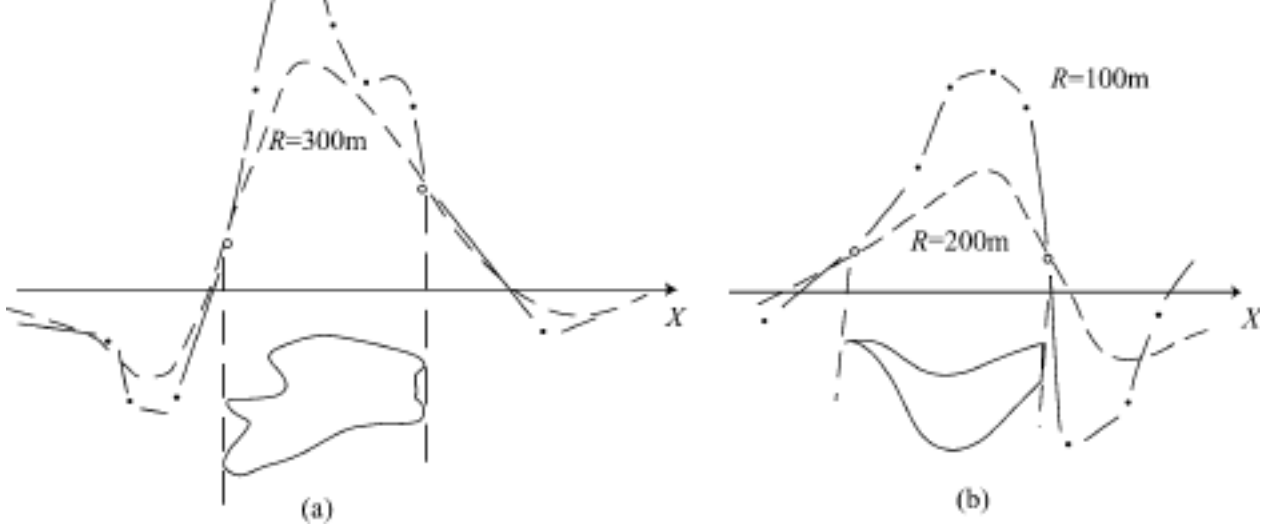


图 9－28　利用不同半径 R 计算 g_{zz}推断矿体边界的实例

(佚名)

东向异常，可反映矿区北东向基底构造形态。R = 200 m 时，g_z显示在原来北东向异常上叠加了一个北东向封闭异常，可认为它反映了基岩起伏。R = 100 m 时，封闭的异常等值线更为精细，并显示有东西向的次级异常；对比地质资料发现，该次级异常恰与已知矿体吻合。这个例子表明，选用不同大小的半径 R 计算 g_{zz}时，能反映不同深度地质体的信息，且半径越大反映的越深。

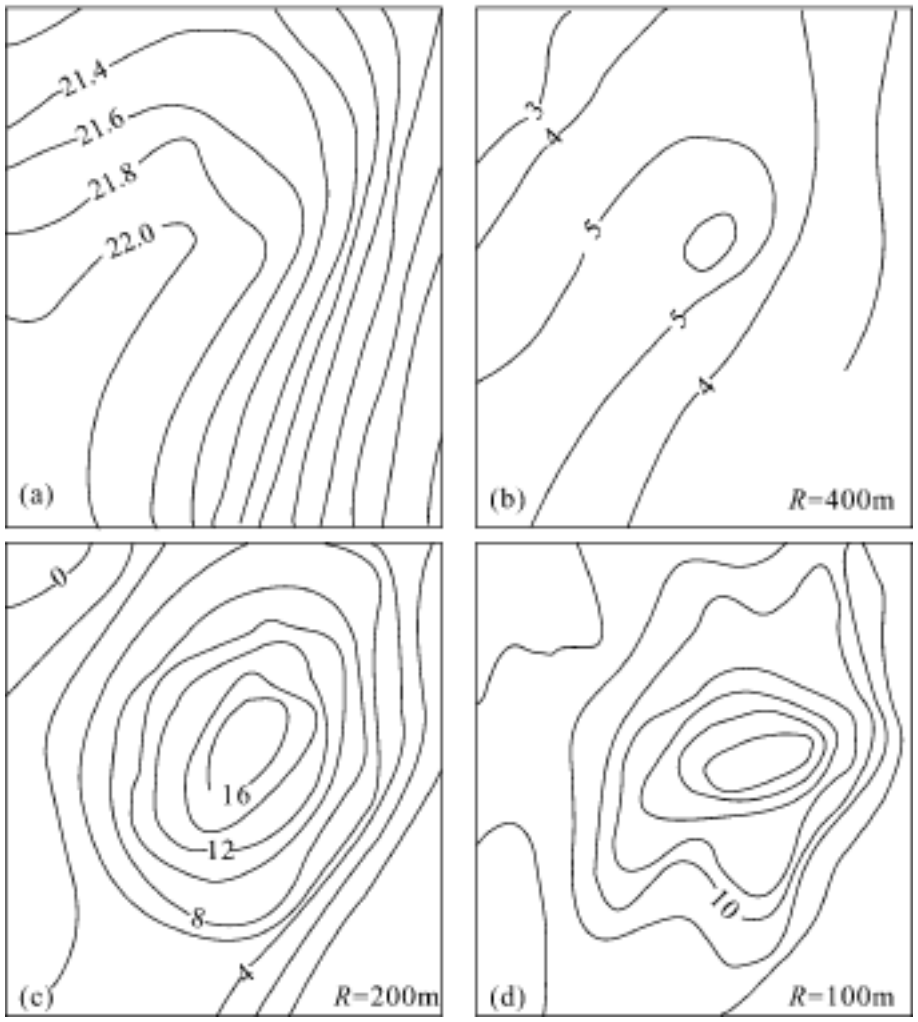


图 9－29 不同大小半径 R 对计算 g_{zz}的影响示意图

(佚名)

第七节　解析延拓法

根据观测平面或剖面上的重力异常值计算高于（或低于）它的平面或剖面上异常值的过程称为向上（或向下）延拓。

由于重力场值是与场源到测点距离的平方成反比，因此对于深度相差较大的两个场源体来说，进行同一个高（深）度的延拓，它们各自的异常减弱或增大的速度是不同的。进行上延计算时，由浅部场源体引起的范围小、比较尖锐的“高频”异常，随高度增加的衰减速度比较快；而由深部场源体引起的范围大的宽缓的“低频”异常，随高度增加的衰减速度比较慢。因此，向上延拓有利于相对突出深部异常特征；进行下延计算时，由浅部场源体引起的“高频”异常随深度增加（高度减小）的增大速度比较快，而由深部场源体引起的“低频”异常其增大速度比较慢，因此向下延拓相对突出了浅部异常。下面介绍常用的一维（剖面分布）及二维（平面分布）异常的延拓方法。

一、一维异常的向上延拓

应用（9－23）式作上延计算时，把此式近似地表示为有限的分段积分之和：

$$\Delta g(0,-h)\approx\frac{1}{\pi}\sum_{i=-n}^{n}\Delta g(ih,0)\int_{(i-\frac{1}{2})h}^{(i+\frac{1}{2})h}\frac{h}{\xi^2+h^2}d\xi$$

$$= \frac{1}{\pi}\sum_{i=-n}^{n} \Delta g(ih, 0)\arctan\frac{4}{4i^2+3} \qquad (9-51)$$

式中：$\Delta g(ih, 0)$ 是横坐标为 ih 点上的重力异常值（以取值的点距为延拓高度 h 的单位）。把 $(i-\frac{1}{2})h$ 与 $(i+\frac{1}{2})h$ 之间的 $\Delta g(\xi\ 0)$ 用其中间值 $\Delta g(ih, 0)$ 来表示。将 $i=0, \pm1, \pm2, \cdots, \pm n$ 分别代入（9－51）式，经整理得：

$$\begin{aligned}\Delta g(0, -h) &= 0.2951\Delta g(0) \\ &+ 0.1653[\Delta g(h) + \Delta g(-h)] + 0.0660[\Delta g(2h) + \Delta g(-2h)] \\ &+ 0.0326[\Delta g(3h) + \Delta g(-3h)] + 0.0190[\Delta g(4h) + \Delta g(-4h)] \\ &+ 0.0124[\Delta g(5h) + \Delta g(-5h)] + 0.0087[\Delta g(6h)\ \Delta g(-6h)] \\ &+ 0.0064[\Delta g(7h) + \Delta g(-7h)] + 0.0049[\Delta g(8h) + \Delta g(-8h)] \\ &+ \cdots\cdots\end{aligned} \qquad (9-52)$$

从（9－52）式可知，随着 i 绝对值的增大，异常值的系数不断减小。计算延拓值时 $|i|$ 究竟取多大，应根据计算精度而定。

二、一维异常的向下延拓

重力异常向下延拓值是利用向上延拓值及原始剖面异常值，根据拉格朗日插值原理外推而得。为什么利用外推方法，而不直接用（9－23）式的直接积分方法，将在二维异常的向下延拓中说明。

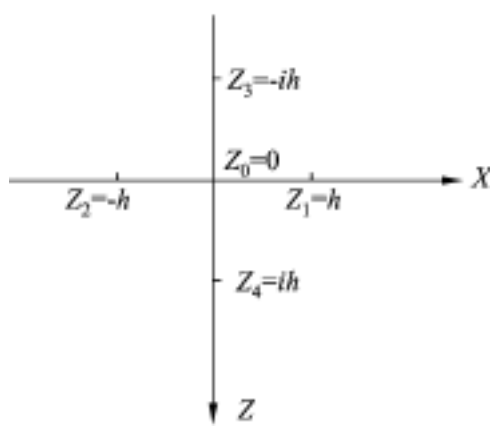


图 9－30　一维异常向下延拓的取值点位

当取值点如图 9－30 所示，向下延拓值的近似计算公式为

$$\Delta g(0, h) = 4\Delta g(0, 0) - \Delta g(h, 0) - \Delta g(-h, 0) - \Delta g(0, -h) \qquad (9-53)$$

式中：$\Delta g(h, 0)$，$\Delta g(-h, 0)$ 和 $\Delta g(0, 0)$ 是观测剖面上的已知值；$\Delta g(0, -h)$ 是计算出的上延值；$\Delta g(0, h)$ 便是向下延拓值。

将（9－52）式表示的 $\Delta g(0, -h)$ 代入（9－53）式中，便可得到：

$$\begin{aligned}\Delta g(0, h) &= 3.7048\Delta g(0) \\ &- 0.1653[\Delta g(h) + \Delta g(-h)] - 0.0660[\Delta g(2h) + \Delta g(-2h)] \\ &- 0.0325[\Delta g(3h) + \Delta g(-3h)] - 0.0190[\Delta g(4h) + \Delta g(-4h)] \\ &- 0.0124[\Delta g(5h) + \Delta g(-5h)] - 0.0087[\Delta g(6h) + \Delta g(-6h)] \\ &- 0.0064[\Delta g(7h) + \Delta g(-7h)] - 0.0049[\Delta g(8h) + \Delta g(-8h)] \\ &- \cdots\cdots\end{aligned} \qquad (9-54)$$

上面介绍的一维重力异常向上及向下延拓都需在已知剖面上取值，而且延拓高度应为取值点距的整倍数，所以又称等间距延拓。根据利用已知点数目多少的不同，可导出不同的下延公式。

三、二维异常的向上延拓

二维异常向上延拓需利用平面分布的异常值。在（9－22）式中，令

$$\overline{\Delta g}(r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \Delta g(r, \alpha, 0)\, d\alpha$$

式中：$\overline{\Delta g}(r)$ 表示以 r 为半径的圆周上重力异常的平均值。当 $r = r_N$，而且 r_N 足够大时，r_N 以远的重力异常值可略去，则（9－22）式可写成：

$$\Delta g(0,0,-h) \approx \int_0^{r_N} \overline{\Delta g}(r)\, \frac{hr}{(r^2+h^2)^{3/2}} dr \qquad (9-55)$$

对（9－55）式采用分段积分得：

$$\Delta g(0,0,-h) \approx \sum_{i=1}^{N-1} h \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{\overline{\Delta g}(r)\, r dr}{(r^2+h^2)^{3/2}} \qquad (9-56)$$

式中：$0 \le r_i < r_{i+1}$，$i = 1, 2, 3, \cdots, N-1$。应用积分中值定理得：

$$\Delta g(0,0,-h) \approx \sum_{i=1}^{N-1} h \cdot \overline{\Delta g}(\bar{r}) \left[\frac{1}{(r_i^2+h^2)^{1/2}} - \frac{1}{(r_{i+1}^2+h^2)^{1/2}}\right] \qquad (9-57)$$

式中：$\bar{r}$ 是 r_i 与 r_{i+1} 之间的一个半径 r，即 $r_i < \bar{r} < r_{i+1}$。由于 $\overline{\Delta g}(\bar{r})$ 是未知的，可再一次应用积分中值定理求得 $\overline{\Delta g}(\bar{r})$ 的表达式为（重磁资料数据处理问题编写组，1977）

$$\overline{\Delta g}(\bar{r}) = \frac{1}{r_{i+1}-r_i}\int_{r_i}^{r_{i+1}} \overline{\Delta g}(r)\, dr \qquad (9-58)$$

把（9－58）式代入（9－57）式后有：

$$\Delta g(0,0,-h) \approx \sum_{i=1}^{N-1} h \int_{r_i}^{r_{i+1}} \overline{\Delta g}(r)\, dr \cdot \left(\frac{1}{r_{i+1}-r_i}\right)\left[\frac{1}{(r_i^2+h^2)^{1/2}} - \frac{1}{(r_{i+1}^2+h^2)^{1/2}}\right] \qquad (9-59)$$

若 $\overline{\Delta g}(r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \Delta g(r, \alpha, 0)\, d\alpha$ 中的被积函数在积分区间 $[r_i, r_{i+1}]$ 内可用一个二次拉格朗日插值多项式近似，便可利用辛普生积分公式计算出这个积分的近似值为

$$\int_{r_i}^{r_{i+1}} \overline{\Delta g}(r)\, dr = a_i\, \overline{\Delta g}(r_i) + b_i\, \overline{\Delta g}(r_{i+1}) + c_i\, \overline{\Delta g}(r_{i+2}) \qquad (9-60)$$

式中 a_i，b_i，和 c_i 为不等距辛普生公式的系数，它们分别为

$$a_i = \frac{(r_i - r_{i+1})}{(r_{i+2} - r_i)}\left(\frac{r_i}{3} - \frac{r_{i+2}}{2} + \frac{r_{i+1}}{6}\right)$$

$$b_i = \frac{(r_i - r_{i+1})}{(r_{i+2} - r_{i+1})}\left(\frac{r_{i+1}}{3} - \frac{r_{i+2}}{2} + \frac{r_i}{6}\right)$$

$$c_i = \frac{(r_i - r_{i+1})^3}{6(r_{i+2} - r_i)(r_{i+2} - r_{i+1})}$$

式中 $i = 1, 2, 3, \cdots\cdots, N-2$。

$$a_{N-1} = \frac{(r_N - r_{N-1})}{(r_{N-1} - r_{N-2})}\left(\frac{r_{N-1}}{3} - \frac{r_{N-2}}{2} + \frac{r_N}{6}\right)$$

$$b_{N-1} = \frac{(r_N - r_{N-1})}{(r_N - r_{N-2})}\left(\frac{r_N}{3} - \frac{r_{N-2}}{2} + \frac{r_{N-1}}{6}\right)$$

$$c_{N-1} = \frac{(r_{N-1} - r_N)^3}{6(r_{N-2} - r_{N-1})(r_{N-1} - r_N)}$$

将（9－60）代入（9－59）式中就得到计算向上延拓值的基本公式:

$$\Delta g(0,0,-h) \approx \sum_{i=1}^{N-1} h[a_i \overline{\Delta g}(r_i) + b_i \overline{\Delta g}(r_{i+1}) + c_i \overline{\Delta g}(r_{i+2})] \cdot \left(\frac{1}{r_{i+1} - r_i}\right)\left[\frac{1}{(r_i^2 + h^2)^{1/2}} - \frac{1}{(r_{i+1}^2 + h^2)^{1/2}}\right]$$

该式整理可写成:

$$\Delta g(0,0,-h) \approx \sum_{i=1}^{N} K_i(r_1, r_2, \cdots, r_N, h)\ \overline{\Delta g}(r_i) \qquad (9-61)$$

如果需要通过观测面上的重力异常值的一次取数，同时获得 m 个高度，即 mh（m 为正整数）高度上的上延值，则相应的计算公式为

$$\Delta g(0,0,-mh) \approx \sum_{i=1}^{N} K_i(r_1, r_2, \cdots, r_N, mh)\ \overline{\Delta g}(r_i) \qquad (9-62)$$

根据（9－62）式，高度为 - mh 处的重力异常向上延拓值 $\Delta g(0,0,-mh)$，等于半径为 r_1，r_2，……，r_N 的 N 个圆周上重力异常平均值 $\overline{\Delta g}(r_i)$ 与相应的向上延拓系数 K_i 的乘积之和。若以点距作为所有长度的度量单位，并取 h = 1；r_i = 0，0.5，1，$\sqrt{2}$，$\sqrt{5}$，$\sqrt{8}$，$\sqrt{13}$，5，$\sqrt{50}$，$\sqrt{138}$；m = 1，2，3，4，则可以算出上延四个高度的延拓值。上延所用的系数 K_i 见表 9－3。

表 9－3　二维异常向上延拓系数 K_i

i	n_i	r_i	K（1）	K（2）	K（3）	K（4）
1	1	0	0.0439886702	0.0124406248	0.0056691984	0.0032175512
2	4	0.5	0.1469672558	0.0508609750	0.0244885926	0.0141980638
3	4	1	0.1801796566	0.0852150798	0.0449171192	0.0270176016
4	8	$\sqrt{2}$	0.1233390162	0.0975833596	0.0630569308	0.0417219910
5	12	$\sqrt{5}$	0.1520580686	0.1455869648	0.1056331322	0.0744949112
6	8	$\sqrt{8}$	0.0533458722	0.0765063512	0.0714576388	0.0584120960
7	12	$\sqrt{13}$	0.0658577580	0.0990192116	0.1022636406	0.0917306046
8	12	5	0.0525993624	0.0847442302	0.0932036754	0.0864008444
9	12	$\sqrt{50}$	0.0765135788	0.1416096996	0.1885989834	0.2167815600
10	8	$\sqrt{136}$	0.0197149942	0.0374026514	0.0515746480	0.0615819332

i 为圆周号；n_i 为第 i 个圆周上取值点数；r_i 为圆半径；K（1）为 K_i（r_1，r_2，…，r_{10}，1）；K（2）为 K_i（r_1，r_2，…，r_{10}，2）；K（3）为 K_i（r_1，r_2，…，10，3）；K（4）为 K_i（r_1，r_2，…，10，4）。

应用（9－62）式计算向上延拓值时，可以利用方形网结点上的异常值。如果所选的取值点不在方形网结点上，还需再次用一元高次插值公式内插出所需的异常值。

四、二维异常的向下延拓

重力异常的向上延拓值可以利用积分公式（9－22）或（9－23）比较精确地算出，这

两个公式却不能用来计算向下延拓值，因为向下延拓的计算是对异常按指数关系放大。异常的“频率”越高，放大的越强烈。因此在利用积分公式进行向下延拓计算时，放大得最厉害的是异常中包含的数据误差及一些“高频”干扰，结果异常曲线出现强烈的“振荡”现象，计算出的下延值无法利用。

为了解决这个问题，Henderson（1960）提出了一个有效的、得到普遍应用的方法。下面是 Grant 和 West（1965）对这个方法的概括。这个方法基于下面的思想：地面以下、场源体之上场值在很大程度上可以根据地面以上连续的、不同高度水平面上的场值预测。因此，如果观测面上的重力效应垂直向上延拓到四个连续的、相距一个格点距的水平面上，根据这四个向上延拓值及观测面上的重力值（共 5 个重力值），应用下列拉格朗日（Lagrangian）插值公式可以外推出向下延拓值：

$$\Delta g_z(0) = \frac{(z+a)(z+2a)(z+3a)(z+4a)}{4!a^4}\Delta g_0(0) - \frac{z(z+2a)(z+3a)(z+4a)}{1.3!a^4}\Delta g_{-a}(0) + \cdots + \frac{z(z+a)(z+2a)(z+3a)}{4!a^4}\Delta g_{-4a}(0) \qquad (9-63)$$

式中：a 是格点距。由此得到坐标原点下方 s 单位深度处的向下延拓公式

$$\Delta g_s(0) \approx \sum_{j=1}^{m} A(r_j, s)\,\Delta g_0(r_j) \qquad (9-64)$$

式中：$\Delta g_0(r_j)$ 是预先选择的半径为 r_j 的圆环上 Δg 的平均值，A 是根据向上延拓积分计算的一组数值系数。r_j 值的选择要满足一定的准则，实际计算时，环数不要超过 10。

1974 年，郑志毅提出了一个“积分插值”法解析延拓（重磁资料数据处理问题编写组，1977），这个方法与 Henderson 方法非常相似，在国内流行了相当长的时间。下面叙述这个方法。

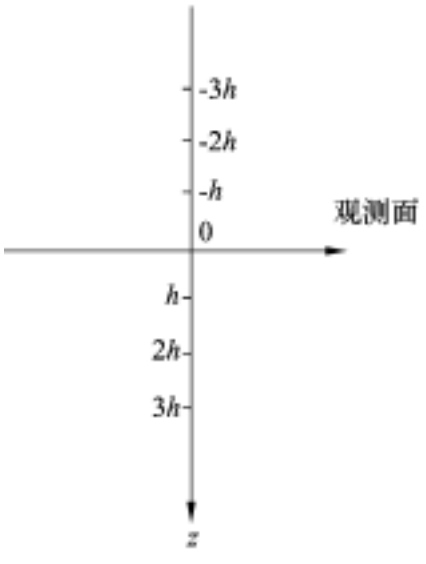


图 9－31　二维异常向下延拓的取值点位

首先通过积分，利用（9－62）式计算出上延不同高度的异常值，然后利用这些上延值与原观测面上的实测值，形成一个插值多项式，并外推出（外插）某个深度处的下延值。对于重力异常，一般采用三次插值多项式；对于磁异常采用四次插值多项式。

如图 9－31 所示，设观测点 O（高度为 0）处的观测异常值为 Δg（0，0，0），利用积分方法计算出的高度为 h，2h，3h 的点上的重力异常上延值分别为 Δg（0，0，－h），Δg（0，0，－2h），Δg（0，0，－3h）。由上述观测面上及三个高度处的上延值，用拉格朗日三次插值多项式实数形式，可外推得到观测面以下深度为 z 的点处的下延值为

$$\Delta g(0,0,z) = \sum_{m=0}^{3} \frac{z(z+H)(z+2h)(z+3h)}{(-1)^m m!(3-m)!h^3(z+mh)}\Delta g(0,0,-mh) \qquad (9-65)$$

将（9－65）式中的 Δg（0，0，－mh）用（9－62）式代替得：

$$\Delta g(0,0,z) = \frac{z(z+h)(z+2h)(z+3h)}{3!h^3 z}\Delta g(0,0,0) + \sum_{m=1}^{3}\frac{z(z+h)(z+2h)(z+3h)}{(-1)^m m!(3-m)!h^3(z+mh)}\cdot\sum_{i=1}^{N}[K_i(r_1,r_2,\cdots,r_N,mh)\ \overline{\Delta g}(r_i)] \tag{9-66}$$

考虑到（9－66）式中的 $\Delta g(0,0,0)$ 就是（9－62）式中的 $\overline{\Delta g}(r_i)$，即 $r_1=0$ 时的 $\Delta g(0,0,0)=\overline{\Delta g}(0)$ 故（9－66）式可简化为

$$\Delta g(0,0,z) \approx \sum_{i=1}^{N} D_i(r_1,r_2,\cdots,r_N,z)\ \overline{\Delta g}(r_i) \tag{9-67}$$

该式中的 D_1，D_i 的表达式分别为

$$D_1(r_1,r_2,\cdots,r_N,z) = \frac{z(z+h)(z+2h)(z+3h)}{3!h^3 z} + \sum_{m=1}^{3}\frac{z(z+h)(z+2h)(z+3h)}{(-1)^m m!(3-m)!h^3(z+mh)}\cdot K_1(r_1,r_2,\cdots,r_N,mh)$$

$$D_i(r_1,r_2,\cdots,r_N,z) = \sum_{m=1}^{3}\frac{z(z+h)(z+2h)(z+3h)}{(-1)^m m!(3-m)!h^3(z+mh)}\cdot K_i(r_1,r_2,\cdots,r_N,mh)$$

$$i = 2,3\cdots,N$$

如果把（9－67）式中 z 改为 mz 就得到一次取值，同时计算 m 个深度的下延值。下延系数 D_i 值见表 9－4。

表 9－4　二维异常向下延拓系数 D_i

i	n_i	r_i	D（1）	D（2）	D（3）	D（4）
1	1	0	3.78016	9.28416	18.41168	32.06241
2	4	0.5	-0.70285	-2.27438	-5.02742	-9.27475
3	4	1	-0.78513	-2.50504	-5.48951	-10.46838
4	8	$\sqrt{2}$	-0.41276	-1.25526	-2.66782	-4.79078
5	12	$\sqrt{5}$	-0.43563	-1.27989	-2.65781	-4.69445
6	8	$\sqrt{8}$	-0.08551	-0.20515	-0.36091	-0.55476
7	12	$\sqrt{13}$	-0.10133	-0.24092	-0.42154	-0.64598
8	12	5	-0.06982	-0.15364	-0.24822	-0.35032
9	12	$\sqrt{50}$	-0.08124	-0.16052	-0.23155	-0.28644
10	8	$\sqrt{136}$	-0.02025	-0.03956	-0.05643	-0.06937

i 为圆周号；n_i 为第 i 个圆周上取值点数；r_i 为圆半径；D（1）为 $D_i(r_1,r_2,\cdots,r_{10},1)$；D（2）为 $D_i(r_1,r_2,\cdots,r_{10},2)$；D（3）为 $D_i(r_1,r_2,\cdots,r_{10},3)$；D（4）为 $D_i(r_1,r_2,\cdots,r_{10},4)$。

关于解析延拓计算还要说明或再次强调下列几点：

1）解析延拓的作用。向上延拓具有“低通滤波”的特性，它的主要作用是使异常变得更为平滑，相对突出了区域异常的特征。有时用几个不同高度上的异常联合，或构制 XOZ 断面上空间等值线图，用来扩大解某些反问题的能力。

向下延拓则是向上延拓的逆过程，具有“高通滤波”的特性，其作用是相对突出了局部异常，分解在水平方向叠加的异常，定性估计场源的深度，以及由于下延使延拓面更接近场源，异常等值线圈闭的形状与场源体水平截面形状更为接近，因而可用来了解复杂异常源的平面轮廓。

2）解析延拓的计算。上延计算在理论上是严密而且可以实现的，计算误差主要是有限的积分范围所致。当积分范围一定时，延拓高度越高则误差越大。等值线网格化时取值点密度及计算延拓值时插值误差也会造成影响。

下延计算属于不适定问题，引力位在场源体外和场源体内分别满足拉普拉斯方程和泊松方程，场源深度又属未知的；因而在理论上未能解决其计算方法，只能用插值公式进行外推。外推的深度越大，下延值的误差越大。由于下延计算的高通滤波性质（将在下一节说明），局部干扰和误差会被放大，使下延计算可能失败，因而在处理实际资料时下延深度不能太大；而且每下延一次要对这个深度的下延值进行平滑处理，然后再继续下延。

3）在某个高度（深度）处的上延（下延）值相当于把观测面移到这个高度（深度）处得到的值；也相当于保持观测面不动，把场源体向下（上）移动了一个等于这个高度（深度）的距离，在原观测面上得到的异常值。了解到这些对应关系，有助于增加解释的手段。

解析延拓尚有两个问题需要解决：

1）进行上延计算时，由浅部场源体引起的“高频”异常随高度增加而衰减的同时，所求的由深部场源体引起的宽缓的“低频”异常也随高度衰减；进行下延计算时，由浅部场源体引起的“高频”异常随深度增加而增大的同时，由深部场源体引起的“低频”异常也得到放大。

为了解决这个问题，Polowski（1995）提出了一个优选延拓方法，理论模型计算和实际应用已显示出它的效果（许德树等，2001；Zeng and Xu，2002）。

2）上延高度是决定上延效果的一个关键参数，而且在进行上延计算时必须首先给定。迄今为止，还没有一种确定上延高度的有效方法发表，关于它的讨论也是极少的。

只要能够比较准确地估计上延高度，又利用优选延拓方法，有可能获得最佳的向上延拓效果。

第八节　频率域滤波法

前面几节介绍的异常的圆滑、平均场法、解析延拓以及导数换算等计算，实际上是一种滤波。这些计算就是一些滤波器，其输入值是观测重力异常，输出值是圆滑值，平均场法得到的区域异常，解析延拓值以及高次导数等。这些滤波是在空间域实现的，称为空间域滤波。本节从频率域滤波的角度讨论叠加重力异常的分离方法（北京师范大学等，1978；曾华霖，1985）。

一、空间域和频率域

在时间域（变量为 t）作周期变化的波 s（t）（图 9－32（a）），其周期为 T，单位为 s；其频率为 f = 1/T，单位为 1/s。把 s（t）变换到频率域后，变量为 f，其含义为单位时

间内振动的次数，或单位时间内的波数，因为时间 T 内有一个波。

同样，可以把空间域（例如一条剖面）上的重力异常 g（x）看作一个“波”。如果点距为 Δx，点数为 M［图 9－32（b)］，则“波长”为

$$\lambda_x = M \cdot \Delta x$$

因为这个异常“波”在进行傅里叶变换时周期为 M，下一个波从第 M 点开始，所以波长应计算到 M 点处，而不是取剖面长度（M - 1） Δx。

把重力异常变换到频率域，频率（系指空间频率）为 1 / λ_x，其单位为 1 / m，意为单位长度上的波数，即一个波有 λ_x（m）长，单位长度上应有 1 / λ_x 个波。在频率轴 u 上，点距为 1 / λ_x，各点的频率为

$$u = m\frac{1}{\lambda_x}(m = 0, 1, \cdots, M - 1)$$

重力异常的频率是以波数表示的，因此空间频率域又称为波数域。

在空间域分布的重力异常，具有不同的频率。大体上，由深部地质体引起的宽缓异常具有低频的性质，而由浅部地质体引起的局部异常具有高频的特征。至于观测误差及近地表密度不均匀引起的重力效应，则是一些高频干扰。由多个地质体引起的叠加异常可以分离的必要条件，或上述的空间域滤波方法其有效性的必要条件，是这些异常之间必须具有不同的频率。频率差异越大，不同的异常越易分离。

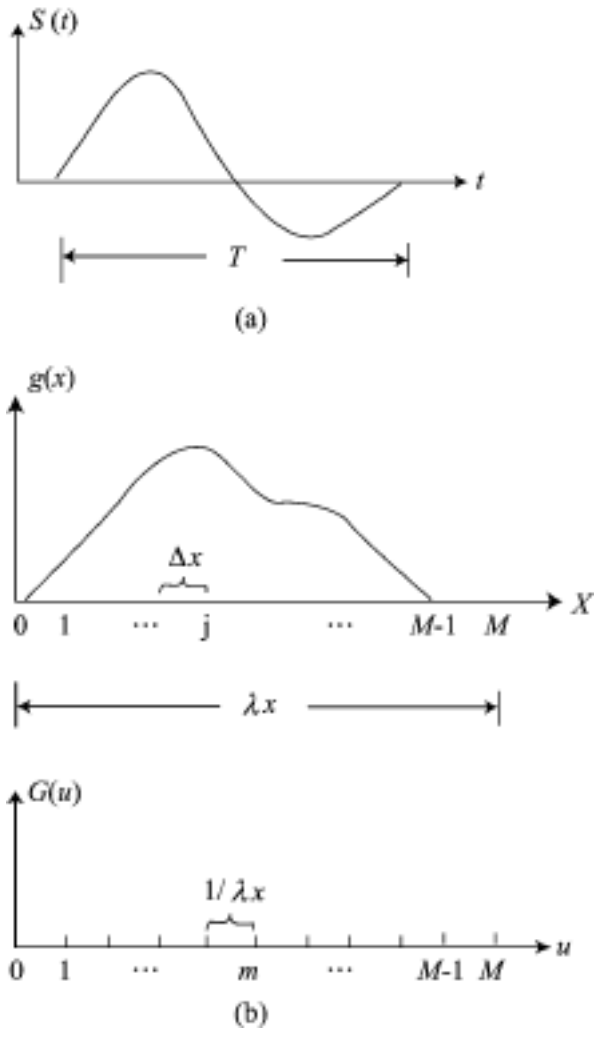


图 9－32　时间域、空间域和频率域

在实际的地质情况下，有时深部地质体（例如背斜）引起高频异常，而浅部地质体（如第四系沉积物底界面）反而引起低频异常。在油气区的重力资料处理中，各个密度分界面引起的异常，其频率的差异不大，分离起来非常困难。特别是，一个有限大的地质体引起的异常，不会是具有单一的频率成分（内特尔顿，1987)；不同地质体引起的异常，其不同的频率成分互相叠加，形成了复杂的异常。要从叠加异常中分离出纯粹由某个地质体引起的单一异常，几乎是不可能的。因此异常分离只能精确到一定的程度。

二、傅里叶（傅氏）变换和褶积定理

实现频率域滤波的主要途径就是利用傅里叶（傅氏）变换。

首先，建立一个直角坐标系，取 Z 轴垂直向下（图 9－33)。设重力异常的场源体处在 z = H（H > 0）的平面以下，则异常 g（x，y，z）是 z = H 平面以上空间变量 x，y，z 的连续函数，并且具有一次和二次可微的导数。

对函数进行的下列运算:

$$G(u, v, z) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g(x, y, z)\exp[-2\pi i(ux + vy)]\,dxdy \qquad (9-68)$$

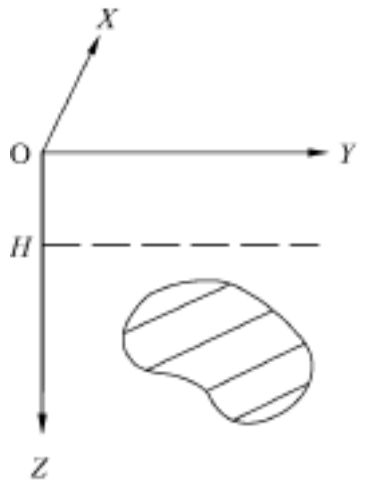


图 9－33　场源体位置坐标系

称为傅里叶变换，以下简称为傅氏变换。式中 $i=\sqrt{-1}$，z 是一个常数，G（u，v，z）称为 g（x，y，z）的频谱，或傅氏变换。把下列运算：

$$g(x,y,z)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}G(u,v,z)\exp[2\pi i(ux+vy)]\,dudv \tag{9-69}$$

称为傅氏反变换。（9－68）和（9－69）式构成一个变换对，记为

$$g(x,y,z)\quad G(u,v,z)$$

在上列二式中，用到了两种坐标系，一种是（x，y），称为空间域坐标系，坐标单位是长度，为方便起见，取为“m”；另一种是（u，v），称为频率域坐标系，坐标单位是空间频率“1/m”。利用（9－68）式，可以把空间域的函数，例如观测重力异常值，转换为频率域的傅氏变换或频谱；而用（9－69）式，可以把频率域的傅氏变换，例如经过处理的重力异常值，转换（傅氏反变换）为空间域的位场函数。下面引用非常有用的褶积定理。

如果观测重力异常记为 $g_B(x,y)$，采用的处理方法的算子（例如解析延拓）为 h（x，y），在空间域得到的变换值（即延拓值）为 g_{FT}（x，y）。根据（9－68）和（9－69）式，相应的傅氏变换及傅氏反变换为

$$\begin{Bmatrix}G_B(u,v)\\H(u,v)\\G_{FT}(u,v)\end{Bmatrix}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\begin{Bmatrix}g_B(x,y)\\h(x,y)\\g_{FT}(x,y)\end{Bmatrix}e^{-2\pi i(ux+vy)}\,dxdy \tag{9-70}$$

$$\begin{Bmatrix}g_B(x,y)\\h(x,y)\\g_{FT}(x,y)\end{Bmatrix}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\begin{Bmatrix}G_B(u,v)\\H(u,v)\\G_{FT}(u,v)\end{Bmatrix}e^{2\pi i(ux+vy)}\,dudv \tag{9-71}$$

简记为

$$g_B(x,y)\quad G_B(u,v)$$
$$h(x,y)\quad H(u,v)$$
$$g_{FT}(x,y)\quad G_{FT}(u,v)$$

则

$$g_B(x,y)*h(x,y)\quad G_B(u,v)\cdot H(u,v) \tag{9-72}$$

$$g_B(x,y)\cdot h(x,y)\quad \frac{1}{2\pi}G_B(u,v)*H(u,v) \tag{9-73}$$

这就是褶积定理，符号* 表示褶积运算。特别记

$$g_{FT}(x,y)=g_B(x,y)*h(x,y) \tag{9-74}$$

和

$$G_{FT}(u,v)=G_B(u,v)\cdot H(u,v) \tag{9-75}$$

对比（9－74）和（9－75）两式可见，空间域的褶积与频率域的乘积相对应。应用（9－75）式就可以实现在频率域的异常转换或滤波。

例如，在空间域的向上延拓计算公式为

$$g_{up}(x,y,z)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{-\frac{z}{2\pi}}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2]}g_B(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta \qquad (9-76)$$

$$=\left[\frac{-\frac{z}{2\pi}}{(x^2+y^2+z^2)}\right]*g_B(x,y)$$

应用褶积定理，并用 FT 表示傅氏变换算子，则有:

$$FT[g_{up}(x,y,z)]=FT\left[\frac{-\frac{z}{2\pi}}{(x^2+y^2+z^2)}\right]\cdot FT[g_B(x,y)] \qquad (9-77)$$

(9－77) 式表明，在频率域计算上延值的频谱，只需用原始或观测异常的频谱与空间域向上延拓算子的频谱相乘即可（而不是空间域的褶积计算)。还可以看出，有了原始异常的频谱 $G_B(u,v)=FT[g_B(x,y)]$，无论作何种转换或滤波，只需将同一个频谱 $G_B(u,v)$ 与频率域相应的滤波算子或频率响应函数相乘，就可以得到所求的转换异常的频谱，实现所需的滤波。

三、频率域变换滤波

(一) 频率域变换滤波的步骤

1) 应用傅氏变换，计算空间域原始或观测异常 $g_B(x,y)$ 的频谱 $G_B(u,v)$。

2) 将 $G_B(u,v)$ 与所求转换异常的滤波算子 $H(u,v)$ 相乘，得到转换异常的傅氏变换 $G_{FT}(u,v)$。

3) 将 $G_{FT}(u,v)$ 进行傅氏反变换，便得到所求的转换异常 $g_{FT}(x,y)$。

空间域滤波与频率域滤波的比较如图 9－34 所示。

$g_B(x,y)$　　$h(x,y)*g_B(x,y)$　　$g_{FT}(x,y)$

(FT)　　(IFT)

$G_B(u,v)$　　$G_B(u,v)\cdot H(u,v)$　　$G_{FT}(u,v)$

图 9－34　空间域滤波与频率域滤波的比较

图 9－34 中，单箭头表示的是空间域的褶积滤波路线，双箭头表示的是频率域的乘积滤波路线。FT 表示傅氏变换，IFT 表示傅氏反变换。

与空间域滤波方法相比，频率域滤波的主要优点在于：用频率域的“乘积”代替了空间域的“褶积”，滤波运算比较简单；对于不同的变换只需选用预先算好的、相应的滤波算子与同一个原始数据的频谱相乘，因此在同一程序中易于实现场的多种转换；在数据区的边部不会损失计算结果；可以选择最好的频率响应函数以及利用快速算法等。

然而，频率域的滤波算子是精确的理论值，而空间域的许多算子是近似的。因此，在频率域的滤波结果可能与空间域有较大的不同。例如，空间域垂向二次导数的计算公式是一些近似公式，计算出的垂向二次导数比理论值小许多。垂向二次导数的频率域滤波算子，对原始数据中的高频干扰（误差）特别敏感，转换出的垂向二次导数图中可能会包

含观测或计算误差的二次导数，它们会压制有效异常的二次导数。因此，在频率域滤波过程中，常常加入压制高频的滤波器。

(二) 滤波算子（频率响应函数)

在频率域进行什么内容的变换或滤波，取决于在（9－75）式中采用的滤波算子（频率响应函数）H（u，v)。频率域滤波算子即空间域滤波算子的傅氏变换，可以预先计算出来。下面列举重力异常变换中常用的几种频率域滤波算子。

1. 解析延拓

向上延拓　　$H_{up} = \exp(2\pi z \sqrt{u^2 + v^2})$，$z < 0$

向下延拓　　$H_{down} = \exp(2\pi z \sqrt{u^2 + v^2} \cdot S)$，$z > 0$

式中 S 为压制高频干扰的滤波因子，下同。

2. 一次导数

x 方向　　$H_x = 2\pi i u \cdot S$

y 方向　　$H_y = 2\pi i v \cdot S$

z 方向　　$H_z = 2\pi \sqrt{u^2 + v^2} \cdot S$

3. 垂向（z 方向）二次导数

V_{zzz}　　$H_{zzz} = 4\pi^2 (u^2 + v^2) \cdot S$

4. 分量转换

由垂直分量（重力异常）计算 x 方向的水平分量

$$H_{z\ x} = \frac{iu}{\sqrt{u^2 + v^2}}$$

由垂直分量（重力异常）计算 y 方向的水平分量

$$H_{z\ y} = \frac{iv}{\sqrt{u^2 + v^2}}$$

在一个程序中，可以设置上述滤波算子，并可以补充自己需要或常用的滤波算子，以备灵活选用。

(三) 离散傅氏变换

实测重力异常一般是离散分布在一个矩形格网上的数据:

$$g_B(j\Delta x, k\Delta y)\ (j = 0, 1, \cdots, M-1; k = 0, 1, \cdots, N-1) \qquad (9-78)$$

其中 M 表示测线数，N 是每条测线的测点数，Δx 是测线距，Δy 是测点距（图 9－35)。

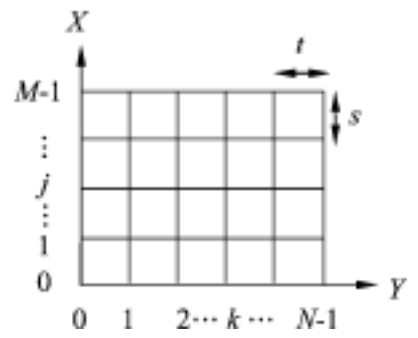


图 9－35　空间域的数据格网

把 x 方向的测线长度再加上一个线距，称为 x 方向的“基本波长”，记为

$$\lambda_x = M \cdot \Delta x \qquad (9-79)$$

把 y 方向的测线长度再加上一个点距，称为 y 方向的“基本波长”，记为

$$\lambda_y = M \cdot \Delta y \qquad (9-80)$$

用于计算重力数据（见（9－78）式）的离散傅氏变换公式为（图 9－36)

$$G_{mn} = \frac{1}{MN}\sum_{j=0}^{M-1}\sum_{k=0}^{N-1} g_B(j\Delta x, k\Delta y) \cdot \exp\left[-2\pi i\left(\frac{mj}{M} + \frac{nk}{N}\right)\right]$$

$$m = -\frac{M}{2}, -\frac{M}{2}+1, \cdots, -1, 0, 1, \cdots, \frac{M}{2}-1;$$

$$n = -\frac{N}{2}, -\frac{N}{2}+1, \cdots, -1, 0, 1, \cdots, \frac{N}{2}-1; \quad (9-81)$$

编制频率域滤波程序，还有不少问题需要考虑（曾华霖，1985）。

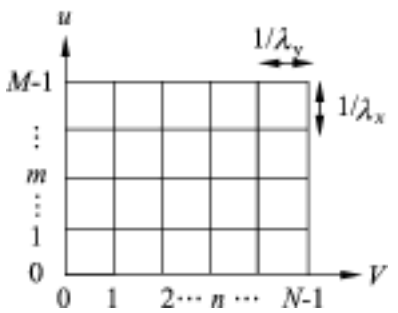


图 9－36　频率域的数据格网

四、频率域中异常的分离

这一部分以一个假想的理论例子，说明如何在频率域中实现区域异常与局部异常的分离（内特尔顿，1987）。在图 9－37（a）中有一个 SEE 方向的低频区域背景，上面叠加了高频的、无一定方向的局部异常。图 9－37（b）是图 9－37（a）所示异常的振幅谱；此图显示，区域异常与局部异常的频谱在频率域中得到清楚的分离。由区域异常引起的长波长的较低频率的谱，分布在等值线图的中部（即处于低频位置）；由局部异常引起的短波长的较高的频率成分，分布在等值线图的边缘（即处于高频位置）。然后根据图 9－37（b）中区域异常谱的分布范围，利用适当的方法，例如“窗口”滤波，消除图中的低频部分（图 9－37（c））。再进行傅氏反变换，便得到局部异常（图 9－37（d））。

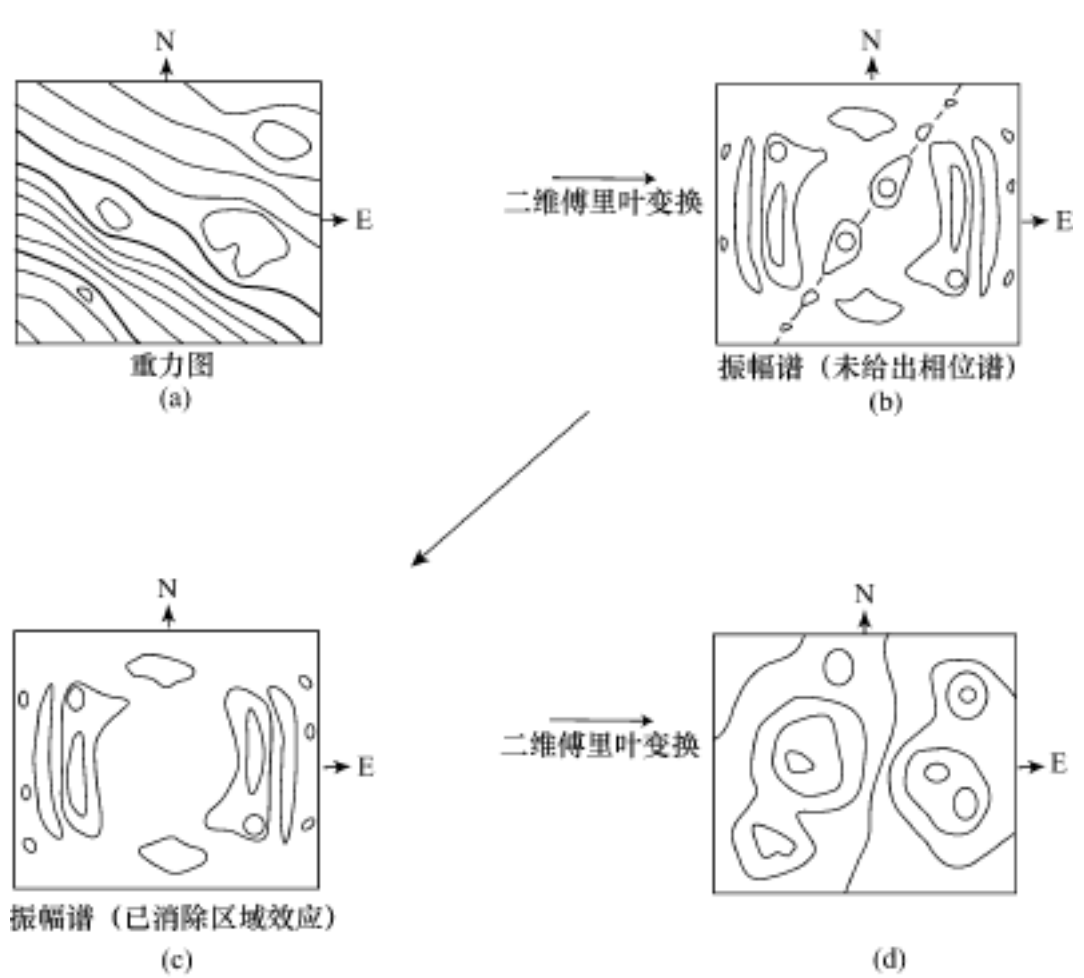


图 9－37　频率域中异常分离示意图

（引自内特尔顿，1987）

上述滤波过程，形象生动。然而，这只是个理想的例子，实际问题要复杂得多。如上所述，由区域异常引起的较低频谱，与局部异常引起的较高的频谱之间，不一定存在十分清楚的界线；何况一个地质体引起的异常，不会是具有单一的频率成分，因此这就很难从图 9－37（b）中干净地消除区域异常引起的频谱。

第九节　趋势分析法（最小二乘多项式拟合法）

一、趋势分析法的原理

趋势分析法是选用一个 n 阶多项式表示的曲面或曲线描述一个面积或一条剖面上的区域重力异常，以实现重力异常的分离。n 阶多项式的一般形式为

$$g_{tre}(x,y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + \cdots + a_{N-1}y^n \qquad (9-81)$$

式中：a_0，a_1，…，a_{N-1}为 N 个待定系数，若多项式的阶数为 n，则 $N=\frac{1}{2}(n+2)(n+1)$；$g_{tre}(x,y)$ 即为趋势值，用于近似表示区域异常。显然，一阶方程代表一个平面，二阶方程代表一个二次曲面，高阶方程则表示了一个高阶曲面。

下面以二次曲面拟合区域异常为例说明方法的原理（图 9－38）。

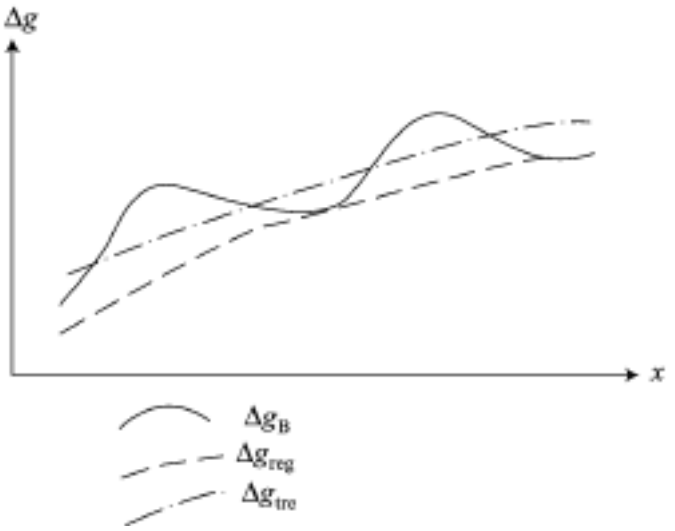


图 9－38　二次曲面拟合示意图

设布格重力异常 Δg_B 包含了区域异常 Δg_{reg}和局部异常 Δg_{loc}，即

$$\Delta g_B = \Delta g_{reg} + \Delta g_{loc} \qquad (9-82)$$

采用趋势分析法求区域异常 Δg_{reg}，即是用一个多项式表示的曲面描述这个区域异常的形态，或表示区域异常的变化。根据布格重力异常的趋势变化，假定用下列二维二次多项式来近似区域异常：

$$\Delta g_{tre}(x,y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 \qquad (9-83)$$

式中：$\Delta g_{tre}(x,y)$，为所求的趋势值，a_j（$j=0,1,2,\cdots,5$）为六个待定系数。由(9－83)看出，只要求出待定系数，代入相应点的坐标，就可以由这个公式计算出该点的趋势值。在测区中按一定网格共选取 m 个测点（m 一定要大于待定系数的个数），其坐标为（x_i，y_i）（$i=1,2,\cdots,m$），相应点的布格异常值为 Δg_i（$i=1,2,\cdots,m$）。为了使二次曲面能与重力异常在最小二乘意义下得到最佳拟合，所求的系数 a_j 应满足下列条件

$$(a_j) = \sum_{i=1}^{m}(\Delta g_{tre} - \Delta g_i)^2$$

$$= \sum_{i=1}^{m}(a_0 + a_1x_i + a_2y_i + a_3x_i^2 +$$

$$a_4 x_i y_i + a_5 y_i^2 - \Delta g_i)^2 = \min \qquad (9-84)$$

根据多元函数求极值法，即是使（9－84）式表示的目标函数满足：

$$\frac{\partial}{\partial a_0} = 2\sum_{i=1}^{m}(a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 x_i^2 + a_4 x_i y_i + a_5 y_i^2 - \Delta g_i) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a_1} = 2\sum_{i=1}^{m}(a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 x_i^2 + a_4 x_i y_i + a_5 y_i^2 - \Delta g_i)\, x_i = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a_2} = 2\sum_{i=1}^{m}(a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 x_i^2 + a_4 x_i y_i + a_5 y_i^2 - \Delta g_i)\, y_i = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a_3} = 2\sum_{i=1}^{m}(a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 x_i^2 + a_4 x_i y_i + a_5 y_i^2 - \Delta g_i)\, x_i^2 = 0 \qquad (9-85)$$

$$\frac{\partial}{\partial a_4} = 2\sum_{i=1}^{m}(a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 x_i^2 + a_4 x_i y_i + a_5 y_i^2 - \Delta g_i)\, x_i y_i = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a_5} = 2\sum_{i=1}^{m}(a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 x_i^2 + a_4 x_i y_i + a_5 y_i^2 - \Delta g_i)\, y_i^2 = 0$$

经过整理简化后得该线性方程组的矩阵形式为

$$A^T A X = A^T G \qquad (9-86)$$

式中：

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 & x_2 y_2 & y_2^2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3^2 & x_3 y_3 & y_3^2 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4^2 & x_4 y_4 & y_4^2 \\ 1 & x_5 & y_5 & x_5^2 & x_5 y_5 & y_5^2 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \Delta g_1 \\ \Delta g_2 \\ \Delta g_3 \\ \cdots \\ \Delta g_m \end{bmatrix}$$

用相应方法解方程，求出各待定系数。然后利用（9－83）式便可按每个网格点的坐标（x_i，y_i）计算出该点的趋势值。根据（9－82），还可以求出表示局部异常的剩余值 Δg_{loc} 或 Δg_{res}。

首先，趋势分析法与前面介绍的异常平滑方法原理是一样的，其区别在于求区域异常的趋势值时应利用全区测点上的数据；而平滑时只利用计算点附近一个区间内若干个测点的数据。其次，进行趋势分析时坐标原点是固定的，因而所有待定系数均应求出，才能获得各测点上的趋势值；平滑时，原点是滑动的，即逐点计算，故只需求取系数 a_o即可。

二、趋势分析法的应用条件及存在问题

上述计算过程表明，趋势分析法只不过是用一个数学式子表示一个区域重力异常的变化趋势，并代表区域异常，方法的效果取决于所选数学模型，即多项式与实际区域异常的逼近程度。当测区范围较大，地质情况又比较复杂时，一般不宜应用此法。因为很难用一个多项式表示该区的区域异常。或者应根据区域异常的复杂程度分区，对不同的区域用不同阶次的多项式来进行计算。

多项式的次数是一个关键问题。解释者经常用不同阶次的多项式做试验，从中选取最能描述区域异常或区域地质构造形态的适当阶次的多项式。多项式次数的定性选择，原则上应视区域异常的复杂程度来决定。阶次太高，会造成趋势值包含过多的局部异常成分，因而计算出局部异常会偏小；同时，也使趋势面畸变。因为阶次增加时，方程组解的误差会急剧增加，致使趋势面面目全非。

图 9－38 表明，在（9－84）式的最小二乘意义下求出的观测重力异常 Δg_B 的趋势值 Δg_{tre}，必然从观测重力异常中部穿过，用它表示区域异常 Δg_{reg}；得到的局部或剩余异常 Δg_{res}，其正值部分被削弱了，同时出现了不应有的负异常，这就是虚假异常问题。

下面对上述两个问题进行讨论。

三、虚假异常的消除

Rao 等提出了一个消除虚假异常的迭代计算方法（Rao et al，1975），根据这个方法设计了一个迭代计算的数学模型（曾华霖，1983）。

如图 9－39 所示，观测重力异常 Δg_B 由区域异常 Δg_{reg} 和剩余异常 Δg_{res} 组成。采用最小二乘拟合，得到趋势值 $\Delta g_{tre}^{(1)}$，并计算出剩余异常 $\Delta g_{res}^{(1)}$。可以看出剩余异常 Δg_{res} 的正值部分被削弱了，同时出现了虚假的负异常。为了解决这个问题，应用下列的迭代计算。

1）用观测重力异常 Δg_B 作为进行第一次拟合的原始数据 $\Delta g_B^{(1)}$（上标（1）表示第一次拟合），得到趋势值的第一次近似值 $\Delta g_{tre}^{(1)}$。

2）计算出剩余异常的第一次近似值 $\Delta g_{res}^{(1)}$

$$\Delta g_{res}^{(1)} = \Delta g_B^{(1)} - \Delta g_{tre}^{(1)} \qquad (9-87)$$

剩余异常有正值，也有负值。

3）修改剩余值

$$\Delta g_{res}^{(1)m} = \begin{cases} 0 & \Delta g_{res}^{(1)} < 0 \\ \Delta g_{res}^{(1)} & \Delta g_{res}^{(1)} \geq 0 \end{cases} \qquad (9-88)$$

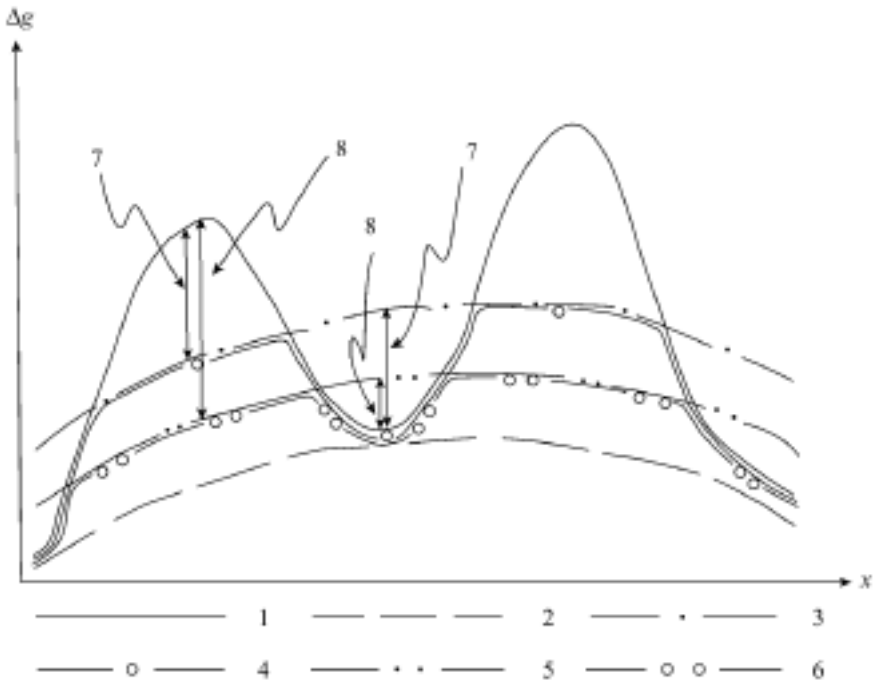


图 9－39　迭代趋势分析示意图

1— Δg_B；2— Δg_{reg}；3— $\Delta g_{tre}^{(1)}$；4— $\Delta g_B^{(2)}$；5— $\Delta g_{tre}^{(2)}$；6— $\Delta g_B^{(3)}$；7— $\Delta g_{res}^{(1)}$；8— $\Delta g_{res}^{(2)}$

4）计算进行第二次拟合的原始数据

$$\Delta g_B^{(2)} = \Delta g_B - \Delta g_{res}^{(1)m} \qquad (9-89)$$

重复第 1 步和第 2 步，得到趋势值的第二次近似值 $\Delta g_{tre}^{(2)}$ 及剩余异常的第二次近似值 $\Delta g_{res}^{(2)}$。从图 9－39 可以看出，趋势值的第二次近似值 $\Delta g_{tre}^{(2)}$ 比第一次近似值 $\Delta g_{tre}^{(1)}$ 更接近区域异常 Δg_{reg}；当剩余值大于零时 $\Delta g_{res}^{(2)} > \Delta g_{res}^{(1)}$，当剩余值小于零时 $|\Delta g_{res}^{(2)}| < |\Delta g_{res}^{(1)}|$，结果得到改善。重复上述步骤，趋势值越来越接近实际的区域异常 Δg_{reg}，虚假异常的影响被削弱了。

四、最佳拟合多项式次数的估计

根据公开发表的地球物理文献，目前存在两种估计重力异常拟合多项式次数的方法。

Abdehraman（1985）提出的方法是在应用多项式拟合计算剩余异常的过程中同时估计多项式的次数。方法的原理简述如下。

设

$$\Delta g_B = \Delta g_{Rn} + \Delta g_{Tn}$$

式中：Δg_B 观测重力异常；Δg_{Rn} 剩余异常；Δg_{Tn} 趋势值。

用 j 次（j = 1，2，3，…）多项式拟合重力异常 Δg_B，得到剩余异常 Δg_{R1}，Δg_{R2}，…，Δg_{Rj}，…计算两个相邻剩余值的相关系数 r_{12}（Δg_{R1} 和 Δg_{R2}），r_{23}（Δg_{R2} 和 Δg_{R3}），…当 $r_{j,j+1} \geq 0.7$ 时，取最佳多项式次数为 j。

曾华霖（1985；Zeng，1989）提出了一个根据观测重力异常直接估计最佳拟合多项式次数的方法。

用一组多项式：

$$P_d(x_i, y_i) = b_0 + b_1 x_i + b_2 y_i + b_3 x_i^2 + b_4 x_i y_i + \cdots + b_k y_i^d$$

$$k = \frac{1}{2}(d+1)(d+2) - 1,$$

$$d = 1, 2, \cdots, n-1, n, n+1, \cdots \qquad (9-90)$$

$$i = 1, 2, \cdots, L$$

L 是异常数据点数；拟合下列 n 次多项式

$$P_n(x_i, y_i) = a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + \cdots + a_k y_i^n$$

$$k = \frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 1, \qquad (9-91)$$

$$i = 1, 2, \cdots, L$$

拟合方差为

$$\varepsilon_d = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}[P_n(x_i, y_i) - P_d(x_i, y_i)]^2 \qquad (9-92)$$

可以证明，拟合方差 ε_d 与多项式次数 d 的关系曲线具有下列特点：当 d < n 时，方差 ε_d 随多项式次数 d 的增加而减小；当 d ≥ n 时，方差 ε_d－d 曲线为一与 d 坐标重合的水平线，ε_d－d 曲线正好在 d = n 处与 d 坐标轴相交（图 9－40）。因此 ε_d－d 曲线的转折点，或它与 d 坐标轴的交点对应的次数就是欲求的多项式次数（此处为 n）。

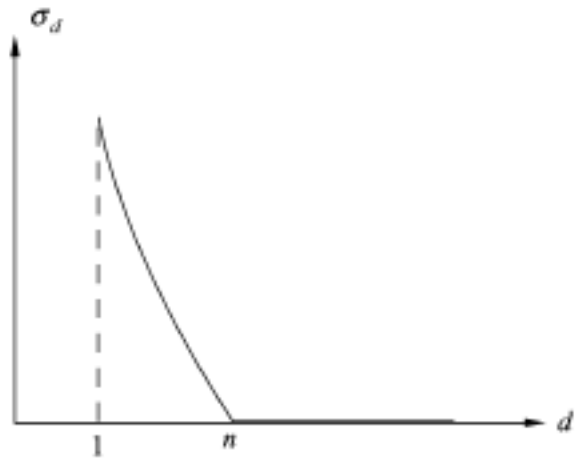


图 9－40　拟合方差 ε_d 与多项式次数 d 的关系曲线

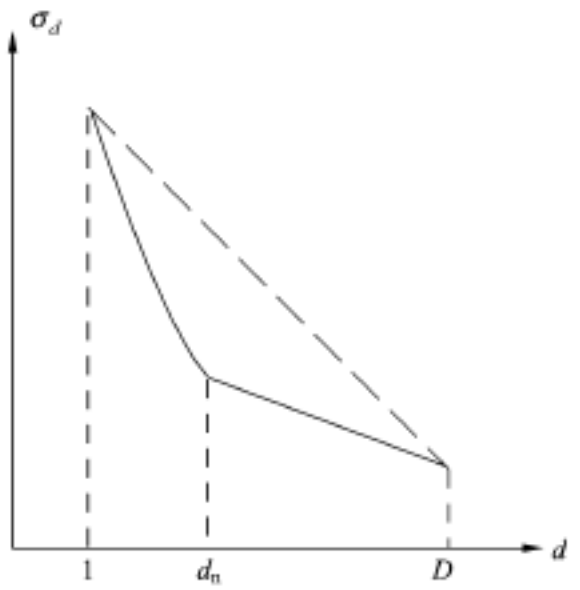


图 9－41　多项式拟合重力异常的方差 ε_d 与多项式次数 d 关系曲线

模型或地质体的重力异常不会具有单一的频率成分，能够表示为有限个傅里叶级数即多个谐波之和（下一节的调和分析将予以介绍），因此也不可能用某个次数的多项式精确地表示。用一组多项式拟合一个重力异常，拟合方差与多项式次数的关系曲线上的转折点对应的次数就是欲求的多项式次数，也是拟合这个重力异常的多项式的最佳次数。应用趋势分析法从布格重力异常中分离区域异常时，需先对布格异常进行适当的向上延拓或低通滤波处理（Zeng，1989）。理论模型研究及实际资料处理已经证明了这个方法的效果。

第十节　调 和 分 析

调和分析或谐波分析是一种很有用的异常数据处理方法，Rao 和 Murthy（1978）对这个方法作了详细的介绍。

一、重力异常的调和级数展开式

应用调和分析，在 xy 水平面上的重力数据可以用傅里叶级数表示为

$$\Delta g(x,y) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left(A_m\cos 2\pi m\frac{x}{L_x} + B_m\sin 2\pi m\frac{x}{L_x}\right) \tag{9-93}$$

$$\left(C_n\cos 2\pi n\frac{y}{L_y} + D_n\sin 2\pi n\frac{y}{L_y}\right)$$

式中 A_m，B_m，C_n 及 D_n 称为傅里叶系数，L_x 及 L_y 分别为 x 及 y 方向的基波长。如果重力值处在规则格网的格点上，则 $L_x = N_x\Delta x$ 及 $L_y = N_y\Delta y$，N_x 及 N_y 是沿 x 及 y 方向剖面的观测点数，Δx，Δy 是点距。上面的展开式对于二维异常，也可以写作：

$$\Delta g(x,y) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left(A_{mn}\cos 2\pi m\frac{x}{L_x}\cos 2\pi n\frac{y}{L_y} + B_{mn}\cos 2\pi m\frac{x}{L_x}\sin 2\pi n\frac{y}{L_y} + \right.$$

$$\left. C_{mn}\sin 2\pi m\frac{x}{L_x}\cos 2\pi n\frac{y}{L_y} + D_{mn}\sin 2\pi m\frac{x}{L_x}\sin 2\pi n\frac{y}{L_y}\right) \tag{9-94}$$

对于一维异常

$$\Delta g(x) = A_0 \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos 2\pi m \frac{x}{L_x} + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin 2\pi m \frac{x}{L_x} \qquad (9-95)$$

为了理论推导的方便，写作:

$$A_m \cos 2\pi m \frac{x}{L_x} + B_m \sin 2\pi m \frac{x}{L_x} = a_m \exp\left(i2\pi m \frac{x}{L_x}\right) + a_{-m} \exp\left(-i2\pi m \frac{x}{L_x}\right) \qquad (9-96)$$

式中 a_m 和 a_{-m} 是共轭复数。最后得到异常的傅里叶级数展开式的二维形式为

$$\Delta g(x, y) = \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} a_{mn} \exp\left[2\pi i\left(\frac{mx}{L_x} + \frac{ny}{L_y}\right)\right] \qquad (9-97)$$

一维形式为

$$\Delta g(x) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_m \exp\left(2\pi i \frac{mx}{L_x}\right) \qquad (9-98)$$

实质上这个方法在于把重力异常分解为一系列的面波或正弦波及余弦波。这些波的振幅随其频率的增加而减小。

这个展开式可以用于计算在任何平面的重力异常或其导数。

二、重力异常转换的基本公式

1. 解析延拓

首先考虑在（9－97）式中的一个单项，即在观测面上的重力效应 dg:

$$dg(x, y) = a_{mn} \exp\left[2\pi i\left(\frac{mx}{L_x} + \frac{ny}{L_y}\right)\right] \qquad (9-99)$$

在高度 h 处的重力效应为

$$dg_{up}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h\,dg(x+u, y+v)}{2\pi(u^2+v^2+h^2)^{3/2}} du\,dv = a_{mn} \exp\left[2\pi i\left(\frac{mx}{L_x} + \frac{ny}{L_y}\right)\right] \cdot$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h \exp\left[2\pi i\left(\frac{mu}{L_x} + \frac{nv}{L_y}\right)\right]}{2\pi(u^2+v^2+h^2)^{3/2}} du\,dv \qquad (9-100)$$

此式右端的积分是 $\frac{h}{2\pi(u^2+v^2+h^2)^{3/2}}$ 的傅里叶变换，而且等于

$$\exp\left[-2\pi h\left(\frac{m^2}{L_x^2} + \frac{n^2}{L_y^2}\right)^{1/2}\right]$$

因此向上延拓异常的效应变为

$$dg_{up}(x, y) = dg(x, y) \exp\left[-2\pi h\left(\frac{m^2}{L_x^2} + \frac{n^2}{L_y^2}\right)^{1/2}\right] \qquad (9-101)$$

此式建立了两个水平面上重力效应之间的关系。根据（9－101）式，如果知道在一个高度水平面上的重力效应，可以直接由下式计算在下部水平面上的重力效应:

$$dg_d(x, y) = dg(x, y) \exp\left[2\pi h\left(\frac{m^2}{L_x^2} + \frac{n^2}{L_y^2}\right)^{1/2}\right]$$

一般，任意水平面上的重力效应可以写作:

$$dg(x, y, h) = dg(x, y) \exp\left[2\pi h\left(\frac{m^2}{L_x^2} + \frac{n^2}{L_y^2}\right)^{1/2}\right]$$

h 的正、负号取决于向下或向上延拓。考虑到 (9－97) 式中的所有项，得到下列方程

$$\Delta g(x,y,h) = \sum_{-\infty}^{\infty}\sum_{-\infty}^{\infty} \exp\left[2\pi h\left(\frac{m^2}{L_x^2}+\frac{n^2}{L_y^2}\right)^{1/2}\right] a_{mn} \exp\left[2\pi i\left(\frac{mx}{L_x}+\frac{ny}{L_y}\right)\right]$$

$$= \sum_{0}^{m_0}\sum_{0}^{n_0} \exp\left[2\pi h\left(\frac{m^2}{L_x^2}+\frac{n^2}{L_y^2}\right)^{1/2}\right] \left(A_{mn}\cos 2\pi m\frac{x}{L_x}\cos 2\pi n\frac{y}{L_y}\right.$$

$$+ B_{mn}\cos 2\pi m\frac{x}{L_x}\sin 2\pi n\frac{y}{L_y} + C_{mn}\sin 2\pi m\frac{x}{L_x}\cos 2\pi n\frac{y}{L_y}$$

$$\left.+ D_{mn}\sin 2\pi m\frac{x}{L_x}\sin 2\pi n\frac{y}{L_y}\right) \qquad (9-102)$$

其一维形式为

$$\Delta g(x,h) = A_0 + \sum_{1}^{m_0} \exp(2\pi mh/L_x)\left(A_m\cos 2\pi m\frac{x}{L_x} + B_m\sin 2\pi m\frac{x}{L_x}\right) \qquad (9-103)$$

级数 (9－94) 及 (9－97) 式必须取有限项，而且级数的项数与傅里叶系数的个数有关。项数的选择根据下列标准，即傅里叶系数的个数必须少于观测点数。于是，对于规则分布的观测值，最大的 m 及 n 值，即 m_0 及 n_0，必须满足 $2m_0+1<N_x$ 及 $2n_0+1<N_y$。与波数 m_0 及 n_0 对应的“截止”波长至多等于各自方向网格距离的二倍。

2. 垂向导数

由 (9－102) 及 (9－103) 对 h 微分，然后令 h 等于零便得到计算垂向导数的转换公式。

三、重力异常转换的计算步骤

1) 根据已知的重力异常值，对 (9－94) 及 (9－95) 式求解，得到不同的傅里叶系数。(9－94) 及 (9－95) 式中的求和符号的上限改为 m_0 及 n_0。

2) 把这些系数代进 (9－102) 及 (9－103) 式，便计算出重力异常的向上延拓或向下延拓值。

3) 计算任意水平面的垂向导数，需把不同的傅里叶系数乘以下列值:

$$(2\pi)^K\left(\frac{m^2}{L_x^2}+\frac{n^2}{L_y^2}\right)^{K/2}$$

式中: K 是垂向导数的次数。

这个方法的优点在于，一旦由观测重力异常求出傅里叶系数，所有异常的向上延拓、向下延拓及导数的计算能够对所有的观测点同时进行；而且不需要更多的计算机时间。

四、傅里叶系数的计算方法

直接求傅里叶系数的方法，是建立由 (9－94) 和 (9－95) 所示的方程式，然后解这些方程式求出未知系数。

如果观测是在不均匀的网格上进行，这个方法是非常有用的。

当观测沿一条剖面以等间隔进行，可以得到下列不同的系数:

$$A_0 = \frac{1}{N_x}\sum_{1}^{N_x}\Delta g(i)$$

$$A_m = \frac{2}{N_x}\sum_{i=1}^{N_x}\Delta g(i)\cos\frac{2\pi m(i-1)}{N_x}$$

及

$$B_m = \frac{2}{N_x}\sum_{i=1}^{N_x}\Delta g(i)\sin\frac{2\pi m(i-1)}{N_x}$$

对于在水平面上按格网分布的异常，而且在测线和测点两个方向的观测线、点数是偶数时，可以采用下列方法计算（Bhattacharyya, 1965）。首先求出平行 x 轴的第 i 条剖面的一组系数 E_{mi} 和 F_{mi} 如下:

$$E_{mi} = K\sum_{j=1}^{N_x}\Delta g(j,i)\cos[2\pi m(j-1)/N_x]$$

及

$$F_{mi} = K\sum_{j=1}^{N_x}\Delta g(j,i)\sin[2\pi m(j-1)/N_x]$$

式中对于 $m\neq 0$ 和 m_0，$K=2/N_x$；对于 $m=0$ 和 m_0，$K=1/N_x$。对于平行于 x 轴的 N_y 条剖面中的每一条，有 N_y 个 E_{mi} 和 F_{mi} 值。系数 A_{mn}，B_{mn}，C_{mn}，D_{mn} 可由下式计算:

$$A_{mn} = K'\sum_{i=1}^{N_y}E_{mi}\cos[2\pi n(i-1)/N_y]$$

$$B_{mn} = K'\sum_{i=1}^{N_y}E_{mi}\sin[2\pi n(i-1)/N_y]$$

$$C_{mn} = K'\sum_{i=1}^{N_y}F_{mi}\cos[2\pi n(i-1)/N_y]$$

及

$$D_{mn} = K'\sum_{i=1}^{N_y}F_{mi}\sin[2\pi n(i-1)/N_y]$$

式中对于 $n\neq 0$ 和 n_0，$K'=2/N_y$；对于其余情况 $K'=1/N_x$。

五、根据起伏地形异常换算水平面上的异常

利用傅里叶级数展开式可以把起伏地形上的异常换算为水平面上的异常，即进行“曲面延拓”（Henderson and Cordell, 1971）。

在（9－102）和（9－103）式中，左端的重力异常及右端的 $h=h(x, y)$，x、y、L_x、L_y、m_0 和 n_0 是已知数据。此处 h 表示从换算面到观测点的深度；这个换算面可以是任意水平面，可以在起伏地形面之上，或者在起伏地形面之下，或者切割这个起伏地形面。显然，如果观测点处在换算面之上，h 必须取负号。

计算过程如下：根据观测值由（9－102）和（9－103）式建立线性方程组；解这个线性方程组求出不同的傅里叶系数；把这些系数代入（9－94）和（9－95），便计算出水平面上的重力异常。在（9－94）和（9－95）式中，求和的上限应取为 m_0 和 n_0。

六、高频干扰的消除

用傅里叶级数展开式对异常进行向下延拓时，近地表地质体引起的重力效应或噪音，受到放大。因为噪音成分通常只出现在几个测点处，其波长比较短，可以看作高频成分。一个消除噪音效应的方法是选择比较宽的测点距。因为通过离散的测点取数后，能够用于分析的最小的异常波长是测点距的二倍；所以自动地消除了所有其波长小于测点距二倍的高频

成分。另一种方法是对观测数据进行数学圆滑。观测面上的重力值由下列圆滑值 Δg_S 代替:

$$\Delta g_S = \frac{1}{4\pi\gamma}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\Delta g(x+u, y+v)\exp\left[-\frac{(x+u)^2+(y+v)^2}{4\gamma}\right]dudv$$

式中: γ是圆滑函数，由解释者给定。

习　　题

1. 对重力异常进行数据处理的目的是什么?

2. 什么是区域异常与局部异常? 它们各自的基本特征是什么? 引起区域异常的地质因素一定是深部的吗?

3. 异常的延拓与高阶导数换算的主要作用是什么?

4. 能否直接应用高度校正的公式 $3.086\ \{h\}_m$ 计算不同高度处的延拓值? 为什么?

5. 简述常用的几种异常分离方法的应用条件。

6. 对比说明用多项式作异常的平滑处理和拟合区域异常（趋势分析）时的异同点。

7. 设区域异常为一线性场，而局部异常为一个二度背斜构造引起的重力高，请示意绘出: 两种异常的走向平行时的布格异常平面等值线图; 两种异常的走向垂直时的布格异常平面等值线图。

第十章　重力异常的地质解释及重力资料的应用

本章将介绍重力异常的地质解释及重力资料的应用。地质解释就是利用实测异常或经过适当数据处理的重力异常，结合工区地质资料对引起这些异常的原因做出地质上的结论或推断，这是重力勘探工作成果解释的最终目的。本章只讨论一般的解释方法，针对某个具体的工作地区，一定要根据当地的实际地质情况做出客观的、切合实际的推断。特别是，重力资料应当结合其他地球物理资料及地质钻探资料进行综合解释，才能做出可靠的地质结论。本章叙述的重力资料在地质构造研究、矿产勘探等国民经济方面的应用情况，表明重力勘探方法的应用范围及解决实际问题的能力。我们深信，随着重力法水平的提高，其应用范围必将进一步扩大，应用效果也将得到改善。

第一节　地质解释概述

从引起重力异常的主要地质因素可以看出，重力异常包含了丰富的信息，因而无论是地壳深部构造与地壳均衡状态的研究，还是普查、勘探矿产资源，或是高精度重力测量在水文、工程乃至考古等方面的应用等诸多地质任务，都有可能利用重力法或重力资料加以完成。要获得地质解释的良好效果，一般应注意以下几方面的问题。

1）分析与检查用于解释的基础资料——重力异常，是否是所研究的地质因素引起的异常，并且满足精度要求及必须的详细程度，这是能否取得地质效果的前提条件。

2）要研究和分析在一个工区内，不同的研究对象引起的重力异常之间，以及研究对象与非研究对象（或干扰因素）所引起的重力异常之间，是否具有反映其特征的差异。如果这种差异可能存在，则应有目的地选用适当的数据处理方法将不同研究对象引起的重力异常进行分离，同时消除或压制干扰体引起的异常，这样可以获得由较为单一的地质因素引起的有效（目标）异常，以利于进行必须的数学物理解释和做出正确的地质推断。

3）对异常的解释一般是从“读图”或异常识别开始。即使是研究局部构造或矿体的赋存情况，都必须从区域地质环境入手，先把握全局，然后深入到局部。不同地质构造单元内的地质条件可以有很大差别，同一构造单元内不同部位的情况也有不同，因而不同单元内重力异常分布的基本特征是不同的，甚至有很大差别。所以首先应对异常进行分区或分类，分析研究各区（类）异常特征与区域地质环境可能的内在联系，在此基础上才有可能对各区内的局部异常形成的地质因素做出合理的解释，这就是从面到点的认识过程。

4）对异常的解释必须遵循从已知到未知的原则。因为相近的地质条件引起的异常具有相似的特征，所以在对局部异常的解释中，可以遵循这个原则。例如，利用一口钻井资料（一个点）或一条地震剖面资料（一条线）的解释作为控制，将获得的成果推广到周围条件相似地区的异常解释中去；或者根据露头区的异常特征推断相邻的覆盖区的异常成

因。这是由已知到未知，从点、线到面的认识过程，它与上述的从面到点的过程是互相渗透、互为补充的。

5）鉴于重力异常的复杂性，各种数据处理及解释方法又都有自身的局限性，因此应针对解释的具体地质任务和条件选用相应的方法，并通过试验确定有关的参数（如延拓高度、滤波窗口大小等），从中选取效果最佳的解释方案。

6）一方面，应收集工区内相应的地质、钻探、物性和其他物（化）探资料，尽可能地增加已知条件或约束条件，限制反问题的多解性。另一方面，只有综合其他物探方法的解释成果，才能从不同侧面对引起异常的场源性质、产状等做出较为合理而正确的判断，为重力异常的解释提供印证、补充或修改。

7）有条件时，应对已解释的异常开展一定的验证工作。这样做，一方面可以评价解释的可靠性；另一方面，特别是在出现矛盾、解释失败时可以分析原因、寻找正确的答案，并会更加深化对异常的解释和积累成功的经验，以提高今后重力资料在地质解释中的成功率。

第二节　异常的识别

一、异常特征的描述

面对一幅重力异常图，首先要注意观察异常的特征。在平面等值线图上，异常特征主要是指区域性异常的走向及其变化，从东到西（或从南到北）异常变化的幅度有多大；区域性重力梯级带的方向、延伸长度、平均水平梯度和最大水平梯度值等。对局部异常来说主要指的是异常的弯曲和圈闭情况，对圈闭状异常应描述其基本形状，如等轴状、长轴状或狭长带状；是重力高还是重力低；重力高、低的分布特点；异常的走向（指长轴方向）及其变化；异常的幅值大小及其变化等。在综合分析区域异常与局部异常基本特征后，有可能根据异常特征的不同将工区划分成若干小区，以供下一步作较深入的分析研究。

在重力异常剖面图上，应注意异常曲线上升或下降的规律，异常曲线幅值的大小，区域异常的大致形态与平均变化率，局部异常极大值或极小值的幅度、所在位置等。

二、典型局部重力异常的可能解释

由于不同的地质因素往往会在重力异常平面等值线图上或剖面图上引起相似的异常特征，因此根据某一局部异常来判定它是由什么地质因素引起的，常常是不容易的。为此，有必要结合地质资料或其他物探解释成果进行综合解释。下面仅叙述常见的几种局部异常与可能反映的地质因素的对应关系，供作地质解释时参考。

1. 等轴状重力高

基本特征：重力异常等值线圈闭成圆形或接近圆形，异常值中心部分高，四周低，有极大值点。

相对应的规则几何形体：剩余密度为正值的均匀球体，铅直圆柱体，水平截面接近正

多边形的铅直棱柱体等。

可能反映的地质因素：囊状、巢状、透镜体状的致密金属矿体，如铬铁矿、铁矿、铜矿等；中基性岩浆（密度较高）的侵入体，形成岩株状，穿插在较低密度的岩体或地层中；高密度岩层形成的穹窿、短轴背斜等；松散沉积物下面的基岩（密度较高）局部隆起；低密度岩层形成的向斜或凹陷内充填了高密度的岩体，如砾石等。

2．等轴状重力低

基本特征：重力异常等值线圈闭成圆形或近于圆形，异常值中心低，四周高，有极小值点。

相对应的规则几何形体：剩余密度为负的均匀球体，铅直圆柱体，水平截面接近正多边形的铅直棱柱体等。

可能反映的地质因素：盐丘构造或盐盆地中盐层加厚的地段；酸性岩浆（密度较低）侵入体，侵入在密度较高的地层中；高密度岩层形成的短轴向斜；古老岩系地层中存在巨大的溶洞；新生界松散沉积物的局部加厚地段。

3．条带状重力高（重力高带）

基本特征：重力异常等值线延伸很大或闭合成条带状，等值线的值中心高，两侧低，存在极大值线。

相对应的规则几何形体：剩余密度为正的水平圆柱体、棱柱体和脉状体等。

可能反映的地质因素：高密度岩性带或金属矿带；中基性侵入岩形成的岩墙或岩脉穿插在较低密度的岩石或地层中；高密度岩层形成的长轴背斜、长垣、地下的古潜山带、地垒等；地下的古河道为高密度的砾石所充填等。

4．条带状重力低（重力低带）

基本特征：重力异常等值线延伸很大，或闭合成条带状，等值线的值中心低，两侧高，存在极小值线。

相对应的规则几何形体：剩余密度为负的水平圆柱体，棱柱体和脉状体等。

可能反映的地质因素：低密度的岩性带，或非金属矿带；酸性侵入体形成的岩墙或岩脉穿插在较高密度的岩石或地层中；高密度岩层形成的长轴向斜、地堑等；充填新生界松散沉积物的地下河床。

5．重力梯级带

基本特征：重力异常等值线分布密集，异常值向某个方向单调上升或下降 。

相对应的规则几何形体：垂直或倾斜台阶。

可能反映的地质因素：垂直或倾斜断层、断裂带、破碎带；具有不同密度的岩体的陡直接触带；地层的拗曲。

三、断裂构造在平面等值线图上的识别

实测重力异常图中断裂引起的异常特征，比上述重力梯级带部分要复杂得多。图 10－1 表示在重力异常图中指示断裂构造存在的一些标志 。

石宝林，1988。重力勘探（函授教材），长春地质学院，内部铅印。

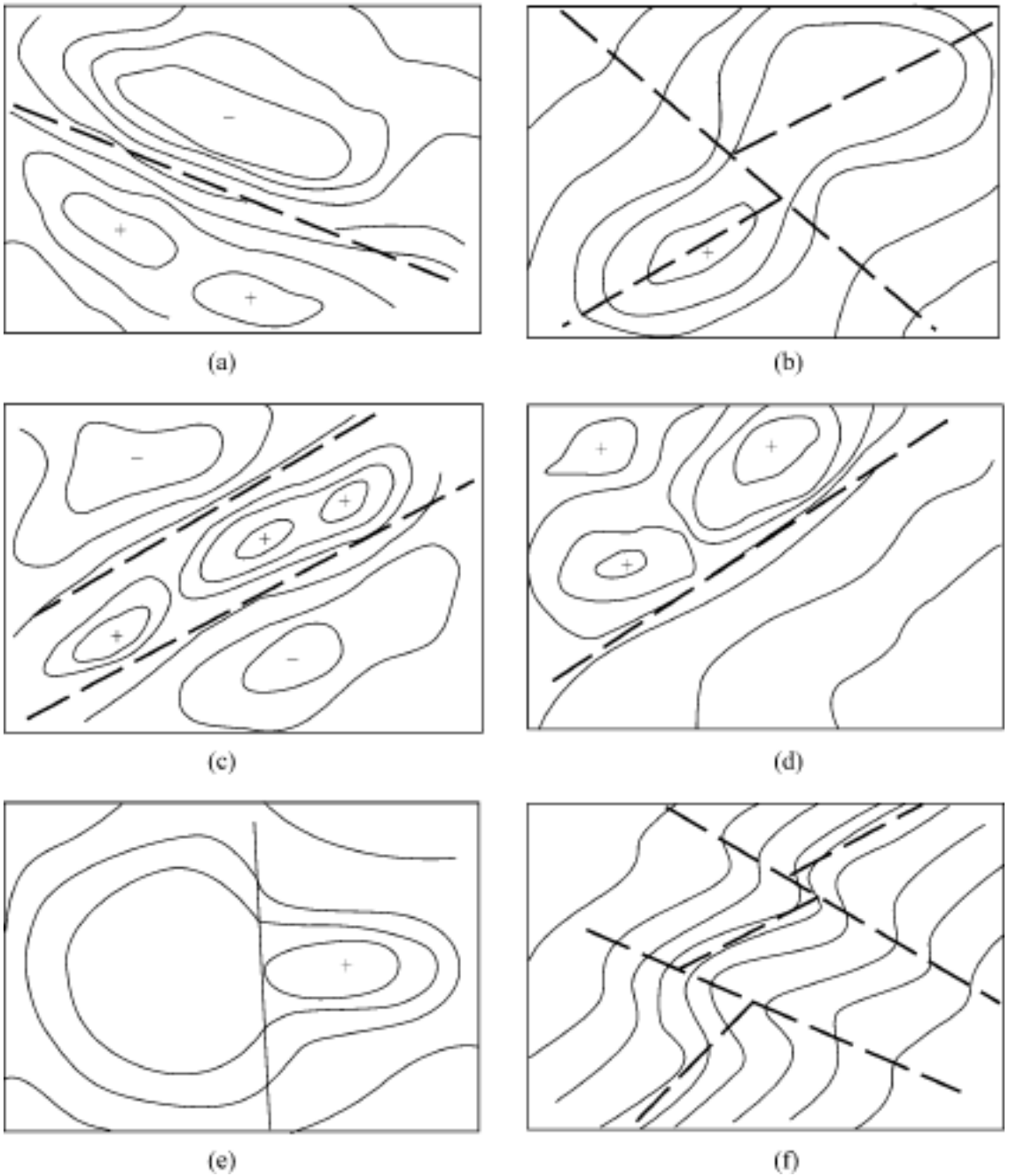


图 10－1　断裂构造识别的标志

(a) 线性重力高与重力低之间的过渡带；(b) 异常轴线明显错动的部位；(c) 串珠状异常的两侧或轴部所在位置；(d) 两侧异常特征明显不同的分界线；(e) 封闭异常等值线突然变宽、变窄的部位；(f) 等值线同形扭曲部位

第三节　地球深部构造及地壳结构研究

由于重力法所依据的物理基础是地质体之间的密度差异，而且能够用卫星、航空、海洋船舶等手段，廉价而快速地获得大区域的、甚至全球的重力资料。因此，重力资料在地球深部构造及地壳结构研究中能够起重要的作用。

一、卫星重力异常在地球深部构造研究中的应用

1985 年，曾维鲁利用 GEM10B 地球重力场模型（它具有完整的 36 阶球谐展开位系数 1365 个）计算出三幅全球自由空气重力异常图，即 2～12 阶低阶图，13～36 阶高阶图与 2～36 阶全阶图。研究认为，大于 30 的高阶异常源可能主要存在于岩石圈内；小于 10 的低阶异常源可能存在于下地幔和地核之间；2～12 阶自由空气重力异常图（图 10－2）保留了全阶场中最基本的特征；控制全球重力场的最主要异常源应该存在于软流圈以下。

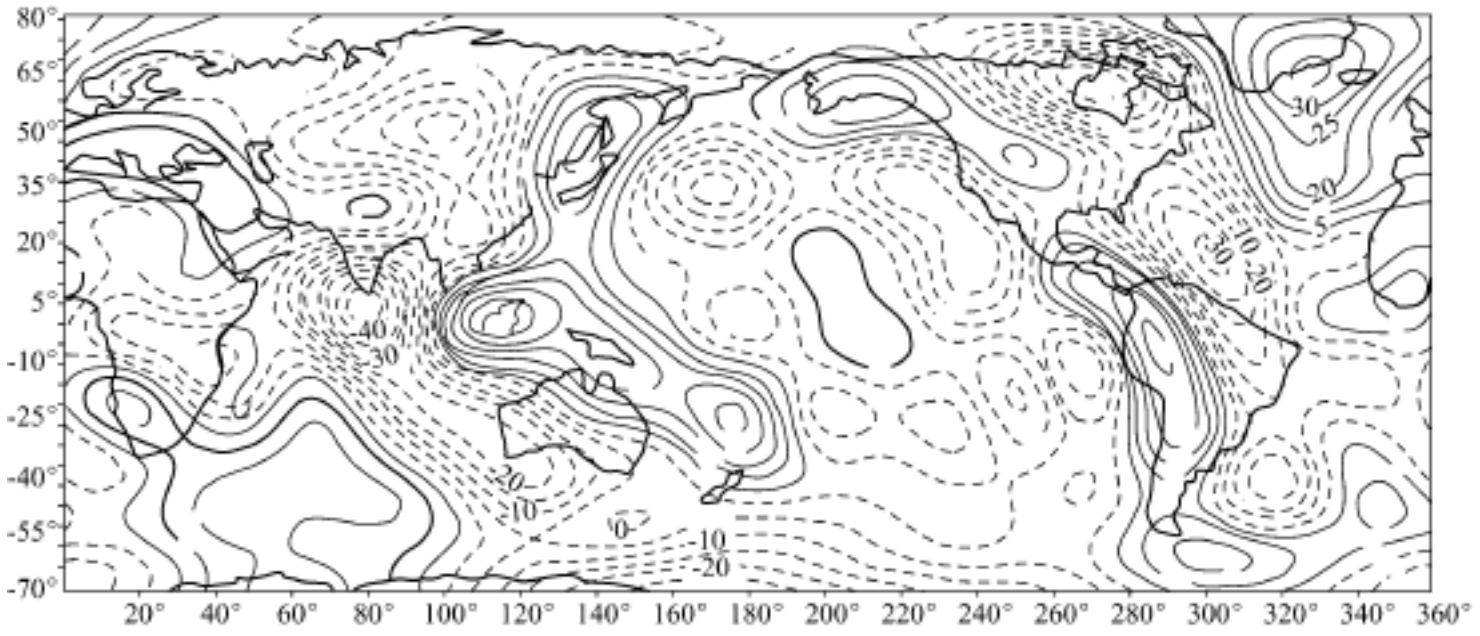


图 10－2　2～12 阶 GEM10B 地球重力场模型全球自由空气重力异常示意图

(引自曾维鲁，1985)

根据这三张图显示的异常特征，可做出以下几点推论（曾维鲁，1985)。

1) 整个太平洋地区（图 10－2 的中部) 包括全球主要岛孤–海沟地区及深源地震带，显示出清晰的高正异常环带。异常特征与太平洋板块和纳斯卡板块边界线也吻合得较好(图 10－3)。正异常带外面包围一圈负异常带；这一正一负的双层环状结构是 GEM10B 全球自由空气异常场的主要特征。产生重力高带的场源既有岩石圈之下地球深部的因素，也有存在于岩石圈深部范围内的因素，较浅层的异常源似乎是消减板块随着下插深度增大而导致的密度增高部分（因温度与压力增加所致)。

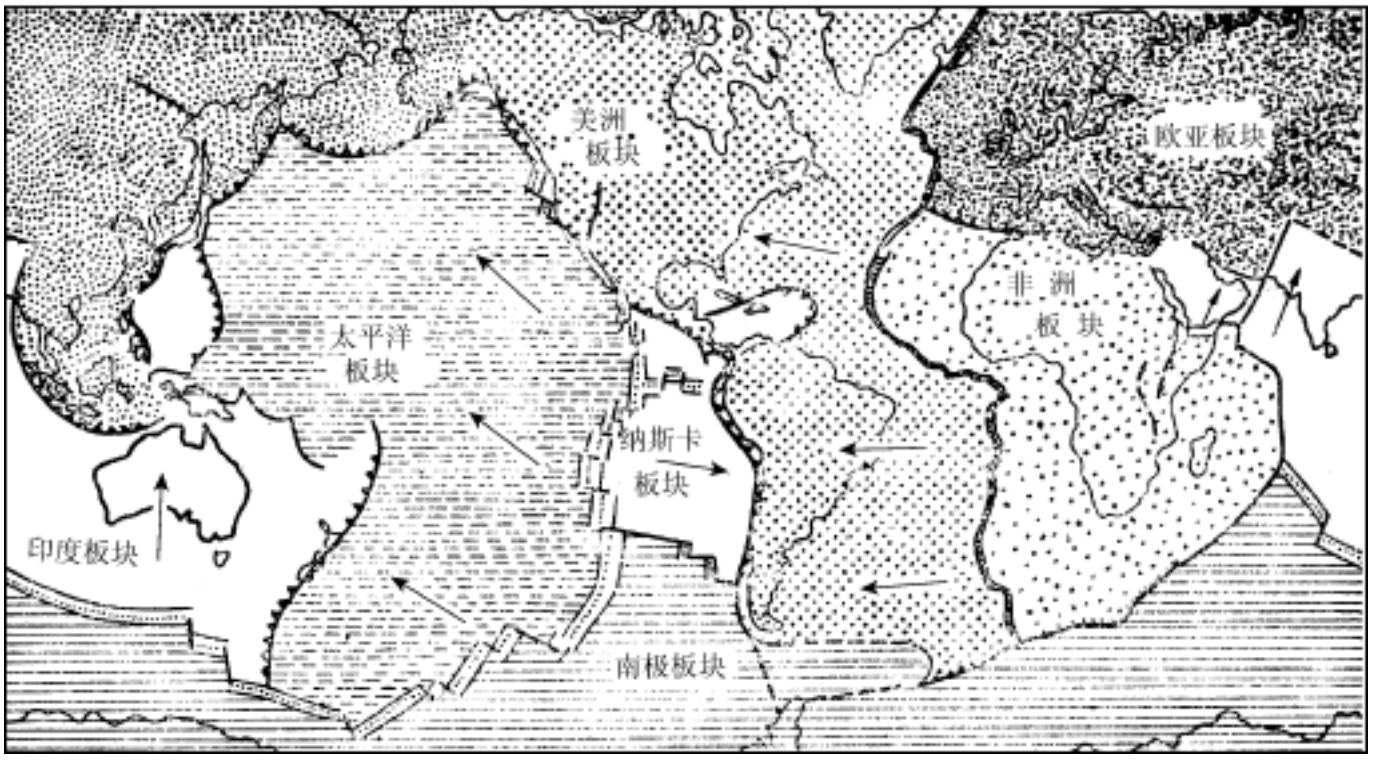


图 10－3　Xavier Le Pichon（1968) 的七板块模式（平面投影)

(佚名)

箭头指示各板块相对非洲板块（通常设想它是固定不动的) 的运动方向

2）产生印度洋巨大负异常的场源存在于地球的深部，很可能是在软流圈以下存在着巨大的质量亏损所致。因在高阶场中，这一全球最大的负异常完全消失了。

3）从喜马拉雅山脉到阿尔卑斯山脉有一条横贯东西的高正异常带，它的走向与板块边界线亦符合较好，但在低阶场中反映得并不明显，说明场源深度较浅。有人认为，产生该地区正异常的原因是喜马拉雅山的地壳薄于相应的均衡地壳的厚度，故存在正的均衡异常。由于向北推移的印度板块与欧亚板块互相挤压，产生了巨大的构造运动压力，此力不仅克服了因均衡不足而产生的向下的均衡调整力，还迫使喜马拉雅山脉继续上升。

4）大洋海岭的重力异常在高阶场中反映得很好，形成了与海岭走向相吻合的低幅正值异常（0～100 g.u.）；而在低阶场中，这种特征完全消失，因而海岭的重力异常的场源应存在于浅部。结合海岭地区存在的其他地球物理特征，如高热流密度值，两侧对称分布的条带状磁异常，海水深度较浅，有大规模火山、地震活动等，可以认为海岭是地幔对流上涌的地区，是板块扩张的中心地带。之所以形成低幅正异常是由于地幔流上涌处的上表面为自由或近似于自由边界条件，因而地壳上升变形较大，从而形成与海岭走向一致的低幅正重力异常。

二、地壳深部构造的研究

全国布格重力异常图是研究我国的地球结构、地质构造及寻找矿产资源的基础图件。中国及其毗邻海区布格重力异常图（图10－4）具有下面的特征（孙文柯等，2001）。

1. 重力场变化趋势

中国及其毗邻海区布格重力异常变化的总趋势是由东向西逐渐减小。在南海及琉球群岛布格重力异常值最高，为400× 10 g.u.，至海岸线为0× 10 g.u. 左右。例如，香港—泉州一带为0× 10 g.u.，上海为10× 10 g.u.，青岛为 - 10× 10 g.u.，丹东为10× 10 g.u.。由海岸线向西，重力异常值缓慢递减，并进入负值区。沿大兴安岭—太行山—武陵山一带为 - 55× 10 g.u.，显示为过渡带。再往西，至青藏高原周边地区（西昆仑山—阿尔金山—祁连山—龙门山—大雪山），重力异常值迅速减小为 - 300× 10 g.u.。青藏高原大部分地区的重力异常值小于 - 400× 10 g.u.；在东经89°30′，北纬33°30′，重力异常达到最低值 - 580× 10 g.u.。

2. 重力梯级带

在布格重力异常图上，分布着一些重力梯级带，主要为NE向和近EW向，其次为NW向和SN向。其中，有三条巨大的重力梯级带：大兴安岭—太行山—武陵山重力梯级带，青藏高原周边重力梯级带以及钓鱼岛重力梯级带。

1）大兴安岭—太行山—武陵山重力梯级带。该梯级带展布方向为NE向。北端沿大兴安岭延伸至西伯利亚，南端经广西西部延伸入越南境内。在国内长达4000 km，宽约50～100 km，被认为是一条重要的地球物理界线。

2）青藏高原周边重力梯级带。围绕青藏高原呈弧形展布。长约4100 km，宽约100～150 km。

3）钓鱼岛重力梯级带。这个梯级带位于东南大陆架东侧，由南向北展布方向为NEE向转为NE向，大体与我国东海岸平行。



图 10－4　中国及其毗邻海区布格重力异常图

(引自孙文柯等, 2001, 简化; 数字单位 10^{-5} m·s^{-2})

还有一些规模较小的重力梯级带，主要有：宁波–茂名重力梯级带，东昆仑山–阿尼玛卿山重力梯级带，额尔齐斯（阿尔泰山）重力梯级带，雅鲁藏布江重力梯级带等。

东亚及邻近海域地壳厚度分布图（滕吉文等，2002），把中国大陆划分为 9 条大小不一的陡梯度带，6 个地壳块体，9 个沉积盆地。

陡梯度带包括：天山山脉陡梯度带（图 10－5，Ⅱ），地壳厚度变化为 48～52 km；阿尔金山陡梯度带（图 10－5，Ⅲ），地壳厚度变化为 48～64 km；喜马拉雅陡梯度带（图 10－5，Ⅳ），地壳厚度变化为 40～60 km；大兴安岭陡梯度带（图 10－5，Ⅹ），地壳厚度变化为 34～42 km；南北向陡梯度带（图 10－5，Ⅺ），地壳厚度变化为 44～60 km；太行山–雪峰山–云开大山陡梯度带（图 10－5，Ⅻ），地壳厚度变化为 36～42 km；锡霍特地壳厚度等值线陡梯度带（图 10－5，ⅩⅢ），地壳厚度变化为 30～34 km；燕山陡梯度带（图 10－5，ⅩⅣ），地壳厚度变化为 28～34 km；东海陡梯度带（图 10－5，ⅩⅥ），地壳厚度变化为 16～24 km。

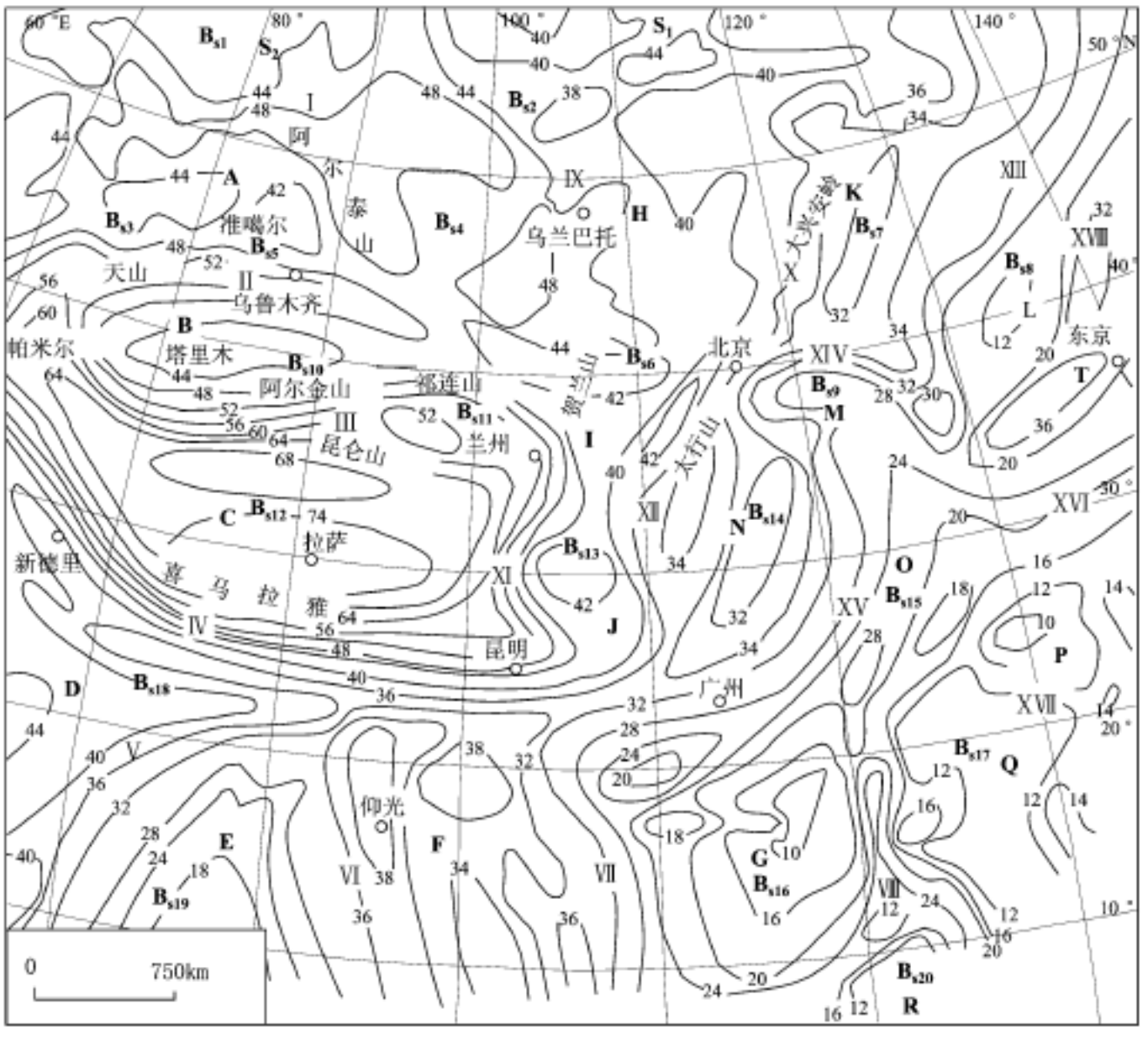


图 10－5　东亚及邻近海域地壳厚度分布、陡梯度带、块体划分及沉积盆地分布图

（引自滕吉文等，2002）

本图合并该文图 2、3、4 及 5 而成，并稍有放大；数字单位为 km

地壳块体包括：C 块体（图 10－5），即青藏高原块体；I 块体，由鄂尔多斯和汾渭裂谷系构成；J 块体，基本上以四川盆地与川、滇构造带和华南块体西缘一起组构，相当于扬子块体；K 块体，即东北块体；M 块体，即渤海湾块体；N 块体，即东南板块。

沉积盆地包括：准噶尔盆地（图 10－5，B_{s5}），相对周边地带 Moho 界面上隆（以下简述为“上隆”）4～8 km；黄土高原地带（图 10－5，B_{s6}），上隆 2～4 km；东北平原地区（图 10－5，B_{s7}），上隆 4～6 km；渤海湾盆地（图 10－5，B_{s9}），上隆 4～6 km；塔里木盆地（图 10－5，B_{s10}），上隆 5～10 km；柴达木盆地（图 10－5，B_{s11}），上隆 4～8 km；羌塘盆地（图 10－5，B_{s12}），上隆 4～6 km；四川盆地（图 10－5，B_{s13}），上隆 2～4 km；华南地带（图 10－5，B_{s14}），主要包括合肥盆地和江汉盆地，上隆 2～4 km。

中国及其毗邻海区布格重力异常图（图 10－4）与东亚及邻近海域地壳厚度分布、陡梯度带、块体划分及沉积盆地分布图（图 10－5）的比较表明：①我国地壳厚度从东向西有逐渐加大的趋势，与重力异常逐渐降低的趋势完全对应；②作为地壳块体分界线的所有陡梯度带，与重力异常梯级（度）带，在位置上完全重合；③与上述盆地，特别是西部盆地，相同位置的重力异常具有重力高的特征，显示地下构造的隆起。就是说，在总体上，Moho 界面的形态及深度变化与重力异常的形态及数值变化十分吻合。

Moho 界面与重力异常的相似性说明：①全国重力异常图（实际上为区域性的重力异常）主要反应了 Moho 界面的特征；或者说，全国重力异常图表示的区域重力异常，主要由 Moho 界面所引起。②过去一些年来，主要根据重力资料做出的我国 Moho 界面深度图，与近年来根据地震资料得到的 Moho 界面深度图，在总体上及在区域性上，是相似的。

然而，由于重力异常是由地下所有不同深度、不同规模密度不均匀地质体引起的重力效应的叠加，要从叠加异常中分离出单纯由地壳厚度变化引起的异常，是非常困难的。只根据重力异常资料，不可能研究一个局部地区的 Moho 界面的细节。尽管如此，重力异常资料是研究区域或深部构造的基础。实际上，我国的 Moho 界面及区域构造研究，是从重力异常图开始的。

中国及其毗邻海区布格重力异常图与“中国地形”图（中国地图出版社，1990）的比较，也显示出重力异常具有类似于地壳厚度与地形起伏的反相关关系。同时，重力图中的重力梯级带与我国大的山系或造山带也非常对应。上述的大兴安岭—太行山—武陵山重力梯级带及青藏高原周边重力梯级带，正好对应了我国地形图上三个大台阶的位置。

中国海区及邻域地质地球物理系列图，包括了这个地区的空间（自由空气）重力异常图，布格重力异常图及均衡重力异常图，是研究本区地球结构的基础图件（刘光鼎等，1992）。

第四节　划分大地构造单元

所谓大地构造单元是指按地壳结构的特点及构造发展史而划分的不同区域。通常所称一级大地构造单元，就是指所划分的地台区和地槽区。重力异常在地槽区和地台区具有不同的特征。

一、地槽区重力异常特征

由于地槽区（褶皱带）是地壳上构造运动最强烈、构造最复杂的地区，区内以强烈的褶皱运动、岩浆活动、变质作用和成矿作用发育为主要特点。地壳的强烈振荡和褶皱运动使地槽区形成巨厚的沉积建造，并在造山运动中回返褶皱成山系，所以地形上往往表现为巨大的褶皱山系，同时地壳厚度相应增大。

鉴于上述原因，地槽区的区域性重力异常的等值线多呈条带状重力低平行排列，延伸可达数百乃至数千千米；区域异常变化的幅度可达数百至数千 g. u. 。一般来讲该区布格重力异常与地形起伏有镜像关系，就是说地形越高，重力异常越低。也反映了地壳下界面(莫霍面) 相应加深的特点。

二、地台区重力异常特征

地台区是地壳运动相对稳定、沉积建造相对较薄、褶皱作用和火山活动相对较弱的地区。在地形上看，地台区多为平原或丘陵。

因此，地台区的区域布格重力异常变化平缓、稳定、相对幅度变化较小，方向性不明显。因为地壳厚度较薄，平均异常值较地槽区高。

图 10－6 是四川重庆—西藏马尼根果的地形与布格重力异常剖面对比。此图表明，在东段地形平坦区，重力异常变化也平缓，反映了地台区的主要特征；康定—雅安一段是过渡带，地形逐渐升高，重力值逐渐降低；西段地形处于高山区，重力异常值很低并且变化

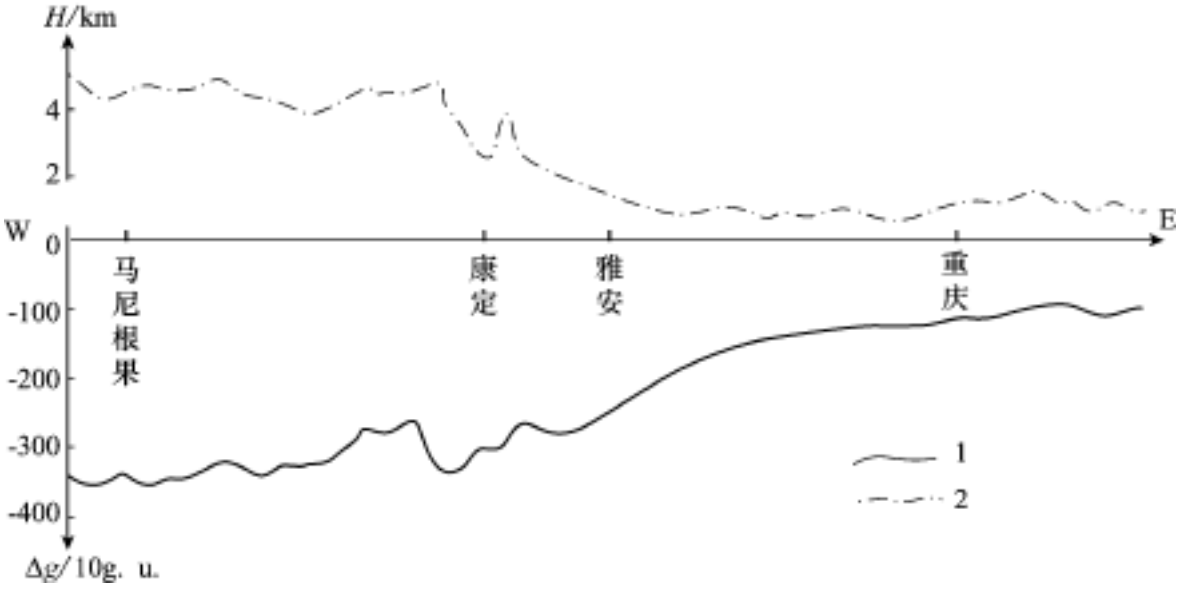


图 10－6　四川重庆—西藏马尼根果地形与布格重力异常剖面对比

1—布格重力异常剖面；2—地形剖面

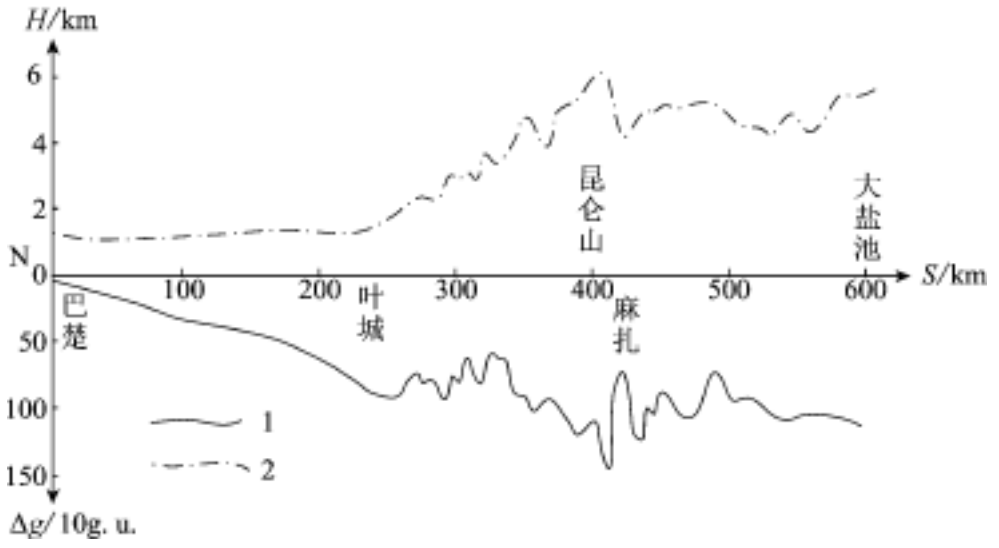


图 10－7　新疆巴楚至大盐池地形与布格重力异常剖面对比

1—布格重力异常剖面；2—地形剖面

也较大，显示了地槽区的异常特征。

图 10－7 是新疆南部由巴楚以西至大盐池的南北剖面。在剖面北段巴楚至叶城，处于塔里木地台区，重力异常变化较平稳；而从叶城至大盐池，进入地槽性质的昆仑山系褶皱带后，重力异常随着地形起伏而出现了大体呈镜像关系的剧烈跳动。

第五节　石油及天然气勘探

重力法在石油及天然气的普查和勘探阶段，曾经和正在发挥重要的作用。针对油气普查、勘探和开发的不同阶段，重力法得到下列应用：首先利用小比例尺（1∶100 万～1∶50 万）重力异常图研究区域地质构造，划分构造单元，圈定沉积盆地的范围，预测含油、气远景区；其次根据中等比例尺（1∶20～1∶10 万）的重力异常图划分沉积盆地内的次一级构造，进一步圈定出有利于油、气藏形成的地段，寻找局部构造，如地层构造、古潜山、盐丘、地层尖灭、断层封闭等有利于油、气藏储存的地段；特别是由于重力仪测量精度的提高与数据处理和解释方法的发展，还可利用大比例尺高精度重力测量查明与油、气藏有关的局部构造的细节，直接寻找与油、气藏有关的低密度体，为钻井布置提供依据；在油气开发过程中，根据重力异常随时间的变化，可以监测油气藏的开发过程。

下面举一些重力法应用的实际例子。

一、区域地质构造的研究及油气远景区的预测

华北平原是中朝准地台的一部分，其基底是由前震旦纪的变质岩系所构成。吕梁运动以后相当长一段时间为稳定的地区，震旦纪至中奥陶世沉积了较厚的海相地层；晚奥陶世至早石炭世期间，全区上升，缺失了这一时期的沉积；中石炭世以后，全区再度下沉，接受了海陆交互相的沉积；燕山运动时间，北部、西部边缘褶皱成山（燕山及太行山），平原区内部为新生代沉积所覆盖，全区沉积岩系累加厚度达几万米。

平原区沉积岩系内有两个主要密度分界面：①上部界面在新生界沉积与下伏的中生界岩系之间；②下部界面在下古生界海相地层与上覆的中生界岩系之间。在上古生界及中生界缺失的地区，两个密度界面合为一个界面，界面上下地层的密度差可达 0.4～0.6 g/cm^3。由于该区上古生界及中生界地层分布零散，加之下古生界海相地层与结晶基底密度差不明显，因此在重力解释时，就可以把下古生界的顶面作为盆地的基底看待。

如图 10－8 所示，根据对异常特征的分析并结合其他物探成果，华北平原可划分出下列构造单元：冀中坳陷、沧县隆起、黄骅坳陷、无棣隆起、济阳坳陷、临清坳陷和内黄隆起等。这些构造单元的划分为油气普查、勘探指明了潜在的远景区和进一步工作的地区，并且这些推断被后来的钻井资料和进一步的物探工作所证实。20 世纪 60 年代在黄骅坳陷中找到了大港油田，在济阳坳陷发现了胜利油田，70 年代又在冀中坳陷发现了任丘油田（即华北油田）。这些事实说明利用重力资料研究区域地质构造，对寻找油气田有着非常重要的意义。

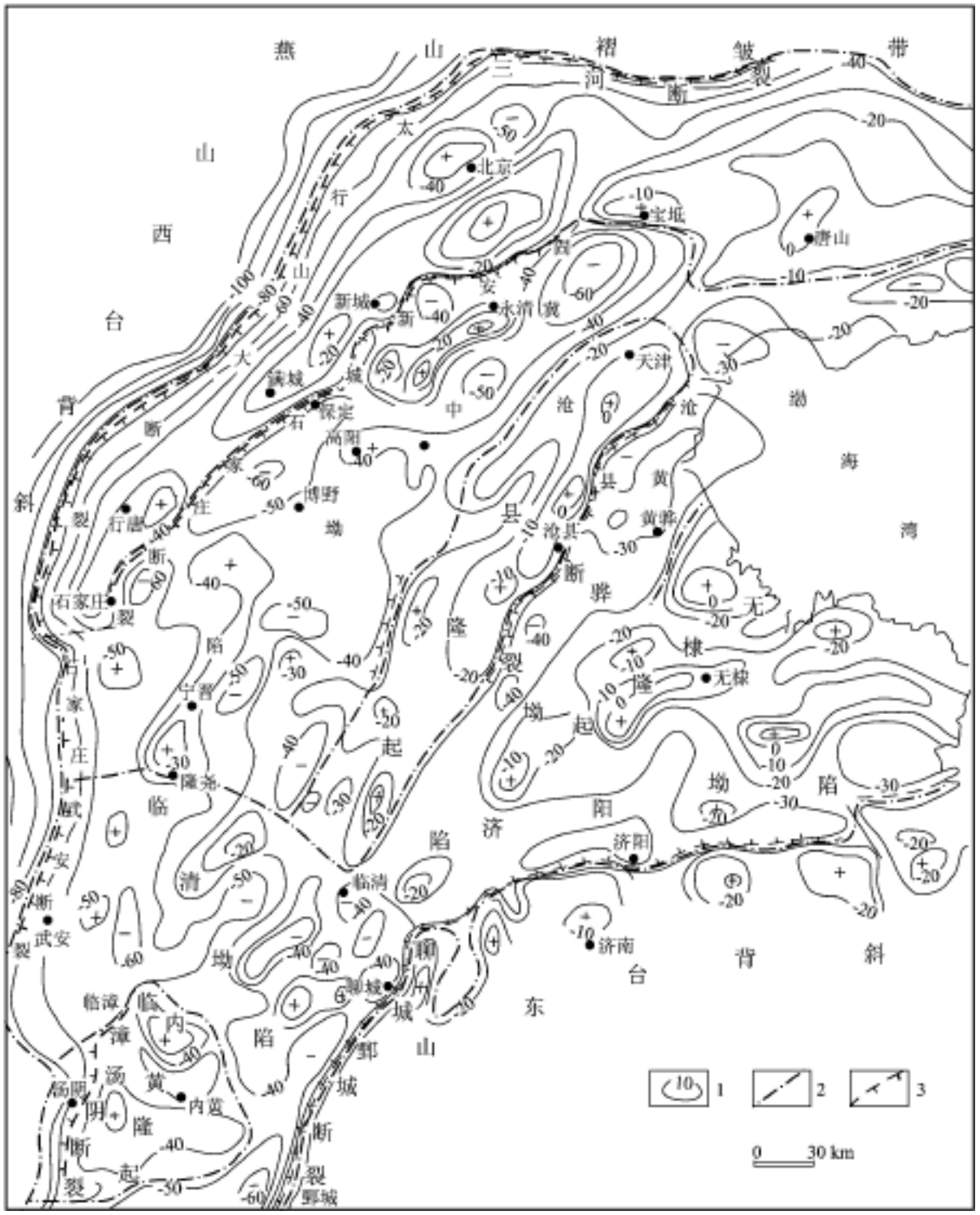


图 10－8　华北平原布格重力异常及构造单元划分图

1—布格重力异常等值线；2—区域构造单元界线；3—大断裂；数值单位为 $10^{-5}\ m \cdot s^{-2}$

二、寻找古潜山和封闭构造

利用重力法直接寻找储油气构造(如背斜、盐丘……)已为许多事例证明是有效的。古潜山构造主要由下奥陶统、寒武系、震旦系的灰岩为主的老地层隆起所构成。当它周围沉积了巨厚的生油岩系时,石油就会向古潜山地层上翘或隆起的部位运移、聚集。由于石灰岩的节理、层理或溶洞比较发育,因此在一定条件下,可形成古潜山油田(图 10－9)。

断层封闭构造所产生的断块凸起或下陷，在具有良好的生、储油条件下，也可形成储油构造，见图 10－10。

三、探测油气藏

重力法能否探测储油构造中的油气藏，取决于这个油气藏能否引起可观测的重力异常,以及能否得到反映油气藏存在的重力异常要素。在第八章介绍的重力归一化总梯度

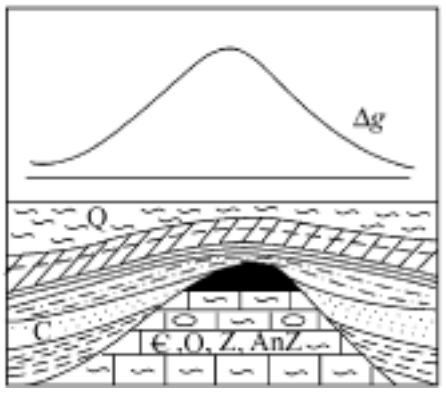


图 10－9　古潜山储油构造

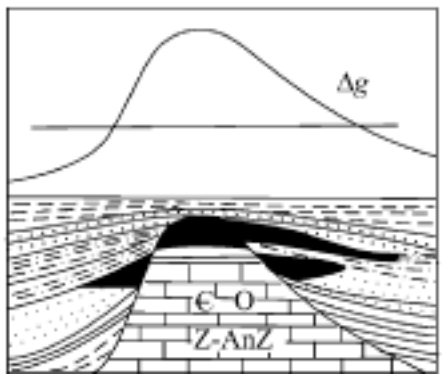


图 10－10　断层切割、封闭储油构造

法，能够根据归一化总梯度断面图特征区别含油气藏的“湿”背斜和无油气藏的“干”背斜。应当指出，根据归一化总梯度对油气藏的探测，直接找的是与油气藏有关的低密度体，而低密度体不一定就是油气，因此这种探测还不能称为“直接”找油。当然，在油气区，背斜顶部的这些低密度体，很可能是油气藏。

根据第八章的介绍，计算归一化总梯度在地下半空间的三维分布，由归一化总梯度水平分布中的极小值，就可以推断与油气藏有关的低密度体的存在及水平位置。这种设想及方法已经在胜利油区的油气藏探测中取得成功（曾华霖等，1999e；曾华霖等，1999g；Zeng et al.，2002）。

胜利油区的胜海油田是一个正在开发的跨海陆的油田。在它的勘探阶段，曾经进行过高精度重力测量，布格异常精度达到 $\pm 0.09\times 10^{-5}$ m/s^2（± 0.9 g.u.）。为了检验归一化总梯度法的效果，计算了深度为 500 m、1000 m…5000 m 水平面上的归一化总梯度。深度为 2500 m 的归一化总梯度图中有一些极小值（图 10－11），反映了油气藏的存在及位置；图中的绝大多数井都是产油井，但油层厚度的差别较大。图 10－11 显示，油层厚度很大的高产油井 SHG1 与一个归一化总梯度极小值吻合得相当好，而其他的井一般都靠近某个极小值。

综合深度 500 m 至 5000 m 的归一化总梯度极小值做出的图（图 10－12）是对本区油

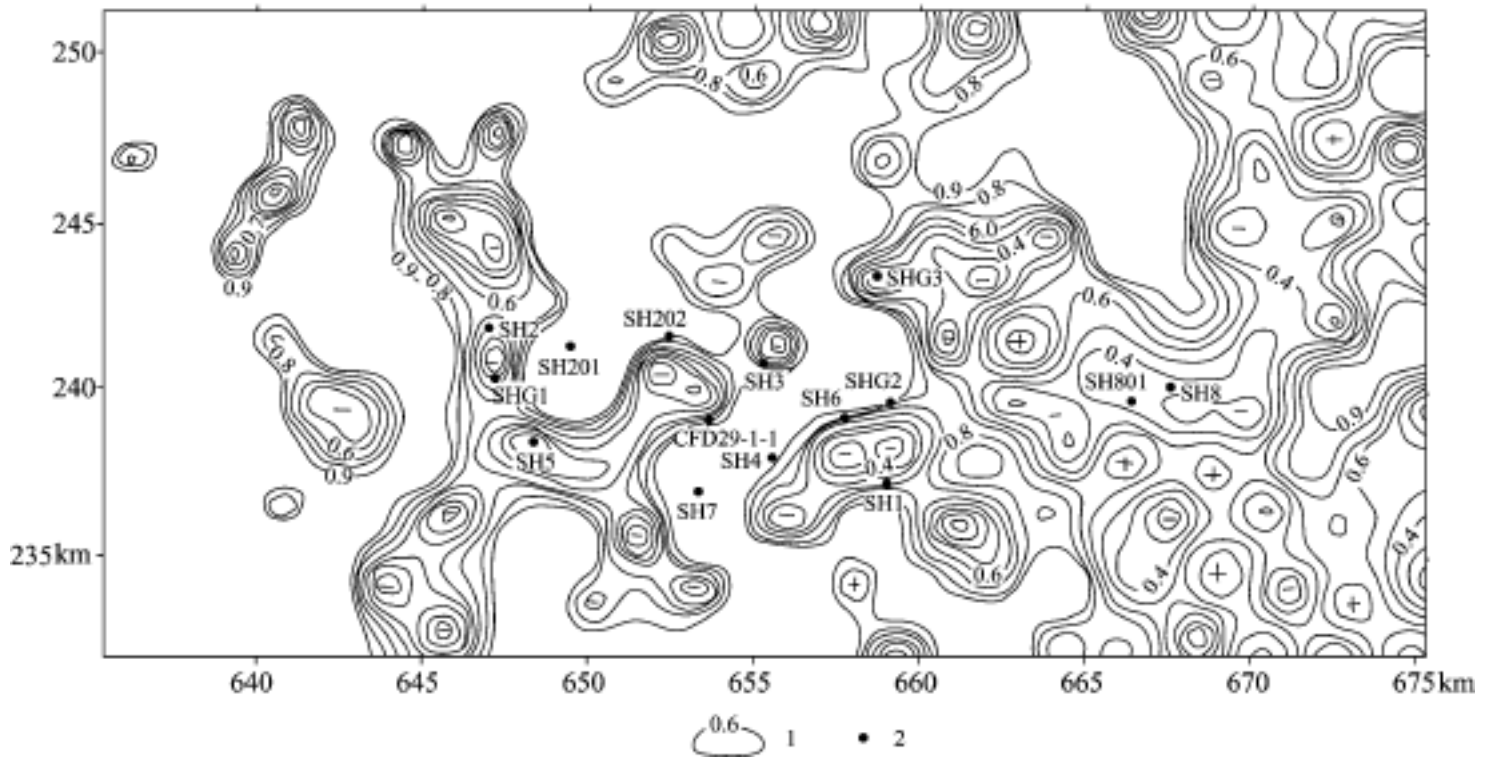


图 10－11　胜海油田重力归一化总梯度水平分布（深度 2500 m）

1—归一化总梯度等值线；2—钻井井位

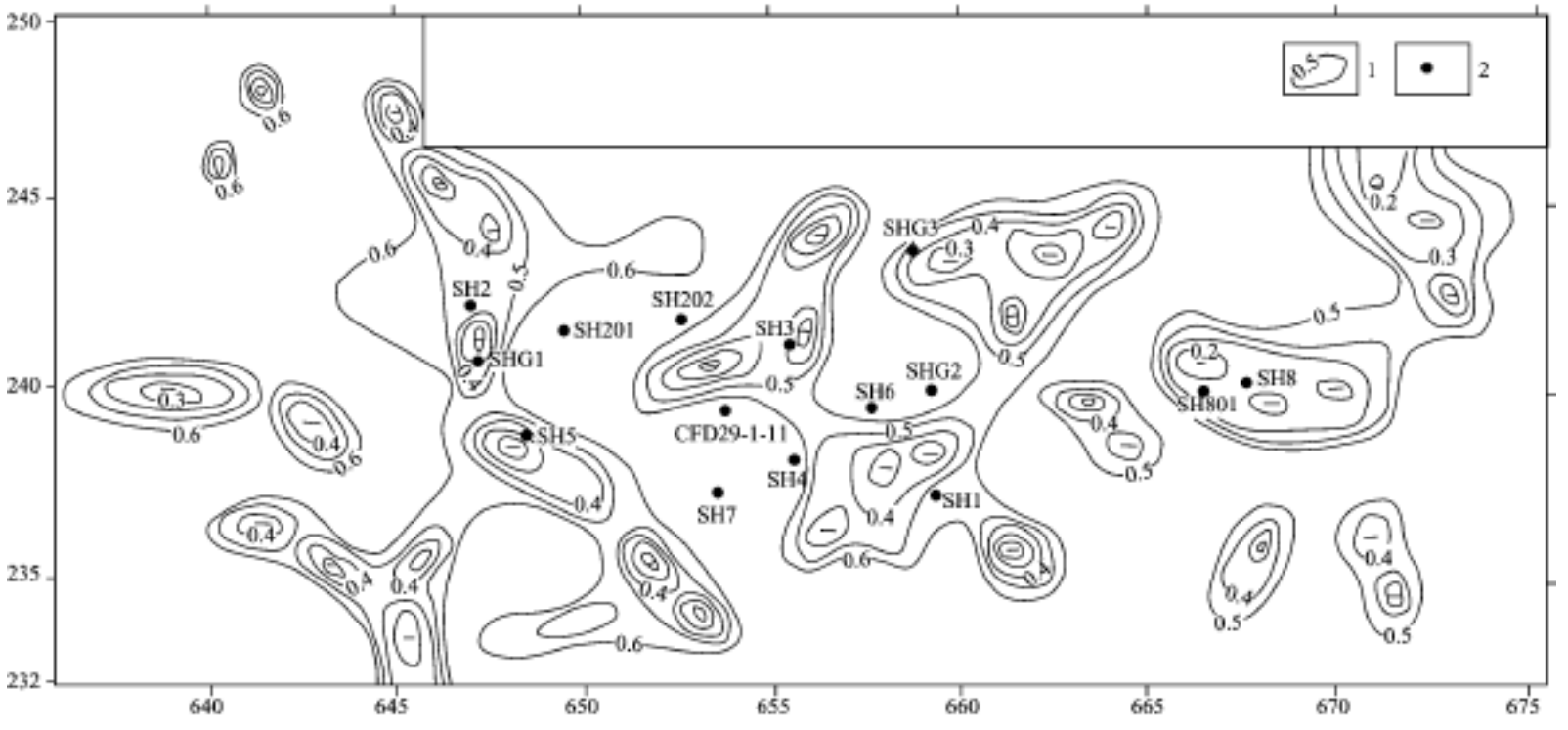


图 10－12　胜海油田重力归一化总梯度极小值水平分布综合图

1—归一化总梯度等值线; 2—钻井井位

气藏赋存情况的预测。

特别是, 在 SHG3 处, 深度为 2000 至 4000 m 的图中, 归一化总梯度都有一个明显的极小值。在布置此井时, 参考了这一资料, 结果于 1997 年 10 月, 在这口井中发现了高产气层。

归一化总梯度法有利于在正在开发的油田寻找未知油气藏, 适合于在普查勘探地区预测潜在的浅而厚的油气藏的存在及位置, 为进一步的地球物理和地质工作的部署提供依据。这个方法在下列条件下能够取得较好的效果: ①油气藏的厚度 (剩余质量) 比较大, 能够引起可观测的异常; ②重力测区的范围足够大, 一般应该为探测目标深度的 10 倍; ③重力测点点距应该尽可能小; ④重力测量精度应该相当高。

归一化总梯度法对于寻找油气藏来说还有值得完善之处。例如, 在理论上要研究非背斜型油气藏的归一化总梯度特征, 研究归一化总梯度指示油气藏或地质体特征点位置、能够实现稳定下延的机制, 改进归一化总梯度的计算方法等; 在应用上还应当处理更多的实际重力资料, 以便研究方法的应用条件, 并改善这个方法。

现在, 重力法在国外的石油勘探及开发中得到了不少新的应用, 发挥了越来越大的作用。除油气田预测及探测外, 重力法已经用于: ①油气资源评价; ②解决勘探中不同阶段的问题; ③与地震资料进行综合解决地震解释中的一些难题; ④解决火山岩地区的问题; ⑤估计地震波速度; ⑥推断油气水平运移方向等 (Biegert and Millegan, 1998; Johnson, 1998a, ; Johnson, 1998b; 曾华霖, 1999d) 。

第六节　盐矿探测

盐岩是一种沉积矿床, 主要产于古内陆盆地的不泻湖或滨海半封闭的海湾。由于盐岩的密度比围岩低, 因此当盐矿有一定规模时, 应用重力勘探的效果很好。

1965 年, 云南省物探队在滇南红色盆地开展了 1∶10 万的重力普查工作, 有效地圈定

了含盐远景区。共发现 61 处重力负异常，其中解释为盐岩引起的有 49 处。推算的盐岩储量达 200×10^{8} t 以上，已经验证的 14 处异常中有 13 处见矿。

滇南盐岩产于上白垩统勐野组中，其密度为 2.18 g/cm^3，上覆第四系和第三系的密度为 2.07 ～2.24 g/cm^3，而下伏的侏罗系和白垩系密度为 2.60 ～2.70 g/cm^3。盐岩与其下伏地层具有 0.42 ～0.52 g/cm^3 的密度差，这为重力勘探提供了有利条件。

图 10－13 是勐野井盐矿区布格重力异常图。异常的形态呈等轴状，异常值相对变化达 -7× 10 g.u.。异常北侧的水平梯度较大，说明了盆地北侧较陡。根据钻孔资料绘制的盐岩等厚度图和顶板等深度图与重力异常进行对比发现，矿体的等厚度线与重力异常等值线基本相似。

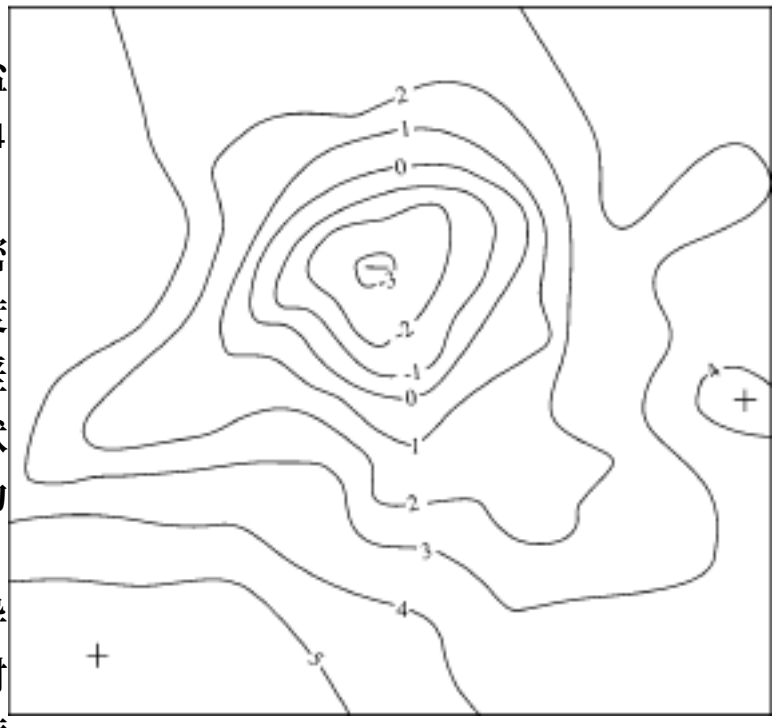


图 10－13　勐野井盐矿区布格重力异常图

（云南省物探队提供，吕梓龄整理）

等值线距 10 g.u.

为了研究盐矿的边界，突出盐岩异常，计算了该区的 g_{zz} 异常。结果发现矿体实际边

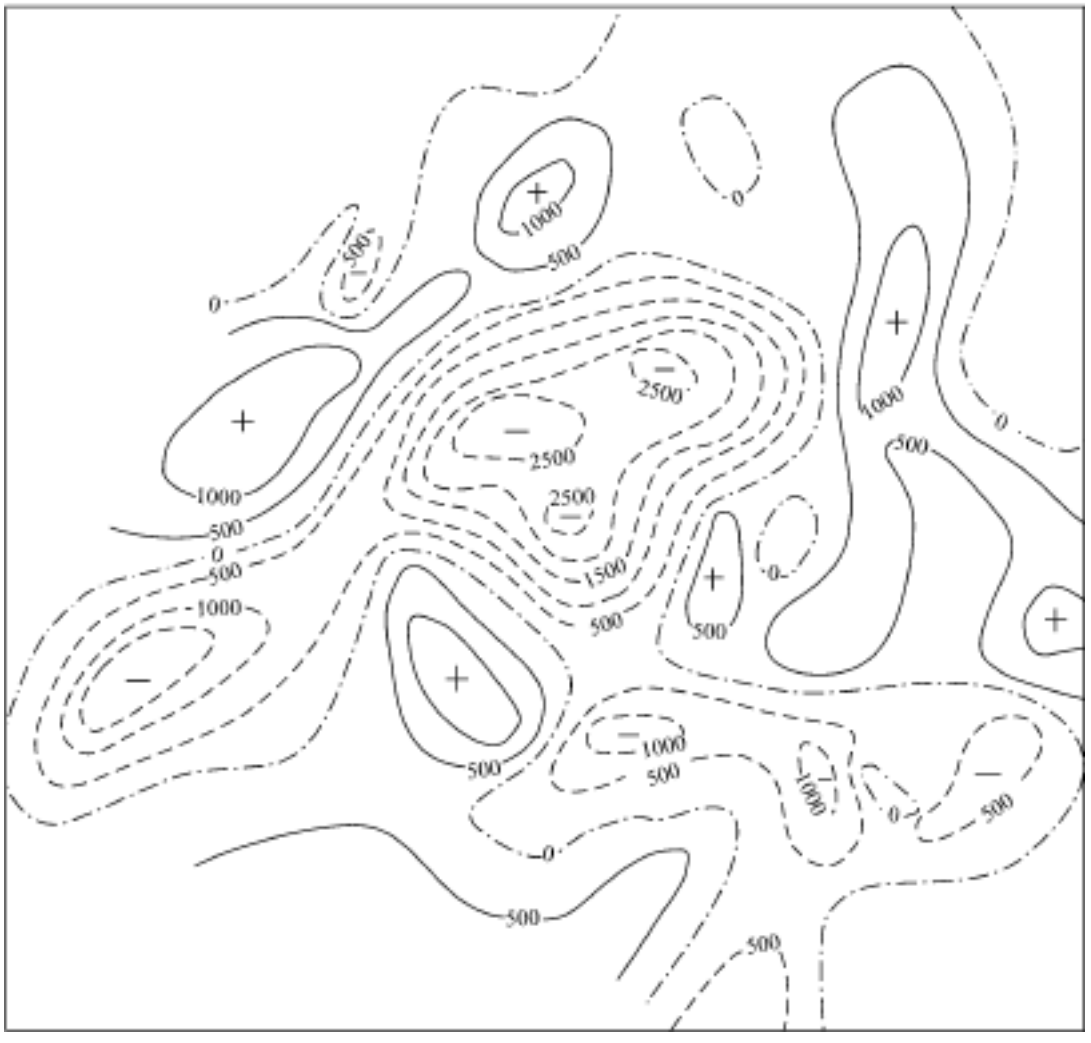


图 10－14　勐野井盐矿区 g_{zz} 异常图

（云南省物探队提供，吕梓龄整理）

等值线距 500×10^{-13} MKS

界与 g_{zz}异常的零等值线基本一致（图 10－14）。

利用钻孔提供的矿体厚度及盆地形态进行了重力正演计算，结果表明理论异常与实测异常大体相符（图 10－15），进一步说明了引起重力异常的主要场源是盐矿体。

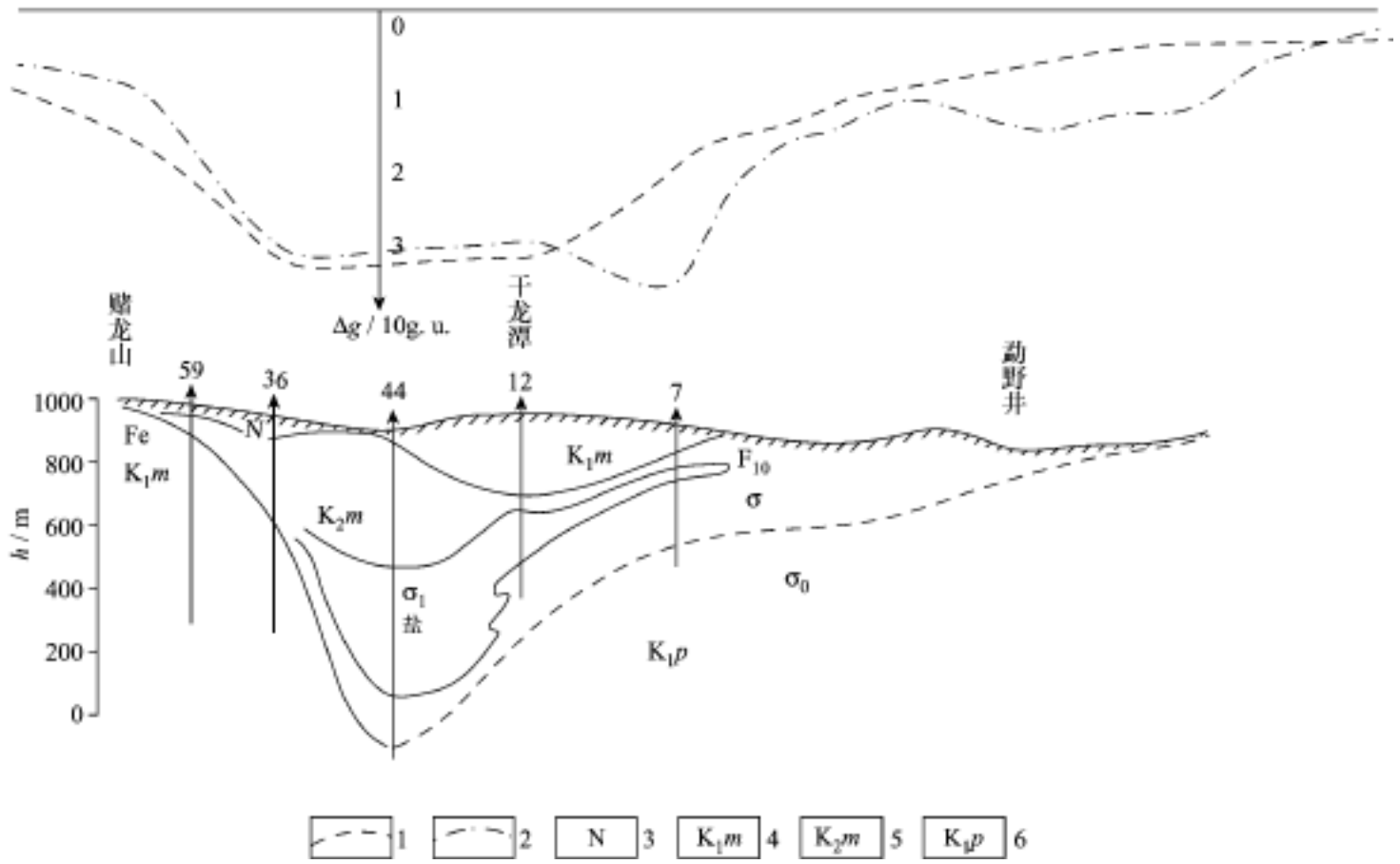


图 10－15　穿过勐野井盐矿区的重力剖面解释

（云南省物探队提供，吕梓龄整理）

σ_0 = 2.64 g/cm^3，σ = 2.60 g/cm^3，σ_1 = 2.20 g/cm^3；

1—Δg 理论曲线；2—Δg 实测曲线；3—上第三系；4—下白垩统曼岗组；

5—上白垩统勐野井组；6—下白垩统扒沙河组

第七节　金属矿勘探

应用重力法勘探金属矿床有两个途径，一是在有利条件下直接寻找矿体；另一个是研究金属矿床赋存的岩体或构造以推断矿体的位置。本节就这两方面介绍两个例子。

一、玲珑花岗岩体的重力研究

我国最大的金矿山东招远金矿赋存在玲珑花岗岩中，因此应用重力资料研究这个岩体的形态及产状，不仅对于它的侵位机制具有意义，而且对于寻找潜伏的或深部的金矿也有较大的价值（曾华霖，1999f；Zeng et al.，2000）。

位于胶东半岛的玲珑花岗杂岩体的密度为 2.66 g/cm^3，与其围岩，即古老变质岩之间有 0.15 g/cm^3 的密度差，能够引起明显的重力负异常。这个地区的地质图（图 10－16）与本区重力异常图（图 10－17）的比较表明，玲珑花岗杂岩体的地表形态及延伸趋势，与异常图中部的重力负异常十分相似。因此可以认为，这一重力负异常是由玲珑花岗杂岩体引起的。一条重力–密度剖面也生动地说明这一点（图 10－18）。

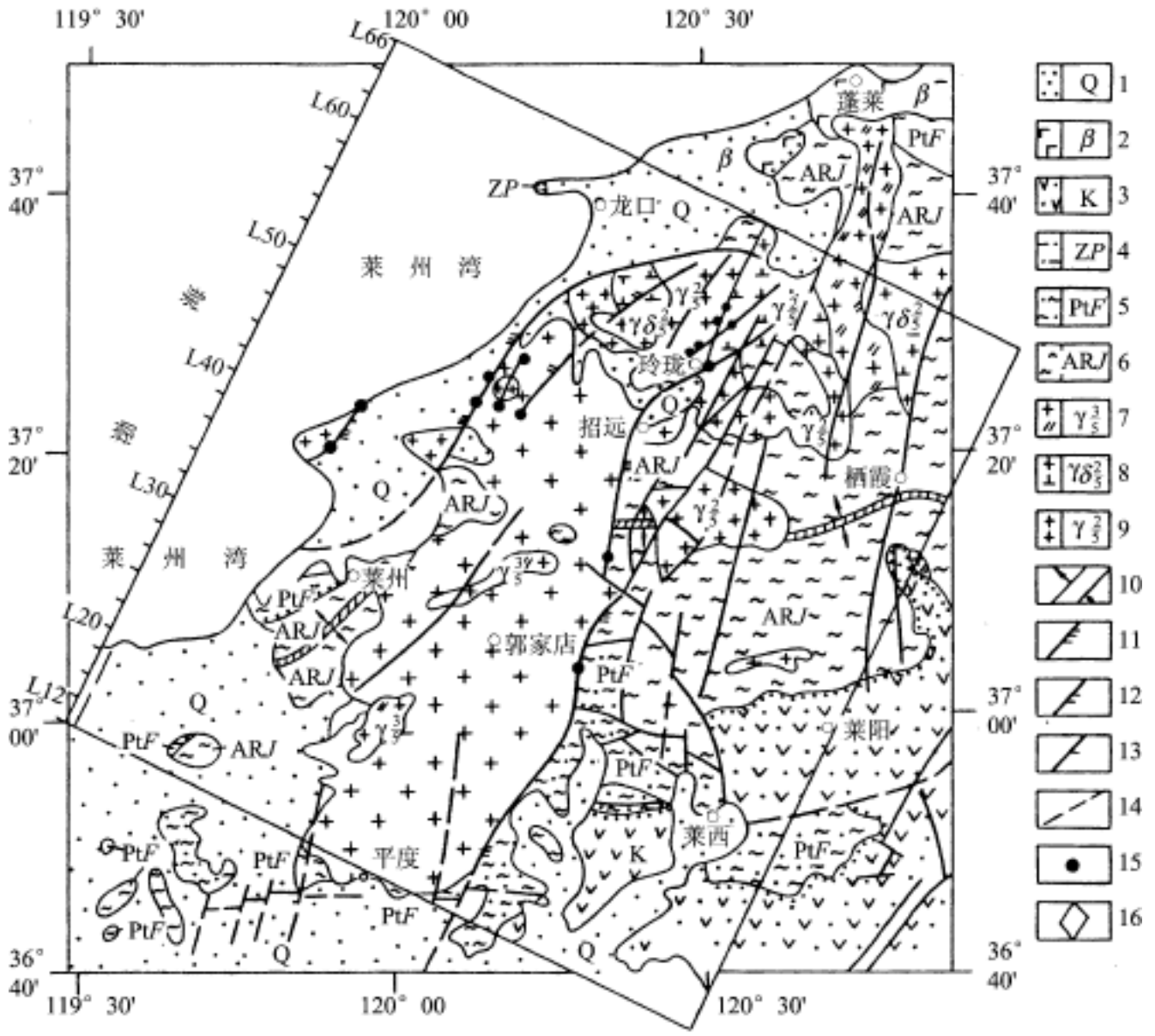


图 10－16　胶东西北部区域地质略图

1—第四系；2—第三纪玄武岩；3—白垩系；4—新元古界蓬莱群；5—古元古界粉子山群；6—太古宇胶东群；7—四川期花岗斑岩；8—燕山期郭家岭花岗闪长岩；9—燕山期玲珑花岗岩；10—栖霞复式背斜轴；11—Ⅰ级区域性逆断裂带；12—Ⅱ级区域性逆断裂带；13—北东向小型逆断层；14—地质推断断裂；15—金矿床；16—重力模拟范围

应用人机交互式的重力正演模拟（姚长利等，1998），在岩体地表露头的控制下，得到了玲珑花岗岩体的三维分布图（图 10－19）。图 10－19 表明，这个面积 3100 km^2，而厚度不到 10 km 的岩体，是一个岩席，而不是以前推断的无根岩基。

二、吉林某地含铜硫铁矿的重力勘探

利用 1∶2000～1∶5000 大比例尺的重力测量结果，可以寻找某些金属矿床。前长春地质学院陈善等于 20 世纪 70 年代在吉林省某地进行了利用重力法勘探金属矿的研究，成功地发现了含铜硫铁矿。

本区已经发现小型矽卡岩磁铁矿。为了扩大矿区的范围，并研究异常场源的情况，在原有的地面磁测工作基础上，进行了 1∶2500 的重力测量工作，得到了本区的布格重力异常图（图 10－20）。从重力异常特征可看出，局部异常因受明显的区域异常的影响，其形态和特征并不清楚。为了突出局部异常，利用平滑曲线法计算出剩余重力异常（图 10－21）。

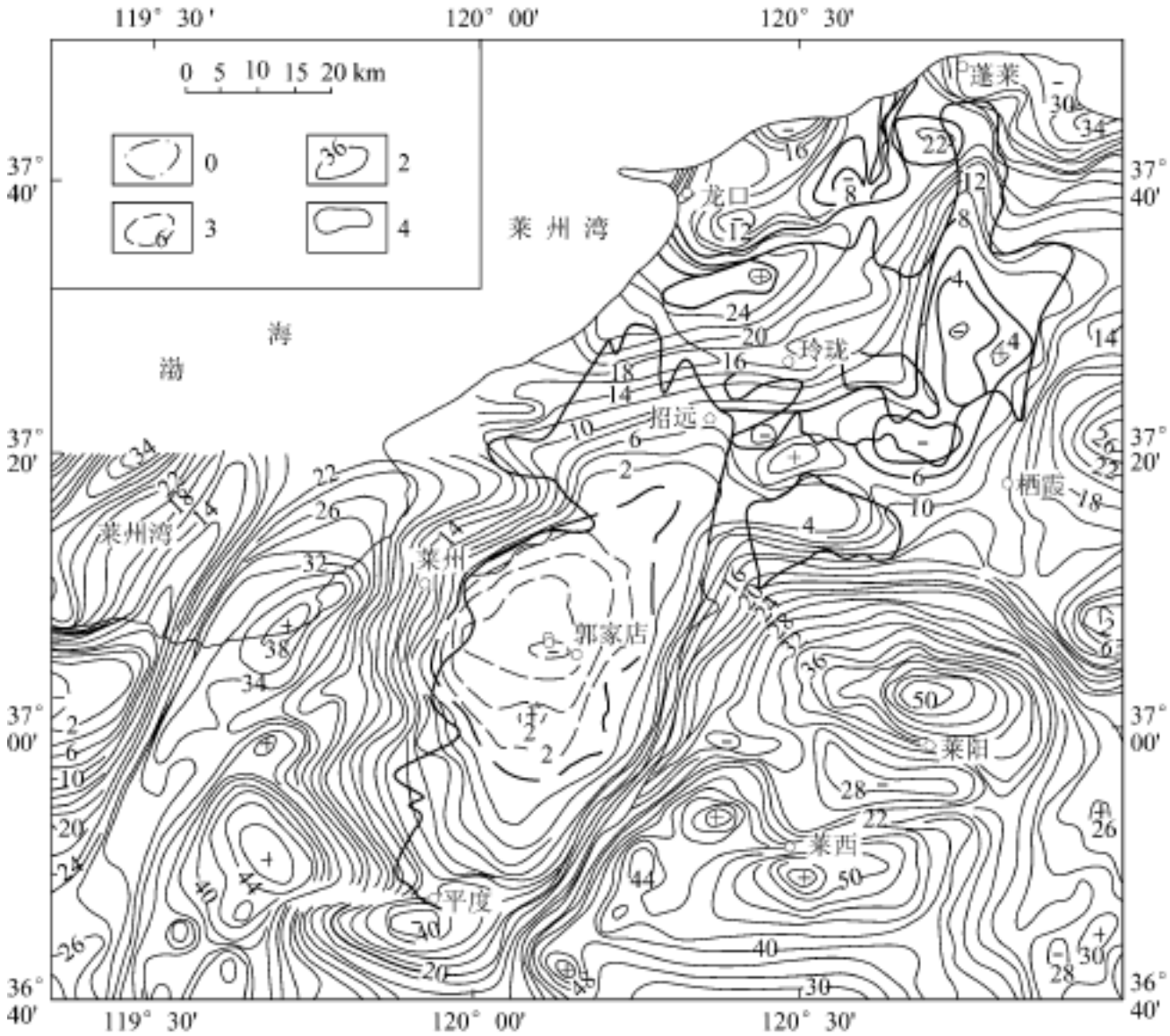


图 10－17　胶东西北部布格重力异常图

等值线距 20 g. u.；

1—零值等值线；2—正值等值线；3—负值等值线；4—花岗质杂岩体露头范围

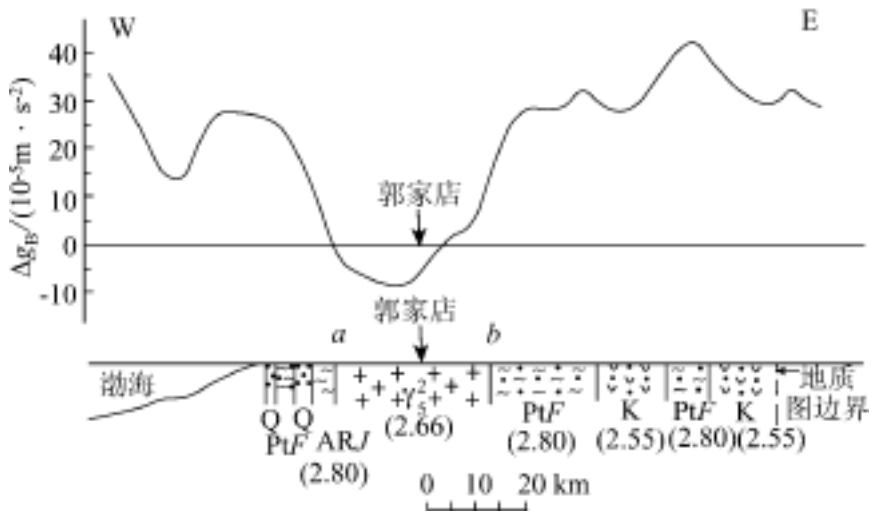


图 10－18　L30 方向地质-重力综合剖面

括号内为密度值（g/cm³），其他图例见图 10－16

剩余重力异常图表明，整个局部异常具有两个异常中心，其中西北部的封闭的异常等值线所圈定的范围与已知的铁矿位置一致，并与 1000 nT 的磁力异常等值线所圈闭的面积相符。东南部的明显的封闭重力异常等值线位于磁异常的零线及 100 nT 等值线之间，即

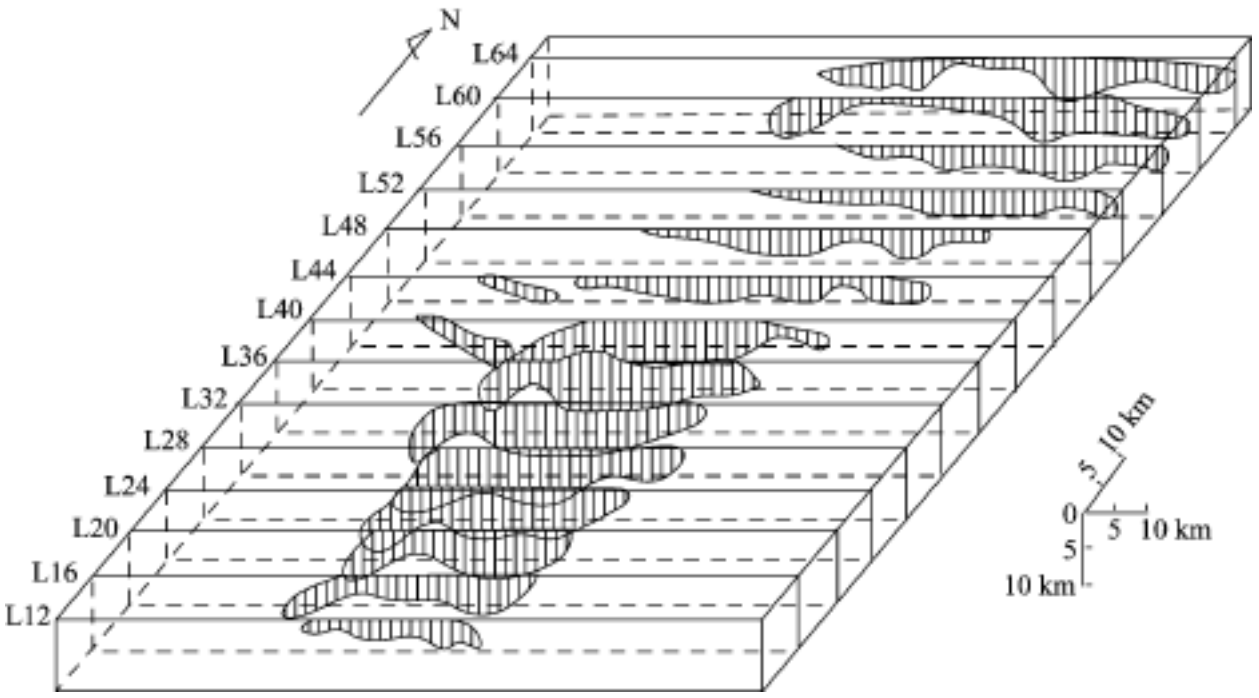


图 10－19　玲珑花岗质杂岩体的三维分布

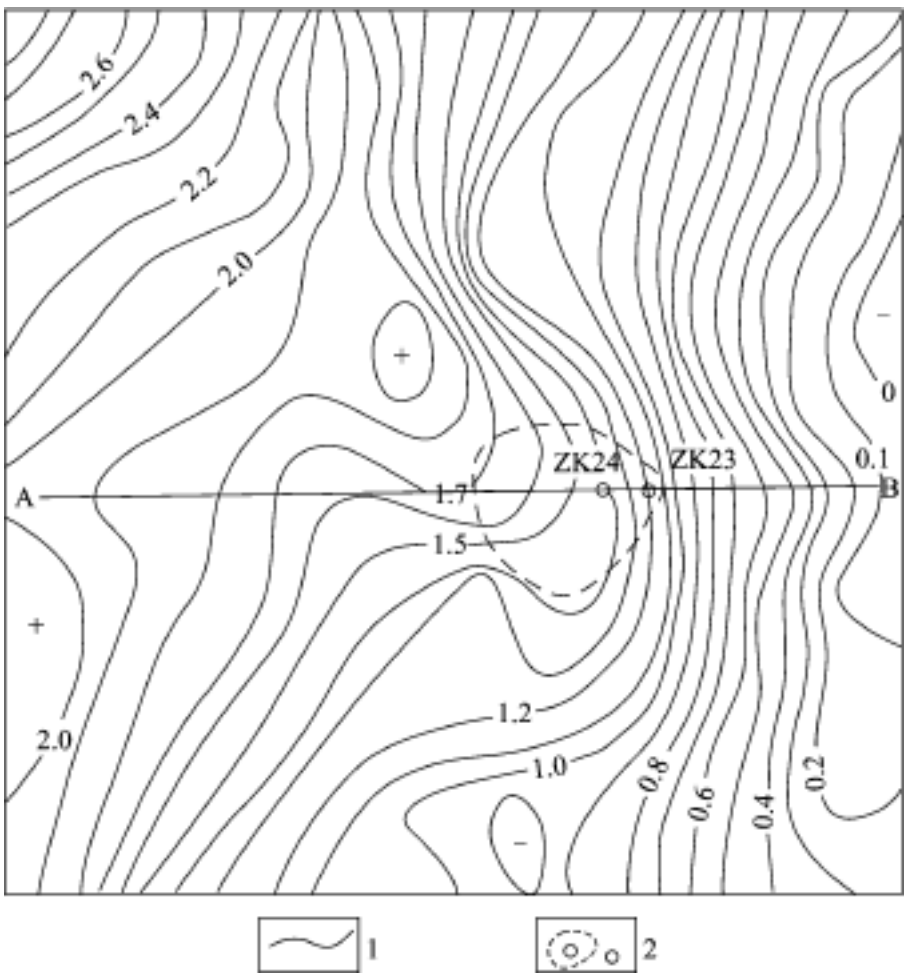


图 10－20　吉林省某矿区布格重力异常图

(陈善等提供)

等值线距 10 g. u.；1—重力异常等值线；2—重力发现的含铜硫铁矿范围及钻井位置

磁异常对这个重力场源体没有任何反映。

根据已知铁矿的产状和它与围岩的密度差对西北部的重力正异常进行了正演计算，发现计算的异常基本与西北部的实测异常相当，因而证明了它的底部不可能存在另外的矿体。

由于东南部只有重力异常，而几乎没有磁异常反映，为了查明原因布设了验证钻孔

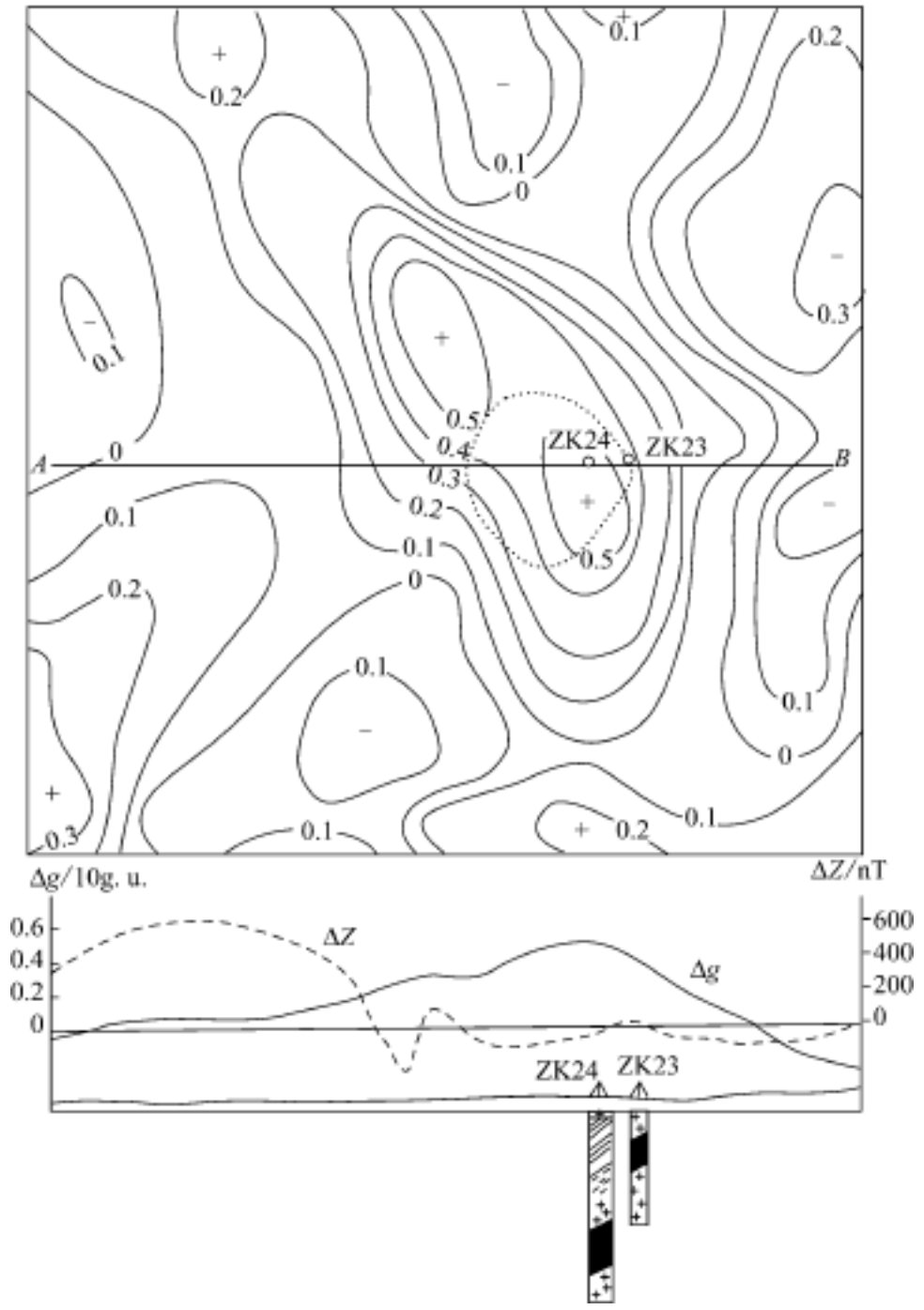


图 10－21　吉林省某矿区剩余重力异常图

(陈善等提供)

等值线距 1 g.u.；1—重力异常等值线；2—重力发现的含铜硫铁矿范围及钻井位置

ZK23。布设钻孔的目的是验证重力异常，并同时验证弱磁异常。结果在十几米深处只见到 2 ～3 m 厚的磁铁矿及黄铁矿化的矽卡岩，这样磁异常得到了基本解释。但是对利用钻孔所控制的这个矿体进行的重力正演计算，其结果却只有实测异常的 1/3 左右，显然深部还有高密度体存在。为了进一步查明原因，又在重力异常中心设计了钻孔 ZK24。结果在 167 m 深处见到了含铜硫铁矿（钻探前，重力解释推测的高密度体顶部的最大深度为 170 m左右），矿体厚度为 40 m，矿石的密度为 4.50 ～4.95 g/cm^3；而它的磁化率却很低，基本无磁性。由后来几个钻孔所控制的矿体产状进行了正演计算，其结果与实测重力异常基本吻合，从而查明了引起重力异常的场源。

这个实例说明，应用重力资料或重力-磁法资料的综合解释，对于寻找在磁铁矿附近无磁性的高密度矿体，效果较好。同时说明，解释工作应本着解释—验证—再解释—再验证的原则，直到查明异常产生的原因为止。

第八节　水文地质调查

利用重力法寻找地下水资源，无疑会扩大重力法的应用范围，但是我国在这方面的应用实例还不多。在苏丹科尔多凡省省会欧拜伊德北面的巴拉盆地，一个植被稀疏的半沙漠区，成功地应用重力法刻画了盆地的轮廓，绘制了盆地沉积总厚度图，估计了该盆地的蓄水量，为地下水的进一步勘探打下了基础（Ali and Witley，1981）。

在国内外的地热田勘探中，重力法已经在下列几个方面发挥了重要作用：研究控制地热资源的区域构造；探测热田位置和可能与热源有关的火成岩体；研究热流体的动态变化，指导热田的合理开发（吴钦，1982）。

控制地热分布的构造体系和构造线，在区域重力图上都有明显反映。例如，重力异常梯级带；重力高带及重力低带。

地热田上重力异常的特征也有不同。我国华北地区的几个地热田，新西兰著名的Broadlands热田，美国加州的Mesa热田，日本秋田县栗驹热田、宫琦县雾岛热田，以及意大利Cesena热田等，都对应重力高。其原因可能是基岩隆起带的地温梯度一般高于相邻的基底凹陷带，在背斜顶部的地温和地温梯度一般也比其两翼高；另外也可能是由于地热田中的硅化作用，使密度加大，因而导致地热田上出现局部重力高。也有相反的情况，如新西兰的那发地热田对应重力低（-40 g.u.），可以解释为高密度SiO_2的环状沉淀引起的。美国蒙大拿州的Marysville热田中心附近的-120 g.u.的重力低，被认为是由近代熔融岩浆的冷却岩浆房引起。美国加州的Geysers热田附近的-300 g.u.的重力低，也被认为是由岩浆通道引起的。造成地热田上出现重力低还可能有以下原因：岩石的热膨胀，使密度降低，这种影响的量值较小；热田区地层孔隙率大，致使密度偏低；蒸气型热田，因属于汽相流体，故热田区密度变小等。还有一些地热田处在重力异常梯级带上，如北京的一些地热点和日本群马县白根南部热田等。重力异常梯级带是地下构造断裂或破碎带的反映，也就是热水通道的反映。

重力法还可以配合电测深及地震了解热田的基底起伏及计算基岩的埋藏深度，以研究热储的规模和范围。西藏羊八井地热田处在一个东北向的地堑断陷盆地中，为湿蒸气地热田，汽量约占热储总量的7%左右；而且可能存在浅部岩浆囊，因此热田处显示重力低。热田南部对应重力梯级带，出露的温沸泉也最多，推断为该处存在一条断裂破碎带。在钻井资料的控制下，根据重力异常计算了羊八井地热田的基岩深度。

在已经开发的地热田，当热田的补给量小于排出量时，地下热储就会不断亏损，热田将不断枯竭，因而造成生产区明显的地面沉降和水平位移，致使热田上的地面建筑和管道设施等遭受损害。为了延长热田寿命和控制地面位移，某些国家，例如在著名的新西兰Wairakei热田、布罗德兰兹热田，美国盖瑟尔斯热田和日本泷上热田等，在地热田上进行精密的重力测量以监视亏损情况，取得了较好的效果。新西兰Wairakei热田，在约80 km^2范围内的50个混凝土水准点上，进行了重复重力测量和水准测量。该区自1961年8月至1967年4月，重力值变化超过-1.0 g.u.的范围达35 km^2。在主要生产区附近的

Ali and Witley（苏建升译）。重力勘探苏丹巴拉盆地地下水；物化探学习资料（四），1983。

3 km^2范围内，重力值变化达 - 3.0 g.u. 以上，最大 - 5.0 g.u.。同一时期同一范围内，地面沉降分别为 10 cm 或 20 cm 以上，最大 57 cm。在布罗德兰兹热田，1967 年至 1974 年，重力值变化有正有负，一般在 ±0.5 g.u. 以内；在相同期间，该区地面沉降值不大，主要生产区仅沉降 10 ~15 cm。

应用高精度重力探测地热资源，我国有比较成功的例子。在湖北咸宁温泉地区进行了高精度重力测量（刘根友等，1994），在 5000 m× 500 m 的范围内，布置了 148 个测点，得到了布格重力异常图（图 10－22）。

消除了此断层及区域异常的影响，得到本区的剩余重力异常图（图 10－23）。图中存在的 B_1、B_2、B_3、B_4四处重力低，异常幅度在（- 50 ~- 150）× 10^{-8} m/s^2之间，它们反映了地下与温泉有关的低密度体的存在。实际上，B_1、B_2 重力低处，已经出现了温泉（#12 井及#15 井）。

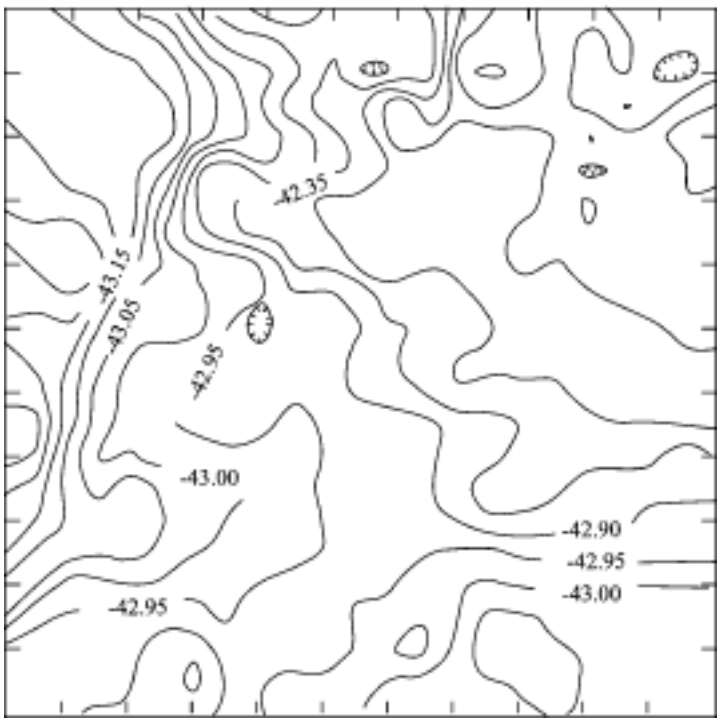


图 10－22　咸宁温泉地区布格重力异常图
（引自刘根友等，1994）
等值线距 0.05× 10^{-5} m/s^2

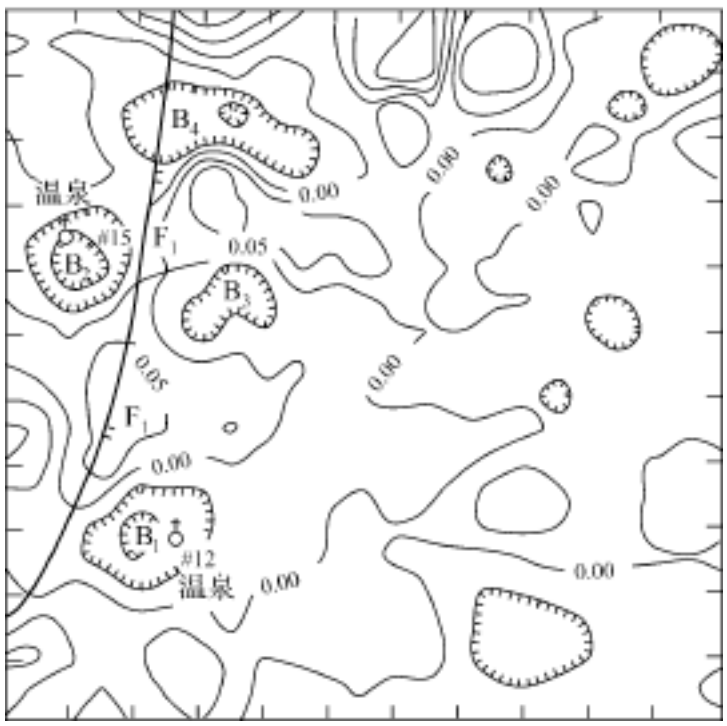


图 10－23　咸宁温泉地区剩余重力异常图
（引自刘根友等，1994）
等值线距 0.05× 10^{-5} m/s^2

第九节　工 程 勘 察

20 世纪 90 年代以来由于重力仪观测精度有所提高，在工程勘察的某些任务中，已应用了重力测量，主要用于洞穴及溶洞探测。

岩溶是一种分布广泛的地质现象（吴其斌，1993）。大约占世界四分之一地区分布有可溶性岩石。在我国，约占五分之一，主要分布在南方地区。由于各种原因引起的岩溶塌陷及地表洞穴，皆会造成地面沉陷。

由于洞穴及其低密度充填物与围岩间有相当大的密度差，能够引起可探测的重力异常。因此，高精度重力测量可以发挥作用。我国水电部门的物探队，从 1987 年开始已在一些水电工程进行了高精度重力测量。

在铁路路基的设计及施工中，也应用了重力测量，并取得了较好的效果（石亚雄等，1991）。柴达木盆地中南部的察尔汗盐湖，是我国最大的盐湖，青藏铁路大约有 34 km 的路基修筑在这个盐湖区。由于盐溶溶洞的发展速度加快，对列车的安全运行造成严重威胁。为了探测铁路沿线的溶洞分布情况，在这个地区进行了高精度重力测量。根据测量结果，做出了重力异常平面图（图 10－24）。图 10－24 中的阴影部分，是 -20×10^{-8} m/s^2 以下的负异常区，可能是溶洞存在的部位。

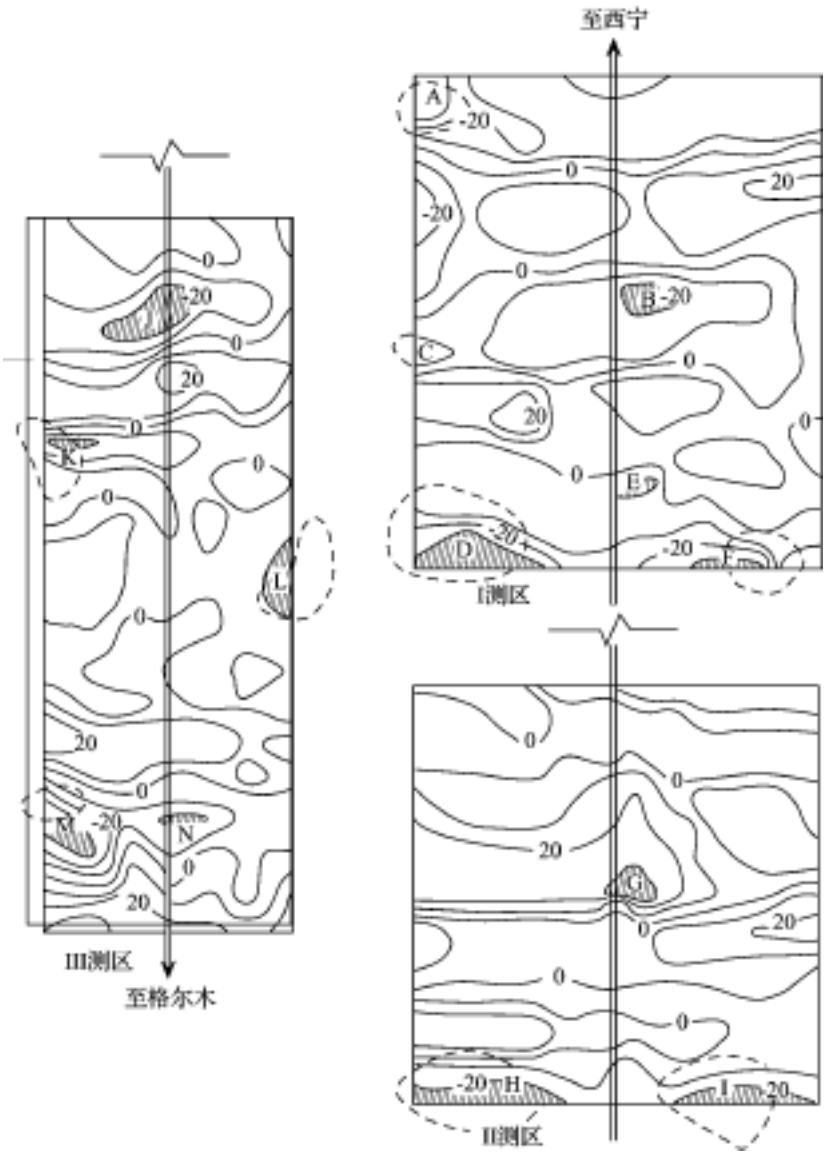


图 10－24　察尔汗盐湖地区重力异常图

（引自石亚雄等，1991）

等值线距 10×10^{-8} m/s^2

对除了铁路路基处 5 个重力负异常之外的 9 个重力负异常进行了钻探验证（铁路路基处不便下钻），重力发现的溶洞全部存在。图 10－24 中的虚线表示溶洞的平面形状。路基处的 3 个重力负异常，也为声波探测所证实。

除了上述应用外，在地震灾害预报的研究中，重力法发挥了重要的作用。

结束语——重力勘探法的发展趋势

作为研究地球结构和地质构造，以及资源勘探的一种主要地球物理方法，重力勘探法在测量手段、资料处理及解释方法等方面的发展趋势如何？主要的研究课题是什么？这些是地球物理学家，也应该是我国未来的地球物理学家关心的问题。几年前，西方地球物理学家对此展开了热烈的讨论（Alan Reid et al.，2001；Gochioco，2002）。下面是他们的主要预测。

1．重力测量

1）卫星重力将成为浅海区域勘探的主要手段，并将为地震勘探的部署提供依据。

2）海洋和陆地的重力数据采集仍然是勘探不可缺少的基本手段，其分辨率将得到进一步提高。

3）航空重力将成为常规勘探方法，而且将具有高灵敏度、高精度、高分辨率及低成本的优点。

4）在陆地、海洋和航空重力勘探中，将使用移动平台采集矢量重力数据。

5）将广泛使用重力梯度测量，特别是用于解决油气藏问题，方法的穿透力将由于灵敏度的提高而增大。联合使用重力测量和重力梯度测量将对于石油工业更为有利。重力梯度测量对于金属及非金属矿藏的勘探将更为重要。

6）井中重力将在油气藏勘探和开发中得到广泛的应用。

7）绝对重力测量和重力梯度测量将成为地面及移动平台的常规方法，将强烈影响到整个重力勘探方法的发展。

2．资料处理及解释

1）子波变换将起到与现在的傅里叶（Fourier）方法相同的作用。

2）等效源法将起到与插值、导数计算及解释相同的作用。

3）神经网络及遗传算法将渗透到重力数据的处理及解释。

4）如果根据重力资料对于一个地区的地质情况有了很好的了解，那么均衡校正将会与布格校正一样重要。

5）在工作站上对地质、重力及地震数据进行综合解释；然而，将只涉及密度界面模型，而不是密度的三维分布。

6）将会出现利用地质模型的可视的（virtual－reality－type）人机交互式解释方法。

7）可视化的图像处理技术将成为常规方法。

8）应当研究针对复杂地质情况，而非只适合简单模型的反演方法；应当通过地震、重磁及梯度测量的同时反演、继续加强三维解释。

作者认为，西方地球物理学家的上述意见对于我国重力勘探的发展具有很大的参考价值。未来几年，西方国家在重力测量手段上，卫星重力、航空重力、重力梯度测量及井中重力将成为常规的或主要的勘探方法。与他们相比，我国在重力勘探领域的这几个方面还

存在相当大的差距。例如，卫星重力资料没有得到广泛利用；航空重力还是一个空白；没有重力梯度仪，只是采用了不同高度的重力仪测量换算梯度值；井中重力的应用还不广泛等。为了解决这些决定重力勘探前途的测量仪器及手段问题，建议采取引进与研制并举的方针。当前要尽快引进不能短期研制成功的航空重力仪。

在重力资料处理及解释方法方面，我国的研究水平并不落后。西方地球物理学家提出的题目，在我国早已进行了研究，并已经发表了不少成果。作者在此强调下列两点。

1）资料处理、解释中的计算速度、技巧，计算结果的图像显示是重要的。然而，要特别注意处理、解释方法的实际地质效果，或者要研究、提出有较好地质效果的方法；要针对重力资料地质解释的难题研究新的方法。

2）重力异常的分离，特别是石油勘探中多个储油构造（包括密度界面）引起的重力异常的分离，是迄今为止没有很好解决的一个难题，而这是进行重力反演或解释的先决条件，必须加强研究。

附录 1　重力勘探国际单位制 (SI) 与 CGS 单位制对照表

表 A1　重力 CGS 单位制与 SI 制单位对照

物理量	CGS 制	SI 制	二者关系
重力加速度 g (Δg)	1Gal = 1 cm/s^2 1mGal = 10^{-3} Gal 1 μGal = 10^{-3}mGal	m/s^2 1 g. u. = 10^{-6} m/s^2	1Gal = 10^4 g. u. = 10^{-2} m/s^2 1mGal = 10 g. u. = 10^{-5} m/s^2 1 μGal = 10^{-2} g. u. = 10^{-8} m/s^2
重力位二次导数 W_{xz}、W_{zz} (V_{xz}、V_{zz})	1E = 10^{-9}s^{-2}	E	**相等**
重力位三次导数 W_{zzz} (V_{zzz})	CGS = 1/(cm·s^2) pCGS = 10^{-12}CGS fCGS = 10^{-15}CGS	MKS = 1/(m·s^2) nMKS = 10^{-9}MKS pMKS = 10^{-12}MKS	1CGS = 100 MKS 1pCGS = 0.1nMKS 1fCGS = 0.1pMKS
引力常量 G	6.672× 10^{-8} cm^3/(g·s^2)	6.672× 10^{-11} m^3/(kg·s^2)	**相等**
密度 σ	g/cm^3	kg/m^3 g/cm^3	1g/cm^3 = 10^3 kg/m^3 (= 1t/m^3)

附录 2　正在使用的重力仪器

(Chapin，1998；曾华霖，1999b)

表中的关键词说明如下:“应用”栏: B 为井中; D 为运动(航空/海洋)应用; S 为静止(陆地)应用。

“类别”(测量类别)栏: R 为相对测量; Rg 为相对梯度测量; A 为绝对测量; AG 为绝对梯度测量。

表中“注释”: a 为 L&R 传感器的改进; b 为仅仅 4 台 BGM3 仪器用于商业或者学术,其余用于军事; c 为 U of Md. (Palk)设计的改进; d 为有实验室样机或者过去研究过; e 为旋转(spinning)加速计属于 Bell BGM 5 型仪器; f 为 Lockheed Martin (Bell)梯度仪的商用型; g 为在西方文献中没有发表的前苏联及中国的传感器; h 为前苏联的三种不同的传感器,具有同乌克兰最先进的传感器类似的设计; i 为也包含了一台 BGM 5 重力仪。

表 A1　正在使用的重力仪器

序号	思　想	名　称 (型号)	公司或研究所 (地　址)	应用	类别	生产数目	注释
1	金属零长 弹簧	G, D, ET, PET, S, SA, SL, U 及 井中仪器	LoCoste & Romberg 重力仪公司.. (Austin, TX 美国)	D, S, R B		约 1500	
2	金属零长 弹簧	Burris 重力仪	Zero－Length Spring 公司 (Austin, TX 美国)	S	R	1	
3	金属零长 弹簧		Zero－Length Spring 公司 (Austin, TX 美国)	D, S	R	许多	a
4	金属零长 弹簧		Carson Gravity Meter Instrumention 公司 (Texas, 美国)	D, S	R	37	a
5	金属零长 弹簧	Super G Meter	Edcon 公司. (Denver, CO 美国)	S	R	5	a
6	金属零长 弹簧	SAGE Meter	Edcon 公司 (Denver, CO 美国)	D	R	14	a
7	石英零长 弹簧	Master Prospector	Worden Gravity Meter 公司 (Richmond, TX 美国)	S	R	约 1500	
8	石英零长 弹簧	CG－3, CG－3M SeaGrav, HeliGrav	Scintrex 公司 (Concord, Ont. 加拿大)	S, B	R	约 250	
9	石英零长 弹簧		Delta－G Instruments 公司 (Pelegrin) (Evergreen, CO 美国)	B	R	2	

续表

序号	思　想	名　称 (型号)	公司或研究所 (地　址)	应用	类别	生产数目	注释
10	石英零长 弹簧	410Series (系列)	W. Sodin (Gravity) 公司 (Richmond Hill, Ont., 加拿大)	S	R	约250	
11	石英零长 弹簧	GAK 系列 (也称为 GVG, GAG, GR－K1 和 Delta 系列)	Neftekip (Moscow, 俄罗斯)	S	R	500 多	g
12	石英零长 弹簧		前苏联 改进的 Sodin 型	D	R	很少	g
13	石英零长 弹簧	ZSM 系列	原地质部地质仪器厂 (中国, 北京)	S	R	600 以上①	g
14	金属弹簧	Gss 系列 (Kss Series)	Perkin－Ermer (formerly Askania/Bodenseewerk) (CN 美国)	D	R	8	
15	磁性悬浮 加速计	BGM3, BGM5	Lockheed Martin Federal Systems Niagara operations (formerly Bell Aerospace) (Buffalo, NY 美国)	D	R	约50	b
16	成对 (Paired) GSS 旋转加速计	GGSS,	Lockheed Martin Federal Systems Niagara operations (formerly Bell Aerospace) (Buffalo, NY 美国)	D	RG	3	e, i
17	成对 (Paired) 旋转加速计	FTD－3D 梯度仪	Bell Geospace 公司. (Butler, NJ　美国)	D	RG	1	f, i
18	惯性平台 加速计	海洋 重力仪 NIPRORI－1	National Institute for Polar Research and Oceanic Research (Yokyo, 日本)	D	R	1	
19	惯性平台 加速计		Sander Geophysics Ltd. (Kanata, Ont., 加拿大)	D	R	1	g
20	振动弹簧	Magistr	Allunion Research Institute for Geophysical Exploration Methods/ Institute of Earth Physics (前苏联)	D	RG	1	g

①估计值。

续表

序号	思　想	名　称 (型号)	公司或研究所 (地　址)	应用	类别	生产数目	注释
21	振动弹簧	Marine	中国	D	RG	很少	g
22	低温磁性 悬浮	GWR GWR－C	GWR, Inc. (San Diego, CA 美国)	S	R	30	
23	低温磁性 悬浮	SGA/B	UCSD (Goodkind) (San Diego, CA 美国)	S	R	3	
24	自由降落 反射体	FG－5	Micro－G Solutions, Inc. (Miebauer) (Erie, CO 美国)	S	A	18	
25	自由降落 反射体	JILAg	JILA (Faller) (Boulder) (CO 美国)	S	A	6	
26	自由降落 反射体	IGPP	UCSD Scripps (Zumberge) (La Jolla, CA 美国)	S	A	2	
27	自由降落 反射体	GA60	Jaeger S. A. (Division Aeronautique) (法国)	S	A	2	
28	自由降落 反射体	GABL, GABL－M	Siberian Branch of Russia Academy of Sciences (Novosibirsk, 俄罗斯)	S	A	2	h
29	自由降落 反射体		Geavimetry Laboratory of the Ukrainian Academy of Science (Poltava, 乌克兰)	S	A	1	h
30	自由降落 反射体		NAO International Latitude Observatory (Mizusawa, 日本)	S	A	1	
31	自由降落 反射体		ERI (Tokyo, 日本)	S	A	1	
32	自由降落 反射体		NIM (Beijing, 中国)	S	A	1	
33	弹道 (升降) 反射体		IMGC (Torino, 意大利)	S	A	1	
34	弹道 (升降) 反射体		United Physics of the Earth (Moscow, 俄罗斯)	S	A	1	h
35	弹道 (升降 反射体	GP－05	SSIA“Metrology” (Kharkov, 乌克兰)	S	A	2	h
36	弹道 (升降) 反射体		CNIIGAiK (Moscow, 俄罗斯)	S	A	约3	h
37	旋转 真空管	AGRVP	NAO (Mizusawa, 日本)	S	A	2	

从表可以看出:

1) 在 37 种正在使用的灵敏系统或传感器中，零长弹簧类型占了 13 种，生产量在 100 台以上的重力仪，均属于这种类型。

2) 生产量在 30 台以上的重力仪排队如下: LaCoste and Romberg 金属弹簧重力仪 (1500)，Worden 石英弹簧重力仪 (1500)，ZSM 石英弹簧重力仪 (600 以上)，Neftekip 石英弹簧重力仪 (500)，Sodin 石英弹簧重力仪 (250)，Scientrex 石英弹簧重力仪 (250)，Lockheed Martin 磁性悬浮加速计 (50)，Carson 金属弹簧重力仪 (37)，GWR 低温磁性悬浮重力仪 (30)。似乎石英弹簧重力仪的产量占了大多数，实际上其中的 Worden、Sodin 重力仪在目前的应用并不广泛; Neftekip 重力仪的应用范围有限。目前在世界上应用最广泛的或者市场最大的是 LaCoste and Romberg 金属弹簧重力仪。

3) 在 37 种中，用于相对测量的重力仪占 19 项，绝对测量的重力仪占 14 项，用于相对测量的重力梯度仪占 4 项。用于绝对测量的仪器的产量很少。

4) 在 37 种中，美国 16 种，前苏联或者俄罗斯 6 种，日本 4 种，加拿大 3 种，乌克兰 2 种，中国 2 种，法国 1 种，意大利 1 种。

附录 3　正在研制的重力仪器

(Chapin，1998；曾华霖，1999b)

表 A1　表中的关键词说明同附录 2

序号	思　想	名　　称	研究所（个人；地址）	应用	类别	注释
1	液体漂浮		MIT (Trageser)	D	RG	
2	液体漂浮		Amoco (Lautzenhizer)	D	RG	
3	液体漂浮		JILA (Faller)	S	RG	d
4	激光喷射 (Fountain)		Stanford (Chu)	S	A	d
5	原子光谱		UC Berkeley (Clausser)	B，D，S	A	d
6	金属零长弹簧	DPD	Exploration 实验室 (Ander)	B	R	
7	光弹性扭矩 (Torqued)		Amoco (Lautzenhizer) 公司	B，D	RG	
8	自旋扭丝	SRGG	System Planning 公司 (formerly Hughes Aircraft) (Newlon/Forward)	D	RG	
9	超级辐射光谱		(McMillan)	D，B	A	
10	低温 (cryogenic) 加速计		U. Western Australia (van Kann/Buckingham)	D	RG	
11	低温 (cryogenic) 加速计		Oxford Instruments	D	RG	c
12	低温 (cryogenic) 加速计		U. of MD. (Palk)		RG	d
13	低温 (cryogenic) 加速计		Los Alamos (Flynn)	D	RG	

续表

序号	思　想	名　　称	研究所（个人；地址）	应用	类别	注释
14	低温（cryogenic）悬浮	磁力	Two－Sensor GWR－C	D	RG	
15	低温（cryogenic）	弹簧	Project Avoss/Catlab (Veryaskin)	D	RG	d
16	振动臂		Allied	D，B	R	
17	惯性导航系统中的加速计		Canagrav Research Ltd. (Panenka)	D，B	RG	
18	纤维光学		Dynamics System	S，D	RG	
19	双自由落体反射体		Arthur D. Little (Stone)	S，D	AG	
20	双自由落体反射体		(Dunlap)	S，D	AG	
21	弹道（升降）反射体		NAO (Hanada)	S	A	
22	自转扭力矩零件		U. of Texas Arlington (Coquat)	D，B	RG	
23	电容悬浮加速计		ONERA	D	RG	
24	蓝宝石共振加速计		John Hopkins Applied Physics Lab.	D	RG	

在正在研制的24种重力仪器中，重力梯度仪占了18种；而重力仪只有6种，反映了重力梯度测量正在复兴。

进行重力相对测量的重力仪，近年来的主要发展趋势有以下几个方面：

1）把传感器的机械调节变为电子调节。

2）在海洋和航空重力测量中，改进稳定平台系统及数字采集系统。

3）在勘探中，使陆地使用的高精度静止重力仪更轻、更小、更容易使用以及更快地取得测量值，并用电子调零系统代替机械的或光学的调零机构。

4）在水底及井中仪器中，采用一种自行调节装置。

5）研究“微重力测量”的仪器；随时间变化的重力测量，可能会是一种未来的重要应用。

6）研究新型的、具有小体积及高精度的井中重力仪。

世界著名重力仪专家，零长弹簧的发明者，美国Lucien J. B. LaCoste，在1995年去世前提出了一种应用绝对标度测量相对重力值的仪器的设想（LoCaste and Valliant，1998）。

参 考 文 献

艾勒金斯 T A. 曾佩伟译. 1964. 重力解释的二次导数法 (The second vertical derivative method of gravity interpretation) . 见: 地球物理勘探专辑, 第六辑, 重力位高次导数, 北京: 中国工业出版社

北京师范大学、国家地质总局一五〇工程方法组. 1978. 用二维富氏变换进行重磁位场转换. 北京师范大学学报, 第 2 期

拜尔 L A. 吕学谦译. 1988. 井中重力测量的解释与应用 (The interpretation and application of borehole gravity surveys) . 北京: 石油工业出版社

别列兹金 B M. 陆克, 刘文锦, 焦恩富译. 1994. 物探数据的总梯度解释法 (Метод полного градиента при геофизической разведка Full Gradient Method in Geophysical Exploration) . 北京: 地质出版社

陈俊勇. 2003. 现代大地测量在大地基准, 卫星重力以及相关研究领域的进展 (Advances in modern geodesy in geodetic datum, satellite gravimetry and relevant fields) . 测绘通报, 第 6 期, 1 ~7

长春地质学院重力教研室. 1980. 重力勘探 (Gravity Exploration) . 北京: 地质出版社

陈善. 1987. 重力勘探 (Gravity Exploration) . 北京: 地质出版社

戴勤奋, 周良勇, 魏合龙. 2002. 南黄海卫星重力场及构造演化 (Satellite gravity field and tectonic evolution of south Yellow Sea) . 海洋地质与第四纪地质. 第 22 卷, 第 4 期, 67 ~72

德林格尔. 鲁贤均等译. 1981. 海洋重力学 (Marine Gravity) . 北京: 海洋出版社

地面磁测资料解释推断手册编写组. 1979. 地面磁测资料解释推断手册 (Interpretation of Land Magnetic Data, Hand Book) . 北京: 地质出版社

方剑. 1999. 利用卫星重力资料反演地壳及岩石圈厚度 (Global crustal and lithosphere thickness calculated from satellite gravity data) . 地壳形变与地震. 第 19 卷, 第 1 期, 26 ~31

管泽霖, 宁津生. 1981. 地球形状及外部重力场 (The Shape and Gravity Field of the Earth) . 北京: 测绘出版社

吉洪诺夫 (Тихонов А Н), 阿尔先宁 (Арсенин В Н) . 王秉忱译. 1979. 不适定问题的解法 (Методы Решения Некорректных Задач Solution of ill-posed problem) . 北京: 地质出版社

贾民育, 袁果田, 项爱民. 1989. 1 × 1 °均衡重力异常 (Isostatic Gravity Anomaly Map of China) . 见: (马杏垣主编), 中国岩石圈动力学地图集编委会, 中国岩石圈动力学地图集. 北京: 地图出版社

奎奥 D, 普里托 C. 曾华霖译. 1985. 重力勘探应用 (Gravityexploration application) . 北京: 石油工业出版社

林润南. 1983. ZSM 型重力仪的使用与维护 (Application and Maintenance of ZSM Gravity Meter) . 北京: 地质出版社

楼海, 王椿镛, 王飞. 2000. 卫星重力资料揭示的新疆天山地区构造动力学状态 (Dynamic features of the Tianshan orogen deduced from satellite gravity data) . 地震学报, 第 22 卷, 第 5 期, 482 ~490

刘根友, 张赤军. 1994. 微重力测量在地热勘探中的作用 (The role of microgravity survey in geothermal exploration) . 物探与化探, 第 18 卷, 第 6 期, 468 ~472

刘光鼎等. 1992. 中国海区及邻域地质地球物理特征 (Geological-Geophysical Features of China Seas and Adjacent Regions) . 北京: 科学出版社

刘元龙, 王谦身. 1977. 用压缩质面法反演重力资料以估算地壳构造 (Inversion of gravity data by use of a method of "compressed mass plane" to estimate crustal structure) . 地球物理学报, 第 20 卷, 第 1 期, 59 ~69

柳林涛, 许厚泽. 2004. 航空重力测量数据的小波滤波处理 (Wavelets filtering of airborne gravimetry data) . 地球物理学报, 第 47 卷, 第 3 期, 490 ~494

罗森巴赫 O. 陈昌礼译. 1964. 关于重力"二次导数"的计算 (A contribution to the computation of the"second derivative" from gravity data) . 地球物理勘探专辑, 第六辑, 重力位高次导数. 北京: 中国工业出版社

罗孝宽, 郭绍雍. 1991. 应用地球物理教程——重力磁法 (Applied Geophysics Textbook, Gravity and Magnetics) . 北京: 地质出版社

穆石敏, 申宁华, 孙运生. 1990. 区域地球物理数据处理方法及应用 (Methods for Regional Geophysical Data Processing and their Application) . 长春: 吉林科学技术出版社

宁津生, 邱卫根, 陶本藻. 1990. 地球重力场模型理论 (Theory of Models of Earth s Gravity Fields) . 武汉: 武汉测绘科技大学出版社

宁津生. 2002. 卫星重力梯度数据用于精化地球重力场的研究 (Application of satellite gradiometry data to the refinement of the Earth s gravity field) . 中国工程科学. 第 4 卷, 第 7 期, 23 ~28

宁津生. 2002. 卫星重力探测技术与地球重力场研究 (The satellite gravity survey and research on Earth s gravity field) . 大地测量与地球动力学. 第 22 卷, 第 1 期, 1 ~5

内特尔顿 L L. 苏盛甫, 高明远译. 1987. 石油勘探中的重力法和磁法 (Gravity and Magnetics in Oil Prospecting) . 北京: 石油工业出版社

石亚雄, 孙少安, 吴丽华等. 1991. 微重力测量在溶洞探测中的应用 (The application of micro - gravity survey to detections of carst cave) . 物探与化探, 第 15 卷, 第 6 期, 468 ~470

施国良, 张国雄. 1989. 宏观场论 (Macroscopic Theory of Fields) . 武汉: 中国地质大学出版社

孙文柯, 金宜声, 涂承林等. 2001. 中国及其毗邻海区重力系列图读图说明 (Directions for a series of gravity anomaly maps of land and seas of China) . 见: 孙文柯、黄崇轲、丁鹏飞等, 应用物探资料研究重点成矿区带的区域构造和成矿构造文集. 北京: 地质出版社, 129 ~137

孙中苗, 李迎春. 2003. 航空重力测量中激光测高数据的处理与应用 (Laser altimetric data for airborne gravimetry: Processing and application) . 测绘学报, 第 32 卷, 第 11 期, 11 ~13

孙中苗, 石磐, 夏哲仁, 肖云. 2004a. 利用 GPS 和数字滤波技术确定航空重力测量中的垂直加速度 (Determination of the vertical acceleration for the airborne gravimetry using GPS and digital filtering) . 测绘学报, 第 33 卷, 第 2 期, 110 ~115

孙中苗, 夏哲仁, 石磐等. 2004b. 航空重力测量数据的滤波与处理 (Filtering and processing for airborne gravimetry data) . 地球物理学进展, 第 19 卷, 第 1 期, 119 ~124

塔尔霍夫 A Г, 邦达连科 B M, 尼基京 A A, 曹玉, 姜枚译. 1988. 地球物理方法的综合应用 (КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ МЕТОДОВ, Integration Application of Geophysical Methods) . 北京: 地质出版社

滕吉文, 曾融生, 闫雅芬等. 2002. 东亚大陆及周边海域 Moho 界面深度分布和基本构造格局 (Depths to Moho and basic structural pattern of east Asia Continent and adjacent sea areas) . 中国科学 (D 辑), 第 32 卷, 第 2 期, 89 ~100

王懋基, 宋正范, 尹春霞. 1998. 南海卫星重力研究 (Satellite gravity study at south China Sea) . 物探与化探. 第 22 卷, 第 5 期, 329 ~335

王万银, 刘金兰, 邱之云, 等. 2004. 利用卫星重力异常研究南黄海地区中生界厚度 (A estimation of the Mesozoic thickness using satellite gravity anomaly in southern Yellow Sea) . 中国海上油气. 第 16 卷, 第 3 期, 151 ~169

王宝仁. 1986. 重力校正及相应重力异常的地球物理意义—与赖仲康同志商榷 (Gravity corrections and geophysical meaning of gravity anomalies corresponding the corrections). 石油地球物理勘探, 第 21 卷, 第 1 期

王宝仁, 徐公达. 1995. 高精度重力测量 (High - Precision Gravity Survey) . 北京: 地质出版社, 122 ~125

王懋基, 程家印, 程振炎. 1981. 我国地壳深部构造的区域特征 (The regional features of deep crust structure in China) . 物探与化探, 第 5 卷, 第 4 期, 193 ~204

王兴涛, 石磐, 朱非洲. 2004. 航空重力测量数据向下延拓的正则化算法及其谱分解 (Regularization methods and spectral decomposition for downward continuation of airborne gravity data) . 测绘学报, 第 33 卷, 第 1 期, 33 ~38

王宜昌. 1983. 褶积在重力资料解释中的应用 (Application of the convolution method to gravity interpretation) . 石油地球物理勘探, 第 8 卷, 457 ~463

吴其斌. 1993. 物探方法在岩溶地质调查中的应用 (Application of geophysical methods to geological investigation of carst) . 国外地质勘探技术, 第 2 期

吴钦. 1982. 地热田上重磁方法的应用 (Application of gravity and magnetic methods to geothermal fields) . 物探与化探, 第 6 卷, 第 2 期, 121 ~124

夏哲仁, 石磐, 孙中苗, 王兴涛, 肖云, 李迎春. 2004. 航空重力测量系统 (Chinese airborne gravimetry system CHAGS) . 测绘学报, 第 33 卷, 第 3 期, 216 ~220

肖云, 夏哲仁. 2003. 航空重力测量中载体运动加速度的确定 (Determination of moving - base acceleration in airborne gravimetry) . 地球物理学报, 第 46 卷, 第 1 期, 62 ~67

许德树, 曾华霖. 2000. 优选延拓技术及其在中国布格重力异常处理中的应用 (Preferential continuation and its ap-

plication to the processing of Bouguer gravity anomaly in China) . 现代地质, 第 14 卷, 第 2 期, 215 ~222

许德树, 曾华霖, 万天丰. 2001. 中国视密度图与大地构造单元 (Apparent density mapping and tectonic of China) . 地学前缘, 第 8 卷, 第 2 期, 407 ~413

徐公达, 周国藩. 1989. 井中和坑道重力测量 (Borehole and Underground Gravity Survey) . 北京: 地质出版社

薛琴舫. 1978. 场论 (Theory of Fields) . 北京: 地质出版社

姚长利, 黎益仕, 管志宁. 1998. 重磁异常正反演可视化实时方法技术改进 (Improvment of real-time and visualized forward calculation and inversion of gravity and magnetic anomalies) . 现代地质, 第 12 卷, 第 1 期, 115 ~122

张健, 周国藩, 徐忠祥. 1997. 塔里木盆地卫星重力异常与油气资源的相关性研究 (The relation between hydrocarbon resources and satellite gravity anomaly in Tarim basin) . 地球科学—中国地质大学学报. 第 22 卷, 第 6 期, 643 ~647

曾华霖. 1982. 重磁资料数据处理某些方法效果的讨论 (Effectiveness of methods for gravity and magnetic data processing) . 物探与化探, 第 6 卷, 第 5 期, 257 ~264

曾华霖. 1985a. 重力异常的拟合多项式次数的选定 (Estimation of the degree of polynomial fitted to gravity anomalies) . 物探与化探, 第 9 卷, 第 3 期, 208 ~215

曾华霖. 1985b. 重磁资料数据处理程序分析 (Analysis of Programme for Gravity and Magnetic Data Processing) . 北京: 地质出版社

曾华霖, 阚筱玲, 谢婷婷, 张汝康编译. 1991. 重磁勘探反演问题 (Gravity and Magnetic Inversion) . 北京: 石油工业出版社

曾华霖. 1999a. 重力梯度测量的现状及复兴 (Present state and revival of gravity gradiometry) . 物探与化探, 第 23 卷, 第 1 期, 1 ~6

曾华霖. 1999b. 重力仪现状及发展 (Present state and development of gravitymeters) . 物探与化探, 第 23 卷, 第 2 期, 84 ~89

曾华霖. 1999c. 美国的航空重力测量 (Airborne gravity survey in the USA) . 国外地质勘探技术, 第 1 期, 1 ~7

曾华霖. 1999d. 石油重力勘探的进展 (Advances in oil gravity exploration) . 石油地球物理勘探, 第 34 卷 (增刊), 115 ~124

曾华霖, 李小孟, 楼海等. 1999e. 重力探测油气藏方法及其应用 (Detection of Reservoir from Gravity Data and Its Application) (中英文版) . 北京: 地质出版社

曾华霖, 万天丰. 1999f. TEYSSIER Christian 等. 山东玲珑花岗质杂岩体三维形态的重力模拟 (Gravity modeling for 3-D geometry of Linglong granitic complex, Shandomg, east China) . 地球科学, 第 24 卷, 第 6 期, 607 ~612

曾华霖, 李小孟, 姚长利等. 改进的重力归一化总梯度法及其在胜利油区油气藏探测中的应用效果 (The modified normaliged full gradient of gravity anomalies and its application to Shengli oil field) . 石油勘探与开发, 第 26 卷, 第 6 期, 1 ~6

曾华霖, 万天丰, 2004. 重力场定义的澄清 (Clarification of the definition of a gravity field) . 地学前缘, 第 11 卷, 第 4 期, 595 ~599

曾维鲁. 1985. GEM10B 地球模型全球自由空气重力异常场及勒让德函数计算的研究 (Free air gravity anomaly of GEM 10B model and a study of computing Legendre function) . 地球物理学报, 第 28 卷, 第 6 期, 599 ~607

中华人民共和国地质矿产部. 1983. 区域重力调查技术规定 (Technical Rules of Regional Gravity Survey) . 北京: 地质出版社

中国大百科全书总编辑委员会 固体地球物理学·测绘学·空间学 编辑委员会、中国大百科全书出版社编辑部. 1998. 中国大百科全书 (China Encyclopaedia) 固体地球物理学·测绘学·空间学. 北京: 中国大百科全书出版社

中国大百科全书总编辑委员会 大气科学·海洋科学·水文科学 编辑委员会, 中国大百科全书出版社编辑部. 1998. 中国大百科全书 (China Encyclopaedia) 大气科学·海洋科学·水文科学. 北京: 中国大百科全书出版社

中国地图出版社. 1990. 中国地形 (Topography of China) . 见: 中国综合地图集. 北京: 中国地图出版社

重磁资料数据处理问题 编写组. 1997. 重磁资料数据处理问题 (Gravity and Magnetic Data Processing) . 北京: 地质出版社

重力勘探资料解释手册 编写组. 1983. 重力勘探资料解释手册 (Handbook of Gravity Exploration Data Interpretation) . 北京: 地质出版社

朱介寿、严忠琼、姚宇峰. 1996. 莫霍界面深度图 (Depth to Moho map of China) . 见: 袁学诚主编. 中国地球物理图集. 北京: 地质出版社

左愚, 刘立言, 李跃秋. 1996. 均衡重力异常图 (Isostatic Gravity Anomaly Map of China) . 见: 袁学诚主编. 中国地球物理图集. 北京: 地质出版社

Abdelrahman E M, Ried S, Refal E. and Amin Y. 1985. On the least-squares residual anomaly determination (应用最小二乘法确定剩余异常) . Geophysics, 50, 473～480

Ali H O, Witley R J. 1981. Gravity exploration for groundwater in the Bora Basin, Sudan (苏丹 Bora 盆地的地下水重力勘探) . Geophysical Prospecting, 19 (2), 127～141

Juan Garcia-Abdeslem. 2000. 2-D inversion of gravity data using sources laterally by continuous surfaces and depth-dependent density (用密度随深度变化连续界面模型的二维重力反演) . Geophysics, 65 (4) 1128～1141

Ager C and Liard J. 1982. Vertical gravity gradient survey: Field results and interpretations in British Columia (垂向重力梯度测量: British Columia 的野外结果及解释) . Geophysics, 47, 919～925

Aiken C L V, Balde M, Ferguson J F, Lyman G D, and Xu Xue ming. 1998. Recent developments in digital gravity data acquisition on land (陆地数字重力数据采集的新进展) . The Leading Edge, 17 (1) 93～97

Al-Chalabi M. 1971. Some studies relating to non-uniqueness in gravity and magnetic inverse problems (关于重磁反问题非唯一性的某些研究) . Geophysics, 36, 835～855

Baranov W. 1975. Potential Fields and their Transformations in Geophysics (地球物理学中的位场及其变换): Gebrüder Bortraeger

Barbosa, Valéria C F, Silva, Joao B C and Medeiros, Walter E. 1999. Stable inversion of gravity anomalies of sedimentary basins with nonsmooth basement reliefs and arbitrary density contrast variations (基底起伏不平及密度任意变化的沉积盆地的稳定重力反演) . Geophysics, 64 (3), 754～764

Bell R E, Anderson R and Pratson L. 1997. Round Table: Gravity gradiometry resurfaces (重力梯度测量的复兴) . The Leading Edge, 16 (1) 55～59

Bell R E and Hansen R O. 1998. The rise and fall of early oil field technology: The torsion balance gradiometer (扭秤梯度仪在油田早期勘探中的兴起和衰落) . The Leading Edge, 17 (1), 81～83

Bhattacharyya B K. 1965. Two-dimensional harmonic analysis as a tool for magnetic interpretation (作为磁法解释手段的二维调和分析) . Geophysics, 30 (5), 829～857

Bhattacharyya B K and Leu Lei-kuang. 1977. Spectral analysis of gravity and magnetic anomalies due to rectangular prismatic bodies (长方体重磁异常的频谱分析) . Geophysics, 42, 41～60

Bott M H H. 1960. The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basins (应用快速数字计算法的沉积盆地直接重力解释) . Geophys. J. Roy. Astr. Soc., 3, 63～67

Bott M H P. 1982. The Interior of the Earth: its structure, constitute and Evolution (地球的内部: 构造、成分及演化), Second edition: Edward Arnold

Bremaecker, Jean-Claude De, 1985, Geophysics: The Earth s Interior (地球的内部): John Wiley &Sons

Brozena J M. and Peters M. 1988. An airborne gravity study of eastern Norty Carolina (Carolina 东北部的航空重力研究) . Geophysics, 53, 245～253

Butler, Dwain K. 1995. Generalized gravity gradient analysis for 2-D inversion (二维反演的广义重力梯度分析) . Geophysics, 60 (4), 1018～1028

Chacko S and Bhattacharya. 1980. A method for analyzing gravity anomalies due to a geologic contact by Fourier transform (应用傅里叶变换分析地质接触带重力异常的方法) . Geoexploration, 18, 43～50

Chapin D. 1998. Gravity instruments: Past, present, future (重力仪的过去、现在及未来) . The Leading Edge, 17 (1), 100～112

Cordell L and Henderson G. 1968. Iterative three-dimensional solution of gravity anomaly data using a digital computer (应用数字计算机的重力异常迭代三维解) . Geophysics, 33, 596～601

Edwin H. van Leeuwen. 2000. BHP develops airborne gravity grediometer for mineral exploration (BHP 公司正在研制用于矿产勘探的航空重力梯度仪) . The Leading Edge, 19 (12), 1296～1297

Elkins T A. 1951. The second derivative method of gravity interpretation (用于重力解释的二次导数法). Geophysics, 16, 39～56

Garland G D. 1979. Introduction to Geophysics (Mantle, Core and Crust) (地球物理学导论 (地幔、地核和地壳)). Second Edition: W. B. Saundrs Company

Gibbs R A. 1968. The densities of Precambrian rocks from northen Manitoba (北 Manitoba 地区前寒武系岩石的密度), Can. J. Earth Sciences, 5, 433～438

Gochioco L M. 2002. Potential fields: Gaining more respect and recognition (位场方法: 得到更多的重视和承认). The Leading Edge, 21 (5), 416～417

Grant F S and West G F. 1965. Interpretation Theory in Applied Geophysics (应用地球物理学解释理论): McGraw-Hill Book Company

Gumert, William R. 1996. Aerogravity Surveying System-A Highly Effective Exploration Tool (航空重力测量系统——高效的勘探工具). Hyderabad, India

Gumert, William R. 1998. An historical review of airborne gravity (航空重力的历史回顾). The Leading Edge, 17 (1), 113～116

Hammer S. 1950. Density determination by underground gravity measurement (应用地下重力测量的密度确定). Geophysics, 15, 637～652

Henderson R G. 1960. A comprehensive System of Automatic Computation in Magnetic and Gravity Interpretation (磁重解释自动计算的综合系统). Geophysics, 25, pp. 569～585

Henderson R G and Cordell L. 1971. Reduction on unevenly spaced potential field data to a horizontal plane by means of finite harmonic series (应用有限调和级数的起伏地形位场数据到水平面的换算). Geophysics, 36 (5), 854～866

Hinze, William J. 2003. Bouguer reduction density, why 2.67? (布格校正密度为什么是 2.67?). Geophysics, 68 (5), 1559～1560

Hornby A S. 1997. Oxford Advanced Learner s English-Chinese Dictionary (牛津高阶英汉双解词典): The Commercial Press and Oxford University Press

Johnson, Elizabeth A E. 1998a. Use higher resolution gravity and magnetic data as your resource evaluation progresses (应用高分辨率重磁数据的资源评价). The Leading Edge, 17 (1), 98

Johnson, Elizabeth A E. 1998b. Gravity and magnetic analyses can address various petroleum issues (解决不同石油勘探问题的重磁分析). The Leading Edge, 17 (1), 99

Jones PC. Johnson A C. von Frese R R B. Corr H. 2002. Detecting rift basins in the Evans ice stream region of West Antarctica using airborne gravity data (应用航空重力资料探测南极洲西部 Evans 冰层区的裂谷盆地). Tectonophysics, 347, 1～3, 25～44

Kaufman A A. 1992. Geophysical Field Theory and Method, Part A, Gravitational, Electric and Magnetic Fields (地球物理场论和方法, A 篇: 重力场、电场及磁场): Academic Press, Inc

Kearey P and Brooks M. 1991. An Introduction to Geophysical Exploration (地球物理勘探导论), Second Edition: Blackwell Scientific Publication

Kumagai N, Abe E and Yoshimura Y. 1960. Measurement of vertical gradient of gravity and its significance (重力垂直梯度测量及其意义). Boll. Geofis. Teor. Appl., 2, 607～630

LaFehr T R, Vallient H D and MacQueen J D. 1992. High-resolution marine gravity by digital control (应用数字控制的高分辨率海洋重力). 62nd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 559～560

LoCaste L J B and Valliant H D. 1998. A new instrument for measuring relative gravity with absolute scale (应用绝对比例尺测量相对重力的新仪器). The Leading Edge, 17 (1), 43～45

Mare S, et al.. 1984. Introduction to Applied Geophysics (应用地球物理学导论): D. Reidel Publishing Company

Marquardt D W. 1963. An algorithm for least - squares estimation of nonlinear parameters (非线性参数最小二乘估计的算法). J. Soc. Appl. Math., 11, 431～441

Marson I and Klingele E E. 1993. Advantages of using the vertical gradient of gravity for 3-D interpretation (重力垂直梯度用于三维解释的优越性). Geophysics, 58 (11), 1588～1595

Beatriz Martin－Atienza and Juan Garcá - Abdeslem. 1999. 2 －D gravity modeling with analytically geometry and quadratic polynomial density functions (应用解析几何及二次多项式密度函数的二维重力模拟). Geophysics, 64 (4), 1730 ～1734

McGrath P H. 1991. Dip and depth extent of density boundaries using horizontal derivatives of upward－continued gravity data (应用重力数据向上延拓的水平导数确定密度界面的倾角和深度范围). Geophysics, 56 (10), 1533 ～1542

Milsom J. 1989. Field Geophysics (野外地球物理学): Open University Press and Halsted Press

Mohan N L, Anadababu L, Rao, S V Seshagiri. 1986. Gravity interpretation using Mellin transform (应用 Mellin 变换的重力解释). Geophysics, 51, 114 ～122

Nettleton L L. 1976. Gravity and Magnetics in Oil Exploration (石油勘探中的重力法和磁法): McGraw－Hill

Oldenburg D W. 1974. The inversion and interpretation of gravity anomalies (重力异常的反演和解释). Geophysics, 39, 526 ～536

Parker R L. 1973. The rapid calculation of potential anomalies (位异常的快速计算). Geophys. J. Roy. Astr. Soc., 31, 447 ～455

Parker R L. 1974. Best bounds on density and depth from gravity data (重力数据对密度和深度的最佳限制). Geophysics, 39, 644 ～649

Parker R L. 1975. The theory of ideal bodies for gravity interpretation (重力解释的理想体理论). Geophys. J. Roy. Astr. Soc., 42, 315 ～334

Patella D. 1980. Gravity interpretation using the Hankel Transform (应用 Hankel 变换的重力解释). Geophysical Prospecting, 28, 744 ～749

Pawlowski B. 1998. Gravity gradiometry in resource exploration (资源勘探中的重力梯度测量). The Leading Edge, 17 (1), 51 ～52

Pawlowski, Robert S. 1995. Preferential continuation for potential－field anomaly enhancement (用于位场异常加强的优选延拓). Geophysics, 60, 390 ～398

Pedersen L B. 1979. Constrained inversion of potential field data (位场数据的约束反演). Geophysical Prospecting, 27, 726 ～748

Rao B S R. Radhakrishna Murthy I V and Visweswara Rao C. 1975. A successive approximation method of deriving residual gravity (求剩余异常的逐次近似法). Geoexploration, 13 (3), 129 ～135

Rao C Visweswara, Pramanik A G, Kumar G V R K and Raju M L. 1994. Gravity interpretation of sedimentary basins with hyperbolic density contrast (应用双曲线密度变化的沉积盆地重力解释). Geophysical Prospecting, 42, 825 ～839

Rao B, Rao S R and Murthy I V R. 1978. Gravity and Magnetic Methods of Prospecting (重磁勘探法). Amold－Heinemann

Reid A et al. 2001. The vision thing (重磁法的未来). The Leading Edge, 20 (8), 864 ～867

Rosenbach O. 1953. A contribution to the“second derivative”from gravity data (根据重力数据计算其二次导数). Geophysics, 18

Ruotoistenm ki T. 1983. Depth estimation from potential field data using the Fourier amplitude spectrum (根据傅里叶振幅谱应用位场数据的深度估计). Geoexploration, 21, 191 ～201

Seigel H O and McConnell T. 1998. Regional surveys using a helicopter - suspended gravimeter (用直升飞机悬挂重力仪的区域测量). The Leading Edge, 17 (1), 47 ～49

Skeels D C. 1947. Ambiguity in geophysical interpretation (地球物理解释中的多解性). Geophysics, 12, 43 ～56

Smith N J. 1950. The case for gravity from borehole (井中重力实例). Geophysics, 15, 605 ～636

Talwani M, Worzel J L and Landisman M M. 1959. Rapid gravity ca1culations for two－dimensional bodies with application to the Mendoeino Submarine fracture zone (二度体的快速重力计算及其在 Mendoeino 海底断裂带的应用). J. Geophy. Res. 64, 49 ～59

Talwani M and Heirtzler J. 1964. Computation of magnetic anomalies caused by two - dimensional structures of arbitrary shape, in: Computers in mineral Industries (任意形状二度构造磁异常的计算), Part I, Stanford Univ. Publ. Geog. Sci., 9, 464 ～480

Telford W M, Geldart L P and Sheriff R E. 1990. Applied Geophysics (应用地球物理学), Second Edition: Cambridge

University Press

Zeng Hualin. 1989. Estimation of the degree of polynomial fitted to gravity anomalies and its application (重力异常拟合多项式次数的估计及其应用). Geophysical Prospecting, 37, 959～973

Zeng Hualin, Zhang Qinghe and Liu Jun. 1994. Location of secondary faults from cross-correlation of the second vertical derivative of gravity anomalies (根据重力异常垂向二次导数的互相关寻找次级断裂). Geophysical Prospecting, 42, 841～854

Zeng Hualin, Tianfeng Wan, Christian Teyssier, Changli Yao and Basil Tikoff. 2000. The 3D geometry of the Linglong granitic complex from 2D gravity forward modeling, Shandong Province, East China (根据二维重力正演模拟推断玲珑花岗质杂岩体的三维几何形态). Geophysics, 65 (2), 421～425

Zeng Hualin and Wang Tianfeng. 1999. Gross difference between two isostatic gravity anomaly maps of China (两幅中国均衡重力异常图的重大差异). Tectonophysics, 306/2, 253～257

Zeng Hualin and Deshu Xu. 2001. Discussion On: "Preferential continuation for potential-field anomaly enhancement" (关于"位场异常加强的优选延拓"的讨论) (R. Pawlowski, Geophysics, 60, 390～398). Geophysics, 66 (2), 695～697

Zeng Hualin, Xiaohong Meng, Changli Yao, Xiaomeng Li, Hai Lou, Zhining Guan and Zhiping Li. 2002. Detection of reservoirs from normalized full gradient of gravity anomalies and its application to Shengli oil field, east China (重力归一化总梯度探测油气藏及其在胜利油田的应用). Geophysics, 67 (4), 1138～1147

Zeng Hualin and Wan Tianfeng. 2004. Clarification of the geophysical definition of a gravity field (重力场地球物理定义的澄清). Geophysics, 69 (4), 1152～1154

Алыпин Л М, Даев Д С, Каринский А Д. 1985. Теория полей, применяемых в разведочной геофизке (勘探地球物理学场论). Учебник для вузов Недра

Березкин В М. 1967. Использование полного вертикального градиента сила тяжёсти для определения глубины до источника гравитационных аномалий (重力垂向总梯度在确定重力异常源深度中的应用). Разведочная геофизика, вып.18

Березкин В М. 1973. Применение гравиразветки для поисков месторождений нефти и газа (重力勘探在普查油气田中的应用): Недра

Березкин В М. 1988. Метод полного градиента при геофизической разведка (地球物理勘探中的总梯度法): Недра

Булах Е Г. 1973. Автоматизированная система интерпретация гравитационных аномалия (重力异常的自动解释系统): Наук, Думка

Старостенко А Н. 1978. Устоийчивые численные методы в задачах гравиметрии (用于重力测量问题的稳定数值方法): Наукова думка

Маловичко А К, Костицын В И. 1992. Гравиразведка Учеб (重力勘探. 教科书): Недра

Миронов В С. 1980. КУРС ГРАВИРАЗВЕДКИ (重力勘探教程). Недра

Мудрецова Е А, Веселов К Е. 1981. Гравирзведка справоченик геофизка (重力勘探. 地球物理手册): Недра

Шашкин Ю А. 1957. О единственности в обратой задани теории потенциала (位论反问题的唯一性). Докл, АН СССР, 115 (1), 64～66