空间、时间和引力

王永久著

1993 年 03 月第 1 版

湖南教育出版社

主　编　赵凯华

副主编　王殖东

编　委　（按姓氏笔画）

王殖东　冯　端　孙汉城　刘书声

沈克琦　陆　埮　李国栋　吕如榆

张元仲　宓子宏　赵凯华　聂玉昕

唐孝威　谭清莲

本书责任编委　王殖东

编者的话

科学技术的发展，改变着人们的意识，改变着国家的战略，更加速了世界各国综合国力的激烈竞争。

全球性科学技术的竞争，实质上是人才的竞争。我们的国家，学校每年在校人数逾两亿，他们都是21世纪的主人，这些人的文化科学素养，标志着国家未来的盛衰强弱，标志着我国在世界之林的竞争能力，尽多尽快地培养科技人才，是时代的当务之急。自17世纪以来，物理学一直为自然科学的领头学科，推动着各学科的发展，诱发出许多交叉分支学科和技术领域。物理学作为一门基础学科，又总是向人类智慧提出一些最深刻的挑战。因此，向青少年介绍一些现代物理前沿科学、物理学思想，将有利于青少年开阔眼界、诱发思维、启迪心智，有利于吸引和培养优秀的青少年从了解科学到热爱科学，早日选定自己的志趣从而献身科学。有鉴于此，中国物理学会在1991年第五次全国会员代表大会期间，由中国物理学会和湖南教育出版社共同主持，正式成立了《科学家谈物理》编委会，讨论并制定了丛书宗旨、编写目的、编写原则和编写

计划。

丛书内容包括物理学新知识博采、物理学新领域探奇、物理学重大发现觅踪、物理学佯谬的启示、著名物理学家成才轨迹等。作者将以严谨的科学内容、活泼的物理思想、通俗流畅的文字表述，为广大青少年提供一套优秀的科普读物。

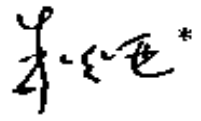
经过四年的努力，作者和编者，殚精竭虑，丛书终于与广大读者见面了。本丛书的编辑出版，得到“国家杰出贡献科学家”钱学森的关怀和指导；中国科协主席、著名科学家朱光亚和国家教委副主任柳斌在百忙中为丛书作序；中国老一辈著名科学家严济慈、谢希德、王淦昌、钱三强，中国科学院院长、学部委员周光召，中国物理学会理事长、学部委员冯端为丛书题词，寄托了他们对新一代科技人才成长的殷切希望；中国物理学会、中国科学院物理研究所给予了大力支持，中国物理学会副秘书长程义慧做了大量工作，在此一并表示衷心感谢。本丛书作者都是卓有成就的学者，对他们从繁忙的教学、科研和社会工作中挤出时间，花费大量精力，满腔热情来撰写这套科普读物的精神表示敬佩。

古今中外有不少的名人、专家、学者，就是因为在青少年时代受过一些优秀科普读物的熏陶、感染，从而早日选定了自己的志向，终生为之奋斗，终于功成名就，为后世留下可歌业迹。倘若读者能从这套丛书得到启示，在若干年后出现这样的成果，我们将感到无限欣慰。

《科学家谈物理》编委会

1992 年 9 月

序 一



中国物理学会主编、湖南教育出版社出版《科学家谈物理》丛书，是一件很有意义的工作。半个世纪、特别是近二、三十年来，物理学从亚核世界到整个宇宙广阔领域的探索研究，又取得了惊人的进展和成就。物理学在理论方法和实验技术上的新突破，使它同数学、生物学、化学、材料科学等邻近学科的结合与相互作用更密切了，促进了许多边缘、交叉学科以及高、新技术与产业的诞生与迅速发展，出现了步伐越来越快的新的技术革命。这一切不仅广泛而深刻地丰富了人们对自然界规律的认识，并预示下世纪将会出现新的重大突破，而且已使人们的社会生活在短短的几十年间发生了从前难以想象的变化。

当然也应当看到，这种变化还只限于一部分发达国家和地区，而且变化的程度是很不平衡的。全人类的社会进步并不是仅由科学技术的进步所能决定的。我们面对的仍是一个充满矛盾和激烈竞争的世界。即使是自然科学基础之一的物理学的重大发现，例如本世纪 30 年代关于铀核裂变现象的发现，揭示了人类有可能从自然界获取一种巨

---

* 朱光亚：中国科学院学部委员，著名科学家、中国科协主席。

大新能源的美好前景，然而它却不幸地被首先用于军事和争霸，带来了危及人类生存安全的严重威胁。

由我国一批著名科学家撰写专文，向广大读者介绍物理学思想、物理学发展，特别是近代和现代物理学发展，让大家获得新知识，增加对物理学各分支学科的主要内容及其作用和影响的认识和理解，激励大家为追求美好未来而努力奋斗，无疑是非常有益的。

《科学家谈物理》丛书侧重以广大青少年读者为对象，这又有特殊意义。人类社会正在动荡和不安中准备迎接世纪之交。国际上的种种竞争，关键是科学技术的竞争，进一步说又在于培养科技人才上的竞争。“科技增强国力，青年开创未来”，下一世纪在我国科技领域承担开拓前进重任的，只能是当前正在学习的青少年一代。种种事实表明，包括近年来我国中学生参加国际数学、物理学、化学、信息学奥林匹克竞赛不断取得优异成绩在内，我国青少年聪明勤奋，是大有希望的一代。青少年处在长知识、增才干的时期；既要努力学习，又要善于学习，勤于思考，重视实践，勇于探索，并注意拓宽知识面。希望《科学家谈物理》丛书能对献身科学、立志攀登高峰、振兴中华、实现祖国四化的青少年朋友们的茁壮成长有所帮助。

1992 年 7 月 27 日

序 二

柳斌*

自然科学是生产实践和科学实验经验的总结，是人类征服自然、改造社会的有力武器。物理学则是自然科学中一门重要的基础学科。

十七世纪前后物理学发生了一次巨大的飞跃。以牛顿为代表的一批科学家用观察和实验的方法研究自然现象，他们建立了以经典力学、热力学、统计物理学、经典电动力学为基础的一个完整、严密的经典物理学的理论体系。这个理论体系的建立，大大扩展了人类对客观世界物质结构及其运动规律的认识，在科学技术领域和哲学领域均产生了划时代的影响，推动了自然科学和工业革命的迅猛前进。

十九世纪末二十世纪初，物理学再一次发生巨大飞跃。以爱因斯坦为首的一批卓越的物理学家创立了相对论、量子力学，为现代物理学奠定了坚实的理论基础。现代物理学克服了经典物理学形而上学的局限。相对论揭示了物体在高速（接近光速）运动状态下的各种规律；量子力学打开了微观世界的大门，发现了微观物质运动的规

---

* 柳斌：国家教委副主任

律。现代物理学在更深的物质结构层次和更广阔的时空领域内扩展了人类对自然界的认识，揭开了伟大的现代自然科学革命的序幕。

在现代物理学的基础上，原子能、电子计算机，新型材料，空间技术，海洋开发等新技术相继产生，新技术革命蓬勃兴起。

现代科学技术的发展是现代经济发展的基础和前提条件。当前世界各国为了争夺二十一世纪在世界上的有利地位，无不把发展现代科学技术作为战略重点。我国人民长期以来遭受帝国主义的侵略和剥削，近百年来沦于贫穷落后的殖民地半殖民地地位。为了迅速缩小我国与发达国家在经济上的差距，为了把我国建设成为一个社会主义的现代化强国，中国人民在中国共产党的领导下，奋斗了七十多年。积正反两个方面的经验，我们深知，人民大众在取得政权以后，必须大力改革各种束缚生产发展的政策、法令、规章、条例以及各种不合理的管理制度，以更大地解放生产力；必须高度重视科学技术工作和教育工作，尊重知识、尊重人才，以更快地发展生产力。1983年，邓小平同志为北京景山学校题词："面向现代化，面向世界，面向未来"，高瞻远瞩地指出了教育工作、实际上也包括科学技术工作的奋斗方向。老一辈科学家艰苦奋斗，为祖国的现代化事业立下了汗马功劳。现在的中学生是跨世纪的一代，是二十一世纪我国各项事业的生力军，肩负着人民的重托和历史的重任。当代中学生要有志气，继承老一辈科学家们的未竟事业，从小热爱包括物理学在内的各门自然科学，做到爱科学，学科学，用现代科学技术装备我国

的工业、农业和国防，加速四个现代化的历史进程，使我们的祖国尽快繁荣昌盛起来。

《科学家谈物理》丛书的出版，对当代中学生来说是件喜事，年轻的朋友们不仅可以从中学习许多宝贵的知识，进一步掌握打开科学殿堂的钥匙，而且可以从中学习科学家们那种为科学事业而执着探索的精神，那种自觉献身的精神，以及那种实事求是的宝贵品质。我相信，这套丛书的出版，必将受到读者的欢迎。

1992 年 7 月 30 日

目 录

绪言 1

第一章 经典力学中的空间和时间 7

§1 空间的度量·标准尺 7

§2 量角器 9

§3 时间的度量·标准钟 13

§4 坐标系 15

空间坐标 空时坐标

§5 伽利略变换 18

伽利略变换 速度合成法则

§6 牛顿力学中的相对性原理 22

加速度变换式 质量变换式 力的变换式

惯性参考系和非惯性参考系 相对性原理

第二章 狭义相对论中的空间和时间 29

§1 经典物理学的困难 30

经典电磁学的结论 经典力学和经典电磁学的矛盾 爱因斯坦的选择

§2 狭义相对论的基本原理 34

光速不变原理 狭义相对性原理

§3 动钟延缓和动尺缩短 38

动钟延缓 动尺缩短

§4 相对运动的钟的同步 43
§5 洛伦兹变换代替伽利略变换 46
§6 洛伦兹变换的另一种推导方法 49
§7 洛伦兹变换的物理意义 51
长度的测量 时间的测量 经典极限
§8 相对论的速度变换式和加速度变换式 57
§9 光速和因果律 64
§10 孪生子佯谬 72
§11 孪生子佯谬的另一种讨论方法 78
§12 质量不是恒量，质—速关系式的推导 82
§13 1 克质量能变成多少能量? 86
§14 狭义相对论的实验基础 88
菲索实验和迈克尔逊实验 布拉格实验 μ子衰变 飞机载原子钟所做的环球航行实验
第三章 从万有引力到弯曲空间 99
§1 牛顿引力理论的成就和困难 102
万有引力定律 行星运动之谜 牛顿引力理论的困难
§2 同一物体的两个质量 114
§3 虚构的力和引力等效 117
惯性力 飞船上和地球上无法区分
§4 非惯性系和惯性系平权 122
§5 人类生活在弯曲空间中 123
广义相对论中的空间 高山上的钟比山谷里的钟要快 广义相对论中的空时（4 维空间）
§6 4 维空间（空时）的度规 130

平直空时的度规　弯曲空时的度规

§7　坐标钟和标准钟　134

狭义相对论中的固有时　局部惯性参考系

广义坐标变换　坐标时和标准时

§8　引力场方程　140

第四章　弯曲空间的实验验证　144

§1　引力场能改变光的波长　145

氢原子光谱　多普勒效应　光谱线的引力红移

§2　水星近日点的进动　157

§3　引力场中光线的弯曲　159

§4　雷达回波的延迟　166

§5　双星引力辐射　167

第五章　白矮星、中子星和黑洞　169

§1　白矮星　170

§2　中子星　173

§3　黑洞　178

§4　黑洞的性质　188

黑洞只有三根毛　黑洞的视界　从黑洞获取能量　黑洞的熵和温度

§5　黑洞的辐射　194

霍金辐射　微观小黑洞

§6　黑洞中的空时内禀奇点　198

§7　黑洞的观测　200

第六章　宇宙学　206

§1　宇宙学的内容特点　206

§2 宇宙是均匀的和各向同性的 208
宇宙天体的观测 宇宙学原理
§3 爱因斯坦以前 211
星星的数目是有限的还是无限的? 天空不是无限明亮的 现在不是永远
§4 现在的宇宙在膨胀 214
历史的成见 宇宙正在膨胀
§5 宇宙的年龄 219
R—W度规 宇宙时 宇宙的年龄
§6 大爆炸宇宙学 222
宇宙早期 氦形成 辐射 物质为主的时期
§7 大爆炸宇宙学的实验检验 225
宇宙背景辐射 氦丰度 天体的年龄
§8 宇宙的极早期从何时开始 227
§9 宇宙是闭合的还是开放的 229
§10 宇宙的暴胀 230
大爆炸宇宙学的困难 宇宙的暴胀
§11 其它宇宙模型 233
§12 宇宙的创生 234
§13 宇宙演化的图象 235
§14 结束语 237

绪 言

人类生活于自然界，人们头脑中的诸多概念直接或间接地来源于日常生活（包括生产和实验活动）。其中一些概念来源于直觉的经验，它们未必都是科学的。人们头脑中的概念从科学性来讲，可以分为两大类：第一类是科学的，第二类是经验的但不是科学的。这两大类概念，人们都认为是当然正确的。正因为如此，很少有人注意自己头脑中的概念还有不科学的。比如标准尺的长度，运动时和静止时应该是一样的；标准钟的快慢，运动时和静止时也应该是一样的。这些概念在人们的头脑中是根深蒂固的。如果有人问："这是为什么？"或者说："这根据什么？"回答只能是："肯定是一样的"，再也找不到任何科学根据。这些概念就属于经验的概念，或者说"公理式"的概念，人们找不到科学根据就确认了它们的正确性。

狭义相对论问世以来，上述"绝对空间"和"绝对时间"的概念代之以"动尺缩短"和"动钟延缓"的相对的概念，即运动的标准尺会沿运动方向缩短，运动的标准钟会变慢。

至今，狭义相对论的各个推论（如运动物体的质量随速度的增大而增大等）都已列入了教科书，成为高能加速器、原子反应堆、宇宙航行等各种现代科技领域中必须依

据的科学概念，再没有人怀疑它们的正确性。但是相信是一回事，理解又是一回事。许多人还只听说这些结论，不知道这些结论是怎样得到的。甚至许多人学习过狭义相对论，也能够运用其中的公式计算和处理一些技术问题和理论问题，但是他们并没有从物理思想上理解这些概念，于是在深入讨论一些问题时就又遇到了障碍。例如"孪生子佯谬"问题：一对 20 岁的孪生子甲和乙，甲乘宇宙飞船到一颗遥远的星球去旅行，乙留在地球上。当甲返回、并在地球上与乙相遇时，乙发现甲仍然那么年轻，而自己已经白发苍苍（因为动钟延缓，这是自然的）；但是甲的结论却恰恰相反，他观察的结果是飞船没有动，乙和地球一起反向飞去，乙的生理过程（动钟）延缓，乙仍然那么年轻，而自己却白发苍苍了。两人面对面看着，谁年轻谁年老居然有这样离奇的结论，岂不荒谬！要解决这一问题，只知道动尺缩短和动钟延缓的公式是不行的，需要对时间空间概念的深入理解（详见第二章 § 10）。

在牛顿力学中，运动和静止都是相对的，但空间概念是绝对的，时间概念也是绝对的；空间、时间和物质的运动各自孤立地存在着，它们之间没有联系。狭义相对论揭

相比之下，子弹的速度太低了。这就是在日常生活中人们察觉不到“自己头脑中的经验概念是不科学的”的原因。也正因为高速运动的领域距离人们的现实生活比较远，所以在狭义相对论诞生几十年之后，仍有许多人无法理解和接受它的一些结论。近年来，由于微观世界（物体做高速运动的领域）的理论研究和实验技术的迅速发展，了解狭义相对论主要结论的人越来越多；但是能够从物理思想上理解它的人仍然局限于几个狭小的研究领域。

科学在不断发展，人类的认识水平在不断提高。人们发现，狭义相对论虽然揭示了空间、时间和物质运动之间的联系，却没有揭示空间时间内禀（基本）属性和物质之间的联系。也就是说，狭义相对论没有揭示引力场对空间时间性质的影响。例如，在高山上有一个实验室 A，在山谷中有一个实验室 B。把两个完全相同的标准钟 C_A 和 C_B 分别放在两个实验室中，它们相对静止。按照牛顿力学和狭义相对论，虽然两个钟放在引力场中的不同位置（引力场强度不同），但由于相对静止，没有“动钟延缓”效应，所以它们的快慢应该始终是相同的。如果分别在两个实验室中测量圆的周长和半径的比，那么结果应该是一样的，都等于 2π；测量三角形内角和也应该是一样的，都等于 π（即 180°）。倘若有人问，为什么高山上的标准钟 C_A 和山谷里的标准钟 C_B 快慢一样（即不受引力场影响）？根据什么？回答也只能是“应该一样”，“肯定一样”，“这是毫无疑问的”，再也找不到任何科学根据。我们说“引力场对标准钟的快慢没有影响”这一概念是经验的但不是科学的。与此类似，“引力场对空间的几何性质（圆的周

长与直径之比，三角形内角和等等）没有影响”这些概念也是经验的而不是科学的。在第三章§5中我们将看到，高山上的标准钟 C_A 要比山谷里的标准钟 C_B 走得快些；高山上的实验室中测得的三角形内角和与山谷中测得的结果是不相等的，两者都不等于180°。这就是说，引力场的存在，改变了空间时间的基本属性。这些内容属于广义相对论研究的范畴。

广义相对论是在牛顿引力理论（万有引力定律）和狭义相对论基础上发展起来的，它是研究空间、时间和引力的理论。广义相对论断言，我们生活的真实空间是弯曲的，而不是平直的。确切些说，在没有引力场存在的情况下，空间是平直的，欧几里得几何学是真实的；有引力场存在时，空间是弯曲的，黎曼几何学（弯曲空间几何学）是真实的。由于地球的引力场太弱，即使地球附近的空间也只有极其微小的弯曲，所以人们头脑中固有的经验的平直空间和时间概念不致于产生明显的谬误。太阳的引力场比地球的引力场强得多，所以太阳附近空间的弯曲效应就比地球附近的要明显得多（见第四章）。

广义相对论第一次解释了牛顿力学和狭义相对论都无法解释的天文观测结果——水星轨道的反常进动。它还预言，光在引力场中传播时其波长要发生变化，在地球上观测太阳的光谱，应有一个微小的红移（每条谱线都向长波方向移动），其相对移动数值约为 2.12×10^{-6}；光线在引力场中应是弯曲的，经过太阳附近的光线应有1.75”的引力偏转……这些预言均为实验所证实。在广义相对论的基础上，已经形成了一些新学科，如广义相对论天体力学，

黑洞物理学和现代宇宙学等。广义相对论预言了中子星和黑洞等致密天体的存在，并且第一次给出了宇宙演化的动力学方程，使宇宙学第一次成为一门名副其实的科学——一门定量的科学。

广义相对论如此重要，但至今熟悉它的人仍然很少，其原因有二。第一，它研究的是恒星和宇观世界的现象，距离人们的现实生活比狭义相对论更加遥远；第二，它有一套专门化的数学工具（黎曼几何和张量分析等）。现在，人们除了有极灵敏的射电望远镜（可以观测到距我们百亿光年的宇宙天体），还有不断发展的宇航技术，人们已经开始离开地球（摆脱大气层的干扰），到人造空间装置上去观测宇宙天体。因此，广义相对论的实验观测距我们已不那么遥远。就数学工具而言，一旦把专门化的部分抽掉或"翻译"成通俗的语言（像本书所做的这样），剩下的物理内容对于不同程度的读者（从高中生到大学生）就都是同样简单和同样新鲜的了。

广义相对论把空时几何和引力场统为一体，以其简洁的逻辑和优美的结构令学者们叹服甚至陶醉。我们希望广大读者都能涉入这块和谐、优美的科学领地。

读者读完这本小书，不但能够理解狭义相对论和广义相对论赖以存在的几条极其简单的原理，而且能够运用极其简单的（相对论所特有的）逻辑思维，得出一系列极其新颖的结论。至少能够澄清、理解和相信原来认为十分离奇的（但确实是科学的）一些概念。这是作者的愿望。

相对论这一理论研究领域，在一些人看来，它是那么枯燥；可是在另一些人——勤于思考、勇于探索大自然奥

秘的人来说，它是那样丰富多彩、充满内在美，那样富有吸引力、让人为之献身。任何一个相对论爱好者，当他在这一领域内完成了一件小小的工作、有了一点小小的发现的时候，他都会感到莫大的快慰，这种精神享受是任何物质享受所无法比拟的。

最后让我们引用一段爱因斯坦的话作为这一前言的结束语：

“现在，人们为了电冰箱、汽车、房子而奔波、追逐、竞争。这是我们这个时代的特征。但是也还有不少人，他们不追求这些物质的东西，他们追求理想和真理，得到了内心的自由和安宁。”

第一章
经典力学中的空间和时间

在物理学中，人们要定量地研究许多物理概念．如路程、速度、力、质量、电量……它们中的任何一个都必须是能够度量的，否则将不具有物理意义．空间和时间也都是物理概念，而且是最基本的物理概念；它们也都是可以度量的．

§1 空间的度量·标准尺

人们通常所说的空间的量，不外乎线的长度、平面和曲面的面积、形体的体积，等等．所有这些空间量（由它们构成了空间概念）都可以用标准尺来度量．有1米长的标准尺，就有$\frac{1}{10}$米，$\frac{1}{100}$米，……原则上就有任意短的（无穷小的）标准尺．这样，用标准尺不但可以度量线段

的长，也可以度量任意一段曲线的长（只要用上求极限的概念就行了）．类似地，用标准尺还可以度量任意一块曲面的面积和任意一个形体的体积．

用标准尺还可以度量任意一个角度的大小．如图所示，要度量角 α 的大小，可以以角的顶点 O 为圆心，以任意长 r 为半径作弧，与角的两边相交．然后用标准尺度量半径 r 和弧长 l，便可得到角 α 的大小：

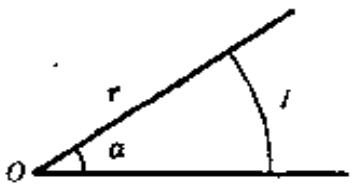


图 1—1

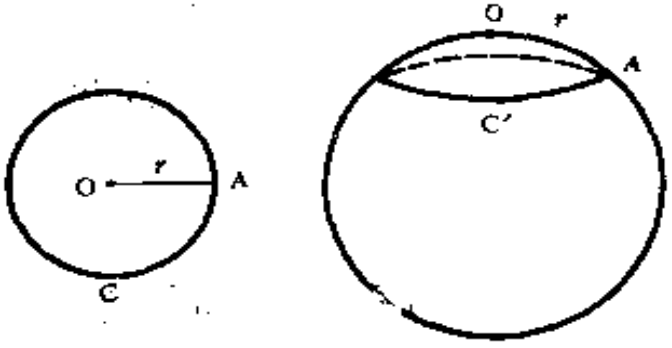
$$\alpha = \frac{l}{r} \quad (\text{弧度}) .$$

任何空间量都可以用标准尺来度量，空间的一切性质都由度量结果反映出来．

我们在一个圆所在的面上，用标准尺度量这个圆的周长，记为 C；度量它的半径，记为 r．如果度量结果 C 和 r 满足关系式

$$\frac{C}{r} = 2\pi,$$

我们就说，这个圆所在的面是平面；或者说圆所在的面是 2 维的欧几里得空间（即平直空间），如图 1—2a 所示．在平直空间（欧几里得空间）里，用标准尺度量所得到的各个空间量之间的关系满足欧几里得几何学．这种平直空间的几



(a)　　(b)

图 1—2

何学是人们最熟悉的几何学. 除了上面所说的"圆的周长和半径之比等于 2π"以外，还有"三角形内角和等于 π (即 180°)"，"直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方"等等，都是平直空间的性质.

弯曲空间的情况就大不相同了. 如图 1—2*b* 所示，我们在一个球面上作一个圆，圆心为 O. 在这个圆所在的面(球面) 上，用标准尺度量半径，得到 r；度量周长，得到 C'，则显然有

$$\frac{C'}{r}<2\pi,$$

不符合欧几里得几何学. 我们说这后一个圆所在的面不是平直的，而是弯曲的. 或者说，这个圆所在的面是一个弯曲的 2 维空间 (非欧几里得空间). 在弯曲空间里，空间量之间的关系不遵守欧几里得几何学.

由上面的讨论可以看出，**标准尺对于揭示空间的性质是至关重要的，它可以度量任何空间量的大小**；通过度量所得到的空间量之间的关系，可以揭示空间的内禀 (基本) 属性——是平直的还是弯曲的. **如果度量的结果符合欧几里得几何学，则空间是平直的；如果度量结果不符合欧几里得几何学，则空间是弯曲的.**

§ 2 量角器

上节已强调指出，空间是用标准尺度量的. 我们知

道，角度也是空间量，它可以用量角器来度量．那么，量角器能不能代替标准尺来度量空间呢？我们说不行，度量空间非标准尺不可．量角器只能度量角度的大小，如果用它代替标准尺来度量空间，就会出现错误．我们引用爱伦坡所写的一段有趣的故事来说明这一点．

“在纽约霍乱流行的极可怕的那一年，有一位亲戚请我到他的幽静的别墅去呆两周．……有一天，天气很热，太阳快要落山了，我手里拿着一本书，坐在一个打开的窗子前面．往窗外看去，可以看见河那边远处的小山．我的心早已不在书上，飞到那充满凄凉和绝望的城里去了．我抬起头，偶然看了一眼窗外那个小山的裸露的山坡，突然看到一个奇怪的东西：一个丑恶的怪物很快从山顶上爬下来，消失在山脚下的森林里．在刚一看见这个怪物的时候，我还很怀疑我的理智，或者至少怀疑我的眼睛是否正常．只是过了几分钟以后，我才确信这不是我的幻觉．这个怪物我看得很清楚．在它从山上往下走的全部时间里，我仔细地观察了它．可是如果我把它描写出来，读者们也许不会轻易相信．

我曾经用一些大树的直径与这个怪物比较过，以便确定它的大小，我深信它比任何一艘战舰都大．我说战舰，是因为这个怪物很像一艘船：看了一艘装有 74 门炮的战舰就可以十分清楚地得到关于这个怪物的轮廓的概念．怪物的嘴巴长在一根吸管的尽头，吸管有 20 多米长，粗细差不多同普通的大象身体一样．在吸管的根上有一丛丛很密的茸毛，从毛里突出两根发亮的长牙，向下面和旁边弯曲着，像野猪一样，只是它的体积硕大无比．在吸管两旁，还生着两只笔直的大角，有 10 多米长，看来好像是透明的，在日光下闪闪发光．这个怪物的躯干好像一个顶端朝上的楔，上面长着两对

翅膀——每个翅膀大约有100米长，一对叠在另一对上面．翅膀上密集地镶着一些金属片，每一片的直径大约有五六米．这个怪物的主要特点还是它那几乎遮住整个胸部的下垂的头；它的耀眼的白色，在黑色的胸部衬托下，显得特别清楚，好像画出来的一样．

当我正怀着畏惧的心情注视着这个怪物，特别是注视它的胸部的那个可怕的外形时，它突然张开了口，大吼了一声……我的神经再也支持不住了，当怪物消失在山脚下的森林里的时候，我也昏倒在地上了……在我苏醒过来以后，第一件事就是把所看到的情形讲给我的朋友听．他听完了我的话，先是哈哈大笑，然后神色变得十分严肃，似乎一点也不怀疑那是我精神恍惚的结果．

正在这时，我又看到了那个怪物，就马上高叫着指给我的朋友看．他看了一会儿，可是肯定没有看到什么，虽然在怪物下山的时候我详细地对他说明了它的位置．我用双手遮住脸，在把手拿开以后，怪物已经不见了．

主人开始问我那怪物的外形．在我详尽地告诉了他一切以后，他透了一口气，好像从某种难以忍受的重压下解救了出来似的．他走到书柜旁边，拿了一本生物教科书……他打开书对我说：'如果你对怪物不描写得那么详细，我无论如何也没办法给你解释明白这是什么东西．现在先让我从这本书里给你读一段关于昆虫纲鳞翅目天蛾科里的一种天蛾的描述……'读到这里，他合上书，靠在窗上，姿势和我在看到怪物的时候坐的姿势一样．

'啊！原来就是它！'他叫道，'它正沿着山坡往上爬，它的样子，我得承认，的确很怪．可是它并没有那么大，也不在那么远的地方，像你想像的．它正沿着缠在我们这窗子上的一条蜘蛛丝往上爬呢．'……"

这个故事告诉我们，用眼睛（即量角器）来量度空间量的大小是会发生错误的．要纠正这种错误，除了用量角器度量的结果以外，还要知道另外的量才行，而这些另外的量又需要用标准尺来度量．在上面的例子中，要知道"怪物"的大小，除了用眼睛度量的角度（视角）以外，还要知道"怪物"与观察者之间的距离，而这一距离还要用标准尺度量．

再看下面的问题：

在一列沿着直线轨道匀速行驶的列车上，透过车窗看远处的大地，看到大地在平动还是转动？

读者都会有这个经验，看到大地在转动．

按照相对运动的概念，如果列车前进的速度是 v，则大地相对于车上的观察者应该以同样大小的速度 v 后退；大地应该平动，怎么会转动呢？这个错误仍然是用眼睛（量角器）代替标准尺来度量空间的长度所造成的．

如图所示，观察者位于车上的 O 点．在某一时刻，在大地上任取一点 P，使 OP 连线与列车前进方向垂直，设 $OP=r$．



图 1—3

由所取的某一时刻算起，经过无限短的时间间隔 dt* P 点后退的距离为 $v\cdot dt$．这一位移在车上的观察者看

---

* 在数学里，把一个量 f 的无限小的变化 Δf（就是 f_2-f_1）记为 df，以后我们经常采用这个记号．

来〔由观察者用量角器（眼睛）度量的结果〕是

$$d\alpha = \frac{vdt}{r}.$$

观察者看到的"位移"实际上是角位移 $d\alpha$，他看到的 P 点后退的"速度"实际上是角速度：

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{v}{r}.$$

显然，P 点离 O 点越远（r 越大），观察者看到 P 点的"速度"ω 就越小；当 $r \to \infty$ 时，这个看到的"速度"$\omega \to 0$，即观察者看到无限远点是不动的. 所以观察者看到的整体图象是：大地在绕着无限远点转动.

这个例子表明，要确定 P 点相对于观察者 O 的速度 v，只用量角器量得"速度"ω 是不够的，还要用标准尺量得距离 r 才行.

我们的结论是：**只有标准尺才能度量空间**，量角器不能代替标准尺.

§ 3 时间的度量·标准钟

空间和时间都是最基本的物理概念，许多其它概念（如速度、加速度等）都以它们为基础.

通常，时间概念不外乎两个事件的**时间间隔**、一个事件比另一个事件发生得**早些**或**晚些**、两个事件**同时发生**，等等，所有的时间概念都可以用标准钟度量. 原则上讲，

任何一个真实的物体运动或变化都可以作为**标准钟**. 通常、取一些周期运动或变化作为标准钟，如机械钟、原子钟、生物钟等等.

设事件 A 发生的时刻标准钟的读数为 t_A，事件 B 发生的时刻标准钟读数为 t_B，则事件 A 和事件 B 的时间间隔为 $|t_B - t_A|$. 如果 $t_B - t_A > 0$，我们就说事件 A 比事件 B 发生得早些，或者说事件 A 在事件 B 之前发生. 如果 $t_B - t_A < 0$，我们就说事件 A 比事件 B 发生得晚些，或者说事件 A 在事件 B 之后发生. 如果 $t_B - t_A = 0$，我们就说事件 A 和事件 B 同时发生.

在接受近代物理的空间时间概念以前，我们先把牛顿力学中的（就是我们最熟悉的、经典的）空间时间概念清理一遍；从第二章开始，我们再讨论近代物理的空间时间概念.

牛顿力学认为，空间是绝对的，时间也是绝对的；空间和时间是各自独立地存在着的. 牛顿在他所著的《自然哲学的数学原理》一书中写道：

“绝对的空间，本质上是与外界无关的，是同一的和静止的.”

“绝对的、真正的数学的时间，本质上是一种与外界物体无关的均匀流动.”

这就是说，运动的标准尺和静止的标准尺是一样长的；因为空间是绝对的，与外界无关的. 所以用来度量空间的标准尺也是绝对的，与物质的运动无关的. 运动的标准钟和静止的标准钟的快慢是完全相同的，因为时间也是绝对的、与物质的运动无关的. 如果地球上的观

察者测得事件 A 和事件 B 的空间距离是 l，时间间隔是 Δt，那么无论在行驶着的列车上观测，还是在飞行着的飞船上观测，事件 A 和事件 B 的空间距离都是 l，时间间隔都是 Δt.

两个事件的空间距离和它们发生的时间间隔毫无关系，二者又都和物质的运动毫无关系，这就是牛顿力学中的**绝对空间**和**绝对时间**的概念.

§4 坐标系

空间坐标

要确定一个空间点的位置，总需要 3 个空间量. 比如，一位外地来的大学生在天安门广场向一位北京人问路："王府井新华书店科技图书部在什么地方？"回答说："沿长安街向东到王府井南口，再沿王府井大街向北到新华书店，上三层楼便是."这一回答给出了自天安门广场向东、向北、向上的三段距离，便确定了科技图书部的空间位置. 这相当于以天安门广场为原点，建立一个坐标系. X 轴方向向东，Y 轴方向向北，Z 轴方向向上〔如图 1—4 (a) 所示〕；上面的回答给出了科技图书部 P 的一组坐标 (x, y, z). 图 1—4 (a) 中采用的是笛卡尔直角坐标系. 我们也可以采用其它的坐标系（如球坐标系或柱坐标系）来确定 P 点的空间位置. 但是无论采用什么坐标系，都要 3 个数才能确定空间点的位

置．在球坐标系中，P 点的空间位置由 3 个数 (r, θ, φ) 确定［如图 1—4 (b) 所示］.

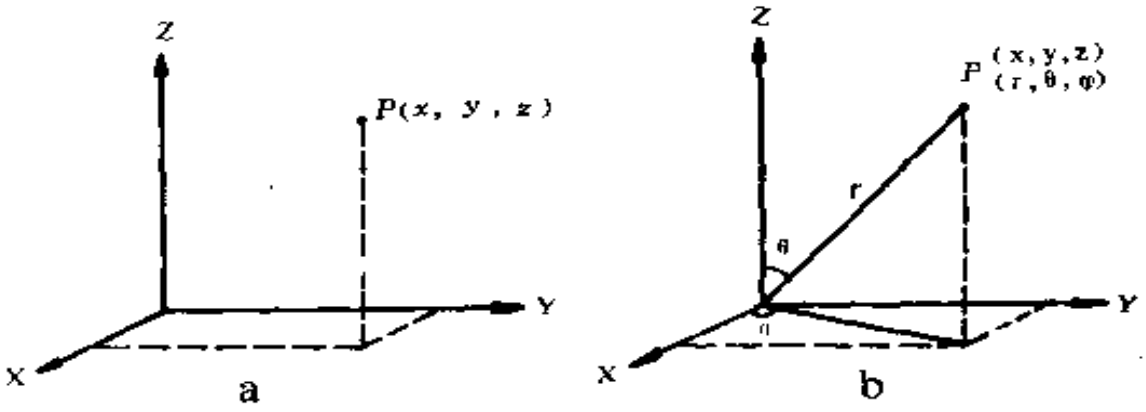


图 1—4

如果确定一个空间点的位置需要且仅需要 3 个数，则称空间是 3 维的. 我们生活的空间就是 3 维的. 如果所研究的空间点被约束在一个平面或曲面上，则只需要 2 个数便可确定空间点的位置，所以平面或曲面称为 2 维空间. 类似地，一条直线或曲线就是 1 维空间了.

一条小虫落在肥皂泡上，它可以在肥皂泡上爬，但是无法离开肥皂泡. 这个小虫就生活在一个弯曲的 2 维空间里.

在图 1—4 (b) 中，同一个空间点 P，可以用笛卡尔直角坐标 (x, y, z) 来确定，也可以用球坐标 (r, θ, φ) 来确定. 由图可知，这同一点 P 的两组坐标之间存在下面的关系式:

$$\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\varphi, \\ y = r\sin\theta\sin\varphi, \\ z = r\cos\theta. \end{cases}$$

这一关系式称为**坐标变换式**，它给出了直角坐标系和球坐

标系之间的坐标变换关系. 这里的两个坐标系是相对静止的，在下一节中我们将要研究两个相对运动的坐标系之间的坐标变换.

显然，建立任何一个坐标系都必须有标准尺，因为坐标轴就是具有刻度的直线，而这些刻度必须在用标准尺度量之后才能刻出. 实际上，空间点的坐标就是用标准尺度量的 3 个空间量. 因此，空间点的位置也要用标准尺度量才能确定.

空时坐标

要确定一个事件，或者描述物体的运动，首先要确定一个参考系，并将一个坐标系与之固连. 在参考系中，除了有坐标系、标准尺以外，还要有一个标准钟，用来度量时间. 这就是说，**一个事件要由 4 个数** (x, y, z, t) 来确定. 前 3 个数 (x, y, z) 是事件的空间坐标，表明事件的空间位置；第 4 个数 t 是时间坐标，表明事件发生的时刻. 4 个数 (x, y, z, t) 称为事件的**空时坐标.**

一个质点的空间坐标随时间的变化规律叫作质点的**运动方程.** 设一质点沿 x 轴运动，它的运动方程就是函数关系式

$$x=f(t).$$

如果知道了这个函数的具体形式，就掌握了质点的运动规律. 例如，一质点自 $t=0$ 时由原点出发，沿 x 轴作匀速运动，速度为 v，它的运动方程就是

$$x=vt.$$

这一质点每时每刻所处的位置和它的运动状态完全由上面的运动方程确定.

质点在运动过程中，每一时刻 t 都有一确定的位置 (x, y, z)，即构成一事件 (x, y, z, t)．下一时刻它又到另一个位置，即对应于另一事件. 所以，**质点的运动可以看成是一系列连续发生的事件的集合.**

§ 5 伽利略变换

伽利略变换式的导出

设有两个参考系 S 和 S'，相互作匀速运动. 当 S' 系的三个空间坐标轴分别和 S 系的三个空间坐标轴对应重合时，把两个参考系的标准钟都调整到零点. 即 $t=t'=0$ 时两组坐标轴对应重合. S' 系相对于 S 系沿 X 轴方向运动，速度为 v. 一个事件 P，在 S 系中的空时坐标为 (x, y, z, t)，在 S' 系中的空时坐标为 (x', y', z', t'). 我们来寻求这同一事件 P 的两组坐标 (x, y, z, t) 和 (x', y', z', t') 之间的关系.

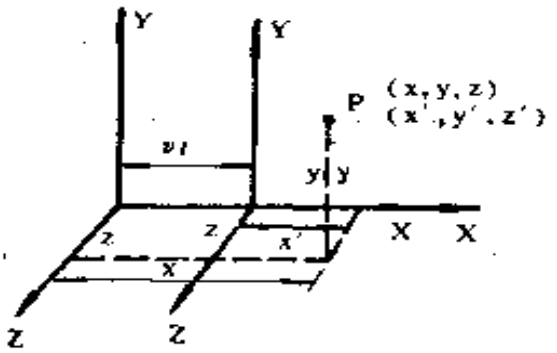


图 1—5

两个参考系沿 Y 轴方向和 Z 轴方向没有相对运动，只沿 X 轴方向才有相对运动（如图所示），所以有

$$y = y',\quad z = z'.$$

按照牛顿力学的时间概念，两个参考系的标准钟的快慢是完全一样的，开始时又统一调整了零点，所以对于任意事件都有

$$t = t'.$$

这是当然的，S 系的标准钟走过 5 秒时，S' 系的标准钟也走过 5 秒；S 系的钟走过 t 秒时，S' 系的钟也走过 t 秒 $(t' = t)$. 两个参考系的标准钟永远同步.

再看两个参考系的横坐标 x 和 x' 之间的关系. 显然，P 点在 S' 系的横坐标 x' 是 S' 系的观察者用自己的（S' 系的）标准尺度量的，而 vt 的长度是 O' 点相对于 S 系移动的距离，是 S 系的观察者用自己的（S 系的）标准尺度量的. 按照牛顿力学的空间概念，两个参考系中的标准尺是完全一样的，即 x' 和 vt 有相同的长度单位，是可以相加的. 这样，我们很容易得到 x 和 x' 之间的关系：

$$x = x' + vt,$$

或者写成

$$x' = x - vt.$$

至此，我们得到了两个相互做匀速运动的参考系观测同一事件所得到的两组空时坐标之间的变换关系：

$$\begin{cases} x' = x - vt & (1) \\ y' = y & (2) \\ z' = z & (3) \\ t' = t. & (4) \end{cases}$$

这就是著名的**伽利略变换式**.

伽利略变换集中地、全面地反映了经典的空间时间概念（即通常所说的经典时空观）．设有两个事件 P_1 和 P_2，它们在参考系 S 中的空时坐标分别为 P_1 (x_1, y_1, z_1, t_1)和 P_2 (x_2, y_2, z_2, t_2)，在 S' 系中的空时坐标分别为 P_1 (x_1', y_1', z_1', t_1')和 $P_2(x_1', y_2', z_2', t_2')$. 根据伽利略变换，很容易证明这两个事件的空间距离在两个参考系中观测是完全一样的，即 $l' = l$. 下面我们证明这一结论.

由伽利略变换可知，上述两个事件的两组坐标之间存在下面的关系式:

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 - vt \\ y'_1 = y_1 \\ z'_1 = z_1 \\ t'_1 = t_1 \end{cases}, \qquad \begin{cases} x'_2 = x_2 - vt \\ y'_2 = y_2 \\ z'_2 = z_2 \\ t'_2 = t_2 \end{cases}.$$

由此得到

$$x'_2 - x'_1 = x_2 - x_1$$
$$y'_2 - y'_1 = y_2 - y_1$$
$$z'_2 - z'_1 = z_2 - z_1.$$

所以

$$\sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2}$$
$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2},$$

上式即

$$l' = l.$$

这一结果表明，两个事件的**空间距离是绝对的**，无论静止观察者还是运动观察者观测，结果都是相同的. 同样，根据伽利略变换，很容易得到

$$t_2 - t_1 = t_2 - t_1.$$

这就是说，两个事件的**时间间隔也是绝对的**，和观察者的运动无关.

速度合成法则

假设一质点在 S' 系中沿 X' 轴作匀速运动，速度为 u'，它的运动方程为

$$x' = u't'.$$

我们可以根据伽利略变换求出这一质点在 S 系中的运动方程，从而求出 S 系测得这一质点的速度. 为此，将 $x' = u't'$ 代入伽利略变换式的第一个式子，得到

$$u't' = x - vt,$$

两端分别除以 t' 和 $t(t' = t)$，得到

$$u' = \frac{x}{t} - v.$$

式中的 $\frac{x}{t}$ 正是质点相对于 S 系的速度 u，所以上式可以写成

$$u' = u - v, \text{ 或者 } \quad u = u' + v.$$

这就是说，质点相对于 S' 系的速度 u' 加上 S' 系相对于 S 系的速度 v，等于质点相对于 S 系的速度 u. 这就是牛顿力学中的速度合成法则. 如果质点速度的方向不沿着

$X-X'$ 轴，用同样方法可以得到速度合成法则的三个分量形式，然后合成为矢量形式：

$$u'=u-v, \text{ 或者 } u=u'+v.$$

由上面的推导过程我们发现，速度合成法则是由伽利略变换得到的．因此，**它成立的前提仍然是**：运动的标准尺和静止的标准尺是完全一样的，运动的标准钟和静止的标准钟也是完全一样的．或者说，**空间是绝对的，时间也是绝对的；空间和时间是各自独立存在着的．**

§ 6　牛顿力学中的相对性原理

加速度变换式

在上一节中，如果所讨论的质点在 S' 系中不是作匀速运动，而是作初速度为 v_0'、加速度为 a' 的匀加速运动（仍然沿 x' 轴方向），则有

$$x'=v_0't'+\frac{1}{2}a't'^2.$$

那么，在 S 系观测，这一质点作什么运动呢？只要将上式代入伽利略变换式，便可得到质点在 S 系的运动规律：

$$x=vt+v_0't'+\frac{1}{2}a't'^2$$

$$=(v+v_0')t+\frac{1}{2}a't^2.$$

这里我们应用了伽利略变换的第（1）式和第（4）式．把上面这一运动方程和 S 系中的匀加速运动方程

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

比较，可以发现，

$$v_0 = v_0' + v,$$

$$a = a'.$$

这就是说，质点相对于 S 系也作匀加速运动，其加速 a 和相对于 S' 系的加速度 a' 是相等的，只是初速度不同（按速度合成法则合成）．换句话说，**对于伽利略变换，加速度是不变量．**

如果加速度的方向不沿 X—X' 轴方向，用同样方法可以得到加速度变换的矢量形式：

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}'.$$

质量变换式

在牛顿力学中，物体的质量是恒量，**在任何参考系中测量都是一样的，故有**

$$m = m' .$$

力的变换式

我们熟悉的相互作用力有几种：弹力、摩擦力、万有引力，等等. 原则上总可以用其中任一种力来量度其余各种力. 例如，弹力、摩擦力和万有引力都可以用弹力来量度；当然也都可以用万有引力或摩擦力来量度. 这样，我们只要讨论一种力的变换，就知道所有力的变换了. 下面讨论万有引力的变换.

S 系中两质点间的万有引力为

$$\boldsymbol{F} = G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}\boldsymbol{r}_{12}^0,$$

式中 $\boldsymbol{r}_{12}^0$ 表示沿着矢量 $\boldsymbol{r}_{12}$ 方向的单位矢量，$\boldsymbol{r}_{12}$ 是连接质点 m_1 和 m_2 的矢量；上式表示质点 m_2 对 m_1 的万有引力的大小和方向，先考虑万有引力的大小：

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}.$$

上式右端，G 为万有引力常数，是普适恒量；$m_1 = m_1'$，$m_2 = m_2'$，都是不变量. r_{12} 是两质点间的空间距

离，就是前面讨论过的 l. 我们已经证明，在伽利略变换下，$l = l'$，所以有 $r_{12} = r'_{12}$. 于是我们得到伽利略变换下力的大小的变换式:

$$F = F'.$$

这就是说，在 S 系和 S' 系观测，质点 m_1 和 m_2 之间万有引力的大小是相等的. 下面我们证明，力 $\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{F}'$ 的方向也是相同的.

设在 S 系中矢量 $\boldsymbol{F}$ 和 X 轴、Y 轴、Z 轴的夹角分别为 α、β、γ；在 S' 系中矢量 $\boldsymbol{F}'$ 和 X' 轴、Y' 轴、Z' 轴的夹角分别为 α'、β'、γ'. 则有

$$\cos\alpha = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

$$\cos\beta = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

$$\cos\gamma = \frac{z_2 - z_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}},$$

这三个式子的分子分别是矢量 $\boldsymbol{r}_{12}$ 在三个坐标轴上的投影（分量），分母是空间距离 r_{12}. 在 S' 系中，相应地有

$$\cos\alpha' = \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2}}$$

$$\cos\beta' = \frac{y'_2 - y'_1}{\sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2}}$$

$$\cos\gamma' = \frac{z_2 - z_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}.$$

由伽利略变换可以得到 $x_2 - x_1 = x_2' - x_1'$，$y_2 - y_1 = y_2' - y_1'$，$z_2 - z_1 = z_2' - z_1'$；$r_{12} = r_{12}'$，

即 $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

$= \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2}$. 所以

$$\begin{cases} \cos\alpha = \cos\alpha' \\ \cos\beta = \cos\beta' \\ \cos\gamma = \cos\gamma', \end{cases}$$

即力的方向不变. 这就是说，**在伽利略变换下，力的大小和方向都不变**:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}'$$

惯性参考系和非惯性参考系

在一个参考系中，如果牛顿运动定律成立，则这一参考系就叫作**惯性参考系**，简称**惯性系**.

根据上面的论证，在伽利略变换下，力$\boldsymbol{F}$，质量m，加速度$\boldsymbol{a}$都是不变量:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}',\quad m = m',\quad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}'.$$

由此可知，如果在 S 系中牛顿运动定律成立:

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a},$$

则在相对于 S 作匀速直线运动的参考系 S' 中牛顿运动定

$$\boldsymbol{F}' = m'\boldsymbol{a}'.$$

这就是说，如果 S 系是惯性系，则 S' 系也一定是惯性系. 因此，**只要有一个惯性系，就会有无限多个惯性系.** 凡是相对于惯性系作匀速直线运动的参考系都是惯性系.

通常，在地球上所做的力学实验都很好地符合牛顿运动定律. 所以，固连于地球的参考系是很好的惯性系. 当然，地球有自转和公转运动，但是对于地面上的绝大多数力学实验来说，它们产生的影响可以忽略不计.

在加速运动的列车上做一个力学实验：在一光滑的水平桌面上放一小球，小球在水平方向上不受任何力的作用，它却加速运动(加速度的方向和列车前进方向相反). 不受力的作用的物体却有不为零的加速度，这显然不符合牛顿运动定律. 加速运动的列车上的参考系不是惯性系. 或者说，相对于惯性系（如地球）加速运动的参考系不是惯性系. 类似的，转动参考系也不是惯性系. 通常，把这些牛顿运动定律在其中不成立的参考系叫作**非惯性参考系，简称非惯性系.**

相对性原理

由前面的讨论可知，在惯性系 S 中牛顿定律的数学形式（$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$）和在惯性系 S' 中牛顿定律的数学形式（$\boldsymbol{F}'=m'\boldsymbol{a}'$）是相同的. 惯性系 S 和 S' 之间的变换为伽利略变换. 由此可以总结出一个结论：

牛顿运动定律的数学形式在所有惯性系中都是相同

的. 或者说，牛顿运动定律的数学形式在伽利略变换下是不变的. 这就是牛顿力学中的**相对性原理**.

由于任何力学实验的结果都遵守牛顿运动定律，所以相对性原理还可以用另外的几种说法表述出来:

(1) 在任何两个惯性系中做同一个力学实验都会得到相同的实验结果.

(2) 用任何力学实验都无法将两个惯性系区分开.

(3) 对于描述力学现象，所有的惯性系都是平权的.

采用上面表述中的哪一种都可以.

牛顿力学中的相对性原理消除了"绝对静止"和"绝对运动"的概念，将它们代之以相对静止和相对运动的概念. 要确定一个物体的空间位置和它的运动状态，首先要确定一个参考系，否则谈一个物体的空间位置、运动还是静止、速度有多大……都是毫无意义的. 这就是说，运动和静止都是相对的 (视参考系而定)，不是绝对的. 但是运动的规律却是绝对的——对于所有的惯性系都是相同的. 两者统一于伽利略变换.

相对性原理虽然消除了"绝对静止"和"绝对运动"的概念，但却仍然保留着"绝对空间"和"绝对时间"的概念. 在下一章中将详细讨论这一问题. 在那里我们将看到，正是这些绝对的概念导致了经典物理学 (牛顿力学和经典电磁学) 的不可克服的困难. 伟大的物理学家爱因斯坦最终突破了经典力学空间时间概念的束缚，开辟了崭新的近代物理领域.

第二章
狭义相对论中的空间和时间

经典力学的空间时间概念集中反映在伽利略变换中．由伽利略变换直接得到了速度合成法则．按照这样的空间时间概念，任何物体运动的速度在两个惯性系中测量都应符合速度合成法则．假设前面讨论的不是一个运动质点，而是一束光波的波前，它相对于 S 系的传播速度为常数 c．那么，这束光相对于 S' 系的传播速度就应该是 $c-v$，不再是 c．但是精确的电磁学实验却否定了这一结论；同一束光（电磁波）在任何参考系中观测其速度都等于 c．于是，经典物理学中的两大部分——经典力学和经典电磁学发生了矛盾．或者说经典物理学出现了危机．绝大多数物理学家为此而忧虑．有些物理学家在经典物理学的框架内尝试着对已有的理论进行局部的、形式上的修正，但都未能成功．伟大的物理学家爱因斯坦突破了经典物理学的框架，创立了近代物理中的一个新理论——狭义相对论，从而彻底消除了上述矛盾，使力学和电磁学重新统一起来．

§ 1　经典物理学的困难

经典电磁学的结论

在经典物理学中，正如牛顿运动定律能够描述所有的力学现象一样，麦克斯韦方程组可以描述所有的电磁现象．麦克斯韦方程组证明（预言）了电磁波的存在，并证明（预言）电磁波在真空中的传播速度为

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\approx 2.997924580(12)\times 10^8\ (\text{米}/\text{秒}).$$

式中 ε_0 和 μ_0 分别为真空的电容率和磁导率，它们的数值由实验测定．这一电磁波的传播速度恰好与真空中光的传播速度相等．人们很快就证明了光就是电磁波．电磁波（光）传播速度的大小与传播方向无关，即沿任何方向传播的速度都等于 c，与光源的运动无关；而且在任一惯性系中都可以得到同样的结论：光速各向同性，大小都等于 c．人们所做过的所有光学和电磁学实验都跟这一结论一致，无一例外．科学家所做的实验是足够精确的（比如迈克尔逊实验），如果不同参考系测得同一束光的速度稍有不同，实验就肯定会显示出来．**一系列精密的实验都证实了光速各向同性、在各个参考系中都等于 c.**

经典力学和经典电磁学的矛盾

直到 19 世纪末，人们一直认为经典力学的概念和经典电磁学的结论全都是正确的，因为在此之前它们都是久经检验的. 但是下面我们将看到，在光的传播速度问题上，两者却是势不两立的.

如本章开头所述，按照经典力学的空间时间概念（伽利略变换），光在两个参考系 S 和 S' 中的传播速度应该遵守速度合成法则. 假设光在 S 系中传播是各向同性的，大小都等于 c，则在 S' 系中便不再各向同性：沿两个参考系相对速度 v 方向传播的光，速度应为 $(c+v)$；沿相反方向传播的光的速度则为 $(c-v)$. 这就是说，沿 x 轴传播的光，在 S 系中测得速度为 c，在 S' 系中就不可能还等于 c. 换言之，电磁现象的规律（麦克斯韦方程组）只能在一个特殊的惯性系中成立，不能在所有的惯性系中成立，电磁现象不符合相对性原理. 这跟前面讲过的电磁学的结论是完全相反的. 于是，经典物理学的两大部分（经典力学和经典电磁学）之间发生了不可调和的矛盾.

爱因斯坦的选择

要解决经典力学和经典电磁学的矛盾，摆在我们面前的有两个方案，我们只能选择其中的一个. 第一个方案是承认电磁学的结论：光速在任何惯性系中都是各向同

性的，大小都等于 c，电磁现象（麦克斯韦方程组）符合相对性原理；同时认定经典力学的速度合成法则是必须放弃的．第二个方案是承认速度合成法则（伽利略变换）正确，同时否定电磁学的（理论和实验的）结论——在不同惯性系中光速不变．简言之，在速度合成法则和光速不变这两者之间，只能有一个是正确的，另一个是不正确的，必须舍弃．

直到 20 世纪初，几乎所有的物理学家都未能做出这一选择，他们认为两者都是正确的，不肯舍弃其中任何一个．1905 年，伟大的物理学家爱因斯坦完成了这一突破——选择了上述第一方案．这就是说，经典力学的速度合成法则（伽利略变换）是不可靠的，必须舍弃．下面让我们审查速度合成法则成立的依据，看其是否可靠．

假设一轮船以 2 米 / 秒的速度行驶，船上一运动员以 1 米 / 秒的速度沿着船前进方向（相对于船）行走．参考系 S 固连于海岸，S' 系固连于船．按照速度合成法则，人相对于岸的速度为

$$u = v + u' = 2\text{米}/\text{秒} + 1\text{米}/\text{秒} = 3\text{米}/\text{秒}$$

我们再仔细分析一下写成上面等式所根据的空间时间概念，要步步都有科学根据才行．



图 2—1

上式中的 2 米／秒是海岸上的观察者测得的船相对于岸的速度，用岸上（S 系）的标准钟记录时间（每 1 秒），用岸上（S 系）的标准尺测量船移动的距离（2 米）；而上式中的 1 米／秒却是船上（S' 系）的观察者测得的运动

员相对于船的速度，用船上(S'系)的标准钟记录时间(每一秒)，用船上的标准尺测量人在船上走的距离(1 米). 所以上式更清楚的写法应该是

$$u = v + u' = 2\text{ 米}/\text{秒} + 1\text{ 米}'/\text{秒}' = 3\text{ 米}/\text{秒}.$$

显然，这个式子成立必须要有两个先决条件：(1) S 系的标准钟指示的 1 秒钟和相对于它运动的 S' 系的标准钟指示的 1 秒钟是相等的，(2) S 系的 1 米和相对于它运动的 S' 系的 1 米是一样长的. 否则上面的 2 和 1 无法相加. 比如，2 尺加 1 寸怎能等于 3 尺呢？那么，为什么一个静止的标准尺（1 米长）运动起来以后还是 1 米长呢？为什么一个静止的标准钟在运动起来以后它的快慢不会改变呢？这些结论的科学根据是什么？人们把全部物理学的、哲学的知识都用上也找不到科学根据. 但是人们确信“应该是这样的”，“肯定是这样的”. 我们说这类概念是经验的而不是科学的. 人们把这些经验的概念作为公理，找不到科学根据就相信了它们的“正确”性.

再看看与经典力学的时间空间概念势不两立的另一方——光速不变（光在任何惯性系中都是各向同性的，且大小都等于 c). 所有的电磁学实验（包括具有足够精度的、在不同时间和不同惯性系中进行的）都证明了这一结论的正确性. 因此，这一结论应该是科学的.

基于上面的分析，爱因斯坦确立了两条基本原理（新理论的依据）——光速不变原理和狭义相对性原理，从而建立了崭新的理论——狭义相对论，开辟了近代物理的新领域.

§ 2 狭义相对论的基本原理

光速不变原理

这一原理的内容是：在任何参考系中，光沿任何方向的传播速度都等于 c（真空情况）. 或者说光的速度与光源的运动无关.

狭义相对性原理

这一原理是经典力学中的相对性原理的推广. 经典力学的相对性原理是说在不同的惯性参考系中观测同一个力学现象（力学实验），得到完全相同的结果. 比如，在某一个惯性参考系中，一个质量为 m 的物体在恒力 F 的作用下产生的加速度为 a. 那么，在任何一个惯性参考系中观测这一物体的运动都会得到同样的结果：它在力 F 的作用下产生等于 a 的加速度. 但是经典力学中的相对性原理局限于力学现象，不包括电磁现象. 按照经典力学的空间时间观念，即按照伽利略变换，电磁现象（包括光现象）是不可能符合相对性原理的. 上节已经指出，如果光（电磁波）在一个惯性参考系中传播速度等于 c，则在另一惯性参考系中就不等于 c. 跟牛顿力学方程 $F=ma$ 不同，电磁现象遵守的麦克斯韦方程（其中含有光速）只能在一个特定的惯性参考系中成立，在另一

个惯性系中就不再成立．这违背相对性原理．

有了光速不变原理，这一矛盾就解决了——我们把光速不变原理做为依据，与这一原理相违背的概念都是不对的而不再作为依据．这就是说，电磁现象同样符合相对性原理，而经典力学的空间时间概念是不对的．这样，我们就可以把相对性原理推广到包括电磁现象的领域：在任何一个惯性参考系中，做同一个实验，无论是力学的还是电磁学的，都会得到完全相同的结果．这就是**狭义相对性原理**．

狭义相对性原理还可以换几种说法，意思都是一样的．一种说法是，任何物理定律（无论力学的还是电磁学的）、在任何惯性系中都是相同的；另一种说法是，用任何物理实验（无论力学的还是电磁学的）都不可能把两个惯性参考系区分开；还有一种说法：对于所描述的任何物理现象，所有的惯性参考系都是平权的．

爱因斯坦决定舍弃伽利略变换式，这一决定是非常大胆的．因为伽利略变换式中包含着“公理式的”时间空间概念．这些概念是经过千百年来人们生活经验的总结所形成的，在人们的头脑中是根深蒂固的．爱因斯坦同时代的物理学家不曾有任何一个人怀疑过这些“公理式的”概念．要改变它们当然是极不容易的，因此可以预想到，狭义相对论将导出许多人们无法接受的“离奇的”结论．但它们却是科学的．科学的和经验的毕竟是两个本质不同的概念．

人们的经验往往是有局限性的，是粗糙的．19 世纪以前，人们所观察到的运动，其速度远小于光速．在这

样特殊（局限）的条件下，伽利略变换式是正确的．但是当物体运动的速度接近光速时，伽利略变换式就不正确了．因此，作为理论上更普遍的关系式，伽利略变换式是没有资格的，是必须舍弃的．

为了说明狭义相对论所导出的概念的“离奇”，在此粗略地讨论一下“同时”、“早晚”等常遇到的空间时间概念．我们的根据是狭义相对论的基本原理．

先讨论一下“同时”的概念．

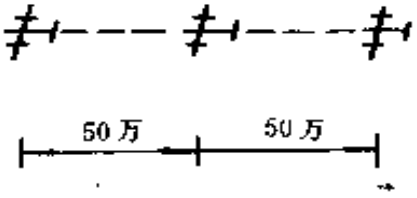


图 2–2

设在一次空战中的某一时刻，有两架敌机与我机成一直线飞行．地面上的观察者量得，一架在我机之前，与我机相距 50 万千米；另一架在我机之后，与我机相距 50 万千米，如图 2–2 所示．已知三架飞机的飞行速度都是 20 万千米／秒．此刻我机驾驶员一按电钮，同时向前后各发射一激光炮．设 S 系固连于地面，S'系固连于飞机．

在 S' 系观察，根据光速不变原理，两束激光的速度都是 30 万千米／秒．两架敌机静止不动，而我机又位于两敌机连线的中点，所以两架敌机同时被摧毁．就是说，第一架敌机被摧毁和第二架敌机被摧毁**这两个事件是同时发生的**．可是在 S 系观察结果就不同了．根据光速不变原理，在 S 系中，两束激光的速度也都是 30 万千米／秒，一束向前，另一束向后，同时两架敌机也在运动．我们考虑向前发出的激光和前一架飞机的运动．在 S 系观察，飞机前进的速度是 20 万千米／秒，而激光前进的速度是 30 万千米／秒．因此，激光发射后，

经过$\frac{50}{30-20}=5$秒钟，第一架敌机被摧毁．再考虑向后发射的激光和后一架敌机的运动．在S系观察，敌机是迎向激光的．因此，经过$\frac{50}{30+20}=1$秒钟，第二架敌机被摧毁．这就是说，**第一个事件和第二个事件不是同时发生的**：第二个事件比第一个事件早发生4秒．

本例说明，“同时”的概念是相对的．即同样两个事件，在某一个参考系中观察是同时发生的，在另一个参考系中观察则可能不是同时发生的．换句话说，要说两个事件是同时发生的还是不同时发生的，必须首先指出相对于哪个参考系，否则是毫无意义的．

下面再讨论“早晚”的概念．在上例中，假设激光炮的发射装置出了点故障：地面上的观察者测得，按动电钮时，向前的一束激光即刻射出，而向后的一束推迟一秒射出．在S'系中观察，第一架敌机被摧毁较第二架敌机被摧毁早发生1秒．而在S系中观察，第二架敌机被摧毁却较第一架敌机被摧毁早发生3秒．这就是说，同样两个事件，S系观察结果是第二事件比第一事件早些；而S'系观察结果相反：第一事件比第二事件早些．

上面的分析表明，**“早些”和“晚些”的概念也都是相对的**．

本节中所进行的计算都是定性的，但这并不影响所得结论(关于“同时”,“早晚”)的正确性.在第§5节之后，读者可再行验算.

在这里，读者可能提出这样的问题：是否存在这样一

些事件，它们的发生，在任何惯性系观察都是同时的？又是否存在这样一些事件，它们发生的先后次序（“早些”或“晚些”）是绝对的？回答是：这两类事件都存在．读者可在读了§5和§9之后自己解决这一问题．

§3 动钟延缓和动尺缩短

在前一节中我们已经看到，只要承认狭义相对论的基本原理，就必然得到一系列与人们头脑中已有的经典空间时间概念相抵触的新结果．如“同时”的相对性等．通常人们认为“同时”的概念是绝对的，即如果一个惯性系观察到两个事件（不同地点）同性发生，则任何惯性系都应得到同一结论：这两个事件是同时发生的．现在，根据狭义相对论，结果就不同了．比如两个小孩出生这两个事件，一个发生在中国，另一个发生在罗马尼亚．如果在一个惯性系（如地球上的）得到“小孩甲和小孩乙同年龄”的结论，则在另一惯性系（如某一飞船上的）便会得到“甲比乙年龄大”的结论；而在其它惯性系还会得到“甲比乙年龄小”的结论．只要我们坚信狭义相对论的基本原理是有坚实的科学基础的，就会接受这些看来似乎很离奇的结论．人们所以感到它们离奇，是因为头脑中固有的空间时间概念仍是经典的，而这些经典的概念是不科学的（对于高速运动，它们是无科学根据的）．

下面讨论相对论的运动学效应．为了突出物理思想，使读者紧紧抓住相对论的基本原理，尽快地理解它们，接受它们，这里不引入更多的数学公式，而是直接应用狭义相对论的两条基本原理，由具体例子的分析，得到普遍的结论．

动钟延缓

我们分析这样一个例子：在一次空战中的某一时刻，竖直方向上有我机一架和敌机一架．两机等速同向飞行，速度为 v．我机向敌机发出雷达信号进行侦察．设固连于飞机的坐标系为 S' 系，固连于地面的坐标系为 S 系．两架飞机相对静止，当然同属于 S' 系．S 系的标准钟为 C，S' 系的标准钟为 C'．现在我们根据光速不变原理来判断两个钟的快慢是否相同．

雷达信号的往返路径在 S 系和 S' 系是不同的．如图 2–3 所示．首先，我们注意到，在竖直方向上 S 系和 S' 系没有相对运动．这就是说，可以认为在竖直方向上两个系相对静止，因此两系测得的竖直方向的距离是相同的，即图中的 $l=l'$．

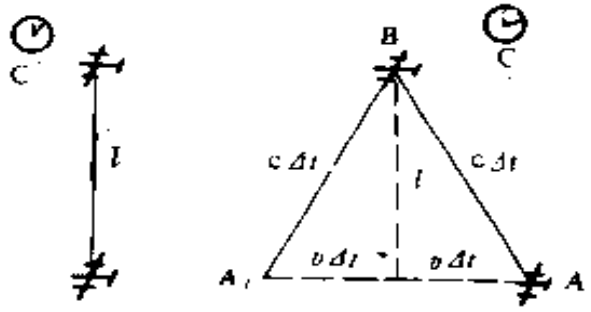


图 2–3

我们把雷达信号自我机发出称为第一个事件，把雷达信号到达敌机、反射后抵达我机称为第二个事件，钟 C'

指示的这两事件时间间隔为 $2\Delta t'$，钟 C 指示的时间间隔为 $2\Delta t$. 由于光速各向同性，雷达信号"往"和"返"所经历的时间是相等的. 由图 2–3 (a) 可知

$$l' = l = c\Delta t' \tag{1}$$

图 2－3 (b) 表示 S 系观察的情形：当雷达信号到达敌机 B 时，敌机和我机都已在水平方向上前进了 $v\Delta t$ 的距离；当信号由敌机返回我机时，敌机和我机又前进了 $v\Delta t$ 的距离．因此，在 S 系观察，雷达信号的路径是一等腰三角形的两腰，而我机的路径是这个三角形的底边．根据光速不变原理，雷达信号走过两腰的速度都是 c. 于是腰长为

$$AB = c\Delta t, \tag{2}$$

底边长为

$$AA_1 = 2v\Delta t\ . \tag{3}$$

在图中的直角三角形中应用勾股定理，得到

$$c^2\Delta t^2 = l^2 + v^2\Delta t^2.$$

将 (1) 式代入上式，得到

$$c^2\Delta t^2 = c^2\Delta t'^2 + v^2\Delta t^2,$$

即

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \tag{4}$$

或者

$$\Delta t' = \sqrt{1 - v^2/c^2}\,\Delta t. \tag{4a}$$

由上式可见 $\Delta t' < \Delta t$. 这一结果表明，同样两个事件的时间间隔，钟 C' 的读数小于钟 C 的读数．比如，钟 C 走了 15 秒而钟 C' 才走了 10 秒．于是 S 系得到结

论：运动的时钟变慢了．因为在 S 系观察，钟 C 是静止的，而钟 C' 是运动的．

式（4a）就是著名的**动钟延缓式**．动钟延缓也常称为**时间膨胀**．由上面的论证可见，动钟延缓是光速不变原理的必然结果．

容易看出，如果将 S 系和 S' 系的位置倒过来讨论，即在 S' 系观察，将同样发现动钟 C 比静钟 C' 慢了，也得到动钟延缓的结论．这正是相对性原理所要求的：C 发现 C' 变慢了，而 C' 发现 C 变慢了，慢的因子都是 $\sqrt{1-v^2/c^2}$．

上面的推导和论证，虽然结合了一个例子，但得到的是两个惯性系中时钟快慢的关系．因此，该结论是普遍成立的．

还应该说明一点，图 2－3（b）中，我们把三角形底边的长大大地夸大了．通常，飞机飞行速度 v 远小于光速 c（通常用符号表示为 $v \ll c$）．因此，三角形的底边应是非常短的，以致于无法画出．此时 Δt 和 $\Delta t'$ 的差别可以略去．这可以从图中看出，也可以由（4）得到（此时 $\sqrt{1-v^2/c^2} \approx 1$）．

动尺缩短

在前面所讨论的例子中，假设地面上有一钢棒，一端在 A 处，另一端在 A_1 处．S 系观察飞机自棒的一端 A 飞至棒的另一端 A_1，所经历的时间为 $2\Delta t$．已知飞机的速度为 v，因此 S 系测得棒长为

$$l = 2v\Delta t \tag{5}$$

在 S' 系中观测同一棒的长度，发现棒以速度 $(-v)$ 运动．S' 系测得棒经过飞机的时间为 $2\Delta t'$，故棒的长度为

$$l' = 2v\Delta t'. \tag{6}$$

将式 (4a) 代入 (5) 和 (6)，得到

$$l' = l\sqrt{1 - v^2 / c^2}. \tag{7}$$

上式中的 l 是观测者与棒相对静止时测得的长度，l' 是棒相对于观测者运动时测得的长度．因此，当棒相对于一观察者沿其长度方向运动时，观察者测得棒的长度是相对静止时测得的长度的 $\sqrt{1 - v^2 / c^2}$ 倍．式 (7) 就是著名的**动尺缩短式**．

显然，动尺缩短也是光速不变原理的必然结果．

人们在日常生活和经典力学实验中所观察到的物体运动的速度都满足关系式

$$v \ll c, \tag{8}$$

这时式 (4a) 和 (7) 成为

$$\Delta t' = \Delta t,\quad l' = l. \tag{9}$$

即时间是绝对的，长度也是绝对的．这就是人们坚信经典力学的绝对时间、绝对空间和对动钟延缓、动尺缩短等概念感到离奇的原因．当条件 (8) 不满足时，就只能应用狭义相对论而不能应用经典力学理论了．

由推导过程不难看出，式 (7) 是普遍成立的．

§ 4　相对运动的钟的同步

在同一个惯性系中，各处都放上标准钟. 由于这些钟是相对静止的，所以完全可以像经典力学中的情况一样，把这些钟都调整同步. 即当一个指零时，所有的都指零；当一个指 t 时，所有的都指同一个 t.

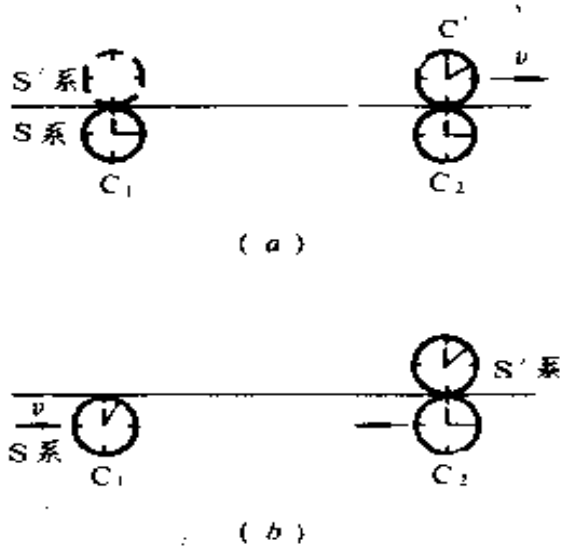


图 2—4

我们在图 2－4 (a) 中 (S 系观察)，画出了 S 系的两个钟 C_1 和 C_2，它们都是同步的. 设有一钟 C' 相对于 C_1 以恒定的速度 v 运动. 当 C' 和 C_1 相遇时将两者调整同步 ($t=t'=0$)，此时 S 系观察三个钟都指零 ($t_1=t_2=t=t'=0$). S' 系固连于钟 C'.

经过一段时间后，钟 C_1 和 C_2 指示时间 t，而 C' 指示时间 t'. S 系发现 C' 较 C_2 慢 (动钟延缓)：

$$t'=t_2\sqrt{1-v^2/c^2} \tag{10}$$

上式中的 t_2 就是在 S 系中观察到的 S 系所有钟指示的共同时间 t.

下面我们在 S' 系中观察，如图 2－4（b）所示．当 C_2 和 C' 相遇时，两者都能看到对方的指数，当然 C' 也得到了同一结果（10）．但是 C' 不认为 S 系的钟（动钟）变快了，因为它从未和 C_2 对过零点，它只和 C_1 对过零点．S' 系认为只有 C_1 的快慢才能和 C' 相比较．S' 系发现 C_1 比 C' 慢了（动钟延缓）：

$$t_1 = t = t'\sqrt{1 - v^2 / c^2} \tag{11}$$

这正是相对性原理的要求．这就是说，式（10）和（11）必须同时成立．由此得到，在 S' 系观察时，一定发现 S 系的两个钟 C_1 和 C_2 不同步：

$$t_2 - t_1 = \frac{t'}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} - t'\sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

$$= \frac{t' \cdot \frac{v^2}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

$vt' = l'$ 恰为 S' 系测得的 C_1 和 C_2 之间的距离，代入上式得

$$t_2 - t_1 = \frac{\frac{v}{c^2} \cdot l'}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \tag{12}$$

任何一个惯性系的观察者都会发现，相对于该系运动的另一惯性系中各处的标准钟是不同步的，其时间差由上式给出．式（12）是普遍成立的．

例 1　用地球上的标准钟测量，一架以 600 米 / 秒的速度飞行的飞机需经过多长时间，其上的标准钟才能慢两微秒？

解　设两钟开始记时的时刻为 $t = t' = 0$．由动钟延

缓式得

$$t' = t\sqrt{1 - v^2 / c^2} \approx t\ (1 - 2 \times 10^{-12})$$

即

$$t - t' = 2 \times 10^{-12} t$$

所以

$$t = \frac{t - t'}{2 \times 10^{-12}} = \frac{2 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-12}} = 10^6 \text{ (秒)}$$

$$\approx 11.6 \text{ (天)}$$

本题的结果表明，在通常速度下，相对论效应是很小的。

例 2　一束 π 介子以 $0.8c$ 的速度离开一个加速器. 试计算 π 介子衰变一半时所经过的距离. 已知 π 介子的半衰期（即全部粒子衰变一半所经过的时间）是 1.8×10^{-8} 秒.

解　半衰期 1.8×10^{-8} 秒是在相对于 π 介子静止的坐标系中测得的. 从实验室坐标系观测，由于动钟延缓效应，半衰期应为

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = \frac{1.8 \times 10^{-8}}{\sqrt{1 - 0.8^2}} = 3 \times 10^{-8} \text{ (秒)}$$

所以飞行距离为

$$d = v\tau = 7.20 \text{ (米)}$$

以上结果也可以由固连于 π 介子的 S' 系计算. 设 π 介子通过距离 d'，根据动尺缩短式有

$$d' = d\sqrt{1 - v^2 / c^2} = 0.6d$$

飞行时间是

$$\tau_0 = \frac{d'}{v} = \frac{0.6d}{v}$$

所以

$$d=\frac{v\tau_0}{0.6}=\frac{0.8\times 3\times 10^8\times 1.8\times 10^{-8}}{0.6}=7.20(\text{米})$$

所得结果与前面的计算一致.

§ 5 洛伦兹变换代替伽利略变换

由上一节的讨论我们已经看到，在一般情况下，条件 $v\ll c$ 不满足，经典力学中的绝对时间和绝对空间的概念要舍弃，伽利略变换要舍弃．新的空间时间概念包含在动钟延缓式（4a）、动尺缩短式（7）和时钟同步式（12）中．它们都是直接由狭义相对论的两条基本原理得到的．

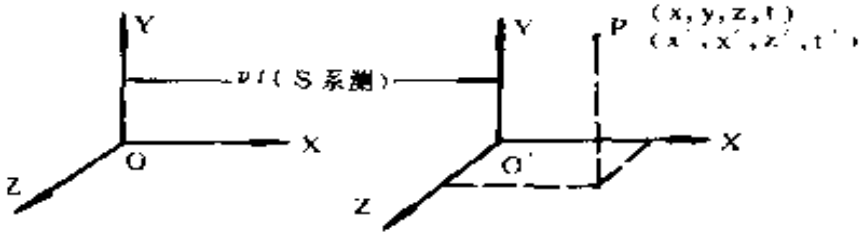


图2－5

下面我们根据上一节所得到的结果，即 (4a),(7) 和 (12) 写出代替伽利略变换的新的变换式——洛伦兹 (Lorentz) 变换式．如图 2－5 所示，两个惯性系 S 和 S' 同时观测同一事件 P．这一事件在两个系中的空间坐标和时间坐标（即发生的时刻）分别为 (x, y, z; t) 和 (x', y', z'; t')．我们的目的是根据新的原理（即上述三个式子），将 x', y', z' 和 t' 用 x, y, z 和 t 表示出

来，以代替伽利略变换．

设 S' 系相对于 S 系以速度 v 沿 x 轴方向运动，坐标轴对应重合的时刻取作 $t=t'=0$．S 系经历时间 t 后，$OO'=vt$.

事件 P 在 S' 系的横坐标为 x'，但是不能简单地写成 $x=vt+x'$．因为 x' 是用 S' 系的尺测量的结果，而 x 和 vt 都是用 S 系的尺（和钟）测量的结果．S 系发现 S' 系中的长度 x' 缩短了一个因子 $\sqrt{1-v^2/c^2}$．因此，S 系测得这一长度为 $l=x'\sqrt{1-v^2/c^2}$．于是有

$$x=vt+x'\sqrt{1-v^2/c^2}$$

或者写成

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{1}$$

S 系测得，S' 系中位于 O' 处的钟和位于 (x',y',z') 处的钟是不同步的．按照上节中式 (12)，两者的时间差为

$$t'_0-t'=\frac{\frac{v}{c^2}\cdot l}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

式中 $l=x'\sqrt{1-v^2/c^2}$ 是在 S 系测得的线段 x' 的长度．将 l 的表达式代入上式得

$$t'_0=t'+\frac{vx'}{c^2} \tag{2}$$

另外，O' 处的钟 C' 和 O 处的钟 C 是调整过零点的 $(t=t'=0)$，于是 S 系可写出动钟延缓式：

$$t'_0=t\sqrt{1-v^2/c^2} \tag{3}$$

将上式代入（2），得到

$$t=\frac{t'+\frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{4}$$

将（1）代入上式，解出t'得

$$t'=\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{5}$$

此式也可直接由相对性原理得到：当把（4）中全部带撇的（S'系的）量与不带撇的（S系的）量对换时，只要将式中的v换成（$-v$）即可.

我们已经得到洛伦兹变换式中的两个：（1）式和（5）式，剩下的两个就更简单了. 由于S'系和S系在y（y'）方向及z（z'）方向没有相对运动，因此有$y=y'$，$z=z'$. 至此，我们轻而易举地得到了全部**洛伦兹变换式**：

$$\begin{cases} x'=\dfrac{x-vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \\ y'=y \\ z'=z \\ t'=\dfrac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{cases} \tag{6}$$

如果要求由S'系向S系变换时的变换式，只要根据相对性原理，将上式中所有带撇的量都对应地换成不带撇的量，将所有不带撇的量都对应地换成带撇的量，同

时将 v 换成 $(-v)$：

$$\begin{cases} x=\dfrac{x'+vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \\ y=y' \\ z=z' \\ t=\dfrac{t'+\dfrac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{cases} \tag{7}$$

(7) 也可以由 (6) 用代数方法把 x，y，z 和 t 当作未知数求得.

§ 6 洛伦兹变换的另一种推导方法

如前节所述，设同一事件 P 在两个惯性系 S 和 S' 中的空间和时间坐标分别为 (x, y, z, t) 和 (x', y', z', t'). 我们的目的是根据狭义相对论的基本原理求出两组量 (x', y', z', t') 和 (x, y, z, t) 间关系式的具体形式，已知量是光速 c 和两个惯性系的相对速度 v.

仍设两系各坐标轴对应重合时开始计时:

$$t=t'=0 \tag{1}$$

假设恰在此时，在坐标原点打一火花. 显然，火花的波阵面在 S 系和 S' 系中 (沿 x 轴和 x' 轴方向) 满足

$$x=ct,\quad x'=ct' \tag{2}$$

写出上式的根据是光速不变原理．我们应尽量寻找带撇的量和不带撇的量之间的已知关系式，这样才有可能确定变换的具体形式．为此，可以在 S 系中写出 O' 点的运动方程:

$$x = vt,\quad x' = 0 \tag{3}$$

上式表明，当量 $x' = 0$ 时，量 $(x - vt)$ 必须等于零．这样的两个量 x' 和 $(x - vt)$ 之间的关系可能是下列诸种之一:

$$x' = k\ (x - vt)\ ,\quad k = 常数 \tag{4a}$$

$$x' = k\ (x - vt)^n,\quad n > 0,\quad n \neq 1 \tag{4b}$$

$$x' = k_1 \sin[k_2(x - vt)], \tag{4c}$$

$$\vdots$$

显然，只有 (4a) 符合相对性原理．因为其余诸式的逆变换式不可能与原变换式具有相同的形式；而相对性原理要求两者具有完全相同的形式，只是将 v 换成 $(-v)$．这样，由 (4a)，根据相对性原理得到

$$x = k\ (x' + vt') \tag{5}$$

将上式两端与 (4a) 两端对应相乘，并将 (2) 代入，得到

$$c^2 = k^2\ (c^2 - v^2)$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \tag{6}$$

将上式代入 (4a) 和 (5)，得到

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \tag{7}$$

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \tag{8}$$

由以上二式消去x'，解出t'，得到

$$t'=\frac{t-\frac{v}{c^2}\cdot x}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{9}$$

式（7）和（9）就是洛伦兹变换的第一式和第四式．第二式和第三式以及逆变换式可以很容易地得到，不再重复．

§7 洛伦兹变换的物理意义

长度的测量

我们应该怎样测量一根刚棒的长度呢？首先，选定一个坐标系，把刚棒放在坐标轴上．通常，刚棒是静止于坐标轴上的，即刚棒两端的坐标x_1和x_2不随时间变化．这样，我们什么时间去读坐标x_1，什么时间去读x_2都可以．所得到的坐标差$x_2-x_1=l_0$就是刚棒的长度．说得确切些，这是**刚棒静止时的长度**．

当刚棒与坐标轴平行放置，而且以速度v沿x轴相对于S系运动时，它的长度怎样测量呢？这时棒两端的坐标x_1和x_2都是随时间变化的．我们规定，必须在同一时刻t去读两个坐标x_1和x_2，x_2-x_1才是运动刚棒的长度．如果不同时去读，所得的x_2-x_1就不是刚棒的长度了．

设惯性系S'固连于运动的刚棒．在S'系中，刚棒两端的坐标x'_1和x'_2是不随时间变化的，此时$x'_2-x'_1$

也等于棒的静止长度．由相对性原理可知，此时的 $x_2'-x_1'$ 应等于棒静止于 S 系时的长度 l_0．由洛伦兹变换可以写出

$$x_1'=\frac{x_1-vt_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$x_2'=\frac{x_2-vt_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

两式相减，得到

$$x_2'-x_1'=\frac{(x_2-x_1)-v(t_2-t_1)}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (1)$$

按照上面的规定，在同一时刻 $t=t_1=t_2$ 去读两个坐标 x_1 和 x_2，所得的 x_2-x_1 才是运动刚棒的长度 l．将 $t_1=t_2$ 代入上式，得到

$$x_2-x_1=(x_2'-x_1')\sqrt{1-v^2/c^2}$$

或者写成

$$l=l_0\sqrt{1-v^2/c^2}$$

这正是前面讲过的动尺缩短式．

由上面的讨论可以看出，当棒相对于观察者静止时，测得的长度最大，为 l_0．当棒相对于观察者（沿长度方向）以速度 v 运动时，测得的长度小于 l_0．当 $v\to c$ 时，$l\to 0$．

应注意，上述缩短完全是相对的．S 系测量运动的棒的长度，发现它比静止时缩短了．如果反过来，钢棒静止于 S 系中，S' 系测其长度，同样发现它比静止时缩短了．两个惯性系完全是平权的，不存在绝对的缩短．

还应请读者注意，上面所说的“测量”一词，不能说

成“看”. 当我们用眼睛看物体时，从物体发出的光同时到达眼睛的视网膜上成像，这就是说，这些光不是从物体的各点同时发出的. 因此，这就与本节强调的“同时测量”条件不同. 显然，离眼睛远一些的点发光要早一些，才能和离眼睛近一些的点发出的光同时到达眼睛的视网膜上. 这种光学效应和上述洛伦兹收缩（动尺缩短）的总效果，是使我们看到，一个横向运动的球体仍然是一个球体，而不是一个扁球. 所以，我们在讲相对论的运动学效应（动尺缩短）时，不应该讲“看”，而应该讲“观测”或“测量”. 因为“看”到的是上述总效果.

我们所讲的动尺缩短（或称洛伦兹收缩），纯粹是一种相对论的运动学效应，即运动对空间距离的影响. 这是一种普遍的效应，而不是一种与刚棒的物质结构有关的特殊的动力学效应.

时间的测量

我们知道，在相对论出现之前，人们认为时间是绝对的. “同时”,“早”、“晚”,二事件的“时间间隔”等概念都是绝对的. 相对论出现以后，这些含于伽利略变换中的基本概念发生了根本变化. 我们曾定性地说明，只要承认狭义相对论的基本原理，就必然导致“同时”,“早”、“晚”等概念的相对性. 我们还根据光速不变原理得到了动钟延缓的结论.

狭义相对论的空间时间概念完全包含在洛伦兹变换中，正像经典力学的空间时间概念完全包含在伽利略变

换之中一样．前一小节，我们根据洛伦兹变换，讨论了空间距离的测量，得到了空间距离相对性的概念．这里，再根据洛伦兹变换讨论时间间隔的测量．

在第一章中我们已经讲过，测量时间的仪器叫做标准钟；标准钟与构成它的材料、结构等因素无关，任何周期过程都可以作为标准钟．要测量空间距离和时间间隔，必须建立坐标系，每个坐标系中都要有自己的标准尺和标准钟．

设有两个事件 P_1 和 P_2．S 系记录这两个事件发生的空间和时间坐标为 (x_1,y_1,z_1,t_1) 和 $(x_2,\ y_2,\ z_2,\ t_2)$，S' 系记录的为 $(x'_1,\ y'_1,\ z'_1,\ t'_1)$ 和 $(x'_2,\ y'_2,\ z'_2,\ t'_2)$．由洛伦兹变换可得

$$t_1=\frac{t'_1+\frac{v}{c^2}\cdot x'_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$t_2=\frac{t'_2+\frac{v}{c^2}\cdot x'_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

两式相减，得

$$t_2-t_1=\frac{(t'_2-t'_1)+\frac{v}{c^2}(x'_2-x'_1)}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{2}$$

如果这两个事件就是钟 C' 的两次读数，则 $x'_2-x'_1=0$（因为C'静止于S'系中），上式成为

$$t_2-t_1=\frac{t'_2-t'_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{3}$$

显然，$t_2-t_1>t'_2-t'_1$．于是 S 系得到结论：动钟延缓

了．式（3）就是前面讲过的动钟延缓式．

这里要注意，事件 P_1 和事件 P_2 是钟 C' 的两次读数，即发生在 S' 系中的同一地点（$x'_1 = x'_2$）．但是这两个事件在 S 系中却不是发生在同一地点（$x_2 \neq x_1$），因为 C' 相对于 S 系在运动．这也可由式（1）看出：式中 $x'_2 = x'_1$，而 $t_2 \neq t_1$，所以 $x_2 \neq x_1$．这就是说，在将两个参考系的钟进行比较时，S' 系只有一个钟 C'，而 S 系中有两个钟和它比较．这两个钟分别位于 x_1 和 x_2．这就是图 2－4（a）所示的情形．

如果事件 P_1 和 P_2 不是钟 C' 的两次读数，而是另外的两个事件，只要它们在 S' 系中发生于同一地点，就可得到式（3），此式表明，当 $t'_2 = t'_1$ 时，有 $t_2 = t_1$．这就是说，如果两个事件发生于某一坐标系中的同一地点，这一坐标系测得它们是同时发生的，那么，任何惯性系的观察者测量这两个事件都是同时发生的．

对于两个异地事件，情况就完全不同了．因为 $x_2 \neq x_1$，由式（2）可见，当 $t'_2 = t'_1$ 时，$t_2 \neq t_1$．这就是说，S' 系测得 P_1 和 P_2 两事件同时发生，而 S 系却测得二者不是同时发生的．即“同时”的概念是相对的．

经典极限

洛伦兹变换包含了全部狭义相对论的空间时间概念，它是整个狭义相对论的基础．在洛伦兹变换中含有两个常量：v 和 c．其中的 v 是两个坐标系相对运动的速度．因为在任何物体上都可以建立一个坐标系，所以 v

也常代表物体的运动速度.

在洛伦兹变换式中出现的因子$\sqrt{1-v^2/c^2}$称为相对论因子. 当物体运动速度v远小于光速c时，$\frac{v^2}{c^2} \ll 1$，相对论因子$\sqrt{1-v^2/c^2} \approx 1$. 把这些条件代入洛伦兹变换式，便可以近似地得到伽利略变换式. 因此，伽利略变换式是洛伦兹变换式在低速情况下的近似表达式. 或者说，伽利略变换式是洛伦兹变换式的**经典极限**. 经典极限指的是在条件$\frac{v}{c} \to 0$下的极限. 条件$\frac{v}{c} \to 0$可表示为$v \to 0$或者$c \to \infty$. 即在经典力学中，认为光的传播是不需要时间的，或者说光速是无限大.

对于物体作低速运动（$\frac{v}{c} \ll 1$）的情况，伽利略变换仍然适用；对于不满足条件$\frac{v}{c} \ll 1$的情况，伽利略变换就不适用了. 而洛伦兹变换却既适用于低速情况又适用于高速情况. 显然，洛伦兹变换包含了伽利略变换. 就适用范围来说，后者只占有前者的极小的一个应用领域.

在低速领域内，伽利略变换和洛伦兹变换都适用. 由于伽利略变换比洛伦兹变换的形式要简单得多，所以在研究低速运动时，不需要使用洛伦兹变换. 在高速运动（核物理和粒子物理）领域内，则只能使用洛伦兹变换，伽利略变换完全失效. 洛伦兹变换在高速（微观）领域内获得了普遍应用，同时得到了普遍的实验验证.

§ 8 相对论的速度变换式和加速度变换式

在经典力学中，物体运动的速度再大，也不能作为速度的上限，即速度是没有极限的．这就是说，如果一个物体以最大的速度 v_m 运动，我们容易找到另一物体，其运动速度（相对于同一坐标系）大于 v_m．

设物体 A 在惯性系 S 中以速度 v_m 运动．我们在物体 A 上建立一个坐标系 S'，这总是可以的．S' 系中一物体 B 以速度 u 运动，u 和 v_m 同方向．这样，物体 B 相对于 S 系的速度为 $(v_m + u)$，显然大于 v_m．这就是说，不管 v_m 有多大，我们用经典力学中速度合成的办法总能得到一个比 v_m 还大的速度．这样，超光速也是很容易的了．但是我们知道，当物体运动的速度不满足条件 $\frac{v}{c} \ll 1$ 时，经典力学的速度合成法则就不能再用了．此时必须用相对论的速度变换式．

我们从洛伦兹变换式出发．设一质点的速度矢量在 S 系的三个分量分别为 u_x，u_y，u_z，按照前面的记号，质点在无限短时间 dt 内沿三个坐标轴方向的分位移写作 dx，dy，dz．这时有

$$u_x = \frac{dx}{dt},\quad u_y = \frac{dy}{dt},\quad u_z = \frac{dz}{dt} \tag{1}$$

同一速度在 S' 系中的三个分量为

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'},\quad u'_y = \frac{dy'}{dt'},\quad u'_z = \frac{dz'}{dt'}. \tag{2}$$

我们的目的是找到 u'_x，u'_y，u'_z 与 u_x，u_y，u_z 之间的关系式.

同一质点在两个坐标系 S 和 S' 中的空间时间坐标 (x_1, y_1, z_1, t_1) 和 (x'_1, y'_1, z'_1, t'_1) 之间有洛伦兹变换:

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y'_1 = y_1$$

$$z'_1 = z_1$$

$$t'_1 = \frac{t_1 - vx_1/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

上述质点在作一无限小运动之后，S 系和 S' 系测得它的空间时间坐标 (x_2, y_2, z_2, t_2) 与 (x'_2, y'_2, z'_2, t'_2) 之间有洛伦兹变换:

$$x'_2 = \frac{x_2 - vt'_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y'_2 = y_2$$

$$z'_2 = z_2$$

$$t'_2 = \frac{t_2 - vx_2/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

将这两组等式对应相减，注意到 $x_2 - x_1 = dx$，$t_2 - t_1 = dt$，$x'_2 - x'_1 = dx'$，$t'_2 - t'_1 = dt'$，这里 dx 和 dx' 表示两个参考系测得的质点沿 x 轴的无限小位移，dt 和 dt'

表示无限短时间间隔（见第一章 §2 中〔注〕），我们得到

$$\begin{cases} dx' = \dfrac{dx - vdt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ dy' = dy \\ dz' = dz \\ dt' = \dfrac{dt - vdx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{cases} \tag{3}$$

用第四个式子去除前三个式子，分别得到

$$\begin{cases} \dfrac{dx'}{dt'} = \dfrac{dx - vdt}{dt - \dfrac{v}{c^2}dx} \\ \dfrac{dy'}{dt'} = \dfrac{\sqrt{1 - v^2/c^2}\,dy}{dt - \dfrac{v}{c^2}dx} \\ \dfrac{dz'}{dt'} = \dfrac{\sqrt{1 - v^2/c^2}\,dz}{dt - \dfrac{v}{c^2}dx} \end{cases}$$

将以上三个式子的右端分子分母同除以 dt，得

$$\begin{cases} \dfrac{dx'}{dt'} = \dfrac{\dfrac{dx}{dt} - v}{1 - \dfrac{v}{c^2} \cdot \dfrac{dx}{dt}} \\ \dfrac{dy'}{dt'} = \dfrac{\sqrt{1 - v^2/c^2} \cdot \dfrac{dy}{dt}}{1 - \dfrac{v}{c^2}\dfrac{dx}{dt}} \\ \dfrac{dz'}{dt'} = \dfrac{\sqrt{1 - v^2/c^2} \cdot \dfrac{dz}{dt}}{1 - \dfrac{v}{c^2}\dfrac{dx}{dt}} \end{cases}$$

将 (1) 和 (2) 代入上面三式，得到

$$\begin{cases} u'_x = \dfrac{u_x - v}{1 - \dfrac{v}{c^2}u_x} \\ u'_y = \dfrac{\sqrt{1 - v^2/c^2}\,u_y}{1 - \dfrac{v}{c^2}u_x} \\ u'_z = \dfrac{\sqrt{1 - v^2/c^2}\,u_z}{1 - \dfrac{v}{c^2}u_x} \end{cases} \tag{4}$$

这就是代替经典力学速度合成法则的**相对论速度变换式**.

由 § 5 中的式子 (7) 出发，经过同样的运算，便得到逆变换式:

$$\begin{cases} u_x = \dfrac{u'_x + v}{1 + \dfrac{v}{c^2}u'_x} \\ u_y = \dfrac{u'_y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \dfrac{v}{c^2}u'_x} \\ u_z = \dfrac{u'_z\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \dfrac{v}{c^2}u'_x} \end{cases} \tag{5}$$

此式也可以由式 (4) 根据相对性原理直接写出.

显然，当 $v \ll c$ 时，式 (4) 退化为经典力学的速度合成法则:

$$\begin{cases} u'_x = u_x - v \\ u'_y = u_y \\ u'_z = u_z \end{cases} \qquad \text{或者} \boldsymbol{u}' = \boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}$$

由相对论的速度变换式 (5) 是得不到大于光速的速度的，这与本节开头所叙述的经典力学的结论根本不同.

假设有一物体，在 S' 系中沿 x' 轴方向运动，其速度为 $u' = 0.9c$. S' 系相对于 S 系运动的速度 (沿 x 轴方向) 也等于 $0.9c$. 若按经典力学的速度合成法则，物体相对于 S 系的速度将为

$$u = u' + v = 0.9c + 0.9c = 1.8c$$

已超过光速. 这是不对的，因为 $0.9c$ 已接近光速，不满足 "远小于光速" 的条件，上述速度合成法则已完全失效，应该按式 (5) 重新计算.

将 $u' = u'_x = 0.9c$ 和 $v = 0.9c$ 代入 (5) 中第一式，得到

$$u = u_x = \frac{0.9c + 0.9c}{1 + \frac{0.9c}{c^2} \cdot 0.9c} = \frac{1.8c}{1 + 0.81} \approx 0.995c \quad (6)$$

仍然小于光速.

按照相对论的速度合成法则 (5)，任何速度与光速合成的结果都仍然等于光速. 实际上，令 $v = c$，与速度 u' 合成:

$$u = \frac{c + u'}{1 + \frac{v}{c^2} \cdot u'} = \frac{c + u'}{1 + \frac{u'}{c}} = c \quad (7)$$

我们还可以证明，一个物体运动的速度，如果在某个坐标系中测量结果小于 c，则在任何坐标系中测量的结果都小于 c (见 § 9 例 4). 同时，如果某一物体 (或信号) 的运动速度超过光速，将出现违背因果律的现象 (见 § 9)；而且按照洛伦兹变换，会使许多物理量成为虚数 (因为此时 $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ 为虚数).

根据上述理由，爱因斯坦断言，自然界中的任何物体或信号相对于任何惯性系的速度都不能超过光速 c. 换言之，光速 c 是自然界中一切物质运动速度的极限.

由速度变换式可以得到相对论的加速度变换式. 这里我们略去推导过程，只给出结果:

$$\begin{cases} a'_x = \left(1-\dfrac{v}{c^2}u_x\right)^{-3}\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}a_x \\ a'_y = \left(1-\dfrac{v}{c^2}u_x\right)^{-2}\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)\left[a_y+\dfrac{\dfrac{vu_y}{c^2}}{1-\dfrac{vu_x}{c^2}}\cdot a_x\right] \\ a'_z = \left(1-\dfrac{v}{c_2}u_x\right)^{-2}\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)\left[a_z+\dfrac{\dfrac{vu_z}{c^2}}{1-\dfrac{vu_x}{c^2}}\cdot a_x\right] \end{cases} \tag{10}$$

这就是**相对论的加速度变换式.**

如果 u 和 v 都远小于 c （$v \ll c$ 且 $u \ll c$），上式便成为经典力学中的加速度变换式：$\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{a}$. 在经典力学中，物体的加速度在所有惯性系中都是相同的；一物体如果在某一惯性系中作匀加速运动，则在所有惯性系中观测，它都作匀加速运动. 在狭义相对论中情况就不同了. 由 (10) 中第一式可见，当 u 和 v 可以和 c 相比拟时，a'_x 和 a_x 明显不相等. 如果有一物体在 S 系中沿 x 轴作匀加速运动，那么它在 x 轴方向的速度 u_x 随时间变化；由于上式右端第一个因子包含 u_x，因此即使 a_x 保持不变，a'_x 也不能保持不变，即上述物体在 S' 系中不作匀加速运动. 由于加速度是相对的了，所以“匀加速运动”也失去了绝对的意义.

§ 9 光速和因果律

前面我们曾讲过，在狭义相对论中，“早些”和“晚些”概念不再是绝对的，而是相对的了．这就是说，事件 P_1 和事件 P_2 发生的先后次序是相对的．若在某一惯性系观测的结果是 P_1 在 P_2 之前发生，则在另一惯性系观测的结果却可能相反——P_1 在 P_2 之后发生．但是这并不意味着任何两个事件的先后次序都是相对的．对于一些事件说来，如果将它们发出的先后次序倒置，将出现荒谬的结果．例如，一个罪犯张某，因为两年前持刀杀了人，最近破了案，被枪决了．我们把罪犯持刀杀人作为事件 P_1，把他被枪决作为事件 P_2，这两个事件的先后次序就是不容颠倒的．如果颠倒了，即在某一惯性系 S' 中观察发现，P_2 在 P_1 之前发生．那就是说，S' 系的观察者发现，罪犯死了之后很久，又去持刀杀人，这显然是荒谬的．这样的例子还可以举出很多．

上面所讲的这类事件叫作有因果关系的事件．哲学中有一条普遍的原理，叫作**因果律**．如果事件 P_1 是事件 P_2 发生的原因，事件 P_2 是事件 P_1 的结果，则称 P_1 和 P_2 是有因果关系的事件．有因果关系的两事件的次序必须是绝对的，是不容颠倒的．就是说，在任一惯性

系 S' 中观测，所得结果都应是 $t_2'-t_1'>0$.

人们自然会想到一个问题：通过洛伦兹变换，是否会将有因果关系的二事件的次序倒过来呢？或者说，狭义相对论会不会违背因果律呢？回答是：不会．这是因为狭义相对论断言，自然界中任何物质运动的速度都不能超过光速．为了说明“超光速”和因果律的关系，我们先就上面的例子加以说明．

设惯性系 S 固连于地球，惯性系 S' 固连于某一飞船．在 S 系观测的结果是事件 P_1（罪犯持刀杀人）发生在前，事件 P_2（罪犯被枪决）发生在后．如飞船相对于地球的速度 v 大于光速 c，那么 S' 系将观测到什么现象呢？我们知道，罪犯杀人的场面是以光信号的形式向四面八方传播的．如果 S 系的观测者在现场，他就会“目睹”这一场面．如果用录像机拍照，这一场面发生的光信号就会被记录在录像带上．向四面八方传播出去的光信号，作为运动着的物质，离开地球向太空运动，其运动速度为 c. 类似地，事件 P_2（罪犯被枪决）的场面也以一定速度的光信号（运动着的物质）形式向外传播．由于 P_1 发生在前，所以表征它的光信号比表征 P_2 的光信号离地球更远一些．如果飞船的速度（相对于地球）v 大于 c，则飞船总会追上上述两种光信号，并观测到它们．显然，飞船将先观测到事件 P_2 的光信号，后观测到 P_1 的光信号．于是飞船上（S' 系）的观察者观测的结果是事件 P_2 发生在前，事件 P_1 发生在后．这就是说，S' 系观察者将

发现，罪犯先被枪决了，过了一段时间他又持刀杀了人．造成这一荒谬结果的原因就是我们假定飞船相对于 S 系的速度大于光速．

在这个假想的例子中，虽然光信号在传播过程中很快衰减，但它总不会等于零．而它一旦被追上，又总会被放大到可观测的强度．尽管目前的放大技术和接收、观测仪器还远远解决不了这样的问题，但这类技术问题终会被解决，这在原则上是没有什么问题的．

下面我们根据洛伦兹变换式，再做一番比较仔细的讨论．设事件 P_1 和 P_2 在惯性系 S 和 S' 中的空间坐标和时间坐标分别为 (x_1, y_1, z_1, t_1)，(x_2, y_2, z_2, t_2) 和 (x_1', y_1', z_1', t_1')，(x_2', y_2', z_2', t_2')．由洛伦兹变换可得

$$t_1' = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$t_2' = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

两式相减，得到

$$t_2' - t_1' = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (1)$$

假设在 S 系中事件 P_1 发生在前，事件 P_2 发生在后，即 $t_2 - t_1 > 0$．由式 (1) 可以看出，要使 S' 系观测

的结果与 S 系的相反（$t_2'-t_1'<0$），只有使上式右端分子小于零：

$$(t_2-t_1)-\frac{v}{c^2}(x_2-x_1)<0 \tag{2}$$

当速度 v 满足上式时，事件 P_1 和 P_2 的次序在 S' 系中就颠倒了：变为 P_2 在前，P_1 在后了．我们再来仔细地看看条件（2）．将此式两端用一个正数（t_2-t_1）去除，得到

$$v\cdot\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}>c^2 \tag{3}$$

我们首先注意到上式左端第二个因子$\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}$．只有当

$$\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}>c \tag{4}$$

时，式（2）和（3）才可能满足．就是说，只有满足条件（4）的两个事件，其次序才有可能颠倒．这类事件有什么特点呢？我们假设在 S 系中，在 t_1 时刻从 x_1 处发出一个信号（这个信号可以是无线电波或任何其它运动的物体），在 t_2 时刻到达 x_2 处．如果这样的信号存在的话，则$\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}$ 正是这一信号的传播速度，记作 v_s：

$$v_s=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1} \tag{5}$$

但是根据狭义相对论的断言，传播速度大于 c 的信号是不

存在的．这就是说，任何信号也不可能在时间 (t_2-t_1) 内由 x_1 处飞到 x_2 处．即事件 P_1 和 P_2 如果满足条件 (4) 的话，它们之间就不可能用任何信号联系起来．这样的两个事件是不可能有因果联系的（有因果联系的事件总可以用某种信号联系起来）．没有因果联系的两个事件的次序倒置当然不违背因果律．

上面的分析表明，按照狭义相对论，满足条件 (4) 的两个事件次序可能倒置，但这并不违背因果律，因为这类事件之间不可能有因果联系．

下面再分析另一类事件，它们之间不满足上面的条件 (4)，而满足条件

$$v_s=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}<c \tag{6}$$

我们知道，传播速度 v_s 小于 c 的信号是可能存在的．如上所述，这一信号自时刻 t_1 由 x_1 处出发，恰于 t_2 时刻到达 x_2 处．同一信号的出发和到达是有因果联系的．这样的两个事件，由于满足条件 (6)，所以相应的 (4) 和 (3) 中的不等号都要变号：

$$v\cdot v_s<c^2$$

$$t_2-t_1-\frac{v}{c^2}\ (x_2-x_1)\ >0$$

代入 (1) 得 $t_2'-t_1'>0$.这就是说，满足条件 (6) 的两个事件——有因果联系或可能有因果联系的事件——其次序是不会倒置的.

这里，需要对“可能有因果联系的事件”稍加说明.有

些事件虽然实际上没有因果联系，但理论上因果联系仍可存在. 比如，某一天有一个小男孩 A 在北京出生，第二天有另一个小男孩 B 在加拿大的阿尔伯特出生，这两个事件实际上没有任何因果联系. 但是理论上我们可以假设有一架飞机，在小男孩 A 出生时自北京起飞，恰好当小男孩 B 出生时到达阿尔伯特，这与哲学和物理学的各定律都是不相违背的. 这样，上述两个事件除了本来的含义以外，还可代表同一架飞机的出发和到达——于是本来没有因果联系的两个事件现在也发生因果联系了. 像这样的一类事件，我们称为"可能有因果联系的事件". 这类事件的次序如果倒置了，当然也是违背因果律的. 上面这一段分析表明，按照狭义相对论，**有因果联系和可能有因果联系的事件的次序是绝对的，即在洛伦兹变换下是不会倒置的.**

综上所述，我们可以把所有的事件分为两类，一类满足条件 (4)，是不可能有因果联系的事件，它们发生的先后次序是相对的，即在洛伦兹变换下次序可能倒置. 但这并不违背因果律，因为它们之间没有（也不可能有）因果联系. 另一类满足条件 (6)，是有因果联系或可能有因果联系的事件，它们发生的先后次序是绝对的，即在洛伦兹变换下次序不可能倒置.

我们的结论是：狭义相对论不违背因果律.

由于人们头脑中固有的经典力学的时空概念难以消除，所以即使是不违背因果律的事情，人们也常常感到离奇. 比如上面所讲的两个小男孩出生的事件，如果再加两个条件：两个小孩的母亲是亲姊妹，并且在地球上观

测其出生时间相差 0.04 秒，A 先出生．这样，地球上的观察者得到结论：A 是哥哥，B 是弟弟．但是某一飞船上的观察者所得结论却相反——B 是哥哥，A 是弟弟．如此，“哥哥”和“弟弟”的关系竟也成为相对的了，岂不荒谬？其实这并不荒谬，因为它不违背因果律．事实上，在所设的条件下（中国的北京至加拿大的阿尔伯特相距约 13000 千米），可以得到

$$\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}\approx\frac{13000}{0.04}=3.25\times10^5\ (\text{千米}/\text{秒})\ >c$$

所以这两个事件不可能有因果联系，它们的次序倒置是不违背因果律的．

如果把条件改一下，两个小孩出生的时间差（地球上测量）为 1 小时或更长一些，他们的“兄弟关系”就是绝对的了，因为这两事件可能有因果联系〔满足条件 (6)〕．

例 3　试证明在 $t=t'=0$ 从原点出发的球面波（S 系观察）方程

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0 \qquad (A)$$

在 S' 系中具有同样形式：

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0$$

解　$$x^2=\left(\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)^2=\frac{x'^2+2vt'x'+v^2t'^2}{1-v^2/c^2}$$

$$t^2=\left(\frac{t'+vx'/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)^2$$

$$=\frac{t'^2+v^2x'^2/c^4+2t'vx'/c^2}{1-v^2/c^2}$$

$$y^2=y'^2,\quad z^2=z'^2$$

将以上各式代入（A）式，得到

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0$$

即在 S' 系内仍为同样形式的球面波，沿径向传播速度也是 c，与光速不变原理一致.

例 4　试证明任意两个小于光速的分速度按相对论速度合成公式得到的合速度仍小于光速.

解　设一粒子相对于 S' 系的速度为 u，，而 S' 相对于 S 系的速度为 v，两个速度的方向都与 $x-x'$ 轴同方向.

由于$c>u$，$c>v$，所以

$$(c-v)(c-u)>0$$

即

$$c^2-cu-cv+vu>0$$

$$c^2+uv>cu+cv$$

将上式两边除以 (c^2+uv) 得

$$\frac{u+v}{1+uv/c^2}<c$$

§10 孪生子佯谬

设惯性系 S 固连于地球，其上有一标准钟 C_1；惯性系 S' 固连于飞船，其上有一标准钟 C'. 假设天狼星和地球相对静止（即同属于 S 系），其上有一标准钟 C_2. C_1 和 C_2 在 S 系中是同步的. 飞船起飞前，在地球上把 C' 和 C_1 调整同步. 当 $t = t' = 0$ 时，飞船以速度 v 沿一直线飞往天狼星；到达天狼星马上以速度 $-v$ 沿原路返回地球——C' 和 C_1 相遇. S 系发现 C' 比 C_1 慢了许多〔动钟延缓，且注意延缓式 $(4a)$ 跟 v 的正负无关〕；根据相对性原理，S' 系也应发现 C_1 比 C' 慢了许多（同样是动钟延缓）. 两个惯性系所得结论恰好相反，可是两个钟已经相遇，任何一个观察者都能同时看到两个钟的读数，究竟哪一个慢了一看便知道——只能有一个结果. 这就是著名的**时钟佯谬问题**. 这一问题有时换一个名称，叫做**孪生子佯谬**. 就是说有一对孪生兄弟 A 和 B，A 留在地球上，B 乘飞船去旅行；旅行归来后二人相遇，A 发现 B 比自己年轻了许多，而 B 却发现 A 比自己年轻了许多. 二人相遇，互相都可以看到对方的形象，究竟谁年轻许多，结论只能有一个. 怎能“A 比 B 年轻而同时 B 又比 A 年轻”呢?

这两个名称所表示的是同一个问题. 比如 S 系的观察

者发现，C 走了 50 年，而 C' 只走了 4 天．这就是说，A 过了 50 年而 B 只过了 4 天．如果飞船起飞时 A 和 B 都二十岁，那么 B 返回时 A 发现 B 仍然风华正茂，而自己却已经白发苍苍了；但是按照相对性原理，B 也发现 A 仍是二十岁而自己却白发苍苍了．二人面对面，竟有上述两个相反的结论，岂不荒谬!

怎样才算解决了时钟佯谬问题呢？如果能够证明，无论是 S 系的观察者，还是 S' 系的观察者，都得到同样的结论——C' 比 C 慢了（或者 C 比 C' 慢了），我们就说佯谬问题解决了．用后一种说法，就是要证明 A 和 B 都发现 B 年轻了，或者证明 A 和 B 都发现 A 年轻了．

为了证明，先再看看 §4 中的图 2－4. 设图中所画的 C' 和 C_2 的位置就对应于天狼星的位置，C_1 的位置就代表地球的位置．当飞船抵达天狼星时，S 系观测的结果如图 2－4 (a) 所示：C' 较 C_1 慢了，而 C_1 和 C_2 同步，所以有

$$t' = t_1\sqrt{1 - v^2/c^2} \tag{1}$$

$$t_1 = t_2 = t \tag{2}$$

这里 $t_1 = t_2 = t$ 表示 S 系测得的飞船自地球飞到天狼星所经历的时间，t' 表示 S' 系测得的对应的时间，因为我们设飞船起飞时 $t = t' = 0$.

对于飞船返回的过程，在 S 系观测只是飞船的速度由 v 变为 $(-v)$，同样有动钟延缓．所以，如果用 Δt

和 $\Delta t'$ 分别表示钟 C 和 C' 指示的飞船往返经历的总时间，则有

$$\Delta t' = 2t', \quad \Delta t = 2t$$

$$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1 - v^2 / c^2} \tag{3}$$

以上的计算都是在 S 系中进行的，所得的结论是：S 系观察者发现，当钟 C' 和 C 相遇时，C' 比 C 慢了，两钟读数的关系由 (3) 式表示.

我们知道，地球是一个良好的惯性系.在该参考系中，牛顿定律与实验事实符合得很好.因此，把 S 系作为一个确定的惯性系所进行的上述论证是完全有根据的，所以，所得到的结论 (3) 是肯定正确的.钟 C' 所在参考系情况就不同了，飞船相对于 S 系的速度不是恒定的.飞船到达天狼星的前后，速度由 v 变为 $(-v)$，即经历了减速和加速过程.这就是说，对于整个往返运动过程，钟 C' 所在的参考系不是一个惯性系，因此不能在其中应用洛伦兹变换式（或应用动钟延缓式），也就是不能得到与 (3) 相反的结果：$\Delta t = \Delta t'\sqrt{1 - v^2 / c^2}$.在上面所进行的 ($S$ 系的) 计算过程中，忽略了 C' 加速和减速过程所需的时间，不是把 S' 系作为一个确定的惯性系来处理，而是把它作为两个惯性系来处理：飞船转向之前为一个惯性系，它相对于惯性系 S 的速度为 v，从而得到动钟延缓式 (1)；飞船转向后为另一惯性系，它相对于 S 系的速度为 $(-v)$，从而又一次得到延缓式 (1)（因为延缓式与速度的正负无关）；两式相加才得到 (3).

现在我们在 C' 所在的参考系中进行计算，如果能够得到同样的结果 (3) 式，佯谬就被消除了.

在 S' 系中观测，C' 随飞船“由地球飞到天狼星”的情形如图 2－4 (*b*) 所示. S' 系发现 C_1 比 C' 慢了 (动钟延缓)：

$$t_1 = t'\sqrt{1-v^2/c^2}$$

而且发现 S 系 (先已假设地球与天狼星相对静止，同属于 S 系) 的两个钟 C_1 和 C_2 不同步 〔见 §4 中式 (12)〕：

$$t_2 - t' = \frac{\frac{v}{c^2}l'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

转向后，速度由 v 变为 $(-v)$，所以上式变为

$$t_2 - t' = \frac{-\frac{v}{c^2}l'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

即

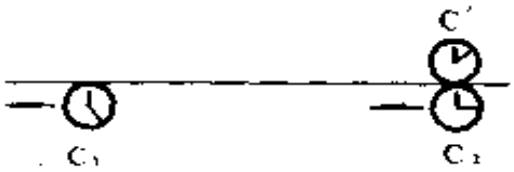


图 2-6

$$t' - t_2 = \frac{\frac{v}{c^2}l'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{4}$$

钟 C_1 比 C_2 快 $\dfrac{\frac{v}{c^2}l'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$. 这就是说，$S'$ 系发现，在转向前后的一瞬间 (C' 读数未增加)，钟 C_1 由原来的比 C_2

慢$\frac{\frac{v}{c^2}l'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$，突然变为比 C_2 快$\frac{\frac{v}{c^2}l'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$，如图 2－6 所示．即 S' 系发现钟 C_1 突然跳过了一段时间：

$$(\Delta t_1)_{跳} = \frac{2\cdot\frac{v}{c^2}l'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{5}$$

对于转向之后的运动过程，S' 系发现钟 C_1 走过的时间比钟 C' 走过的时间少（动钟延缓），其关系式与前面的相同：$t_1 = t'\sqrt{1-v^2/c^2}$．

所以，在 S' 系观测，钟 C' 记录的往返过程总时间为 $\Delta t' = 2t'$；钟 C_1 记录的总时间为

$$\Delta t = 2t_1 + (\Delta t_1)_{跳} \tag{6}$$

将 $t_1 = t'\sqrt{1-v^2/c^2}$ 和 (5) 代入上式，得到（注意，$\frac{l'}{t'} = v$）：

$$\Delta t = 2t'\sqrt{1-v^2/c^2} + \frac{2\cdot\frac{v}{c^2}l'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$= 2t'\left(\sqrt{1-v^2/c^2} + \frac{\frac{v^2}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)$$

$$= \frac{2t'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

即 C' 记录的总时间为：

$$\Delta t' = 2t' = \Delta t\sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

所得到的结果很理想：S' 系观测的结果跟 S 系观测的结果完全相同，即钟 C' 比钟 C 慢了许多，如式（3）所示．佯谬不复存在．

采用另一种说法（孪生子佯谬）时，上面证明的结果是：当孪生子 A 和 B 再次在地球上相遇时，A 和 B 都发现 B 比 A 年轻许多．简言之，孪生子中经历了非惯性系过程的那一个，较一直处在同一惯性系中的另一个要年轻得多．

讲到这里，佯谬被消除了，但有的读者可能提出另外一个问题：飞船上的标准钟 C' 比地球上的标准钟 C 慢了许多，那为什么就能说飞船上的孪生子 B 比地球上的孪生子 A 年轻许多呢？钟记录的时间和人体的生理过程有联系吗？

实际上我们在 §7 中已经看到，动尺缩短和动钟延缓等效应都是相对论的普遍的运动学效应，它们和测量仪器（标准钟和标准尺）的具体物质结构无关．这就是说，用任何种类的标准尺和标准钟测量，都有这些效应．原则上讲，任何周期过程都可以作为标准钟．上面的计算表明，飞船上的任何周期过程都变慢了，当然人体细胞的产生——衰老——死亡过程也变慢了，所以飞船上的孪生子比地球上的年轻许多．

由式（3）可以看出，像具有第一宇宙速度（7.9 千米 / 秒），第二宇宙速度（11.2 千米 / 秒）和第三宇宙速度（16.5 千米 / 秒）这样的飞船，由于速度太小，

上述效应都是微不足道的．当速度 v 可以与光速 c 相比拟时，上述效应就明显了．例如，若飞船的速度 $v=0.99c$，则 $\sqrt{1-v^2/c^2}\approx\frac{1}{7}$，这意味着地球上过了 30 年飞船上只过了 4 年半．

§11 孪生子佯谬的另一种讨论方法

为了避免前边讨论中的“转向”过程，我们假设，在钟 C' 到达天狼星的同一时刻，有一反向飞来（速度为 $-v$）的钟 C'' 与它相遇，并调整与它同步，然后 C'' 飞回地球．由于 C' 出发时与 C 对过零点，而 C'' 又在天狼星处与 C' 调整同步了，所以 C'' 可以代替 C' 回去与 C 比较快慢．

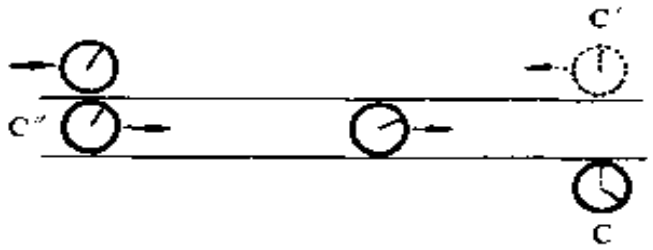


图 2－7

为了计算方便，我们先把三次对钟时各钟的空间和时间坐标写出来．

第一次，C' 出发时与 C 对零点：

$$\begin{cases} x=0, & t=0 \\ x'=0, & t'=0 \end{cases} \tag{1}$$

第二次，C' 和 C'' 相遇，此时设 C' 读数为 τ'，C'' 调整与 C' 同步：

$$\begin{cases} x'=0, & t'=\tau', \quad x=\dfrac{v\tau'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \\ x''=0, & t''=\tau', \quad t=\dfrac{\tau'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{cases} \tag{2}$$

第三次，C'' 回到地球上与 C 比较：

$$\begin{cases} x=0, & t=\dfrac{2\tau'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \\ x''=0, & t''=? \end{cases} \tag{3}$$

上面三组式子是怎样得到的呢？首先，设每个钟都放在所在坐标系的原点处，于是钟所在的位置对应的空间坐标等于零．C' 出发时有 $t=t'=0$，$x=x'=0$．这就是第一组式子（1）．当 C' 和 C'' 相遇时，C' 的读数（在 S' 系中）设为 τ'；C'' 调整到与 C' 同步，所以 $t''=\tau'$．又因 S' 系与 S 系之间（已调整零点）有洛伦兹变换：

$$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$t=\frac{t'+\dfrac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

将 $x'=0$，$t'=\tau'$ 代入上式得

$$x=\frac{v\tau'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$t=\frac{\tau'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

这就是（2）式．当钟 C'' 回到地球上时，有 $x=x''=0$，$t=2\tau'/\sqrt{1-v^2/c^2}$．这是因为，在 S 系中观测 C' 自地球到天狼星所历时间为 $\tau'/\sqrt{1-v^2/c^2}$，而 C'' 返回所历时间显然应该与此相同（一往和一返）．当然，此式也可以由计算得到，见式(7)．于是得到(3)中的前三个式子．为求出 C'' 返回地球时 C'' 的读数 t''，必须先确定 S'' 和 S 两个惯性系之间的变换关系．

由于 C'' 和 C 没有对过零点，所以二者之间相应的洛伦兹变换式应该与原式差一个常数：

$$\begin{cases} x''+\lambda=\dfrac{x+vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \\ t''+\mu=\dfrac{t+\dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{cases} \tag{4}$$

式中 λ 和 μ 为两个待定常数．将（2）代入上式，便得到 λ 和 μ 的值：

$$\lambda=\frac{v\tau'/\sqrt{1-v^2/c^2}+v\tau'/\sqrt{1-v^2/c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$=\frac{2v\tau'}{1-v^2/c^2} \tag{5}$$

$$\mu = \frac{\tau' / \sqrt{1 - v^2 / c^2} + v^2 \tau' / c^2 \sqrt{1 - v^2 / c^2}}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} - \tau'$$

$$= \frac{2v^2 \tau' / c^2}{1 - v^2 / c^2} \tag{6}$$

C'' 返回地球时有 $x'' = x = 0$，将此式和 (5)、(6) 代入 (4)，得到

$$t = \frac{2\tau'}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}, \quad t'' = 2\tau' \tag{7}$$

即

$$t'' = t\sqrt{1 - v^2 / c^2} \tag{8}$$

结论是钟 C'' 比钟 C 慢了．S 系和 S'' 系都观察到了同一结果．S 系认为这是动钟延缓效应，C'' 代替 C' 回来跟 C' 自己回来的情况是一样的．S'' 系也承认这一结果，因为虽然 C'' 没有和 C 对过零点，但 C' 是和 C 对过零点的，而 C'' 和 C' 又曾调整同步．这样，佯谬已不存在．

从另一个角度，S'' 系也会得到 C' 比 C 慢的结论．因为 C' 相对于 C 的速度为 v，C 相对于 C'' 的速度也是 v，根据相对论速度合成法则可以得到 C' 相对于 C'' 的速度：

$$[v]_{C'对C''} = \frac{2v}{1 + v^2 / c^2} > v \tag{9}$$

因此，在 S'' 系观测，C' 的速度大于 C 的速度，所以 C' 比 C 更慢．

§12 质量不是恒量，质—速关系式的推导

在经典力学中，物体的质量被认为是一个恒量，在不同运动状态下它的数值不变．如果有一物体受到一恒力作用，它的速度最终一定会超过光速，如图 2—8 所示（图中的水平虚线对应 $v=c$）．

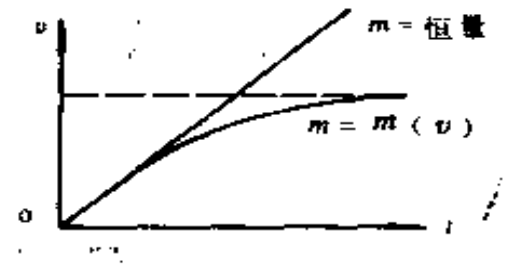


图 2—8

狭义相对论断言，任何物体的运动速度都不会超过光速．由此我们可以期望，物体的质量随速度的增大而增大，当速度趋近于光速时质量趋近于无限大，以使得速度曲线如图 2—8 中的另一条曲线所示．当 $t\to\infty$ 时 $v\to c$，这样就不会超光速了．

我们在重新建立相对论力学时，只能依据狭义相对论的两条基本原理，并要求所得到的相对论运动方程在低速情况下与经典力学的运动方程一致．按照狭义相对性原理，一切物理定律（力学的和电磁学的）在任何惯性系中都应具有相同的形式．根据动量守恒定律和相对性原理，可以证明物体的质量与速度间存在下面的关系：

$$m\ (v)\ =\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (1)$$

这就是狭义相对论中的**质量—速度关系式**．式中 $m(v)$

表示 m 是自变量 v 的函数. 图 2—9 画出了相应的曲线. 正如人们所期望的，当 $v\to c$ 时 $m\ (v)\to\infty$. 相应地，当物体受一恒力作用时，其速度曲线恰为图 2—8 中下面的一条曲线，物体的速度是不会超光速的.

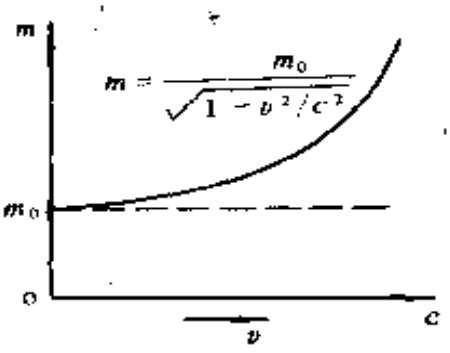


图 2—9

1901 年，考夫曼就已经从放射性镭放出的高速电子流（β 射线）实验中发现了电子质量随速度增大而增大的现象. 此后的大量近代物理实验都严格地证明了式 (1) 的正确性.

下面我们说明 (1) 式是怎么推导出来的.

假设有两个小球 B_1 和 B_2，它们静止于同一参考系时，具有相同的质量. 它们以速度 $\boldsymbol{u}_1$ 和 $\boldsymbol{u}_2$ 分别运动时，其动量分别定义为 $m\ (u_1)\cdot\boldsymbol{u}_1$ 和 $m\ (u_2)\cdot\boldsymbol{u}_2$. 因为考虑到质量应与运动方向无关，所以质量这一函数的自变量应该是速率而不是速度.

当两个小球发生弹性碰撞时，根据动量守恒定律，碰撞前后的总动量应保持不变. 根据狭义相对性原理，上述动量守恒定律的形式不变（协变）.

现在有两个观察者 S 和 S'，他们各持一球 B_1 和 B_2，以相对速度 v 相向运动. 当他俩擦过时，各以球投向对方，速度的大小均为 V（相对于各自的坐标系）. 在 S 系观测碰撞前两球的动量，情况如下：

$$\text{小球}B_1:\begin{cases} u_{1x}=0,\ u_{1y}=V, \\ u_1=\sqrt{u_{1x}^2+u_{1y}^2}=V \\ m\ (u_1)\ =m\ (V)\ ,\ p_{1y}=m\ (V)\ \cdot V \end{cases} \tag{2}$$

$$\text{小球}B_2:\begin{cases} u_{2x}=v,\ u_{2y}=-V\cdot\sqrt{1-v^2/c^2} \\ u_2=\sqrt{v^2+V^2\ (1-v^2/c^2)} \\ m\ (u_2)\ =m(\sqrt{v^2+V^2\ (1-v^2/c^2)}\ ) \\ p_{2y}=m\ (u_2)\ \cdot u_{2y} \\ \qquad =-m(\sqrt{v^2+V^2\ (1-v^2/c^2)}\ )\cdot \\ \qquad V\sqrt{1-v^2/c^2} \end{cases} \tag{3}$$

式 (3) 中的 $u_{2y}=-V\sqrt{1-v^2/c^2}$ 是这样得到的：由于 S' 系中有 $u'_{2x}=0, u'_{2y}=-V$，代入速度变换式便得到

$$u_{2x}=\frac{u'_{2x}+v}{1+\frac{v}{c^2}u'_{2x}}=v$$

$$u_{2y}=\frac{u'_{2y}\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+\frac{v}{c^2}u'_{2x}}=-V\cdot\sqrt{1-v^2/c^2}$$

应注意，在式 (2) 和 (3) 中，m 后面的括号内的量是 m 的自变量，并不是和 m 相乘的.

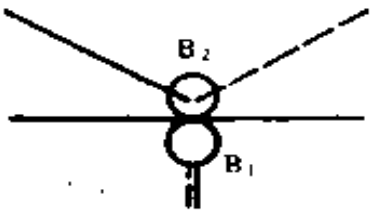


图 2—10

碰撞后，在 S 系中观测 (如图 2—10) 所示，小球 B_1 沿 y 轴方向投

去，反向弹回（等速率）．小球 B_2 速度的 y 分量只改变符号，不改变大小．用推导（2）和（3）类似的方式，可以得到碰撞后 S 系观测的结果：

$$\text{小球}B_1\text{：}\ (p_{1y})_{\text{碰后}} = -p_{1y}, \tag{4}$$

$$\text{小球}B_2\text{：}\ (p_{2y})_{\text{碰后}} = -p_{2y} \tag{5}$$

由上二式可得：

$$(p_{1y} + p_{2y}) = -\left[(p_{1y})_{\text{碰后}} + (p_{2y})_{\text{碰后}}\right] \tag{6}$$

另一方面，根据动量守恒定律（S系）得到

$$(p_{1y} + p_{2y}) = \left[(p_{1y})_{\text{碰后}} + (p_{2y})_{\text{碰后}}\right] \tag{7}$$

比较式(6)和(7)，得到

$$p_{1y} + p_{2y} = 0 \tag{8}$$

将式（2）中的p_{1y}和（3）中的p_{2y}代入上式得

$$m(V)\cdot V = m\left(\sqrt{v^2 + V^2(1 - v^2/c^2)}\right)\cdot V\cdot\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

即

$$m(V) = m\left(\sqrt{v^2 + V^2(1 - v^2/c^2)}\right)\cdot\sqrt{1 - v^2/c^2} \tag{9}$$

此式显然对于任意大小的V都成立，令$V\to 0$ 得

$$m(0) = m(v)\cdot\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$m(0)$ 即速度为零时的质量，常记作m_0，上式即

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{10}$$

这就是相对论的质量 — 速度关系式．左端 $m(v)$ 为相对论质量，m_0 为静止质量．可以看出，式（10）是普遍

成立的．当低速运动时 $v/c \to 0$，$m\ (v) \to m_0$．可见牛顿力学中物体的质量实际上就是物体的静止质量．

对于光子，由于$v = c$，所以只能有

$$m_0 = 0 \text{ (光子)} \tag{11}$$

§13　1克质量能变成多少能量？

我们知道，牛顿运动定律的数学形式对于伽利略变换是不变的，即对于伽利略变换有

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a},\quad \boldsymbol{F}' = m'\boldsymbol{a}' \tag{1}$$

在狭义相对论中，洛伦兹变换代替了伽利略变换．按照狭义相对性原理的要求，就必须改变牛顿运动定律（1）的形式，使之对于洛伦兹变换是不变的．修改后的力学称为相对论力学．

爱因斯坦在建立相对论力学时，得到一个经典力学中所没有的关系式——质量－能量关系式：

$$E = mc^2 \tag{1}$$

即物体的质量乘以光速的平方等于它的能量．

物体的质量改变Δm时，对应的能量改变为

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 \tag{2}$$

这个在现代物理学中占有十分重要地位的质能关系式，在相当长一段时间内没有为人们注意到，原因是式中的比例系数 c^2 太大了．这使得有限质量对应的能量非常之大，

它和其它形式的能量（通常的机械能、热能、电能、化学能等等）相比时，这些通常形式的能量完全可以忽略不计．当然，这些通常形式的能量所引起的质量变化也是微不足道的．

质量—能量关系式在现代物理学的发展过程中有着深刻的指导意义．我们知道，原子核裂变时释放出来的能量是巨大的．1 克铀（^{235}U）能够释放出来的裂变能量约为 8.2×10^{10} 焦，比上述诸种通常形式的能量大很多倍．1 克氘和氚核发生聚变时，释放出来的能量又是上述裂变能量的 3.5 倍．但是它们和 1 克静止质量所对应的相对论静止能量比起来还是极其微小的．按照式 $E(0)=m_0c^2$ 计算，1 克静止质量所对应的静能为

$$(1\text{克})\cdot c^2=(10^{-3}\text{千克})\cdot(3\times10^8\text{米}/\text{秒})^2$$
$$=9\times10^{13}\text{焦}$$

这就是说，物质中蕴藏的能量 mc^2 的绝大部分还没有被人们认识和利用．

我们再举一个天文方面的例子来说明巨大的 ΔE 所对应的 Δm 的数值．我们知道，太阳在单位时间里垂直射到地球大气层边缘单位面积上的能量约为 1.4×10^3 焦／米$^2\cdot$秒，这个量乘上以太阳到地球的平均距离（1.5×10^{11} 米）为半径的球面面积，便得到单位时间内太阳辐射的总能量：$\Delta E=1.4\times10^3\times4\pi\times(1.5\times10^{11})^2\approx4\times10^{26}$（焦）．所以，每秒钟太阳因辐射而失去的质量为

$$\Delta m=\frac{\Delta E}{c^2}=\frac{4\times10^{26}}{9\times10^{16}}\approx4.4\times10^9\ (\text{千克})$$

这个数值在地球上的人看来已经不小了，但是与太阳的质量（$M \approx 2 \times 10^{30}$ 千克）相比可就太小了．经过 50 年，太阳因辐射而减少的质量也不过 7×10^{15} 吨，只是太阳本身质量的三万亿分之一．这对于地球和其它行星的影响是微不足道的．

例 5　一个电子在离开加速器时具有能量 2×10^3 兆电子伏．试问：它的质量是静止质量的多少倍？

解　按题意，动能 $T = 2 \times 10^3$ 兆电子伏，而电子的静止能量是已知的：$m_0 c^2 = 0.511$ 兆电子伏，这可由 m_{0e} 和 c 直接得到．于是所求的比值为

$$\frac{m}{m_0} = \frac{E}{E_0} = \frac{T + m_{0e}c^2}{m_{0e}c^2} = \frac{2 \times 10^3}{0.511} + 1 = 3915$$

§14　狭义相对论的实验基础

我们知道，欧几里得根据几条公理建立了整个欧几里得几何学．物理学的任何一个理论也都一样，要从几条基本原理出发来建立．牛顿由几条基本原理（定律）出发，建立了牛顿力学（经典力学），包括质点力学、流体力学、材料力学、结构力学等等．麦克斯韦由几条基本原理（麦克斯韦方程组）出发，建立了经典电磁学，包括电动力学和技术领域的电工学、无线电电子学等等．同样，爱因斯坦由两条基本原理——光速不变原理和狭义相对性原

理出发，建立了狭义相对论.

任何物理理论所根据的基本原理都和几何学中所根据的公理一样，不是被证明和推导出来的，否则这一理论就不会是新理论，只能是已有理论的推论. 建立物理理论所依据的基本原理往往是由一系列实验结果归纳出来的，或说是被一系列实验所证实了的. 正因为如此，科学家才把它们作为新理论的依据. 但是这些原理对于新理论所涉及的更广泛的现象（证实这些原理的一系列实验以外的更普遍的实验现象）是否正确，是不能被普遍证明的. 科学家认为这些原理对于新理论所涉及的所有现象普遍成立，这是科学的假设，据此建立新理论. 所建立的新理论及其赖以成立的基本原理是否正确，只能由新理论的各个推论是否能被实验证实来确定. 新理论所涉及的范围远远超出了旧理论，新理论的推论（预言）中的绝大部分都是旧理论中没有的. 新理论的建立，一方面严格地指出了旧理论的局限，把旧理论纳入自己的一个特殊情况（例如在 $v \ll c$ 的特殊情况下牛顿力学成立），另一方面新理论预言大量的、旧理论所无法解释的推论（现象）. 实验物理学家则要设计更新的实验，来进一步检验新理论的正确性.

狭义相对论，作为突破经典物理学框架的新理论，它的建立和被验证的过程正是上面所讲的那样.

半个多世纪以来的大量实验事实，无一例外地证实了狭义相对论的正确性，即证实了光速不变原理和狭义相对性原理确实是反映自然界客观规律的真理. 本节将介绍几个有关实验的原理和观测结果.

菲索实验和迈克尔逊实验

由于牛顿力学的辉煌成就，使 19 世纪的物理学家满脑子都充满了力学思想. 他们认为电磁波既然是波，就必须在介质中传播，如同声波要靠空气等介质传播一样. 当时，人们把传播电磁波的介质叫做**以太**. 与通常的介质不同，以太具有许多不可捉摸的性质. 比如，由于光可以在真空中传播，以太便必须是无质量的. 又因为波是振动的传播，所以以太又必须是有弹性的，它充满于任何物质之中.

在 1905 年以前，人们根据经典力学的速度合成法则，认为麦克斯韦方程组只在一个特殊的惯性系中成立，即只在这一惯性系中光速才各向同性. 这一惯性系是一个绝对静止的惯性系. 由于光是靠以太传播的，所以上述绝对静止参考系就是相对于以太静止的参考系.

为了考察以太的性质，人们设计了一些实验. 其中，菲索（*Fizeau*）设计了一个实验，用来检验以太是否被流水所带动.

这个实验的装置如图 2—11 所示，在两个平行管 a 和 b 内有水流过，且水流的方向相反. 如图所示，o 为光源. 自光源发出的光到达半镀银镜 A（这种镜的特点是使射来的光一半透射、一半反射）后分为两束：一束透过 A 并经 B 和 C 反射后向外射出；另一束经 A 反射再经 D 反



图 2—11

射，然后透过 C 向外射出.这两束光，一束顺水传播，另一束逆水传播. 两束出射光相遇，在仪器中可以被观察到. 根据对观测结果的分析和计算，**菲索实验证明了以太几乎不随介质运动这一结论.**

19 世纪末，物理学家们在菲索实验的基础上，企图进一步观察地球相对于以太的运动. 因为按照菲索实验的结论，地球周围的空气（与地球相对静止）不带动以太，那么地球的自转和公转都将是相对于以太的运动. 要由电磁现象观察出整个系统（整个光学仪器系统随地球一起）的运动，就必须观察精确到 v^2/c^2 量级的效应. 迈克尔逊（Michelson）实验（1881 年）就是为了这一目的而设计的.

迈克尔逊实验装置的示意图如图 2—12 所示. D 是光源. 光线由 D 射到半镀银镜 C 上，一部分反射，一部分透射，从而形成两束光. 透过 C 的一束光经过平面镜 B 反射后再经过半镀银镜 C 反射，然后由 E 射出；被 C 反射的一束光经过平面镜 A 反射，又透过 C，然后由 E 射出. 两束出射光在仪器的镜筒内会合，被观测.

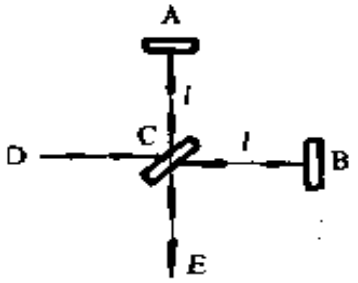


图 2—12

如果整个实验仪器（固连于地球）相对于以太有一个水平速度，那么经过水平路径的一束光和经过竖直路径的

一束光的传播速度就不相同，从而出现干涉条纹*；如果实验仪器（地球）相对于以太静止，那么两束光的速度相同，就不会出现干涉条纹. 实验结果是没有干涉条纹出现. 由于地球自转和公转，地面的速度在周期性地改变，按计算结果可以断定，由于上述光速周期性改变所造成的干涉条纹的周期性移动应该是可以观察到的. 但是迈克尔逊实验的结果是没有干涉条纹移动. 这就是说，地球相对于以太是静止的，**地球周围的空气完全带动了以太**，迈克尔逊实验的结论与菲索实验的结论恰恰相反，这表明以太根本就不存在.** 实际上，上述实验证实了光速的各向同性.

但是放弃了以太理论以后，丝毫也没有解决本章开头所说的经典力学和电磁现象之间的矛盾. 爱因斯坦创立了狭义相对论，才彻底解决这一矛盾.

自迈克尔逊以后，1887 年，迈克尔逊和莫雷(Morley) 以更高的精确度重新做了这个实验，没有发现干涉条纹的移动. 过了半年（地球相对于太阳的运动反向了）又重做这一实验，得到的仍然是"零结果"——即没有干涉条纹的移动. 在狭义相对论建立之后，人们又在各种不同条件下反复做过类似于迈克尔逊实验的其它实验，精确度越来越高，但所得到的都是零结果. 这一系列实验结

---

* 有时马路上有一层油，可以看到油面上呈现彩色条纹，这就是光的干涉条纹，是由于光在液体中的传播速度与在空气中的传播速度不相同造成的.

** 尽管仍有人利用以太理论解释上述实验，但这些解释在理论上是极不自然的.

果，都可作为对光速不变原理的实验验证.

布拉格实验

1909 年，布拉格 (Bragg) 测量高速电子的质量，得到的结果证实了质量与速度的关系式（§ 12 中第 10 式）的正确性.

我们知道，狭义相对性原理指出，电磁现象的定律不随惯性系的不同而改变，所以电子的电荷应为一常量，与运动速度无关. 这就是说，只就电荷而言，相对论与经典理论并无差异；而质量则按质—速关系变化. 因此，按照狭义相对论，电子的电荷与质量之比（常称**荷质比**）应为

$$\frac{e}{m}=\frac{e}{m_0/\sqrt{1-v^2/c^2}}=\left(\frac{e}{m}\right)_{\frac{v}{c}\to 0}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

式中的$\left(\frac{e}{m}\right)_{\frac{v}{c}\to 0}$表示低速电子的荷质比. 经典电磁学测量电子荷质比的实验中，阴极射线管内电子的速度远小于光速 c，所以经典电磁学实验测得的结果实际就是$\left(\frac{e}{m}\right)_{\frac{v}{c}\to 0}$.

为了得到高速（足以与光速 c 相比拟）的电子，布拉格利用天然放射性元素放射的 β 射线. 射线中的电子，速度大小不等，高的可达 0. 99c. 他用适当的电场和磁场将具有某种速率的电子选出，其荷质比$\frac{e}{m}$ 即可由偏转角度算出. 实验结果跟相对论的预言〔(1) 式〕符合得很好，即证实了质量 — 速度关系式的正确性.

此后有许多人先后做过类似的实验，无一例外地证实了相对论质量—速度关系的正确性.

表 2-1

v/c	0	0.01	0.10	0.50	0.75	0.80
m/m_0	1	1.000	1.005	1.115	1.538	1.667
v/c	0.90	0.95	0.98	0.99		
m/m_0	2.294	3.203	5.025	7.089		

表 2-1 按质—速关系式给出一些$\frac{m}{m_0}$和$\frac{v}{c}$的理论值. 图 2—13 画出了考夫曼(Kaufmann，1901 年)、罗格斯（Rogers，1940 年）等人所做实验的结果（实验点）和质—速关系式的理论曲线. 可见实验结果与理论公式符合得很好. 近年来，在高能电子实验中，已经能够使电子速度达到极接近光速的值——与光速之差只有三百亿分之一. 相应地，电子质量已达到静止质量的四万倍. 在这个范围内，狭义相对论和实验仍然完全符合.

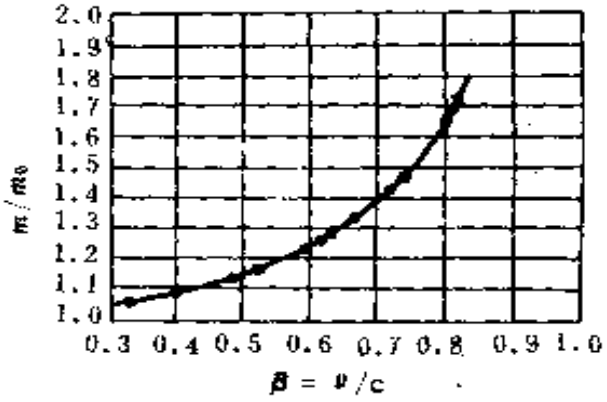


图 2—13

μ 子衰变

证实动钟延缓效应的最精彩的一个例子是 μ 子的衰变. μ 子（μ^-）是带负电的粒子，它的电荷与电子电荷相等，质量比电子质量大 207 倍. μ 子的半衰期（即衰变

的 μ 子数占 μ 子总数的一半所经过的时间）约为 1.5×10^{-6} 秒．人们知道，μ 子是在距地球表面约 10^4 米的高空大气上层，在宇宙线作用下形成的．假设形成以后它们以光速运动（当然不能再快了），按照经典理论，μ 子衰变至总数的二分之一时所经过的平均路程等于它们的平均寿命 1.5×10^{-6} 秒与光速 c 的乘积：

$$s=(1.5\times10^{-6})\times(3\times10^{8})=4.5\times10^{2}(\text{米})$$

而 μ 子形成处距地面有 10^4 米．按这样的计算结果，明显地与实验观测结果不相符．其原因是上面的时间没计算对．

设 S' 系固连于 μ 子，S 系固连于地面．μ 子的平均寿命 1.5×10^{-6} 秒是在与它相对静止的惯性系中测得的．因此，在上述例子中应该是 S' 系测得的时间（即 μ 子的产生和消失两事件之间的时间间隔），而距离 10^4 米又是 S 系测得的．实际上，在 S 系测得的 μ 子平均寿命应该是

$$\tau_0=\frac{\tau'_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=\frac{1.5\times10^{-6}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

它们通过的平均距离等于

$$s=\frac{1.5\times10^{-6}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\cdot v \qquad (2)$$

上式跟在地面上观测的结果符合得很好．因此，这一实验观测结果是对动钟延缓效应的验证．

在 S' 系中将认为 μ 子寿命确实是 1.5×10^{-6} 秒，但它产生处与地球表面的距离不是 10^4 米，而是

$10^4\sqrt{1-v^2/c^2}$ 米(动尺缩短)，于是有

$$v \times 1.5 \times 10^{-6} = 10^4\sqrt{1-v^2/c^2}$$

即

$$\frac{1.5 \times 10^{-6}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \cdot v = 10^4(\text{米})$$

这就是说，在 S' 系观测的结果与 S 系观测的结果相同，只是大地飞向 μ 子，在 1.5×10^{-6} 秒的时间刚好二者相遇．由以上二式可以看出，这一实验不但证实了动钟延缓效应，同时也证实了动尺缩短效应．

飞机载原子钟所做的环球航行实验

对动钟延缓效应的最直接的验证是由飞机载着钟做航行实验．1970 年，哈菲尔（Hafele）设计了一个这样的实验．将两个在地球上调整同步的原子钟分开，一个留在地球上，另一个由飞机运载绕地球航行．飞机绕地球飞行一周以后降落到地面上，然后将两个原子钟的读数进行比较．根据原子钟的精确度和飞机的飞行速度，可以断定这种实验是能够对理论预言的效应进行检验的．

实际上，由于飞机在飞行过程中要受到引力场作用，所以，飞机上原子钟的快慢除了狭义相对论中的动钟延缓效应以外，还有引力场所产生的效应．1971 年，哈菲尔和凯廷（Keating）完成了这一实验．他们把四个铯原子钟分别放在两架飞机上，一架向东飞，另一架向西飞．两架飞机都在赤道面附近高速度飞行．两架飞机在

绕地球飞行一周以后回到地面，与留在地面上的铯原子钟进行比较．去掉地球引力场所产生的效应（这部分效应要用广义相对论计算）以后，在实验误差允许的范围内，实验结果与狭义相对论动钟延缓效应的理论预言完全符合．表 2－2 是实验值与理论预言值的比较．

表 2-2

			$\Delta\tau$（飞行原子钟读数减去地面钟读数，以 10^{-9} 秒为单位）	
			向东航行	向西航行
实验结果	四只铯原子钟编号	120	−57	+277
		361	−74	+284
		408	−55	+266
		447	−51	+266
	平均值		−59 ± 10	+273 ± 7
理论预言值	引力效应		144 ± 14	179 ± 18
	运动学效应		−184 ± 18	96 ± 10
	总的净效应		−40 ± 23	275 ± 21

以上我们介绍了几个检验狭义相对论的实验．这里必须说明一点，即作为狭义相论实验基础的绝不止这几个实验．许多实验因为所涉及的内容超出了本书的范围，我们没有介绍．半个多世纪以来的所有物理学实验，没有一个与狭义相对论不一致的．因此，狭义相对论早已成为举世公认的正确的理论．无论在理论研究方面还是

在技术应用领域，它早已成为必不可少的基础理论．比如，当人们设计同步加速器（它可以把电子加速到接近光速）的时候，必须确定这机器的尺寸（它和粒子的轨道半径有关）和所使用的磁场的强度；还要确定绕多少米铜丝，通过这些铜丝的电流强度多大才能产生所需要的磁场等等，这些计算过程必须用到狭义相对论．假定要求将电子的速度增大到一个很大的值 V，而机器的尺寸不能做得太大，即限定了轨道半径 R，这时所需要的磁场强度 B（用来使粒子转弯）可以由向心力公式推得：

由 $$BqV=\frac{mV^2}{R},\quad m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

得到

$$B=\frac{m_0V}{qR}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

式中 q 为粒子所带的电量，m_0 为静止质量．实验表明，由上面的相对论关系式确定的磁场强度是完全正确的．

狭义相对论的概念和所有的关系式已出色地经受了考验，这使它像欧几里德几何学一样成了经典理论，成为 20 世纪人类思维的不可分割的一部分．

第三章
从万有引力到弯曲空间

狭义相对论是在研究与运动物体相联系的电磁现象的过程中产生的. 广义相对论是在研究引力理论的过程中产生的. 它是研究空间、时间和引力的理论，是爱因斯坦于1916年创立的.

由于任何物质运动都发生在一定的空间和时间范围内，又都有引力的参与，因此广义相对论是研究空间时间和物质的普遍运动的理论. 虽然狭义相对论也研究空间、时间和物质的普遍运动，但它不涉及引力场，不能采用非惯性系. 在狭义相对论中，惯性系和非惯性系是不平权的.

从相对性原理的角度，可以认为广义相对论是狭义相对论的逻辑推广.

在狭义相对论中，把力学的相对性原理推广为狭义相对性原理，即各惯性系对于描述所有的物理现象（力学的和电磁的）都是平权的. 狭义相对论对于任何物理过程都否定了绝对运动的存在，但它仍然保留了经典力学的残余：狭义相对论认为自然界中存在一类优越的参考系——

惯性系. 从惯性系来看，事物的空间大小和时间快慢与运动状态有关,但是时间和空间的属性却丝毫不受物质的影响.如，静置于惯性系内不同位置的标准钟一经调整同步，就永远保持同步，与周围是否存在物质以及物质如何运动完全没有关系. 用标准尺测量的空间几何性质——圆的周长与直径之比等于 π，三角形内角之和等于 180° 等等——也不受周围物质的影响，永远遵守欧几里得几何学. 只有用惯性系描述物理现象，物理规律才具有相同的形式（运动方程才是协变的）.

广义相对论则最后地取消了惯性系的特殊地位，认为对于所描述的物理现象，一切参考系都是平权的，打破了狭义相对论的局限（自然定律只在惯性系中成立）. 广义相对论认为，一切自然定律（物理规律）在所有参考系中（包括惯性系和非惯性系）都应有相同的形式，即运动定律应是广义协变的. 这就是**广义相对性原理**，它是狭义相对性原理向非惯性系的逻辑推广.

基于物体的引力质量恒等于其惯性质量的实验事实，爱因斯坦提出了广义相对论的另一条基本原理. **即等效原理**：惯性力场和引力场的动力学效应是局部不可分辨的. 事实上正是有了这一条原理才使得由狭义相对性原理向广义相对性原理的推广成为可能，因为非惯性系与惯性系的区别仅仅在于前者其中存在引力场而已（惯性力场等效于引力场）. 后面我们将看到，当引力场（或惯性力场）存在时，空间的几何性质将不再遵守欧几里得几何学，即空间变得弯曲了. 自然界中，严格地讲只存在非惯性系（惯性系只是近似地存在），因此，任何物质的运动必然与引

力场联系起来. 所以广义相对论断言，事实上我们不是生活在平直的欧几里得空间，而是生活在一个弯曲的黎曼空间. 广义相对论比狭义相对论更进一步揭示了时间、空间和运动着的物质之间的联系，是人类对客观物质世界和时空结构认识的深化.

狭义相对论和广义相对论在物理学的不同领域内所起的作用各不相同. 在宏观（低速）物理学中，广义相对论和狭义相对论的效应都可以忽略不计. 在微观（高能）物理学中，狭义相对论取得了辉煌成就. 例如，目前物理学界普遍认为，任何正确的基本粒子理论都必须满足洛伦兹协变性要求. 正是在这一思想指导下，30 年代，狄拉克(Dirac) 把狭义相对论和量子力学结合起来，预言了正电子的存在；40 年代发展起来的洛伦兹协变量子场论在研究基本粒子的相互作用和转化的规律方面又取得了巨大成就. 狭义相对论已成为人们认识微观（高能）物理现象不可缺少的重要的基础理论. 但是广义相对论在这一领域内却至今没有得到应用. 原因是引力相互作用比其他三种相互作用（弱、电磁、强相互作用）弱得多. 因此大部分物理学家认为，在微观领域内，广义相对论效应或引力作用可忽略不计.

对于大尺度时空（或称宇观世界），即大于 10^8 光年范围内的物理过程,广义相对论则是一个重要的理论工具. 在太阳系内也有少数可观测的广义相对论效应. 1916 年，爱因斯坦首次由广义相对论的计算结果，圆满地解释了经典力学所无法解释的水星近日点的进动，并预言了星光经过太阳附近要有 1.75″的偏转. 三年后，该预言被爱

丁顿的实验观测所证实. 1919 年斯莱弗 (Slipher) 和 1929 年勒梅特 (Le Maitre) 先后由广义相对论提出宇宙膨胀模型，说明来自遥远星系的光谱线红移本质上是一种多普勒(Doppler)红移. 1943 年，盖穆(Gamov)提出大爆炸宇宙模型，第一次试图建立一个宇宙演化理论. 1965 年发现的 3K 微波背景辐射被认为是对大爆炸模型的支持. 1963 年发现的高能天体—— 类星体大大刺激了人们对黑洞 (一种没有任何辐射的高密度天体) 的研究. 1968 年，J · 韦伯 (Weber) 声称接收到了发自银河系中心的引力波. 虽然这一结果再没有得到重复实验的支持，却推动了这一方面的进一步研究. 1978 年 11 月中旬，泰勒 (Tayler) 领导的一个实验组根据四年的观测结果，给出了第一个引力波存在的 (间接的) 实验验证.

综上所述，广义相对论在宇观领域内是十分重要的理论工具.

§ 1 牛顿引力理论的成就和困难

万有引力定律

17 世纪 60 年代，人类第一次把驱使树上的苹果落向地面的力 (重力) 跟月球受到地球的束缚力联系起来. 这要归功于天才的物理学家牛顿.

1687 年，牛顿提出了万有引力定律，创立了第一个引力理论. 人类对引力的认识第一次升华. 牛顿认为，宇

宙中任何两个物体之间都存在一种引力，其大小与两物体的质量成正比，与它们之间距离的平方成反比：

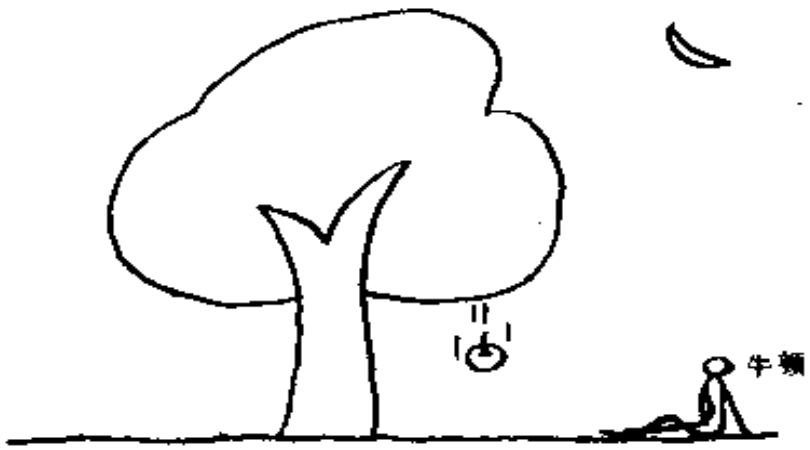


图 3—1

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

这就是牛顿万有引力定律．在这一定律基础上建立起来的引力理论称为**牛顿引力理论**．

在牛顿发现万有引力定律之前，伽利略曾研究过许多力学现象，包括著名的落体实验，抛体运动等等．这些现象都发生在地球表面附近，因此，伽利略在研究力学现象的过程中都加上了这个人们不甚留心的假定：物体的整个运动过程都局限在地球表面附近．地球表面附近的力学现象有下面几方面的特点．

(1) 地面附近任何两个物体之间的万有引力都是十分微小的．通常，人们对于地球吸引地面上的一切物体的现象十分熟悉，但是对于两个物体之间也有同样性质的引力就不那么熟悉了．因为人们看不到两个桌子、两个杯子、两个人由于万有引力的作用而相互靠近．这是由于它们之间的万有引力过于微小的缘故．例如，两个 60 千克重的

人相距 2 米时，其间的万有引力还不到十万分之一克. 这样小的力，如果压到天平盘上，也只有最灵敏的天平才能称出来. 即使是两艘重二万五千吨的大轮船，在相距 100 米时其间的万有引力也不过 400 克. 所以，在地球表面附近的各种力学现象中，完全可以忽略物体间的万有引力作用. 当然，物体和地球之间的万有引力通常是不能忽略的.

对于地球表面附近的两个物体说来十分微小的万有引力，对于两个庞大的天体说来却变得异常巨大. 地球对月球的引力主宰着月球的运动，太阳对地球的引力则主宰着地球的运动（公转）. 就连接近太阳系边缘的海王星，对地球的引力还有一千八百万吨. 如果月球没有巨大的切向速度，将会在地球的强大引力作用下坠落地面. 我们设想用最好的钢材做成一根钢棒，来支撑住月球，这一根钢棒的底面积要比河北省还大！正是这种强大的万有引力主宰着月球的运动，也主宰着所有行星的运动.

(2) 在地球表面附近重力加速度的大小和方向到处都相同. 比如，“平抛物体的轨道是一条抛物线”的结论就是在这一前提下得到的. 如图 3—2 所示，平抛物体的竖直分运动和水平分运动分别为

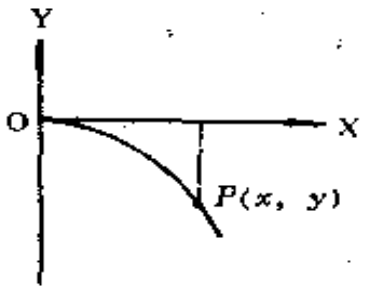


图 3—2

$$x = vt$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2,$$

消去时间 t，得到轨道方程

$$y = -\frac{g}{2v^2}x^2.$$

这是顶点在 O 点、开口向下的抛物线. 显然，在推导过程中已经用到这样的假定：在整个抛体运动过程中 g 的大小均为常数，而且方向总是竖直向下的.

这里应该强调的是“地球表面附近”这一条件的含义：所研究的物体运动的空间范围的最大线度（空间间隔）远小于地球的直径. 在这样的条件下，可以把地面看作无限大平面，重力加速度的大小和方向就都是不变的了.

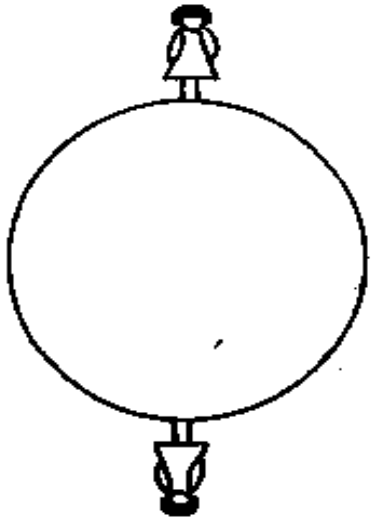


图 3—3

由于人们对于上述条件太熟习了，所以往往形成一种经验的概念：竖直(重力)方向是绝对的. 比如，有人说，由于地球是圆的，所以“中国人头朝上走路，美国人头朝下走路”. “下”的定义应该是“沿竖直(重力)方向”. 而对于地球两侧的两个观察者说来，他们之间的空间间隔已经不再满足“远小于地球直径”这一条件，所以他们各自的参考系中应该有各自的竖直方向——竖直方向是相对的而不是绝对的. 这就是说，位于中国的观察者和位于美国的观察者有各自的“下”，他们都是头朝上走路的.

行星运动之谜

牛顿引力理论的成就是辉煌的. 它第一次揭开了天体

运行之谜. 在此之前，开普勒分析了第谷等人数千张星象图（每一张图都是天文学家辛勤劳动的结晶），归纳出行星运动的三条实验定律——开普勒三定律. 而牛顿发现万有引力定律之后，根据牛顿运动定律和微积分等数学工具，由运动方程 $F=ma$，便可轻而易举地、严格地导出开普勒三定律，真令人有居高临下之感.

为了说明牛顿引力理论的成就，我们先了解一下行星的轨道和太阳系大行星的概况.

(1) 行星的轨道

行星的轨道为一椭圆，太阳位于一焦点处（如图）.这就是开普勒第一定律. 开普勒第二定律是说行星的矢径（太阳和行星的连线）在相等的时间内扫过相等的面积. 根据这一定律，地球在冬至附近的线速度要比在夏至附近时大一些.* 因此，夏天这半年的时间为 186 天，而冬天这半年的时间只有 179 天.开普勒第三定律是说轨道半长轴的立方与周期的平方成正比.

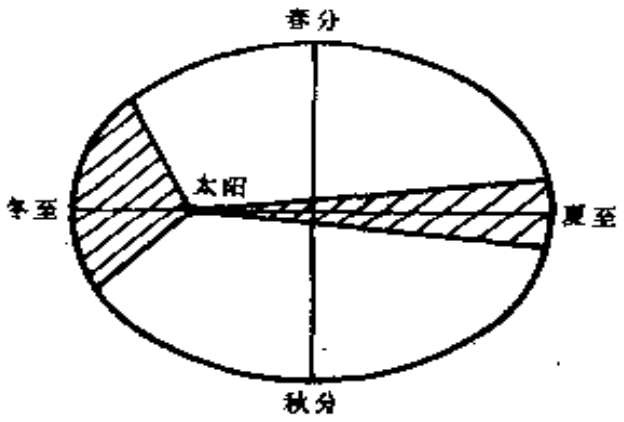


图 3—4

(2) 行星和卫星

我们知道，太阳是一颗恒星. 在太阳系中，共有九颗较大的星球绕着太阳转动，这些星球称为行星. 地球就是

* 这是对北半球观察者而言，对南半球观察者则相反.

太阳系这个大家庭中的一个普通成员 —— 一颗普通的行星. 任何一颗行星的质量跟太阳质量相比都是极微小的，以至于它们对太阳的引力不能使太阳产生任何可观测的运动. 地球的质量只有太阳质量的 1／332500，地球直径只有太阳直径的 1／109.

卫星是更小的天体，它绕着行星转动. 月球就是地球的一颗卫星. 除了月球这颗天然卫星以外，在地球周围还有许多人工发射的人造地球卫星.

每颗行星都沿着不同的轨道绕太阳转动，按照行星轨道离太阳的远近，最近的一颗是水星，往外依次是金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星和冥王星. 它们的轨道都是椭圆的，由小到大（由里到外）依次排列. 除了这九颗大行星以外，还有许多质量很小的行星，这里我们只介绍了大行星.

(3) 天王星的发现

天王星的发现要归功于一位居住在英国的德国人 V. 赫歇尔. 他于 1738 年生于汉诺威. 自从汉诺威的侯爵当了英国国王之后，汉诺威人可以自由迁居到英国. 少年时代的赫歇尔以琴师为职业，但酷爱数学和天文学. 他很想有一台望远镜，用来欣赏"星星的音乐". 他收入甚微，买不起望远镜，于是自己动手磨制镜片，屡经失败以后，他终于制成了一台望远镜. 1781 年，他用自制的望远镜发现，在当时人们所知道的五颗行星（不算地球）之外，还有一颗行星. 赫歇尔公布这一发现之后，科学界几经迟疑，终于承认了这是一个新发现的行星. 人们长期以来已经公认太阳系的边界是土星，要打破这一边界可不是件容

易的事. 赫歇尔的发现引起了轰动. 他建议把他发现的这颗行星叫作乔治星，以纪念当时的英国国王乔治三世. 有些科学家按照神话的传统建议为这颗星起名天王星. 在神话中天王是萨杜伦（土星）的父亲. 这样就使得朱必德（木星）、萨杜伦（土星）和尤兰拉斯（天王星）子、父、祖父三代并列于太阳系中. 一些科学家把这颗星叫作赫歇尔，以纪念它的发现者. 在相当长时期内，天王星和赫歇尔两个名字并存. 赫歇尔后来成了恒星天文学的创始人.

(4) 海王星和冥王星的发现

科学的理论走在实践前面，这在科学的发展历史中多次出现. 牛顿引力理论的预言就出现在海王星和冥王星发现之前. 这是牛顿引力理论的伟大成就之一.

如果行星只受太阳引力，它的轨道如上面所讲的就是一个确定的椭圆. 但是各个行星之间也存在着万有引力，所以要确定每颗行星某时刻的真实位置还必须考虑相邻的行星对它的引力所引起的摄动. 对于土星和木星，用万有引力定律计算得到的理论结果与实际观测的结果完全一致. 对于天王星，考虑到土星引力引起的摄动后，理论计算的结果与实际观测结果还是不一致. 人们做过许多次观测，观测的结果是可靠的. 于是一些科学家怀疑万有引力定律的正确性，另一些科学家则认为天王星外边还有一颗尚未发现的行星，它对天王星的引力没被考虑，从而产生了理论与观测结果的矛盾.

当时大部分科学家倾向于第二种观点. 但是预言和寻找一个新的天体实在太艰难了，没人敢动手做.

1845 年，一位英国剑桥大学的学生，23 岁的亚当斯

(J · Adams)，经过两年时间的计算，提出了新行星存在的预言．他根据万有引力定律和天王星的真实轨道逆推，预言了新行星不同时刻所在的位置．遗憾的是他的报告并没有引起英国科学家的注意．

同年，法国一位技术学校的助教勒威耶(Le Verrier)也算出了同样的结果，并把预言的结果寄给了柏林天文学家加耳(Gall)．当晚，加耳把望远镜对准勒威耶指定的位置，果然发现有一颗新的行星！

这震撼世界的新发现使牛顿的名字誉满全球，这是牛顿引力理论的最精彩的表演．人们仍然按神话的传统为这颗行星起了名字，叫做**海王星**．

在英国，亚当斯把密藏着的论文公布了，人们发现这两位学者的成果是一致的，而且是各自独立完成的．如果英国的科学家及时注意到亚当斯的报告，英国人就会首先发现这颗行星了．英国科学家为争取世界科学界承认亚当斯的功绩作了努力，英法两国科学家为此进行了长达 4 年之久的论战．

海王星发现之后，人们发现它的实际轨道也与理论计算的不一致．于是几位学者都想用亚当斯和勒威耶的方法预言另一颗新的行星的存在．在预言提出之后，1930 年，汤博(Tom baugh)发现了这颗行星，命名为**冥王星**．冥王星的实际（观测）轨道与理论计算的一致，所以人们确认，冥王星是太阳系最外一颗行星了．

用牛顿引力理论研究月球和地球对其质心的运动，成功地解释了潮汐现象．牛顿引力理论还成功地解释了地球的形状等地球物理现象．

牛顿引力理论的困难

牛顿引力理论在取得辉煌成就的同时，理论本身也存在着不可克服的困难．这些困难，有的属于对观测到的现象无法解释，有的属于由该理论导致荒谬的和不能被接受的（不合理的）结果．

(1) 在天文观测方面，牛顿引力理论无法解释水星的运动规律．

1859 年，法国天文学家勒威耶为了从理论上更准确地确定行星运动的轨道，他要把各个行星之间的相互作用（万有引力）计算进去，作出各个行星运动的数字表．这是一项十分繁重的工作，一直到 1877 年他去世的时候还没有做完．他的这项工作一开始，就遇到一个障碍：水星的轨道（理论计算得到的）与实际观测到的不符合，水星轨道的近日点每 100 年要向前移动 42″多．为了不破坏牛顿力学的定律，又能解决这个疑难问题，勒威耶假设在水星轨道之内还有一颗没被发现的行星，它对水星的万有引力引起水星的摄动，由此产生了理论和观测的差别．在这之前，勒威耶曾经用这一方法成功地预言了海王星和冥王星的存在，但是这次对于水星轨道内行星存在的预言却没有成功．按照勒威耶和他的支持者的计算，这颗尚未发现的行星（当时命名为**火神星**）应该在 1877 年 3 月 22 日通过日面．那天，几乎法国所有的望远镜都对准了太阳的圆轮，可是人们大失所望，没有发现这个行星．以后人们又利用日全食的机会在太阳附近寻找，都一无所获．按照天

文观测的精度，如果有这颗行星是肯定能观测到的．于是人们不得不最后放弃这一方案，所谓火神星根本不存在．

上述方案失败以后，为了解释水星近日点的进动，数学家彭加勒提出，太阳周围可能存在一圈宇宙尘埃，这些尘埃引起了水星的反常运动．但是，如果存在这圈尘埃，在黄昏时是会被观察到的，而且这样的尘埃物质会使彗星经过近日点时发生明显摄动，这也是能够观测到的，而天文学家却没有发现上述现象，于是这一方案也失败了．

这样，水星近日点的进动现象在牛顿引力理论中无法得到解释，这表明牛顿引力理论本身存在问题，或者说遇到了不可克服的困难．只有用新的引力理论代替它，才可能消除理论与实验观测结果的矛盾．

(2)在理论方面，第一个困难是 1874 年纽曼(Newman)等人提出来的．在宇观尺度上，观测证实宇宙物质是均匀分布的（详见第六章§2）．根据牛顿引力理论，将得到一个荒谬的结论：引力场中任一点的引力场强度为任意大（不确定）．

为了推证这一结论，我们先复习一下有关静电学的知识．

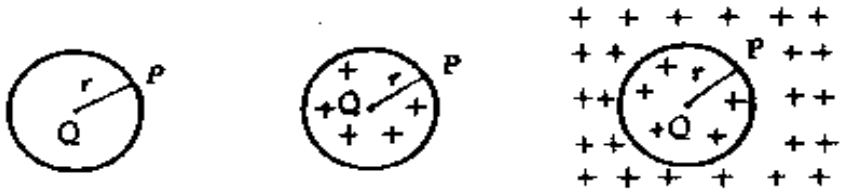


图 3—5

如图 3—5（a）所示，在一个点电荷 Q 的静电场中有一点 P，P 点和源电荷的距离为 r，则 P 点处的场强为

$$E = K\frac{Q}{r^2}.$$

方向指向 P. 如果产生电场的电荷不是点电荷，而是均匀分布于半径为 r 的球体内，如图 3—5 (b) 所示，这时球面上一点 P 的场强仍然是 $E = K\frac{Q}{r^2}$ (方向指向 P)，就跟所有电荷都集中于球心是一样的. 如果除了均匀分布于球内的电荷 Q 以外，在球的外部无限大的空间里还充满了均匀分布的电荷 Q'，如图 3—5 (c) 所示，那时 P 点的场强还是 $E = K\frac{Q}{r^2}$，与球外的 Q' 无关. 这是因为球外的均匀分布的电荷 Q' 在 P 点产生的场强为零. 这就是说，当电荷均匀分布于整个空间的情况下，P 点的场强只与过 P 点的球面所包围的电荷有关，而与球面以外的电荷无关；球面内的电荷在 P 点产生的场强又与所有球内电荷都集中在球心是一样的.

静电学的库仑定律和牛顿万有引力定律的形式是相同的:

$$E_{电} = K\frac{Q}{r^2},\quad E_{引} = G\frac{M}{r^2}$$

实验观测的结果是，宇宙物质均匀分布于整个空间，密度为一个常数 ρ. 这样，我们可以用上述求静电场强的方法来求出空间任一点 P 处的引力场强:

$$E_{引} = G\frac{M}{r^2}$$

根据上面的分析，引力场源质量 M 应该是球内的总质量，所以有

$$M = \frac{4\pi}{3} r^3 \cdot \rho$$

把这个质量 M 的表达式代入场强的表达式中，便得到任一点 P 处的引力场强的大小：

$$E_{引} = \frac{4\pi}{3} G\rho r$$

由于整个空间的物质质量是均匀分布的，所以图 3—5 (c) 中的球面可以任意取，只要过 P 点即可. 也就是说，球半径 r 可以任意取，想取多大就取多大. 就是说，按照牛顿的引力理论，引力场中任一点的引力场强的大小是任意的，这显然是不合理的. 这就是著名的**纽曼疑难.**

(3) 牛顿引力理论本身的另一个困难是它不符合狭义相对性原理. 按照狭义相对论的要求，所有的物理学规律都应该符合狭义相对性原理，就是说牛顿万有引力定律的数学形式在所有惯性系中都应该是相同的. 或者说，牛顿万有引力定律的数学形式在洛伦兹变换下应该是不变的. 但是牛顿万有引力定律不满足这一要求. 它在伽利略变换下是不变的 (见第一章)，在洛伦兹变换下不再是不变的.

(4) 牛顿引力理论给出的万有引力是一种**超距作用力**. 在万有引力的表达式和牛顿引力场方程的其它表达式中都不含有时间 t. 这表明，在牛顿引力理论中，t 时刻作用在质点 m 上的力 F 完全决定于同一时刻二质点间的距离及它们的质量，即力 F 由 M 至 m 的传播不需要时间. 这种作用称为**超距作用**. 电磁学的情况不同，在电磁场方程组 (麦克斯韦方程组) 中含有时间 t. 所以在

电磁学中不存在超距作用，电磁场由一点传播到另一点是需要时间的．

超距作用是不能被人们接受的，连牛顿本人也曾说过："…… 这据我看来是一种莫大的荒谬．我相信，没有一个对哲学事物有足够思考力的人，曾经这样设想过．"

§2 同一物体的两个质量(引力质量与惯性质量)

设地球表面附近有一物体 A，受地球引力可以表示为

$$F = G\frac{m_g M}{r^2}$$

式中 M 为地球质量．m_g 就是通常说的物体的质量 m，它是物体本身的性质；在这里，它决定所受引力的大小，为了确切表达这种属性，我们给它起一个确切的名字，叫做物体的**引力质量**，用 m_g 表示．

另一方面，当力 f 作用于上述物体上时，它产生加速度 a，这时有

$$f = m_I a$$

式中 m_I 也是通常所说的物体 A 的质量 m，它也是物体本身的性质；不过在这里它是该物体惯性的量度，为了确切表达这种属性，我们也给它起一个确切的名字，叫做物体的**惯性质量**．m_I 也可以理解为物体对加速度的阻抗．

从上面的定义明显可见，同一物体的 m_g 和 m_I 是根本不同的两个物理量. 物体的引力质量与所受的引力有关，而与物体的运动状态毫无关系；而惯性质量是对加速度的阻抗，在运动过程中（运动状态变化时）才体现出来. 比如，一个物体放在磅秤上不动，它的引力质量可以明显地表现出来（它决定了物体所受的引力的大小），但它的惯性质量却无法表现出来，因为它没有被加速. 这就是说，我们没有任何先验的理由期望 m_g 和 m_I 之间可能存在任何联系. 正如一个人的两种特征一样：甲的鼻子比乙的大，不能保证甲一定比乙跑得快.

爱因斯坦曾经以石块和地球为例来说明这一点："地球以引力吸引石块而对其惯性质量毫无所知，地球的'召唤'力与引力质量有关；而石块所'回答'的运动则与惯性质量有关." 我们还可以举一个电学的例子，说明"召唤"与"回答"二概念之间没有必然联系. 一个带电质点受电场力，即电场的'召唤'力为

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$$

而质点所"回答"的运动却由 $\boldsymbol{F} = m_I\boldsymbol{a}$ 决定. 这里，属于质点本身属性的只有两个量，即电荷 q 和质量 m_I，"召唤"力决定于电荷 q，而"回答"的运动决定于质量 m_I. 显然，电荷 q 和质量 m_I 是毫无联系的.

我们回到引力质量和惯性质量的概念上来. 同一物体的 m_g 和 m_I 是完全不同的两个概念，但实验却证实了 $m_g \equiv m_I$. 首先，伽利略在比萨斜塔上所做的落体实验就证实了这一结论. 假设除了物体 A 以外还有物

体 A'，它们所受的万有引力恰等于使它们产生加速度的力（即设 $F=f$），则有

$$\begin{cases} F = G\dfrac{m_g M}{r^2} \\ F = m_I a, \end{cases}$$

$$\begin{cases} F' = G\dfrac{m'_g M}{r^2} \\ F' = m'_I a', \end{cases}$$

由这两组方程分别得到

$$a = \frac{m_g}{m_I}\frac{GM}{r^2},$$

$$a' = \frac{m'_g}{m'_I}\frac{GM}{r^2}$$

伽利略的落体实验证实了两个物体的加速度相等：$a=a'$，所以有

$$\frac{m_g}{m_I} = \frac{m'_g}{m'_I} = \cdots\cdots = k$$

结论是：任意物体的引力质量和惯性质量之比都等于一个恒量（写为 k）．适当地选择单位（即通常使用的单位制）便可以使 $k=1$．这样，上面的结论就是：任何物体的**引力质量恒等于其惯性质量**．因此我们说伽利略落体实验证实了物体的引力质量等于其惯性质量．

伽利略实验的精度很低，是否在精度更高的实验中会出现 $m_g \neq m_I$ 呢？很多物理学家做了这方面的实验．其中最著名的是匈牙利物理学家 [illegible] 位矿业学院的普

了 $m_g \equiv m_I$.

狭义相对论指出，物体至少有一部分惯性质量起源于内能．在放射性物质中，内能对总质量的贡献是可观的．这一部分惯性质量是否也显示为引力质量呢？少任斯（Southerns）用放射性物质重新做了上述实验，结果仍然证实了 $m_g \equiv m_I$.

1961 年，狄克（Dicke）以 10^{-10} 精度，1971 年，布拉津斯基（Брагинский）又以 10^{-12} 的高精确度，都得到了同样结果．

物体的引力质量恒等于其惯性质量，这一事实在经典力学和狭义相对论中是一种巧合，没有重要意义．可是爱因斯坦却从这司空见惯的事实中发现了新理论的线索．我们将看到，这一事实与惯性力场和引力场的等效性有内在联系．

§ 3 虚构的力和引力等效

惯性力

在牛顿力学中，除了弹力、摩擦力和万有引力以外，还有一种“虚构的力”——惯性力．按照定义，力是物体间的相互作用．只要有力，就一定有施力物体和受力物体．可是惯性力是由于物体所在的参考系相对于惯性系有加速度所产生的，没有施力物体．例如，匀角

速转动的转盘上的质点要受到一个大小等于 $m\omega^2 r$ 的**惯性离心力**，式中 m 是质点的质量，ω 是转盘的角速度，r 是质点与盘心的距离．惯性离心力是惯性力的一种，它没有施力者．又如在车厢的小桌上放一个小球，当车厢相对于站台（惯性系）向前加速时，车上的观察者发现小球受一个向后的力，这个力使小球向后加速运动．车厢是一个非惯性系，小球受的向后的力就是惯性力，这个力也没有施力者．由于惯性力没有施力物体，不符合“力是物体之间的相互作用”的定义，所以称为**虚构的力**．这虚构的力的本质是什么呢？在经典力学和狭义相对论中这是不可理解的。

更加不可理解的是这种虚构的力有时可以抵消真实的力．假设在**地球表面附近**的引力场中有一个自由下落的参考系（例如一个自由下落的升降机的内部），这一参考系中的一切物体都处于“失重”状态，它们所受的真实的地球引力被虚构的惯性力抵消了．

在上面的例子里，惯性力抵消了真实的引力；这就是说，在局部空间中所引入的非惯性系里，惯性力场与一个真实（永久）引力场一样，可以抵消反方向的一个永久引力场．下面我们将更深入地讨论这一问题．

飞船上和地球上无法区分

设想有一飞船在太空中，远离任何引力体．如图所示，飞船正在加速飞行，加速度的大小恰好等于地球表面的重力加速度 g．飞船中一位物理学家站在体重计上称自

己的体重（他在地球上称得的体重是 60 千克）.这位学者看到体重计上读数是 60 千克.他首先想到的是:“我所乘坐的飞船现在正以加速度 g 向上加速飞行（如图 3–6 所示），所以我处在一个惯性力场中，受一个向下的惯性力 mg 的作用，这个力正是 60 千克.”他又一想，不一定是这样，可能是“这飞船因故一直没起飞，现在仍然停留在地球表面，体重计的读数正是地球对我的引力”.他运用所有的物理学知识，来判断他所处的状态究竟是上面两种情况中的哪一种.他的结论是：这两种情况是无法区分的.

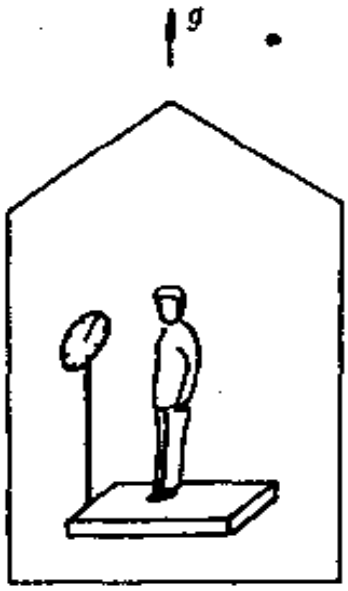


图 3—6

这一假想实验的结果表明，在局部空间区域，不可能将虚构的惯性力场与真实的引力场区分开来；二者的动力学效应是完全一样的.

对于大的空间区域，一般不存在这种等效性，例如地球引力场，在充分大的空间区域中其力线是辐射状的，所以不存在一个非惯性系，其中的惯性力场能够等效于这一辐射状的引力场.

爱因斯坦把上述等效性作为新理论的第一条基本原理——**等效原理**，表述为：惯性力场和永久引力场的动力学效应是局部不可分辨的.

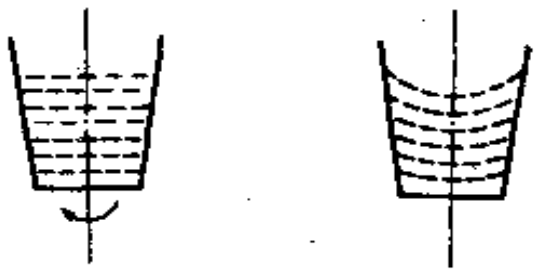
从上面的分析可以看到，由等效原理可以直接得到

引力质量恒等于惯性质量的结论．一个参考系向上以加速度 g 运动，则参考系内质量为 m_I 的物体将受到向下的惯性力 $m_I g$；若系统停留在永久引力场中（如地球表面），则质量为 m_g 的物体要受到向下的引力 $m_g g$．根据等效原理，$m_I g \equiv m_g g$，所以必有 $m_I \equiv m_g$．

跟狭义相对论中的基本原理一样（也跟几何学中的公理一样），等效原理是不能被推导出来的．它作为新理论的出发点和依据，其正确与否只能看由新理论得到的各个结果是否被实验证实．

在爱因斯坦提出等效原理之前，人们无法处理真实力和虚构力之间的关系，无法承认物体的引力质量恒等于惯性质量这一事实是自然的．牛顿认为真实力和虚构力是本质不同的．前者依赖于产生它的参考系的物理性质，后者则是由于处在加速系的结果．牛顿认为，根据这一点，可以确定一个绝对静止的绝对空间（参考系）的存在．在这一参考系中不存在虚构的力，只有真实的力．牛顿曾以著名的水桶实验来证明绝对空间的存在．

设想有一桶水，将水桶转动起来，使其绕竖直对称轴作匀角速转动．图 3－7 (*a*) 表示桶开始转动、水未被带动的情形，



(*a*)　　(*b*)

自上向下看：水对桶逆时针转动时水面为平面；水对桶顺时针转动时水面为凹面．

图 3—7

这时水面仍是平面. 随着水桶不停地转动，由桶壁开始，一层层水分子被带动. 稳定之后，整桶的水和桶一起作匀角速转动，这时水面是一凹面（读者可以自己证明，其面为旋转抛物面). 现将水桶突然停下来，此时桶中的水不会马上停止转动，水面仍然是凹面. 图 3—7 (*b*) 就表示桶突然停、水未停的情形：水面是凹面. 现在我们以桶作为参考系，自上向下看，来描述上述两种情况.

第一种情况是水相对于桶逆时针转动，此时水面是平面；第二种情况是水相对于桶顺时针转动，此时水面是凹面. 两种情况下水都作转动，水面形状却不相同. 这说明水的转动对液面形状的影响不能以桶作为参考系，两种情况的差异（液面平与凹）必决定于第三物体（或物体组）. 牛顿认为这第三物体就是绝对静止的绝对空间（参考系）. 当水相对于绝对静止的绝对空间（参考系）做绝对运动（转动）时，水面是凹面；当水相对于绝对空间绝对静止时，水面是平面.

马赫反对这种绝对空间的概念. 他指出，设想桶变得很大，大得和地球一样大，那么地球就不可能做为牛顿所说的第三物体了；如果说遥远的恒星系是第三物体，可以设想桶变得更大，大得与恒星系有相同的线度和质量，相对转动对水面形状不起作用，则遥远的恒星系也不再能作为第三物体，绝对空间在哪儿呢？在经典力学范围内，这种效应（水面的形状）是无法理解的.

等效原理逻辑简洁地、统一地处理了惯性力场与局部引力场的联系，自然地得出了物体的惯性质量恒等于引力质量的结论，即自然地解释了落体实验、厄缶实验和

牛顿水桶实验的结果.

§4 非惯性系和惯性系平权

将狭义相对性原理推广有两个理由. 第一个理由是推广的必要性.

首先, 狭义相对论认为, 对于描述物理现象, 所有的惯性系都是平权的, 但是惯性系与非惯性系不是平权的. 力学的和电磁学的运动规律 (表述它们的各个方程) 只在惯性系中成立, 在非惯性系中不成立, 因为这些方程的形式在洛伦兹变换下是不变的, 而洛伦兹变换只能在两个惯性系之间进行, 不能在惯性系和非惯性系之间进行. 在狭义相对论中, 惯性系比非惯性系要优越得多. 这就是说, 狭义相对论认为自然界中存在一种绝对优越的参考系 —— 惯性系. 这是经典力学中"绝对性"概念的残余. 实际上自然界并不存在严格的惯性系, 惯性系只是一种真实参考系的近似. 比如, 地球是一个良好的惯性系, 但实际上地球在自转, 又在绕太阳公转, 所以它不是一个严格的惯性系, 只是一个近似的惯性系. 又如, 遥远的恒星是一个比地球更好的惯性系, 但也只是近似程度更高而已, 因为任何一颗恒星也都在相对于别的恒星转动或 (和) 作加速运动. 因此, 人们不可避免地要与非惯性系打交道, 要在非惯性系中描述物理现象.

其次, 惯性系的定义本身存在着逻辑循环 (同义反

复），即用甲定义乙，又用乙定义甲．本来，惯性系定义为：不受外力作用的物体在其中作匀速直线运动或静止，这样的参考系叫作惯性系．而什么叫“不受外力作用”呢？回答是：在惯性系中作匀速直线运动或静止的物体才不受外力．于是出现了逻辑循环．

将狭义相对性原理推广的第二个理由是推广的可能性．

根据等效原理，惯性力场等效于引力场．这就是说，非惯性系与惯性系的唯一区别仅在其中存在一个引力场．这样，我们就可以在非惯性系中研究物理现象了．

任何参考系，对于描述物理现象都是平权的．这就是广义相对性原理．

广义相对性原理取消了惯性系的特殊地位，最终地消除了经典力学中“绝对性”的残余．

§5 人类生活在弯曲空间中

广义相对论中的空间

在广义相对论出现之前，人们头脑中固有的空间属性是平直的，或者说我们生活的空间是3维欧几里得空间．平直空间的属性完全由欧几里得几何学描述：两条平行线永不相交，直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方，任一三角形的内角和为 π（180°），圆的周长与半径之比等于 2π，……

广义相对论断言，有引力场存在的空间一定是弯曲的*.弯曲空间不遵守欧几里得几何学.

我们以一个转盘所在的2维空间为例，来说明广义相对论的上述断言的正确性.

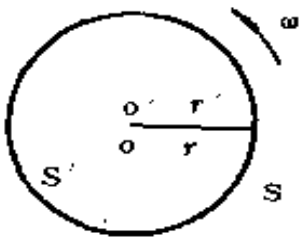


图 3–8

设想一个平的透明片和一个平板面重合. 当透明片和平板相对静止时，在透明片上画一个半径为 r' 的圆，圆心为 O'. 将此圆印在平板上，于是平板上也有一个圆，设圆心为 O，半径为 r. 显然，透明片和平板相对静止时两圆重合，即 $r'=r$. 在两个圆面上都放有完全相同的标准尺和标准钟.

现在让透明片绕 $O(O')$ 点相对于平板匀角速转动. 设透明片所在的参考系为 S' 系，平板所在的参考系为 S 系，如图 3–8 所示. 由于 S 系为惯性系，我们可以在 S 系中观测，应用狭义相对论中的所有公式. 设想转盘上（S' 系）有一观察者，用 S' 系的标准尺度量转盘的半径 r'. S 系发现，沿半径 r' 放置的标准尺没有动尺缩短效应，因为标准尺与速度的方向垂直. 我们知道，在狭义相对论中，动尺沿运动方向缩短；沿着与速度垂直的方向上没有运动，当然就不会缩短. 所以 S' 系度量的结果是 $r'=r$. 于是可以断定，透明片转动起来以后，S' 系的圆仍然保持和平板上（S 系）的圆重合，因为两个圆的圆心 O' 和 O 重合，且半径 r' 和 r 相等. 即两个圆始终保

---

* 惯性力场只能使空间弯曲，不能使4维空时弯曲.

持处处重合.

在 S 系中用标准尺度量圆 O 的周长和半径时，得到人们熟知的结果:

$$\frac{\text{周长}C}{\text{半径}r}=2\pi,\quad (S\text{系})$$

S 系为一固定平板，是一个惯性系．但是当 S' 系的观察者用一根 S' 系的标准尺去量度圆 O' 的周长时，尺在沿着其长度的方向上有一个速度 $v=\omega r$（相对于 S 系），于是尺的长度 1 变为 $1\cdot\sqrt{1-\omega^2r^2/c^2}$（动尺缩短）．这样、$S'$ 系的观察者量得周长为

$$\text{周长}C'=\frac{\text{周长}C}{1\cdot\sqrt{1-\omega^2r^2/c^2}}.\quad (S'\text{系})$$

所以，在转盘上测得圆的周长和半径（$r'=r$）之比为

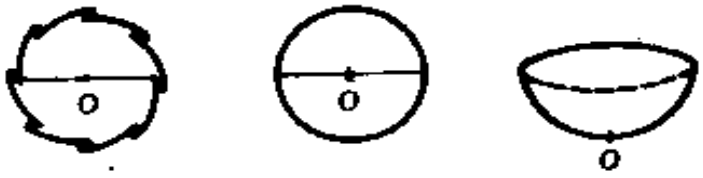
$$\frac{\text{周长}C'}{\text{半径}r'}=\frac{\text{周长}C}{\text{半径}r}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\omega^2r^2/c^2}}$$

$$=\frac{2\pi}{\sqrt{1-\omega^2r^2/c^2}}>2\pi.$$

前边已经讲过，在某空间内一段曲线究竟有多长，只能以标准尺度量的结果为准．这里我们看到，在转动的透明盘所在的二维空间里，圆的周长 C' 与半径 r' 之比大于 2π．显然，这一圆盘不再是平直的，而是弯曲的了．这是很容易想象的．设想一个平的薄铝制圆盘，用小锤将其圆周（很窄的一圈）砸一遍，此时它的周长明显变大而半径的增加却很小．我们会看到这一薄铝盘不再是平直的，而是像荷叶边一样翘了．这就是当一个圆的半径基本不变而周长明显变大时会出现的情形（如图 3

$-9)a$.

转盘上的观察者怎样解释他所在的二维空间变得弯曲了呢？我们知道，S'系是一个非惯性系，其中存在着惯性力场（惯性离心力场）. 根据等效原理，惯性力场就是引力场（二者不可分辨）. 于是得到结论：**由于出现了引力场，使空间变得弯曲了，即引力场改变了空间的属性**（由平直变为弯曲）.



(a) (b) (c)

图 3-9

对于永久引力场，比如太阳附近的空间，引力场的方向是沿着径向指向中心的，与转盘上的引力场方向相反. 可以证明，测量圆周与半径之比的结果也跟上述结果相反：

$$\frac{\text{周长}}{\text{半径}} < 2\pi \qquad \text{（永久引力场）}$$

满足$\frac{\text{周长}}{\text{半径}} < 2\pi$的这种非欧几里德几何学称为黎曼 (Riemann) 几何学. 满足式$\frac{\text{周长}}{\text{半径}} > 2\pi$的几何学称为罗巴切夫斯基（Лобачевский）几何学.

一个满足$\frac{\text{周长}}{\text{半径}} < 2\pi$的二维空间（圆盘）是怎样弯曲的呢？这也是不难想象的. 设想有一薄圆盘，现保持其半径不变而将其周长均匀变小，它将变成一个像球冠一样的凸曲面（如图3－9C所示）. 二维空间（一个面）的弯曲情况还可以画出来，三维空间的情况就无法画出

来了．由上面的讨论可知，太阳附近和地球附近的空间都应该是弯曲的（黎曼空间），而不是平直的（欧几里得空间）．

高山上的钟比山谷里的钟要快

我们仍以前面所讲的转盘为例，讨论有引力场存在时，空间各处时钟的速率．设转盘转动之前，S 系和 S' 系各处的钟都已调整同步（它们相对静止）．转盘转动起来以后，S' 系的钟的读数为 t'，S 系的钟的读数为 t．在盘心 O' 和 O 处，两个系的钟相对静止，所以有 $t_{o'}'=t_o$，即始终保持同步．但在 $r'=r$ 处情况就不同了．我们在 S 系中讨论，因为 S 系是惯性系，在其中可以应用狭义相对论的所有公式．S 系发现 r' 处的钟 C' 以速度 ωr 运动，于是有动钟延缓效应，所以 C' 的读数为 $t'=t\sqrt{1-\omega^2r^2/c^2}<t$．由于 S 系是惯性系，所以其中各处的钟始终同步．而 S' 系则不同，我们看到，$t_{o'}'=t_o$，$t'<t$，而 $t_o=t$，所以 $t'<t_{o'}'$．即转盘上各处的钟不再同步：引力场越强（单位质量所受惯性离心力 ω^2r 越大）的地方，钟越慢．具体地说，离盘心越远的地方钟越慢．

在永久引力场中，引力场的方向与转盘上的相反，例如太阳附近的引力场，离太阳越远的地方引力场越弱，钟就越快；离太阳越近的地方的钟越慢．离太阳无限远处的钟的快慢与惯性系（无引力场时）的钟相同．这相当于转盘的盘心处（引力场强 $\omega^2r=0$）．

在地球的引力场中，情况完全类似—— 高山上的钟

比地面上的钟走得快. 由于地球的引力场太弱，这一效应是极其微小的.

空间的性质是用几何学来表述的. 平直空间的几何学是欧几里得几何学. 直到 19 世纪初期，它是人们所知道的唯一合理和真实的几何学. "两条平行线永不相交"，"三角形内角之和为 180°"，"圆的周长与半径之比等于 2π" 等等，都是欧几里得几何学的结论. 19 世纪初期开始，出现了非欧几何学. 它有自己完整的、自洽的理论体系，所以人们承认它也是合理的. 但是，还没有认识到它是真实的.

真实的三维物理空间究竟遵守哪种几何？或者说，究竟哪种几何是真实的呢？如前所述，真实的物理空间总有引力场存在；非惯性系中的惯性力场也是引力场（等效原理）. 而引力场存在的空间一般是弯曲的(黎曼空间). 因此广义相对论断言，真实的物理空间一般是黎曼空间. 当空间无引力场时，欧氏几何是真实的；当空间存在引力场时，非欧几何是真实的.

狭义相对论和经典力学所研究的空间都是平直的（欧氏空间）. 它与物质（引力场）的存在与否毫无关系. 狭义相对论认为空间距离和时间间隔是相对的，即与物质的运动有关，但空间和时间的属性是不受物质影响的——空间总是遵从欧几里得几何的，同一参考系中各处的钟总是同步的. 广义相对论则认为空间和时间的属性受物质本身的影响. 因此，我们说广义相对论的产生，之所以没有像狭义相对论产生时那样引起广泛的、强烈的震动，是因为它距离人们的日常生活比狭义相对论更加遥远.

广义相对论中的空时（4维空间）

在广义相对论中跟在狭义相对论中相似，把时间作为一个坐标轴，引入4维空间（空时）的概念.

按照广义相对论，引力场的存在使4维空间弯曲，引力场越强的地方空间弯曲得越历害. 所以，引力场强度的分布与空间曲率的分布有一一对应的关系. 这样，每一种引力场分布都可以用一种对应的弯曲空间来描述. 按照广义相对论的术语，这叫作"引力场的几何化". 引力场用弯曲空间代替以后，一个受引力场作用的质点就成为了自由质点，这一自由质点沿着这弯曲空间中的短程线（即弯曲空间中的"直线"）作自由运动. 与在欧几里得空间中一个自由质点沿直线作自由运动（匀速直线运动）一样.

空间中两点间的短程线定义为连接这两点的最短的线. 例如，在一个球面上（弯曲的2维空间），通过 A、B 两点的短程线就是过 AB 两点的球大圆，也就是过 AB 和球心 O 所作的平面与球面的交线. 可以证明，在球面上（2维空间内），连接 AB 的任何曲线的长度都大于 AB 间球大圆的长度. 在3维欧几里得空间来看这条短程线，就不是直线而是曲线了. 4维空间（空时）的短程线无法画出来，但它的数学表达式却和2维空间的一样简单，可以表示出来.

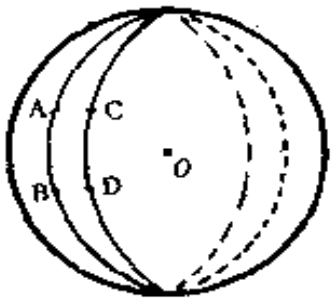


图 3-10

弯曲空间的性质与平直空间大不相同. 比如两个观察

者生活在如图所示的弯曲空间里（球面上），每人都拿一个精确的定向仪. 其中一人自 A 向 B 按定向仪的指示沿"直线"方向前进，另一人自 C 向 D 也沿"直线"方向前进. 就是说，这两个观察者沿两条"平行线"前进. 不难发现，二人的轨迹必然会相交. 而且每个观察者都会回到出发的位置. 这在平直空间中是不会出现的：两条平行线永远不会相交，沿一条直线飞去永远不会回到原来位置. 同样不难发现，在上述 2 维弯曲空间中，任意一个三角形的内角和都大于 π（180°），任意一个圆的周长与半径之比都小于 2π. 3 维的弯曲空间虽然画不出来，但性质是与此类似的. 可以想象，有引力场存在的空间（弯曲空间）的性质与我们头脑中固有的平直空间的性质是迥然不同的.

§ 6　4 维空间（空时）的度规

平直空时的度规

在 3 维欧几里得空间中可以建立一个笛卡尔直角坐标系和一个球坐标系. 设空间无限近两点间的距离 dl 在直角坐标系的三个坐标轴上的投影分别为 dx、dy、dz，则有

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

要用标准尺度量任意曲线的长度，就必须能够度量无限短的一小段曲线长，然后把诸小段加起来. 曲线上无限近的两点间的曲线长叫作**线元**，用符号 dl 表示. dl 是无

限小的，是一种极限的概念，所以可以把它看作是无限短的线段.

类似地，空间线元 dl 的平方在球坐标系中表示为

$$dl^2 = dr^2 + (rd\theta)^2 + (r\sin\theta d\varphi)^2$$
$$= dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\varphi^2$$

在 4 维空间（空时）中，时间也作为一个坐标轴，而且和 X，Y，Z 都正交．在这个 4 维空间中，线元 ds 的平方具有形式:

$$ds^2 = dl^2 + (icdt)^2$$
$$= dx^2 + dy^2 + dz^2 + (icdt)^2$$

式中 (ct) 的单位是长度，与 x，y，z 的单位统一；i 是虚数单位，用它把时间轴与空间轴区分开，上式即

$$ds^2 = dl^2 - c^2dt^2$$
$$= dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 \qquad (1)$$

4维空间线元的平方在球坐标系中表示为

$$ds^2 = dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\theta^2 - c^2dt^2 \qquad (2)$$

线元是用标准尺度量的，度量一个空间（无论 3 维空间还是 4 维空间）的线元，对揭示空间的几何性质是至关重要的，因为任何空间量（线、面、体）都由度量结果来确定．线元平方用坐标表示的式子，如（1）和（2），称为空间的**度规．一旦空间的度规确定了，就可以度量任意的线、面、体，便可确定空间的一切属性．**

质点的运动，在 4 维空间（空时）中对应一条曲线，这条曲线叫做**质点的时迹**，或者叫做**世界线**．无限近的点，其间的空时间隔（即世界线长度）也用 ds 表示．对于光子，由于它的运动速度等于 c，因此，

$$dl = cdt$$

$$dl^2 = c^2dt^2$$

即

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = c^2dt^2,$$

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 = 0.$$

所以光子的空时间隔等于零:

$$ds = 0$$

或者说，光子沿着**零短程线**运动.

对于质点，由于它的运动速度小于 c，因此有

$$\frac{dl}{dt} < c,$$

$$dl^2 < c^2dt^2,$$

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 < 0.$$

这就是说，任何质点（物体）对应的空时间隔的平方都小于零，任何两个有因果联系的事件之间都要满足 $ds^2 < 0$. $ds^2 > 0$ 的两个事件是不可能有因果联系的，任何信号都不可能将这样的两个事件联系起来.

弯曲空时的度规

上面讨论的度规（直角坐标系的和球坐标系的线元平方表达式）都是平直空时的，弯曲空时的度规形式要复杂一些.

如果存在引力场，但引力场是静态的（不随时间变化的），这样的空时虽然是弯曲的，但也还比较简单，它的空时度规可以写成下面的形式:

$$ds^2 = g_{11}(dx^1)^2 + g_{22}(dx^2)^2 + g_{33}(dx^3)^2 - g_{44}c^2dt^2 \quad (3)$$

式中 x^1，x^2，x^3 分别表示三个空间坐标（比如 x，y，z 或 r，θ，φ），g_{11}，g_{22}，g_{33} 和 g_{44} 都是空间坐标的函数．**引力场方程就是这些函数所满足的方程**．一旦解引力场方程求得了这几个函数的表达式，就得到了空时度规，也就得到了引力场强度的分布和空时的一切几何性质．在一般情况下，引力场方程太复杂，所以很难得到解析解，只能在特殊情况下解出．

对于更特殊的情况，比如太阳、地球等星球的外部引力场，空时度规具有球对称性，就像静电学中点电荷的电场强度一样——E 只是 r 的函数，这里的 g_{11}，g_{22}，g_{33} 和 g_{44} 中所含的未知函数也都只是 r 的函数．

1916 年，爱因斯坦刚刚创立广义相对论——新的引力理论，史瓦西（Schwarzschild）就获得了引力场方程的一个静态球对称的解析解，称为**史瓦西解**，或**史瓦西度规**，其表达式为

$$ds^2 = \frac{dr^2}{1-\dfrac{2GM}{c^2r}} + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\varphi^2 - \left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)c^2dt^2 \quad (4)$$

式中 G 是万有引力常数，c 是真空中的光速，M 是引力源（如太阳）的质量，r 是引力场（空时）中所研究的点与质量源中心的距离．(r, θ, φ) 是点的球坐标．

比较（4）式和（1）式可知，球对称永久引力场的度规（史瓦西度规）跟前面讲的平直空时的度规大不相

同．平直空时的度规中 $g_{11}=-g_{44}=1$，都是常数，即引力场是均匀的．而这里的则为

$$g_{11}=\frac{1}{1-\frac{2GM}{c^2r}},\quad -g_{44}=1-\frac{2GM}{c^2r}$$

都是 r 的函数，所以引力场是不均匀的，随 r 变化．

§ 7　坐标钟和标准钟

狭义相对论中的固有时

我们首先回忆一下狭义相对论中的时间的概念．考虑一个相对于惯性系作匀速直线运动的质点，经过空间无限近两点所经历的时间间隔 dt．不同的惯性系 S,S'，…… 测得的 dt，dt'，…… 是各不相同的．但对应的 4 维空时间隔（即世界线长度）ds 是相同的：

$$\begin{aligned}ds^2&=dx^2+dy^2+dz^2-c^2dt^2\\&=dx'^2+dy'^2+dz'^2-c^2dt'^2\\&=\cdots\cdots\end{aligned}$$

在各个惯性系测得的时间间隔 dt，dt'…… 中，只有固连于质点的参考系的钟（与之相对静止的钟）测得的 dt 最大．我们把这一参考系中的时间 t 记为 τ．在这一参考系中，质点没有运动，所以

$$dx=dy=dz=0,$$

我们得到

$$ds^2 = -c^2 d\tau^2$$

跟质点相对静止的参考系中的标准钟指示的时间 τ 称为**固有时**，或称**原时**．

由于 ds^2 在坐标变换下是不变量，所以在任何一个惯性系中都可以用原时间隔 $d\tau$ 代替空时间隔 ds，

$$-c^2 d\tau^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$$

只有在固连于质点的参考系（静止参考系）中才有 $dx = dy = dz = 0$，所以只有在这一参考系中的 dt 才等于 $d\tau$.

局部惯性参考系

在广义相对论中，由于引力场的存在、无法引入一个统一的惯性参考系．也就是说，无法用一个统一的加速系来消除整个引力场．比如太阳或地球的引力场，场强（重力加速度）

$$g = G\frac{M}{r^2}$$

沿径向不同的位置有不同的大小．没有一个统一的加速系，其中的惯性力场能够抵消整个引力场．

对于引力场中任意一点 A，只能在 A 点附近一个无限小的区域内，引入一个局部的自由下落参考系，来消除其中的引力场．比如在一个以加速度

$$g_A = G\frac{M}{r_A^2}$$

下落的电梯内固连一个参考系，这一参考系（在 A 点）

是一个惯性参考系，因为其中的惯性力场抵消了引力场．这一惯性系称为**局部惯性系**．在一个有限大小的空间范围内，如果像这样引入惯性系，就要引入无限多个，它们各自以不同的加速度（与不同的点对应）下落．所以说不能在有限大小的区域内引入统一的一个惯性系．

广义坐标变换

在狭义相对论中，代替伽利略变换的是洛伦兹变换；当物体运动速度 v 远小于光速$\left(\frac{v}{c}\to 0\right)$时，洛伦兹变换退化为伽利略变换．所以，洛伦兹变换包容了伽利略变换，或者说伽利略变换是洛伦兹变换的特殊情况．但是洛伦兹变换仍有局限性，它只适用于惯性系之间的坐标变换．在广义相对论中，代替洛伦兹变换的是广义坐标变换，它包括惯性系之间的洛伦兹变换和惯性系与非惯性系之间的变换以及非惯性系之间的变换．广义相对性原理指出，真实的物理规律（它的数学形式）在广义坐标变换下是不变的．*

空时度规表达式中的 ds^2（即无限近的两个空时点之间间隔的平方）在狭义相对论中，是洛伦兹变换下的不变量；在广义相对论中，ds^2 是广义坐标变换下的不变量．这是因为 ds^2 决定空时的基本属性，而空时基本属

---

* 这在广义相对论中称为协变性．

性是不随坐标系而变的.

坐标时和标准时

考虑一个质点在太阳或地球的引力场中的运动，我们研究质点通过世界线上无限近两点的时间间隔. 前面已经讲过，静态球对称引力场（空时）的度规为

$$ds^2 = \frac{dr^2}{1-\frac{2GM}{c^2 r}} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 - \left(1-\frac{2GM}{c^2 r}\right)c^2 dt^2$$

这里的时间 t 称为**坐标时**，相应的钟称为**坐标钟**. 由上式不难看出，当 $r \to \infty$ 时，$\frac{1}{r} \to 0$，上式变为

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 - c^2 dt^2$$

正是平直空时（球坐标系）的度规. 这说明，太阳或地球的引力场强度在无限远处为零；或者说，距引力源无限远处，空时是平直的. 同时也说明了坐标钟的物理意义：**距引力源无限远处的坐标钟就是平直空时的标准钟**.

在引力场中任一点，选择不同的坐标系，就有不同的坐标钟. 因此，同样两个事件的时间间隔，不同坐标系的坐标钟就会指示不同的数值. 即使两个坐标钟静止于同一点，也是如此. 假设所研究的两个坐标钟静止在同一个空间点，这时有 $dr = 0$，$d\theta = 0$，$d\varphi = 0$. 代入上面的表达式中，得到

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)c^2dt^2$$

变到另一个坐标系时，ds^2 不变，但等式右边的形式是要改变的：

$$ds^2 = -fc^2dt'^2$$

式中 t 与 t' 不同，f 与 $\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)$ 也不同，视坐标变换 $(r, \theta, \varphi) \to (x^1, y^2, z^3)$ 而定．这样，引力场中同一点、同一事件，不同的坐标钟指示不同的数值．所以引力场中的坐标钟不具有测量的意义．

在广义相对论中，重新引入了标准钟的概念，引力场中同一点的标准钟指示同一数值，因此标准钟才具有测量意义．下面讨论标准钟的引入．

如前所述，在引力场中任一点 A，可以引入一个局部惯性系 $(XYZT)$，这惯性系中的空时度规具有形式

$$ds^2 = dX^2 + dY^2 + dZ^2 - c^2dT^2$$

或者用固有时τ代替s：

$$-c^2d\tau^2 = dX^2 + dY^2 + dZ^2 - c^2dT^2$$

变换到任何其它坐标系（包括弯曲空时坐标系）时，坐标时 T 会变，但是 $d\tau^2$ 总是不变的，因为总有 $-c^2d\tau^2 = ds^2$．我们把 τ 定义为引力场中 A 点的标准时，对应的钟称为 A 点的标准钟．这就是说，**引力场中任一点的标准时，就是在该点引入的局部惯性系的固有时**．

如果在 A 点引入一个局部静止惯性系，即 $dX=0$，$dY=0$，$dZ=0$，度规表达式变为

$$ds^2 = -c^2dT^2,$$

或者用τ代替s，写为

$$-c^2d\tau^2=-c^2dT^2$$

这时惯性系的标准钟指示的时间 T 就是固有时间 τ. 所以上面给出的引力场中一点的标准时和标准钟的定义还可以这样表述：**在引力场中任一点，引入一个局部静止惯性系，这一惯性系的标准钟就定义为引力场中该点的标准钟，所指示的时间就是该点的标准时.**

在引力场中任一点，能不能引入一个局部静止的惯性系呢？回答是肯定的.设引力场中任一点 A 处的场强为 g_A，则总可以在 A 点引入一个电梯，使其以加速度 g_A 下落，并使其速度为零. 比如在地球的引力场中，在任一点 A 处，使电梯作初速度为零的自由落体运动，则 A 点的电梯内部的参考系就是一个局部（瞬时）静止惯性系. 还有一种引入局部静止惯性系的方案，就是在 A 点下方，将电梯竖直上抛，电梯作抛体运动，调整上抛的初始位置或初始速度，使电梯恰好在 A 点到达最高点，则电梯到达 A 点的瞬时，它里面固连的参考系就是局部静止惯性系. 实际上，在引力场中任意一点附近的区域内（只要区域的线度远小于该点到引力源中心的距离），总可以很方便地引入一个局部静止惯性系，从而引入该点处标准钟的概念.

§8 引力场方程

在广义相对论中，引力场是几何化了的．引力场的分布，即各空时点处的引力场强度唯一地确定了各空时点处的空时性质（弯曲程度），所以说引力场的性质就是空时的几何性质，或者说引力场就是空时几何．这样，引力场（空时几何）就完全由度规表达式确定．有了具体的度规表达式，就知道了引力场的分布及有关引力场的一切性质．

前面我们讨论的静态球对称引力场（史瓦西场）是一种特殊的引力场，也是最简单的引力场．它的度规的表达式就是史瓦西度规．一般的引力场，不一定是静态的，也不一定是球对称的，相应的空时度规要比史瓦西度规复杂得多．在一般情况下，我们取坐标系 (x^1,x^2,x^3,x^4)，它们可能是直角坐标 (x,y,z,ct)，也可能是球坐标 (r,θ,φ,ct)，也可能是其它的坐标系．这时，度规的一般表达式具有形式

$$\begin{aligned}ds^2 = {} & g_{11}dx^{1^2} + g_{12}dx^1dx^2 + g_{13}dx^1dx^3 + g_{14}dx^1dx^4 \\ & + g_{21}dx^2dx^1 + g_{22}dx^{2^2} + g_{23}dx^2dx^3 + g_{24}dx^2dx^4 \\ & + g_{31}dx^3dx^1 + g_{32}dx^3dx^2 + g_{33}dx^{3^2} + g_{34}dx^3dx^4 \\ & + g_{41}dx^4dx^1 + g_{42}dx^4dx^2 + g_{43}dx^4dx^3 + g_{44}dx^{4^2}\end{aligned}$$

式中 16 个系数 g_{11}，g_{12}，……，g_{44} 都是坐标的函数．

选定坐标系以后，如果能够求出这 16 个函数的具体形式，就求出了度规的具体形式，也就等于求出了整个空间（引力场）的全部性质．所以，广义相对论中的“主人公”，就是这 16 个函数．它们在广义相对论中的地位就像电场强度和磁场强度在电磁学中的地位一样．在经典电磁学中，电场强度和磁场强度都是矢量，3 维空间中一个矢量由三个分量组成，这些分量也都是空间坐标和时间的函数．电磁学的任务就是求出这些未知函数，因为知道了这些函数就知道了电磁场的一切性质．

引力场的情况与电磁场类似，只是复杂了一些：它有 16 个未知函数，而不是 3 个．这 16 个函数组成一个类似矢量的量，叫做张量．在 4 维空间中，一个张量具有 16 个分量．上述 16 个函数（分量）组成的张量叫做**度规张量**．为了醒目，常把度规张量写成矩阵的形式：

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{bmatrix}.$$

这样，度规张量 $g_{\mu\nu}$ 就是广义相对论中的“主人公”，只要求出了 $g_{\mu\nu}$ 的具体形式，就知道了引力场（空时）的一切性质．比如，史瓦西度规决定了球对称引力场的一切性质，其具体形式为

$$g_{11} = \frac{1}{1-\dfrac{2GM}{c^2 r}},\quad g_{22} = r^2,\quad g_{33} = r^2\sin^2\theta,$$

$g_{44}=-\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)$，$g_{\mu\nu}$的其余分量等于零.

或者写成上面的矩阵形式:

$$(g_{\mu\nu})=\begin{bmatrix}\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)^{-1} & 0 & 0 & 0\\ 0 & r^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & r^2\sin^2\theta & 0\\ 0 & 0 & 0 & -\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)\end{bmatrix}$$

对于平直空时的度规，取直角坐标系，具有形式:

$$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2-c^2dt^2$$

把度规张量写成矩阵形式，即为

$$(g_{\mu\nu})=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{bmatrix}$$

可见平直空时的度规是最简单的，只有对角元素不为零，而且都等于常数．史瓦西度规也很简单，也只有对角元素不为零，但它们都是 r 的函数．在一般情况下，度规张量有更多的分量不为零．但是度规张量有个性质：$g_{\mu\nu}=g_{\nu\mu}$，即 $g_{12}=g_{21}$，$g_{13}=g_{31}$，…… 这样，16 个未知函数中就只有 10 个是独立的，另外 6 个可以由这 10 个中的 6 个表示．这就是说，实际上 $g_{\mu\nu}$ 中只有 10 个未知函数．

怎样求出度规张量呢？我们还是先回忆一下经典电磁学的情况．在经典电磁学中，电场强度和磁场强度是满足电磁场方程组（即麦克斯韦方程组）的，解这个方程组

就可以求得电场强度和磁场强度．在广义相对论中，度规张量也要满足一个方程组，叫做**引力场方程组**，也叫**爱因斯坦场方程**．这个方程组由16个方程组成，其中只有10个是独立的，它的具体形式是

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R=kT_{\mu\nu}$$

式中 $R_{\mu\nu}$ 和 R 都是 $g_{\mu\nu}$ 的函数．$R_{\mu\nu}$ 叫做空间的**曲率张量**，R 叫做**曲率标量**；$T_{\mu\nu}$ 叫做**能量动量张量**，即产生引力场的质量分布和能量分布；k 是普适常数，$k=\frac{4\pi G}{c^2}$．

广义相对论的核心问题是根据已知物质的能量动量张量解引力场方程组，求出度规张量的表达式．由于引力场方程是一组十分繁杂的方程组，很难得到严格解（解析解）．所以，自1916年爱因斯坦建立广义相对论以来，人们只获得了十几个既有明显物理意义、又有明显形式的严格解．其中，史瓦西获得了引力场方程组的第一个严格解．根据这个解，解决了牛顿引力理论无法解决的水星近日点的进动等一系列实际观测和理论问题，并预言了一系列新的引力效应，如下一章要讨论的光谱线的引力红移和光线的引力偏转等等．

第四章
弯曲空间的实验验证

广义相对论是研究空间、时间和引力的理论. 几乎任何物理过程都有引力的参与，所以严格地讲，研究任何物理现象都必须考虑广义相对论的效应. 地球引力场十分微弱（对于使空间弯曲而言），广义相对论效应极其微小，所以在研究地球上的物理现象时可以忽略它. 太阳的引力场比地球的强得多，太阳附近的空间弯曲效应是可以观测的. 自广义相对论诞生以来，它所预言的引力效应中，已经有四个得到了太阳系的实验观测的证实. 广义相对论还预言了大量的引力效应，其中绝大多数效应要到遥远的恒星系去观测（那里有更强的引力场），这是现代宇航技术所达不到的；还有一些效应需要更精密的仪器设备来检测，这又是现代检测技术所达不到的. 当然，随着科学技术的不断发展，会有越来越多的广义相对论效应被实验所检验. 下面我们只介绍已被太阳系实验观测证实了的几个广义相对论效应.

§1 引力场能改变光的波长

氢原子光谱

19世纪末，许多物理学家对原子的光谱进行了系统的研究. 他们让气体放电发出的光或物质燃烧发出的光通过一条窄缝，然后借助分光镜把各种不同颜色（波长）的光分开，进行观测. 人们往往发现一系列分立的光谱线，每条光谱线都有它特殊的波长（颜色）. 这些谱线的位置和强度反映了元素本身的特性，即每种元素都有它的特征谱线，如氢光谱、钠光谱……，由于每条谱线的波长或频率都可以精确地测定，所以许多物理学家都通过这些测量来发现光谱的规律性. 图4-1中给出的是氢原子的一个谱线系，在可见光区域，越靠左边的谱线，对应的波长越长，颜色越红；越靠右的谱线对应的波长越短，颜色越紫. 所以常把光谱的左端称为**红端**，右端称为**紫端**. 由于光的波长和频率之间存在关系式

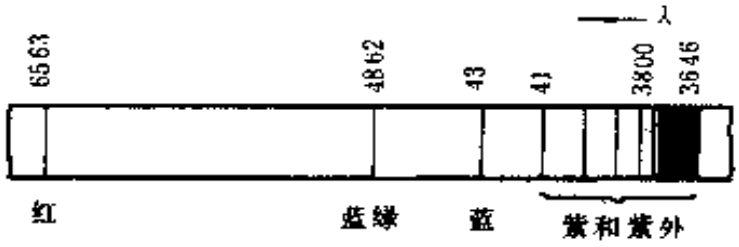


图 4-1

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

所以知道了某条谱线的波长也就知道了它的频率. 波长

越长则频率越小.

多普勒效应

设光源 A 发出频率为 ν_A、波长为 λ_A 的光波，被接收器 B 所接收，如图 4－2 所示．当 B 和 A 相对静止时，B 接收到的光的频率 ν_B 等于光源发出的频率 ν_A．如果接收器以速度 v 向着光源 A 运动，它所接收到的光的频率就不再等于 ν_A，这种现象对于任何波动（如光波、声波）都有，称为**多普勒**（Doppler）**效应**．在日常生活中我们都有过这样的经验：当行驶的火车边鸣笛边迎面开来时，汽笛的声调比静止时要高，离去时声调变低，这种现象就是声学的多普勒效应．



图 4–2

波源 A 作一次完整的振动，就向 B 传出一个完整的波．因此，B 点接收的波的频率就等于单位时间内 B 点接收到的完整波的数目．波源 A 发出波的频率为 ν_A，如果接收器 B 不动，则 B 也一定接收到频率为 ν_A 的波，即 B 在单位时间内应接收到 ν_A 个完整波．现在接收器 B 迎着波传播方向以速度 v 运动，单位时间内前进的距离是 v．因此，单位时间内 B 由于运动而多接收了距离 v 内的波数．距离 v 内的波数为 $\frac{v}{\lambda_A}$，式中 λ_A 是波长．所以 B 实际接收到的光波的频率为

$$\nu_B = \nu_A + \frac{v}{\lambda_A}$$

波长 λ_A 是光源 A 振动一次，波所传播的距离，所以有 $\lambda_A = \frac{c}{\nu_A}$，代入上式得

$$\nu_B = \nu_A\left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

可见$\nu_B > \nu_A$.

如果接收器接收由光源 A 发出的光谱，接收器向着光源运动，它将发现每条光谱线都向紫端移动了一点（频率变大、波长变短、颜色变紫），**简称光谱线紫移**.

当接收器背离光源运动时，只要将上式中的 v 换成 $(-v)$，便得到光谱线向红端移动的公式:

$$\nu_B = \nu_A\left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

此时每条光谱线都向红端移动了一点（频率变小、波长变长、颜色变红），**简称光谱线红移**.

光谱线的引力红移

广义相对论预言，当光在引力场中沿着引力场的方向传播时，将发生光的频率的改变（即光谱线的移动）

(1) 均匀引力场的情况

设有一均匀的永久引力场. 场强为 g，方向竖直向下. 光源 A 和接收器 B 的连线沿着引力场方向，二者相距 l. A 发出频率为ν_A 的光，由接收器 B 接收.

根据等效原理，这一永久引力场等效于一个加速场，

即所研究的整个系统是以加速度 $(-g)$ 运动的加速系. 光由 A 点发出后，经过时间 $t=\frac{l}{c}$ 到达 B. 当光到达 B 时，系统（包括 A 和 B）已获得速度 $v=gt=\frac{gl}{c}$. 根据光速不变原理，光在空间传播的速度与光源的运动无关. B 以速度 $v=\frac{gl}{c}$ 迎着光波前进，于是根据前面讨论的多普勒效应，B接收到的光的频率应为

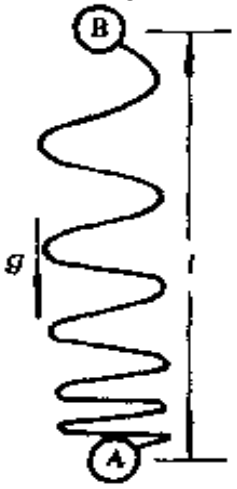


图 4–3

$$\nu_B=\nu_A\left(1+\frac{v}{c}\right)=\nu_A\left(1+\frac{gl}{c^2}\right)$$

这就是说，当光沿着引力场 g 的方向传播时，要发生光谱线的紫移.

如果光自 B 点发出，接收器在 A 点接收，只要将上式中的 A 和 B 对换，把 g 换成 $(-g)$ 即可：

$$\nu_A=\nu_B\left(1-\frac{gl}{c^2}\right)$$

这就是说，**当光逆着引力场方向传播时，要发生光谱线的红移**.

上面的光谱线引力红移的公式还可以用另一种方法得到. 设由 A 发出的光子的频率为 ν_A，由于频率为 ν_A 的光子具有能量 $E=h\nu_A$，根据相对论的质量 — 能量关系式 $E=mc^2$，可知光子的质量为

$$m=\frac{E}{c^2}=\frac{h\nu_A}{c^2}$$

h 为普朗克常数，c 为真空中的光速．把光子看成牛顿质点，由 A 运动到 B，引力场对它作的功为

$$A = mgl = \frac{gl}{c^2} h\nu_A$$

根据能量守恒定律，光子在 B 点的能量 $h\nu_B$ 减去它在 A 点的能量 $h\nu_A$ 应等于引力作的功 A，即

$$h\nu_B = h\nu_A + \frac{gl}{c^2} h\nu_A$$

所以

$$\nu_B = \nu_A \left(1 + \frac{gl}{c^2}\right)$$

当光子由 B 运动到 A 时，只要将上式中的 A 与 B 对换，将 g 换成 $(-g)$ 即可：

$$\nu_A = \nu_B \left(1 - \frac{gl}{c^2}\right)$$

这正是前面得到的均匀引力场中光谱线的红移公式．

地球表面附近的引力场可近似看作是均匀引力场．1958 年穆斯鲍尔 (Mössbauer) 所发现的穆斯鲍尔效应，给地面实验直接验证引力红移效应提供了可能性．下面我们简单介绍一下穆斯鲍尔效应的原理．

发光原子的振动要产生多普勒效应，使得发光原子的谱线都有一定的宽度，显然正是这一事实决定了观察谱线位置时的精度极限．但是放射性原子所发出的 γ 射线则是一些波长很短的电磁波即光波；γ 射线是从原子核里发射出来的．在固体中，原子构成晶格，各原子与周围的核以很强的力连结在一起．这样，发射 γ 光子时所带来的反冲力主要就作用在整个晶体上而不是作用在单

个的核上，因此反冲力只使原子产生一个极微小的速度，这一多普勒效应可以忽略不计．所以可以预言，γ 射线的谱线有着极清晰的边缘，实验上发现正是这样．

辐射出了一个 γ 光子的原子可以吸收另一个频率完全相同的 γ 光子．所以，用放射性原子作为一给定频率的 γ 射线源，使其 γ 射线射到同类型的原子上，而后者由于在此之前已发射过这种 γ 光子，因此它们正好可作为这种频率的 γ 光子吸收器．用这样的装置，可以发现频率的微小变化，因为频率的微小改变，将导致吸收变小或根本不吸收．这种方法的精度非常高．辐射源和吸收器之间极小的相对速度所引起的多普勒效应从而造成的频率改变能够用这种方法测量出来．引力场产生的红移等效于加速场产生的相对速度引起的多普勒红移．

用这一方法，人们在地球上测得了地球引力场引起的光谱线红移：

1960 年，克朗斯霍夫（Chanshow）取 $l=12.5$ 米，得到

$$\text{广义相对论预言值}\frac{\Delta\nu}{\nu_1}=1.36\times10^{-15},$$

$$\text{实验观测值}\quad\frac{\Delta\nu}{\nu_1}=(0.96\pm0.45)\times1.36\times10^{-15}$$

同年，邦迪（Pound）和莱布卡（Rebka）取 $l=22.6$ 米，得到

$$\text{广义相对论预言值}\frac{\Delta\nu}{\nu_1}=2.46\times10^{-15}$$

$$\text{实验观测值}\frac{\Delta\nu}{\nu_1}=(2.57\pm0.26)\times10^{-15}$$

1964 年，邦迪和斯尼德耳 (Snider) 取 $l=22.5$ 米，得到

广义相对论预言值 $\frac{\Delta\nu}{\nu_t}=4.92\times10^{-15}$

实验观测值 $\frac{\Delta\nu}{\nu_1}=(0.997\pm0.008)\times4.92\times10^{-15}$

这样，实验观测值以 1% 的精确度验证了广义相对论的正确性.

(2) 太阳引力场的情况

上面讨论的是均匀引力场的情况，现在我们讨论太阳或恒星引力场 (非均匀引力场) 中的光谱线红移效应.

太阳或恒星的引力场可以认为是静态的球对称引力场. 第三章中我们讲过，这一引力场的度规是

$$ds^2=\frac{dr^2}{1-\frac{2GM}{c^2r}}+r^2d\theta^2+r^2\sin^2\theta d\varphi^2-\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)c^2dt^2$$

或者将 ds^2 用 $d\tau^2$ 代替，写为

$$-c^2d\tau^2=\frac{dr^2}{1-\frac{2GM}{c^2r}}+r^2d\theta^2+r^2\sin^2\theta d\varphi^2-\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)c^2dt^2$$

其中的时间 t 是坐标时；时间 τ 是标准时.

假设引力场中任一点处，有一个静止坐标钟和一个静止标准钟. 我们考查这两个静止钟读数的关系. "静止"的意思是上式中 $dr=0, d\theta=0, d\varphi=0$. 这时上式变成

$$d\tau=\sqrt{\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)}dt$$

这就是引力场中任一点处静止坐标钟和静止标准钟的关系．下面我们应用这一关系研究一列光波在引力场中的传播．

设引力场中有 A_1、A_2 两点．A_1 点放一光源，A_2 点放一接收器．A_1 点和引力源中心的距离为 r_1，A_2 点和引力源中心的距离为 r_2；A_1 点发出第一个波峰时，静止坐标钟指示 t_1；A_2 点接收到第一个波峰时，A_2 处的坐标钟指示 t_2．A_1 发出第二个波峰时，A_1 处坐标钟指示 t_1'；A_2 接收到第二个波峰时，该处坐标钟指示 t_2'．由于引力场不随时间改变（静态的），所以第一个波峰自 A_1 传至 A_2 的过程与第二个波峰自 A_1 传至 A_2 的过程一定是相同的，即有

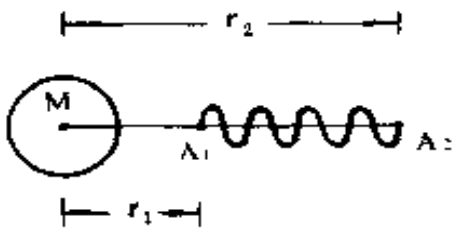


图 4-4

$$t_2-t_1=t_2'-t_1'$$

或者写成

$$t_2'-t_2=t_1'-t_1$$

$t_1'-t_1$ 是 A_1 点发出两个波峰之间的时间间隔，即波的周期（用坐标钟测得的），$t_2'-t_2$ 是 A_2 点接收到的波的周期．周期相等则频率相等（因为光速恒定）．这就是说，在静态引力场中，任一点的坐标钟测得的同一光波的周期都是相等的，都等于光源发出的波的周期；测得同一光波的频率也都是相等的，都等于光源发出的频率．

用坐标钟测得 A_1 处和 A_2 处波的周期相等，所以周期的$\frac{1}{10}$，$\frac{1}{100}$，…… 都对应相等，即

$$\frac{1}{10}(t_2'-t_2)=\frac{1}{10}(t_1'-t_1),$$

$$\frac{1}{100}(t_2'-t_2)=\frac{1}{100}(t_1'-t_1),$$

……

所以对应的无限小时间间隔仍然有

$$dt_2=dt_1$$

我们知道，坐标钟随坐标系的选择而变，没有测量意义，必须用标准钟测量时间．在 A_1 点和 A_2 点处，坐标钟与标准钟的关系分别为

$$d\tau_1=\sqrt{1-\frac{2GM}{c^2r_1}}\,dt_1$$

$$d\tau_2=\sqrt{1-\frac{2GM}{c^2r_2}}\,dt_2$$

将两式相除，应用$dt_1=dt_2$，得到

$$\frac{d\tau_1}{d\tau_2}=\frac{\sqrt{1-\frac{2GM}{c^2r_1}}}{\sqrt{1-\frac{2GM}{c^2r_2}}}$$

这就是 A_1 点光源发出光波的周期与 A_2 点接收到光波的周期之比．周期与频率成反比，所以有

$$\frac{\nu_2}{\nu_1}=\frac{\sqrt{1-\frac{2GM}{c^2r_1}}}{\sqrt{1-\frac{2GM}{c^2r_2}}}$$

如果我们研究地球上的观察者接收发自太阳的光，则 A_1 点应在太阳表面上，A_2 点应在地球上，即 r_1 为太阳半径，r_2 为地球与太阳间的距离．由于 $r_2 \gg r_1$，实际上可以令 $r_2 \to \infty$．这样，在上式中代入太阳质量 $M = 1.983 \times 10^{30}$ 千克，太阳半径 $r_1 = 6.95 \times 10^8$ 米，得到广义相对论预言的太阳光谱线的引力红移值：

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_1} = 2.12 \times 10^{-6}$$

实验观测值为：

1959 年阿达姆（Adam）测得 $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 2 \times 10^{-6}$，

1961 年波拉蒙特（Blamont）等人和 1963 年波兰尔特（Branlt）测得 $\frac{\Delta\nu}{\nu} = (2.12 \times 10^{-6}) \times (1.05 \pm 0.05)$．观测值以 5% 的精确度证实了广义相对论的正确性．

(3) 恒星引力场的情况

恒星引力场中光谱线的红移公式与太阳引力场中的完全相同，只要将其中的 M 和 r 换成恒星的质量和半径就行了．恒星光谱线的引力红移在观测上比太阳的要困难些，主要原因除了星体内部和表面情况的差异外，就是如何测定恒星的质量和半径．目前，只有双星才有办法测量这两个量．比如天狼星的伴星（SriusB），测得其半径约为太阳半径的 1／100，质量约等于太阳质量．由红移公式算得红移量应为：

$$\text{广义相对论预言值} \frac{\Delta\nu}{\nu_1} = (2.8 \pm 1) \times 10^{-4},$$

1971年格林斯坦（Greenstein）等人测得

实验值$\frac{\Delta\nu}{\nu_1}=(3.0\pm0.05)\times10^{-4}$.

还有玻江座40伴星$B(40BEri)$:

广义相对论预言值$\frac{\Delta\nu}{\nu_1}=5.6\times10^{-5}$,

实验观测值$\frac{\Delta\nu}{\nu_1}=7\times10^{-5}$.

(4) 一些新的实验观测

由于观测太阳和恒星光谱线红移的精确度不够高，所以人们不断地寻求一些新的方法进行观测．前面讲的穆斯鲍尔效应的测量就是后发展起来的一种成功的测量方法．此外，早在成功地发射人造空间装置之前，人们就讨论了利用人造地球卫星验证广义相对论预言的问题．由于长时间的观测要受到卫星轨道参数的影响，所以比较好的方案是利用短时间测量（≤30秒），并用特殊方法实现红移量的同时累积．比如，可以将卫星和地球上观察者接收的信号与某一另外的辐射相叠加，这后一辐射频率为原来信号的两倍．这样，地球上观察者接收到的由卫星一次反射的信号便有两倍的红移量．经过多次反射，把效应累积起来，精确度就大大提高了．

新技术不断用于引力实验．1976年，人们用氢激光钟验证了广义相对论的预言，精确度达到10^{-5}.

用上述方案进行的测量，其精确度已经足以显示地球引力场中的红移效应．于是人们开始用飞机验证广义相对论预言的效应．1977年，人们从飞机上用激光和地球上的标准钟联系．飞机飞行15小时，测得由地球引力

势的差异产生的红移量为 53H，而狭义相对论效应只有 5H，测量精确度达到 1.005 ± 0.016. 近十年来有关的引力实验的精确度又有很大的提高.

我们看到，研究红移效应的引力实验已进入了相当活跃的阶段. 人们采用了地球上的新方法、新的天体、人造地球卫星、飞机等等. 至今，已经以足够高的精确度验证了广义相对论对红移的预言.

在结束本节之前，我们顺便提及，由本节 (2) 中的讨论可知，如果在太阳或地球的引力场中任意两点处放置两个标准钟，测得同样两个事件的时间间隔（比如波源的一次全振动）分别为 $\Delta\tau_1$ 和 $\Delta\tau_2$，则有

$$\frac{\Delta\tau_1}{\Delta\tau_2}=\frac{\sqrt{1-\dfrac{GM}{c^2r_1}}}{\sqrt{1-\dfrac{GM}{c^2r_2}}}$$

如果一个钟在高山上，另一个在山谷中，即 $r_1>r_2$，则有

$$\Delta\tau_1>\Delta\tau_2$$

即高山上标准钟的读数要比山谷中标准钟的读数大一些. 这就是说，由于引力场的存在，山谷中的标准钟比高山上的标准钟要慢一些. 只是由于地球的引力场太微弱，所以这个效应不明显.

§ 2 水星近日点的进动

水星是离太阳最近的一颗行星．如果不考虑其它行星引起的摄动，按牛顿力学很容易求出它的轨道——是一个固定的椭圆，其长轴（即近日点和远日点的连线）在空间的方向应该是确定不变的．1859 年，法国天文学家发现水星近日点每百年有 $42.6'' \pm 1''$ 的角位移无法用牛顿引力理论解释，这是经典力学的一大困难．

在牛顿力学的框架内，人们一直无法解释水星轨道近日点的进动．直到爱因斯坦创立了广义相对论，这一疑难才得到圆满解决．

根据广义相对论，太阳的引力场中，空时度规为史瓦西度规：

$$ds^2 = \frac{dr^2}{1-\frac{2GM}{c^2 r}} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 - \left(1-\frac{2GM}{c^2 r}\right)c^2 dt^2$$

这一度规与平直空时度规

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 - c^2 dt^2$$

明显不同，即太阳引力场使空时弯曲，而且 r 越小（离太阳越近）则两个度规差别越大．当 $r \to \infty$ 时（即在离太阳无限远处），两个度规就一样了——都是平直空时的

度规了．这就是说，离太阳越近，引力场越强，空时弯曲得越厉害．水星是离太阳最近的行星，所以它的轨道应该与平直空时中计算的有较大的偏离，这就是水星近日点附加进动的原因．

按照广义相对论，引力场的存在所产生的唯一效果就是使空时弯曲（引力场几何化）．引力场中一物体（质点）在引力作用下的运动等效于一个自由质点（不受任何力的作用）在这个弯曲空时中沿着短程线（弯曲空时中的“直线”）自由运动．因此，要确定水星的轨道，只要确定这弯曲空时的短程线就可以了．

前面已经讲过，一个空时的一切性质（包括它的短程线）完全由度规确定．这样，由太阳引力场的空时度规，人们求出了水星的轨道方程，由这一方程得到水星轨道的两个相邻近日点的角位移为

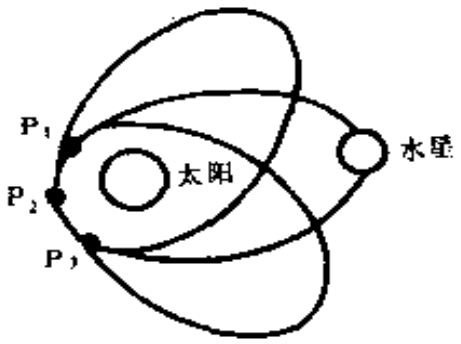


图 4—5

$$\Delta\varphi = 3\pi\frac{GM}{c^2}\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$$

式中 M 是太阳质量，r_1 是水星近日点与太阳的距离，r_2 是远日点与太阳的距离．按照广义相对论的这一公式算得水星轨道近日点的附加进动值跟实验值比较如下：

广义相对论理论值 $\Delta\varphi = 43.03''$ / 百年

实验观测值 $\Delta\varphi = 42.6'' \pm 1''$ / 百年.

这样，广义相对论圆满地解决了这个 60 年来一直困惑着物理学家和天文学家的疑难问题．爱因斯坦当时在给一

位朋友的信中这样写到：“…… 方程给出了水星近日点的正确数据，你可以想象我有多高兴！有好几天，我高兴得不知怎样才好.”

其它几颗行星（金星、火星等）离太阳比较远，它们所在处太阳的引力场比较弱，空时弯曲得不那么厉害，所以它们的轨道近日点的附加进动也就比水星的小得多.

由于同在太阳引力场中运动，用同一个空时度规计算短程线（行星轨道），所以上面写出的水星近日点附加进动的公式也适用于其它行星. 将其它行星的特征参量代入公式，便得到它们对应的进动数值.

对于金星，理论值为 $\Delta\varphi = 8.63''$ / 百年，观测值为 $\Delta\varphi = 8.4'' \pm 4.8''$ / 百年，对于地球，理论值为 $\Delta\varphi = 3.84''$ / 百年，观测值为 $\Delta\varphi = 5.00'' \pm 1.2''$ / 百年.

§ 3 引力场中光线的弯曲

在平直空时中，对于光线的世界线，我们知道 $ds^2 = 0$. 这是因为光的传播速度等于 c，即

$$dl^2 = c^2dt^2,$$

所以

$$\begin{aligned} ds^2 &= dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 \\ &= dl^2 - c^2dt^2 = 0 \end{aligned}$$

即光线具有零间隔.

由于 ds^2 在广义坐标变换下是不变量，所以，即使变换到有引力场存在的任意坐标中去，光线的空时间隔仍然为零：$ds^2=0$. 这样，在太阳的引力场中，由史瓦西度规，求出短程线方程，再加上零间隔条件（$ds^2=0$），便可得到光线的几何图象——一条弯向太阳的曲线. 图中画出了一条发自恒星的光线经过太阳附近时弯向太阳的情形. 偏转角 α 可以由广义相对论计算出来.

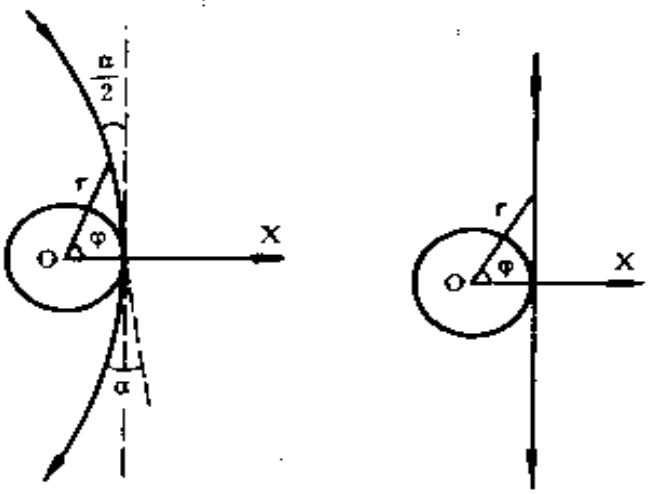


图 4—6

光线的几何图象由两个方程确定：(1) 短程线方程，(2) 零间隔方程，即

$$\begin{cases}\delta\int ds=0\\ ds=0\end{cases}$$

第一个等式是短程线满足的方程，第二个等式是零间隔方程，式中的 $\int ds$ 表示任一条曲线的长度，$\delta\int ds=0$ 表示最短的曲线（短程线）满足的条件，其中 ds^2 的具体表达式就是我们已很熟习的史瓦西度规：

$$ds^2=\frac{dr^2}{1-\dfrac{2GM}{c^2r}}+r^2d\theta^2+r^2\sin^2\theta d\varphi^2-$$

$$\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)c^2dt^2$$

把这一个具体表达式代入上面两个方程，选择极坐标系（r，φ），假设光线和太阳表面相切，经过一段数学推导，便得到光线满足的方程:

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{R}\cos\varphi+\frac{GM}{c^2R^2}(\sin^2\varphi+1)$$

r 是光线上任一点的径坐标，φ 是该点的角坐标，这一方程确定了 r 和 φ 之间的函数关系，即确定了光线的几何形状．当 $M=0$ 时，即引力场不存在时，光线的方程为

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{R}\cos\varphi$$

即

$$r=\frac{R}{\cos\varphi}$$

这正是直线方程，如图 4—6（b）所示．这就是说，没有引力场时，空间是平直的，光线沿直线传播．当 $M\neq0$ 时，即有引力场存在时，光线的方程与直线的方程明显不同．如图 4—6（a）所示，它是一条曲线．比较这两个图可以看出，在平直空间的情况下，当光线上所取的任意点移向无限远处时，即 $r\to\infty$ 时，对应的角坐标 $\varphi_1=\frac{\pi}{2}$，$\varphi_2=-\frac{\pi}{2}$；而在太阳的引力场中（弯曲空间）的情况下，当 $r\to\infty$ 时，相应的 $\varphi_1=\frac{\pi}{2}+\frac{\alpha}{2}$，$\varphi_2=-(\frac{\pi}{2}+\frac{\alpha}{z})$．这样，从无限远处恒星射来的光线在经

过太阳附近又射向无限远处的过程中总共偏转了 α 角．我们只要能求出 φ_1 和 φ_2，便可求得 α 角．而 φ_1 和 φ_2 很好求，它们就是 $r \to \infty$ 时光线方程的根．

将 $r \to \infty$ 代入上面的光线方程得到

$$0 = \frac{1}{R}\cos\varphi + \frac{GM}{c^2R^2}(\sin^2\varphi + 1)$$

用 a 表示常数 $\frac{GM}{c^2R}$，方程可以化为

$$a\cos^2\varphi - \cos\varphi - 2a = 0$$

解这个一元二次方程，得到

$$\cos\varphi = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8a^2}}{2a}$$

由上面的讨论可知 $\varphi = \pm\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$，必须有 $\cos\varphi < 0$，所以上式根号前只能取负号：

$$\cos\varphi = \frac{1 - \sqrt{1 + 8a^2}}{2a}$$

$a = \frac{GM}{c^2R}$，这个数小于1，将 $\sqrt{1 + 8a^2}$ 展开，得

$$\sqrt{1 + 8a^2} = 1 + \frac{1}{2} \cdot 8a^2 - \cdots\cdots = 1 + 4a^2 - \cdots\cdots$$

取前两项，代入上式，得

$$\cos\varphi = -2a = -\frac{2GM}{c^2R}$$

由此得到

$$\cos\varphi = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = -\sin\frac{\alpha}{2} = -\frac{2GM}{c^2R},$$

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{2GM}{c^2R}$$

因为α角很小，故可将$\sin\frac{\alpha}{2}$写成$\frac{\alpha}{2}$：

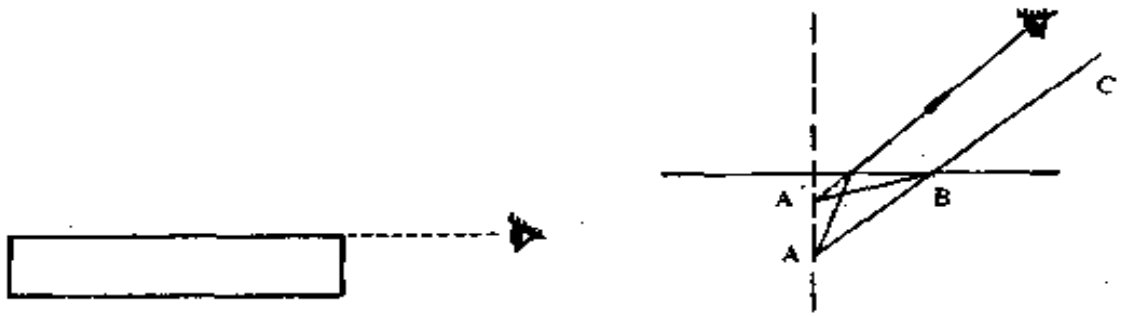
$$\frac{\alpha}{2}=\frac{2GM}{c^2R}$$

最后得到总偏转角

$$\alpha=\frac{4GM}{c^2R}$$

由这一结果我们再一次看到，当质量 $M=0$，即没有引力场时，偏转角为零，质量 M 越大，半径 R 越小，即引力场越强，则偏转角越大．对于太阳 $\alpha=1.75''$.

直线的概念人们是很熟悉的，人们是怎样判断一条线是不是直线呢？比如判断一根棒是不是直的，可以用一条直尺去比一比．要画一条直线也要用直尺比着画．那么直尺是不是直的呢？还是要借助于光的传播来判断．最简单的办法是把要判断的尺的一边对准眼睛，如



(a)　　(b)

图4—7

果这条边上所有的点都被最靠近眼睛的一端挡住了，也就是说，这条边上所有的点都在同一条光线上了，我们就认

为这条尺的边是直的，否则就是不直的．不难看出，我们判断直线的依据是：光线是直线．一条本来是直的尺，斜放在水碗中，我们看到直尺不是直的而是折弯了的．这个错觉是由于光线偏折（折射）造成的．图中直尺在水下的一段发出的光，在水面处发生了折射，使 AB 段的位置“变到”了 $A'B$ 的位置，$A'B$ 是 AB 的像．对于观察者说来，从 AB 发出的折弯了的光就跟从 $A'B$ 发出的直线的光一样，观察者发现 A 点在 A' 处，他看到的尺是 $A'BC$ 而不是 ABC．用照相机代替眼睛，拍下来的也是弯折的尺 $A'BC$ 而不是直尺 ABC．可见，光线的偏折使尺端由**真位置** A 变到了**视位置** A'．与此类似，在图 4—8 中，由于光线的引力偏转，使图中的恒星由真位置变到了视位置．恒星的真位置是已知的，而恒星的视位置可以用望远镜观测、拍下照片确定．这样，图中的 α 角便可由观测确定．将观测确定的 α 值与前面所讲的用广义相对论方法（短程线条件加零间隔条件）预言的 α 值比较，便可检验广义相对论的预言是否正确．

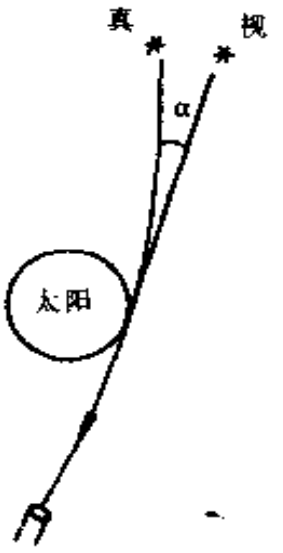


图 4—8

要拍下图中的恒星，必须在日全食的时候进行拍摄，否则无法看到太阳附近（天空背景上）的星．因此，验证广义相对论这一预言成了天文学家的任务．

为了使没有观测过日全食的读者了解一些日全食的情况，我们作一简单的介绍．在日食开始时，耀眼的日轮的西边先出现一个小缺口，这个缺口慢慢地扩大．大约经过

一个小时，整个日面完全被掩盖，呈现灰白的月色，周围的景色变得空前惨淡．从前，无知的人常在此时敲锣打鼓，企图吓跑天龙或天狗，把咬掉的太阳吐出来．古代印度人往往在这种时候浸身没顶于恒河或别的圣水里，以求赦宥．这突然降临的黑夜是假的，不完全的黑夜，因为天空背景仍有淡红色的霞光．太阳附近的背景上，行星和几颗恒星清楚可见．这是令人难忘的景象，很多人一生都未曾见过这种景象．1860 年日全食时，意大利米兰市的居民高呼“天文学家万岁！”，他们以为这副景象是天文学家编导出来的．全食时间只有二三分钟．全食完了，日光很快恢复如常．这时人们一方面有本能的轻松之感，另一方面，对于这奇特又不能再现了的景象久久不能忘却．

天文工作者往往在几个月甚至几年之前就开始辛勤劳动，做各种准备工作．他们常组织远征队，携带笨重的仪器，旅行数千里．因为日全食可能只有在遥远的荒野上的某个位置才能看到．日食的时候天文学家的不愉快的故事甚多．在那关键性的几分钟里，往往由于观测者精神的过度紧张，仪器好像特别容易失灵．天文学家在那几分钟里全神贯注地忙于观测，对于上述奇特的景观常常无暇一睹．天文学家蒲路维内尔曾讲过一个故事：他把开关照相机的任务交给一位当地职员．此人在烈日下等得不耐烦，回到宿营的帐篷里睡觉了，一阵信号声把他惊醒，开始他练过多次的动作，可是他忘记了把帐幕打开，结果什么也没照下来．可见天文学家要获得一张照片有多么不容易．

天文学家拍摄的日全食照片，证实了太阳后面的恒星发出的光线经过太阳边缘时发生的引力偏转，结果如下：

1919年5月29日　Dyson测得$\alpha = 1.98'' \pm 0.16''$，
Eddington测得$\alpha = 1.61'' \pm 0.4''$，
1929年5月9日　Freundlich测得$\alpha = 2.24'' \pm 0.10''$，
1952年2月25日　Biesbroek测得$\alpha = 1.70'' \pm 0.10''$，
1973年6月30日　Texas大学测得$\alpha = 1.58'' \pm 0.16''$.

70年代以来，由于射电天文学的发展，采用长基线干涉仪进行观测，使精确度大大提高．这些测量仍然证实了广义相对论预言的正确性．比如1969年夏皮罗（Shapiro）测得$\alpha = 1.80'' \pm 0.20''$；1970年海尔（Hill）测得$\alpha = 1.87'' \pm 0.3''$．都与理论预言值（$\alpha = 1.75''$）符合得很好．

§4　雷达回波的延迟

雷达波跟光一样，在经过太阳附近时要发生偏转．如果从地球上发射一雷达波，沿太阳边缘掠过，到达水星，再由水星反射至地球，按平直空间计算需要30分钟，而按广义相对论（弯曲空间）计算，则要延迟2×10^{-4}秒．这是1964年夏皮罗根据广义相对论的计算预言的．

第一批实验观测以20%的精确度证实了理论预言，后来不断提高实验的精确度，在消除系统测量误差之后，理论预言值和观测值符合的精确度达到0.1%．自1964年以来，人们已经采用过多种反射体．第一类反射体是太阳系的内行星，如水星和金星．用这一方法的主要困难

是不了解行星表面的地形，这一因素会引起 5 微秒的误差．第二类反射体是人造地球卫星．这里不存在地形问题，而且飞船上的脉冲转发器可以让人们准确地知道飞船的位置．近年来，在人造卫星上安装雷达反射器，使实验的精确度提高了 4 倍，仍然证实了广义相对论预言的正确性．

1968 年，夏皮罗（Shapiro）对水星测得实验观测值与理论值之比为 (0.9 ± 0.02)；1971 年夏皮罗等人对金星测得实验观测值与理论值之比为 (1.02 ± 0.05)．

1977 年，安得逊 (Anderson) 等人对水手 Ⅵ、Ⅶ 号人造卫星测得实验观测值与理论值之比为 (1.00 ± 0.04)．

可见实验值和理论值符合得很好．

§ 5　双星引力辐射

1918 年，爱因斯坦根据广义相对论预言了引力波的存在，但这一预言一直没有被证实．物理学家们认为，目前世界上所有的引力波实验室中的引力波接收天线灵敏度都太低，不足以接收到宇宙天体发射来的引力波．努力提高接收系统的灵敏度，是各国引力波实验室正在进行的工作．

在天文观测方面，则可以通过测量双星轨道周期的变化的方法证实引力波的存在．实际上，根据广义相对论，双星（好像一个转动着的哑铃）是一种典型的引力波

辐射源．由于不断辐射引力波，双星系统能量不断减少，使两颗星的间距减小，周期缩短．根据广义相对论，可以定量地计算出周期的变化．

泰勒 (Tayler) 等人对双星 (PSR1913 + 16) 进行了 4 年的观测，使许多参数的精确度达到百亿分之几．测得其周期减小率为 3×10^{-12} / 周，这个结果与广义相对论预言的结果符合得很好．

第五章
白矮星、中子星和黑洞

通常，恒星的质量都是很大的．比如太阳这一极普通的恒星，离地球这么远，地球的公转速度又如此之大（32千米／秒），太阳的引力仍能把地球老老实实地束缚在太阳系中，可见太阳的质量及其对地球的引力有多大．距太阳如此遥远的物体还要受到这样强大的太阳引力，那么太阳附近的物体和太阳内部的物质块所受的引力就更大了．在恒星的强大的引力场中，恒星物质被巨大的引力拉向中心——整个恒星要收缩．是什么力抵抗着恒星引力收缩、维持着恒星物质的力学平衡呢？通常的恒星，比如太阳，靠着不断发生的核聚变（像氢弹爆炸一样）产生的强大的辐射压（斥力）与引力相平衡．核聚变产生的巨大能量，向四面八方辐射出去．发自太阳的这种辐射，其中极少的一点点给了地球，才使地球没有冻成一个冰球；夏天，来自太阳的这一点点辐射中的一点点竟使人们汗流浃背……可见太阳物质核聚变释放能量之巨大．

太阳物质的核聚变过程使氢转变成氘，然后变成氚、

氦、锂……我们考虑产生氘的过程:

$$p + n \to d + \gamma ,$$

式中右方的 γ 代表 γ 光子，它的能量等于氘核的结合能．这里，氘 d 是由质子 p 和中子 n 形成的，能够产生 γ 辐射的条件是等式右边每个核子的结合能必须比左边的大，否则上述反应不能进行，即没有 γ 射线发出．单个核子结合能最大的是铁核．因此，当恒星物质进行的核聚变反应使所有的核都成为铁核时，反应即停止．

随着时间的推移，恒星中的核燃料逐渐减少，终会消耗殆尽（即所有元素都变成了铁）．那时，恒星将失去力学平衡，因为没有辐射压来抵抗引力了，它在引力的作用下收缩——进入它的老年期．

根据广义相对论，质量 $M < 1.2M_s$（M_s 为太阳质量）的恒星，将演化成**白矮星**．质量 M 满足 $1.2M_s < M < 3.2M_s$ 的恒星将演变成**中子星**，质量 M 满足 $M > 3.2M_s$ 的恒星将坍缩为**黑洞**．

§1 白矮星

白矮星由原子态（超固态）的物质组成．什么是原子态呢？我们知道，通常状态下的物质，比如一块钢板，用宏观的尺度观测，它是致密的、无空隙的．但是用微观的尺度观测，其中绝大部分空间都是空的，原子和原子间相距甚远，好像一个足球场上只有一、二个足球．随着恒星

的演化，在引力作用下收缩，使恒星物质中的原子一个挨着一个，原子间再也没有空隙了．这种物质状态称为**原子态**，或称**超固态**．由原子态物质组成的恒星叫做**白矮星**．因此，白矮星不只是一颗恒星，而是一类恒星．

一般白矮星的半径为太阳的$\frac{1}{40}$—$\frac{1}{100}$，质量为太阳质量的 0.4 倍到 1 倍，平均密度在 10^5 克 / 厘米^3 以上．白矮星由简并电子气产生的简并压支撑引力，维持力学平衡．什么是简并电子气和简并压呢？我们考虑一种理想情况：温度为绝对零度（$T=0$）的原子态物质．这时的电子气体处于能量最低的状态；但是量子力学中有个著名的原理，叫做**泡利不相容原理**．按照这一原理，不可能有两个电子处于同一个量子状态，所以每个电子并不能都处于最低能级．在 $T=0$ 时，电子应该充满从零能级到某个最高能级之间的所有量子状态，这样的电子气体称为**完全简并的电子气体**．

量子力学中还有一条原理，叫做**测不准原理**．根据这一原理，粒子的位置和动量不可能同时具有确定的值．当电子处于某个量子状态时，它的位置的变化范围越小，它的动量的变化范围就越大（这与经典力学中的概念根本不同，在经典力学中，质点的位置和动量可以同时具有确定的值）．在原子态这种密度状态下，根据泡利不相容原理，不可能把所有的电子都挤在相同的量子状态中，但是由于密度很大，每个电子的位置的可能变化范围很小，按照测不准原理，它们的平均动量就很大．这样，简并电子气产生的压强就很大．这种压强称

为简并压．这里，我们对简并压作了通俗解释，也是一
种半经典的解释．实际上简并压完全是一种量子效应（态

出，压强 P 只决定于电子密度．白矮星我们仍然能够观测到，这表明它仍然有辐射．当白矮星以光的形式辐射能量时，它的内部冷却，而动力学平衡仍然保持，半径也保持不变，只是逐渐变暗．

§2 中子星

根据广义相对论，质量超过白矮星质量上限（$M > 1.2M_s$）的恒星，在演化的晚期不可能停留在白矮星阶段，简并电子气的压强（斥力）抵抗不住强大的引力，它会继续收缩．处于原子态的物质，其原子已经一个挨一个了，再压缩会怎样呢？原子核外的电子和核内的质子结合，形成中子：

$$e + p \rightarrow n + \nu_e$$

产生的中微子 ν_e 从恒星中逃逸出来．中微子有一个特点，它能够通过整个星体，就像星体不存在一样，它不会和星体中的任何粒子发生作用．由于上述电子俘获的过程使电子气产生的简并压消失了，引力相对地变得非常强大，使恒星几乎是毫无阻碍地迅速收缩．在电子被俘获的几秒钟内，恒星物质处在自由落体的挤压中，密度迅速增大，形成中子态物质．中子态物质由简并中子气组成．中子也像电子一样遵守泡利不相容原理，因此也存在简并压．这一压强比简并电子气的压强大得多．如果恒星质量 $M < 3.2M_s$，则简并中子气体的简并压

(斥力) 可以支撑引力而维持力学平衡. 这样的恒星就是**中子星**. 中子星的物质密度高达 10^{15} 克 / 厘米^3.

通常状态下的物质, 其内能远小于静能 Mc^2 (M 是物质的质量), 而引力势能又远小于内能, 即引力场很弱, 所以不需要用广义相对论来计算. 构成中子星的简并中子气体, 其内能很大, 与中子星的静能 Mc^2 相比已经不能忽略. 中子星的物质极密, 它的引力势能与内能同数量级. 所以中子星的引力势能与静能 Mc^2 相比也不能忽略. 这就是说, 中子星的引力场很强, 空时弯曲效应不能忽略. 因此, 中子星的力学平衡问题必须用广义相对论来处理.

广义相对论的核心内容是引力场方程和它的解. 前面 (第三章 §6) 已经讨论过静态球对称天体引力场的空时度规, 即静态球对称引力场方程的解. 这个解由史瓦西获得, 故称史瓦西解; 它描述天体外部的引力场, 所以也叫做**史瓦西外部解**. 我们已经应用这个解讨论了广义相对论预言的四个引力效应和它们的实验验证.

对于中子星的内部, 有物质存在, 比外部的情况复杂一些. 解星体内部的引力场方程, 史瓦西获得了一个严格解, 称为**史瓦西内部解**. 这个解的表达式中含有引力场源的物质密度 ρ 和压强 P, 它们都是球坐标 r 的函数.

对于中子星, 史瓦西内部解必须满足一定的物理条件:

(1) 中子气体的压强 P 和物质密度 ρ 之间必须满足一定的关系式 (物态方程);

(2) 在球内任何一点 (包括 $r=0$)，物质密度 $\rho(r)$ 都必须是有限的，不能是无限大.

(3) 内部解的表达式在中子星表面处 ($r=R$) 必须和外部解相连接，即 $r=R$ 时内部解和外部解要相等;

(4) $r=R$ 时物质密度 ρ 和压强 P 都要降为零，即 $\rho(R)=0$，$P(R)=0$，这是因为中子星外部没有物质，所以外部的物质密度和压强都等于零.

根据这些条件，可以确定中子星的临界质量. 中子星的临界质量就是稳定中子星的最大质量. 由上述方法确定的中子星的临界质量为太阳质量的 3.2 倍.

早在 1932 年，中子发现后不久，原苏联物理学家朗道 (Landau) 考虑到中子和电子一样服从泡利不相容原理，简并中子气也应该可以构成稳定的恒星，因此他猜想应该有相应种类的恒星存在. 这是关于中子星存在的最早的预言. 1934 年，美国天文学家巴德 (Baade) 和茨维基 (Zwicky) 指出，大质量的恒星经过超新星爆发* 后演化为中子星. 他在一篇著名的非常简短的论文中指出:"超新星代表了普通恒星向中子星的过渡阶段，中子星在这一演化的最后阶段形成，它是由一个挨一个的中子构成的."他们首次把中子星和恒星的演化 (超新星) 联系起来，正式预言了中子星的存在. 1939 年，美国年轻物理学家奥本

---

* 在星体由原子态向中子态坍缩的过程中，由于高密物质的自由落下的强大动能迅速转化为热能，从而使星体外层物质发生爆炸性的核燃烧. 恒星外壳的爆炸使巨大的热能转化为强烈的辐射，恒星亮度突然变得非常大，甚至白天都可以看见. 这一过程称为超新星爆发. 超新星爆发后，恒星内部物质坍缩为中子星.

海默（Oppenheimer）应用广义相对论对中子星结构进行了详细的推导和计算，给中子星的预言以坚实的理论依据．但是，当时的人们对白矮星的密度已经感到大得难以置信，对中子星就更加不感兴趣了，致使在上述预言之后的 30 年间，几乎没有人对中子星的存在感兴趣，于是中子星逐渐被人们遗忘了．

30 年之后，1967 年，天文观测发现了中子星，证实了 30 年前的理论预言．当时，英国剑桥大学研究生贝尔（Bell）从一架新建造的射电望远镜的记录纸上发现，有 1～2 厘米长的特殊信号记录．她把这一发现告诉了她的导师休伊斯（Hewish），他们做了重复观测，并做快速记录．分析结果表明，这一信号和其它射电源（恒星）以同样的速度和方向通过接收天线，它显然发自某一恒星．但是恒星不可能发生这样快的变化——天线记录的两个相邻脉冲信号的间隔只有$\frac{1}{3}$秒．进一步的观测记录表明，这一信号源发出的脉冲信号周期稳定．根据接收到的射电信号，他们算出了这一脉冲信号源与地球的距离是 212 光年，表明信号源在太阳系之外，在银河系之内．人们曾经猜测这一信号是“外星人”发来的．贝尔和休伊斯分析，如果这一信号是“外星人”发来的，那么“外星人”应该在某颗行星上．由于行星绕着恒星公转，这会引起脉冲时间间隔的变化．他们仔细观测，并没有发现这种变化，所收到的那个脉冲信号的周期严格准确，十分稳定．到 1968 年 1 月，已经发现了四个这样的脉冲信号源．很难想象生活在四个相距甚远的天体上

面的“外星人”会约好时间，在同一段时间里向地球发射脉冲信号．因此人们放弃了关于“外星人”的这一猜测，集中考虑一类新的天体的存在．观测发现的脉冲宽度为 16 毫秒，由此可以确定，发射脉冲信号的区域的尺寸应不超过 3000 千米．因为区域再大就会导致不同部分发射的信号相互重叠，就无法收到如此清晰的脉冲．这么小的恒星只能是白矮星或中子星．另一方面，测得脉冲周期为$\frac{1}{3}$ 秒，而且十分稳定，这只可能是恒星自转引起的．这又排除了白矮星，因为自转如此之快，白矮星的物质会在惯性离心力作用下飞掉．这样，人们确定，这一信号源只能是中子星．

由于发现了中子星的存在，休伊斯获得了 1974 年诺贝尔物理学奖．

中子星的发现再一次表明，理论研究的重要意义不一定能及时地被人们认识，理论走在实验前面是常有的事．这一次，理论预言比实验发现竟超前 30 年!

中子星是怎样发出脉冲信号的呢？首先，在恒星的收缩（由白矮星到中子星）过程中，体积缩小，而角动量守恒，所以自转角速度增大．由中子星的质量和半径，根据理论计算，中子星的自转周期与观测到的脉冲信号的周期是一致的．其次，随着恒星的收缩，恒星的磁场也跟着恒星一起收缩（增强）．计算表明，一个太阳大小的白矮星，其表面磁场强度在收缩为中子星后将达到 10^8 特，比现今人类所能产生的最强的磁场还要强 100 万倍．中子星具有如此强大的磁场已为观测所证实．

我们知道，高速运动的电子在磁场中要受到磁场力（洛仑兹力）的作用，这个力的方向与电子运动的速度方向垂直．在洛仑兹力的作用下，电子将沿着螺旋线运动．磁场越强，则螺线的螺距越大．在中子星强大的磁场的作用下，电子的螺旋线轨道已接近直线（螺距很大）．电磁学的理论告诉我们，电子沿螺旋线运动时要发出同步电磁辐射．这样，在中子星磁场最强的两极处，电子运动所产生的同步电磁辐射形成一束很细的射线束．由于中子星的磁轴一般不与自转轴重合，所以在中子星自转的过程中，上述射线束绕着自转轴旋转．好像灯塔上的探照灯灯光一样，每自转一周它就扫过一圈．于是地球上的天线接收到和中子星自转周期相同的脉冲信号．

§3 黑洞

对于质量超过中子星临界质量（质量上限）的恒星，简并中子气体产生的简并压也无力抵抗强大的引力，恒星不会在中子星阶段维持力学平衡，它将继续收缩．广义相对论预言，这类大质量恒星演化的归宿将是一类极特殊的天体——**黑洞**．我们先从牛顿力学的角度分析一下这类天体的性质．

(1) 第一宇宙速度

人们对第一宇宙速度十分熟习——它是在地球上发射人造卫星所需要的最小发射速度. 当我们水平发射一物体的时候，



图 5—1

通常，物体沿一平抛运动的轨道落在地面上. 发射速度越大，物体的水平射程越远. 当发射速度大到一定程度时，地球对物体的引力刚好用作物体绕地球作圆周运动所需的向心力，再没有余力把它拉回地面了，这时物体便成为人造地球卫星，环绕地球运动. 这一发射速度称为**第一宇宙速度**，也叫**环绕速度**. 根据上面的分析，很容易求得第一宇宙速度. 第一宇宙速度对应的向心力应恰好等于万有引力:

$$\frac{mv^2}{R} = G\frac{Mm}{R^2}$$

由此得到

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

式中 R 是地球半径，M 是地球质量. 将这两个常数代入，得到

$$v_I = 7.9 \text{千米/秒}$$

(2) 引力势能

我们先回忆一下静电学中有关静电势能的概念．在点电荷 Q 产生的静电场中，距电荷 Q 为 r 处放置一个试验电荷 q，这时试验电荷 q 具有静电势能

$$E_{电} = K\frac{Qq}{r}$$

这里，我们已经选取无限远点为电势的零点，即 $r \to \infty$ 时 $E = 0$．上式表示的电势能等于电荷 q 自 r 处移到无限远（$r \to \infty$）处的过程中电场力所做的功．

牛顿万有引力跟静电学中的库仑定律形式相同，因此引力势能和电势能也具有相同的形式：

$$E_{引} = -G\frac{Mm}{r}$$

式中 M 是引力场源（天体）的引力质量，m 是试验物体的引力质量，r 是二者之间的距离，负号表示 M 和 m 之间的作用力是引力，相当于前式中的 Q 和 q 反号（一正一负）．物体在 r 处的引力势能，就是物体从该处运动到无限远处的过程中引力所作的功．

(3) 第二宇宙速度

如图5—1所示，当发射速度 $V = V_1 = 7.9$ 千米/秒时，发射体将环绕地球作匀速圆周运动．发射速度再大一些，物体将沿椭圆轨道绕地球运动；速度越大则椭圆越长．当发射速度大到一定程度时，地球再也无力使它作椭圆运动，物体便飞离地球的引力场．这一脱离地球引力场所需要的最小发射速度称为**第二宇宙速度**，也叫**脱离速度**．一个地面上的物体，一旦具有第二宇宙速度，它无论水平运动还是竖直向上运动，都会脱离地球的引

力场，不再回落．根据以上分析，不难求得第二宇宙速度的大小．

物体 m 能够由地面飞到无限远处应具备的条件是，它具有足够大的动能，用来克服地球引力作功．根据引力势能的定义，物体由地面飞到无限远处的过程中克服引力所作的功，在数值上等于它在地面上的引力势能．这就是说，物体在地面上具有的动能，必须达到它的引力势能的大小（绝对值），才能够飞离地球引力场．这一条件表示为：

$$\frac{1}{2}mv^2 = G\frac{Mm}{R}$$

解之得

$$v_{\text{II}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$= \sqrt{2}v_{\text{I}} = 11.2\text{千米/秒}$$

第一宇宙速度和第二宇宙速度都和发射体的质量 m 无关．就是说，不管发射体的质量大些还是小些，只要具有速度 v_{I} 就可以成为人造卫星；只要具有速度 v_{II}，就可脱离地球的引力场．

(4) 牛顿黑洞

对于地球，脱离速度 $v_{\text{II}} = 11.2$ 千米／秒．将前式中的 R 和 M 换成太阳的半径和质量，便得到太阳上的脱离速度．这一公式还适用于任何其它天体．

由第二宇宙速度的表达式可以看出，天体的质量越大、半径越小，则需要的脱离速度越大．设有一天体，

半径很小、质量很大，使平方根$\sqrt{\frac{2GM}{R}}$大到等于光速c:

$$\sqrt{\frac{2GM}{R}}=c=3\times10^5\text{千米/秒}$$

从这一天体上飞出的物体，须达到光速，才不至于落回．但是由狭义相对论可知，任何物体的速度都达不到光速．所以，任何物体都无法离开这一天体．如果把光子看成具有质量$m=\frac{h\nu}{c^2}$的质点，则当R再小一点时，连光子也无法脱离这一天体．相反地，无论质点还是光子，凡是射向这一天体的，都会照样落到天体上．这样，这一天体便成为一个**黑体**，因为它只吸收而不辐射（这正是黑的定义）．好像空间出现了一个半径为R的洞，什么东西都可以掉进去，但什么东西也出不来．所以这类天体被称为**黑洞**．

由上述天体（黑洞）所满足的条件，不难确定它的半径和质量的关系式:

$$R=r_g=\frac{2GM}{c^2}$$

这一半径r_g称为**引力半径**.

史瓦西黑洞

在上一小节中，我们用牛顿力学讨论了质点的脱离速度问题，又讨论了光子的脱离速度问题，把光子看作

质量 $m=\frac{h\nu}{c^2}$ 的牛顿质点．实际上牛顿力学的适用范围不包括对光子的讨论．因此我们不知道上面讨论对于光子的结论是否可靠．下面用广义相对论进行讨论．

(1) 引力半径

在广义相对论中，球对称天体的外部引力场，由史瓦西度规描述:

$$ds^2=\frac{dr^2}{1-\frac{2GM}{c^2r}}+r^2d\theta^2+r^2\sin^2\theta d\varphi^2-\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)c^2dt^2 \tag{1}$$

式中 M 是引力源（天体）的质量，r 是观察点和天体中心的距离．在第四章 §3 中已经指出，由这一度规可以确定光线在引力场中的偏转角 α 所满足的关系式:

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{2GM}{c^2R} \tag{2}$$

式中 R 为天体的半径．这是一条来自无限远处的、与太阳相切的光线的偏转角．光线的偏转，是由于天体附近的引力场很强造成的．天体附近的空间是弯曲的，而光线沿着弯曲空间的**零短程线**（即零间隔的短程线）传播．

由于空间是弯曲的，所以其中的任何一条光线也都是弯曲的．由天体表面发出的光线同样是弯曲的．由偏转角满足的关系式可以看出，天体的质量 M 越大、半径越小，则光线的偏转角越大．当天体半径 $R=\frac{2GM}{c^2}\equiv r_g$ 时，我们得到

$$\sin\frac{\alpha}{2}=1 \tag{3}$$

由此可得 $\alpha=\pi$，即射出去的光线将返回天体，这样的天体发出的任何辐射都无法越出半径为 r_g 的球面.

(2) 视界

在外部观察者看来，一个坍缩天体，当缩至半径 $R=r_g$ 时，这一球面是留给观察者的最后的界面. 从此，这颗恒星就在观察者的视野中消失了. 所以球面 $r=r_g$ 叫做**视界**. 天体在缩进球面 $r=r_g$ 以后，按照广义相对论，它会无限制地坍缩下去，而黑洞的大小却不再变了，它的表面就是视界 $r=r_g$.

注意到引力半径的表达式 $r_g=\dfrac{2GM}{c^2}$，我们可以把史瓦西度规 (1) 改写为

$$ds^2=\frac{dr^2}{1-\dfrac{r_g}{r}}+r^2d\theta^2+r^2\sin^2\theta d\varphi^2-\left(1-\frac{r_g}{r}\right)c^2dt^2 \tag{4}$$

由这一表达式可以看出，当 $r=r_g$ 时，度规出现了奇异性——右端第一项成为无限大 (分母为零)，即黑洞的视界面 (球面 $r=r_g$) 是这一球对称空间的奇异面. 显然，史瓦西黑洞的视界是一个**单向膜**：外部的粒子和辐射均可通过这一膜进入黑洞，而膜内的任何粒子和辐射都无法通过这一膜射出来. 因此，黑洞外部的观察者无法得到来自黑洞内部的任何信息.

(3) 无限红移面

由第四章中的讨论可知，在恒星引力场中的两点 A_1 和 A_2 分别放置光源和接收器，则光源发出的频率 ν_1 和接收器接收到的频率 ν_2 之间存在下面的关系：

$$\frac{\nu_2}{\nu_1}=\frac{\sqrt{1-\dfrac{2GM}{c^2r_1}}}{\sqrt{1-\dfrac{2GM}{c^2r_2}}}$$

式中 M 是恒星的质量，r_1 和 r_2 分别为光源和接收器与恒星中心的距离．我们现在讨论恒星表面发出的光，频率为 ν_1，由远处观察者观测（接收），接收到的频率为 ν_2．这时可令 $r_1=R$（恒星半径），$r_2\to\infty$．我们得到

$$\frac{\nu_2}{\nu_1}=\sqrt{1-\frac{2GM}{c^2R}}$$

代入引力半径 $r_g=\dfrac{2GM}{c^2}$，上式改写为

$$\nu_2=\nu_1\sqrt{1-\frac{r_g}{R}}$$

由于 $\nu_2<\nu_1$，所以远处观察者观测到光谱线的引力红移（频率减小，波长变长，颜色变红）．

在恒星坍缩的过程中，由上式可以看出，随着 R 的减小，ν_2 逐渐减小，恒星逐渐变红．当 $R=r_g$ 时，$\nu_2=0$，此时远处观察者发现恒星的光谱线已经向红端移动到无限远处，即波长 $\lambda_2=\infty$，故称球面 $r=r_g$ 为无限红移面．史瓦西黑洞的无限红移面和视界是同一个面，常称史瓦西面．

在黑洞视界附近（$R\approx r_g$），ν_2 很小．这就是说，远处观察者测得黑洞视界附近的一切过程都变得十分缓

慢．在他们看来，恒星在坍缩过程中，需要无限长时间才能缩至 $R=r_g$．同样，如果一艘飞船驶向某一黑洞，远处观察者发现，这艘飞船需要经过无限长的时间才能到达史瓦西面 $r=r_g$．

(4) 随动参考系

在物理学中，奇异性（包括奇点、奇异线和奇异面）总是不受欢迎的．比如，在某个空时点上，度规的某一项系数等于无限大，我们就说这一点是空时中的**奇点**．由奇点组成的线，称为**奇异线**；由奇点构成的面叫做**奇异面**．在史瓦西度规中，$r=r_g$ 处 dr^2 的系数等于无限大，球面 $r=r_g$ 就是一个奇异面．在这个度规中，还有一个奇点，就是点 $r=0$．在这一点，量 $\frac{r_g}{r}$ 成为无限大．

在广义相对论中，奇异性分为两类，一类是**坐标奇异性**，另一类是**内禀奇异性**．坐标奇异性可以通过某种坐标变换消除，即变换到另一坐标系中的时候就不出现奇异性了．内禀奇异性是用任何坐标变换也无法消除的，它属于空时本身的内禀属性．史瓦西度规中的奇异面 $r=r_g$ 就属于坐标奇异性，可以通过适当的坐标变换消除．

假设观察者乘一飞船在恒星的引力场中自由下落，这一自由下落的参考系称为**随动参考系**．这里应该注意，这个自由下落的参考系不是一个惯性系，因为恒星的引力场不是一个均匀的引力场．

广义相对论的推导证明，在随动参考系中，史瓦西

面不再是奇异面，度规表达式在这个面上不再出现无限大的量．在这个参考系中观测，发现飞船（观察者自身）经过有限长时间就到达了史瓦西面，然后就顺利地进入黑洞．

我们现在可以概括一下恒星坍缩的情形．质量大于中子星质量上限的恒星，在核燃料耗尽以后，在引力的作用下坍缩，半径迅速减小．在随动参考系的观察者看来，这颗恒星很快就缩进史瓦西面．

在远处的观察者看来，随着半径的减小，恒星逐渐变暗、变红，最后从视野中消失了，留下一个半径为 r_g 的看不见的黑洞．

前面曾讲到，远处观察者测得恒星经过无限长时间才能缩至史瓦西面（$r = r_g$）．实际上，在广义相对论中，对坍缩过程红移量的计算给出：

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_1} = \left[1 - \frac{ka^2}{R(t)}\right]^{-1}\left\{\sqrt{1-ka^2} + a\sqrt{k[1-R(t)]R^{-1}(t)}\right\} - 1$$

对这一表达式的仔细分析表明，由开始坍缩时起（对于远处观察者），随着半径 R 的减小，红移量 $\frac{\Delta\nu}{\nu_1}$ 开始增大得比较慢，然后增大速度加快，以接近指数的规律趋于无限大．这就是说，坍缩着的恒星，在远处观察者看来，实际上也是很快就消失了的．为

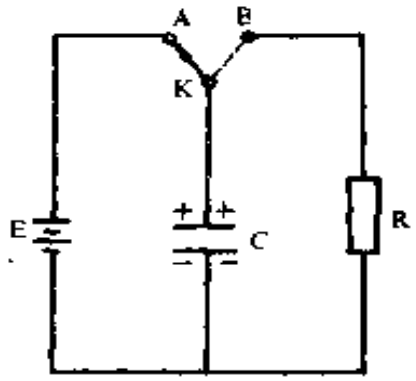


图 5—2

了说明理论上要无限长时间，实际上又是很快的这一过程，我们举一个大家都熟悉的例子．如图 5—2 所示，用一直流电源 E 给电容 C 充电，然后将开关 A 扳到 B 处，接通 RC 电路．这时电容器两板间电压按负指数规律减小*：

$$U = E e^{-\frac{t}{RC}}$$

按这一公式，当 $t \to \infty$ 时 $U \to 0$．就是说，需要经过无限长时间电压才能降为零．但实际上用电压表测量，电容器两端的电压很快就降为零了．

恒星在坍缩过程中，由于空间曲率越来越大，致使射出去的光线越来越少，星体随之越来越暗．与此同时，红移量随半径的减小而增大．这一变暗、变红的过程是极快的．例如，一颗质量等于 10 倍太阳质量的恒星，自开始坍缩算起，经过约百分之一秒就看不见了．

§ 4　黑洞的性质

跟所有其它的天体比较，黑洞是最简单的天体；其它天体的许多性质它都没有．比如，地球有磁场，太阳有质量四极矩，中子星有更强的磁场，磁极轴和自旋轴不重合，还有 γ 射线爆发；组成这些星体的原子、分子又都有

---

* 字母e代表一个常数，$e=2.71828\cdots\cdots$

复杂的结构……所有这些性质黑洞都没有. 在黑洞形成时，坍缩了的物质失去了原来的原子、分子结构. 它们对视界的外部不能给出任何信息. 不管坍缩的物质是氢、铝、铀，还是这些元素的反物质，结果都是一样. 再投入许多复杂的物质，也只是增加黑洞的质量，不能给它以任何新的性质. 黑洞究竟简单到什么程度呢?

剑桥大学的霍金（Hawking）和卡特（Carter）以及阿尔伯特大学（现在在华盛顿大学）的伊斯雷尔（Isreal）证明了，当黑洞刚形成时，其视界的形状可能很奇怪，并且强烈振动，但是零点几秒后，视界就稳定为一种确定的规则形状. 如果黑洞是球对称的（不旋转的），它的视界为球面；如果是轴对称的（旋转的），视界面的两极方向要扁一些，与地球的形状类似，扁的程度决定于质量和角动量. 除了质量和角动量之外，黑洞还可以具有电荷. **黑洞的全部性质都可以用质量、角动量和电荷这三个量描述**. 除了这三个量之外，黑洞再没有任何别的性质了，因此上述定理也称为黑洞的“**无毛定理**”（确切些说，最多只能有“三根毛”）.

黑洞的全部性质都反映在它的外部空时度规中. 史瓦西黑洞的外部空时度规就是史瓦西外部解，前面我们已多次用过. 这一度规中只含有一个引力源（黑洞）的参量 —— 质量 M. 这是球对称黑洞所具有的唯一的参量. 就是说，不带电的球对称恒星坍缩成的黑洞，除了质量以外，再也没有任何其它性质. 至于空时的性质，如黑洞视界面的半径，视界面外部空间的曲率，试验粒子的加速度等等都由黑洞的质量 M 决定. 史瓦西黑洞只

有“一根毛”.

第二种黑洞是不带电的旋转恒星坍缩成的，它有“两根毛”——质量 M 和角动量 J. 这类天体的外部空时度规由克尔（Kerr）获得，即引力场方程的克尔解，也称为**克尔度规**. 克尔度规中只含有两个引力源（黑洞）的参量：质量 M 和角动量 J. 克尔黑洞的视界、无限红移面以及外部空时的其它性质均由 M 和 J 确定. 克尔黑洞的视界和无限红移面不重合. 它有两个视界面. 内视界半径 r_{-}^{h} 和外视界半径 r_{+}^{h} 分别为:

$$r_{\pm}^{h}=M\pm\sqrt{M^{2}-a^{2}}$$

它的无限红移面不是球面，表达式为:

$$r_{\pm}^{\infty}=M\pm\sqrt{M^{2}-a^{2}\cos^{2}\theta}$$

其中$a=\frac{J}{M}$.

第三种黑洞是由荷电的恒星坍缩成的. 这类天体的外部引力场方程的解由雷斯耐尔（Reissner）和诺尔斯特罗姆（Nördstrom）获得，称为 R—N 度规. 这一度规中只含有引力源（黑洞）的两个参量——质量 M 和电荷 Q，所以 R—N 黑洞只有“两根毛”. 它的两个视界面分别表示为:

$$r_{\pm}^{h}=M\pm\sqrt{M^{2}-kQ^{2}}$$

第四种黑洞是由荷电、旋转的恒星坍缩成的. 这类天体的外部引力场方程的解由纽曼（Newman）获得，称为克尔—纽曼解，或称克尔—纽曼度规. 这一度规的

表达式中含有引力源（黑洞）的三个参量——质量 M，电荷 Q 和角动量 J，所以这类黑洞有“三根毛”．它的两个视界面半径分别为：

$$r_{\pm}^{h} = M \pm \sqrt{M^2 - a^2 - kQ^2}\ .$$

黑洞的种类如此简单，所有的黑洞不外乎以上四种．

前三种黑洞的度规都是第四种的特殊情况，即克尔—纽曼度规包括了前三种黑洞的度规．当克尔—纽曼度规中的电荷 $Q=0$ 时，则退化为克尔度规；当角动量 $J=0$ 时，退化为 R—N 度规；当 $Q=J=0$ 时，退化为史瓦西度规．所以我们说，所有的黑洞都可以由克尔—纽曼度规来描述．

我们可以把黑洞的性质大致归纳为以下几点．

黑洞只有“三根毛”

黑洞是大质量天体（$M>3.2M_s$）演化的归宿，或者说是死亡了的大质量天体．所有的黑洞都可以用克尔—纽曼度规来描述，这一度规中未包含的所有性质都在引力坍缩过程中消失了．因此，黑洞的全部性质只由三个参量（质量、角动量和电荷）确定，即黑洞只有“三根毛”．例如，如果恒星在初始状态时有磁矩产生的磁场，则在坍缩过程中，一部分能量以电磁波的形式辐射出去，其余部分进入视界内，视界以外磁场为零．

黑洞的视界

黑洞有一个闭合的视界. 在视界内，任何粒子、光子及与时间有关的场都不能离开黑洞. 从外部来的粒子和光子可以穿过视界，这一过程在远处观察者看来需要无限长时间，跟粒子一起运动的观察者观测则经过有限长时间.

在视界内部，存在真奇点（内禀奇点）. 由于真奇点被视界面包围，所以外部观察者看不到.

从黑洞获取能量

当外部物质落入黑洞时，黑洞的面积不能减小. 这称为黑洞的**面积不减定理**. 证明这一定理的依据是视界内的短程线无论在什么情况下都不能延伸到视界外. 两个黑洞合并成一个时此定理也成立. 根据这一定理，一个黑洞不可能分成两个黑洞，因为那时总面积会减少. 由这一定理可以得到一个等式:

$$M^2 = \frac{A}{16\pi} + \frac{4\pi}{A} J^2 + \frac{\pi}{A} Q^4 + \frac{1}{2} Q^2$$

式中 M 是黑洞的质量，A 是面积，J 和 Q 分别是角动量和电荷. 这一等式告诉我们，如果能设法使黑洞的角动量和电荷减小，便可以使它的质量减小，从而由黑洞获取能量（$\Delta E = \Delta M \cdot c^2$）；但黑洞的质量不能小于$\sqrt{A / 16\pi}$. 若能使两个黑洞合成一个，就能释放出大量的能量，这种能量释放的效率比最强的核反应还要高一百倍.

黑洞的熵和温度

当大量物质（包括粒子和辐射）被黑洞吞吃的时候，显然失去了许多信息，物质的无序程度增大．在热力学中引入一个物理量，叫做熵，用来量度一个系统的无序程度，或者说，用来量度对系统精确状态的知识的缺乏程度．因此，物质落入黑洞的过程，用热力学的语言表述，是熵增加过程．根据热力学第二定律，一个系统的熵总是随时间增加的．因此，当两个黑洞合成一个的时候，系统的熵不能减少．这恰与黑洞的面积不减定理一致．所以，黑洞的面积可以作为黑洞的熵的量度．

黑洞既然具有热力学量熵，也应该具有热力学量温度．这个温度当然应该和热力学中的温度具有相同的性质．我们知道，两个温度不同的物体会发生热交换，高温物体向低温物体放出热量．两个物体温度相同时即达到热平衡．因为温度是物体内大量分子无规则运动动能的标志，所以热平衡只能是动平衡，两物体之间的能量交换是在不停发生的．热平衡时只是在相同时间内由第一物体传给第二物体的热量恰好等于由第二物体传给第一物体的热量．

设黑洞外部的环境温度为 T_m，黑洞温度为 T_B，则当 $T_B < T_m$ 时，按照自然界普适的热力学第二定律，黑洞从外界吸收热量；当 $T_B > T_m$ 时，黑洞应向外界放出热量，即应有热辐射．可是广义相对论告诉我们黑洞是只吸收而不辐射的．于是广义相对论和热力学之间出现

了矛盾．这一矛盾的解决，应归功于英国物理学家霍金．下面介绍霍金的发现．

§5 黑洞的辐射

霍金辐射

霍金于1974年发现，考虑到量子效应，黑洞具有温度为

$$T=\frac{2hc}{Ak}\left(r_{+}^{h}-m\right) \tag{1}$$

的辐射，式中 $m=\frac{GM}{c^2}$．人们把这种辐射称为**霍金辐射**，或称**霍金蒸发**．霍金的发现，解决了广义相对论和热力学之间的矛盾，而且揭示了量子论、热力学和引力理论（广义相对论）之间的内在联系．

在不考虑量子效应的情况下，黑洞只能吸收，不能辐射，在考虑量子效应时，黑洞可以有辐射．按照近代物理的观点，真空不是虚空，它有丰富的物理内容．真空中充满着“虚粒子”，它们不断地成对产生（正、反粒子），又不断地湮灭，因此不能直接观测到它们的存在．在黑洞视界面附近，由于强引力场的作用，可以使真空中虚粒子对中的一个掉进黑洞，而另一个可能跑到远处去．这个跑到远处去的粒子（不能再湮灭回真空），就是可观测到的实粒子了．比如掉进黑洞的是反粒子，

跑到远处去的是正粒子，在远处观察者看来、黑洞辐射出了粒子流．流入黑洞的反粒子流和射到远处的正粒子流，其总效果是黑洞的质量减少．

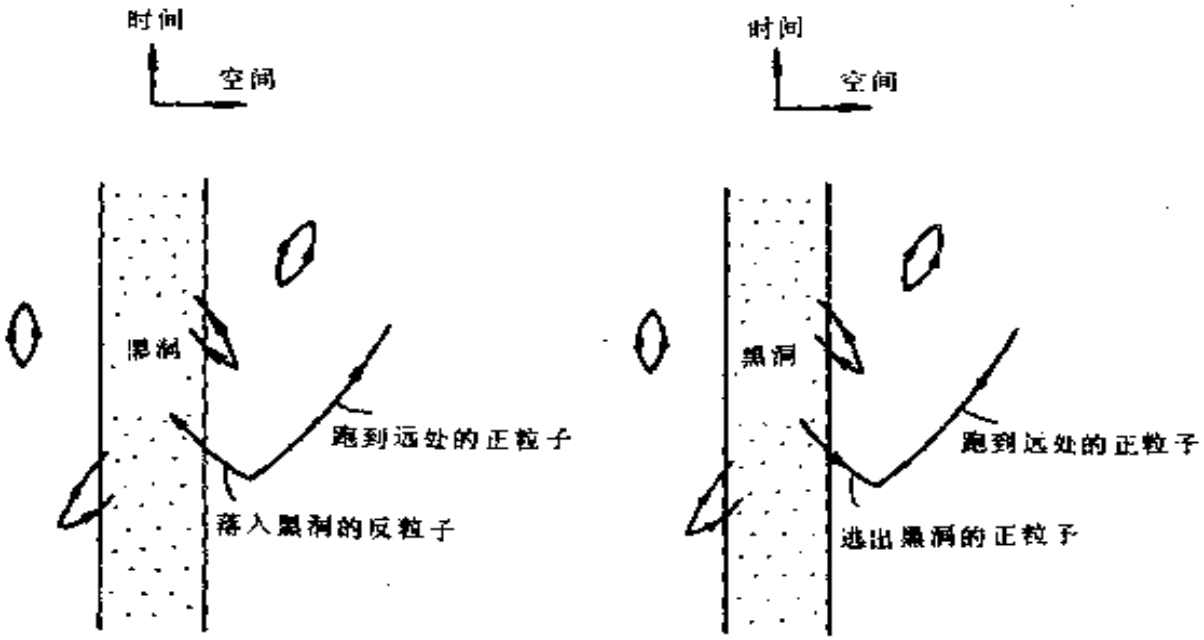


图5—3

黑洞辐射粒子的过程也可以这样理解：把掉进黑洞的那个粒子（我们已假定为反粒子）看作实际上是沿时间轴反方向运动的正粒子，这个粒子到达正反粒子对原先产生的空时点，受到了引力场的散射，于是沿时间轴正方向运动，这样，可以认为粒子是由黑洞里面逃出来、跑到远处去的．这与原子核物理中的情况相似．按照经典理论，原子核中的粒子不容许穿越强大的核力的势垒跑到核外，但是按照量子理论，粒子却可以通过隧道效应跑到核外．

详细的推导证明，黑洞辐射出来的各种粒子都具有热辐射谱．由上面给出的辐射温度的表达式可以看出，对于史瓦西黑洞，$r_+^h = r_g = 2m$，$A = 4\pi r_g^2 = 16\pi m^2$，代入式（1）得到，辐射温度 T 和黑洞质量 M 成反比．

随着黑洞质量的减小，辐射温度急剧升高．随之而来的是速度更快的辐射，直至黑洞消亡．

霍金的黑洞辐射理论早已被公认，许多科学家用他的理论对各类基本粒子的辐射进行了研究，得到了相应的热谱表达式．这一新理论带来了许多新思想和新观点．

霍金的理论是对因果律的一个强烈的冲击．因果律一直被认为是物理学必须遵守的一条规律．按照因果律，知道了一个系统的初始状态及有关的物理定律，我们就能预言它的未来；每一个初始状态都只有唯一的一个结果．在经典物理中，这种因果性是绝对的．可以说，没有因果性就没有物理学．在原子物理和量子力学中，因果律的形式不像经典物理中那么明显了，它具有统计意义．比如一个粒子，已知其初始状态为 A，下一时刻它处于各个状态 B_i $(i=1, 2, 3\cdots)$ 的可能性都有，这些可能性的大小用几率来描述．这种因果性的变化曾经使许多物理学家深感困惑．爱因斯坦就不同意这种几率解释，他曾说："上帝是不玩掷骰子游戏的"．不过量子力学中这种几率描述实际上是可行的，因为实验工作者对量子事件的观测结果都是它们出现的几率．例如某一过程辐射的粒子有 30% 是 A 粒子，50% 是 B 粒子，20% 是 C 粒子．可是霍金理论指出，任何粒子都能由黑洞辐射出去，而且所有的几率都相等，那么谈论几率还有什么意义呢？于是连量子力学的因果性也被破坏了．霍金的理论相当于说，上帝不但掷骰子，而且有时还把骰子掷到人们找不到的地方去．

微观小黑洞

对于通常的黑洞，霍金辐射极其微小，完全可以忽略不计．比如，一个质量相当于太阳质量的黑洞，它的霍金辐射所对应的温度为 6×10^{-8}K．这么低的温度下的热辐射是极其微弱的．但是对于微观的小黑洞，这一效应就十分明显了．

微观小黑洞是怎样形成的呢？前面我们讲的黑洞形成过程是大质量恒星的坍缩过程．下一章我们会讲到宇宙的演化．在宇宙演化的初期，物质可能经历过一个超高温、超高密态的阶段，即宇宙物质密度非常大、温度非常高的状态．那时在宇宙物质中有可能出现强烈受压缩的区域，这些区域物质坍缩就会形成一些小黑洞，我们称为**原初小黑洞**．这些小黑洞的质量可能比太阳小得多．比如，形成一个相当于小行星质量的黑洞，其大小与质子或中子差不多．这些原初小黑洞在宇宙中可能不少，有些可能就在我们的太阳系和银河系中．

对于原初小黑洞，量子效应十分明显．比如一个质子大小的小黑洞（约 10^{15} 克），按上面的霍金辐射公式计算，其温度可达 1200 亿度，释放能量的功率可达 600 万千瓦，相当于十几所核电站功率的总和．随着不断的辐射，它的质量不断减少，温度不断升高，这样小的黑洞，要经过 100 多亿年才能消亡；消亡前夕，由于温度骤升，会有一次爆炸．近年来，天文学家常观测到 γ 射线爆发的现象，即接收天线收到某一方向的 γ 射线，在很短

时间内其强度极强．有的科学家认为，这可能是某颗小黑洞消亡前夕的爆发．

§6 黑洞中的空时内禀奇点

在讨论史瓦西黑洞时，我们已经比较详细地讨论了奇点 $r=r_g$，即史瓦西面（黑洞的视界）．奇点 $r=r_g$ 是坐标奇点，在变换到新的坐标系（如自由下落坐标系）时，这个奇点就不再是奇点了．这类奇点（坐标奇点）不是空时的内禀属性．

奇点 $r=0$ 是空时的内禀奇点，也叫真奇点．用任何坐标变换的方法都不可能把空时的内禀奇点变换掉．

奇点既是一个物理概念又是一个数学概念．对于数学家说来，奇点 $x=a$ 是函数 $f(x)$ 在 a 点等于无限大或者间断．对于物理学家说来，奇点意味着物理理论遇到了麻烦（困难）：在奇点处，物质密度无限大，压强无限大，空时曲率无限大……空间概念没有了，时间概念没有了．因此，什么“早些”、“晚些”、“过去”、“现在”、“将来”以及一切因果关系统统失去了意义．这是物理学家无法接受的．所以，在物理学家看来，奇点是相当不受欢迎的东西．

任何一个新理论都不会是最终的理论．广义相对论解决了牛顿引力理论的困难，但它也有自己的困难．奇点问题就是广义相对论的主要困难之一．

我们知道，量子效应在宏观领域是微不足道的，但在

微观领域却变得十分明显. 人们想到，在奇点附近，早已进入微观领域，量子效应是不能不考虑的. 广义相对论没有考虑引力场的量子化效应. 因此，在奇点附近，广义相对论不再适用，须代之以新的引力理论—量子引力理论. 于是人们期望，在量子引力理论建立之后，会解决奇点问题. 但是物理理论的发展并未如愿. 一方面，量子引力理论的建立遇到了严重的困难，至今还没有找到克服这些困难的办法. 另一方面，人们发现，即使建立了量子引力理论，对于解决奇点问题也可能无济于事. 人们似乎预感到，能够解决奇点问题的新理论会比量子引力理论更深刻，会带来一系列基本概念（包括广义相对论和量子论的基本概念）的变革. 下面我们来说明这一点.

按照人们公认的霍金辐射理论（这是广义相对论和量子论的结合），黑洞会不断发射粒子，于是黑洞的质量和体积会不断变小，而这使黑洞的温度升高，使更多的粒子易于逃出去. 因此，黑洞的辐射过程会以越来越大的速度进行下去，直至黑洞消亡. 前面讲的原初小黑洞自诞生之日起，大约经过 100 亿年就会辐射光. 按照大爆炸宇宙学（下一章会讲到），这些原初小黑洞诞生至今已有 100 亿年了. 因此，现在应该有原初小黑洞的爆炸发生——它们在爆炸后消亡. 质量大的黑洞寿命长些，比如一个太阳质量的黑洞，要经过 10^{66} 年才能消亡. 但是无论质量大还是小，黑洞总会消亡的，而且消亡前总要发生一次爆炸. 这使奇点问题更加复杂了.

原来人们认为大质量恒星演化的晚期，缩进黑洞视界面，然后所有的恒星物质都将落入奇点 $r=0$；以后落入

黑洞的物质都毫无例外地到达奇点处. 任何物质和辐射，一经进入视界，就再也出不来. 外面的观察者也就再也得不到他们的信息了. 这样，黑洞一经形成，就会永久存在下去. 虽然它有一个令人讨厌的奇点 $r=0$，但是有视界面包围着它，谁也无法看见，因此倒也不会带来什么可观测到的麻烦（比如无限大的密度、无限大的压力和无限弯曲的空间等等）. 但是自从霍金发现了黑洞的辐射以后，问题复杂了. 随着黑洞的不断辐射，奇点终会暴露出来. 于是物理学家不能不面对与奇点有关的物理问题的本质.

奇点问题的解决有待于理论的进一步发展.

§7 黑洞的观测

黑洞——这个空间中有确定边界的"洞穴"，里面包含有具大的质量和几何的奇点，这样的概念似乎只应该出现在幻想小说或神话之中，不适于出现在现实的宇宙中. 但是现代物理学却允许黑洞存在，而且连我们的银河系中都可能有许多个黑洞.

广义相对论对黑洞性质的预言曾经向从事实际观测的天文学家提出了一个令人振奋的问题. 即能否找到一个黑洞，验证这些预言. 但是实际上直到 60 年代中期，几乎没有人认真对待过这一问题. 那时人们一直认为黑洞只是一种纯理论的东西，只是可能存在的一种东西——恒星死亡后的一种可能的归宿，但是现实中很可能从来就没有形

成过. 即使形成过，甚至很多个，也无法观察到. 类似中子星和黑洞这类东西太离奇了，跟我们宁静的宇宙太不协调. 许多人幻想，所有大质量的恒星在演化晚期会以某种尚不知道的方式失去大部分质量，以减小引力的作用，从而免于沦为中子星和黑洞的命运，也使宇宙的宁静不被扰乱. 这些想法虽未以文章的形式发表出来，但确实左右了许多人. 因此，在 30 年里从未有人建议过寻找黑洞.

自从中子星发现以来，人们才想到，既然离奇的中子星真实存在，那么黑洞也会存在. 于是许多科学家致力于黑洞的观测（发现）工作. 经过 10 多年的寻找，天文学家提出了几十个可能是黑洞的候选者. 其中，天鹅座内有一个强大的 X 射线源——天鹅 X—1，对这个射线源的观测数据表明，它的中心很可能是一个黑洞. 在介绍这些观测之前，我们先分析一下寻找黑洞的可能途径.

黑洞是由大质量恒星坍缩形成的. 已知的距我们最近的大质量恒星约在离我们 10 光年处. 离我们这么远的一个黑洞，在天空中的角直径（即我们看它的直径的视角）只有百万分之一弧秒，这是因为大多数黑洞球大圆的周长在 1000 千米以下. 这就是说，黑洞在天空中是一个极小的小黑点，它没有任何辐射. 显然，这样的黑洞是不可能观察到的.

再考虑另一方案. 我们知道，黑洞的引力场很强，可以使从黑洞附近通过的光线偏转，这样，黑洞的引力场可以构成一个引力透镜，使它后面的一颗恒星发出的光聚焦，从而使这颗恒星显得更大更亮. 如果我们发现某颗已知的恒星在某一时刻变得更大更亮了，不就发现了它前面

的一个黑洞了吗？实际上这方案也难于实现，因为如果黑洞与那颗已知恒星靠得比较近，则光线的聚焦程度就太微弱，无法觉察到；如果黑洞离已知恒星比较远，就很难有机会出现三点（恒星、黑洞、地球）成一直线的情况．即使出现了这种情况，也很难鉴别引力透镜究竟是一个黑洞还是一个比较暗的恒星，因为恒星的引力场也会使光线偏转．

寻找黑洞的第三个方案是观测双星的运动规律．如果发现一颗星的运动规律符合双星之一的运动规律，可由此推算其伴星的质量，如果伴星质量大于 3.2 倍太阳质量，又看不见，则可断定这一双星的伴星是黑洞．前苏联科学院院士，著名天体物理学家杰里多维奇（Зельдович）等人采用这一方案自 1964 年开始寻找黑洞的工作．他们查阅了大量观测资料，希望从中找到一个黑洞和一颗普通恒星相互环绕的双星系统．发光的恒星在绕着较暗的伴星运动时，它的光谱会出现周期性的红移和紫移，这是由多普勒效应产生的．当它朝向我们运动时，发生光谱线的紫移，当它离开我们运动时，发生光谱线的红移．如果伴星不是黑洞,则可以看到,它的谱线移动恰好与另一颗星的相反.如果看不到伴星的谱线，就可以进一步计算它的质量，看看是否大于中子星质量上限（3.2 倍太阳质量）．测量第一颗星光谱线的频移（红移或紫移）的大小，可以计算伴星的质量．伴星质量越大，对第一颗星的引力越强，而谱线的频移就越大．

杰里多维奇从观测资料中寻找只能观察到一颗子星谱线的双星系．找到了几百个这样的双星系．其中看不见的

伴星的质量大于中子星质量上限的有 5 个. 这 5 个伴星可能是黑洞.但是这些结论没有得到后来的研究者们的公认,他们对于看不到伴星谱线这一现象提出了另外的解释.

最令人信服的黑洞存在的例子是天鹅 X—1. 早在 1964 年, 科学家们就想到了, 密近双星系统中如果一个子星是黑洞, 它一定会从另一个子星吸引出气体. 70 年代以来, 科学家们根据广义相对论作了计算. 他们的计算预言, 被吸出的气体首先形成一个旋转的扁平圆盘,气体在这种吸积盘内沿着螺线被吞入黑洞. 气体开始被吸出时的温度应等于发光星的温度, 大约为 2 万度; 其轨道周期约为 1 毫秒; 气体在吸积盘内在强大的黑洞引力场的作用下运动, 会释放出大量的能量, 这些能量把气体自身加热到 1 亿度以上, 于是发出 X 射线. 这样, 如果从上述类型的双星系统中, 能够发现一个或几个发射这样 X 射线 (与 1 亿度温度相对应) 的双星, 那么对应的看不见的伴星 (质量超过中子星质量上限) 就是黑洞了.

人们用人造卫星把望远镜带到大气层以外, 进行了精确观测. 观测结果发现了一些合乎条件的候选者. 其中天鹅 X—1 的数据表明, 一颗伴星的质量约为太阳质量的 8 倍, 却观测不到它的光谱线; 而且观测记录表明, 确实有时间尺度约为 1 毫秒的爆发, 这些都和理论的预言一致. 于是断定这颗伴星是一个黑洞. 这一结论得到了大多数科学家的承认.

后来人们又发现一个类似的 X 射线源: 天蝎座 V861, 它也是一个双星系统, 双星的成员之一发射紫外线, 能够观测到, 另一个成员则看不到. 对这一双星系统

发出的紫外线的观测表明，发光星的物质正以每秒 800 千米的速度流出，然后被看不见的伴星吞吃掉. 人们算出这颗伴星的质量，约等于 12～14 倍太阳质量. 这可能是人们发现的另一个黑洞.

虽然承认以上两个黑洞的人越来越多，但仍有人持不同意见，他们提出另外的物理模型（不是黑洞），来解释所观测的现象.

寻找黑洞的第四个方案是苏联科学家史瓦茨曼(*Schwartzman*)提出的，他的方案是寻找没有伴星的孤立黑洞. 理论计算指出，星际气体落入孤立黑洞时应该发射出周期性的闪光，其周期的数量级为毫秒. 但是这样闪光的光强太弱，还没有太阳光在同样距离上的百分之一强. 离我们最近的黑洞也要在许多光年之外，所以这种黑洞看起来应该像一颗昏暗而快速闪烁的星. 为了观测到这类信号，需要有观察可见光波段的大望远镜和极灵敏的电子设备，史瓦茨曼正在建造这类设备.

寻找黑洞的第五个方案是探测引力波爆发. 当恒星坍缩成黑洞时，应该同时产生巨大的引力波爆发. 按照引力波天线灵敏度的不断提高，现在已经有两代引力波天线. 第一代天线只能检测银河系内的引力波爆发，但是银河系内不可能每隔几年就有一次以上的爆发. 第二代天线可以接收到更远的天体的引力波爆发，但灵敏度仍嫌不够高. 人们期望第三代引力波接收天线能完成它的这一使命. 按理论天体物理学家的预测，在室女座星系中每年会有几个黑洞产生.

综上所述，就目前黑洞的理论和实验的发展情况，只

能说广义相对论允许（预言）黑洞存在，而黑洞是否真实存在，现在只能说多数学者认为观测事实证实了黑洞的存在（如天鹅 X—1），但并没有得到所有学者公认．要作最终的结论还有待进一步的实验观测证实．

第六章
宇宙学

§1 宇宙学的内容特点

宇宙学是研究宇宙的形成和演化的科学. 它的任务是**研究大尺度空时的整体结构和演化**. 所谓大尺度的空时是指以亿光年计的空间范围和以亿年计的时间间隔.

在宇宙学这一领域中, 有许多十分迷人的问题, 也有许多令人困惑的疑难. 由于人类的认识是有限的, 现在是有限的, 将来也永远是有限的. 所以宇宙学要求人们由已知世界向未知世界作极大的外推. 与此同时, 宇宙学为人类提供了一个最大的实验室, 它能够在地球上实验室无法达到的条件下检验广义相对论和其它物理理论的预言.

宇宙学的研究工作大体上可以分为两类. 第一类是研究宇宙整体模型的, 研究哪些类型的宇宙是合理的和可能的, 哪些类型的宇宙是不合理的和不可能的; 第二类工作研究能够观测到的局部空时和相应的物质运动的性质, 同时把观测到的界限尽可能推向更加遥远的空时范围. 对于每一类工作, 都有持否定意见的学者, 专门对前面的研究工作提出质疑: 他们力图说明第一类研究工作的结果是纯

粹的思辩，因此是可有可无的；他们认为第二类研究工作的结果是对观测结果的错误解释，力图提出另外的方案，解释观测的误差，从而否定第二类研究工作的结论．所有这些研究工作（赞同的和反对的）都是有用的，都是必要的，只有通过他们的相互合作和相互质疑，人类对宇宙的认识才有可能逐渐接近于真实．

宇宙物质（天体）之间的作用力是引力．因此，要定量地研究宇宙的演化，必须以引力理论为基础．可是牛顿引力理论不能用于宇宙，把牛顿理论用于宇宙就会出现荒谬的结果（见第三章§1）．因此，在广义相对论出现以前，对于宇宙，人们只有一些建立在想象和猜测基础上的粗糙的模型，不能做任何定量的推导和计算．

广义相对论的建立，第一次为宇宙学提供了动力学基础，使宇宙学成为一门定量的科学．爱因斯坦的引力场方程可以用于宇宙，作为宇宙演化的动力学方程．因此，应用广义相对论，可以根据宇宙的现在，研究宇宙的过去和未来．这和经典物理学的情况类似：在牛顿力学中，根据质点动力学方程 $F=ma$，由质点在某一时刻的运动状态便可以推知它在任一时刻的运动状态．

宇宙的演化还涉及到许多观测事实．人类观测技术的迅速提高也是研究宇宙的必不可少的条件．下面我们就从宇宙天体的观测谈起．

§ 2　宇宙是均匀的和各向同性的

宇宙天体的观测

世界上第一台望远镜是伽利略于 1610 年自己制造的. 他用这台望远镜第一次发现了太阳黑子，发现了月球上的环形山，还发现了木星有四颗卫星. 伽利略当年制造的望远镜是非常简单的，只由两块透镜和一个镜筒组成，它的放大倍数是 30.

望远镜的性能除了放大倍数以外还有聚光能力和分辨本领. 望远镜的口径（物镜的直径）越大，它的分辨本领也越大，即能看清物体细节的能力也越大；同时，望远镜的口径越大，收集到的光越多，就越能发现远处暗弱的天体. 因此，人们不断改进技术，制造大口径的望远镜.

以上谈到的望远镜都是光学望远镜，用来接收天体发出的可见光，观测和研究这些可见光波段的光学现象. 光学望远镜有它的局限性，不能观测可见光波段以外的辐射(如微波和 X 射线等）.

20 世纪，人类的观测技术已由原来的光学望远镜发展到了灵敏度极高的射电望远镜. 射电望远镜是用来接收发自宇宙空间（天体）的电磁波的. 接收到的（可能是极微弱的）电磁波经过放大，人们便可以从中分析研究宇宙(天体）的情况.

射电望远镜的天线相当于光学望远镜中的物镜，将宇

宙天体射来的电磁波汇聚在焦点上. 光学望远镜在焦点处放置照相底片或光电器件来接收光波，或者直接装上目镜，用眼睛观测. 射电望远镜接收电磁波的设备则是一台非常灵敏的无线电接收机，它可以将天线接收到的信号强度放大 100 万倍以上. 这样，来自宇宙空间的极微弱的电磁波信号都可以被观测到并记录下来.

我们知道，电磁波包括从无线电波到 γ 射线的各种波长的电磁辐射. 在整个电磁波的波谱中，只有很短的部分对应的辐射能够射到地球上，其余的大部分辐射都被大气所吸收. 比如红外辐射和微波辐射，它们受到大气中各种成分特别是水蒸气的吸收，很难到达地面；波长比紫光还短的紫外线、X 射线和 γ 射线则受到大气中臭氧等成分的吸收，也很难到达地面. 因此，人类多年来只能通过波长范围很窄的一些辐射来观察宇宙. 近 30 年来，由于空间技术和一些相关领域技术的迅速发展，人们已经能够把大型望远镜送上太空，摆脱了大气层的干扰. 人类对宇宙的观测也由一个狭窄的可见光波段进入了全波段. 一些新的学科（红外天文学、紫外天文学、X 射线天文学、γ 射线天文学）随之诞生. 现在，人们用射电望远镜可以观测到 100 亿光年以外的天体和来自任何方向的辐射（哪怕是极其微弱的）.

宇宙学原理

根据人类对宇宙的观测，在宇观尺度上，宇宙物质（星系、射电源、背景辐射等等）的分布是均匀的和各向

同性的. 注意，研究宇宙必须在宇观尺度上，即以亿光年计的空间距离和以亿年计的时间间隔上. 如果以通常的宏观尺度来衡量，宇宙物质的分布就是不均匀的了：隔很远才有一颗恒星.

另一方面，自从哥白尼推翻了地心学说以来，人们认识到地球不是宇宙的中心；后来人们更进一步认识到太阳也不是宇宙的中心，而是一颗极普通的恒星……宇宙是没有中心的. 这样，从地球上观测宇宙就和从宇宙中任意一点观测宇宙是完全一样的. 于是上面的观测事实告诉我们，从宇宙中的任意一点观测，宇宙物质的分布都应该是均匀的、各向同性的.

由于以上理由，尽管有诸多学者提出了诸多宇宙理论(模型)，但是都认为应该承认这样的原理：

在宇观尺度上，任何时刻3维宇宙空间是均匀和各向同性的.

这就是**宇宙学原理**. 这一原理表明，宇宙中任一空间位置对于描述所有的物理现象都是平权的. 在宇宙空间中，没有优越的位置，也没有优越的方向. 因此，只要知道宇宙的一部分区域的情况就够了，无需要知道尚未观测到的区域的情况.

任一时刻宇宙都是均匀和各向同性的，这并不排除某一时刻的宇宙和下一时刻的宇宙是不同的，即**宇宙学原理并不排除宇宙的演化**.

宇宙学原理和所有其它的物理学原理一样，它的正确性要经过不断发展的观测实验的检验. 作为原理，它又是宇宙学理论所必须依据的公理.

§ 3 爱因斯坦以前

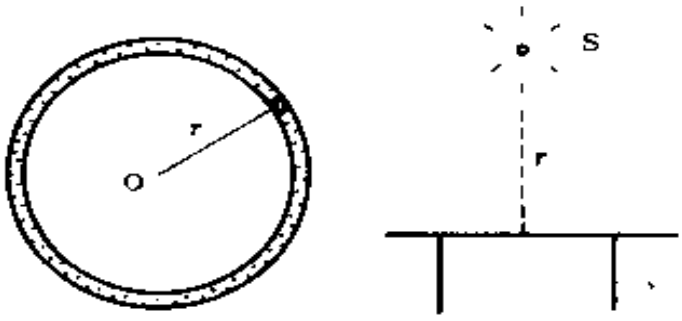
星星的数目是有限的还是无限的?

自古以来，人们就不断地对宇宙进行种种猜测. 古代的人们曾经认为星星是镶嵌在一个透明球面上的. 中世纪的托马斯·阿奎认为星星的数目问题不能证实，也不能否定；宇宙和时间的起源只能以信念为基础. 中世纪的思想家尼古拉认为宇宙是无限的. 牛顿把空间和时间的无限性作为他的理论的基本原理. 他还推断：星星的数目必定是无限的，而且相当均匀地分布在空间里. 理由是，如果星星数目有限，由于万有引力的作用，它们会坍缩在一起. 另外一些学者也认为星星的数目是无限的，但他们的理由和牛顿的相反：星星各自都有很大的速度，它们的方向又是杂乱无章的，因此有限颗星星组成的体系很像气体分子的集合. 由气体分子运动论可知，单靠气体分子之间的万有引力作用是无法束缚住这些分子的，它们会扩散. 因此，星星的数目如果是有限的，这个体系就会扩散开、越来越稀疏，直至消失. 总之这两种意见都认为星星数目是无限的.

1826 年，奥勃斯根据宇宙是无限的，星星数目是无限的，宇宙物质是均匀分布的，推出一个荒谬的结果. 下面我们就介绍这一推断.

天空不是无限明亮的

我们考虑宇宙空间中一个薄薄的球壳，它的半径为 r，球心位于 O 点，如图 6—1 (a) 所示. 球壳中任意一颗星发出的光照射到 O 点，其光强和 r^2 成反比. 这和图 6—1 (b) 的情况类似，光源 S 发出的光照射在书桌上，O 点接收到的光的强度和距离 r 的平方成反比. 另一方面，宇宙空间中的 O 点接收到发自球壳的光强和球壳内所含星星数目成正比，而这一数目又和球壳面积 $4\pi r^2$ 成正比（因为球壳很薄、星星均匀分布）. 这就是说，O 点的光强又和 r^2 成正比.



(a) (b)

图 6—1

根据以上分析，不难得出结论：上述球壳内的所有星星照射到 O 点的光的强度与球壳半径 r 无关. 也就是说，相同厚度的球壳（不管半径多大）内的星星照射到 O 点的光强是相同的. 由于宇宙是无限大的，所以一层层球壳（比如单位厚度的）有无限多层，每一层在 O 点都产生一个同样大小的光强. 这无限多层产生的光强加起来当然就是无限大的了.

O 点是宇宙中的任意一点. 由此得出结论：宇宙中任意一点的光强都是无限大，即“天空是无限明亮的”.

任何人，不需要任何仪器,就可以证实上述结论是不对的. 只要抬头看看天空,就会发现天空不是无限明亮的. 奥勃斯得出的结论显然是荒谬的. 但又是有根有据一步步推出来的. 这就是著名的**奥勃斯佯谬**.

现在不是永远

我们仔细分析一下奥勃斯所作的推导. 为了醒目，把推导的根据依次列出:

(1) 宇宙物质是均匀分布的,

(2) 星星数目是无限的,

(3) 宇宙是无限的,

(4) 宇宙存在的时间已经无限长.

其中的第 (4) 条在推导中实际上已经用到，因为距离 O 点无限远的星星发出的光需要经过无限长时间才能到达 O 点. 这第 (3) 条和第 (4) 条要求宇宙在空间上是无限的，在时间上也是无限的.

宇宙在时间上 (过去和未来) 是无限的，这导致哲学上的"无限性困难". 肯特 (E · Kent) 在《纯粹理性批判》中写到:"如果宇宙在时间上没有开端，现在就是永远". 这一问题我们在 § 8 中还要讨论.

作为根据的第 (1) 条来自宇宙学原理，这是人们公认的. 按照下一节讲的宇宙膨胀的观测事实和据此建立的大爆炸宇宙学，第 (4) 条不成立，宇宙在时间上有一个起点. 这样就不会导致"天空无限明亮"的结论，奥勃斯佯谬问题自然不存在了.

§ 4　现在的宇宙在膨胀

历史的成见

20 世纪以前，宇宙学是哲学家的领地. 大多数西方哲学家都认为宇宙是稳恒的，宇宙作为一个整体是不变的——没有创生，也没有消亡. 在他们看来，人类在繁衍，老的一代去世，新的一代诞生，但是地球永远存在，太阳永远存在……这些认识都符合上一节讲过的导致奥勃斯佯谬的四条依据.

20 世纪以来情况发生了变化，爱因斯坦创立了广义相对论——新的引力理论. 在迄今为止人们所知道的各种力中，引力是唯一不可屏敝的长程力. 对于分布于大范围空时中的物质和空时本身,引力应该是起决定性作用的力. 因此，引力决定宇宙动力学，从而决定宇宙的演化. 爱因斯坦广义相对论的诞生，为研究宇宙提供了一个可靠的基础理论.

另一方面，20 世纪以前，人们对宇宙的认识受到观测资料的限制. 那时只有一些关于离我们比较近的行星和恒星的知识，对于广阔的宇宙空间实际上一无所知. 20 世纪诞生了观测宇宙学（由于有了射电望远镜）. 人们掌握了有关宇宙演化的许多观测资料. 宇宙学不再局限于模型（猜想）阶段，进入了理论预言和实验观测证实相结合的科学的阶段.

不管人们对已有的稳恒态宇宙模型有多么偏爱，一旦违背了观测事实，就只能放弃.

宇宙正在膨胀

(1) 广义相对论宇宙学的建立

在爱因斯坦创立广义相对论的第二年（1917 年），他便着手应用这一新理论研究宇宙. 他首先试图回答上面提到的那个老问题：宇宙物质为什么能够均匀分布而不四散开去以致消失？即宇宙为什么是稳恒态的？爱因斯坦希望能从解引力场方程（见第三章）

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = kT_{\mu\nu} \tag{1}$$

获得一个静态宇宙解. 他和荷兰物理学家德西特（de Sitter）独立地进行了这一工作. 他们的工作指出，引力场方程（1）的宇宙解（即符合广义相对论的宇宙）是动态的而不可能是静态的：宇宙要么是膨胀的，要么是收缩的.

爱因斯坦仍未放弃静态宇宙的概念. 为此，他对引力场方程（1）进行了修改，在方程左端加上一项：

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \lambda g_{\mu\nu} = kT_{\mu\nu}. \tag{2}$$

增加的一项 $\lambda g_{\mu\nu}$ 称为**宇宙项**，λ 称为**宇宙因子**，或**宇宙常数**. λ 的数值很小，$\lambda \approx 10^{-55}\mathrm{cm}^{-2}$，在通常的宏观尺度上宇宙项的加入是不产生任何影响的，只在宇观尺度上这一项才起作用.

爱因斯坦由引力场方程 (2) 获得了一个静态宇宙解(即与时间无关的宇宙解)，这个解对应于均匀、各向同性的宇宙空间，它所描述的宇宙是闭合、有限、无界的. 关于静态的这一点我们稍后再讨论，先说明为什么有限、无界的宇宙空间会满足宇宙学原理.

有限、无界的 2 维空间的典型例子就是球面. 若球面上均匀分布着许许多多的星星，则生活在球面上的观察者就会发现，沿着任何方向观测，星星的分布都是均匀的：他可以沿着这个 2 维空间的任意一条"直线"走，无论走到什么地方，他都会发现周围的星星分布是完全一样的. 这个观察者的结论是：他所在的 2 维空间满足宇宙学原理.

有限、无界的 3 维空间 (超球面) 无法画出来，但它的性质与 2 维的类似，可以由光子或自由粒子的轨道表现出来. 比如，沿着某一方向发射出去的光信号或质点将从相反方向返回原地. 当然，这一过程要经过漫长的时间.

如果北京天文台摄下某一恒星的照片，地球的另一侧(位于地球直径另一端) 的阿根廷某天文台在相反方向上摄下一颗恒星，这两颗恒星就有可能是同一颗星. 可以根据两颗恒星的光谱特征判定它们是不是同一颗星. 这种可能的情形，很像在地球表面上发自阿根廷某地的雷达信号可以沿着地球表面弯曲的路线从相反方向到达我国对应的位置.

随着射电天文学的建立，用现代的方法可以使电磁信号在宇宙空间中传播得很远；虽然与验证上述结论的要求还相距甚远，但是人们相信，一个闭合、有限、无界的宇宙终究是有可能用实验检验的.

爱因斯坦这个十分简单的宇宙模型当时是令人满意的，因为它符合宇宙学原理，符合当时已知的观测事实. 爱因斯坦用新的引力理论（广义相对论）研究宇宙的新概念激发了科学家们进一步研究的兴趣，使广义相对论宇宙学迅速建立并发展起来.

(2) 哈勃定律

1929 年，美国天文学家哈勃 (Hubble) 根据远距星云的观测资料发现，远距恒星发出的光谱线发生一种宇宙学红移. 离地球越远的恒星，其光谱线的红移越大. 哈勃从实验观测资料中总结出了红移的规律：恒星光谱线的宇宙学红移与恒星和地球的距离成正比，即



图 6—2

$$Z=\frac{\Delta v}{v}=Hr \tag{3}$$

式中 r 是恒星与地球的距离，H 是普适常数，称为**哈勃常数**. 上述关系就是著名的**哈勃定律**.

科学界普遍认为，宇宙学红移实质上是多普勒红移，即恒星（光源）和地球（接收器）迅速远离造成的. (3) 式表明，恒星离开地球后退的速度与距离 r 成正比.

设有两颗恒星 A 和 B（如图 6—2 所示），B 与地球的距离是 A 的 2 倍. 根据哈勃定律，如果 A 相对于地球以速度 v 远离，则 B 相对于地球以速度 $2v$ 远离；于是 B 相对于 A 也以速度 v 远离. 这就是说，A 和地球之间以及 B 和 A 之间的距离都在拉大. 根据宇宙学原理，地球、恒

星 A、恒星 B 都处在宇宙中极普通的位置，从地球到 A 和到 B 的方向也是极普通的方向，都没有任何特殊性. 因此，哈勃定律告诉我们，宇宙空间中任意两颗星球之间的距离都在增大——**宇宙在膨胀**.

现在观测到的宇宙在膨胀，这是科学界公认的，不存在任何争议.

(3) 关于无限和无界的概念

根据广义相对论，闭合、有限、无界、膨胀着的宇宙是可能存在的. 谈到宇宙是有限的，似乎和通常人们已有的概念很不一致. 因为按照人们头脑中已有的概念，宇宙应该是无限的. 实际上仔细想一想就会发现两者并没有什么矛盾，感觉不一致的原因是人们已有的"无限"的概念不够准确. 这就是说，应该先清理一下头脑中已有的概念——究竟什么叫"无限"?

任何概念都是由已有的知识（经验）形成的，人们头脑中固有的概念不会超越已有的知识范围. "无限"的概念早在现代宇宙学诞生前 2000 多年就已经有了. 随着科学的发展，任何原有的概念都要不断地经受检验. 有些概念被证实是错误的，要丢弃（如"地球是宇宙的中心"的概念）；有些概念被证实是有局限性的，在一定范围内正确，在更大的范围内就不正确了，这些概念需要修改或代之以新的、更准确的概念（如牛顿力学中的空间时间概念）.

仔细分析不难发现，人们已有的"无限"的概念来源于无界："地大无边"、"至大无外"……古代思想家施恩（公元前 370 年——公元前 318 年）给无限的概念下的定义是：

"至大无外，谓之大一". 可见原来的"无限"实际上是无边、或无界.

在人类 2000 多年的生活中，对于宇宙是"无限"的或"有限无界的"这两个概念，是允许混淆而不致被实验检验出来的. 因为人类只能看到地球附近的几颗恒星，还看不到稍远一点的宇宙天体. 在这样的科学发展阶段中所形成的"无限"的概念难免有些不准确. 今天,宇宙学已纳入物理学框架,"无限"和"无界"两个概念的差别就十分明显了. 人们只要把头脑中已有的"无限宇宙"准确化，理解为"无界宇宙"，尽管想像不出它的 3 维形式，也就不致于对广义相对论的宇宙模型感到不可理解了.

更确切地说，人们头脑中固有的"宇宙是无限的"这一概念中的"无限"实际上是物理学中的无界，而不是物理学中的无限. 按照物理学中无限的概念，宇宙不一定是无限的，这没有任何不可理解之处. 无界的宇宙完全可以符合宇宙学原理，不存在"宇宙边界上的点"和"宇宙内部的点"的区别，宇宙空间中任何两个点、任何两个方向都是不可分辨的（平权的）.

§ 5　宇宙的年龄

R—W 度规

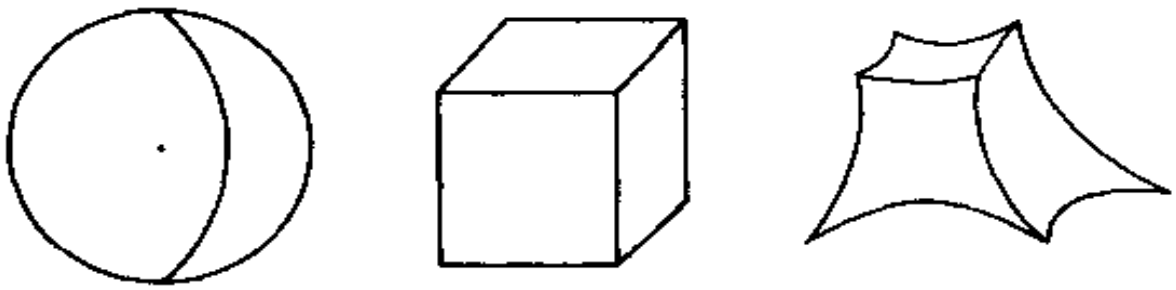
在第三章中我们讲过，4 维空时的一切性质都由它的度规的具体形式确定. 比如，度规 $ds^2 = dx^2 + dy^2$

$+dz^2-c^2dt^2$ 就确定了平直空间的一切性质，如三角形内角和等于 180°，圆的周长比半径等于 2π 等等；史瓦西度规确定了球对称空间的一切性质，比如太阳附近的空间是弯曲的，光线在那里要发生偏转等等．这些度规都是相应的引力场方程的解．

宇宙整体应该用什么样的度规来描述？当然也只能用解相应的引力场方程的方法来求得．罗伯逊（Rabertson）和瓦克（walker）首先求得了满足宇宙学原理的度规：

$$ds^2=R^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2}+r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2)\right]-c^2dt^2 \tag{1}$$

这就是著名的 R—W 度规．k 是一个常数，表示宇宙空间的曲率．$k>0$ 的空间处处“往里弯”，是闭合、有限、无界的；$k=0$ 的空间是平直、无限、开放的；$k<0$ 的空间处处“向外弯”（双曲形的），是无限、开放的．3 维空间的具体形式无法画出来，图 6—3 是它的 2 维空间的对应物（形体的侧面）．



k>0　　k=0　　k<0

图 6—3

式(1)中的 $R(t)$是宇宙尺度的量度，叫作**宇宙尺度因子**或者**宇宙半径**. 如果 $R(t)=$常数，则宇宙是静态的；如果 $R(t)$随 t 的增大而增大，宇宙是膨胀的；若 $R(t)$随 t 的增大而减小，则宇宙是收缩的.

宇宙时

宇宙学研究的是大尺度空时的整体结构和演化，需要有一个适合于整个宇宙的时间概念. $R—W$ 度规中的时间 t 恰好满足这样的要求.

在第三章中我们讲过引力场（弯曲空间）中的坐标钟和标准钟. 在一般情况下，同一事件，坐标钟指示的时刻 t 随着坐标系的不同而不同，因此它不具有测量意义；只有标准钟指示的时刻 τ 才具有测量意义. 引力场（弯曲空间）中的标准钟是指对应的静止惯性系中的标准钟（指示时间 τ）. 静止，就是空间坐标的变化等于零，即（1）式中的 $dr=d\theta=d\varphi=0$. 将这一条件代入（1）式，得到

$$ds^2=-c^2d\tau^2=-c^2dt^2,$$

$$d\tau^2=dt^2.$$

ds^2 是不变量，所以上式表明，描述宇宙空时的 $R—W$ 度规中，坐标时 t 就是标准时 τ，也就是适合于整个宇宙的**宇宙时**.

宇宙的年龄

图 6—4 是宇宙半径 R 随宇宙时间 t 变化的函数曲线.

其中一小段实线 AB 表示现在的观测结果——宇宙在膨胀，即宇宙半径 R 随时间 t 的增大而增大.

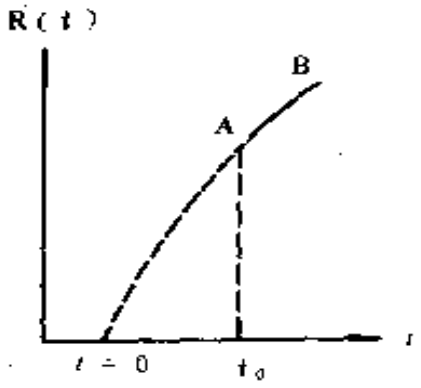


图 6—4

现在的宇宙在膨胀，星球之间的距离在拉大. 那么从现在往前推，宇宙就越往前越小；总存在一时刻（若干年前），宇宙物质都处在一个点 O，对应的宇宙半径 $R=0$.* 如果我们取这一时刻 $t=0$，则宇宙从这一时刻开始膨胀，至今已经历了时间 t_0. 这就是说，宇宙现在的年龄是 t_0. 根据哈勃定律和 R—W 度规可以算得宇宙的年龄：

$$t_0 \approx 200 \text{ 亿年}.$$

这个结果与人们测得的地球、太阳和星系的年龄数值是相符合的.

§ 6 大爆炸宇宙学

根据观测事实，人们确认宇宙在膨胀. 从而，人们认为所有的宇宙物质自某一时刻由空间中的一点爆炸开来，所有物质都被抛射出去，这些物质相互远离——宇宙一直在膨胀. 这就是**大爆炸宇宙学**的宇宙模型. 也称为有物质

---

* 图中曲线表明宇宙在膨胀，而且膨胀速度在减慢，因为曲线在过A点的切线的下方.

存在的标准宇宙模型，因为至今人们普遍认为这一模型是正确的.

下面我们就谈谈在大爆炸宇宙模型中物质的形成过程.

宇宙早期

宇宙早期（爆炸初期），所有的物质处在一个极小的空间范围内，处于高温、高压、高密的状态，温度在1000亿度左右，密度达 10^{14} 克／厘米^3；物质形式只有基本粒子（质子、中子、电子、光子、中微子、π介子，μ子、超子……）. 这些基本粒子构成的宇宙物质处于动平衡状态：它们通过不断地碰撞而不停地湮灭、产生、转化. 比如电子和正电子湮灭了，产生了γ光子（辐射）；而γ光子又互相碰撞，产生电子—正电子对；每一个反应都对应有逆反应，这些反应(碰撞)发生得十分频繁，每秒钟发生 10^{16} 次以上. 所以物质系统整体处于热力学平衡状态. 宇宙处于这一阶段的时间很短，还不到1分钟.

氦形成

在宇宙演化的下一阶段，从 $t=1$ 分钟到 $t=20$ 分钟，随着宇宙的膨胀，宇宙物质温度不断降低. 在这一阶段中，宇宙物质温度为1亿度左右. 这期间基本粒子之间发生一系列反应：中子和质子碰撞，结合成氘和氦. 而氘核（由一个中子和一个质子构成）很少独立存在，它总要与另外的中子和质子结合，形成氦（由2个中子和2个质

子构成）．氦是最稳定的，所以它是宇宙早期元素合成过程中的最后一种产物．理论计算指出，到宇宙年龄为 20 分钟时，宇宙物质已经大约有四分之一变成了氦．

今天，宇宙物质中氦的含量（氦丰度）约占宇宙物质的四分之一，这是大爆炸宇宙学的一个预言，而且是可以用观测实验进行检验的．

辐射

从 $t=1$ 秒到 $t=50$ 年期间，宇宙中的热辐射非常强烈．我们知道，热辐射也是光子辐射．在这一时期内，辐射的光子和其它粒子处于平衡状态：频繁的碰撞，使光子不能自由运动．

物质为主的时期

大约在 $t=100$ 万年左右，宇宙物质密度降低，宇宙温度降至几千度以下，电子和质子复合形成氢原子．宇宙进入以通常所说的物质为主的时期．由于和光子碰撞的电子迅速减少，光子可以不受阻碍地运动——热辐射不再受物质的影响，可以自由传播．这时宇宙物质几乎全是氢和氦．

大约在 $t=50$ 亿年左右，宇宙中的氢和氦凝聚成了星系、恒星、行星……形成了地球和人类．

§7 大爆炸宇宙学的实验检验

宇宙背景辐射

按照上节讲的大爆炸宇宙学理论，自 $t=100$ 万年起，早期热辐射开始在宇宙空间中自由传播. 随着宇宙继续膨胀，这种热辐射的温度逐渐降低. 根据理论计算，宇宙膨胀到现在（$t\approx200$ 亿年），上述残留的热辐射的温度应该为 3K（即−270℃）.

1964 年，美国射电天文学家彭齐亚斯（A. A. Penzias）和威尔逊（R.W.wilson）观测发现了宇宙背景的微波辐射，对应的温度为 3K. 这是对大爆炸宇宙学的重大支持.

当时彭齐亚斯和威尔逊在美国电话公司工作. 他们利用灵敏度很高、方向性很好的天线查明来自天空的噪声，以提高通讯的效率. 他们发现总有消除不掉的“噪声”，当时还不知道是什么原因产生的. 彭齐亚斯和威尔逊对接收仪器进行了改进，对天线和各元件都进行了反复清理和改进，但是总消除不掉来自天空的温度为 3K 的“噪声”. 经过将近一年的反复测量，他们发现这个无法消除的“噪声”没有季节性变化，而且是各向同性的. 当时他们只能断定一点：这样的辐射不可能发自任何宇宙天体.

1965 年，美国普林斯顿大学狄克（R.H.Dicke）率领他的研究小组访问了贝尔电话公司的彭齐亚斯和威尔逊. 经过分析研究，他们确信这种“噪声”正是大爆炸理论所预

言的残留背景辐射.

宇宙背景辐射的各向同性，一方面说明辐射不可能来自任何一个天体和任何一个星系；另一方面也说明在宇宙年龄为几十亿年的时候，宇宙仍然是很均匀的，因为如果那时物质就已经成团，则今天的残留背景辐射就一定会有不均匀的表现，比如天空中某些方向上有较强一些的信号. 这就是说，宇宙物质凝聚成星系是在宇宙年龄为几十亿年以后.

彭齐亚斯和威尔逊的发现具有重大意义，它使人们能够获得宇宙早期过程的信息. 所以这项成就获得了 1978 年度的诺贝尔物理学奖.

氦的丰度

大爆炸理论的另一个预言是宇宙物质中大约四分之一是氦. 这一氦丰度问题引起了许多天文学家的重视，他们进行了各种测量. 测量的结果表明，宇宙物质中的氦丰度确实为四分之一（或比四分之一多一点）. 这就从实验观测方面给予了大爆炸理论又一个重大的支持.

表 6—1

天体名称	氦丰度(%)
银河系	26—29
小麦哲伦星云	25
M33	34

左表列出了天文学家对于宇宙物质中氦丰度的观测结果

天体的年龄

我们在§5中已经讲到，用各种方法测量得到的天体的年龄都与宇宙的年龄相符.

大爆炸理论预言，在 $t \approx 50$ 亿年以前是不可能形成任何星体的. 现在 $t \approx 200$ 亿年. 因此，任何星体的年龄都不应大于 150 亿年. 实际观测和各种有关的实验结果都支持了这一预言.

根据放射性同位素 U^{235} 和 U^{238} 半衰期* 不同，测量一块铀矿石中两种同位素的含量比，便可算出这块矿石的年龄，从而估算出矿石所在的天体的年龄. 用这种方法测得太阳系的年龄大约为 100 亿年.

利用天文学方法，可以测量每颗恒星的辐射强度和表面温度，从而可以测定球状星团（由上百万颗恒星组成）的年龄. 测量的结果是，球状星团的年龄为 100 亿年.

天体年龄的测量结果与大爆炸宇宙学的预言相符，这是对大爆炸理论的又一重大支持.

§8 宇宙的极早期从何时开始

大爆炸宇宙学的结论之一是宇宙在过去存在一个奇

---

* 半衰期是指衰变的原子核数占总数一半所经历的时间.

点，这一点对应于时间的起点；时间和空间都由这一点开始，宇宙物质的产生也由这一点(或这一点的附近)开始.

按照现代引力理论（广义相对论），物质场作为引力场的源，而空间时间和引力场统为一体. 在奇点附近，物质的量子效应十分明显（宇宙的尺度在普朗克尺度* 范围内). 在这种状态下，任何一个物理量都有明显的不确定性，这称为**量子涨落**，由于物质场是引力场的源，所以物质场的量子涨落必将引起引力场和空间时间的量子涨落. 空间时间的量子涨落表现为空间位置的不确定性和时间先后的不确定性. 任意一个事件的空间位置都无法确定，任意两个事件的时间先后次序也无法确定. 因此，在奇点附近因果关系不存在了. 人们不能谈“上下”、“左右”，不能谈“以前”和“以后”，因为这些概念本身不存在了. 有人问：“宇宙诞生之前是什么?”这个问题本身就不存在，因为“之前”的概念都不存在.

宇宙学中的奇点和物理学其它部分中存在的奇点（例如黑洞中的内禀奇点）都是没有物理意义的. 这很可能是经典（非量子化）广义相对论本身局限性的表现，需要有新的理论来解决这些困难，就像牛顿力学的困难在建立了狭义相对论和广义相对论以后才得到解决一样. 人们努力建立量子引力理论，以消除上述困难，但至今量子引力理论还没有建立起来.

在新理论出现之前，人们所能做的工作是划定广义相对论在宇宙学中失效的范围——距离奇点多远. 按照大爆

---

* 普朗克长度$l_p = 1.6 \times 10^{-33}$cm. 普朗克尺度指宇宙空间的曲率半径为$l_p$.

炸宇宙学的计算，当宇宙年龄 $t > 10^{-43}$ 秒时，空间时间的量子涨落才可以忽略不计，通常的空间时间概念和因果规律才能成立. 这个时间 $t_p = 10^{-43}$ 秒叫作普朗克时间. 目前人们研究宇宙的极早期只能从普朗克时间 t_p 开始，比这再早则现有的理论失效. 关于宇宙奇点（创生）问题我们在§12中还要讨论.

§9 宇宙是闭合的还是开放的

在§4中我们曾讲过爱因斯坦提出的静态宇宙模型——闭合、有限、无界的宇宙. 它符合宇宙学原理. 广义相对论指出，无论是静态的还是动态的，闭合、有限、无界的宇宙模型都是可能存在的. 这就是说，闭合、有限、无界的宇宙模型不违背广义相对论. 至于真实的宇宙是闭合的还是开放的，则取决于宇宙物质的密度 ρ. 广义相对论给出一个宇宙物质密度的临界值：

$$\rho_c = 5 \times 10^{-30} \mathrm{g/cm^3} \approx 3 \text{ 个核子} / \mathrm{m^3}.$$

如果宇宙物质密度 $\rho > \rho_c$，则宇宙空间的曲率 $k > 0$，宇宙是闭合的；宇宙的膨胀会逐渐减速，并转为收缩. 如果 $\rho = \rho_c$ 或者 $\rho < \rho_c$，则对应的宇宙空间曲率 $k = 0$ 或 $k < 0$，宇宙是无限、开放的；膨胀将永远进行下去. 这三种宇宙的2维对应物大致如图6—3所示.

测量宇宙物质密度 ρ 的大小一直是宇宙学中的重要课题. 但是人们用两种不同的方法(都是可靠的)测量，却

得出了不一致的结果. 用测量宇宙减速因子的方法测得 $\rho = 10^{-29}\mathrm{g}/\mathrm{cm}^3 > \rho_c$, 由此应得出宇宙闭合的结论. 但是用光度方法测得 $\rho = 2\times 10^{-31}\mathrm{g}/\mathrm{cm}^3 < \rho_c$, 宇宙又应该是开放的. 这个矛盾的结果提示人们考虑"缺失质量"问题. 这些缺失质量指的是在用光度法测量时没有计及的质量. 70 年代后期对黑洞的观测有了进展, 80 年代初有人发现原来认为静止质量为零的中微子可能具有非零的静止质量. 如果黑洞存在, 甚至很多; 如果中微子的静止质量不为零 (比如对应于 1 电子伏特的能量), 都可能使得真实的 ρ 值比用光度法测得的大, 以消除上述矛盾. 如果这样, 宇宙就将是闭合的.

大爆炸理论已成功地解释了 $t = 10^{-2}$ 秒—200 亿年 ($T = 10^{11}\mathrm{K} - 3\mathrm{K}$) 期间宇宙的演化. 该理论在宇宙年龄 $t < 10^{-2}$ 秒阶段还存在困难.

§10 宇宙的暴胀

大爆炸宇宙学的困难

在 §8 中已经讲到了大爆炸宇宙学的第一个困难——奇点问题. 除这一困难以外, 大爆炸宇宙学在研究 $t < 10^{-2}$ 秒的宇宙演化过程中还遇到三个困难: 视界困难、平直性困难和磁单极困难.

(1) 视界困难

按照大爆炸宇宙学理论, 计算宇宙极早期 (例如 $t \approx$

10^{-39} 秒）的热力学过程，得到一个结论：那时宇宙中至少存在 10^{83} 个无因果关系的区域. 这意味着极早期的宇宙是极不均匀的. 可是宇宙学原理和 3K 背景辐射都告诉我们宇宙是十分均匀的. 那么宇宙是怎样在极短的时间内一下子由极不均匀变得十分均匀了呢？大爆炸理论对此没有给出解释.

(2) 平直性困难

根据大爆炸理论和现在的观测事实推断，在宇宙的年龄接近于普朗克时间（$t \approx t_p$）时，应该有关系式

$$\frac{|\rho - \rho_c|}{\rho} < 10^{-58} \tag{1}$$

作为宇宙演化的初始条件. 但是这一关系式无法得到解释. 下面我们分析一下（1）式的含义. 等式右端远小于 1，接近于零. 这表明在 $t \approx t_p$ 时，宇宙物质密度 ρ 与临界密度 ρ_c 十分接近. 在上一节中我们讲过，如果 $\rho = \rho_c$，则宇宙是平直的（曲率 $k=0$）. 这就是说，在宇宙的极早期（$t \approx t_p$），宇宙已经十分接近于平直. 为什么宇宙在那么早的时候就这样平直？无法解释.

(3) 磁单极困难

早在 1931 年，狄拉克（Dirac）考虑到电磁场的奇点与电荷相对应，根据电磁场的对称性，预言了磁单极的存在，并预言了磁单极所带磁荷（最小磁荷）与电子电荷之比为

$$\frac{g}{e} \approx \frac{137}{2} \tag{2}$$

从物理理论来说，磁单极是可能存在的，但是在理论

预言之后，人们一直没能用实验方法发现磁单极.

按照现代量子场论的观点，宇宙真空在创生期具有泡状结构，即由许许多多的泡构成，与构成铁磁性物质的"磁畴"类似，不同的泡具有不同的"取向"，而磁单极就是不同真空泡的交结（通常称为拓扑结或拓扑孤子）. 根据这种理论计算，现在宇宙中所含磁单极密度应该满足下面的条件:

$$n \geqslant 4 \times 10^{-9} \text{ 个} / \text{cm}^3 \tag{3}$$

可是实验观测并没有发现磁单极. 根据实验的精确度，如果磁单极存在的话，其密度也一定很小（观测不到）:

$$n < 8 \times 10^{-25} \text{ 个} / \text{cm}^3$$

理论预言和实验观测不一致，这就是磁单极困难.

宇宙的暴胀

为了解决上述三个困难，80 年代，在大爆炸宇宙学的基础上，一些学者提出，宇宙在极早期（$t \approx 10^{-36}$ 秒）曾经经历一个暴胀阶段. 在这极其短暂的阶段中，宇宙发生一次**大统一相变***，并按指数规律[$R(t) \sim e^t$]迅速膨胀. 在极短的时间内，真空泡已膨胀到现今宇宙可观测到的范围，我们就生活在一个泡中. 这样的宇宙模型可以消除上述三种困难. 因此，人们认为暴胀宇宙模型的提出是研究极早期宇宙的一个重要进展. 由于这部分内容要用到

---

* 大统一是指将强、弱、电磁三种相互作用统一起来的理论，相变是指物质状态的改变.

量子场论和大统一理论，这里不作详细介绍.

§11 其它宇宙模型

邦迪（Bondi）、高尔第（Gold）和惠勒（Hoyle）于1948年提出了**稳恒态宇宙模型**. 他们首先把宇宙学原理进行了推广：不仅3维宇宙空间是均匀和各向同性的，而且4维空时也是均匀和各向同性的.

这一模型描述的是一个从无穷的过去到无限的未来的单调膨胀的宇宙，在过去任何时刻都不存在奇点. 这一宇宙模型也能符合哈勃定律，也能解释星系光谱线的宇宙学红移（宇宙膨胀）.

稳恒态宇宙模型不但要满足"宇宙物质按空间均匀分布"的要求，而且要满足"宇宙物质按时间均匀分布"的要求. 不断膨胀的宇宙要满足上面两个要求，就必须有物质从真空中连续产生. 按这一理论计算，每10^{16}年要在$1cm^3$的真空中产生一个核子. 虽然物质的产生率很低，但是这一模型毕竟破坏了质量（能量）守恒定律.

由于这一宇宙模型的一些理论预言与现阶段的实验观测事实不相符，所以已不再为人们所接受.

除了稳恒态宇宙模型以外，还有振荡宇宙模型，阶梯宇宙模型，引力常数可变的宇宙模型……

到目前为止，科学界比较公认的还是大爆炸宇宙模型（含暴胀过程）.

§12 宇宙的创生

在整个科学发展历史中，没有比宇宙的创生更吸引人的了. 在东西方哲学、神学……几乎在所有人类文明的领域里，都有过对宇宙创生的猜想. 有认为宇宙不变的，如圣经上说:“一代消失了，另一代诞生了，地球却是永恒的……过去是什么，将来仍旧是什么；过去什么样，将来还是什么样……”；也有认为宇宙是变化的，如中国古代思想家老子曾说:“天地万物生于有，有生于无.”

20 世纪以来，宇宙学成为物理学的一个研究领域——它建立在广义相对论定量计算的基础上，同时又要受到实验观测的检验. 随着宇宙学研究的不断深入，宇宙演化的图象日渐清晰. 如 § 10 中所述，人们对宇宙演化过程的认识，已经由现在往前推到了宇宙诞生后的 10^{-36} 秒附近.

现在，人们对 $t<10^{-43}$ 秒的宇宙尚不清楚. 从 $t=0$ (创生) 到 $t\approx10^{-43}$ 秒 (普朗克时间)，这段时间可以称为宇宙的创生期. 在宇宙的创生期，广义相对论已经失效，相应的空间时间概念也已失效. 人们曾寄期望于量子引力理论，但是引力场的量子化十分艰难，到现在还看不到成功的希望. 这就是说，虽然 $t>t_p$ 的宇宙演化过程已经纳入物理学框架——既有定量的理论计算,又有实验观测的检验；但是 $t<t_p$ 的宇宙创生过程却未能纳入物理学框架.

80 年代以来，物理学家把物理系统的量子化方法引入宇宙学，取得了一些新的进展. 这些进展虽然仍是初步的，但是已经表明，原则上可以把宇宙创生问题纳入物理学框架.

量子引力理论建立的主要障碍是引力场量子化问题难以解决. 1983 年，哈特（Hartle）和霍金等人，避开引力场量子化问题，把宇宙作为一个整体进行量子化，相继建立了几种量子宇宙学的理论和模型. 按照哈特—霍金的量子宇宙学理论，宇宙是"从无到有"自发创生的，其物理机制是量子隧道效应*. 宇宙由量子状态"无"自 $t=0$ 自发地通过量子隧道效应跃迁到具有空时的量子状态——宇宙的创生期.

§13 宇宙演化的图象

根据到目前为止的研究结果，可以大致勾画出一幅宇宙演化的可能图象.

宇宙作为一个物理的量子系统，在 $t=0$,由状态"无"自发跃迁到具有空时的量子状态，这就是宇宙的创生. 创生的宇宙是闭合、无界的. 这时连宇宙整体的尺寸都是微观的（普朗克尺度以内），所以无法区分局部和整体，无法区分"上下"、"左右"和"早晚"，因果关系不成立.

---

* 这一效应是量子力学中特有的，经典理论中没有类似的效应.

宇宙自创生起，即按 $R(t)\sim\sqrt{t}$ 的规律膨胀. 当 $t>t_p$，宇宙尺度已超过普朗克尺度，空时的量子起伏可以忽略，空间时间概念已具有物理意义——可以分出"上下"、"左右"和"早晚"了，因果关系也已成立.

大约在 $t=10^{-36}$ 秒附近，宇宙经历一个暴胀阶段，并发生大统一相变. 暴胀阶段宇宙尺度按 $R(t)\sim e^t$ 的指数规律迅速膨胀. 此后的宇宙仍按 $R(t)\sim\sqrt{t}$ 的规律膨胀.

从宇宙创生到现在，已有近 200 亿年. 现在的宇宙仍然在膨胀.

宇宙物质的产生顺序是先有基本粒子，然后有原子核、辐射、恒星和星系. 把物质产生的顺序与物质相互作用的种类对照，可以发现，基本粒子和原子核对应于强相互作用，辐射对应于弱电相互作用，恒星和星系对应于引力相互作用. 宇宙物质的相互作用，按其产生的先后，是由强到弱的. 这一特征和宇宙膨胀相符合. 随着宇宙的膨胀，宇宙温度或宇宙能量尺度* 在逐渐降低. 宇宙温度 T 对应于能量尺度 $E=kT$. 能量尺度为 E 的物质相互作用过程只能在宇宙温度 T 高于 E/k 的时期才能发生，当宇宙温度 T 降到 E/k 以下时，这种物质相互作用过程即告终止，代之以能量尺度更低的物质相互作用过程.

---

* 在分子物理学中，温度是分子无规则运动平均动能的标志：$\overline{E}\sim kT$，k 为玻尔兹曼常数.

§14 结束语

现代宇宙学的许多问题都有待于深入研究，其中最艰难的是宇宙的创生（包括最先出现的基本粒子的创生）和宇宙的未来.

关于宇宙的创生，虽然有哈特和霍金等人提出的量子宇宙学模型，但这些模型都还很不细致、很不完善、与人们普遍承认的、完善的宇宙创生理论还相距甚远. 至于原初物质（粒子）的创生，则连模型都还没有. 关于宇宙的未来，膨胀可能逐渐减速，并转为收缩，最终缩至一点，那一时刻 T_m 将对应于**宇宙的寿命**；宇宙的膨胀也许会无限制地进行下去.

尽管现代宇宙学还有诸多疑难问题，但我们必须看到，整个人类科学的历史只有几百年，人类对于宇宙科学的认识才只有几十年，用宇宙学尺度衡量是何等短暂！在这短暂的时间里，借助于物理学的理论和实验观测，宇宙学已经取得了巨大的成就. 它使人们认识了自宇宙的极早期（$t \approx 10^{-36}$ 秒）到现在宇宙的演化过程，理论的结果和实验观测的结果是一致的.

人们有理由相信*，人类对宇宙创生和宇宙未来的认

---

* 近期的COBE卫星和哈勃望远镜的观测结果有可能对宇宙的未来给出回答.

识，不久将会有一个突破性的进展；对此，人们应寄期望于物理学，而不应再求助于建立在纯想象基础上的玄学和神学.