地信网论坛
BBS.3S001.COM

目　录

第一章　植被冠层内的辐射传输

1.1　植物冠层的几何结构 …… (1)
1.1.1　冠层高度、叶面积指数和叶面积密度 …… (2)
1.1.2　叶角分布函数、X_L-指数和 G-函数 …… (4)
1.1.3　冠层元素的空间散布模型 …… (8)
1.2　叶片和冠层的光学性质 …… (12)
1.2.1　叶片的散射和吸收光谱 …… (12)
1.2.2　单张叶片散射相函数 …… (13)
1.2.3　冠层体积散射相函数 …… (16)
1.2.4　冠层面积散射相函数 …… (17)
1.3　冠层短波辐射传输 …… (20)
1.3.1　基本方程 …… (20)
1.3.2　边界条件 …… (23)
1.3.3　求解方法 …… (25)
1.3.4　简化模式 …… (36)
1.3.5　模式检验 …… (38)
1.4　冠层长波辐射输送 …… (39)
1.5　冠层内的净辐射通量密度 …… (43)

第二章　大气近地面层的湍流输送

2.1　近地面层湍流运动方程 …… (44)
2.1.1　大气运动的基本方程组 …… (44)
2.1.2　平均流方程 …… (46)

2.1.3 湍流通量方程……(48)
2.1.4 闭合假定……(51)
2.1.5 常通量层和方程的简化……(54)
2.1.6 近地面层的相似性……(58)
2.2 通量－廓线关系……(62)
2.3 湍流通量的计算方法……(64)
2.3.1 用梯度资料确定动量和热量通量……(64)
2.3.2 Penmen-Monteith 模式……(66)
2.3.2 Brown-Rosenburg 模式……(72)

第三章 植物叶片边界层

3.1 动量边界层……(73)
3.1.1 粘性……(73)
3.1.2 平板边界层……(75)
3.1.3 叶片阻力……(77)
3.2 热边界层……(80)
3.2.1 热流通量……(80)
3.2.2 强迫对流热输送……(81)
3.2.3 自然对流热输送……(86)
3.3 水汽边界层……(88)

第四章 植物冠层内的动量交换

4.1 冠层空气运动方程……(90)
4.1.1 动量守恒方程……(90)
4.1.2 二阶矩方程……(94)
4.2 冠层风场和湍流场的观测事实……(97)

4.2.1 平均风速廓线 …… (97)
4.2.2 切应力廓线 …… (97)
4.2.3 湍流强度 …… (98)
4.2.4 湍流能谱 …… (99)
4.3 冠层上方的通量--廓线关系 …… (101)
4.4 冠层流模型 …… (106)
4.4.1 一阶闭合模式 …… (106)
4.4.2 冠层—大气耦合的一阶闭合模式 …… (111)
4.4.3 二阶闭合模式 …… (116)
4.4.4 模式检验 …… (118)

第五章 土壤水运动

5.1 土壤含水量和土壤水势 …… (122)
5.1.1 土壤含水量 …… (122)
5.1.2 土壤水势 …… (123)
5.1.3 土壤水势与土壤含水量的关系 …… (126)
5.2 土壤水运动方程 …… (131)
5.3 土壤导水率 …… (133)
5.4 土壤包气带的水平衡 …… (135)
5.4.1 入渗 …… (136)
5.4.2 地表径流 …… (141)
5.4.3 入渗水的再分布 …… (145)
5.4.4 裸土表面蒸发 …… (147)
5.5 土壤水运动问题的数值解法 …… (155)
5.5.1 均质土壤一维非饱和问题 …… (156)
5.5.2 非均质土壤一维饱和--非饱和问题 …… (159)

第六章　土壤热传导及土壤水热运动

6.1　土壤热性质 …… (162)
6.2　土壤热传导方程 …… (165)
6.3　土壤水热运动 …… (166)
6.3.1　一个简化的土壤水热运动模型 …… (168)
6.3.2　土壤水热耦合运动的一般方程组 …… (171)

第七章　植物蒸腾及冠层内的水热交换

7.1　植物蒸腾 …… (179)
7.1.1　植物的蒸腾器官 …… (179)
7.1.2　单张叶片蒸腾 …… (183)
7.1.3　叶片对水汽扩散的阻力 …… (185)
7.1.4　环境因子对气孔阻力的影响 …… (188)
7.1.5　气孔传导率模型 …… (192)
7.1.6　冠层蒸腾量计算 …… (197)
7.2　植被冠层温湿场及水热输送的模拟 …… (204)
7.2.1　基本方程组 …… (204)
7.2.2　一阶闭合模式 …… (206)
7.2.3　二阶闭合模式 …… (214)

第八章　植物根部吸水及植物体内水流

8.1　植物细胞水势 …… (221)
8.1.1　植物细胞的结构 …… (221)
8.1.2　植物细胞水势 …… (222)
8.2　根的吸水区 …… (223)

8.2.1 根的外部形态 …… (223)
8.2.2 根的内部结构 …… (225)
8.2.3 根的吸水区 …… (227)
8.2.4 水在根内的流动路径 …… (228)
8.3 根围水运动模型 …… (229)
8.4 根内水运动模型 …… (231)
8.4.1 径向运动 …… (231)
8.4.2 纵向运动 …… (232)
8.4.3 水分在根内运动的总阻力 …… (233)
8.5 土壤—植物系统水流阻力 …… (234)
8.6 植物根系吸收土壤水分的数学模型 …… (239)

第九章 冠层截留水分

9.1 观测事实 …… (241)
9.1.1 冠层截留损失量 …… (241)
9.1.2 冠层最大贮藏能力 …… (244)
9.2 截留过程的数学模型 …… (247)
9.2.1 Rutter 模型 …… (248)
9.2.2 Gash 模型 …… (252)
9.2.3 模型检验 …… (254)

第十章 流域产流和汇流

10.1 产流 …… (255)
10.1.1 产流的概念和机制 …… (255)
10.1.2 流域产流模型 …… (259)
10.2 汇流 …… (271)

10.2.1 单位线方法 …… (272)
10.2.2 Saint-Venant 方程 …… (275)
10.3 流域降雨—径流模拟 …… (285)

附录：

土壤－植被－大气辐射、水分、热量、动量运移和贮存的模拟模式…… (292)

质数地质论坛：http://bbs.3s001.com/

第一章　植被冠层内的辐射传输

冠层辐射传输的基本问题是如何从植物群丛的结构和光学性质导出植物群丛中的辐射状况，以及根据冠层反射辐射的遥感观测反过来确定如叶片数量、生物量、森林资源等大面积生物统计特征。这正反两方面问题的重要应用价值使冠层辐射传输成为一项重要研究课题。

植被冠层辐射传输的一种相当成功的理论是建立在把植物群丛看作是混浊介质，其中叶片是吸收和散射辐射的要素。混浊介质辐射传输理论来源于大文物理学，60 年代，前苏联学者将之修改后用于描述植物群丛辐射传输。Ross(1981)的著作对这一理论作过详细论述。

冠层辐射传输计算方法的复杂程度依赖于所应用的领域。对于光合作用计算，由于叶片对太阳光合有效辐射部分的散射小到可以忽略，因而计算方法变得很简单；但在遥感应用中，由于遥感器对某些波段特别敏感，因而要求发展以求解完整传输方程精确解为目的的各种复杂方法。到目前为止，已经发展了几十种冠层辐射传输计算方法，Myneni 等人(1989)对此有过系统总结。

由于对单个叶片散射相函数的了解甚少，所以至今仍不可能精确地表达冠层体积或面积相函数。这也导致在求解冠层辐射输送方程时不可能获得高质量的结果。

1.1　植物冠层的几何结构

植被与大气之间相互作用的各种过程，如辐射传输过程、水热

交换过程以及对大气动量的吸收过程，都发生在植物体的表面上，从而受植物体表面的空间分布状况影响。

植物冠层的几何结构通常是指植物体表面的空间分布结构。植株在地面上的分布、叶片在植株空间的分布、叶片的大小和朝向都是决定冠层几何结构的因素。许多情况下，植物体表面积的绝大部分被叶子表面积占有，因此，冠层几何结构简单地就用叶子及其表面积的空间分布表征。但这种简化，例如对于落叶冠层，不总是确切的。

1.1.1 冠层高度、叶面积指数和叶面积密度

描述冠层几何结构最简单的特征量，是冠层几何高度 H。H 通常是指土壤表面至冠层最顶部的高度。其次是叶面积指数 LAI。它是单位土地面积上的柱体内全部植物叶子面积(仅叶片的向上半面)之和。LAI 是一个无因次量，以每平方米地表面积上的平方米叶面积表示。叶面积的空间分布用叶面积密度函数来表征。叶面积密度是单位空间容积内的叶面积，测量单位为每立方米空间内的平方米叶面积，即米$^{-1}$。叶面积指数与叶面积密度函数的关系可表示为：

$$LAI = \iiint_V f(x,y,z)dV \qquad (1.1)$$

式中 V 是单位地表面积上、高度为 H 的柱体的体积。对于发达的植物群落，可近似认为叶子在水平方向上的分布是均匀的，这时叶面积密度函数仅与垂直坐标 z 有关，(1.1)式变为：

$$LAI = \int_0^H f(z)dz \qquad (1.2)$$

式中 $f(z)$ 是叶面积密度的垂直分布函数。

自然植物群丛中，H、LAI 及 $f(z)$ 的变化是相当大的。为了对叶面积密度垂直分布进行比较，引进一个标准化的叶面积密度函

数 $A(\zeta)$：

$$A(\zeta) = \frac{Hf(z)}{LAI} \tag{1.3}$$

式中 $\zeta = \frac{z}{H}$ 为相对高度，比值 $\frac{LAI}{H}$ 是整个冠层的平均叶面积密度。由(1.2)和(1.3)式可见，$A(\zeta)$满足：

$$\int_0^1 A(\zeta)d\zeta = 1 \tag{1.4}$$

当叶面积密度的垂直分布均匀一致时，$A(\zeta)=1$。

有时，为了方便还使用如下类型的标准化叶面积密度函数 $F(\zeta)$：

$$F(\zeta) = \frac{A(\zeta)}{L_{max}} \tag{1.5}$$

式中 L_{max} 是 $A(\zeta)$的最大值。函数 $F(\zeta)$的取值范围是[0,1]。(1.5)式从 $\zeta=0$ 至 1 积分，并利用(1.4)式得：

$$L_{max} = \frac{1}{\int_0^1 F(\zeta)d\zeta} \tag{1.6}$$

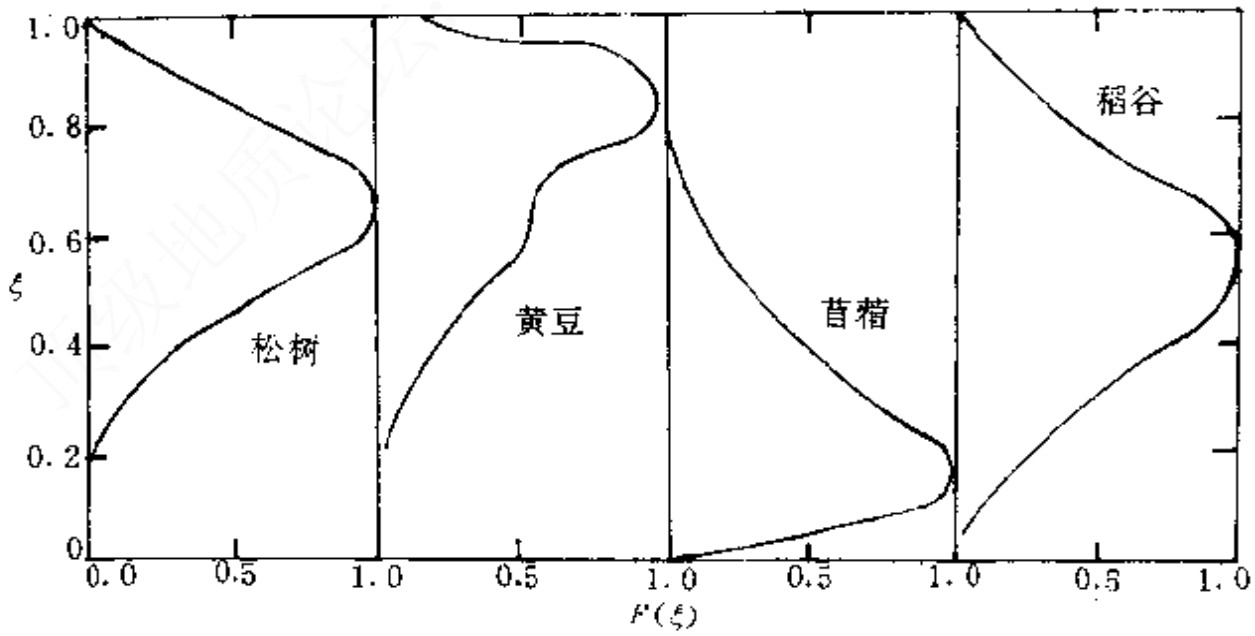


图 1.1 几种植物的叶面积密度函数 $F(\zeta)$

图 1.1 给出包括森林、农作物和草等几种植物叶面积密度函数 $F(\zeta)$。可见，绝大部分植物的 $F(\zeta)$可用下面三角形分布函数逼近：

$$F(\zeta)=\begin{cases}a_1\zeta+a_2 & ,\quad \zeta>\zeta_c\\ b_1\zeta+b_2 & ,\quad \zeta<\zeta_c\end{cases} \tag{1.7}$$

式中 ζ_c 是 L_{max}所在高度，a_1、a_2、b_1 和 b_2 是系数。

1.1.2 叶角分布函数、X_L-指数和 G-函数

阳光在植物冠层内的穿透与叶子朝向有密切关系，叶子朝向用叶子的倾角和方位角表征。叶子向上半面某一点上的法线方向与 Z 轴（Z 轴垂直于水平面指向天空）的交角，称为叶子在该点的倾角，法线在水平面上的投影与正北方向的交角称为叶子在该点的方位角（顺时针方向为正）。同一叶子的不同部位，其倾角和方位角可能有很大差异。

为表示叶子朝向的空间分布，引入叶角分布函数 $g(\Omega_L)$。它是指法向为 Ω_L 方向的单位立体角内的叶面积占全部叶面积的比例。数学上，$g(\Omega_L)$定义为满足下式：

$$\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} g(\Omega_L)d\Omega_L=1$$

或

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi_L\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(\theta_L,\varphi_L)\sin\theta_L d\theta_L=1 \tag{1.8}$$

式中 $\Omega_L=\{\theta_L,\varphi_L;\theta_L\in(0,\frac{\pi}{2}),\varphi_L\in(0,2\pi)\}$。按定义，$g(\Omega_L)$可由下述直接方法测量：

首先将叶面倾角 θ_L 和方位角 φ_L 分别用一定的角度进行分割。对一般冠层而言，θ_L 宜用 10°或 15°的角度分割，φ_L 宜用 30°或 45°的角度分割。现用 15°（$=\frac{\pi}{12}$）的角度把 θ_L 分成六份，即：

$0\sim15°(j=1)$，$15°\sim30°(j=2)$，…，$75°\sim90°(j=6)$。

用 $45°(=\frac{\pi}{4})$的角度把 φ_L 分成 8 份，即：

$0\sim45°(k=1)$，$45°\sim90°(k=2)$，…，$315°\sim360°(k=8)$。

这样$(\theta_L:0,90)\times(\varphi_L:0,360)$的半天球被分成 $6\times8=48$ 块。第 jk 块的立体角大小为：

$$\begin{aligned}\Omega_{jk}&=\int_{\frac{\pi}{4}(k-1)}^{\frac{\pi}{4}k}d\varphi\int_{\frac{\pi}{12}(j-1)}^{\frac{\pi}{12}j}\sin\theta d\theta\\&=\frac{\pi}{4}\left[\cos\frac{\pi}{12}(j-1)-\cos\frac{\pi}{12}j\right]\end{aligned}\tag{1.9}$$

设法线位于 Ω_{jk} 内的叶子的面积之和为 L_{jk}，全部叶子的面积为 L，令 $g_{jk}=\frac{L_{jk}}{L}$，则叶角分布函数可由下式计算：

$$g(\theta_L,\varphi_L)=\frac{g_{jk}}{\Omega_{jk}}\tag{1.10}$$

其中 $\theta_L\in\left[\frac{\pi}{12}(j-1),\frac{\pi}{12}j\right]$，$\varphi_L\in\left[\frac{\pi}{4}(k-1),\frac{\pi}{4}k\right]$。

因此，求分布函数 $g(\theta_L,\varphi_L)$就归结到求 g_{jk}，即若能求出有关倾角、方位角的各组叶面积和全部叶面积之比就可以了。反之，知道了叶角分布函数也就能求出具有一定倾角和方位角的叶子面积占全部叶面积的份数。Myneni 等人(1989)综合评述了测量 $g(\theta_L,\varphi_L)$的许多间接方法。

在大多数的分析中，一般假定没有占优势的方位角，这时 $g(\theta_L,\varphi)=g(\theta_L)$，因而方程(1.8)简化为：

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}g(\theta_L)\sin\theta_L d\theta_L=1\tag{1.11}$$

许多群丛叶子的倾角和方位角分布是均匀一致的(亦称球形叶角分布或随机叶角分布)。在这种情况下有 $g(\theta_L,\varphi_L)=1$。

Ross(1975)发现一种较为简单的数量特征——叶面倾斜指数 X_L，很适合于辐射传输的有关计算。X_L 定义为：

$$X_L = \pm \int_0^{\frac{\pi}{2}} |1 - g(\theta)| \sin\theta d\theta \qquad (1.12)$$

对于球形叶角分布，$X_L=0$。如果由于有较多的水平叶片而使叶片的倾角与球形分布不一致，则倾斜指数为正值；如果情况相反，则倾斜指数为负值。对于仅有水平叶片的冠层，$X_L=1$；而对于仅有垂直叶片的冠层，$X_L=-1$。式(1.12)可变为如下离散形式(Goudraan，1977)：

$$X_L = \pm \frac{1}{2}\{|0.134 - g_1| + |0.366 - g_2| + |0.5 - g_3|\} \qquad (1.13)$$

式中 g_j ($j=1$，2，3) 是将叶子倾角以30°为间隔划分为三组测量而得的 $g(\theta)$ 值。X_L 的符号与(1.13)式中最后一项的符号相同。表1.1列出各种作物的叶面倾斜指数的测量值。一般而言，水平叶片占优势的植物种类数目大大超过垂直叶片占优势的种类。

表1.1 各种作物的 X_L 值

玉米	−0.13～+0.46	芝麻	+0.33～+0.38
黑麦	−0.11～+0.12	黄瓜	+0.39
小麦	−0.02	黄瓜	+0.38
大麦	+0.09	烟草	+0.13～0.40
高粱	+0.18	马铃薯	+0.27～+0.45
苜蓿	+0.22	向日葵	+0.30～0.42
甜菜	+0.19～+0.32	草莓	+0.54
水稻	−0.06～−0.44	蚕豆	+0.30～+0.39

在冠层辐射传输计算中，还需要了解投影到某一方向上的叶面积数量。为此，引入一个重要特征量——G-函数，它表示冠层中的单位叶面积在某一方向上的投影，由下式定义(Ross，1975)

$$G(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_L \int_0^{\frac{\pi}{2}} g(\Omega_L) |\Omega_L \cdot \Omega| \sin\theta_L d\theta_L \qquad (1.14)$$

式中 Ω 为已知方向的单位矢量，Ω_L 为叶片法线方向单位矢量，

$g(\Omega_L)$是(1.8)式定义的叶角分布函数。

$$|\Omega_L \cdot \Omega| = |\cos\theta\cos\theta_L + \sin\theta\sin\theta_L\cos(\varphi - \varphi_L)| \quad (1.15)$$

只有几种特殊情况，式(1.14)的积分可以解析求出。例如：

当叶片都是水平($\theta_L=0$)时：

$$G = \mu, \quad \mu = \cos\theta \quad (1.16)$$

当叶片都是垂直($\theta_L=90°$)时：

$$G = \frac{2}{\pi}\sqrt{1-\mu^2} \quad (1.17)$$

当叶角随机分布时：

$$G = 0.5 \quad (1.18)$$

当叶片都以某一倾角 θ_L 倾斜时：

$$G = \Psi(\mu, \mu_L) \quad (1.19)$$

式中：

$$\Psi(\mu,\mu_L) = \begin{cases} |\mu\mu_L|, \text{如果 } |\mathrm{ctg}\theta\mathrm{ctg}\theta_L| \geqslant 1 \\ \mu\mu_L\left(\dfrac{2\varphi_L}{\pi} - 1\right) \\ + \dfrac{2}{\pi}\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\mu_L^2}\sin\Phi_t, \\ \text{如果 } |\mathrm{ctg}\theta\mathrm{ctg}\theta_L| < 1 \end{cases} \quad (1.20)$$

式中 $\Phi_t=\arccos(-\mathrm{ctg}\theta_0\mathrm{ctg}\theta_L)$，$\mu_L=\cos\theta_L$。

假如叶片方位角随机分布，即 $g(\theta_L,\Phi_L)=g(\theta_L)$，则(1.14)式可变为：

$$G(\mu) = \int_0^1 g_L(\mu_L)\Psi(\mu,\mu_L)d\mu_L \quad (1.21)$$

式中 $\Psi(\mu,\mu_L)$是 Myneni 等人(1988)定义的核函数，由(1.20)式得出。因此，只要知道 $g_L(\mu_L)$就可由(1.21)式求出 $G(\mu)$。从(1.21)式求 $G(\mu)$可用高斯型积分公式(见本章 1.3.3 节)。

Goudraan(1977)还建立了 $G(\mu)$与 X_L 之间的如下半经验关系：

$$G(\mu) = \Phi_1 - \Phi_2\mu \tag{1.22}$$

式中 $\Phi_1 = 0.5 - 0.633X_L - 0.33X_L^2$ $(-0.4 < X_L < 0.6)$，$\Phi_2 = 0.877(1 - 2\Phi_1)$。

Myneni 等人(1989)和 Ross(1981)的计算结果表明，G-函数值的变化范围在 0.3～0.8 之间。在太阳天顶角为 40°～70°时，无论何种植物，把 G-函数取为 0.5 都是一个很好的近似。图 1.2 给出几种作物 G-函数与太阳天顶角的关系。

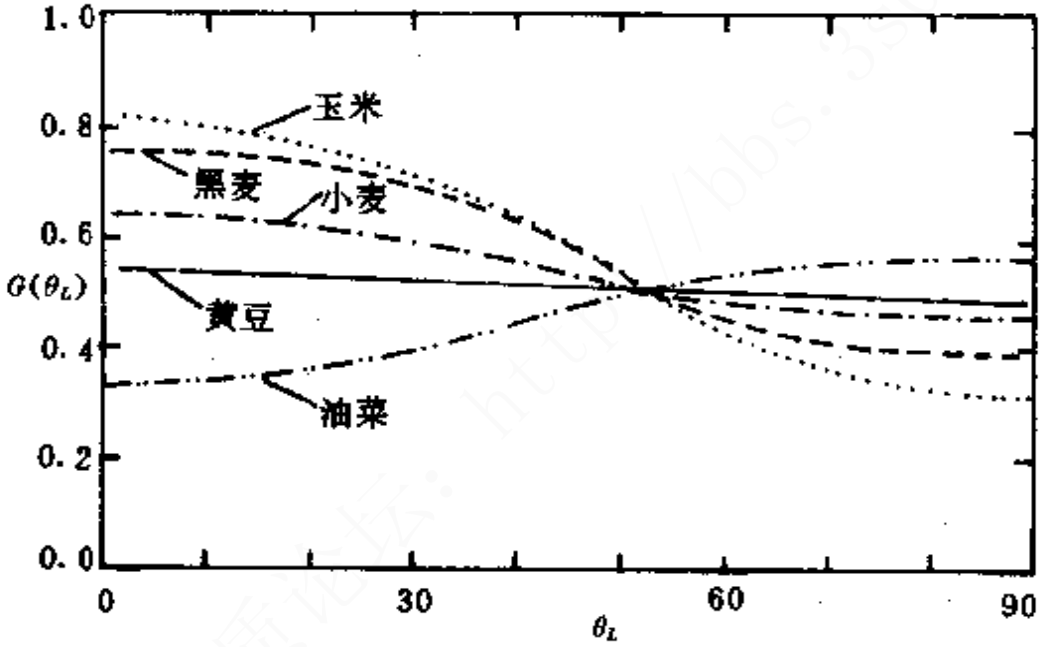


图 1.2 G-函数与叶倾角 θ_L 的关系

1.1.3 冠层元素的空间散布模型

在描述与光传输有关的植物群落结构时，冠层元素(主要是叶子)的空间散布状况是需要了解的重要方面。

考虑一个广阔且水平均匀的植物冠层。假定该冠层可划分为统计学上能独立的、具有相等叶面积 ΔL 的 N 个平面平行层($N = \frac{LAI}{\Delta L}$)。设想有一无限细的长针沿 Ω_0 方向穿过冠层，用 $A(\Omega_0)$ 表

示长针在 N 层中的某一层穿过时，碰到冠层元素（假定只碰到一次）的概率，$B(\Omega_0)$ 表示没有碰到冠层元素的概率（$A+B=1$），则长针穿越 N 个水平层相当于进行了 N 次伯努利试验，令 $P_n^1(L,\Omega_0)$ 为 N 次试验中有 n 次撞到冠层元素的概率，则 P_n^1 可由正二项分布描述：

$$P_n^1(L,\Omega_0)=\frac{N!}{n!(N-n)!}A^n(\Omega_0)(1-A(\Omega_0))^{N-n} \tag{1.23}$$

式中，$n=0,1,\cdots,N$。冠层元素空间散布的正二项分布是 Monsi 和 Saeki(1953)首先提出的，它已经成为分析冠层光传输的基础。

由(1.23)式可知，长针通过 N 层而没有碰到叶片（即 $n=0$）的概率为：

$$P_0^1(L,\Omega_0)=(1-A(\Omega_0))^N \tag{1.24}$$

正二项分布描述的是叶片在空间规则分布的情形。当 $N\to\infty$ 时，正二项分布趋近于泊松分布，这相当于冠层元素在空间随机散布的情形。这时，长针通过冠层而没有碰到冠层元素的概率为：

$$P_0^2(L,\Omega_0)=\exp[-\bar{n}(L,\Omega_0)] \tag{1.25}$$

式中，$\bar{n}(L,\Omega_0)$ 是长针通过冠层时碰到冠层元素的平均次数。

正二项分布描述了长针在某一叶层中只碰到一次叶片的概率。另外一种情况是，长针在某一叶层中与叶片碰撞超过一次以上的情形。这种情况下，Nilson(1971)曾证明，碰撞次数 n 满足负二项分布：

$$P_n^3(L,\Omega_0)=\frac{(N+n-1)!}{n!(N-1)!}[A(\Omega_0)]^n[1+A(\Omega_0)]^{-N-n} \tag{1.26}$$

式中，$n=0,1,2,\cdots$。当 $n=0$ 时：

$$P_0^3(L,\Omega_0)=[1+A(\Omega_0)]^{-N} \tag{1.27}$$

负二项分布描述的是冠层元素的丛集分布情形。

为了确定 P_0^1、P_0^2、P_0^3，还需要知道 $A(\Omega_0)$ 和 $\bar{n}(L,\Omega_0)$。在统计意

义上，无限细针沿 Ω_0 方向穿越冠层时被碰撞的概率就等于包含在该厚度内的叶面积在 Ω_0 方向的投影。因此，$A(\Omega_0)$ 为：

$$A(\Omega_0) = \frac{G(L,\Omega_0)\Delta L}{\mu_0} \tag{1.28}$$

式中 $\mu_0=\cos\theta_0$，θ_0 是长针的穿入方向与天顶方向的夹角，并规定 μ_0 向下为负，向上为正。而平均碰撞次数则由下式计算：

$$n(L,\Omega_0) = \int_0^L \frac{G(\Omega_0,L)dL}{\mu_0} \tag{1.29}$$

如果 G-函数 $G(\Omega_0,L)$ 与 L 无关，则：

$$n(L,\Omega_0) = -\frac{G(\Omega_0)L}{\mu_0} \tag{1.30}$$

把(1.28)、(1.30)式分别代入(1.24)、(1.25)和(1.27)式，得到叶子空间散布的三种模型：

正二项分布模型：

$$P_0^1 = \left[1 + \frac{G(\mu_0)\Delta L}{\mu_0}\right]^N, \quad \left(\Delta L = \frac{L}{N}\right) \tag{1.31}$$

泊松分布模型：

$$P_0^2 = \exp\left[\frac{G(\mu_0)L}{\mu_0}\right] \tag{1.32}$$

负二项分布模型：

$$P_0^3 = \left[1 - \frac{G(\mu_0)\Delta L}{\mu_0}\right]^{-N}, \left(\Delta L = \frac{L}{N}\right) \tag{1.33}$$

上述式中的 P_0 通常称为空隙概率。对于太阳光传输情况，P_0 也就是叶面积为 L 的深度处，单位水平面上有阳光照射的比例。

表 1.2 列出几种作物实测的空隙概率 P_0 与泊松分布的空隙概率 P_0^2 的比较。一般而言，如果测量值 P_0 小于 P_0^2，则冠层元素的散布被认为是规则分布，正二项分布模型更适合于描述这种情形；相反，如果 P_0 大于 P_0^2，则冠层元素的分布被认为是从集分布，负二项分布模型更适合于描述这种情形。一般情况下，可以假定冠层

元素的空间散布满足泊松模型。

表 1.2　实测的空隙概率 P_n 和泊松分布模型的 P 的比较

植物种类	太阳天顶角 θ_n	P_n	P	LAI
玉米	58	0.035	0.020	4.60
	48	0.057	0.036	
	11	0.043	0.041	
	42	0.063	0.044	
向日葵	72	0.042	0.058	2.50
	65	0.049	0.095	
	55	0.107	0.120	
	35	0.136	0.138	
	33	0.122	0.139	
菊芋	71	0.043	0.038	2.30
	61	0.044	0.073	
	55	0.075	0.088	
	45	0.084	0.112	
	39	0.109	0.117	
马铃薯	75	0.030	0.016	2.80
	65	0.067	0.054	
	55	0.095	0.083	
	45	0.129	0.099	
	35	0.175	0.108	
	25	0.179	0.155	
	15	0.211	0.120	
	5	0.208	0.124	
玉米	75	0.000	0.006	3.0
	65	0.036	0.032	
	55	0.050	0.066	
	45	0.062	0.095	
	35	0.140	0.115	
	25	0.200	0.126	
	15	0.244	0.138	
草皮草	75	0.000	0.090	1.84
	60	0.120	0.180	
	40	0.220	0.300	
	20	0.320	0.390	
	0	0.380	0.420	

* 取自 Myneni 等人，1989

1.2 叶片和冠层的光学性质

1.2.1 叶片的散射和吸收光谱

投射到植物叶片上的辐射有一部分被叶表面直接反射掉，这部分叫外部反射。进入叶片内部的辐射，分别为叶肉细胞表面以及细胞里的细胞核、叶绿体、线粒体等颗粒所散射，其中一部分通过入射面又反射到表面外，还有一部分经过与入射面相反的另一侧面透射到叶片外部。前者叫内部反射，与外部反射加在一起，总称为叶片的反射辐射；后者则称为透射辐射。反射辐射和透射辐射之和称为散射辐射。反射辐射除以总的入射辐射称为反射系数。透射辐射除以总的入射辐射则称为透射系数。反射系数和透射系数之和称为散射系数。总入射辐射减去散射辐射后，剩余部分称为吸收辐射。吸收辐射除以总的入射辐射称为吸收系数。吸收辐射一部分用于增加植物体温度，另一部分用于光合作用。

光子在叶肉细胞的传输是一个十分复杂的过程，Myneni 等(1989)对此专题作过评述。对于研究辐射在冠层内传输的比较宏观的过程来说，有关这些微观机理知识并不十分重要。

植物叶片的反射、透射和吸收特性，随种类、生长期、病害以及入射波长的不同而变化。图 1.3 是典型绿色叶片的透射、反射和吸收光谱。可见，反射和透射光谱是很相似的。波长小于 0.38 微米的紫外线，吸收很大，达 90%以上。可见光区(波长 0.38～0.71)，吸收也较多，约在 85%～90%之间。从

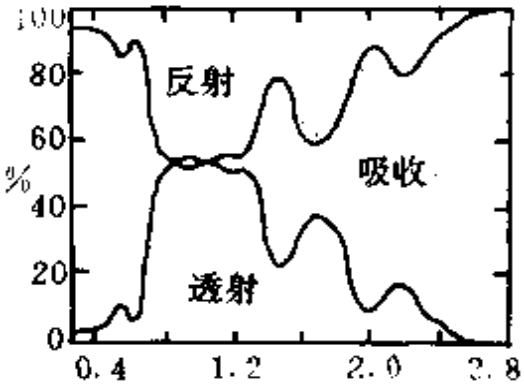


图 1.3 叶片透射、反射和吸收光谱

0.71 微米至 1.3 微米，吸收最少，只有 5%～10%。1.5 微米、2.0 微米和超过 2.6 微米，是液态水的吸收带，其吸收可达 60%～95%。

表 1.3 是 Ross(1975)求得的"平均"绿色叶片在光合有效辐射波段、近红外辐射波段和短波辐射波段内的反射、透射和吸收系数。

表 1.3 "平均"绿色叶在可见光区、近红外区和总短波辐射中的反射、透射和吸收系数

	可见光区	近红外区	总短波辐射
反射 γ_L	0.09	0.51	0.30
透射 t_L	0.06	0.34	0.20
散射 ω	0.15	0.85	0.50
吸收 a	0.85	0.15	0.50

* 根据 Ross，1975

1.2.2 单张叶片散射相函数

位于太阳光路径上的一张植物叶片，将连续地从太阳光中提取能量，并将此能量向各方向重新散射出去。散射相函数是用来表征叶片散射能量角度分布的一个无量纲量。

设辐射场内有一面积为 $d\sigma_L$ 的叶片，其上表面法线方向为 Ω_L (μ_L, Φ_L)，太阳光从 $\Omega_0(\mu_0, \Phi_0)$ 方向投射到叶片上，其强度为 $I(\Omega_0)$，则 dt 时间内从 Ω_0 方向的 $d(\Omega_0)$ 立体角内到达该叶片的辐射能量为：

$$E_i = I(\Omega_0)|\Omega_L \cdot \Omega_0| d\Omega_0 d\sigma_L dt \tag{1.34}$$

E_i 中的一部分被吸收，其余的被叶片散射到各方向上。假设在方向为 Ω 的立体角 $d\Omega$ 内，叶片散射的能量为 dE_σ，则叶片的散射相函数 $f(\Omega_0 \rightarrow \Omega; \Omega_L)$ 定义为：

$$f(\Omega_0 \to \Omega, \Omega_L)d\Omega = \frac{dE_\Omega}{E_0} \tag{1.35}$$

显然，

$$\int_{4\pi} f(\Omega_0 \to \Omega; \Omega_L)d\Omega = \omega(\Omega_0, \Omega_L) \tag{1.36}$$

假如阳光是从上向下照射(即 $\mu_0<0$)，则叶片反射率 γ_L 和透射率 t_L 为：

$$\gamma_L(\Omega_0, \Omega_L) = \int_0^{2\pi} d\Phi \int_0^1 f(\Omega_0 \to \Omega, \Omega_L)d\mu \tag{1.37}$$

$$t_L(\Omega_0, \Omega_L) = \int_0^{2\pi} d\Phi \int_{-1}^0 f(\Omega_0 \to \Omega, \Omega_L)d\mu \tag{1.38}$$

并且有

$$\omega(\Omega_0, \Omega_L) = \gamma_L(\Omega_0, \Omega_L) + t_L(\Omega_0, \Omega_L) \tag{1.39}$$

上式中的 $\omega(\Omega_0, \Omega_L)$ 是与入射光方向和叶片法向有关的散射系数，又称为叶片单次散射反照率。如果叶片的散射是各向同性的，则有

$$f(\Omega_0 \to \Omega, \Omega_L) = \frac{\omega(\Omega_0, \Omega_L)}{4\pi} \tag{1.40}$$

目前有关叶片散射能量角度分布的详细资料仍然相当少。图 1.4 是 Breece 和 Holmes (1969)测得的玉米叶片散射能量角度分布资料。可见，透射部分的散射主要是漫射性质的，但反射部分的散射则具有很明显的镜面反射特征。

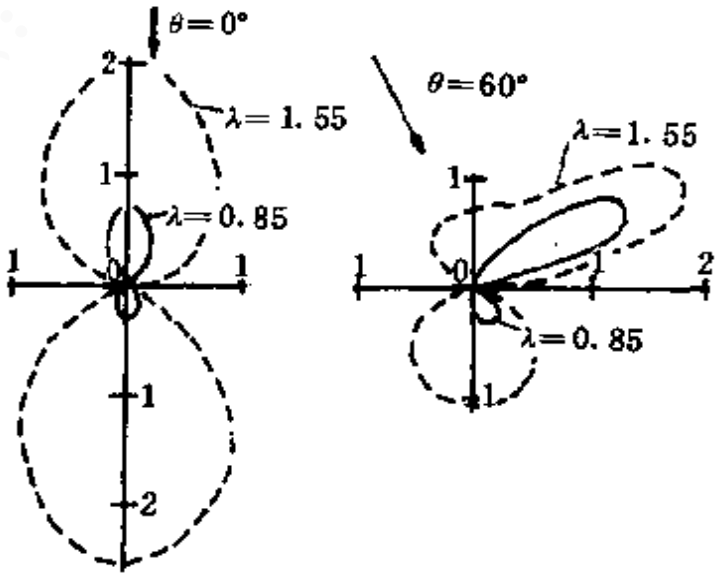


图 1.4 玉米叶片散射能量角度分布

(λ 波长(μm)、θ 入射角)

单次散射反照率 ω

与入射波长 λ 有关，也与光的入射角度 θ_0 有关。表 1.4 是 Myneni 等(1989)根据 Breece 和 Holmes 的资料求得的 ω 与 λ、θ_0 的关系。

表 1.4　ω 与 λ、θ_0 的关系

λ(微米)	ω	θ_0(度)				
		0	15	30	45	60
0.40	ω^-	0.045	0.054	0.077	0.115	0.177
	ω^+	0.047	0.055	0.084	0.136	0.253
0.55	ω^-	0.188	0.177	0.234	0.337	0.454
	ω^+	0.234	0.318	0.365	0.458	0.534
0.60	ω^-	0.021	0.025	0.032	0.044	0.072
	ω^+	0.034	0.040	0.052	0.068	0.099
0.80	ω^-	0.539	0.541	0.560	0.623	0.626
	ω^+	0.540	0.593	0.591	0.653	0.711

*(黄豆叶片，水平放置；+表示光从叶片上方照射，−表示光从叶片下方照射)

由于叶片散射特性的实验资料为数不多，所以在目前的大部分工作中，都假定叶片的散射是各向同性的，关于各向异性散射，如下几个散射相函数模型可供参考。

Henyey-Greenstein 相函数：

$$P(\Theta) = (1 - g^2)/(1 + g^2 - 2g\cos\Theta)^{\frac{3}{2}} \qquad (1.41)$$

式中，Θ 是散射角，定义为入射光束和散射光束之间的夹角；g 是不对称因子，$g=0$ 表示各向同性散射，$g>0$ 表示非各向同性散射，且 g 越大，前向散射越强。

散射角的余弦可表示为：

$$\cos\Theta = |\Omega_0 \cdot \Omega| = \cos\theta_0 + \sin\theta\sin\theta_0\cos(\varphi_0 - \varphi) \qquad (1.42)$$

Gerstl 和 Zardecki(1985)曾讨论过 Henyey-Greenstein 相函数在冠层辐射计算中的应用。

勒让德多项式相函数：

相函数可用有限 N 项勒让德多项式展开表示：

$$P(\cos\Theta) = \sum_{l=0}^{N} a_l p_L(\cos\theta) \qquad (1.43)$$

式中 a_l 是 $N+1$ 个常数的集合，且 $a_0=1$。有关勒让德多项式相函数的讨论详见 Liou(1980)的著作。

Lambertian 相函数：

Henyey-Greenstein 相函数和勒让德多项式相函数适用于旋转不变散射问题，对冠层散射并不很适用(Myneni 等，1989)。由 Ross 和 Nilson(1968)提出的 Lambertian 相函数可能更加符合叶片的散射特征。在 Lambertian 散射中，反射和透射的能量绕叶片法向呈余弦函数分布，其相函数为：

$$f(\Omega_0 \to \Omega,\Omega_L)=\begin{cases}\dfrac{\gamma_l|\cos\Theta|}{\pi}, & (\Omega_L\cdot\Omega)(\Omega_L\cdot\Omega_0)<0\\ \dfrac{t_L|\cos\Theta|}{\pi}, & (\Omega_L\cdot\Omega)(\Omega_L\cdot\Omega_0)>0\end{cases} \tag{1.44}$$

Gutschick 和 Weigel(1984)以及 Myneni 等(1989)曾详细讨论 Lambertian 相函数的实际应用。

1.2.3 冠层体积散射相函数

对于冠层计算而言，更重要的是研究冠层由许多叶片组成的体积元的整体散射性质。

考虑冠层中深度为 z 处的一个单位体积元，其中含有许多叶片。假定光束在通过该体积元时，叶片的一次散射是重要的，而多次散射则可忽略。体积元内叶片的叶角分布函数为 $g(z,\Omega_L)$，入射方向为 Ω_0 的光束在投射到体积元内时，被叶角为 Ω_L 的叶片截留后再被散射到 Ω 方向的能量为：

$$dE_\Omega = f_L(z)\cdot|\Omega_L\cdot\Omega_0|\cdot f(\Omega_0\to\Omega,\Omega_L)I(z,\Omega_0) \tag{1.45}$$

式中 $f_L(z)$ 为 z 处的叶面积密度。以 $g(z,\Omega_L)$ 为权重，对所有各方向的叶角进行积分，给出体积散射相函数为：

$$\sigma_s(z,\Omega_0\to\Omega)=\frac{f_L(z)}{2\pi}\int g_L(z,\Omega_L)|\Omega_L\cdot\Omega_0|f(\Omega_0\to\Omega,\Omega_L)d\Omega_L \tag{1.46}$$

显然，体积散射相函数定义了来自 Ω_0 方向的光线在冠层 z 处被单位体积内的叶片散射成 Ω 方向上单位立体角内的能量占总入射能量的比例。

1.2.4 冠层面积散射相函数

如果 $g(z,\Omega)$ 与高度 z 无关，则可得到通常使用的面积散射相函数 $\Gamma(\Omega_0 \to \Omega)$：

$$\frac{1}{\pi}\Gamma(\Omega_0 \to \Omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} g(\Omega_L)|\Omega_L \cdot \Omega_0| f(\Omega_0 \to \Omega, \Omega_L) d\Omega_L \quad (1.47)$$

用(1.44)式定义的 Lambertian 相函数代入(1.47)式，得

$$\Gamma(\Omega_0 \to \Omega) = \gamma_L \Gamma^{-}(\Omega_0 \to \Omega) + t_L \Gamma^{+}(\Omega_0 \to \Omega) \quad (1.48)$$

式中：

$$\Gamma^{\perp} = \pm \frac{1}{2\pi}\int_0^1 d\mu_L \int_0^{2\pi} g(\Omega_L)|\Omega_L \cdot \Omega_0||\Omega_L \cdot \Omega| d\varphi_L \quad (1.49)$$

(1.48)式的 $\Gamma(\Omega_0 \to \Omega)$ 具有很多有用的对称性，即

$$\Gamma(\Omega_0 \to \Omega) = \Gamma(\Omega \to \Omega_0) = \Gamma(-\Omega \to -\Omega_0) \quad (1.50)$$

对于 $\gamma_L = t_L$ 的特殊情况，由(1.48)式还可以得到：

$$\Gamma(\Omega_0 \to \Omega) = \Gamma(-\Omega_0 \to -\Omega)$$

对于球形叶角分布，$g(\Omega_L)=1$，(1.48)式变为(Ross，1981)

$$\Gamma(\Omega_0 \to \Omega) = \frac{\omega}{3\pi}[\sin\Theta - \Theta\cos\Theta] + \frac{t_L}{\pi}\cos\Theta \quad (1.51)$$

式中 Θ 是散射角，见(1.42)式。

一般而言，ω 依赖于 Ω_0 和 Ω_L。但如果假定 ω 独立于 Ω_0 和 Ω_L，则由(1.40)式、(1.47)式以及(1.14)式得：

$$\frac{1}{\pi}\int_{4\pi} \Gamma(\Omega_0 \to \Omega) d\Omega = \omega G(\Omega_0) \quad (1.52)$$

有时，为了方便，常使用如下归一化的面积散射相函数：

$$P(\Omega_0 \to \Omega) = \frac{4\Gamma(\Omega_0 \to \Omega)}{\omega G(\Omega_0)} \tag{1.53}$$

显然：

$$\frac{1}{4\pi}\int_{4\pi} P(\Omega_0 \to \Omega) = 1 \tag{1.54}$$

如果单个叶片的散射是各向同性的，则由(1.47)式得：

$$\frac{1}{\pi}\Gamma(\Omega_0 \to \Omega) = \frac{\omega}{4}G(\Omega_0)\pi \tag{1.55}$$

如果单个叶片的散射满足 Lambertian 相函数，并且假定 $G(\Omega)$不依赖于方位角 φ，则可求得方位角平均的相函数为：

$$\begin{aligned}\Gamma(\mu_0 \to \mu) &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\Gamma(\Omega_0 \to \Omega)d\varphi \\ &= \int_0^1 g(\mu_L)[t_L\psi^+(\mu,\mu_0,\mu_L) \\ &\quad + \gamma_L\psi^-(\mu,\mu_0,\mu_L)]d\mu_L\end{aligned} \tag{1.56}$$

式中

$$\psi^{\pm}(\mu,\mu_0,\mu_L) = \pm\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{2\pi}(\Omega_L\cdot\Omega)(\Omega_L\cdot\Omega_0)d\varphi_L \tag{1.57}$$

Myneni 等(1989)曾求得上式的积分结果为：

$$\begin{aligned}\psi^{\pm}(\mu,\mu_0,\mu_L) &= H(\mu,\mu_L)H(\pm\mu_0,\mu_L) \\ &\quad + H(-\mu,\mu_L)H(\mp\mu_0,\mu_L)\end{aligned} \tag{1.58}$$

式中 H-函数定义为：

$$H(\mu,\mu_L) = \begin{cases}\mu\mu_L & \text{如果 } \mathrm{ctg}\theta\cdot\mathrm{ctg}\theta_L > 1 \\ 0 & \text{如果 } \mathrm{ctg}\theta\cdot\mathrm{ctg}\theta_L < -1 \\ \dfrac{1}{\pi}(\mu\mu_L\Phi_t(\mu) + \sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\mu_L^2}) & \\ \sin(\Phi_t(\mu))\text{，其它} & \end{cases} \tag{1.59}$$

这里 $\Phi_t(\mu) = \arccos(\mathrm{ctg}\theta\cdot\mathrm{ctg}\theta_L) = \pi - \Phi_t(-\mu)$

$\theta=\arccos(\mu)$，$\theta_L=\arccos(\mu_L)$

方位角平均的散射相函数具有对称性，即

$$\Gamma(\mu_0 \to \mu)=\Gamma(\mu \to \mu_0)=\Gamma(-\mu_0 \to -\mu) \tag{1.60}$$

对于反射率和透射率相等的叶子，即 $\gamma_L=t_L$，有：

$$\Gamma(\mu_0 \to \mu)=\frac{\omega}{2}\int_0^1 g(\mu_L)\psi(\mu,\mu_L)\psi(\mu_0,\mu_L)d\mu_L \tag{1.61}$$

对于水平叶层($\theta_L=0$)，由(1.48)式有：

$$\Gamma(\Omega_0 \to \Omega)=\begin{cases} t_L\mu\mu_0 & , \quad \mu\mu_0>0 \\ \gamma_L|\mu\mu_0| & , \quad \mu\mu_0<0 \end{cases} \tag{1.62}$$

对于垂直叶层($\theta_L=90^0$)，有

$$\Gamma(\Omega_0 \to \Omega)=T_1(\beta)\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\mu_0^2} \tag{1.63}$$

式中 $\beta=\varphi-\varphi_0$，$0\leqslant\beta\leqslant\pi$，且

$$T_1(\beta)=\frac{\omega}{2\pi}(\sin\beta-\beta\cos\beta)+\frac{t_L}{2}\cos\beta \tag{1.64}$$

因而，对于水平叶层，Γ 与方位角无关，但对于垂直叶层，Γ 则与方位角有关。对相函数(1.62)和(1.63)取方位角平均，可得水平叶层和垂直叶层方位角平均的散射相函数分别为：

$$\Gamma(\mu_0 \to \mu)=\begin{cases} \gamma_L|\mu\mu_0| & , \quad \mu\mu_0<0 \\ \dfrac{t_L\mu\mu_0}{2} & , \quad \mu\mu_0>0 \end{cases} \tag{1.65}$$

$$\Gamma(\mu_0 \to \mu)=\frac{2\omega}{\pi^2}\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\mu_0^2} \tag{1.66}$$

此二式亦可从(1.56)式直接求得。

由于对单个叶片的散射相函数的了解甚少，所以至今仍不可能精确地表达冠层体积或面积散射相函数。这也导致了在求解冠层辐射输送方程时不可能获得高质量的结果。

1.3 冠层短波辐射传输

植被冠层内辐射传输的一种相当成功的理论是建立在把冠层看作是混浊介质，其中叶片、树枝是吸收和散射辐射的基本要素。混浊介质辐射传输理论来源于天文物理学。有关这一理论在冠层辐射传输中应用的综合性讨论散见于 Nilson(1971)、Lemeur 和 Blad(1974)、Gutschick 和 Weigel(1984)、Myneni 等(1984)的评述性论文以及 Ross(1981)的著作中。

对于水平广阔、均匀而发育良好的植物冠层，混浊介质近似理论被认为是相当成功的。但对于水平非均匀或不连续的冠层，如成行植物的冠层，由独立树冠组成的果园以及大部分农作物的早期生长阶段，应用混浊介质近似理论则会引起较大的误差。不过，如果把独立的树冠认为是独立几何体，则其中光的传输仍可用混浊介质近似(Ferguson，1960，1963；Brown 和 Pandolfo，1969)。

1.3.1 基本方程

对于水平广阔、均匀而发育良好的植物冠层，混浊介质近似的冠层辐射传输方程可推导如下：

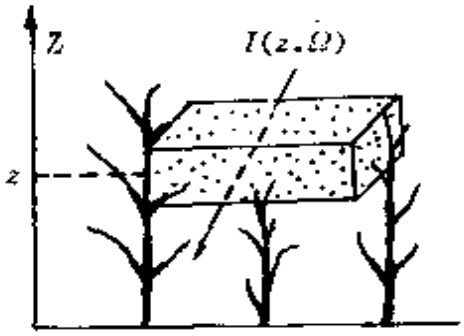


图 1.5 冠层辐射传输示意图

消光：如图 1.5 所示，在冠层 z 处，由于植物元素(叶片和树枝)的散射和吸收，使来自 Ω 方向的辐射强度 $I(z,\Omega)$ 在 ds 路程上的减少量为：

$$dI(z,\Omega) = -\sigma_e(z,\Omega)I(z,\Omega)ds \tag{1.67}$$

式中 $\sigma_e(z,\Omega)$ 是冠层 z 处 Ω 方向上的消光系数，它表示光束在 Ω 方向前进单位路程时碰到叶子的概率。假定冠层 z 处的叶面积密度函数为 $f_L(z)$，叶角分布函数为 $g_L(z,\Omega_L)$，则 $\sigma_e(z,\Omega)$ 可表达为

$$\sigma_e(z,\Omega) = G(z,\Omega)f_L(z) \tag{1.68}$$

式中$G(z,\Omega)$是由(1.14)式定义的G-函数。上式表明,G-函数实质上就是面积消光系数。

一次散射:假定冠层被一束均匀地来自Ω_0方向的太阳辐射(强度为I_0)照射,则冠层z处Ω方向上的辐射强度$I(z,\Omega)$,由于植物元素对到达该处的Ω_0方向的太阳辐射的一次散射作用而增大。到达z处的直接太阳辐射强度为:

$$I_0\exp[G(\Omega_0)L/\mu_0]$$

式中,$L=\int_0^z f_L(z)dz$,是向下累积的叶面积指数。因此,在ds路程内,直接太阳辐射对$I(z,\Omega)$的贡献为:

$$dI(z,\Omega) = \sigma_s(z,\Omega_0 \to \Omega)I_0\exp\left(\frac{G(\Omega_0)L}{\mu_0}\right)ds \tag{1.69}$$

式中σ_s是体积散射系数,由(1.46)式定义。它表示从初始运行方向Ω_0的光束中提取并被重新散射到Ω方向的单位立体角内的能量占入射能量的比例。

多次散射:Ω方向上的辐射强度$I(z,\Omega)$,可由于来自其它方向辐射的多次散射而增加。来自各个方向的多次散射为:

$$dI(z,\Omega) = \int_{4\pi}\sigma_s(z,\Omega' \to \Omega)I(z,\Omega')d\Omega' ds \tag{1.70}$$

上式表示多次散射使所有方向上的一部分辐射进入所研究的辐射方向上。

联合方程(1.67)以及(1.69)~(1.70),即得到描述$I(z,\Omega)$变化的方程为:

$$dI(z,\Omega) = -\sigma_e(z,\Omega)I(z,\Omega)ds + \int_{4\pi}\sigma_s(z,\Omega' \to \Omega)I(z,\Omega')d\Omega' ds$$
$$+ \sigma_s(z,\Omega_0 \to \Omega)I_0\exp\left[\frac{\sigma_e(z,\Omega_0)L}{\mu_0}\right]ds \tag{1.71}$$

上式两边同除以ds,并利用$ds=-dz/\mu$(μ向下为负,向上为正,z

坐标指向下)，则可得到水平均匀冠层辐射传输的基本方程为：

$$-\mu\frac{\partial I}{\partial z}+\sigma_t I=\int_{4\pi}\sigma_s I d\Omega+\sigma_t I_0\exp(G(\mu_0)L/\mu_0) \tag{1.72}$$

如果假定 $g_L(z,\Omega)$ 与 z 无关，则方程(1.72)变为：

$$-\mu\frac{\partial I(L,\Omega)}{\partial L}+G(\Omega)I(L,\Omega)=\frac{1}{\pi}\int_{4\pi}\Gamma(\Omega_1\rightarrow\Omega)I(L,\Omega)\mathrm{d}\Omega+\frac{1}{\pi}\Gamma(\Omega_0\rightarrow\Omega)I_0\exp\left(\frac{G(\mu_0)L}{\mu_0}\right) \tag{1.73}$$

式中 $\Gamma(\Omega'\rightarrow\Omega)$ 是(1.47)定义的面积散射相函数。

如果再假定叶子的单次散射反照率 ω 与入射光方向和叶片法向无关，则由(1.53)式以及(1.73)式，可得到在大部分问题中广泛使用的冠层辐射传输方程如下：

$$-\mu\frac{\partial I(L,\Omega)}{\partial L}+G(\Omega)I(L,\Omega)=\frac{\omega}{4\pi}\int_{4\pi}P(\Omega'\rightarrow\Omega)G(\Omega')I(L,\Omega)d\Omega'+\frac{\omega}{4\pi}G(\Omega_0)P(\Omega,\Omega_0)\exp\left(\frac{G(\mu_0)L}{\mu_0}\right) \tag{1.74}$$

方程(1.74)还有如下几种常用的简化形式：

(1)如果单个叶片的散射是各向同性的，并且叶角分布是随机的，则利用(1.55)和(1.18)式，方程(1.74)变为：

$$-\mu\frac{\partial I(\tau,\Omega)}{\partial\tau}+I(\tau,\Omega)=\frac{\omega}{4\pi}\int_{4\pi}I(\tau,\Omega')d\Omega'+\frac{\omega}{4\pi}\exp\left(\frac{\tau}{\mu_0}\right) \tag{1.75}$$

式中 $\tau=L/2$。上式对方位角 φ 取平均，则可得到仅依赖于叶倾角 $\mu=\cos\theta$ 的方程为：

$$-\mu\frac{\partial I(\tau,\mu)}{\partial\tau}+I(\tau,\mu)=\frac{\omega}{2}\int_{-1}^{1}I(\tau,\mu')d\mu'+\frac{\omega}{2}\exp\left(\frac{\tau}{\mu_0}\right) \tag{1.76}$$

式中

$$I(\tau,\mu)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}I(\tau,\mu,\varphi)d\varphi \tag{1.77}$$

(2)如果$G(\Omega)$与方位角φ无关，则可定义如下方位角平均的相函数：

$$P(\mu',\mu)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}P(\Omega'\to\Omega)d\varphi=\frac{4\Gamma(\mu'\to\mu)}{\omega G(\mu)} \tag{1.78}$$

利用(1.78)式，对方程(1.74)进行方位角平均得：

$$-\mu\frac{\partial I(L,\mu)}{\partial L}+G(\mu)I(L,\mu)=\frac{\omega}{\tau}\int_{-1}^{1}I(L,\mu')P(\mu,\mu')\frac{G(\mu')}{G(\mu)}d\mu'-\frac{\omega}{4}P(\mu,\mu_0)I_0\exp\left(\frac{G(\mu_0)L}{\mu_0}\right)\frac{G(\mu_0)}{G(\mu)} \tag{1.79}$$

$G(\Omega)$独立于φ的条件意味着叶角分布在方位角方向是随机的，即$g_L(\varphi_L,\mu)$独立于φ_L。$P(\mu'\to\mu)$不依赖于φ'包含了很多情况。例如，对于旋转不变问题，$P(\Omega'\to\Omega)$仅依赖于$(\Omega'\cdot\Omega)$；或更重要的，对于冠层问题，$P(\Omega'\to\Omega)$仅依赖于$(\Omega_L\cdot\Omega)$和$(\Omega_L\cdot\Omega')$的情况。

1.3.2 边界条件

为获得方程(1.74)或方程(1.79)的解，必须标定入射辐射在冠层上、下边界，即$L=0$、$L=L_T$处的值。$L=0$处，入射辐射通常包括太阳直接辐射分量和来自天空的漫射辐射分量，因此，边界条件可写为

$$I(0,\Omega)=I_d(\Omega)+I_0\delta(\Omega-\Omega_0)\quad,\quad \mu<0,L=0 \tag{1.80}$$

式中I_d是漫射辐射分量(经常被假定是各向同性的)，I_0是方向为Ω_0的直接太阳辐射强度。

在 $L=L_T$ 处，通常假定穿过冠层而到达地面的辐射被各向同性地反射回冠层，即

$$I(L_T,\Omega)=\frac{\gamma_s}{\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_{-1}^{0}|\mu'|I(L_T,\Omega')d\mu',\mu>0,L=L_T \tag{1.81}$$

对于方位角平均的方程，边界条件(1.80)和(1.81)变为：

$$I(0,\mu)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}I_d(\Omega)d\varphi+\frac{I_0}{2\pi}\delta(\mu-\mu_0),\mu<0,L=0 \tag{1.82}$$

$$I(L_T,\mu)=2\gamma_s\int_{-1}^{0}|\mu'|I(L_T,\mu')d\mu',\mu>0,L=L_T \tag{1.83}$$

针对上述边界条件，把辐射强度 $I(L,\Omega)$ 分成未受碰撞的分量 $I^0(L,\Omega)$ 和经过一次或多次碰撞而形成的散射分量 $I^s(L,\Omega)$，对简化方程求解是有益的：

$$I(L,\Omega)=I^0(L,\Omega)+I^s(L,\Omega) \tag{1.84}$$

式中：

$$I^0(L,\Omega)=\begin{cases}I(0,\Omega)\exp\left(\dfrac{G(\Omega)L}{\mu}\right), & \mu<0\\ \dfrac{\gamma_s}{\pi}\exp\left[\dfrac{-G(\Omega)(L_T-L)}{\mu}\right]\\ \times\left\{\begin{array}{l}\displaystyle\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_{-1}^{0}|\mu'|I(0,\Omega')\\ \times\exp\left[\dfrac{G(\Omega')L_T}{\mu'}\right]d\mu'\end{array}\right\},\mu>0\end{cases} \tag{1.85}$$

把(1.84)式代入(1.74)式得：

$$-\mu\frac{\partial I^s(L,\Omega)}{\partial L}+G(\Omega)I^s(L,\Omega)=\frac{\omega}{4\pi}\int_{4\pi}P(\Omega'\to\Omega)G(\Omega')\times I^s(L,\Omega')d\Omega'+Q(L,\Omega)$$

(1.86)

式中 $Q(L,\Omega)$ 是 $I^0(L,\Omega)$ 一次碰撞产生的源项：

$$Q(L,\Omega)=\frac{\omega}{4\pi}\int_{4\pi}P(\Omega'\to\Omega)G(\Omega')I^0(L,\Omega')d\Omega' \tag{1.87}$$

而方程(1.86)的上、下边界条件则简化为：

$$I^{\downarrow}(0,\Omega)=0\quad,\quad \mu<0,L=0 \tag{1.88}$$

$$I^{\uparrow}(L_T,\Omega)=\frac{\gamma_s}{\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_1^0|\mu'|I^{\downarrow}(L_T,\mu')d\mu',\mu>0,L=L_T \tag{1.89}$$

显然在边界条件(1.88)、(1.89)下求解方程(1.86)比在边界条件(1.80)和(1.81)求解方程(1.74)要容易得多。

1.3.3 求解方法

冠层辐射传输方程的求解方法很多 (Myneni 等，1989)，这里只介绍其中常用的两种方法。

为了求解方程 (1.86)，必须用有限个求积点的求和来代替(1.86) 式中的积分项。业已发现，对于间隔(−1,1)上的积分，用高斯求积公式优于其他公式。对于任何函数 $f(\mu)$，高斯求积公式可写为：

$$\int_{-1}^{1}f(\mu)d\mu=\sum_{j=-n}^{n}a_jf(\mu_j) \tag{1.90}$$

式中权重值为：

$$a_j=\frac{1}{P_{2n}(\mu_j)}\int_{-1}^{1}\frac{P_{2n}(\mu)}{\mu-\mu_j}d\mu \tag{1.91}$$

其中，μ_j 是偶阶勒让德多项式 $P_{2n}(\mu)$ 的零点。a_j 和 μ_j 分别有下列关系：

$$a_j=a_{-j},\mu_j=-\mu_{-j},\sum_{j=-n}^{n}a_j=2 \tag{1.92}$$

表 1.5 列出头 8 个近似项的高斯点及权重值。

表 1.5 高斯求积公式的节点及权重值

n	$2n$	μ_j	a_j
1	2	$\mu_1=0.57735$	$a_1=1$
2	4	$\mu_1=0.33998$ $\mu_2=0.86114$	$a_1=0.65215$ $a_2=0.34785$
3	6	$\mu_1=0.23862$ $\mu_2=0.66121$ $\mu_3=0.93247$	$a_1=0.46791$ $a_2=0.36076$ $a_3=0.17132$
4	8	$\mu_1=0.18343$ $\mu_2=0.52553$ $\mu_3=0.79667$ $\mu_4=0.96029$	$a_1=0.36268$ $a_2=0.31371$ $a_3=0.22238$ $a_4=0.10123$

在方程(1.86)中应用高斯求积公式(1.90)，得到角度离散的方程组为(只讨论方位角平均后的方程，其中 $I'(L,\mu)$ 改用 $I(L,\mu)$ 表示)：

$$-\mu_i\frac{\partial I(L,\mu_i)}{\partial L}+G(\mu_i)I(L,\mu_i)=S(L,\mu_i)+Q(L,\mu_i) \tag{1.93}$$

式中 $S(L,\mu_i)$ 称为分布源项，由下式计算：

$$S(L,\mu_i)=\frac{\omega}{4\pi}\sum_{j=1}^{N}\omega_j P(\mu_{j,i}\rightarrow\mu_i)G(\mu_j)I(L,\mu_j) \tag{1.94}$$

而 $Q(L,\mu_i)$ 称为一次碰撞源项，由下式计算：

$$Q(L,\mu_i)=\frac{\omega}{4\pi}\sum_{j=1}^{N}\omega_j P(\mu_j\rightarrow\mu_i)G(\mu_j)I^0(L,\mu_j) \tag{1.95}$$

1. 二流近似解法

所谓二流近似，是指在方程 (1.93) 中，仅取两个辐射流即 $j=-1$，$j=1$。注意到 $\mu_1=\mu_{-1}=1/\sqrt{3}$，$a_1=a_{-1}=1$，重排方程

(1.93) 中各项，并以 $I^{\uparrow}$ 表示 $I(L,\mu_1)$，$I^{\downarrow}$ 表示 $I(L,-\mu_1)$ 之后，导出：

$$\frac{\mu_1}{G(\mu_1)}\frac{dI^{\downarrow}}{dL}=I^{\downarrow}[1-\omega(1-\beta)]-\omega\beta I^{\uparrow}-\frac{\beta_0\omega}{2\pi}\frac{G(\mu_0)}{G(\mu_1)}\pi F_0\cdot\exp(kL) \tag{1.96}$$

$$\frac{-\mu_{-1}}{G(-\mu_{-1})}\frac{dI^{\uparrow}}{dL}=I^{\downarrow}[1-\omega(1-\beta)]-\omega\beta I^{\uparrow}-\frac{(1-\beta_0)\omega}{2\pi}\frac{G(\mu_0)}{G(-\mu_{-1})}\cdot\pi F_0\cdot\exp(kL) \tag{1.97}$$

方程(1.96)和(1.97)也可写成通量方程。向上和向下通量除以入射辐射通量，得到归一化的辐射通量，即

$$F^{\uparrow}=\frac{2\pi\int_0^1\mu I^{\uparrow}(\mu,L)d\mu}{\pi F_0\mu_0}=\frac{2\pi\mu_1 I^{\uparrow}(\mu_1,L)}{\pi F_0\mu_0} \tag{1.98}$$

$$F^{\downarrow}=\frac{2\pi\int_0^{-1}\mu I^{\downarrow}(\mu,L)d\mu}{\pi F_0\mu_0}=\frac{-2\pi\mu_{-1}I^{\downarrow}(-\mu_{-1},L)}{\pi F_0\mu_0} \tag{1.99}$$

方程(1.96)和(1.97)两端分别乘以 $\frac{2\pi\mu_1}{\pi F_0\mu_0}$ 和 $\frac{-2\pi\mu_1}{\pi F_0\mu_0}$，即得到向上和向下的辐射通量方程：

$$\bar{\mu}\frac{dF^{\uparrow}}{dL}=F^{\uparrow}[1-\omega(1-\beta)]-\omega\beta F^{\downarrow}-\beta_0\omega k\bar{\mu}\exp(kL) \tag{1.100}$$

$$\bar{\mu}\frac{dF^{\downarrow}}{dL}=F^{\downarrow}[1-\omega(1-\beta)]-\omega\beta F^{\uparrow}-(1-\beta_0)\omega k\bar{\mu}\exp(kL) \tag{1.101}$$

式中：

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_1}{G(\mu_1)}$$

$$= -\frac{\mu_1}{G(\mu_{-1})} \tag{1.102}$$

对于入射只是直接太阳辐射的情形，方程的边界条件为：

$$L = 0, F^{\downarrow} = 0 \tag{1.103}$$

$$L = L_T, F^{\uparrow} = \gamma_s(F_{\downarrow} + \exp(-k \cdot L_T)) \tag{1.104}$$

式中 γ_s 是土壤反射率，式(1.104)隐含着土壤表面的反射是各向同性的。对于仅有直接辐射入射的情形，Sellers(1985)用边界条件(1.103)和(1.104)，求得方程(1.100)和(1.101)的解为：

当 $\omega \neq 1$ 时：

$$F^{\uparrow} = [h_1\exp(-kL)]/\sigma + h_2\exp(-hL) + h_3\exp(hL) \tag{1.105}$$

$$F^{\downarrow} = [h_4\exp(-kL)]/\sigma + h_5\exp(-hL) + h_6\exp(hL) \tag{1.106}$$

当 $\omega = 1$ 时

$$F^{\downarrow} = C_2[1 - \exp(-kL)] + \frac{C_1\beta L}{\bar{\mu}} \tag{1.107}$$

$$F^{\uparrow} = C_2[1 - \exp(-kL)] + C_1\left[\frac{\beta L}{\bar{\mu}} + 1\right] + \exp(-kL) \tag{1.108}$$

式中：$b = [1-(1-\beta)\omega]$

$c = \omega\beta$

$d = \omega\bar{\mu}k\beta_0$

$f = \omega\bar{\mu}k(1-\beta_0)$

$h = (b^2-c^2)^{\frac{1}{2}}\bar{\mu}$

$\sigma = (\bar{\mu}k)^2 + c^2 - b^2$

$$h_1=-dp_4-cf$$

$$h_2=\frac{1}{D_1}[(d-\frac{h_1}{\sigma}p_3)(U_1-\bar{\mu}h)/S_1$$
$$-p_2(d-c-\frac{h_1}{\sigma}(U_1+\bar{\mu}k)S_2]$$

$$h_3=-\frac{1}{D_1}[(d-\frac{h_1}{\sigma}p_3)(U_1+\bar{\mu}h)S_1$$
$$-p_1(d-c-\frac{h_1}{\sigma}(U_1+\bar{\mu}k))S_2]$$

$$h_4=fp_3-cd$$

$$h_5=-\frac{1}{D_2}[\frac{h_4}{\sigma}(U_2+\bar{\mu}h)\frac{1}{S_1}+(U_3-\frac{h_4}{\sigma}(U_2-\bar{\mu}k))S_2]$$

$$h_6=\frac{1}{D_2}[\frac{h_4}{\sigma}(U_2-\bar{\mu}h)S_1+(U_3-\frac{h_4}{\sigma}(U_2-\bar{\mu}k))S_2]$$

$$U_1=b-c/\gamma_s$$

$$U_2=b-c\gamma_s$$

$$U_3=f+c\gamma_s$$

$$S_1=\exp(-hL_T)$$

$$S_2=\exp(-kL_T)$$

$$p_1=b+\bar{\mu}h$$

$$p_2=b-\bar{\mu}h$$

$$p_3=b+\bar{\mu}k$$

$$p_4=b-\bar{\mu}k$$

$$D_1=p_1(\mu_1-\bar{\mu}h)\frac{1}{S_1}-p_2(\mu_1+\bar{\mu}h)S_1$$

$$D_2=(\mu_2+\bar{\mu}h)\frac{1}{S_1}-(\mu_2-\bar{\mu}h)S_1$$

$$C_1=-\frac{[C_2(1-\exp(-kL_T))+\exp(-kL_T)]}{\beta L_T/\bar{\mu}+1}$$

$$C_2=\frac{\bar{\mu}k(1-\beta_0)+\beta}{\bar{\mu}k}$$

表 1.6 列出不同情况下，由二流近似得到的冠层反射率的计

算式。

表 1.6　冠层反射率的二流近似解

$\omega \neq 1$	$A_c = \dfrac{E[1-\exp(2SL_T/\mu_0)]}{1-E^2\exp(2SL_T/\mu_0)}$
$\omega = 1$	$A_c = \dfrac{bL_T/\lvert\mu_0\rvert}{1+bL_T/\lvert\mu_0\rvert}$
$L_T \to \infty$	$A_c = \dfrac{\omega\bar{\mu}k[1-2(\beta_0-1)\beta_1]}{(\beta_2+\bar{\mu}k)(1+\beta_1)}$

表中：$E=(\gamma-S)/(\gamma+S)$

$\gamma=1-\omega f+\omega b$

$S=[(1-\omega f)^2-\omega^2 b^2]^{0.5}$

$f=0.5\int_0 p(\mu_s)d\mu_s$

$\mu_s=|\Omega\cdot\Omega'|$

其它参数如前述定义。

对于入射辐射只是漫射辐射的情形，方程(1.100)和(1.101)的边界条件可写为：

$$L=0, F^{\uparrow}=1 \tag{1.109}$$

$$L=L_T, F^{\uparrow}=\gamma_s F^{\downarrow} \tag{1.110}$$

方程则变为：

$$\bar{\mu}\frac{dF^{\uparrow}}{dL}=F^{\uparrow}[1-\omega(1-\beta)]-\omega\beta F^{\downarrow} \tag{1.111}$$

$$-\bar{\mu}\frac{dF^{\downarrow}}{dL}=F^{\uparrow}[1-\omega(1-\beta)]-\omega\beta F^{\downarrow} \tag{1.112}$$

其解为(Sellers，1985)：

$$F^{\uparrow}=h_7\exp(-hL)+h_8\exp(hL) \tag{1.113}$$

$$F^{\downarrow}=h_9\exp(-hL)+h_{10}\exp(hL) \tag{1.114}$$

式中：$h_7=\frac{c}{D_1}(U_1-\bar{\mu}h)\frac{1}{S_1}$

$$h_8=-\frac{c}{D_1}(U_1+\bar{\mu}h)S_1$$

$$h_9=\frac{1}{D_2}(U_2+\bar{\mu}h)\frac{1}{S_1}$$

$$h_{10}=-\frac{1}{D_2}(U_2-\bar{\mu}h)S_1$$

其他参数如前述定义

2. 离散纵标—有限差分方法

离散纵标—有限差分方法是求解方程(1.86)的一种常用方法，Liou(1980)和 Myneni 等(1988,1989)都曾介绍过。该法把辐射流分成 N 个离散方向($N=2$ 相应于二流近似)，把冠层分成 K 层。原则上，N 和 K 越大，结果越精确。为了引进离散纵标法，我们把方程(1.86)稍微改变一下形式写成(只讨论方位角平均的方程，关于完整方程的离散纵标—有限差分方法详见 Myneni 等(1989)。

$$\frac{\mu}{G(\mu)}\frac{dI(L,\mu)}{dL}=I(L,\mu)-J(L,\mu)-Q_1(L,\mu) \tag{1.115}$$

式中 $J(L,\mu)=\frac{\omega}{2}\int_{-1}^{1}I(L,\mu')P(\mu,\mu')\frac{G(\mu')}{G(\mu)}d\mu'$ 是多次散射造成的漫射辐射源项；$Q_1(L,\mu)$ 是一次碰撞(单次散射)而产生的漫射辐射源项。

为了数值计算方便，采用与(1.84)～(1.89)式相同的处理方法，把冠层底部($L=L_T$ 处)的边界条件考虑到方程中去。为此，太阳直接辐射中未被碰撞的部分被土壤表面反射后形成的地面反射辐射强度可写成：

$$\int_0^1\mu I_r(\mu)d\mu=-\gamma_s\mu_0I_0\exp\{G(\mu_0)L_T/\mu_0\} \tag{1.116}$$

式中 γ_s 是土壤半球反射率，负号是因为 μ_0 为负值才加上去的，以

保证 I_γ 为正值。假定土壤反射辐射是各向同性的，则

$$I_\gamma = -2\gamma_s\mu_0 I_0 \exp\{G(\mu_0)L_T/\mu_0\} \tag{1.117}$$

I_γ 向上经过冠层时，与叶片碰撞再次产生散射辐射使冠层内各点各方向的漫射辐射强度增加，冠层内 L 处 μ 方向增加的量为：

$$Q_2(L,\mu) = \frac{\omega}{4} I_\gamma \int_0^1 P(\mu,\mu') \frac{G(\mu')}{G(\mu)} \exp\{-G(\mu')(L_T - L)/\mu'\} d\mu' \tag{1.118}$$

因此，方程(1.115)变为：

$$\frac{\mu}{G(\mu)} \frac{dI(L,\mu)}{dL} = I(L,\mu) - J(L,\mu) - Q(L,\mu) \tag{1.119}$$

式中 $Q(L,\mu)=Q_1(L,\mu)+Q_2(L,\mu)$

现在采用离散纵标—有限差分法对方程(1.119)进行数值求解。为此，先将角度变量 μ 离散化。把 μ 分成 N 个独立方向($\mu_i;i=1,2,\cdots,N$)，分别求算出各方向上的辐射强度 $I(L,\mu_i)$，方程(1.119)中的 J 和 Q 项可用高斯求积公式进行数值积分。因此，μ 的 N 个离散点 $\{\mu_i,i=1,2,\cdots,N\}$ 可取为高斯求积节点(见表1.5)。据此，方程(1.119)变为：

$$\frac{\mu_i}{G(\mu_i)} \frac{dI(L,\mu_i)}{dL} = I(L,\mu_i) - J(L,\mu_i) - Q(L,\mu_i) \tag{1.120}$$

$i=1,2,\cdots,N$

式中散射源项为：

$$J(L,\mu_i) = \frac{\omega}{2} \sum_{j=1}^{n} a_j I(L,\mu_j) P(\mu_i,\mu_j) \frac{G(\mu_j)}{G(\mu_i)} \tag{1.121}$$

$$Q(L,\mu_i) = \frac{\omega}{4} P(\mu_i,\mu_0) \frac{G(\mu_0)}{G(\mu_i)} I_0 \exp\{G(\mu_0)L/\mu_0\} + \frac{\omega}{4} I_\gamma$$

$$\times \sum_{j=N/2+1}^{N} a_j P(\mu_i,\mu_j)\ \frac{G(\mu_j)}{G(\mu_i)}\exp\{-G(\mu_i)(L_T-L)/\mu_j\} \tag{1.122}$$

除某些特殊情况，如各向同性散射，可得到方程(1.120)的解析解外(Liou,1980)，绝大多数情况是难于求得其解析解的。因而需通过离散空间变量 L 使之变成有限差分方程来求其数值解。把区间$[0,L_T]$分成一组空间结点 L_k，冠层上边界($z=0$)取 $L=L_1$，底部边界($z=Z_T$)取 $L=L_{k+1}$，即相当于把冠层分成 K 层来计算。空间导数项由有限差分近似变为：

$$\frac{d}{dL}I(L_{k+\frac{1}{2}},\mu_i)=\frac{I(L_{k+1},\mu_i)-I(L_k,\mu_i)}{\Delta_{k+\frac{1}{2}}} \tag{1.123}$$

式中 $L_{k+\frac{1}{2}}=\dfrac{L_k+L_{k+1}}{2}$，$\Delta_{k+\frac{1}{2}}=L_{k+1}-L_k$

将(1.123)代入(1.120)得：

$$\begin{aligned}&\frac{\mu_i}{G(\mu_i)\Delta_{k+\frac{1}{2}}}\{I(L_{k+1},\mu_i)-I(L_k,\mu_i)\}\\&\quad=I(L_{k+\frac{1}{2}},\mu_i)-J(L_{k+\frac{1}{2}},\mu_i)-Q(L_{k+\frac{1}{2}},\mu_i)\end{aligned} \tag{1.124}$$

$k=1,2,\cdots,K;i=1,2,\cdots,N$

为减少(1.124)中未知量数，必须假定单元边缘的辐射强度与单元中心强度之间的关系。一般情况下，假定：

$$I(L_{k+\frac{1}{2}},\mu_i)=[I(L_k,\mu_i)+I(L_{k+1},\mu_i)]/2 \tag{1.125}$$

上式代入(1.124)得：

$$\begin{aligned}&\frac{\mu_i}{G(\mu_i)\Delta_{k+\frac{1}{2}}}\{I(L_{k+1},\mu_i)-I(L_k,\mu_i)\}\\&\quad=0.5\{I(L_k,\mu_i)+I(L_{k+1},\mu_i)\}\\&\qquad-J(L_{k+\frac{1}{2}},\mu_i)-Q(L_{k+\frac{1}{2}},\mu_i)\end{aligned} \tag{1.126}$$

$i=1,2,\cdots,N;k=1,2,\cdots,K$。方程(1.126)有 $K\times N$ 个方程，

有 $K\times N$ 个未知数 $I(L_k,\mu_i)$。其解为：

$$I(L_{k-1},\mu_i)=a_iI((L_k,\mu_i)-c_iS(L_{k-\frac{1}{2}},\mu_i),\text{对于 }\mu_i<0 \tag{1.127}$$

$$I(L_k,\mu_i)=\frac{1}{a_i}I(L_{k+1},\mu_i)+b_iS(L_{k-\frac{1}{2}},\mu_i),\text{对于 }\mu_i>0 \tag{1.128}$$

式中：

$$a_i=\left\{1+\frac{G(\mu_i)\Delta_{k+\frac{1}{2}}}{2\mu_i}\right\}/\left\{1-\frac{G(\mu_i)\Delta_{k+\frac{1}{2}}}{2\mu_i}\right\} \tag{1.129}$$

$$b_i=\left\{\frac{G(\mu_i)\Delta_{k-\frac{1}{2}}}{\mu_i}\right\}/\left\{1+\frac{G(\mu_i)\Delta_{k-\frac{1}{2}}}{2\mu_i}\right\} \tag{1.130}$$

$$c_i=\left\{\frac{G(\mu_i)\Delta_{k-\frac{1}{2}}}{\mu_i}\right\}/\left\{1-\frac{G(\mu_i)\Delta_{k+\frac{1}{2}}}{2\mu_i}\right\} \tag{1.131}$$

$$S(L_{k-\frac{1}{2}},\mu_i)=J(L_{k-\frac{1}{2}},\mu_i)-Q(L_{k+\frac{1}{2}},\mu_i) \tag{1.132}$$

方程(1.127)和(1.128)分别用于计算向下强度($\mu_i<0$)和向上强度($\mu_i>0$)。

给定边界条件以及叶片透射系数 t_L、反射系数 γ_L、土壤反射率 γ_s、冠层叶面积指数 L_T，叶角分布函数、太阳高度角及入射辐射量，即可求出冠层辐射输送方程的数值解。

求解主要步骤如下：

(1)由上边界条件确定 $I(L_1,\mu_i)$，然后用方程(1.127)逐层向下推算，求得 $I(L_k,\mu_i)(k=2,\cdots,K+1;i=1,\cdots,N/2)$。第一次迭代时取源项 $J(L_{k-\frac{1}{2}},\mu_i)$ 为零。

(2)在土壤界面上计算土壤的反射辐射强度。假定土壤反射是各向同性的，则由(1.83)式得

$$I(L_{k+1},\mu_i) = -2\gamma_s \int_{-1}^{0} \mu I(L_{k+1},\mu)d\mu \qquad (1.133)$$

(3)用方程(1.128)逐层向上计算,求得 $I(L_k,\mu_i)(k=K,\cdots,l;i=N/2+1,\cdots,N$。第一次迭代时,取源项 $J(L_{k-\frac{1}{2}},\mu_i)$ 为零。

(4)根据第1步和第3步求得的 $I(L_k,\mu_i)$,用方程(1.121)、(1.122)计算源项 $J(L_{k+\frac{1}{2}},\mu_i)$ 和 $Q(L_{k+\frac{1}{2}},\mu_i)(k=1,\cdots,K;i=1,\cdots,N)$,其中 $I(L_{k-\frac{1}{2}},\mu_i)$ 用(1.125)计算。然后用(1.132)计算 $S(L_{k-\frac{1}{2}},\mu_i)$。

(5)为加速收敛,可用下面公式加速迭代过程:

$$J_{t+1}(L_{k-\frac{1}{2}},\mu_i) = J_{t+1}(L_{k-\frac{1}{2}},\mu_i) + \gamma[J_{t+1}(L_{k-\frac{1}{2}},\mu_i) - J_t(L_{k-\frac{1}{2}},\mu_i)] \qquad (1.134)$$

式中 $\gamma\in(0,1)$,是迭代时输入的加速参数,J_{t+1} 是指第 $t+1$ 步的 J 值,J_t 是指第 t 步的 J 值。

(6)检查收敛情况。只要检查向上和向下的辐射强度在 $t+1$ 步与 t 步的差值是否小于给定误差限就可以了,即收敛条件为:

$$|I_{t+1}(L_1,\mu_i) - I_t(L_1,\mu_i)|/I_{t-1}(L_1,\mu_i) \leqslant \varepsilon,\mu_i > 0$$
$$|I_{t+1}(L_{k-1},\mu_i) - I_t(L_{k+1},\mu_i)|/I_{t+1}(L_{k+1},\mu_i)) \leqslant \varepsilon,\mu_i \leqslant 0 \qquad (1.135)$$

(7)如果迭代未满足精度要求,则重复第1步。

(8)如果迭代已满足精度要求,则计算土壤反射辐射穿过冠层时未碰撞部分的辐射强度,并迭加到已经算出的向上的辐射强度中。例如,上边界的向上的辐射强度为:

$$I(L_1,\mu_i) = I(L_1,\mu_i) - I_T\exp(-G(\mu_i)L_T/\mu_i),\mu_i > 0 \qquad (1.136)$$

(9)求得 $I(L_k,\mu_i)$ 后,可根据下列定义分别求得冠层的反射率、透射率和吸收率。

冠层反射率:

$$\gamma_c = \frac{F^{\uparrow}}{\pi\mu_0 F_0} = 2\pi\int_0^1 I(L_1,\mu)\mu d\mu = 2\pi\sum_{i=N/2+1}^{N} I(L_1,\mu_i)\mu_i,\ \mu_i > 0 \tag{1.137}$$

冠层透射率(漫射部分)：

$$\begin{aligned} t_{cf} &= \frac{F^{\downarrow}}{\pi\mu_0 F_0} \\ &= 2\pi\int_0^{-1} I(L_{k-1},\mu)\mu d\mu \\ &= 2\pi\sum_{i=1}^{N/2} I(L_{k-1},\mu_i)\,|\mu_i|,\ \mu_i < 0 \end{aligned} \tag{1.138}$$

冠层直接辐射透射率：

$$t_{cd} = \exp(G(\mu_c)L_T/\mu_0) \tag{1.139}$$

冠层总的透射率：

$$t_c = t_{cf} + t_{cd} \tag{1.140}$$

冠层吸收率：

$$\alpha_c = 1 - \gamma_c - t_c \tag{1.141}$$

1.3.4 简化模式

植物冠层深度 L 处水平面上向下的太阳总辐射通量(S_t)由三个部分组成：未变性的直接辐射(S_b)和散射辐射(S_d)以及由于叶面和地面的散射形成的补充辐射(S_c)。虽然 S_t 可通过求解辐射输送方程而获得，但没有必要在各种情况下都使用这些复杂模式。有时应用一些简化模式也能满足要求。

当叶子为黑体，且入射辐射仅为直接辐射时，根据 Beer 定律，冠层内向下的辐射通量呈指数衰减，即

$$S_{tb} = S_{tb0}\exp(-kL) \tag{1.142}$$

式中 S_{b0} 是到达冠层顶部水平面上的直接辐射通量；k 是消光系数，由下式计算：

$$k = \frac{G(\beta)}{\sin\beta} \tag{1.143}$$

其中 β 是太阳高度角。

当叶子为非黑体时，叶子的散射作用就会产生所有方向的辐射。这时需要求解辐射输送方程才能获得冠层内的辐射通量廓线。但是，计算表明，这种情况下冠层内向下的辐射通量廓线仍然很接近于指数廓线，这时消光系数可由下式近似给出(Goudriaan，1977)

$$k = \frac{G(\beta)}{\sin\beta}(1-\omega)^{0.5} \tag{1.145}$$

式中 ω 是叶子的散射系数。

如果入射辐射仅为散射辐射，则冠层内向下的辐射通量廓线可表示为：

$$S_{td} = \int_{2\pi} S_d(\Omega)\exp\{-k(\Omega)L\}d\Omega \tag{1.146}$$

式中 $S_d(\Omega)$ 是 Ω 方向上的辐射强度。对于各向同性的天空散射辐射，$S_d(\Omega)$ 等于常数，上式变为：

$$S_{td} = S_{d0}\int_0^{\pi/2} 2\sin\beta\cos\beta\exp\{-k(\beta)L\}d\beta \tag{1.147}$$

式中 S_{d0} 为天空散射辐射强度。上式以 10 度为间距进行数值积分得：

$$S_{td} \approx S_{d0}\sum_{i=1}^{9} B_i\exp(-k(\beta_i)L) \tag{1.148}$$

式中 B_i 和 β_i 由表 1.7 给出。

表 1.7　B_i 和 β_i 的取值

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
β_i(度)	5	15	25	35	45	55	65	75	85
B_i	0.030	0.087	0.133	0.163	0.174	0.163	0.133	0.087	0.030

当入射辐射既有直接辐射亦有散射辐射时，冠层内的总辐射

通量是直接辐射通量廓线与散射辐射通量廓线的叠加，即：

$$S_t = S_{tb} + S_{td} \tag{1.149}$$

1.3.5 模式检验

图 1.6 是二流近似模式计算的冠层反射率与实测值的比较，

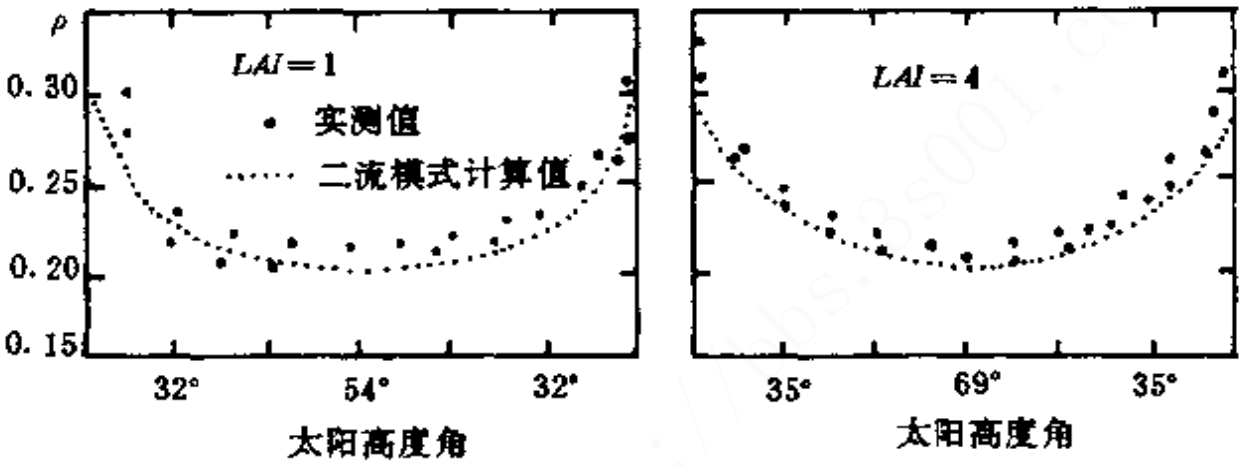


图 1.6 小麦田上方实测太阳辐射反射率与二流近似模式计算值的比较(叶子对可见光的反射率 $\rho_l=0.105$、透射率 $\tau_l=0.070$，对近红外光的反射率 $\rho_l=0.577$、透射率 $\tau_l=0.248$。土壤对可见光的反射率 $\rho_{ss}=0.15$，对近红外光的反射率 $\rho_{ss}=0.30$。实测资料取自周永华等(1987)，叶面积资料取自董振国(1987)，叶角分布取为随机分布)

可见吻合程度相当好。

图 1.7 是各种模式计算的冠层内向下辐射通量廓线与实测值的比较。虽然八流近似获得的辐射传输方程的近似解吻合得最好，但简化模式（1.142）也具有很高的精度。

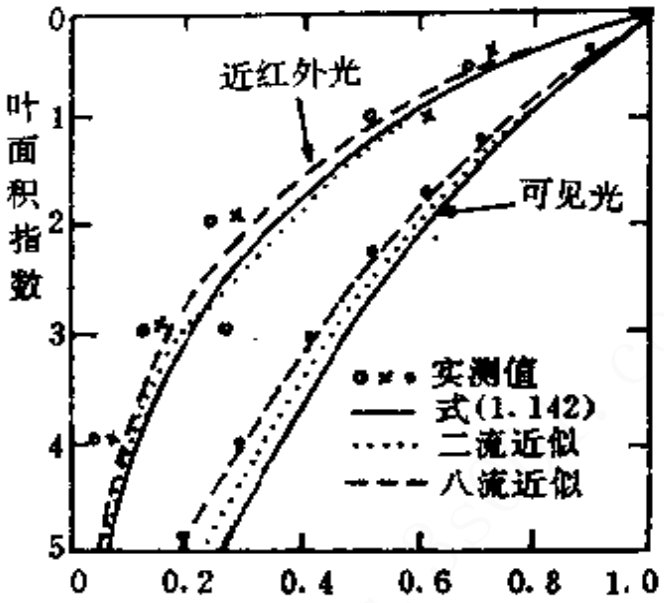


图 1.7 冠层消光廓线计算值与实测值的比较（向日葵，对于可见光 $\omega=0.2$，对于近红外光 $\omega=0.8$，叶角随机分布，太阳高度角为 60°，实测资料取自 Ross(1975)）

1.4 冠层长波辐射输送

冠层长波辐射输送理论与短波是不同的，因为叶片对长波辐射的散射可以忽略，而从叶片和植物其它部分所放射的长波辐射则必须考虑。

在方程(1.74)中，忽略一次散射和多次散射源项，并加入植物叶片发射的长波辐射项，得到冠层长波辐射传输方程为：

$$\frac{dI(\tau,\Omega)}{d\tau}=\frac{G(\Omega)}{\mu}I(\tau,\Omega)-\frac{G(\Omega)}{\mu}B(T_c,\Omega) \quad (1.150)$$

式中 τ 是由冠层向下累计的叶面积指数，$B(T_c,\Omega)$ 是温度为 T_c 的叶片发射的长波辐射强度，可由普朗克函数在整个波长域上积分而得。

对于边界在 $\tau=0$ 和 $\tau=L_T$ 的冠层，方程(1.150)可以求解并给出向上和向下的辐射强度。为了得到 L 处(L 也是向下累计的叶面积指数)向下的辐射强度($\mu<0$)，用因子 $\exp\left[\frac{G(\Omega)}{\mu}(L-\tau)\right]$ 同乘以方程(1.150)两边，且对 $d\tau$ 从 0 至 L 积分得：

$$\int_0^L d\left\{I(\tau,\Omega)\cdot\exp\left[\frac{G(\Omega)}{\mu}(L-\tau)\right]\right\}$$
$$=-\int_0^L\frac{G(\Omega)}{\mu}B(T_c,\Omega)\exp\left[\frac{G(\Omega)}{\mu}(L-\tau)\right]d\tau \tag{1.151}$$

因而

$$I(L,\Omega)=I(0,\Omega)\exp\left[\frac{G(\Omega)}{\mu}L\right]-\int_0^L\frac{G(\Omega)}{\mu}B(T_c,\Omega)$$
$$\times\exp\left[\frac{G(\Omega)}{\mu}(L-\tau)\right]d\tau,\quad -1\leqslant\mu<0 \tag{1.152}$$

式中 $I(0,\Omega)$ 是 $\tau=1$ 处向下的辐射强度，可取为到达冠层顶部的大气长波辐射强度。

同理，为了得到 L 处向上的辐射强度($\mu>0$)，用因子 $\exp\left[\frac{G(\Omega)}{\mu}(L-\tau)\right]$ 同乘以方程(1.150)两边，且对 $d\tau$ 从 L 至 L_T 积分得：

$$I(L,\Omega)=I(L_T,\Omega)\exp\left[-\frac{G(\Omega)}{\mu}(L_T-L)\right]+\int_L^{L_T}\frac{G(\Omega)}{\mu}B(T_c,\Omega)$$
$$\times\exp\left[\frac{G(\Omega)}{\mu}(L-\tau)\right]d\tau,\quad 1\geqslant\mu\geqslant 0 \tag{1.153}$$

式中 $I(L_T,\Omega)$ 是 $\tau=L_T$ 处向上的辐射强度，可取为地表面向上发射的长波辐射强度。

定义冠层内 L 处向下的长波辐射通量和向上的长波辐射通量为：

$$F_L^{\downarrow}(L) = \int_0^{2\pi} \int_0^{1} I(L,\Omega)\mu d\mu d\varphi \tag{1.154}$$

$$F_L^{\uparrow}(L) = \int_0^{2\pi} \int_0^{1} I(L,\Omega)\mu d\mu d\varphi \tag{1.155}$$

并假定大气、植物及地表面发射的长波辐射都是各向同性的，则由(1.152)和(1.153)式可得：

$$F_L^{\downarrow}(L) = \frac{F_I^{\downarrow}(0)}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{-1} \exp\left(\frac{G(\Omega)}{\mu}L\right)\mu d\mu d\varphi - \int_0^{L} \left\{\frac{\sigma T_c^4}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{-1} \frac{G(\Omega)}{\mu}\exp\left[\frac{G(\Omega)}{\mu}(L-\tau)\right]\mu d\mu d\varphi\right\} d\tau \tag{1.156}$$

$$F_L^{\uparrow}(L) = \frac{F_L^{\uparrow}(I_T)}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{1} \exp\left[-\frac{G(\Omega)}{\mu}(L_T - L)\right]\mu d\mu d\varphi + \int_L^{L_T} \left\{\frac{\sigma T_c^4}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{1} \frac{G(\Omega)}{\mu}\exp\left[\frac{G(\Omega)}{\mu}(L-\tau)\right]\mu d\mu d\varphi\right\} d\tau \tag{1.157}$$

假定 $G(\Omega)$ 仅与 μ 有关，则(1.156)、(1.157)式变为：

$$F_L^{\downarrow}(L) = 2F_L^{\downarrow}(0) \int_0^{-1} \exp\left(\frac{G(\mu)}{\mu}L\right)\mu d\mu - \int_0^{L} \left\{2\sigma T_c^4 \int_0^{-1} \frac{G(\mu)}{\mu}\exp\left[\frac{G(\mu)}{\mu} * (L-\tau)\right]\mu d\mu\right\} d\tau \tag{1.158}$$

$$F_L^{\uparrow}(L) = 2F_L^{\uparrow}(L) \int_0^{1} \exp\left[-\frac{G(\mu)}{\mu}(L_T - L)\right]\mu d\mu + \int_L^{LT} \left\{2\sigma T_c^4 \int_0^{1} \frac{G(\Omega)}{\mu}\exp\left[\frac{G(\mu)}{\mu}(L-\tau)\right]\mu d\mu\right\} d\tau \tag{1.159}$$

假定所有的叶子温度 T_c 不随高度变化，即 T_c 为常数，则(1.158)和(1.159)式可简化为：

$$F_L^{\downarrow}(L) = F_L^{\downarrow}(0)\tau_{d1} + \sigma T_c^4(1 - \tau_{d1}) \tag{1.160}$$

$$F_L^{\uparrow}(L) = F_L^{\uparrow}(L_T)\tau_{d2} + \sigma T_c^4(1 - \tau_{d2}) \tag{1.161}$$

式中

$$\tau_{d1} = 2\int_0^1 \exp\left[-\frac{G(\mu)}{\mu}L\right]\mu d\mu \tag{1.162}$$

$$\tau_{d2} = 2\int_0^1 \exp\left[-\frac{G(\mu)}{\mu}(L_T - L)\right]\mu d\mu \tag{1.163}$$

分别为向下和向上的散射辐射的透过率。

对于水平叶层 $G(\mu) = |\mu|$，式(1.158)和(1.159)可简化为

$$F_L^{\downarrow}(L) = F_L^{\downarrow}(0)\exp(-L) + \int_0^L \sigma T_c^4 \exp[-(L - \tau)]d\tau \tag{1.164}$$

$$F_L^{\uparrow}(L) = F_L^{\uparrow}(L_T)\exp[-(L_T - L) + \int_L^{LT} \sigma T_c^4 \exp[(L - \tau)]d\tau \tag{1.165}$$

结合(1.164)和(1.165)式，可得冠层 L 处的长波净辐射 R_{Ln} 为

$$\begin{aligned} R_{Ln} &= F_L^{\downarrow}(L) - F_L^{\uparrow}(L) \\ &= -(\sigma T_c^4 - F_L^{\downarrow}(0))\tau_{d1} - (F_L^{\uparrow}(L_T) - \sigma T_c^4)\tau_{d2} \end{aligned} \tag{1.166}$$

多数情况下 $F_L^{\downarrow}(0) < \sigma T_c^4$。对于密植群丛，$F_L^{\uparrow}(L_T) \approx \sigma T_c^4$，因而密集群丛 R_L 为负数，并与叶片和大气的长波辐射之差成比例，比例系数 τ_{d1} 仅决定于群丛结构。

1.5 冠层内的净辐射通量密度

冠层内 L 处的净辐射通量密度定义为：

$$R_n(L) = F_s^{\downarrow}(L) - F_s^{\uparrow}(L) + F_L^{\downarrow}(L) - F_L^{\uparrow}(L) \quad (1.167)$$

式中 $F_s^{\downarrow}(L)$ 和 $F_s^{\uparrow}(L)$ 是向下和向上的总短波辐射通量密度，$F_L^{\downarrow}(L)$ 和 $F_L^{\uparrow}(L)$ 是向下和向上的总长波辐射通量密度。为了计算 $R_n(L)$，必须先计算出 $F_s^{\downarrow}(L)$、$F_s^{\uparrow}(L)$、$F_L^{\downarrow}(L)$ 和 $F_L^{\uparrow}(L)$ 在冠层内的分布。

在冠层上方，若冠层对短波辐射的反射率为 ρ，则(1.167)式变为：

$$R_n(0) = F_s^{\downarrow}(0)(1-\rho) + F_L^{\downarrow}(0) - F_L^{\uparrow}(0) \quad (1.168)$$

前述表明精确计算 $R_n(L)$ 的理论公式是很复杂的，特别是需要进行大量的数值计算，需要有计算机才能进行，所以有时计算净辐射常采用经验公式。下列指数公式

$$R_n(L) = R_n(0)\exp(-kL) \quad (1.169)$$

与实验数据非常一致。式中经验系数 k 变化于 0.4～0.6 之间，与冠层结构、太阳高度角等因素有关。许多实际工作中，广泛采用(1.169)式。

第二章　大气近地面层的湍流输送

大气近地面层是指地表面以上，20～100 米高度以下的大气底层。大气和地表面之间的热量、动量和水汽交换在很大程度上是由近地面层中的各种过程来调整的。近地面层气流实质上是固体壁附近的可压缩湍流气流。由 Navier-Stokes 方程可导出这种湍流气流所满足的动力学方程组。但如果不对方程中的一些高阶项引入经验假定，则所导出的方程组是不闭合的。因此，近地面层中的许多问题归根到底是研究对高阶项的闭合方法。

略去近地面层湍流运动方程中量级较小的项后，可以导出近地面层铅直向湍流通量随高度不变性质，本世纪 50 年代以来的大量观测试验结果表明，这是近地面层的一个重要性质。近地面层湍流输送理论是以这个性质为基础建立的。

2.1　近地面层湍流运动方程

2.1.1　大气运动的基本方程组

描述流体运动的基本方程组由三个动量守恒方程(Navier-Stokes 方程)、一个质量守恒方程(连续性方程)、一个热力学能量守恒方程和一个状态方程所组成。这六个方程再加上水汽守恒方程构成了描述风速、气压、气温、空气密度以及比湿随空间坐标和时间变化的完整方程系统。就大气边界层问题而言，通常采用的是上述方程系统在 Boussinesq 假定下导出的简化方程组。把绝热、

静止、干燥大气取为参考状态，则 Boussinesq 方程可变为(Busch，1973)：

动量守恒方程：

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{gT}{T_0}\delta_{i3}\nu_0\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j\partial x_j}-2\Omega\varepsilon_{ijk}\eta_j u_k \tag{2.1}$$

连续性方程：

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}=0 \tag{2.2}$$

热力守恒量方程：

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u_j\frac{\partial T}{\partial x_j}=k_0\frac{\partial^2 T}{\partial x_j\partial x_j} \tag{2.3}$$

状态方程：

$$\frac{\rho}{\rho_0}=-\frac{T}{T_0} \tag{2.4}$$

水汽守恒方程：

$$\frac{\partial q}{\partial t}+u_j\frac{\partial q}{\partial x_j}=D_0\frac{\partial^2 q}{\partial x_j\partial x_j} \tag{2.5}$$

上述式中采用了标准的张量记号；η 是平行于地球自转轴的单位矢量：

$$\eta=\{\cos\varphi\sin\alpha,\cos\varphi\cos\alpha,\sin\varphi\} \tag{2.6}$$

其中 φ 是地理纬度，α 是南北线与 x_2 轴之间的夹角；δ_{ij} 由下式定义：

$$\delta_{ij}=\begin{cases}1 & \text{当 } i=j \text{ 时}\\ 0 & \text{当 } i\neq j \text{ 时}\end{cases} \tag{2.7}$$

ε_{ijk} 是交错张量，定义为：

$$\varepsilon_{ijk}=\begin{cases}1,\text{当}(i,j,k)=(1,2,3),(2,3,1)\text{ 或}(3,1,2)\text{ 时}\\ 0,\text{当 } i,j,k \text{ 不是完全不同时}\\ -1,\text{当}(i,j,k)=(3,2,1),(2,1,3)\text{ 或}(1,3,2)\text{ 时}\end{cases} \tag{2.8}$$

Ω是地球自转角速度；g是重力加速度；ν_0、k_0和D_0分别是参考状态温度T_0和气压P_0下空气的粘性系数、热扩散系数以及水汽分子扩散系数(见表3.1)；u_i、T、p、ρ和q分别由下列各式定义：

$$\begin{aligned} u_i &= \tilde{u}_i - u_{i0} \\ T &= \widetilde{T} - T_0 \\ P &= \widetilde{P} - P_0 \\ \rho &= \widetilde{\rho} - \rho_0 \\ q &= \widetilde{q} - q_0 \end{aligned} \tag{2.9}$$

其中$\tilde{u}_i$、$\widetilde{T}$、$\widetilde{p}$、$\widetilde{\rho}$和$\widetilde{q}$分别是实际大气的风速、气温、气压、密度和比湿；u_{i0}、T_0、p_0、ρ_0和q_0是参考大气的风速、气温、气压、密度和比湿，它们满足如下绝热、静止、干燥大气方程组：

$$\begin{aligned} p_0 &= \rho_0 R T_0 \\ \frac{\partial p_0}{\partial x_i} &= -\rho_0 G \delta_{i3} \\ \frac{\partial T_0}{\partial x_i} &= -\frac{g\delta_{i3}}{Cp} \\ u_{i0} &= 0 \\ q_0 &= 0 \end{aligned} \tag{2.10}$$

式中R是干空气气体常数，Cp是干空气的定压比热。

2.1.2 平均流方程

大气运动是高度湍流性质的，$U(X,t)$、$T(X,t)$、$P(X,t)$、$\rho(X,t)$和$q(X,t)$都是随机场，它们所满足的方程组(2.1)～(2.5)事实上是随机微分方程．至今为止，我们仍无法确切地研究这些物理量场在(X,t)上的分布，甚至连它们在(X,t)上的概率分布也尚不可能完全求出。与一般概率论中的方法相同，做为第一步我们

还只能研究它们的一些数字特征，最简单的就是其中的一阶矩或数学期望，也就是平均场的时空分布问题。

上述意义中的平均值需要在固定不变的外界条件下从状态的大量取样中获得(即总体平均)。但实际上只能按时间或空间取平均。对于各态历经过程，按时间平均或按空间平均与总体平均是恒等的。气象场一般都随时间变化，并不完全具有各态历经性，但只要在作时间平均或空间平均时，平均的时间尺度或平均的空间尺度取得合适，其效果仍近似与总体平均相当。大部分气象观测是在空间固定点上进行的，因而求时间平均比求空间平均要容易得多。

令于$\overline{f}(X,t)$为$f(X,t)$对时间的平均值，即：

$$\overline{f}(X,t)=\frac{1}{2}\int_{t-\tau/2}^{t+\tau/2}f(X,t)dt \tag{2.11}$$

式中τ是平均时间，其取值一方面要比湍流的脉动周期大得多，以便得到稳定的平均值，一方面又要比流动作不定常运动的特征时间要小得多．也就是说，经过(2.11)的平滑运算后，既要把湍流造成的脉动滤掉，又要把非湍流造成的周期性或非周期性变化保留下来．在近地面层中，大量的观测资料表明，这样的平均时间是存在的，其值约为12小时左右(莱赫特曼，1982)。

为了研究平均流的特征，我们引入雷诺约定：

$$\begin{aligned}
u_i&=\overline{u}_i+u_i' \quad , \quad \overline{u}_i'=0\\
T&=\overline{T}_i+T' \quad , \quad \overline{T}'=0\\
p&=\overline{p}+p' \quad , \quad \overline{p}'=0\\
\rho&=\overline{\rho}+\rho' \quad , \quad \overline{\rho}'=0\\
q&=\overline{q}+q' \quad , \quad \overline{q}'=0
\end{aligned} \tag{2.12}$$

上式等价于把流场分解为平均和脉动两部分，脉动量的平均值等于零。

把(2.12)式代入(2.1)～(2.5)，并进行平均，则得平均流运动方程为：

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t}+\overline{u}_j\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i}-\frac{\partial(\overline{\rho_0 u_i' u_j'})}{\rho_0 \partial x_j}+\upsilon_0\frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_j \partial x_j}+\frac{g\overline{T}\delta_{ij}}{T_0}-2\Omega\varepsilon_{ijk}\eta_j\overline{u}_k \tag{2.13}$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i}=0 \tag{2.14}$$

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t}+\overline{u}_j\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j}=-\frac{\partial \overline{T'u_j'}}{\partial x_j}+k_0\frac{\partial^2 \overline{T}}{\partial x_j \partial x_j} \tag{2.15}$$

$$\frac{\overline{\rho}}{\rho_0}=\frac{\overline{T}}{T_0} \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial \overline{q}}{\partial t}+\overline{u}_j\frac{\partial \overline{q}}{\partial x_j}=-\frac{\partial \overline{q'u_j'}}{\partial x_j}+D_0\frac{\partial^2 \overline{q}}{\partial x_j \partial x_j} \tag{2.17}$$

与(2.1)～(2.5)式相比,(2.13)～(2.17)式中多出了由于湍流脉动引起的$-\rho_0\overline{u_i'u_j'}$、$C_p\rho_0\overline{T'u_j'}$和$\overline{q'u_j'}$项,它们分别称为湍流动量通量(雷诺应力)、湍流热通量和湍流水汽通量。显然,空间固定点的雷诺应力可以从脉动速度分量的同步测量来计算,而湍流热通量或湍流水汽通量则可以从速度与温度或水汽的同步测量来计算。

2.1.3 湍流通量方程

瞬时方程(2.1)～(2.5)减去时间平均方程(2.13)～(2.17)得到脉动量方程。用u_i'、u_k'分别乘以关于u_k'、u_i'的脉动方程,并将得到的两个方程相加,再取时间平均即可得到空间某一点的速度二阶中心矩$\overline{u_i'u_k'}$的方程为:

$$\underbrace{\frac{\partial \overline{u_i'u_k'}}{\partial t}}_{A}+\underbrace{\overline{u}_j\frac{\partial \overline{u_i'u_k'}}{\partial x_j}}_{B}=\underbrace{-\overline{u_i'u_j'}\frac{\partial \overline{u}_k}{\partial x_j}-\overline{u_k'u_j'}\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}}_{C}\underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_i'u_j'u_k'})}_{D}$$
$$\underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\overline{p'u_k'}}{\rho_0}\right)-\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\overline{p'u_i'}}{\rho_0}\right)}_{E}$$

$$+\underbrace{\frac{p'}{\rho_0}\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_k}+\frac{\partial u_k'}{\partial x_i}\right)}_{F}$$

$$+\underbrace{\frac{g}{T_0}(\delta_{i2}\overline{u_k'T'}+\delta_{k3}\overline{u_i'T'})}_{G}$$

$$+\underbrace{\upsilon_0\frac{\overline{\partial^2 u_i'u_k'}}{\partial x_j^2}}_{H}-\underbrace{2\upsilon_0\frac{\overline{\partial u_i'}}{\partial x_j}\frac{\overline{\partial u_k'}}{\partial x_j}}_{I}$$

$$-\underbrace{2\Omega(\epsilon_{ijl}\eta_j\overline{u_l'u_k'}+\epsilon_{ijl}\eta_j\overline{u_l'u_i'})}_{J}$$

(2.18)

上式两边乘以$-\rho_0$就是湍流动量通量收支方程。其中A是动量通量的时间变化项；B是平流造成的变化项；C是脉动流场与平均流场相互作用引起的雷诺应力产生项；D代表湍流脉动速度造成的相关$\overline{u_i'u_k'}$扩散项；E称为压力扩散项；F称为各向同性趋势项，在真正不可压缩的湍流中，这项仅出现在能量分量方程中，即$\overline{u'^2}$，$\overline{u_2'^2}$和$\overline{u_3'^2}$的方程中，但由于脉动速度场的散度为零，它并不出现在总能量$\overline{u'^2_1}+\overline{u'^2_2}+\overline{u'^2_3}$的方程中，于是对不可压缩流来说，这项必定代表湍流能量在各速度分量之间的重新调整；G表示速度脉动与温度脉动的相互作用引起的动量通量的产生或减少；H是分子粘性作用引起的扩散；I称为耗散项，在$\overline{u_1'^2}$，$\overline{u_2'^2}$，$\overline{u_3'^2}$各方程中表示由于分子粘性作用使这些能量转换为热量；J是科里奥利加速度引起的雷诺应力的变化率。

类似地，我们可以获得湍流热通量和湍流水汽通量的守恒方程为：

$$\frac{\partial\overline{u_k'T'}}{\partial t}+\bar{u}_j\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_k'T'})=-\overline{u_j'u_k'}\frac{\partial\bar{T}}{\partial x_j}-\overline{u_j'T'}\frac{\partial\bar{u}_k}{\partial x_j}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_j'u_k'T'})-\frac{\partial(\overline{p'T'})}{\rho_0\partial x_k}$$

$$+\frac{\overline{p'\partial T'}}{\rho_0\partial x_k}+\frac{g\delta_{k3}\overline{T'^2}}{T_0}+\nu_0\frac{\partial^2\overline{u_k'T'}}{\partial x_j^2}$$

$$- 2\nu_0 \overline{\frac{\partial u_k'}{\partial x_j}\frac{\partial T'}{\partial x_j}} - 2\Omega\varepsilon_{kjl}\overline{T'u_l'} \tag{2.19}$$

此方程中各项的物理意义可从雷诺应力方程(2.18)的相应项类推，(2.19)中出现$\overline{T'^2}$项，不难求得这个二阶相关项的方程为：

$$\frac{\partial \overline{T'^2}}{\partial t} + \bar{u}_j\frac{\partial \overline{T'^2}}{\partial x_j} = - 2\overline{u_j'T'}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_j'T'^2}) + \nu_0\frac{\partial^2 \overline{T'^2}}{\partial x_j^2} - 2\nu_0\overline{\frac{\partial T'}{\partial x_j}\frac{\partial T'}{\partial x_j}} \tag{2.20}$$

这个方程除了没有压力扩散项和各向同性趋势项外，与先前两个二阶矩方程类似。

把上述处理方法应用到水汽守恒方程，即得$\overline{q'u_k'}$和$\overline{q'^2}$的方程为：

$$\frac{\partial \overline{q'u_k'}}{\partial t} + \bar{u}_j\frac{\partial \overline{u_k'q'}}{\partial x_j} = - \overline{u_j'u_k'}\frac{\partial \bar{q}}{\partial x_j} - \overline{u_j'q'}\frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_j'u_k'q'}) - \frac{\partial}{\rho_0\partial x_k}(\overline{p'q'}) + \overline{\frac{p'\partial q'}{\rho_0\partial x_k}} + \nu_0\frac{\partial^2 \overline{u_k'q'}}{\partial x_j\partial x_j} - 2\nu_0\overline{\frac{\partial u_k'}{\partial x_j}\frac{\partial q'}{\partial x_j}} + \frac{g}{T_0}\overline{q'T'} \tag{2.21}$$

$$\frac{\partial \overline{q'^2}}{\partial t} + \bar{u}_j\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{q'^2}) = - 2\overline{u_j'q'}\frac{\partial \bar{q}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_j'q'^2}) + \nu_0\frac{\partial^2 \overline{q'^2}}{\partial x_j\partial x_j} - 2\nu_0\overline{\frac{\partial q'}{\partial x_j}\frac{\partial q'}{\partial x_j}} \tag{2.22}$$

可以看出，由于(2.21)中存在重力项，所以要使方程组闭合，则必须要有一个$\overline{q'T'}$的方程。这个方程可用一般方法推导出来，即

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{q'T'}) + \bar{u}_j\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{q'T'}) = - \overline{u_j'q'}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \overline{u_j'T'}\frac{\partial \bar{q}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_j'q'T'})$$

$$+\nu_0\frac{\partial^2\overline{qT'}}{\partial x_j\partial x_j}-2\nu_0\overline{\frac{\partial q'}{\partial x_j}\frac{\partial T'}{\partial x_j}} \tag{2.23}$$

对最后三个方程不必作详细讨论，因为它们几乎与$\overline{u_i'T'}$和$\overline{T'^2}$方程的形式相同。方程(2.13)～(2.23)构成了通常用于大气边界层湍流运动模拟的基本方程组。

2.1.4 闭合假定

由于 Navier-Stokes 方程的非线性，第 n 阶中心矩方程将包含$(n+1)$阶中心矩，因而未知数个数总是比方程数多一个以上，所以上述边界层湍流运动方程不引进附加的假设是不能求解的。这种通常称之为闭合问题的困难是本质上的困难。

如果能找到根据平均量及变量的二阶矩来模拟(2.18)～(2.23)中的速度扩散项、包含压力脉动的各项(即各向同性趋势项和压力扩散项)以及耗散项的某些方法，则上述方程组是闭合的。而且原则上，对平均量$\overline{u_i}$、$\overline{T}$和$\overline{q}$以及对除了$\overline{p'^2}$而外的所有二阶相关项，都能找到解。

上述四类项的闭合模式，在设计上必须遵守如下基本原则：

(1)模式必须具有协变或张量的形式，以便在坐标系任意变换下模式是不变的。此外，它还必须具有所取代项的各种对称性。

(2)模式在伽利略变换下必须是不变的。

(3)模式必须具有所取代项的因次性质。

(4)模式必须满足控制所研究变量的已知的所有守恒关系。

已经提出了很多满足以上原则的闭合假定，下面分别讨论。

1. 速度扩散项

三阶矩$\overline{u_iu_ju_k}$通常是用二阶矩$\overline{u_iu_k}$来模拟的。Mellor(1973)和 Donldson(1973)提出如下模式：

$$\overline{u_iu_ju_k}=-\lambda_1 Q\left[\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{u_ju_k})+\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_iu_k})+\frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{u_iu_j})\right] \tag{2.24}$$

式中 λ_1 是长度尺度，它与平均运动尺度或湍流尺度有关；负号是为了保证湍流能量顺梯度扩散，或从湍流强度大的区域向强度弱的区域扩散而引进的；Q 是湍流能量的平方根，即

$$Q = (\overline{u_i'u_i'})^{\frac{1}{2}} \tag{2.25}$$

类似地，对于$\overline{u_j'u_k'T'}$、$\overline{u_j'u_k'q'}$、$\overline{u_j'T'^2}$、$\overline{u_j'q'T'}$和$\overline{u_j'q'^2}$项可用下列模式：

$$\overline{u_j'u_k'T'} = -\lambda_1 Q\left[\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_k'T'}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{u_j'T'})\right] \tag{2.26}$$

$$\overline{u_j'u_k'q'} = -\lambda_1 Q\left[\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_k'q'}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{u_j'q'})\right] \tag{2.27}$$

$$\overline{u_j'T'^2} = -\lambda_1 Q\frac{\partial T'^2}{\partial x_j} \tag{2.28}$$

$$\overline{u_j'q'T'} = -\lambda_1 Q\frac{\partial \overline{q'T'}}{\partial x_j} \tag{2.29}$$

$$\overline{u_j'q'^2} = -\lambda_1 Q\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{q'^2} \tag{2.30}$$

在上述(2.26)～(2.30)式中，可以选择不同于 λ_1 的长度尺度。但是，为使模式保持简单，必须选择尽可能少的长度尺度。

关于三阶矩，Launder 等人(1975)还提出一种准高斯近似方法，即：

$$\overline{u_i'u_j'u_k'} = \frac{Q}{\varepsilon}\left[\overline{u_i'u_l'}\frac{\partial \overline{u_j'u_k'}}{\partial x_l} + \overline{u_j'u_l'}\frac{\partial \overline{u_i'u_k'}}{\partial x_l} + \overline{u_k'u_l'}\frac{\partial \overline{u_j'u_j'}}{\partial x_l}\right] \tag{2.31}$$

式中 ε 是湍流耗散项。

2. 各向同性趋势项

Rotta(1951)认为各向同性趋势项可合理地由$\overline{u_i'u_j'}$项来模拟，并导出如下模式：

$$\overline{\frac{p'}{\rho_0}\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k'}{\partial x_i}\right)} = -\frac{Q}{\lambda_2}\left(\overline{u_i'u_k'} - \frac{\delta_{ik}}{3}Q^2\right) \tag{2.32}$$

式中 λ_2 是新的长度尺度。

Meller(1973)对(2.32)作了一些修正，得到：

$$\overline{\frac{p'}{\rho_0}\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_k}+\frac{\partial u_k'}{\partial x_i}\right)}=-\frac{Q}{\lambda_2}\left(\overline{u_i'u_k'}-\frac{\delta_{ik}}{3}Q^2\right)+cQ^2\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}+\frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_i}\right) \tag{2.33}$$

对于在$\overline{u_k'T'}$和$\overline{u_kq'}$方程中出现的各向同性趋势项，则采用下面模式(Donaldson，1973)：

$$\overline{\frac{p'}{\rho_0}\frac{\partial T'}{\partial x_k}}=-\frac{Q}{\lambda_2}\overline{u_k'T'} \tag{2.34}$$

$$\frac{\overline{p'\partial q'}}{\rho_0\partial x_k}=-\frac{Q}{\lambda_2}\overline{u_kq'} \tag{2.35}$$

(2.32)～(2.33)式中的λ_2是否取不同的尺度，取决于计算结果与实验数据之间的一致性如何。

3. 压力扩散项

压力扩散项很难模拟，因为用实验方法测量压力与速度的相关难度很大，所以至今对压力扩散项知道得不多。通常，已经发现它们在真正不可压缩的二维湍流切变层的发展中并不起主导作用。在 Hanjalic 和 Launder(1972)以及 Mellor(1973)设计的闭合模式中，忽略了压力扩散的作用。在 Donaldson(1973)的模式中则把它们模拟为：

$$\overline{p'u_k'}=-\rho_0Q\lambda_3\frac{\partial}{\partial x_i}\overline{u_i'u_k'} \tag{2.36}$$

$$\overline{p'T'}=-\rho_0Q\lambda_3\frac{\partial}{\partial x_i}\overline{u_i'T'} \tag{2.37}$$

$$\overline{p'q'}=-\rho_0Q\lambda_3\frac{\partial}{\partial x_i}\overline{u_i'q'} \tag{2.38}$$

上列各式中，因我们预计压力扩散作用不大，故可以期望，λ_3与λ_1相比将是很小的。

4. 耗散项

对于耗散项，合适的是采用 Mellor(1973)提出的模式：

$$2\nu_0 \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\frac{\partial u_j}{\partial x_k}} = \frac{2}{3}\frac{Q^3}{\lambda_4}\delta_{ij} \tag{2.39}$$

$$2k_0 \overline{\frac{\partial T'}{\partial x_k}\frac{\partial T'}{\partial x_k}} = \frac{2Q\overline{T'^2}}{\lambda_4} \tag{2.40}$$

$$2D_0 \overline{\frac{\partial q'}{\partial x_k}\frac{\partial q'}{\partial x_k}} = \frac{2Q\overline{q'^2}}{\lambda_4} \tag{2.41}$$

$$(\nu_0 + k_0)\overline{\frac{\partial u_j'}{\partial x_k}\frac{\partial T'}{\partial x_k}} = 0 \tag{2.42}$$

$$(\nu_0 + D_0)\overline{\frac{\partial u_j'}{\partial x_k}\frac{\partial q'}{\partial x_k}} = 0 \tag{2.43}$$

$$(D_0 + k_0)\overline{\frac{\partial T'}{\partial x_k}\frac{\partial q'}{\partial x_k}} = 0 \tag{2.44}$$

2.1.5 常通量层和方程的简化

在大气边界层内，大量的观测结果表明，对于比较均匀的平坦地面，方程(2.13)、(2.15)和(2.17)式中湍流通量的水平变化项与其垂直变化项相比是可以忽略的；平均流场造成的平流项也可以忽略；另外，除了贴近地表面的几厘米范围内，分子输送项与湍流输送项相比也可以忽略；再假定流场是定常的，则方程(2.13)、(2.15)和(2.17)式简化为：

$$\frac{\partial \overline{u_1'u_3'}}{\partial x_3} = f(\bar{u}_2 - |G|\sin\alpha_0) \tag{2.45}$$

$$\frac{\partial \overline{u_2'u_3'}}{\partial x_3} = -f(\bar{u}_1 - |G|\cos\alpha_0) \tag{2.46}$$

$$0 = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_3} - \frac{\partial \overline{u_3'u_3'}}{\partial x_3} + \frac{g\bar{T}}{T_0} - 2\Omega(\eta_1\bar{u}_2 - \eta_2\bar{u}_1) \tag{2.47}$$

$$\frac{\partial \overline{T'u_3'}}{\partial x_3} = 0 \tag{2.48}$$

$$\frac{\partial \overline{q'u_3'}}{\partial x_3} = 0 \tag{2.49}$$

式中 $f=2\omega\sin\varphi$，是科里奥利参数；$G=\{u_g, v_g\}=\left\{-\frac{1}{f\rho_0}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_2}, \frac{1}{f\rho_0}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1}\right\}$，是地转风速。(2.48)和(2.49)式意味着铅直热通量和水汽通量不随高度变化。

在近地面几十米的大气中，风随高度没有明显的转向。把 x_1 轴取为沿平均地面风方向，因而方程(2.45)和(2.46)变为：

$$\frac{\partial \overline{u_1'u_3'}}{\partial x_3} = -f|G|\sin\alpha_0 \tag{2.50}$$

$$\frac{\partial \overline{u_2'u_3'}}{\partial x_3} = -f(\bar{u}_1 - G\sin\alpha_0) \tag{2.51}$$

对于下边界条件，当 $x_3\to 0$ 时，应力

$$\sigma_{13} = \nu\rho_0\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} - \rho_0\overline{u_1'u_3'} \tag{2.52}$$

将趋于某一个常值，我们把它写成 $\rho_0 u_*^2$，其中 u_* 称为地面摩擦速度。根据上述选择的坐标系，应力

$$\sigma_{23} = \nu\rho_0\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_3} - \rho_0\overline{u_2'u_3'} \tag{2.53}$$

在 $x_3\to 0$ 时将消失。

(2.52)和(2.53)式从 $x_3=0$ 至 $x_3=h$ 积分得：

$$\overline{u_1'u_3'}|_{x_3=h} = u_*^2 - hfG\sin\alpha_0 \tag{2.54}$$

对于中纬度科里奥利参数 $f=1.2\times10^{-4}$ 秒$^{-1}$，α_0 的典型值为 20°～25°，G 的典型值为 10 米/秒，由于现在对$\overline{u_1'u_3'}$的测量精度还不能高于 10%～20%，所以对于

$$h < h_c = 100u_*. \tag{2.56}$$

(2.54)和(2.53)可近似变为：

$$\overline{u_1'u_3'}|_{x_3=h} \approx u_*^2 \tag{2.57}$$

$$\overline{u_2 u_3}\big|_{x_3=h} \approx 0 \tag{2.58}$$

上式表明在近地面层内动量通量不随高度变化，且科里奥利力也并不重要。

已经进行的许多观测实验证实了上述理论推断(Haugen 等，1971；Zoric 和 Sandborn，1972；Hogstrom，1988)。例如，Haugen 等人(1971)指出在均匀粗糙的平坦地面上，在 23 米高度以下，将热量和动量的垂直通量视为常数只有±20%的误差，但其平均时间至少为一个小时。表 2.1 是 Hogstrom(1988)最近利用精密仪器进行细致测量的结果。可见，各高度通量的比值十分接近于 1，其标准差动量约为 20%，热量约为 15%。

表 2.1　不同高度动量(τ)和热量(H)垂直通量的比值

τ_6/τ_3	τ_{14}/τ_3	H_6/H_3	H_{14}/H_3
0.97(±0.17)	1.01(±0.22)	1.05(±0.16)	0.93(±0.15)

* 括号内的数字为标准差，取自 Hogstrom(1988)

* 表中下标 3、6、14 分别表示 3 米、6 米和 14 米高度上，平均时间为 30 分钟，196 个样本。

在近地面层内，湍流通量方程(2.18)～(2.23)也可作进一步的简化。例如分子输送项通常是予以忽略的；对于均匀平坦地表面，平流项和科里奥利项相对较小，亦可略去；另外，近地面层的常通量性质预示速度扩散项和压力扩散项可能较小，在一般的考虑中，这两项也是略去的；如果把近地面层湍流认为是各项同性的，则 $\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_k}{\partial x_j}}$ $(i \neq k)$ 以及 $\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial T}{\partial x_j}}$ 项将趋于零，也可从方程中略去。在上述条件下，并假定运动是定常的，则可得到近地面层内湍流运动的完整方程组为：

动量守恒方程：

$$\frac{\partial}{\partial z}(\overline{w'u'}) = 0 \tag{2.59}$$

能量守恒方程：

$$\frac{\partial}{\partial z}(\overline{w'T'}) = 0 \tag{2.60}$$

水汽守恒方程：

$$\frac{\partial}{\partial z}(\overline{w'q'}) = 0 \tag{2.61}$$

$\overline{u'^2}$—纵向脉动速度方程：

$$-2\overline{w'u'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{\frac{p'}{\rho_0}\left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial x}\right)} - 2\nu_0\overline{\frac{\partial u'}{\partial x_j}\frac{\partial u'}{\partial x_j}} = 0 \tag{2.62}$$

$\overline{v'^2}$—横向脉动速度方程：

$$\overline{\frac{p'}{\rho_0}\left(\frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial y}\right)} - 2\nu_0\overline{\frac{\partial v'}{\partial x_j}\frac{\partial v'}{\partial x_j}} = 0 \tag{2.63}$$

$\overline{w'^2}$—垂向脉动速度方程：

$$\overline{\frac{p'}{\rho_0}\left(\frac{\partial w'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial z}\right)} + \frac{2g}{T_0}\overline{w'T'} - 2\nu_0\overline{\frac{\partial w'}{\partial x_j}\frac{\partial w'}{\partial x_j}} = 0 \tag{2.64}$$

$\overline{w'u'}$—切应力方程：

$$\overline{w'^2}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{\frac{p'}{\rho_0}\left(\frac{\partial u'}{\partial z} - \frac{\partial w'}{\partial x}\right)} + \frac{g}{T_0}\overline{u'T'} = 0 \tag{2.65}$$

$\overline{u'T'}$—纵向热通量方程：

$$\overline{w'u'}\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} - \overline{w'T'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{\frac{p'}{\rho_0}\frac{\partial T'}{\partial x}} = 0 \tag{2.66}$$

$\overline{w'T'}$—垂向热通量方程：

$$\overline{w'^2}\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \overline{\frac{p'}{\rho_0}\frac{\partial T'}{\partial z}} + \frac{g\overline{T'^2}}{T_0} = 0 \tag{2.67}$$

$\overline{T'^2}$—脉动气温方程：

$$-2\overline{w'T'}\frac{\partial\bar{T}}{\partial z}-2k_0\overline{\frac{\partial T'}{\partial x_j}\frac{\partial T'}{\partial x_j}}=0 \tag{2.68}$$

$\overline{u'q'}$——纵向水汽通量方程：

$$-\overline{w'u'}\frac{\partial\bar{q}}{\partial z}-\overline{w'q'}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}+\overline{\frac{p'}{\rho_0}\frac{\partial q'}{\partial x}}=0 \tag{2.69}$$

上述方程包括$\bar{u},\bar{T},\bar{q},\overline{u'^2},\overline{v'^2},\overline{w'^2},\overline{wu},\overline{u'T'},\overline{w'T'},\overline{T'^2},\overline{w'q'}$共11个变量，只要对类似于$\overline{\frac{\partial u'}{\partial x_j}\frac{\partial u'}{\partial x_j}}$的耗散项，$\overline{\frac{p'}{\rho_0}(\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{\partial u'}{\partial x})}$和$\overline{\frac{p'\partial T'}{\partial z}}$的压力项作出某种闭合假定，则上述方程是闭合的。方程(2.59)～(2.69)是进行近地面层分析和模拟的基础。

2.1.6 近地面层的相似性

由于水汽输送是被动的，一旦大气湍流特征作为高度的函数已知后，则由(2.61)和(2.69)式即可求解水汽分布或输送特征，因而我们下面只讨论由(2.59)、(2.60)以及(2.62)～(2.68)式构成的方程组。

采用Mellor(1973)提出的闭合假定，(2.62)～(2.68)式变为：

$$2\overline{u'w'}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}+\frac{q}{3l_1}\left(\overline{u'^2}-\frac{q^2}{3}\right)+\frac{2}{3}\frac{q^3}{\Lambda_1}=0 \tag{2.70}$$

$$\frac{q}{3l_1}\left(\overline{v'^2}-\frac{q^2}{3}\right)+\frac{2}{3}\frac{q^3}{\Lambda_1}=0 \tag{2.71}$$

$$-2\beta g\overline{w'T'}+\frac{q}{3l_1}\left(\overline{w'^2}-\frac{q^2}{3}\right)+\frac{2}{3}\frac{q^3}{\Lambda_1}=0 \tag{2.72}$$

$$(\overline{w'^2}-cq^2)\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}-\beta g\overline{u'T'}+\frac{q}{3l_1}+\overline{u'w'}=0 \tag{2.73}$$

$$\overline{u'w'}\frac{\partial\bar{T}}{\partial z}+\overline{w'T'}\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{q}{3l_2}\overline{u'T'}=0 \tag{2.74}$$

$$\overline{w'^2}\frac{\partial\bar{T}}{\partial z}-\beta g\overline{T'^2}-\frac{q}{3l_2}\overline{W'T'}=0 \tag{2.75}$$

$$2\overline{w'T'}\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}+\frac{2q}{\Lambda_2}\overline{T'^2}=0 \tag{2.76}$$

式中 q 即式(2.25)中的 Q，长度尺度 $l_1,l_2,\Lambda_1,\Lambda_2$ 可假定是高度 z 的线性函数：

$$l_1=kA_1z \quad , \quad \Lambda_1=kB_1z \tag{2.77}$$

$$l_2=kA_2z \quad , \quad \Lambda_2=kB_2z \tag{2.78}$$

式中 A_1,A_2,B_1,B_2 以及(2.73)式中的 c 都是需要根据试验资料确定的常数。

由方程(2.59)和(2.60)可得：

$$-\overline{u'w'}=u_*^2 \tag{2.79}$$

$$-\overline{w'T'}=H \tag{2.80}$$

式中 u_*、H 分别是地表面的摩擦速度和湍流热通量。

令

$$\overline{u'^2},\overline{v'^2},\overline{w'^2}=u_*^2(\overline{u},\overline{v},\overline{w}) \tag{2.81}$$

$$q=(\overline{u}^2+\overline{v}^2+\overline{w}^2)^{\frac{1}{2}} \tag{2.82}$$

$$\varphi_M=\frac{kz}{u_*}\frac{\partial\overline{u}}{\partial z} \tag{2.83}$$

$$\varphi_H=\frac{kzu_*}{H}\frac{\partial\overline{T}}{\partial z} \tag{2.84}$$

$$L=\frac{u_*^3}{kg\beta H} \tag{2.85}$$

$$\zeta=\frac{z}{L} \tag{2.86}$$

$$\overline{T}^2=\frac{u_*^2\,\overline{T'^2}}{H^2} \tag{2.87}$$

$$\overline{uT}=\frac{\overline{u'T'}}{H} \tag{2.88}$$

上述(2.77)～(2.88)式代入(2.70)～(2.76)式中，得：

$$-2\varphi_M+\frac{q}{3A_1}\left(\overline{u^2}-\frac{q^3}{3}\right)+\frac{2}{3}\frac{q^3}{B_1}=0 \tag{2.89}$$

$$\frac{q}{3A_1}\left(\overline{v^2}-\frac{q^3}{3}\right)+\frac{2}{3}\frac{q^3}{B_1}=0 \tag{2.90}$$

$$2\zeta+\frac{q}{3A_1}\left(\overline{w^2}-\frac{q^3}{3}\right)+\frac{2}{3}\frac{q^3}{B_1}=0 \tag{2.91}$$

$$(\overline{w^2}-cq^2)\varphi_M-\zeta\overline{uT}-\frac{q}{3A_1}=0 \tag{2.92}$$

$$-\varphi_H-\varphi_M+\frac{q}{3A_2}\overline{uT}=0 \tag{2.93}$$

$$\overline{w^2}\varphi_H-\zeta\overline{T^2}-\frac{q}{3A_2}=0 \tag{2.94}$$

$$-2\varphi_H+\frac{2q}{B_2}\overline{T^2}=0 \tag{2.95}$$

由(2.89)～(2.95)，并通过适当的代数运算，可得：

$$q^3=B_1(\varphi_M-\zeta) \tag{2.96}$$

$$\theta^2=\frac{B_2}{q}\varphi_H \tag{2.97}$$

$$\varphi_M=\left[\frac{1}{3A_1q}+\frac{1}{(\gamma-(6A_1\zeta+B_2\zeta)/q^3)}\cdot\frac{\zeta}{q^4}\right]/\left[\gamma-c-(6A_1\zeta+3A_2\zeta)/q^3\right] \tag{2.98}$$

$$\varphi_H=\frac{1}{3A_1q(\gamma-(6A_1\zeta+B_2\zeta)/q^3)} \tag{2.99}$$

因此，$q,\theta,\varphi_M,\varphi_H$ 只是参量 ζ 的函数，而 ζ 则由 z,u_*,H 和 β 四个参数确定。Monin-Obuhov 曾从量纲分析角度，直接证明了 φ_M,φ_H 仅是 ζ 的函数(莱赫德曼，1971)。

Mellor(1973)根据 Businger 等(1971)的试验资料，得到上述式中的参数值为：

$A_1=0.78, A_2=0.79$

$B_1=15.0, B_2=8.0$

$c=0.056$

$k=0.35$

由于在导出方程(2.70)～(2.77)时所作的闭合假定，因此，(2.96)～(2.99)所表达的关系严格地说是半经验性质的。事实上，φ_M 和 φ_H 与 ζ 的关系可以用更简单的经验关系式表达。一些已经广泛应用的关系式列于表 2.2 中。

φ_m、φ_h 需要通过湍流通量($\overline{u'w'}$、$\overline{T'w'}$、$\overline{q'w'}$)和平均廓线($\overline{u}$、$\overline{T}$、$\overline{q}$)的同时测量来确定。过去三十多年来，在世界上许多地方进行过 φ_m、φ_h 和 φ_q 的野外测量，其中有代表性的是在澳大利亚(Dyer，1974)、苏联(Zilitinkevich 和 Chalikov，1968)和美国(Businger 等，1971)等地区获得的结果(见表 2.2)。

表 2.2 φ_m 和 φ_h 的表达式

作者	不稳定($\zeta<0$)	稳定($\zeta>0$)
Businger 等 (1971)	$\varphi_m=(1-19.3\zeta)^{-1/4}$ $\varphi_h=0.95(1-11.6\zeta)^{-1/2}$	$\varphi_m=1+6.0\zeta$ $\varphi_h=0.95+7.8\zeta$
Dyer(1974)	$\varphi_m=(1-15.2\zeta)^{-1/4}$ $\varphi_h=(1-16\zeta)^{-1/2}$	$\varphi_m=1+4.8\zeta$ $\varphi_h=0.95+4.5\zeta$
Zilitinkevich 等 (1968)	$\varphi_m=\begin{cases}1+1.38\zeta, -0.16<\zeta\leqslant 0\\ 0.42(-\zeta)^{\frac{1}{3}}, \zeta\leqslant -0.16\end{cases}$ $\varphi_h=\begin{cases}0.95+1.31\zeta, -0.16<\zeta\leqslant 0\\ 0.40(-\zeta)^{-\frac{1}{3}}, \zeta\leqslant -0.16\end{cases}$	$\varphi_m=1+9.4\zeta$ $\varphi_h=0.95+8.9\zeta$
Hogstrom (1988)	$\varphi_m=(1-19.3\zeta)^{-\frac{1}{4}}$ $\varphi_h=0.95(1-11.6\zeta)^{-\frac{1}{2}}$	$\varphi_m=1+4.8\zeta$ $\varphi_h=0.95+8.0\zeta$

* 表中 $\zeta=z/L$，全部公式均订正到 $k=0.40$，一般取 $\varphi_q=\varphi_h$。

Hogstrom(1988)在瑞典南部利用较为精密的仪器进行了 φ 的测量，Hogstrom 通过比较后认为，对于他所获得的测量资料，在不稳定状态下，Businger 等人的 φ_m 和 φ_h 公式拟合最好；在稳定状态下，Dyer 的 φ_m 公式、Businger 等人的 φ_h 公式拟合最好。Hogstrom 推荐的公式也一并列于表 2.2 中。另外，Hogstrom 认为卡曼常数 k 取 0.4 较为合适，该值很接近于实验室的试验结果

(Purtell,1981)。

2.2 通量—廓线关系

采用 Hogstrom 推荐的 φ_m、φ_h 表达式，代入(2.81)和(2.82)式，并对 z 积分，可得到下列风速、温度和湿度廓线的显式表达式(Paulson,1970)

平均风速廓线：

$$\bar{u}=\begin{cases}\dfrac{u_*}{k}\left[\ln\left(\dfrac{z}{z_0}\right)-\varphi_1\right],\zeta\leqslant 0\\[2ex]\dfrac{u_*}{k}\left[\ln\left(\dfrac{z}{z_0}\right)+4.8\zeta\right],\zeta>0\end{cases}\tag{2.100}$$

式中：

$$\varphi_1=2\ln\left[\frac{(1+x)}{2}\right]+\ln\left[\frac{(1+x^2)}{2}\right]-2tg^{-1}x+\frac{\pi}{2}$$

$$x=\varphi_m^{-1}=(1-19.3\zeta)^{\frac{1}{4}}$$

$$\zeta=\frac{z}{L}$$

z_0=地面粗糙长度，此处$\bar{u}=0$

$k=0.40$

平均温度廓线：

$$\frac{\overline{T}-\overline{T_0}}{T_*}=\begin{cases}0.95\left(\ln\dfrac{z}{z_0}-\varphi_2\right),\zeta\leqslant 0\\[2ex]0.95\left(\ln\dfrac{z}{z_0}+7.8\zeta\right),\zeta>0\end{cases}\tag{2.101}$$

式中：

$$\varphi_2=2\ln\left[\frac{(1+y)}{2}\right]$$

$$y=(1-11.6\zeta)^{\frac{1}{2}}$$

$\overline{T_0}=z_0$ 处的气温

$$T_*=-\frac{H}{C_p\rho_0 u_*}$$

$$H=C_p\rho_0\overline{w'T'}$$

平均湿度廓线：

$$\frac{\bar{q}-\overline{q_0}}{q_*}=\begin{cases}0.95\left(\ln\dfrac{z}{z_0}-\varphi_2\right),\zeta\leqslant 0\\ 0.95\left(\ln\dfrac{z}{z_0}+7.8\zeta\right),\zeta>0\end{cases}\tag{2.102}$$

式中：

$\overline{q_0}=z_0$ 处的湿度

$$q_*=\frac{E}{-\rho_0 u_*}$$

$$E=\rho_0\overline{w'q'}$$

由(2.100)～(2.102)式可以清楚的看到，近地面层的结构由 z_0 和 L 两个参数确定。在大多数情况下，$z>>z_0$，只考虑平均量的垂直梯度时，感觉不到有 z_0 的作用(式(2.83)和(2.84)中不含 z_0)，但在积分形式中 z_0 不能忽略。

定义如下梯度 Richardson 数：

$$R_i=\frac{g}{\bar{\theta}}\frac{\dfrac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}}{\left(\dfrac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)^2}\tag{2.103}$$

式中$\bar{\theta}$为位温。则由(2.83)、(2.84)和(2.103)得：

$$R_i=\frac{\varphi_h}{\varphi_m^2}\cdot\zeta\tag{2.104}$$

再由表 2.2 中的 Hogstrom 公式可得到：

$$R_i=\begin{cases}\dfrac{0.95\zeta(1-19.3\zeta)^{\frac{1}{2}}}{(1-11.6\zeta)^{\frac{1}{2}}}, & \zeta\leqslant 0\\ \dfrac{0.95\zeta+7.8\zeta^2}{(1+4.8\zeta)^2}, & \zeta>0\end{cases} \tag{2.105}$$

式(2.103)和(2.105)在用梯度观测资料计算湍流通量时经常用到。

2.3 湍流通量的计算方法

2.3.1 用梯度资料确定动量和热量通量

在常规实验中，可选择两个合适高度，进行风速和温度的观测。一般第一个高度取为0.5～2.0米，第二个高度则取为10～15米。平均时间应取为0.5～1小时。取得资料后，可依据如下步骤计算出湍流通量。

(1)计算$\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}$和$\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial z}$

在近地面层，平均量的垂直分布近似为对数廓线，因而可用下式计算梯度值(Paulson，1970)：

$$\left(\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}\right)_{\overline{z}}=\frac{\overline{u_2}-\overline{u_1}}{\ln\left(\frac{z_2}{z_1}\right)\cdot\sqrt{z_1z_2}} \tag{2.106}$$

$$\left(\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial z}\right)_{\overline{z}}=\frac{\overline{\theta_2}-\overline{\theta_1}}{\ln\left(\frac{z_2}{z_1}\right)\cdot\sqrt{z_1z_2}} \tag{2.107}$$

式中$\overline{u_2}$、$\overline{u_1}$、$\overline{\theta_2}$和$\overline{\theta_1}$分别为z_2和z_1高度上的平均风速和位温，$\overline{z}=(z_1\cdot z_2)^{\frac{1}{2}}$是几何平均高度。式(2.106)和(2.107)算出的是几何平均高度上的梯度值。对于$\overline{u}\propto z^{\frac{1}{3}}$，如果取$z_2=16$米，$z_1=0.5$米，则

计算的梯度值与精确值之差不到 6%。

(2)计算梯度 R_i

把由式(2.106)和(2.107)计算出的梯度值代入式(2.103)得到$\overline{z}$高度上的梯度 Richardson 数$(R_i)_{\overline{z}}$。其中$\overline{\theta}$可取为$\overline{\theta_1}$和$\overline{\theta_2}$的算术平均值。

(3)计算 ζ 和 L

把$(R_i)_{\overline{z}}$代入(2.105),解算出 ζ,并由 $\zeta=\frac{\overline{z}}{L}$,求得 L。

(4)计算 u_*、z_0 和 H_*

由已知的 L 值,计算 $\zeta_1=\frac{z_1}{L}$和 $\zeta_2=\frac{z_2}{L}$,代入(2.100)式,得到:

$$\begin{cases}\overline{u_2}=f(u_*,z_0)\\ \overline{u_1}=g(u_*,z_0)\end{cases} \tag{2.108}$$

解方程(2.108)即可求出 u_*和 z_0,再由 u_*和 L 通过(2.85)式可计算出 H_*,从而求得湍流热通量 H 和动量通量 τ。如果还知道相应高度上的比湿 q,则可类似地得到水汽通量 E。

显然,如果有多于 2 个高度的资料,则可采用最小二乘法来确定有关参数,并求得通量值。

另外,也可采用迭代法求解下面方程:

$$L=\frac{T_0u_*^2}{gkT_*} \tag{2.109}$$

$$\zeta_1=\frac{z_1}{L}$$

$$\zeta_2=\frac{z_2}{L} \tag{2.110}$$

$$u_*=\frac{k(\overline{u_2}-\overline{u_1})}{\ln\left(\frac{z_2}{z_1}\right)-\varphi_1(\zeta_2)+\varphi_1(\zeta_1)} \tag{2.111}$$

$$T_* = \frac{k(\overline{\theta_2} - \overline{\theta_1})}{\ln\left(\frac{z_2}{z_1}\right) - \varphi_2(\zeta_2) + \varphi_2(\zeta_1)} \tag{2.112}$$

而获得 L、u_* 和 T_*。第一次迭代时可令 $L=\infty$(即 $\zeta=0$),获得 u_* 和 T_* 的第一次估计值,再代回(2.109)式计算第二次的 L 值……迭代到 $|L_{n+1}-L_n|$ 小于给定的误差限为止。

2.3.2 Penmen-Monteith 模式

以能量守恒原理和边界层输送理论为基础的 Penmen-Monteith 模式是目前估算水汽和热量通量的较好方法。该模式由下列步骤导出:

(1)地表面的能量平衡方程

对于水平均匀的下垫面(水面、土壤表面或植被表面),可以得厚度为 Δz 的表面层的能量守恒方程为:

$$\Delta z \cdot \frac{dS}{dt} = R_n - (\lambda E + H + G) \tag{2.113}$$

式中 S 是单位面积单位厚度的表面层内能量的贮存量;R_n 是表面上净得到的辐射能通量(W/m^2),λE、H 分别为表面与大气之间的潜热和感热通量(W/m^2),λ 是汽化热,G 是由 Δz 表面层向深层输送的热量通量(W/m^2)。当 $\Delta z \to 0$ 时,式(2.113)中右端项为零,因而得到下垫面的表面能量平衡方程为:

$$R_n = \lambda E + H + G \tag{2.114}$$

(2)边界层输送

来自下垫面的潜热和感热通量,必须经由大气近地面层输送才能进入上层大气中。根据前面对大气近地面层的分析,动量通量、感热通量和潜热通量可分别表示为:

$$\tau = \frac{\rho u(z)}{r_{am}} \tag{2.115}$$

$$H = \frac{\rho C_p [T_0 - T(z)]}{r_{ah}} \tag{2.116}$$

$$\lambda E = \frac{\rho C_p}{r} \frac{[e_0 - e(z)]}{r_{av}} \tag{2.117}$$

式中，r_{am}、r_{ah}和r_{av}分别称为动量、热量和水汽的输送阻力，由下列公式计算：

$$r_{am} = \frac{\ln(z/z_{0m}) - \psi_m(\zeta)}{ku_*} \tag{2.118}$$

$$r_{ah} = \frac{\ln(z/z_{0h}) - \psi_h(\zeta))}{ku_*} \tag{2.119}$$

$$r_{av} = \frac{\ln(z/z_{0v}) - \psi_v(\zeta)}{ku_*} \tag{2.120}$$

$$u_* = \frac{ku(z)}{\ln(z/z_{0m}) - \psi_m(\zeta)} \tag{2.121}$$

$$\zeta = z/L \tag{2.122}$$

其中，z_{0m}，z_{0h}，z_{0v}分别是动量、热量和水汽的粗糙度长度，在此处，$u=0$，$T=T_0$和$e=e_0$。T_0和e_0可以认为是下垫面的表面温度和表面水汽压。$\psi_m(\zeta)$、$\psi_h(\zeta)$和$\psi_v(\zeta)$可分别由下列公式计算：

$\zeta>0$时

$$\begin{aligned}\psi_m(\zeta) &= -4.8\zeta \\ \psi_h(\zeta) &= \psi_v(\zeta) = -7.8\zeta\end{aligned} \tag{2.123}$$

$\zeta\leqslant 0$时

$$\psi_m(\zeta) = \ln\left[\frac{(1+x)^2}{2}\frac{(1+x^2)}{2}\right] - 2\arctan(x) + \frac{\pi}{2}$$

$$\psi_h(\zeta) = \psi_v(\zeta) = 2\ln\left[\frac{(1+y)}{2}\right]$$

$$x = \psi_m^{-1} = (1-19.3\zeta)^{\frac{1}{4}}$$

$$y = (1-11.6\zeta)^{\frac{1}{2}} \tag{2.124}$$

在通常的计算中取 $z_{0m}=z_{0h}=z_{0v}$，但由此可能会引起表面温度 T_s 的计算产生较大的误差。对于裸土，Brutsaert(1975)给出 z_{0h} 和 z_{0v} 的如下计算公式：

$$\begin{cases}\dfrac{z_{0h}}{z_{0m}}=\dfrac{0.624}{R_e^{*}}\\[2ex]\dfrac{z_{0v}}{z_{0m}}=\dfrac{0.395}{R_e^{*}}\end{cases}\qquad \text{当 } R_e^{*}<0.13 \tag{2.125}$$

$$\begin{cases}\dfrac{z_{0h}}{z_{0m}}=7.4\exp[-2.46R_e^{*0.25}]\\[2ex]\dfrac{z_{0v}}{z_{0m}}=7.4\exp[-2.25R_e^{*}]\end{cases}\qquad \text{当 } R_e^{*}>2 \tag{2.126}$$

式中 $R_e^{*}=\dfrac{u_* z_{0m}}{\mu}$，$\mu$ 是空气的粘性系数(见表 3.1)，R_e^{*} 称为粗糙度 Reynolds 数。由于缺少 $0.13\leqslant R_e^{*}\leqslant 2$ 时的计算模型，可利用线性内插方法求出 z_{0h} 和 z_{0v}。动量粗糙长度 z_{0m} 可根据中性或稳定条件下的风速廓线测量求取(Thom，1975)。在计算精度要求不高的情况下，也可根据地表面特征由表 2.3 查取。

表 2.3　各种地表面的 z_{0m} 常见值

地表类型	粗糙长度 z_{0m}
冰面	0.001cm
平静水面	0.001cm
水面	$\dfrac{0.06u_*^2}{g}+\dfrac{\nu}{9.1u_*}$
植被	$0.1H$(H 是冠层高度)
土壤	0.1—1cm
雪面	0.005—0.01cm

若下垫面充分湿润，则式(2.116)中的 e_0 可认为是下垫面表

面温度 T_0 下的饱和水汽压。当 $T_0-T(z)$ 不很大时，

$$e_s(T_0) \approx e_s(T(z)) + \Delta(T_0 - T(z)) \qquad (2.127)$$

式中 $\Delta = \frac{de_s}{dT}|_{T=T_z}$，方程(2.114)、(2.116)、(2.117)和(2.127)联立求解，并假定 $r_{ah}=r_{aw}$，消去 T_0 可得到：

$$\lambda E = \frac{\Delta(R_n - G) + C_p\rho(e_s(T_z) - e_z)/r_{ah}}{\Delta + r} \qquad (2.128)$$

这就是著名的 Penman 公式(Penman，1948)。因我们考虑的是充分湿润下垫面的情况，所以上式计算出的实际上是“可能蒸发量”。

实际上的下垫面并不经常保持充分湿润，e_0 并不等 T_0 下的饱和水汽压，如果令

$$r_c = \frac{\rho Cp}{r}[e_s(T_0) - e_0]/\lambda E \qquad (2.129)$$

并把 r_c 定义为蒸发面的表面阻力，结合(2.129)到(2.128)式中，可得到非充分湿润下垫面上的潜热通量为

$$\lambda E = \frac{\Delta(Rn - G) + C_p\rho[e_s(T_z) - e_z]/r}{\Delta + r/(1 + r_c/r_{ah})} \qquad (2.130)$$

这就是目前广泛应用的 Penman-Monteith 公式(Monteith，1975；1981)。

PawU 和 Gao(1988)用二阶泰勒级数代替(2.127)式，即

$$e_s(T_0) = e_s(T_z) + \Delta(T_0 - T_z) + \frac{1}{2}\frac{d^2e_s}{dT^2}(T_0 - T_z)^2 \qquad (2.131)$$

方程(2.131)、(2.114)、(2.116)、(2.117)和(2.129)联立求解，并消去 T_0，得到：

$$a\lambda E^2 + b\lambda E + c = 0 \qquad (2.132)$$

式中：

$$a = \frac{1}{2}\frac{d^2e_s}{dT^2}\frac{r_a^2}{\rho C_p r(r_a + r_c)} \qquad (2.133)$$

$$b = -1 - \frac{r_a\Delta}{r(r_a+r_c)} - \frac{d^2e_s}{dT^2}\frac{(R_n-G)r_a^2}{\rho C_p r(r_a+r_c)} \quad (2.134)$$

$$c = \frac{\rho C_p}{r(r_a+r_c)}\delta_e + \frac{r_a\Delta}{r(r_a+r_c)}(Rn-G) + \frac{1}{2}\frac{d^2e_s}{dT^2}\frac{r_a^2(R_n-G)^2}{\rho C_p r(r_a+r_c)} \quad (2.135)$$

PawU 和 Gao 的计算表明，使用方程(2.132)计算 λE 可使相对精度比 Penman-Monteith 模式提高 25%～30%

为了计算方便，饱和水汽压可由下面的多项式计算：

$$e_s(T_s) = a_1 + a_2T_s + a_3T_s^2 + a_4T_s^3 + a_5T_s^4 \quad (2.136)$$

式中 $a_1 = 617.4$，$a_2 = 42.22$，$a_3 = 1.675$，$a_4 = 0.01408$，$a_5 = 0.0005818$，e_s 用帕为单位，T_s 用℃为单位。在 $5℃ < T_s < 45℃$ 范围内，上式计算误差小于 0.1%。

使用 Penman-Monteith 方程进行 λE 计算时，另外一个可能误差是净辐射 R_n 是表面温度 T_s 的函数。克服这一误差的方法是使用下面的与 T_s 无关的净辐射量：

$$\begin{aligned} R_n &= (1-\sigma)Q + L^{\downarrow} - \varepsilon\sigma T_s^4 \\ &\approx R_i - 4\varepsilon\sigma T_a^3(T_s - T_a) \end{aligned} \quad (2.137)$$

式中 $R_i = (1-\sigma)Q + L^{\downarrow} - \varepsilon\sigma T_a^4$，是与 T_s 无关的净辐射输入，σ 是表面短波辐射反射率，Q 是短波辐射通量，$L^{\downarrow}$ 是大气长波辐射通量，ε 是表面的比辐射率，T_a 是 1～2 米高度上的空气温度。利用(2.137)式，可导出：

$$\lambda E = \frac{\Delta(R_i - G) + \rho C_p[e_s(T_z) - e_z]/r_p}{\Delta + r(r_a + r_c/r_p)} \quad (2.138)$$

式中 r_p 由下式计算

$$r_p = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_r} \quad (2.139)$$

$$r_r = \frac{\rho C_p}{4\varepsilon\sigma T_a^3} \quad (2.140)$$

而对应于式(2.133)～(2.135)中的系数为：

$$a = r_p^2 \frac{d^2 e_s}{dT^2} / [2r\rho C_p (r_a + r_c)] \tag{2.141}$$

$$b = -1 - \frac{r_p}{r(r_a + r_c)} - \frac{r_p^2 \frac{d^2 e_s}{dT^2}(R_i)}{[r\rho C_p (r_a + r_c)]} \tag{2.142}$$

$$c = \frac{r_p \Delta}{r(r_a + r_c)}(R_i) + aR_i^2 + \frac{\rho C_p [e_s(T_x) - e_z]}{r(r_a + r_c)} \tag{2.143}$$

使用 Penman-Monteith 方程估算潜热和感热通量时，有两个参数 r_a 和 r_c 是比较难于估算的。有关 r_a 的计算方法较多(Monteith，1973；Thom，1975；Thom 和 Oliver，1977；Bailey 和 Davies，1981；Wallace 等，1984)，表 2.4 中列出计算 r_a 的几种解析式。

表 2.4　r_a 的计算公式

作者	r_a 计算式	特点
Thor 和 Oliver (1977)	$r_a = \dfrac{4.72[\ln(z/z_0)]^2}{1+0.54u}$ $r_a = \dfrac{[\ln(z/z_0)]^2}{k^2 u}$	适用各种情况。稳定度的作用已经验性地考虑。适用于中性层结
Monteith (1973)	$r_a = \dfrac{(\ln(z/z_0))^2 k^2 u[1 - n \cdot z \cdot g(T_0 - T_a)]}{Tu^2}$	适用于各种情况，n 是经验参数，对于田间农作物 $n=5$
Choulhury 等 (1986)	稳定条件： $r_a = [\ln \dfrac{z-d}{z_{0m}} - \psi_*][\ln \dfrac{z-d}{z_{0h}} - \psi_*]/k^2 u$ 式中 $\psi_* = (B - (B^2 - 4ac)^{1/2})/2a$ $a = 1 + \eta$ $B = \ln(\dfrac{z-d}{z_0}) + 2\eta \ln(\dfrac{z-d}{z_0})$ $\eta = g(z-d)(T_0 - T_a)/T_a U^2$ 当 $\psi_* < -5.0$ 时令 $\psi_* = -5.0$ 不稳定条件： $r_a = \ln\left(\dfrac{z-d}{z_{0m}}\right)\ln\left(\dfrac{z-d}{z_{0h}}\right)/k^2 U(1+\eta)^{3/4}$	表面温度 T_0，粗糙度参数 z_{0m}，z_{0h} 零平面位移高度 d，z 高度上的气温 T_a
Penman (1948)	$r_a = \dfrac{1}{a + bu^2}$ $a = 0.15$ $b = 0.035$	

Penman Monteith 方程中的 r_c 一般来说是土壤表面含水量、土壤质地等因素的函数，对于植物冠层的情况，r_c 还是冠层结构和叶片气孔的函数。在无植被特征和土壤特征资料时，r_c 只能采用一些经验值。表 2.5 列出几种情况下 r_c 的平均值，供参考使用。

表 2.5 r_c 在不同情况下的取值

下垫面特征	r_c(s m^{-1})	备注
湿润 半湿润 干燥	$r_c \approx 0$ $r_c \approx 60$ $r_c \approx 160$	取自 Bruin — Holtslag(1982)

2.3.3 Brown-Rosenburg 模式

Brown-Rosenburg 模式适用于潜热和感热通量的遥感测量。把(2.116)式代入地表面能量平衡方程(2.114)，得：

$$\lambda E = R_n - G - \frac{\rho C_p (T_s - T_a(z))}{r_{ah}} \qquad (2.144)$$

式中 T_s 是下垫面温度，可通过遥测确定；$T_a(z)$ 是 z 高度上的气温；r_{ah} 是表面与 z 高度之间的空气动力阻力。可用前述的各种方法计算。许多研究结果(Hatfield 等人，1984；)表明利用式(2.144)和遥感测定的表面温度 T_s 估算区域潜热和感热是一种比较简单和有效的方法，并较好地克服了利用单点资料计算蒸发时所固有的许多局限性。红外测温仪的广泛使用和遥感技术的发展为估算区域蒸散提供了新途径。

第三章　植物叶片表面边界层

空气运动是大雷诺数流动，粘性力与惯性力相比可以忽略。但试验证明，对于存在植物叶片的区域，流场必须分两部分处理：一部分是分子传导项可以忽略的叶片外部流场，这部分流场可用理想流体理论处理；另一部分是紧靠叶片表面、分子传导项与惯性输送项同等重要的叶片表面边界层。

叶片表面边界层的厚度与叶片特征长度相比要小得多，因而可对流体运动的 Navier-Stokes 方程进行简化，导出描述边界层流动方程。在一定条件下求解这一方程，即可从理论上求得植物叶片吸收气流动量或向大气散发热量和水汽的速率，从而算出叶片的源汇作用强度。

3.1　动量边界层

3.1.1　粘性

粘性是流体内分子运动引起定向动量在流体各层之间转移的结果。如图 3.1 所示，粘性作用使壁面 $z=0$ 处的流体速度为零，并形成 $0 \leqslant z \leqslant H$ 之间的速度梯度。设想在 $z=z_a$ 处有一垂直于 z 轴的截面将流体分成上、下两部分，截面以下流体

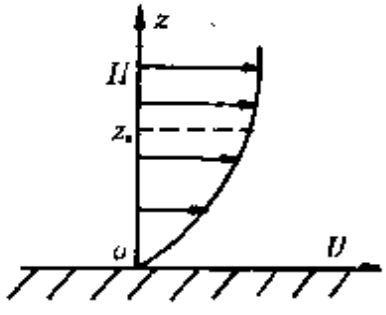


图 3.1　流体纵掠壁面时的速度分布

分子的定向动量小，以上定向动量大。由于截面上、下流体分子的不断交换，下部流体分子带着较小的定向动量到上部，而上部流体分子则带着较大的定向动量转移到下部。结果下部总的动量增大，而上部则减少。如果表面 $z=0$ 处保持 $u=0$，则将造成由上向下的动量通量。这一过程的宏观效果相当于壁面对流体施加摩擦阻力。

表 3.1　空气的物理性质（$p=10132.5\text{hPa}$，$M=28.966$）

T K	ρ kg/m³	μ kg/(m·s) $\times10^{-5}$	ν m²/s $\times10^{-6}$	C_p J/(kg·K)	λ W/(m·K) $\times10^{-2}$
250	1.4119	16.06	11.37	1003	22.26
263	1.3421	16.70	12.44	1003	23.28
273	1.2930	17.20	13.30	1004	24.07
283	1.2473	17.69	14.18	1004	24.86
293	1.2047	18.17	15.08	1004	25.63
300	1.1766	18.53	15.75	1005	26.14
303	1.1650	18.64	16.00	1005	26.37
313	1.1277	19.11	16.95	1005	27.09
323	1.0928	19.57	17.91	1006	27.80
333	1.0600	20.02	18.89	1007	28.51
343	1.0291	20.47	19.89	1008	29.21
350	1.0085	20.81	20.63	1008	29.70

* 本表所列诸性质与压力无强烈依赖性，可适用于相当大的压力范围。
* T：温度；ρ：密度；μ：粘性系数；ν：运动粘性系数；C_p：定压比热；λ：导热系数；p：压力；M：分子量

以 dk 表示 dt 时间内通过截面积 ds 沿 z 轴正方向输送的动量通量，则由牛顿粘滞定律可知：

$$dk=-\mu\frac{du}{dz}dsdt \tag{3.1}$$

式中 μ 为流体的粘滞系数。由(3.1)式及动量定理，壁面对上方流体单位面积上施加的摩擦阻力为：

$$f=\mu\left(\frac{du}{dz}\right)_{z=0} \tag{3.2}$$

因此，获得壁面附近的速度场分布是计算摩擦阻力的关键。

许多应用中常使用运动粘性系数 ν，定义为：

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{3.3}$$

式中 ρ 是流体密度(kg/m^3)。μ，ν 都是流体粘性的量度，与温度、压力有关。表 3.1 列出表征空气性质的一些数据。

3.1.2 平板边界层

多数植物叶片的形状近似为平板状。因而，我们只讨论平板边界层的情况。

对于大雷诺数流动，Prandt(1932)发现，粘性的影响只局限于靠近物体表面的一薄层流体中，这一薄层流体就称为动量边界层。而动量边界层之外的区域近似为无粘性的势流区。

如图 3.2 所示，将薄平板固定在运动流体中。平板的存在和流体粘性的影响，使流场明显地分成性质很不相同的两个区域，一个是紧贴壁面的非常薄的动量边界层；另一个是边界层外的整个流动区域，这里流体的速度近似地就是来流速度。在边界层内，速度沿壁面法向变化非常迅速，它比起沿切向变化高一个数量级。这是因为流体必须粘附在壁面上，它在壁面上的速度为零，而另一方面离开壁面很短一段距离流体速度就近似达到边界层外的来流速度。因此，尽管 μ 很小，但切应力 $\mu \dfrac{\partial u}{\partial y}$ 仍然可以达到很高的数值，达到与惯性力同阶的量。

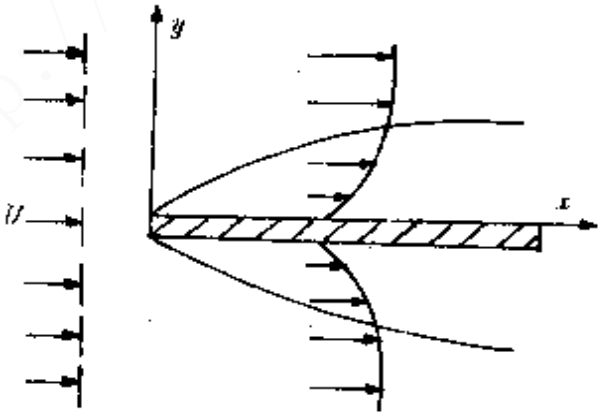


图 3.2 流体纵掠平板时的动量边界层

根据动量边界层的上述特点，从流体运动的 Navier-Stokes 方程出发，可以获得描述平板边界层的如下方程组(Schlichting, 1979)：

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\upsilon\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{3.4}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{3.5}$$

式中 u 为 x 方向的流速，v 为 y 方向的流速(见图 3.2)。平板边界层问题的边界条件可取为：

$$\begin{aligned}&y=0,x\geqslant 0 \quad \text{时},u=v=0\\&y=\infty \quad \text{时},u=U\\&x=0 \quad \text{时},u=U,v=0\end{aligned} \tag{3.6}$$

上述边界条件是在假定来流速度均匀，且平行于 x 轴，平板前缘在 $x=0$ 处的条件下获得的。

引进流函数 φ，使

$$u=\frac{\partial\varphi}{\partial y},v=-\frac{\partial\varphi}{\partial x} \tag{3.7}$$

并作如下变换：

$$\eta=y\sqrt{\frac{U}{\nu x}} \tag{3.8}$$

则方程组(3.4)-(3.5)可变为：

$$2f'''(\eta)+f(\eta)f''(\eta)=0 \tag{3.9}$$

边界条件(3.6)变为：

$$\begin{cases}\eta=0 \quad \text{时},f=f'=0\\\eta=\infty \quad \text{时},f'=1\end{cases} \tag{3.10}$$

速度场 u、v 以及流函数 φ 可由下式计算：

$$u=Uf'(\eta) \tag{3.11}$$

$$v=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\nu U}{x}}(\eta f'(\eta)-f(\eta)) \tag{3.12}$$

$$\varphi = \sqrt{\nu x U} f(\eta) \tag{3.13}$$

其中 $f(\eta)$ 所满足的方程(3.9)是一个非线性的三阶常微分方程，形式虽然十分简单，但却无法找出解析解，只能用数值方法或级数方法求解(杨强生，1985)。

平板边界层问题的上述解法是 Blasius(1908)首先提出的。表 3.2 列出 $\eta \leqslant 8.0$ 时的解函数值及解函数的一、二阶导数值。

表 3.2 平板边界层问题的解函数及其一、二阶导数值

η	$f(\eta)$	$f'(\eta)$	$f''(\eta)$
0	0	0	0.33206
0.4	0.02656	0.13277	0.33147
0.8	0.10611	0.26471	0.32739
1.2	0.23795	0.39378	0.31659
1.6	0.42032	0.51676	0.29607
2.0	0.65003	0.62977	0.26675
2.4	0.92230	0.72899	0.22809
2.8	1.23099	0.81152	0.18401
3.2	1.56911	0.87609	0.13913
3.6	1.92954	0.92333	0.09809
4.0	2.30576	0.95552	0.06424
4.4	2.69238	0.97587	0.03897
5.0	3.28329	0.99155	0.01591
6.0	4.27964	0.99898	0.00240
7.0	5.29926	0.99992	0.00022
8.0	6.27923	1.00000	0.00001

* Schlichting，1979

3.1.3 叶片阻力

运动流体中的静止或相对静止物体对流体施加的阻力通常是由摩擦阻力和压差阻力两部分组成的。摩擦阻力是物体表面上的粘滞剪应力在流体运动方向上的合力，其大小决定于流体的粘性系数及物体表面积。压差阻力则是物面上的压力在运动方向上的合力。压差阻力中的一部分是诱导阻力及不定常阻力，可用理想流

体理论处理；另一部分是尾涡阻力，它是气流脱离物体后在下游形成尾涡区损耗动能造成压力差而形成。

1. 摩擦阻力

大多数植物叶片近似为平板状，因此叶片摩擦阻力可用上述平板边界层理论计算。

由(3.2)式以及(3.11)式，即可得到平板单位面积上的摩擦力为：

$$\tau_0 = \mu U \sqrt{\frac{U}{\nu x}} f''(0) = 0.332 \mu U R_x^{1/2} \tag{3.14}$$

式中 $R_x = \frac{U}{\nu x}$，称为局部雷诺数。对长度为 l、宽度为 b 的平板，一个侧面上的摩擦阻力 D_l 为：

$$D_1 = b \int_0^l \tau_0 dx = 0.664 bU \sqrt{\mu \rho l U} \tag{3.15}$$

对于两侧浸湿的平板，总的表面摩擦阻力 D_2 为：

$$D_2 = 2D_1 = 1.328 b \sqrt{\mu \rho l U} \tag{3.16}$$

引进无量纲阻力系数，并定义为：

$$C_f = \frac{D_2}{\frac{1}{2}\rho A U^2} \tag{3.17}$$

式中 $A = 2bl$ 表示两侧浸湿平板的总表面积。把(3.16)式代入(3.17)式，得到平板阻力系数为：

$$C_f = \frac{1.328}{\sqrt{R}} \tag{3.18}$$

式中 $R = \frac{Ul}{\nu}$，是平板长度作为特征长度、来流速度作为特征速度的雷诺数。

大量试验结果表明，(3.18)式与观测值十分吻合(Schlichting，1979)。但 Thom(1968)的风洞试验表明，对于黄豆叶形状的人工叶片，实测值大约是(3.18)式计算值的 1.3 倍，这一差异也可

能与叶片特征长度的取法有关。

2. 压差阻力

压差阻力的形成机理远比摩擦阻力复杂。对于自然条件中的植物叶片，压差阻力由动压力和尾涡阻力组成。Thom(1968)的试验表明，一片平滑叶子所受的阻力在叶子与风成垂直时大约要比叶子与气流平行时大一个数量级，因而压差阻力常是叶片阻力的主要部分。平均而言(Thom，1968)，叶片摩擦阻力系数与压差阻力系数的比值约为$\frac{1}{3}$。

3. 叶片阻力系数

叶片总的阻力系数，等于叶片摩擦阻力系数和压差阻力系数之和，即

$$C_m = C_f + C_s \tag{3.19}$$

式中C_f可由(3.18)式计算，C_s则只能经验估计。Monteith(1973)把C_m表示为：

$$C_m = C(\theta)C_f \tag{3.20}$$

式中$C(\theta)$是与风的入射角有关的函数。根据Thom(1968)的风洞试验资料，$C(\theta)$可近似取为如下经验函数：

$$C(\theta) = \begin{cases} 1 + 7.0\theta, 0 \leqslant \theta \leqslant \dfrac{\pi}{2} \\ 1 + 5.5|\theta|, 0 \geqslant \theta \geqslant -\dfrac{\pi}{2} \end{cases} \tag{3.21}$$

式中θ是来流方向与叶片法向的夹角。

4. 实际冠层中的叶片阻力系数

前面讨论的叶片阻力系数是对完全处于均匀气流中的单张叶片而言的。对于具有许多叶片的冠层而言，邻近的叶子和茎相互的空气动力学干扰可使叶片阻力系数不同于仅有单张叶片的情况。虽然Thom(1971)发现对于一个比较"稀疏"的人造作物来说，冠层中的叶片阻力系数C_d与处于均匀气流中的单张叶片的阻力系

数 C_m 几乎相同，但对大田中的菜豆冠层曾求得 C_m 与 C_d 的比值约为 3.5。这一比值被看作是一种“遮蔽因子”——它是冠层内叶子之间互相干扰引起的，并使指向整个植物群丛的动量输送效率减少。Stewart 和 Thom(1973)对松树林曾计算出类似的遮蔽效应的量级。

3.2 热边界层

与粘性造成的速度边界层现象相似，当流体与固体之间存在温度差异时，热交换作用将使围绕固体的流体薄层内出现温度梯度，这一区域常称为热边界层。在热边界层内，一般情况下，速度场和温度场是相互作用的。就是说，温度分布依赖于速度分布，而速度分布也依赖于温度分布。在特殊情况下，如果浮力可以不考虑，同时可以假定流体的性质(如粘性系数)与温度无关，那么这种相互作用就消失了。这时虽然温度场对速度场的依赖关系依然存在，但速度场不再依赖于温度场。此情形发生在速度较大而温差较小的场合，常称之为强迫流动，其中的传热过程称为强迫对流。另外的场合，即浮力起支配作用的流动称为自然流动，相应的传热过程称为自然对流，此种情形发生在运动速度非常小而温差却很大的场合。

3.2.1 热流通量

考虑图 3.3 所示的系统，平板温度为 T_s，热边界层外部流体温度为 T_∞，热边界层厚度为 δ_t(定义为 $T-T_\infty$ 小于 T_s-T_∞ 的 1% 处，T 为边界层

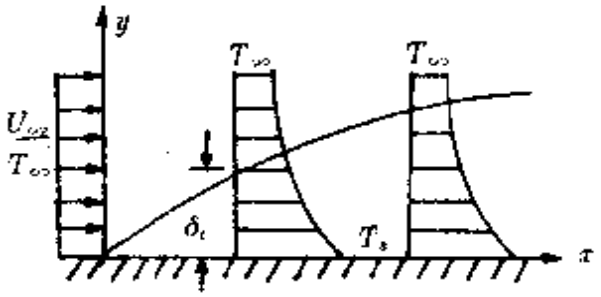


图 3.3 流体外掠平壁时的热量边界层

内的流体温度)。因为板上流体速度为零,所以在此处,传入流体的热量只能依靠分子传导方式来传递。由 Fourier 定律,每单位面积上的局部热流通量为:

$$q(x) = -k\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} \tag{3.22}$$

式中 k 是流体的导热系数(空气的导热系数见表 3.1). 根据牛顿冷却定律,$q(x)$亦可用下式计算:

$$q(x) = h(T_s - T_\infty) \tag{3.23}$$

上式表示对流传热的整体效应,式中 h 为对流热传导系数。把(3.22)式代入(3.23)式得:

$$h = \frac{-k\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}}{T_s - T_\infty} \tag{3.24}$$

因此,只要找出平板表面处的温度梯度,即可计算出对流热传导系数和热流通量。也就是说,必须先得到热边界层内的温度分布。

3.2.2 强迫对流热输送

强迫对流情况下,速度场不受温度场影响。对于平板边界层,速度场可由(3.11)和(3.12)式确定,而温度场则应满足如下简化的能量守恒方程(Schilcting,1979):

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \sigma\frac{\partial^2 T}{\partial g^2} \tag{3.25}$$

式中 σ 是热扩散率 $\sigma=\frac{k}{\rho}$,u 和 v 是已知的。假定平板表面温度 T_s 以及来流温度 T_∞ 均为恒定,则问题的边界条件可取为:

$$\begin{cases} y = 0, T = T_s \\ y = \infty, T = T_\infty \end{cases} \tag{3.26}$$

为求方程(3.25)和(3.26)的解,引进如下变换:

$$\eta = y\sqrt{\frac{U}{\nu x}} \tag{3.27}$$

$$\theta(\eta) = \frac{T(\eta) - T_\infty}{T_w - T_\infty} \tag{3.28}$$

因而(3.25)和(3.26)式变为：

$$\frac{d^2\theta}{d\eta^2} + \frac{1}{2}Pf(\eta)\frac{d\theta}{d\eta} = 0 \tag{3.29}$$

$$y = 0, \eta = 0, \theta(\eta) = 0$$

$$y = \infty, \eta = \infty, \theta(\eta) = 1 \tag{3.30}$$

式中 $P=\frac{\nu}{\sigma}$，是 Prandtl 数，函数 $f(\eta)$满足方程(3.9)，其数值已列于表 3.2 中。方程(3.29)在边界条件(3.30)下的解已求得如下：

$$\theta(\eta, P) = \frac{\int_{\zeta=\eta}^{\infty} [f''(\zeta)]^P d\zeta}{\int_0^{\infty} [f''(\zeta)]^P d\zeta} \tag{3.31}$$

由上式及 $f''(0)=0.332$(见表 3.2)，可算出平板表面上的温度梯度为：

$$-\left(\frac{d\theta}{d\eta}\right)_{\eta=0} = k_1 = \frac{(0.332)^P}{\int_0^{\infty} [f''(\zeta)]^P d\zeta} \tag{3.32}$$

可见，k_1 只依赖于 Prandtl 数，表 3.3 列出不同 P 值时由(3.32)式算出的 k_1 值。

表 3.3　零攻角平板的无量纲传热系数 k_1

P	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	7.0	10.0	15.0
k_1	0.259	0.276	0.293	0.307	0.320	0.332	0.344	0.645	0.730	0.835

这些值可由下面的经验公式拟合：

$$k_1 = 0.332P^{1/3} \tag{3.33}$$

在 $0.6<P<10$ 范围内(3.33)式具有相当好的精度。

由(3.22)和(3.32)式可得到，平板上纵向坐标 x 处，单位面积平板向流体输送的热量为：

$$q(x) = -k\sqrt{\frac{U}{\nu x}}\left(\frac{dT}{d\eta}\right)_{\eta=0}$$

$$= 0.332\sqrt[3]{P}\sqrt{\frac{U}{\nu x}}(T_s - T_\infty) \qquad (3.34)$$

因此，长为 l、宽为 b 的平板两面向流体总的传热率为：

$$Q = 2b\int_0^l q(x)dx = 1.328P^{1/3}R^{1/2}(T_s - T_\infty) \qquad (3.35)$$

引入下面的 Nusselt 数：

$$Nx = 0.332P^{1/3}R_x^{1/2} \qquad (3.36)$$

$$Nm = 0.664P^{1/3}R^{1/2} \qquad (3.37)$$

并代入(3.34)和(3.35)式得：

$$q(x) = Nx(T_s - T_\infty) \qquad (3.38)$$

$$Q = 2Nm(T_s - T_\infty) \qquad (3.39)$$

所以，Nx 和 Nm 相应于式(3.23)中定义的传热系数 h。

在层流条件下，平板边界层的传热率计算公式(Nx，Nm)与测量结果完全一致(杨强生，1985；Schlichting，1979)。然而在大多数情况下，特别是在野外条件下，外部气流本身具有很强的湍流性，使实测的传热率与理论计算结果有一定差异。此外，叶片的形状、风相对于叶片的入流角度等因素也对传热率产生影响。常用下式来计算自然条件下的传热率：

$$Nu = \beta N_t \qquad (3.40)$$

式中 Nu 是实际的 Nusselt 数，Nt 是由(3.37)式计算的 Nusselt 数，β 为修正系数。

Pearman 等人(1972)在野外测量的结果表明，β 约为 1.5. 后来的一些工作也获得了类似的结论(Wigley 和 Clark，1974；Hase

ba，1973；Thorpe 和 Butter，1977）。

最近，Chen（1987）在风洞中比较详细地研究了风的湍流强度、湍流尺度以及风相对于叶片的入射角等因素对 β 的影响，其主要结论是：β 随气流湍流强度的增加而增加，但不同的湍流谱成份，其增加速度是不一样的，尺度小的旋涡比尺度大的旋涡使 β 增加更快；当气流入射角小于 30°时，入射角对 β 的影响较大，最大 β 值出现在 $k=20°$附近。

在实际的植物冠层中，风的湍流强度通常在 40～70%之间，比风洞内所能获得的湍流强度要大得多，另外实际冠层中的湍流谱十分宽阔，且叶片是可以摆动的，而模拟的叶片不能摆动，所以野外条件下的 β 值很可能与上述风洞实验结果有较大差异。尽管如此，由于缺少田间试验的详细资料，前述结果作为初级近似，仍然可以在实际工作中应用。

某些植物叶子并非平板状，例如针叶林的叶子是近园柱状的。另外，植物的茎部等部位也不是平板状。大量的试验研究表明，不同形状物体平均传热系数的计算公式可归纳为如下形式：

$$Nm = CR^nP^{1/3} \tag{3.41}$$

式中 C 和 n 是与物体形状有关的经验参数。表 3.4 列出不同形状物体当垂直于气流方向横放时的 C、n 值。

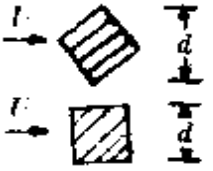
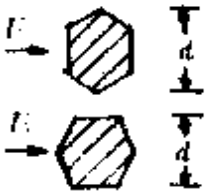
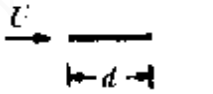
由表 3.4 及(3.41)式可计算出有关物体的热流通量，例如，直径为 0.001 米，长度为 0.05 米，表面温度为 5℃的松林叶子处于温度为 0℃，风速为 2m/s 的空气中时，Nm 和传热系数 h 分别为：

$$Nm = 0.683 \times (147)^{0.466} \times (0.71)^{1/3} = 6.23$$

$$h = \frac{k \cdot Nm}{d} = \frac{0.0242 \times 6.23}{0.001}$$

$$= 150.9(W/m^2℃)$$

表 3.4　强迫对流条件下不同形状物体的 C、n 值

横截面形状	特征长度取法	R	c	n
圆柱		0.4—4 4—40 40—400 400—40000 40000—400000	0.989 0.911 0.683 0.193 0.0266	0.330 0.385 0.466 0.618 0.805
方柱		$5\times10^3-10^5$ $5\times10^3-10^5$	0.246 0.102	0.588 0.675
棱柱		$5\times10^3-1.95\times10^4$ $1.95\times10^4-10^5$ $5\times10^3-10^5$	0.160 0.0385 0.153	0.638 0.782 0.638
横立板		$4\times10^3-1.5\times10^4$	0.228	0.731
球体		17—70000	0.415	0.600
平板			0.664	0.500

实际植物叶片的形状是相当不规则的，其特征长度难以确定，这时可用下式计算叶片的特征尺度：

$$d = ad_m \tag{3.42}$$

式中 d_m 是叶片的最大长度，a 为形状因子，不同形状叶片的 a 值列于表 3.5 中。对于表 3.5 中所列的平板状叶子，知道特征尺度后，可由(3.37)式计算它们的传热系数。

表 3.5　式(3.42)定义的不同形状叶片的形状因子值

叶片形状	气流与叶片垂直			气流与叶片平行		
	强迫对流（层流）	自由然流（层流）	强迫对流（湍流）	强迫对流（层流）	自然对流（层流）	强迫对流（湍流）
	0.378	0.465	0.480			
	0.594	0.695	0.711	0.811	0.828	0.831
	0.505	0.610	0.628	0.649	0.672	0.677
	0.407	0.495	0.511	0.487	0.529	0.537
	0.448	0.526	0.541	0.553	0.576	0.580
	0.681	0.715	0.721			
	0.501	0.577	0.591			
	0.508	0.587	0.595	0.612	0.643	0.648
	0.647	0.697	0.705	0.718	0.737	0.740
	0.471	0.572	0.589	0.636	0.657	0.661

3.2.3　自然对流热输送

自然对流传热的理论计算已在 Schlichting(1979)、杨强生(1985)等著作中作过详细讨论。业已发现，对各种不同情况的自由对流，Nusselt 数可由下面经验公式计算：

$$Nm = c(G \cdot P)^m \tag{3.43}$$

表 3.6　自然对流条件下各种形状物体的 c、m 值

几何形状	流场特征及特征长度 d 的取法	G·P	c	m
直立平板或直立圆柱体	 $T_s>T_\infty$	$10^1 \sim 10^2$ $10^2 \sim 10^4$ $10^4 \sim 10^9$ $10^9 \sim 10^{13}$	1.58 1.00 0.59 0.10	1/9 1/5 1/4 1/3
水平圆柱体	 $T_s>T_\infty$	$10^{-2}-10^4$ 10^4-10^9 $10^9 \sim 10^{12}$	1.08 0.53 0.13	0.155 1/4 1/3
水平平板 (1)加热面向上或冷却面后下 (2)加热面向下或冷却面向上	 $T_s>T_\infty$ d 取为： (1)正方形的边长 (2)长方形两边长的平均值 (3)圆盘直径的 0.9 倍 (4)任意形状时 $d=\frac{2\cdot A}{p}$，A 为面积，p 为周长	$2\times10^4-8\times10^6$ $8\times10^6 \sim 10^{11}$ 10^5-10^{11}	0.54 0.15 0.27	1/4 1/3 1/4
球体	 $T_s>T_\infty$	10^0-10^5	$N_m-2.0+0.43$ $(G\cdot p)^{1/4}$	

式中 c、m 是与物体形状有关的经验系数，已列于表 3.6 中；P 是 Prandtl 数，G 是 Grashof 数，表示浮力与粘性力的比值，由下式计算：

$$G=\frac{g\beta(T_s-T_\infty)d^3}{\nu^2} \tag{3.44}$$

式中 g 为重力加速度，$\beta=\frac{1}{T}$ 为流体体积膨胀系数，$T=(T_s+T_a)/2$，d 是物体的特征尺度，其取法见表 3.6。

自然对流传热条件下，使用下面形式的传热系数较为方便：

$$h=a\left(\frac{\Delta T}{d}\right)^{1/4} \tag{3.45}$$

式中 ΔT 以 C 为单位；d 以厘米为单位；对于叶片，由(3.43)式以及表 3.6 中水平平板(加热面向上，$2\times10^4<G\cdot P<8\times10^6$)一栏的数据，可得 a 的理论值为 4.08(热膨胀系数 $\beta=1/300$，粘性系数 $\nu=1.5\times10^{-5}$)。金一谔等人(1985)在风洞内试验得到 a 为 6.77，约比理论值大 66%。

3.3 水汽边界层

当叶片表面为水所湿润时，水分子蒸发而进入大气的过程十分类似于热量由叶面进入大气的过程。当叶片表面干燥时，水份是从叶片气孔内逸出并经过叶片边界层而进入大气的。与热量输送过程类似，当大气水汽压与叶子表面上的水汽压存在差异时，扩散作用将使围绕叶片的大气薄层内出现水汽压梯度，这一薄层就称为水汽边界层。类似于分子热传导过程，叶片表面处的水汽扩散只能是分子扩散，满足 Fick 定律，即

$$E=-D\left(\frac{\partial c}{\partial y}\right)_{y=0} \tag{3.46}$$

式中：E 为单位时间内通过单位面积的水汽质量($kg/m^2\cdot s$)；c 为水汽浓度(kg/m^3)；D 为水汽在空气中的扩散系数(m^2/s)，D 可近似由下式计算：

$$D=(21.0+1.5t)/p \tag{3.47}$$

式 t 为温度(C)，p 为大气压力(hPa)。

由理想气体状态方程，(3.46)变为：

$$E = -\frac{DM}{RT}\frac{\partial e}{\partial y} \tag{3.48}$$

式中 M 是水分子量，R 是气体常数(8315J/kg·mol·K)，T 为绝对温标(K)，e 是水汽压(Pa)。

与(3.23)式相似，水汽通量亦可表示为：

$$E = h_w(C_s - C_\infty) \tag{3.49}$$

式中 C_s 是表面上的水汽浓度，C_∞ 是边界层外部的水汽浓度。

由于热量输送与水汽输送的相似性，所以下式定义的 Schmidt 数：

$$S_c = \frac{\nu}{D} \tag{3.50}$$

具有与 Prandt 数相似的含义。为此，下面的 Sherwood 数与 Nusselt 数相似，可写为：

$$S_h = \frac{h_w d}{D} = f(R, S_c) \tag{3.51}$$

由于热量输送和水汽输送的相似性，在计算 Nusselt 数的公式中，把 Prandt 数换成 Schmidt 数即可得到计算 S_h 的公式。例如对于层流条件下的平板边界层，S_h 可由下式计算：

$$S_h = 0.664R^{0.5}S_c^{0.33} \tag{3.52}$$

或者对于各种情况：

$$S_h = Nu\left(\frac{S_c}{P}\right)^{1/3} \approx 0.96N_u \tag{3.53}$$

因此，知道 N_u 即可由上式算出 S_h。

第四章　植物冠层内的动量交换

植物与大气之间的动量交换有两个相互联系的研究方面：其一是研究植被层吸收大气动量的整体效率；其二是研究冠层流（即植被冠层内的风场分布）与冠层结构特别是叶面积空间分布的关系。后一研究方面还与冠层内的水、热交换紧密相联。

冠层流与近地面层气流的不同之处在于受到植物枝叶施加的阻力。直到70年代末期，人们才认识到，冠层流方程可以从Navier-Stokes方程通过求空间和时间平均后获得。这一突破为冠层流研究打下了理论基础。

80年代以来，许多精密仪器的出现推动了冠层流试验研究的发展。积累的大量试验资料加深了对冠层流结构以及冠层湍流特征的认识，也为冠层流数值模拟研究提供了检验的数据。

4.1　冠层空气运动方程

4.1.1　动量守恒方程

对于冠层内的空气运动，叶片、树干等植物体可产生对气流的形状曳力（或压差阻力）和粘性曳力（或粘性阻力）。过去形状曳力和粘性曳力是作为源项直接添加到时间平均的流动方程(2.13)中的。但Wilson和Shaw(1977)、Raupach和Shaw(1982)认识到，包括叶片和树干作用力的冠层流方程可通过对有关方程的空间平均处理后求得。Finnigan(1985)的工作使这一空间平均技术得到进

一步的完善。

在冠层内取一体积元 V(必须大到足以把空间小尺度脉动平滑,但又要小于大尺度不均匀性的影响),定义变量 a 的空间平均为:

$$\langle a\rangle=\frac{1}{V}\iiint_V a\,dv \tag{4.1}$$

$$a=\langle a\rangle-a^* \tag{4.2}$$

式中 a^* 表示 a 的空间脉动值。

设 V 内有 m 张叶片,每张叶片的表面积为 $S_l(l=1,2,\cdots,m)$,由散度定理可以证明如下公式(Finnigan,1985):

$$\left\langle\frac{\partial a_j}{\partial x_j}\right\rangle=\frac{\partial}{\partial x_j}\langle a_j\rangle-\frac{1}{V}\sum_{l=1}^{m}\iint_{S_l}a_j n_j\,ds \tag{4.3}$$

式中 a_j 是任一矢量,n_j 是叶片表面的法向矢量,式中最后一项表示 a_j 在 m 个叶片表面上的面积积分之和。

对于通常的冠层,无滑移条件保证在叶片或树干表面上 $u_i=0$,或者即使假定叶片可以摆动,也由于叶片正、反两面的速度是相等的,因而由(4.3)式可知,连续性方程(2.2)取空间平均后仍有:

$$\frac{\partial\langle u_j\rangle}{\partial x_j}=0 \tag{4.4}$$

利用(2.2)式,(2.1)式可改写为通量形式的方程:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(u_j u_i)=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i}+\nu\nabla^2 u_i \tag{4.5}$$

式中忽略了科氏力和浮力作用项。

借助(4.3)式,对方程(4.5)逐项求空间平均得:

$$\left\langle\frac{\partial u_i}{\partial t}\right\rangle=\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial t} \tag{4.6}$$

$$\left\langle\frac{\partial}{\partial x_j}(u_j u_i)\right\rangle=\frac{\partial}{\partial x_j}\langle u_j u_i\rangle \tag{4.7}$$

$$\left\langle -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_j}\right\rangle = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \langle p\rangle}{\partial x_j} + \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m}\iint_{S_i} pn_j ds \tag{4.8}$$

$$\left\langle \nu\nabla^2 u\right\rangle = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\langle \nu\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right\rangle - \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m}\iint_{S_i}\nu\frac{\partial u_i}{\partial n}ds \tag{4.9}$$

因而，空间平均后的运动方程变为：

$$\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\langle u_i u_j\rangle = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial x_j} + \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m}\iint_{S_i} pn_j ds + \frac{\partial}{\partial x_j}\left\langle \nu\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right\rangle - \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m}\iint_{S_i}\nu\frac{\partial u_i}{\partial n}ds \tag{4.10}$$

式(4.10)中右边第二项表示叶片压差阻力，最后一项表示叶片摩擦阻力。

对(4.10)再逐项进行时间平均即可获得时间—空间平均的运动方程。根据时间平均概念有：

$$u_i = \bar{u}_i + u_i' \tag{4.11}$$

式中$\bar{u}_i$是时间平均的速度场，u_i'是空间某点上的脉动速度。由(4.11)得：

$$\langle u_j u_i\rangle = \langle \bar{u}_j\cdot\bar{u}_i\rangle + \langle\overline{u_j' u_i'}\rangle \tag{4.12}$$

式中$\langle\overline{u_j' u_i'}\rangle$表示湍流通量的体积平均。为说明$\langle\bar{u}_j\cdot\bar{u}_i\rangle$的意义需要作进一步的分解。令

$$\bar{u}_j = \langle\bar{u}_j\rangle + \bar{u}_j'' \tag{4.13}$$

式中"表示时间平均量与时间—空间平均量的偏差。因而

$$\langle\bar{u}_j\cdot\bar{u}_i\rangle = \langle\bar{u}_j\rangle\cdot\langle\bar{u}_i\rangle + \overline{F}_j \tag{4.14}$$

其中

$$\overline{F}_j = \langle\langle\bar{u}_j\rangle\langle\bar{u}_i\rangle\rangle - \langle\bar{u}_j\rangle\langle\bar{u}_i\rangle + \langle\langle\bar{u}_j\rangle\bar{u}_i''\rangle + \langle\bar{u}_j''\bar{u}_i''\rangle \tag{4.15}$$

所以，方程(4.10)中的惯性项作时间平均后变为：

$$\overline{\frac{\partial\langle u_i u_j\rangle}{\partial x_j}} = \langle\bar{u}_j\rangle \frac{\partial\langle\bar{u}_i\rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{u_j' u_i'}\rangle + \frac{\partial}{\partial x_j}\bar{F}_j \quad (4.16)$$

分子输送项变为：

$$\overline{\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\nu\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\rangle} = \nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\bar{u}_i\rangle + \frac{\partial}{\partial x_j}\bar{u}_j'\right) \quad (4.17)$$

最后，我们得到时间—空间平均的冠层空气运动方程为：

$$\frac{\partial\langle\bar{u}_i\rangle}{\partial t} + \langle\bar{u}_j\rangle\frac{\partial\langle\bar{u}_i\rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{u_j' u_i'}\rangle + \frac{\partial}{\partial x_j}\bar{F}_j = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\langle\bar{p}\rangle}{\partial x_j} + \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m}\overline{\iint_{S_i} p n_j d_s} - \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m}\overline{\iint_{S_i}\nu\frac{\partial u_i}{\partial n}ds} + \nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\bar{u}_i\rangle\right) + \nu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial}{\partial x_j}\bar{u}_j'\right) \quad (4.18)$$

方程(4.18)可以进一步简化。在水平均匀冠层内，对平均流场$\langle\bar{u}_i\rangle$、平均压力场$\langle\bar{p}\rangle$以及平均湍流通量项作如下假定是允许的：

(1)平均流场可认为是定常的，即时间导数项为零。

(2)平均场的水平梯度可以忽略，即所有水平导数项为零。

(3)冠层流是高 Reynolds 数流动，因而空气分子的粘性输送项(叶片表面除外)可以忽略。在上述假定下，如果把 x 轴($i=1$)取为平均流动方向，则(4.18)可简化为：

$$\frac{\partial}{\partial x_3}\left(\langle\overline{u_3' u_1'}\rangle + \bar{F}_3\right) = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m}\overline{\iint_{S_i} p n_j ds} - \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m}\overline{\iint_{S_i}\nu\frac{\partial u_i}{\partial n}ds} \quad (4.19)$$

式中：

$$\bar{F}_3 = \langle\langle\bar{u}_3\rangle\langle\bar{u}_1\rangle\rangle - \langle\bar{u}_3\rangle\langle\bar{u}_1\rangle + \langle\langle\bar{u}_3\rangle\bar{u}_1'\rangle + \langle\bar{u}_3'\langle\bar{u}_1\rangle\rangle + \langle\bar{u}_3'\cdot\bar{u}_1'\rangle \quad (4.20)$$

在均匀冠层中，(4.20)中的第三、第四项是很小的，可以忽略(Finnigan，1985)。另外，如果体积 V 取得合适，(4.20)中的第一项

和第二项可近似相互抵消。(4.20)中的最后一项是时间平均量的空间相关造成的，它未必是很小的。由于$\langle \overline{u_2''}\,\overline{u_1''}\rangle$还难于测量，其贡献大小尚不清楚，所以在大部分理论和测量工作中就用单点的时间平均$\overline{u_3'u_1'}$代替$\langle \overline{u_3'u_1'}\rangle + \overline{F}_3$项，这样做与其说是合理的还不如说是出于没有办法。

式(4.19)右端两项通常是结合在一起考虑的。根据第三章中有关叶片边界层动量输送的讨论，设叶片的曳力系数(含压差阻力和摩擦阻力)为C_d，单位体积的叶面积密度为$a(z)$，则

$$\frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m}\iint_{S_i}\overline{\left(pn_j-\nu\frac{\partial u_1}{\partial n}\right)}ds=\frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m}\rho C_d S_i\langle\overline{u^2}\rangle$$

$$=2\rho C_d a(z)\langle\overline{u^2}\rangle \tag{4.21}$$

因而，对于水平均匀冠层，(4.19)可简化为：

$$\frac{\partial\langle\overline{w'u'}\rangle}{\partial z}=2\rho C_d a(z)\langle\overline{u^2}\rangle \tag{4.22}$$

大量实验资料表明，(4.22)所表达的冠层动量守恒方程是基本合理的。

4.1.2 二阶矩方程

采用 Finnigan(1985)提出的空间平均方案，对时间平均的二阶矩方程(2.18)各项作空间平均得：

$$\langle A\rangle=\frac{\partial\langle\overline{u_i'u_k'}\rangle}{\partial t} \tag{4.23}$$

$$\langle B\rangle=\langle\overline{u}_j\rangle\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{u_i'u_k'}\rangle+\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{F}_j \tag{4.24}$$

$$\langle C\rangle=-\langle\overline{u_i'u_j'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{u}_k\rangle}{\partial x_j}-\overline{P}_B$$

$$-\langle\overline{u_j'u_k'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{u}_i\rangle}{\partial x_j}-\overline{P}_c \tag{4.25}$$

$$\langle D\rangle = -\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{u_i'u_j'u_k'}\rangle \tag{4.26}$$

$$\langle E\rangle = -\frac{\partial}{\partial x_i}\langle\frac{\overline{p'u_k'}}{\rho_0}\rangle + \frac{1}{V}\sum_{l=1}^{m}\iint_{S_l}\frac{\overline{p'u_k'}}{\rho_0}n_l ds$$

$$-\frac{\partial}{\partial x_k}\langle\frac{\overline{p'u_i'}}{\rho_0}\rangle + \frac{1}{V}\sum_{l=1}^{m}\iint_{S_l}\frac{\overline{p'u_i'}}{\rho_0}n_l ds \tag{4.27}$$

$$\langle F\rangle = \langle\overline{\frac{P'}{\rho_0}\left(\frac{\partial u_l'}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k'}{\partial x_l}\right)}\rangle \tag{4.28}$$

$$\langle G\rangle = \frac{g}{T_0}\left(\delta_{i3}\langle\overline{u_k'T'}\rangle + \delta_{k3}\langle\overline{u_i'T'}\rangle\right) \tag{4.29}$$

在对 H、I 项作空间平均时，须引用 Finnigan(1985)由 Green 第一定理导出的如下公式：

$$\langle\psi\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_j^2}\rangle = -\frac{1}{V}\sum_{l=1}^{m}\iint_{S_l}\psi\frac{\partial\varphi}{\partial n}ds - \langle\frac{\partial\varphi}{\partial x_j}\frac{\partial\psi}{\partial x_j}\rangle$$

$$+\langle\langle\psi\rangle\frac{\partial^2\langle\varphi\rangle}{\partial x_j^2}\rangle + \langle\frac{\partial\langle\varphi\rangle}{\partial x_j}\frac{\partial\langle\psi\rangle}{\partial x_j}\rangle \tag{4.30}$$

因而有：

$$\langle H+I\rangle = \langle\nu_0\overline{\left(u_k'\frac{\partial^2 u_i'}{\partial x_j^2} + u_i'\frac{\partial^2 u_k'}{\partial x_j^2}\right)}\rangle$$

$$= \frac{1}{V}\sum_{l=1}^{m}\iint_{S_l}\left(\nu_0\overline{u_k'\frac{\partial u_i'}{\partial n}} + \nu_0\overline{u_i'\frac{\partial u_k'}{\partial n}}\right)ds$$

$$-2\nu_0\langle\overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}\frac{\partial u_k'}{\partial x_j}}\rangle + \langle\nu_0\overline{\langle u_k'\rangle\frac{\partial^2\langle u_k\rangle}{\partial x_j^2}}\rangle$$

$$+\langle\nu_0\overline{\langle u_i'\rangle\frac{\partial^2\langle u_k'\rangle}{\partial x_j^2}}\rangle + 2\nu_0\langle\overline{\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial x_j}\frac{\partial\langle u_k\rangle}{\partial x_j}}\rangle \tag{4.31}$$

在上述(4.24)和(4.25)式中：

$$\overline{F_j} = \{\langle\overline{u}_j\langle\overline{u_i'u_k'}\rangle\rangle - \langle\overline{u}_j\rangle\langle\overline{u_i'u_k'}\rangle$$

$$\cdots \langle \overline{u_i'(u_j'u_k')} \rangle + \cdots \tag{4.32}$$

$$\overline{P}_{\beta} = \left\{ \langle (\overline{u_i'u_j'}) \frac{\partial}{\partial x_j} \langle \bar{u}_k \rangle \rangle - \langle \overline{u_j'u_i'} \rangle \frac{\partial}{\partial x_j} \langle \bar{u}_k \rangle \right.$$

$$\left. + \langle (\overline{u_i'u_j'})' \frac{\partial}{\partial x_j} u_k' \rangle + \cdots \right\} \tag{4.33}$$

$$\overline{P}_c = \left\{ \langle (\overline{u_j'u_k'}) \frac{\partial}{\partial x_j} \langle \bar{u}_i \rangle \rangle - \langle \overline{u_j'u_k'} \rangle \frac{\partial}{\partial x_j} \langle \bar{u}_i \rangle \right.$$

$$\left. + \langle (\overline{u_j'u_k'})' \frac{\partial}{\partial x_j} u_i' \rangle + \cdots \right\} \tag{4.34}$$

在$\overline{F}_j$、$\overline{P}_\beta$和$\overline{P}_c$各式中只列出对于均匀或规则冠层是重要的项，省略号则代表在非均匀冠层中可能是重要的但在均匀或规则冠层中是可以忽略的项。

最后，我们得到冠层内时间—空间平均的速度二阶矩方程为：

$$\frac{\partial \langle \overline{u_i'u_k'} \rangle}{\partial t} + \langle \bar{u}_j \rangle \frac{\partial}{\partial x_j} \langle \overline{u_i'u_k'} \rangle + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{F}_j$$

$$= - \langle \overline{u_i'u_j'} \rangle \frac{\partial \langle \bar{u}_k \rangle}{\partial x_j} - \overline{P}_\beta - \langle \overline{u_j'u_k'} \rangle \frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial x_j}$$

$$- \overline{P}_c - \frac{\partial}{\partial x_j} \langle \overline{u_i'u_j'u_k'} \rangle - \frac{\partial}{\partial x_i} \langle \overline{\frac{p'u_k'}{\rho_0}} \rangle - \frac{\partial}{\partial x_k} \langle \overline{\frac{p'u_i'}{\rho_0}} \rangle$$

$$+ \frac{1}{V} \sum_{l=1}^{m} \iint_{S_l} \overline{\frac{p'u_k'}{\rho_0}} n_l ds + \frac{1}{V} \sum_{l=1}^{m} \iint_{S_l} \overline{\frac{p'u_i'}{\rho_0}} n_l ds$$

$$+ \langle \overline{\frac{p'}{\rho_0} \left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k'}{\partial x_i} \right)} \rangle - \frac{g}{T_0} \left(\delta_{i3} \langle \overline{u_k'T'} \rangle + \delta_{k3} \langle \overline{u_i'T'} \rangle \right)$$

$$- \frac{1}{V} \sum_{l=1}^{m} \iint_{S_l} \left(\nu_0 u_k' \frac{\partial u_i'}{\partial n} + \nu_0 u_i' \frac{\partial u_k'}{\partial n} \right) ds - 2\nu_0 \langle \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_k'}{\partial x_j}} \rangle$$

$$- \langle \nu_0 \langle u_k' \rangle \overline{\frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j^2}} \rangle + \nu_0 \overline{\langle u_i' \rangle \frac{\partial^2 \langle u_k \rangle}{\partial x_j^2}} + 2\nu_0 \langle \overline{\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \frac{\langle \partial u_k' \rangle}{\partial x_j}} \rangle \tag{4.35}$$

与方程(2.18)相比，方程(4.35)中多出了由叶片造成的源汇项，且

忽略了科氏力作用项。

4.2 冠层风场和湍流场的观测事实

4.2.1 平均风速廓线($\overline{u}$)

对植物冠层内平均风速廓线所作的大量观测表明(图 4.1):不同冠层之间风速廓线的差异是明显的;一个共同的特征是,冠层上部($z/H>0.6$)和底部($z/H<0.1$),风的垂直切变较大,中部($0.1\leqslant z/H\leqslant 0.6$)切变较小;在某些冠层内,接近地面处出现风速次大值,这一现象是由于这些冠层内的下部叶子较少所致(Amiro,1990)。Shaw(1977)曾用湍流平衡方程从理论上讨论过这一现象。

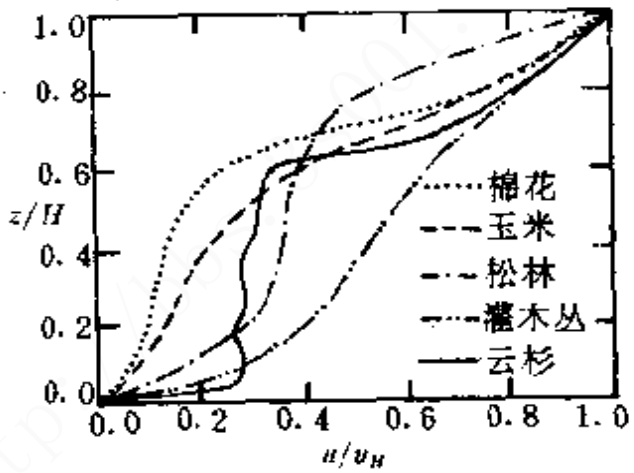


图 4.1 植被冠层内平均风速廓线

平均风速廓线主要与叶面积及其空间分布有关。一般而言叶面积密度越大,风速随高度向下衰减越快。

4.2.2 切应力廓线($\tau=\rho\overline{u'w'}$)

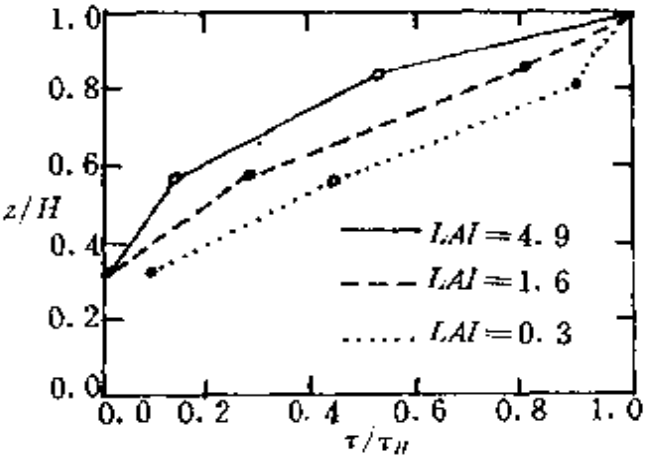


图 4.2 落叶林不同时期冠层内的切应力
(根据 Shaw 等,1988)

已有的一些观测资料表明，切应力在冠层内的分布是由冠层顶向下迅速衰减(图 4.2)。植物叶片对气流动量的吸收是造成这一现象的直接原因。冠层叶子浓密期，动量的吸收主要发生在冠层上部；落叶期，动量的吸收则可扩展到较低的高度(图 4.2)。

4.2.3 湍流强度

湍流强度定义为：

$$i_u = \frac{\delta_u}{\bar{u}}, i_v = \frac{\delta_v}{\bar{u}}, i_w = \frac{\delta_w}{\bar{u}} \tag{4.36}$$

式中 i_u、i_v、i_w 分别为纵向、横向和垂直向湍流强度；$\bar{u}$表示沿平均风向的平均风速(纵向风速)；$\delta_u = (\overline{u'^2})^{1/2}$、$\delta_v = (\overline{v'^2})^{1/2}$、$\delta_w = (\overline{w'^2})^{1/2}$分别为纵向、横向和垂直向风速脉动值的均方差。

在近地面层内，湍流强度大约在 0.2～0.4 之间。但在植被冠层内，其值较大。Cionco(1972)概括了大量的观测资料，认为 i_u 随叶面积密度的增大而增加，在农作物冠层内 i_u 的典型值是 0.4，在温带森林内 $i_u \approx 0.6$，在热带森林内 $0.7 \leqslant i_u \leqslant 1.2$。

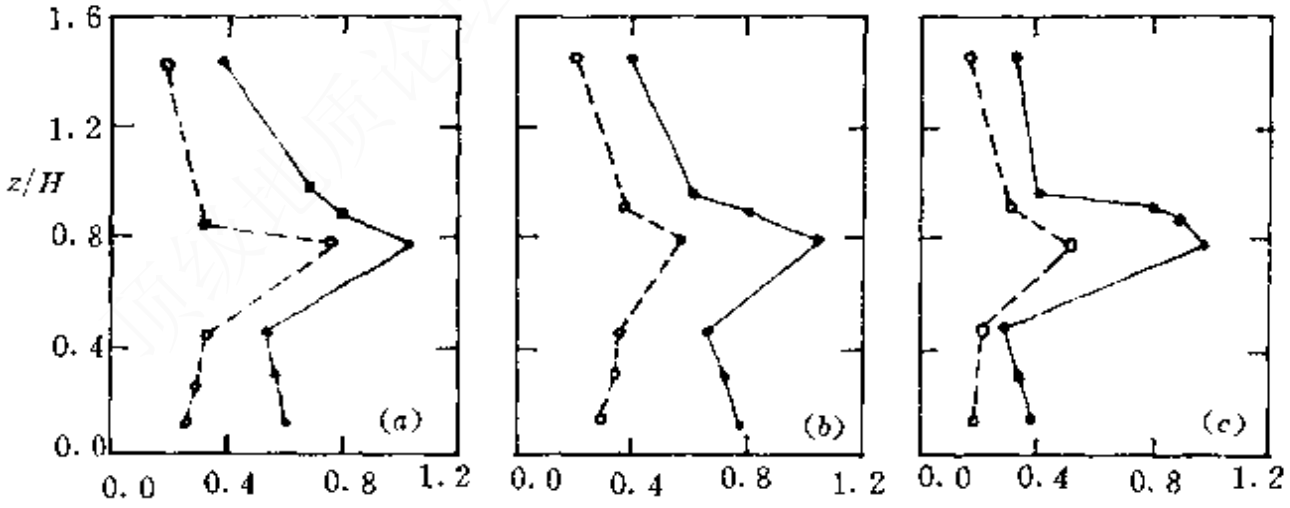


图 4.3 落叶林内的湍流强度($LAI = 4.9$，据 Baldocchi 和 Meyers(1988))

在成熟落叶林内的测量表明，湍流强度最大值出现在 $0.6H$ ～$0.8H$ 高度上，见图 4.3。另外，冠层内的湍流强度还与大气稳定度有关，一般日间较大，而夜间较小。

4.2.4 湍流能谱

采用 Silversides(1974)建议的冠层湍流谱无量纲化方法，图 4.4 绘出 Amiro 和 Davis(1988)在黑杉林冠层内及上方测得的垂直速度谱。图中所示的湍流能谱特征与 Baldochi 和 Meyers (1988)以及 Anderson 等人(1986)在落叶林内，Thompson(1979)在松林内、Kaimal 等人(1972)在矮草冠层，Shaw 等人(1974)和 Wilson 等人(1982)在玉米冠层，Seginer 等人(1976)在风洞实验中获得的测量结果是一致的。

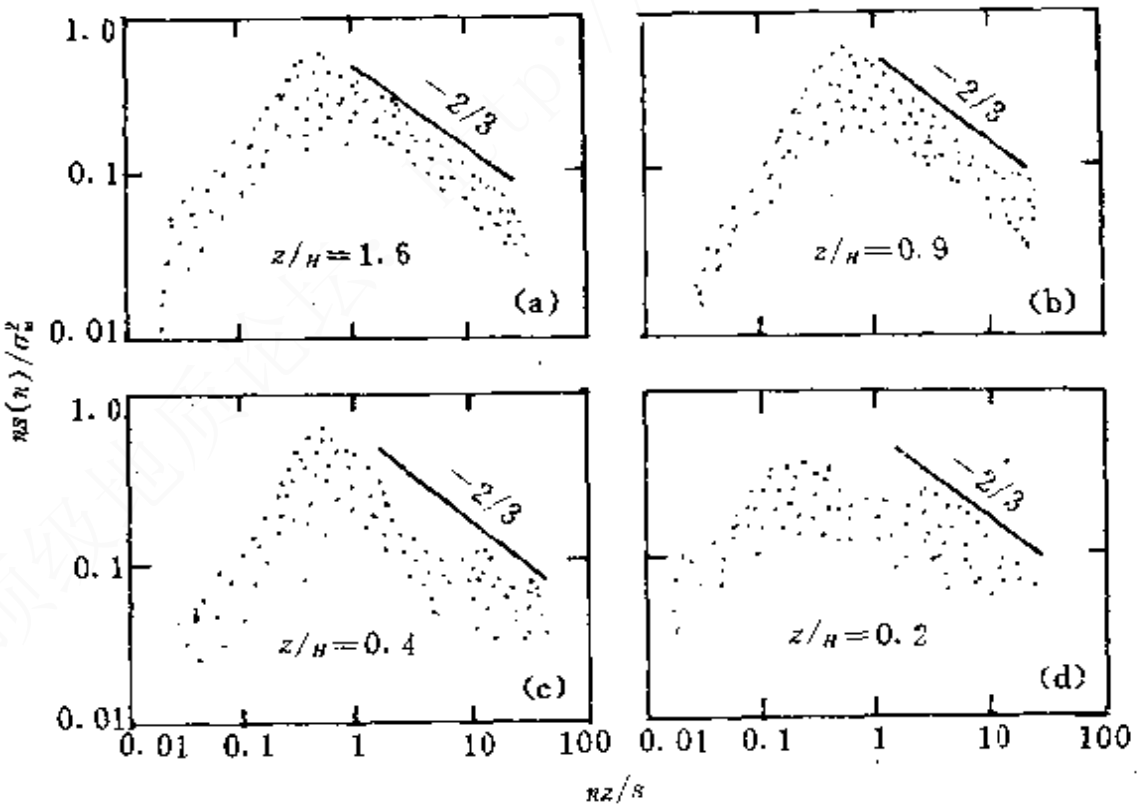


图 4.4 黑杉林冠层内及上方大气的湍流能谱
(根据 Amiro 和 Davis (1988))

图 4.4 表明，在冠层上方($z/H=1.6$)，湍流能谱具有近地面层大气湍流能谱的一般特征。在频率为 $0.3<\frac{nz}{\overline{U}(z)}<10$ 的惯性区内，成立所谓的 $-2/3$ 次方定律，即：

$$\frac{ns(n)}{\sigma_u^2} \propto \left(\frac{nz}{\overline{u}}\right)^{-2/3} \tag{4.37}$$

式中 n 是频率，$s(n)$是谱密度。但在冠层内，湍流能谱明显偏离 $-2/3$ 的斜率，表明在这一波数范围内有显著的能量损失。图 4.4 (d)表明在 $z/H=0.2$ 高度上，能谱还存在明显的次峰值。Raupach 和 Shaw(1981)认为，这些现象是冠层内叶茎等植物元素的拖曳作用所产生的尾涡湍流造成的，其机理可用下图简述：

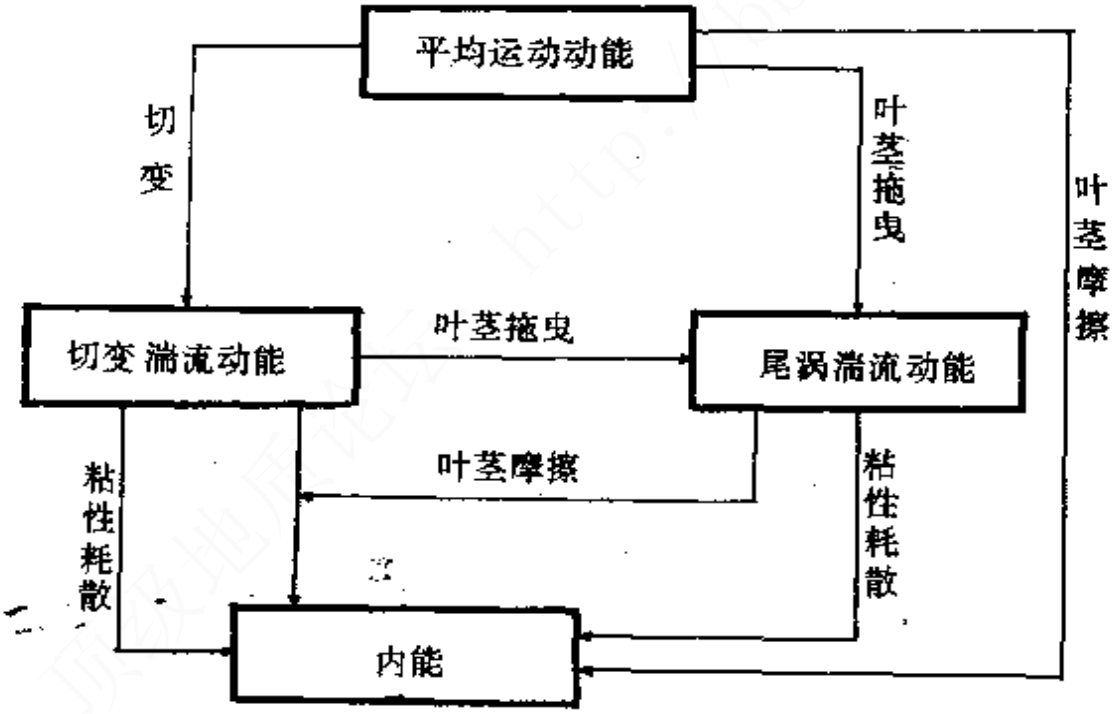


图 4.5 冠层内平均运动动能转化为内能的过程示意图

在冠层上方，平均运动动能转换成湍流动能后而耗散。在冠层内，这一过程仍然存在，但增加了叶茎摩擦耗散和拖曳作用而形成尾涡湍流耗散两个过程。一般而言，尾涡湍流尺度比较小，其耗散

速度是相当快的，这可能是一些测量中未能观测到高频谱峰的原因。

4.3 冠层上方的通量—廓线关系

观测资料表明，在水平均匀植被冠层上方，常通量层假定仍然成立(Shaw 等，1988；DeBruin 和 Moore，1985)。因此，冠层上方的风速廓线可由(2.100)式推广而得：

$$u(z)=\frac{u_*}{k}\left[\ln\left|\frac{z-d}{Z_0}\right|-\psi\left|\frac{z-d}{L}\right|\right],z\geqslant H \quad (4.38)$$

式中 Z_0 是粗糙长度，d 是零平面位移高度。Z_0 和 d 可粗略地解释为冠层从气流中吸收动量的效率尺度和冠层的有效高度，但其确切的物理含义至今仍未清楚(Jacobs 和 Schols，1986)。例如，关于 d 就有好几种物理解释。Thom(1971)根据风洞试验结果指出 d 是植物吸收动量的平均高度，由下式定义：

$$d=\frac{\int_0^H a(z)u^2(z)C_d(u(z))z\,dz}{\int_0^H a(z)u^2(z)C_d(u(z))\,dz} \quad (4.39)$$

Shaw 和 Pereira(1982)的数值模拟试验结果说明，Thom 的想法是可行的。Tajchman(1981)把 d 看作是气块从平滑面($d=0$)进入粗糙面时，气块的垂直位移。Molion 和 Moore(1983)用野外试验资料检验过这一方案，结果指出平滑面粗糙长度的选择对 d 的影响较大。事实上平滑面假定是不必要的，DeBruin 和 Moore(1985)用修正的质量守恒方案克服了这一限制，但所得计算方法对风速资料的误差十分敏感，只能用于风速测量精度较高的场合(Lo，1990)。

Z_0 和 d 的计算方法很多，但就大部分实际问题而言，可采用由冠层高度 H 估计 Z_0 和 d 的经验关系式。这些经验关系式被收

集并列于表 4.1 中。

表 4.1　由 H 估计 Z_0 和 d 的经验公式

经验公式	适用植被类型	备注
$d=0.56H$ $Z_0=0.31(H-d)$	小　麦	Legg 和 Long(1975)
$d=0.63H^{1.3}$ $Z_0=0.33(H-d)^{1.3}$	玉　米	Jacobs 和 VanBoxel (1988)
$d/H=0.77,0.76$	黄　豆	Monteith (1963), Thom (1971)
$d/H=0.66\sim0.90$	水　稻	
$d/H=0.58\sim0.90$	玉　米	
$d=0.702H^{0.9793}$	对 19 种农作物回归而得，相关系数 $\gamma=0.97$	
$d=0.89H$ $Z_0=0.30(H-d)$	松　林	

(4.38)式所示风速廓线的一个重要特征是风速梯度不受下垫面粗糙度 Z_0 的影响。在光滑或具有较小粗糙度(如裸地，矮草地)的表面上，大量的观测事实证明这一结论是成立的。但在比较粗糙的表面上(如高杆作物，灌木丛或森林上方)，已有一些观测资料表明，风速梯度强烈受到下垫面粗糙度影响，特别是在贴近表面的气层内。Thom 等人(1975)在松林上方所作的试验表明，通过梯度—扩散模型估算的热通量要比能量平衡法估算的小(只有能量平衡法的 50%或更小)。这一结论后来又被在森林冠层进行的三个重要试验(Raugpach，1979；Garratt，1978；Denmead 和 Bradley，1985)所肯定。这些有趣的发现说明，粗糙面上的湍流输送具有与光滑面上不同的特征。

至今为止的研究表明，粗糙面上方的边界层应考虑分成两个区域，如图 4.6 所示：一个是惯性副层($Z_m<z<Z_h$)，在这一气层内，通常的通量廓线关系(4.38)式是成立的；另一个是紧靠表面的

粗糙亚层(Raupach 等,1980)或转换亚层(Garratt,1980),在这一层内,表面显著影响上方气流,通常的通量廓线关系需要修正后才能使用。

按照 Monin 和 Yaglom (1973)、Tennekes 和 Lumley(1972)、Tennekes(1973)的推论,粗糙亚层的顶部高度(Z_m)应位于 $50Z_0$～$100Z_0$ 之间,但这些推测从未被试验证实过。Garratt(1980)在森林上方的观测表明,Z_m 约为 $150Z_0$。

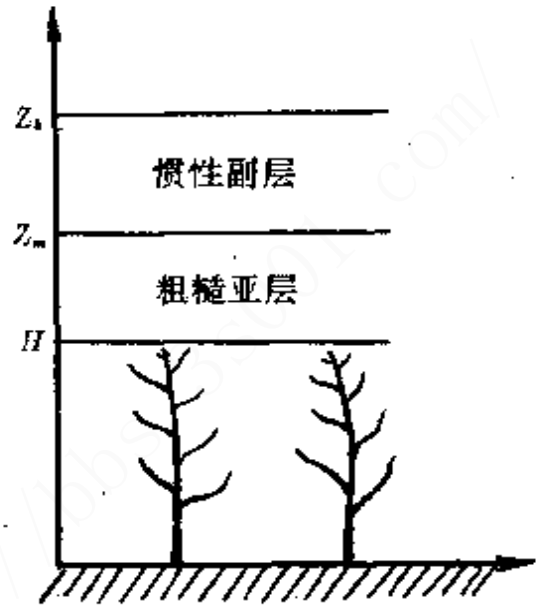


图 4.6 冠层上方边界层结构示意图

Chen 和 Schwerdtfeger (1989)在灌木林冠层上方对粗糙亚层作过详细研究。他们观测到,在贴近冠层的粗糙亚层内,实测的风、温廓线斜率要大于计算廓线。这说明,粗糙面上的湍流混合过程要比光滑面上强烈。另外,观测廓线与计算廓线之间的差异还依赖于稳定度。随不稳定度增加,差异变得越大,影响高度也越高。

设 Φ_{m0}、Φ_{h0} 为光滑面上风速和温度廓线普适函数(见表 4.2),Φ_{mr} 和 Φ_{hr} 为粗糙面上的相应函数。令比值 $\gamma_m=\Phi_{mr}/\Phi_{m0}$,$\gamma_h=\Phi_{hr}/\Phi_{h0}$。根据 Garratt(1978)及 Chen 和 Schwerdtfeger(1989)在森林冠层上方的观测结果,表 4.2 列出 γ_m 和 γ_h 随高度的变化情况。可见,在贴近冠层的层次内,γ_m 为 1.5～1.7,γ_h 为 1.5～2.50,大约在 $z>d+3(H-d)$ 高度以上,γ_m 和 γ_h 接近于 1 或小于 1。γ_m、γ_h 还与稳定度有关。

表 4.3 是 γ_m、γ_h 随稳定度的变化情况。正如 Garratt(1978)所

指出的，稳定层结下粗糙面的影响较小，不稳定层结下影响则较大。Thom 等(1975)在松林上方的实验结果也表明，稳定条件下的通量测量值很接近于光滑面上的测量值。γ_m 和 γ_h 均随不稳定度的增加而增加。更有趣的是 γ_h 在 $\frac{z-d}{L}\approx -0.08$ 处突然迅速增加，这种不连续性可能是对流活动造成的，但在 Garratt(1980)的试验结果中没有这种现象。因此，有关粗糙亚层内的一些过程仍然需要作进一步的研究。

表 4.2 中性条件下森林冠层上方不同高度上的 Φ_{mr}，γ_m，Φ_{mr}，γ_h 值

$\frac{z-d}{H-d}$	Φ_{mr}	γ_m	Φ_{hr}	γ_h
1.6	0.58 0.60	1.73 1.65	0.61 0.50	1.65*a* 2.50*b*
2.2	0.59 0.65	1.70 1.50	0.53 0.90	1.90*a* 1.46*b*
3.3	0.67 0.88	1.50 1.08	1.00 0.76	1.00*a* 1.30*b*
4.9	1.11 1.07	0.90 0.86	1.00 1.21	1.00*a* 0.73*b*

* *a*：$H=8$ 米，$d=5.1$ 米，$Z_0=0.4$ 米(Garratt，1978)。

* *b*：$H=2.3$ 米，$d=1.8$ 米，$Z_0=0.43$ 米(Chen 和 Schwerdtfeger，1989)。

表 4.3 γ_m、γ_h 随稳定度 $\left(\frac{z-d}{L}\right)$ 的变化

$\frac{z-d}{L}$	0.006	−0.02	−0.05	−0.06	−0.08	−0.10	−0.22
γ_m	1.17	1.65	1.87	1.94	2.19	2.22	2.23
γ_h		2.50	2.49	2.61	4.17	4.34	3.73

* Chen 和 Schwerdtfeger，1989。

造成粗糙亚层内 $\gamma_m>1$ 的主要机理是"尾涡扩散"效应，即下方粗糙面元素形成的尾涡湍流向上输送使上方气层湍流混合增强，因而减少风速垂直梯度(Thom，1975)。这是目前比较一致的看法。此外，水平非均匀性和近地面层中的大尺度涡旋也可能起到关键作用(Raupach 等，1980；Finnigan，1979，1985；Denmead 和 Bradley，1985；Chen 和 Schwerdtfeger，1989)。

就粗糙亚层内风、温分布廓线的描述而言，近地面层内简单的尺度分析理论以及与之相应的梯度—扩散模式可能并不适用，这时可能需要引进二阶或高阶的湍流闭合模式。但由于梯度—扩散模式的简单性，一些作者将之经验修正后仍用于粗糙亚层。如 Raupach 等(1980)假定表 2.2 中的普适函数具有如下形式：

$$\Phi_m=\begin{cases}\Phi_{m0}, & z>Z_m\\ \Phi_{m0}\left(\dfrac{z-d}{Z_m-d}\right), & H\leqslant z\leqslant Z_m\end{cases}\tag{4.40}$$

式中 Z_m 是表征粗糙亚层顶部高度的参数，如图 4.6 所示；Φ_{m0} 是光滑面上方相同条件下的普适函数。把(4.40)式代入(2.83)式，积分后得到粗糙亚层内的风速分布为：

$$u(\zeta)=u(Z_m)-\frac{u_*}{k}\left(1-\frac{z-d}{Z_m-d}\right),H\leqslant z\leqslant Z_m\tag{4.41}$$

式中 $u(Z_m)$ 是 Z_m 高度上的风速。Z_m 可用下面经验公式估算

$$Z_m=d+a(H-d)\tag{4.42}$$

式中 a 是经验系数，表 4.2 表明 a 在 2～3 之间。

另外，Garratt(1980)假定在粗糙亚层内，普适函数取如下形式：

$$\Phi_m=\begin{cases}\Phi_{m0}, & z>Z_m\\ \Phi_{m0}\exp\left[-k\left(1-\dfrac{z-d}{Z_m-d}\right)\right], & z\leqslant Z_m\end{cases}\tag{4.43}$$

因此，风速廓线为：

$$u(z) = u(Z_m) - \frac{u_*}{k} g(\zeta), \qquad z \leqslant Z_m \tag{4.44}$$

式中

$$g(\zeta) = -a\ln\zeta + aa_1(1-\zeta) + \frac{aa_1^2}{4}(1-\zeta^2) + \frac{aa_1^3}{18}(1-\zeta^3) + \cdots \tag{4.45}$$

其中，$\zeta = \frac{z-d}{Z_m-d}$，$a_1 = 0.7$，$a = e^{-a_1} \approx 0.5$。对于所有实际目的，上面级数取到前三项就足够了。

在 $1 > \zeta > 0.5$ 的范围内，式(4.41)和式(4.44)差别不大。

4.4 冠层流模型

4.4.1 一阶闭合模型

冠层动量守恒方程(4.22)中，有两个未知数 τ 和 $\bar{u}$，需要再引进一个方程才能使方程闭合。通常假定动量通量和平均风速梯度存在如下关系：

$$\tau = \rho K \frac{du}{dz} \tag{4.46}$$

式中 K 是冠层内动量湍流扩散系数。方程(4.22)重写如下：

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \rho C_d L(z) u^2 \tag{4.47}$$

式中 $L(z)$ 为叶面积密度。(4.46)式和(4.47)式构成所谓的冠层流一阶闭合模型。一阶闭合模型的关键是确定湍流交换系数 K。K 的计算方法归纳起来有如下三种：

1. 假定冠层内 K 廓线与 u 廓线相似，即

$$K = \delta u \tag{4.48}$$

式中 δ 是比例系数。Legg 和 Long(1975)的观测资料支持这一假定。

2. 假定冠层内湍流交换系数为常数且等于冠层顶部高度 H 上的值，即

$$K = K_H \tag{4.49}$$

式中 K_H 为 $z=H$ 处的湍流交换系数。Jarvis(1976)发现，在针叶林冠层的上部，这一假定具有一定的代表性。

3. 引入混合长度 l，假定

$$K = l^2 \frac{du}{dz} \tag{4.50}$$

冠层中湍涡的混合长度可用叶间或茎间平均距离表示(Goudriaan，1977)。例如，对于宽度为 w 的正方形叶片，单位体积中的叶子数目可用 $L(z)w^{-2}$ 表示，则叶间平均距离为：

$$l = 2\left(\frac{3w^2}{4\pi L(z)}\right)^{1/3} \tag{4.51}$$

对于宽度为 w 的窄而长的叶片，l 即为平均一片叶子所包含的园柱体直径：

$$l = \left(\frac{4w}{\pi L(z)}\right)^{0.5} \tag{4.52}$$

正如李旭辉(1987)所指出的，l 还受制于叶片的空间分布，应考虑予以适当修正。在一些模型中，混合长度 l 还表示为：

$$l = \frac{k^3}{C_d L(z)} \tag{4.53}$$

并且要满足下列限制条件：

$$l \leqslant kz, \frac{dl}{dz} \leqslant k \tag{4.54}$$

式中 k 为 Von Karman 常数($\equiv$0.4)。

在叶面积密度随高度均匀分布且曳力系数 C_d 为常数的条件

下，一阶闭合模式所描述的风速廓线可解析求出，列出如下：

当 $K=\delta u$ 时，

$$u = u_H\left[\frac{\mathrm{sh}(k_1 x)}{\mathrm{sh}(k_1)}\right]^{1/2} \tag{4.55}$$

此解满足边界条件 $z=H, u=u_H; z=0, u=0$，是 Cowan(1968)首先导出的。

$$u = u_H\left[\frac{\mathrm{ch}(k_1 x)}{\mathrm{ch}(k_1)}\right]^{1/2} \tag{4.56}$$

此解满足边界条件 $z=H, u=u_H; z=0, \frac{\partial u}{\partial z}=0$，是 Massman (1987)导出的。(4.55)和(4.56)式中

$$x=z/H \tag{4.57}$$

$$k_1=\left(\frac{2\cdot C_d\cdot LAI\cdot H}{\delta}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{4.58}$$

$$LAI=\int_0^H L(z)dz \tag{4.59}$$

当 $K=K_H$ 时，

$$u = u_H[1+k_2(1-x)]^{-2} \tag{4.60}$$

此解满足边界条件 $z=H, u=u_H$，是 Landsberg 和 James(1971)，Thom(1971)导出的。式中

$$k_2 = \left(\frac{H\cdot C_d\cdot LAI\cdot u_H}{6K_H}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{4.61}$$

当 $K=l^2\frac{du}{dz}$(设 l 为常数)时，

$$u = u_H\exp[k_3(x-1)] \tag{4.62}$$

此解满足边界条件 $z=H, u=u_H$。式中

$$k_3 = \left(\frac{1}{2}C_d\cdot LAI\cdot H^2 l^{-2}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{4.63}$$

在实际应用中，通常把上述式中的 k_1，k_2 和 k_3 看作是经验参数。例如 Cionco(1972)指出，对于许多冠层，k_3 在 2～3 之间。

尽管在导出方程(4.55)、(4.56)、(4.61)和(4.62)时对 K 所作的假定很不相同，但它们所给出的风速廓线都很相似。

对于叶面积密度随高度非均匀分布的情况，一阶闭合模型通常只能用数值方法求解。但绝大部分植物冠层的叶面积密度可用三角形分布(如图 4.7 所示)逼近。因而研究三角形叶面积密度分布冠层的风廓线解具有实际意义。图 4.7 所示的三角形叶面积密度分布可用以下函数表示：

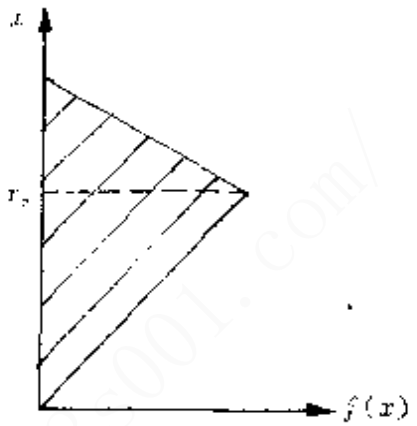


图 4.7 三角形叶面积密度分布

$$f(x)=\begin{cases} x/x_c, 0\leqslant x\leqslant x_c \\ \dfrac{1-x}{1-x_c}, x_c<x\leqslant 1 \end{cases} \tag{4.64}$$

式中 $f(x)$是归一化的叶面积分布函数，由叶面积密度分布函数除以最大叶面积密度而得；$x=z/H$；x_c 是最大叶面积密度所在高度。

由(4.64)式可得冠层叶面积为：

$$LAI = H\int_0^1 L_{max}f(x)dx = H\cdot L_{max}\cdot\mu \tag{4.65}$$

式中 L_{max}为最大叶面积密度，$\mu=\int_0^1 f(x)dx$。

因而冠层流一阶闭合模型可改写为：

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \beta_0^2 f(x)y \tag{4.66}$$

式中 $y=u^2/u_H^2$，$\beta_0=\left(\dfrac{2\cdot C_d\cdot LAI\cdot H}{\delta\mu}\right)^{1/2}$。

在 $0\leqslant x\leqslant x_c$ 区间内，方程(4.66)的解为：

$$y = a_1y_1(\beta,x) + a_2y_2(\beta,x) \tag{4.67}$$

式中，a_1 和 a_2 为待定系数，$\beta=\dfrac{\beta_0^2}{x_c}$，函数 $y_1(\beta,x)$和 $y_2(\beta,x)$可用级数表达如下：

$$y_1(\beta,x)=1+\frac{\beta}{3\cdot 2}x^3+\frac{\beta^2}{6\cdot 5\cdot 3\cdot 2}x^6 +\cdots+b_nx^n+\cdots \tag{4.68}$$

$$y_2(\beta,x)=1+\frac{\beta}{4\cdot 3}x^4+\frac{\beta^2}{7\cdot 6\cdot 4\cdot 3}x^7 +\cdots+d_nx^n+\cdots \tag{4.69}$$

其中

$b_n=\dfrac{\beta}{n(n-1)}b_{n-3},n=9,12,15,\cdots$。

$d_n=\dfrac{\beta}{n(n-1)}d_{n-3},n=10,13,16,\cdots$。

在 $x_c<x\leqslant 1$ 区间内，方程(4.66)的解为

$$y=a_3y_3(\gamma,x)+a_4y_4(\gamma,x) \tag{4.70}$$

式中，a_3 和 a_4 为待定系数，$\gamma=\dfrac{\beta_0^2}{1-x_c}$，函数 $y_3(\gamma,x)$和 $y_2(\gamma,x)$可用级数表达如下：

$$y_3(\gamma,x)=1+\frac{\gamma}{3\cdot 2}(1-x)^3+\frac{\gamma^2}{6\cdot 5\cdot 3\cdot 2}(1-x)^6 +\cdots+e_nx^n+\cdots \tag{4.71}$$

$$y_4(\gamma,x)=(1-x)+\frac{\gamma}{4\cdot 3}(1-x)^4 +\frac{\gamma^2}{7\cdot 6\cdot 4\cdot 3}(1-x)^7+\cdots+f_nx^n+\cdots \tag{4.72}$$

其中

$$e_n=\frac{\gamma}{n(n-1)}e_{n-3},n=9,12,15,\cdots$$

$$f_n=\frac{\gamma}{n(n-1)}f_{n-3},n=10,13,16,\cdots$$

如果上、下边界条件取为

$$x=1,u=u_H \qquad \text{即} \qquad y=1$$

$$x=0,\frac{\partial u}{\partial z}=0 \qquad \text{即}\frac{dy}{dx}=0 \tag{4.73}$$

且在 $x=x_c$ 处要求解函数及其导数连续即

$$y|_{x_c^+}=y|_{x_c^-},\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x_c^+}=\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x_c^-} \tag{4.74}$$

则可获得方程的定解为：

$$y=\begin{cases}a_1y_1 & ,0\leqslant x\leqslant x_c\\ y_3+a_4y_4 & ,x_c<x\leqslant 1\end{cases} \tag{4.75}$$

式中

$$a_4=\frac{A\cdot E-B\cdot D}{C\cdot D-A\cdot F}$$

$$a_1=\frac{B+a_4\cdot C}{A}$$

$$A=y_1(\beta,x_c)$$

$$B=y_3(\gamma,x_c)$$

$$C=y_4(\gamma,x_c)$$

$$D=\left.\frac{dy_1}{dx}\right|_{x=x_c}$$

$$E=\left.\frac{dy_3}{dx}\right|_{x=x_c}$$

$$F=\left.\frac{dy_4}{dx}\right|_{x=x_c}$$

Massman(1987)指出，在一阶闭合模型中，用三角形叶面积密度分布逼近实际叶面积密度分布所得风廓线优于均匀叶面积密度分布的风廓线。

4.4.2 冠层—大气耦合的一阶闭合模式

冠层—大气耦合风模式的目的是推断冠层上方某一高度 Z_r 以下的风速分布。此问题中，Z_r 高度上的风速 u_r、冠层高度 H、冠层叶面积

密度分布 $f(z)$ 以及叶片阻力系数等都假定是已知的。Goudriann (1977)、Sellers 等(1986)和 Massman(1987)曾利用这类模式计算冠层零平面位移高度 d 和粗糙度参数 Z_0 等廓线参数。前述表明，Z_r 以下气层可粗略地分为三个部分，如图 4.6 所示。这里暂且假定 $Z_r > Z_m$，Z_m 是粗糙亚层顶部高度。

(1)在惯性层内($Z_m \leqslant z \leqslant Z_r$)，中性条件下的风速分布满足对数律：

$$u(z) = \frac{u_*}{k}\ln\left(\frac{z-d}{Z_0}\right) \tag{4.76}$$

(2)在粗糙亚层内($H \leqslant z \leqslant Z_m$)，风速分布可由 Raupach 模式或 Garratt 模型描述。采用 Raupach 模式有：

$$u(z) = u(Z_m) - \frac{u_*}{k}\left(1 - \frac{z-d}{Z_m - d}\right) \tag{4.77}$$

(3)在冠层内($0 \leqslant z \leqslant H$)，风速分布可由前述各种模式描述。例如，由(4.56)式有：

$$u(z) = u_H\left(\frac{\mathrm{ch}\beta x}{\mathrm{ch}\beta}\right)^{1/2} \tag{4.78}$$

式中

$$\beta = \left(\frac{2 \cdot C_d \cdot LAI}{\delta}\right)^{1/2} \tag{4.79}$$

注意，式(4.79)中的 δ 应该是(4.48)中 δ 的 H 分之一。在(4.76)、(4.77)和(4.78)所构成的风速模式中，有 δ、β、d、Z_0、u_* 和 u_H 等参量。为求解这些参量，需要再引进一些条件。

(4)零平面位移高度由(4.39)式计算，在叶面积密度均匀分布条件下有：

$$d = \frac{\int_0^H u^2 z\,dz}{\int_0^H u^2\,dz} \tag{4.80}$$

把(4.78)代入(4.80)，运算后得：

$$\frac{d}{H}=\frac{\beta\mathrm{sh}\beta-\mathrm{ch}\beta+1}{\beta\mathrm{sh}\beta} \tag{4.81}$$

(5)$z=H$ 处湍流交换系数连续条件：

$$K\big|_{z=H^+}=K\big|_{z=H^-} \tag{4.82}$$

根据 Gourdrrian(1977)的假定有：

$$K\big|_{z=H}{}^{+}=G_3ku_*(z-d) \tag{4.83}$$

式中 G_3 是常数。把(4.83)式和(4.48)式代入(4.82)得：

$$\delta=\frac{G_3ku_*(1-d/H)}{u_H} \tag{4.84}$$

(6)$z=H$ 处切应力连续条件：

$$\frac{\tau}{\rho}\bigg|_{z=H^+}=\frac{\tau}{\rho}\bigg|_{z=H^-} \tag{4.85}$$

在冠层上方，常通量假定仍然成立，因而有：

$$\frac{\tau}{\rho}\bigg|_{z=H^+}=u_*^2 \tag{4.86}$$

在冠层下方，由(4.46)和(4.48)式，得：

$$\frac{\tau}{\rho}\bigg|_{z=H^-}=\frac{\sigma}{2}\frac{du^2}{dz} \tag{4.87}$$

把(4.78)代入(4.87)，运算后得：

$$\frac{u_*^2}{u_H^2}\bigg|_{z=H}=\frac{\delta\beta\mathrm{sh}\beta}{2\mathrm{ch}\beta} \tag{4.88}$$

(7)假定在 $H\leqslant z\leqslant Z_m$ 湍流交换系数不随高度变化，则有：

$$K\big|_{z=H}=K\big|_{z=Z_m} \tag{4.89}$$

在 $z=Z_m$ 处，由对数风廓线(4.76)可知：

$$K\big|_{z=Z_m}=ku_*(Z_m-d) \tag{4.90}$$

把(4.90)和(4.83)代入(4.89)，运算后得：

$$Z_m=d+G_3(H-d) \tag{4.91}$$

因而，由(4.77)式得：

$$u_H = u(Z_m) - \frac{u_*}{k}(1 - \frac{1}{G_3}) \tag{4.92}$$

由(4.76)有：

$$u(Z_m) = \frac{u_*}{k}\ln(\frac{Z_m - d}{Z_0}) \tag{4.93}$$

把(4.93)代入(4.92)，并解出 Z_0 如下：

$$Z_0 = (Z_m - d)\exp\left[-\left(\frac{ku_H}{u_*} + 1 - \frac{1}{G_3}\right)\right] \tag{4.94}$$

把(4.79)、(4.81)、(4.88)、(4.84)和(4.94)式联合起来，得到求解 δ、β、d、u_*/u_H、Z_0 等参数的方程组如下：

$$\beta = \left(\frac{2 \cdot C_d \cdot LAI}{\delta}\right)^{1/2} \tag{4.95}$$

$$\frac{d}{H} = \frac{\beta\mathrm{sh}\beta - \mathrm{ch}\beta + 1}{\beta\mathrm{sh}\beta} \tag{4.96}$$

$$\frac{u_*^2}{u_H^2} = \frac{\delta\beta\mathrm{sh}\beta}{2\mathrm{ch}\beta} \tag{4.97}$$

$$Z_0/H = G_3\left(1 - \frac{d}{H}\right)\exp\left[-\left(k\frac{u_H}{u_*} + 1 - \frac{1}{G_3}\right)\right] \tag{4.98}$$

$$\delta = G_3 k\left(\frac{u_*}{u_H}\right)\left(1 - \frac{d}{H}\right) \tag{4.99}$$

方程组(4.95)-(4.99)可用迭代法求解。求解时，先给出 δ 的猜值($\delta > 0$)，然后迭代至 $|\delta_{n+1} - \delta_n|$ 小于给定误差限为止。

当使用(4.75)式作为冠层风速分布廓线时，导出的参数求解方程组如下：

$$\beta_0 = \left[\frac{2 \cdot C_d \cdot LAI}{\delta}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{4.100}$$

$$\beta = \beta_0^2/x_c \tag{4.101}$$

$$\gamma = \beta_0^2/(1 - x_c) \tag{4.102}$$

$$\frac{d}{H} = \frac{d_1 + d_2}{d_3 + d_4} \tag{4.103}$$

$$d_1 = a_1\left[\frac{x_c^2}{3} + \frac{\beta}{6\cdot 3\cdot 2}x_c^5 + \cdots + a_n x_c^n + \cdots\right]$$

$$a_n = \frac{\beta}{(n+1)(n-2)(n-3)}a_{n-3}, n = 8,11,14,\cdots。$$

$$d_2 = -\left\{\left[\frac{(1-x_c)^2}{2} + \frac{\gamma}{6\cdot 3\cdot 2}(1-x_c)^5 + \cdots + b_n(1-x_c)^n + \cdots\right] + a_4\left[\frac{(1-x_c)^3}{4} + \frac{\gamma}{7\cdot 4\cdot 3}(1-x_c)^b + C_n(1-x_c)^n + \cdots\right]\right\} + d_4$$

$$b_n = \frac{\gamma}{(n+1)(n-2)(n-3)}b_{n-3}, n = 8,11,14,\cdots,$$

$$C_n = \frac{\gamma}{(n+1)(n-2)(n-3)}C_{n-3}, n = 9,12,15,\cdots,$$

$$d_3 = a_1\left[\frac{x_c}{2} + \frac{\beta}{5\cdot 3\cdot 2}x_c^4 + \cdots + e_n x_c^n + \cdots\right]$$

$$e_n = \frac{\beta}{(n+1)(n-1)(n-2)}e_{n-3}, n = 7,10,13,\cdots。$$

$$d_4 = \left[\frac{(1-x_c)}{2} + \frac{\gamma}{5\cdot 3\cdot 2}(1-x_c)^4 + \cdots + f_n(1-x_c)^n + \cdots\right] + a_4\left[\frac{(1-x_c)^2}{3} + \frac{\gamma}{6\cdot 4\cdot 3}(1-x_c)^6 + g_n(1-x_c)^n + \cdots\right]$$

$$f_n = \frac{\gamma}{(n+1)(n-1)(n-2)}f_{n-3}, n = 7,10,13,\cdots$$

$$g_n = \frac{\gamma}{n(n-2)(n-3)}g_{n-3}, n = 9,12,15,\cdots$$

$$\frac{u_*^2}{u_H^2} = \frac{a_4\delta}{2} \tag{4.104}$$

$$Z_0/H = \lambda(1 - d/H)\exp(-ku_H/u_*) \tag{4.105}$$

$$\lambda = G_3 \exp\left[-\left(1 - \frac{1}{G_2}\right)\right]$$

$$\delta = G_3 k \left(\frac{u_*}{u_H}\right)\left(1 - \frac{d}{H}\right) \tag{4.106}$$

方程组(4.100)～(4.106)可用迭代法求解。

4.4.3 二阶闭合模式

一阶闭合模式的缺点之一是不能描述逆梯度输送现象。例如，一些冠层下部存在风速次大值(图 4.1)，在这一次大值附近风速梯度为零或负值，但观测到的动量通量是向下输送的(Allen，1968；Legg 和 Monteith，1975；Jarvis 等，1976；Demead 和 Bradley，1985)。来源于分子扩散理论的一阶闭合模式实际上仅适用于均匀微小湍涡造成的输送过程(Corrisin，1974)。在实际大气中，这一条件经常是不能满足的(Raupach 和 Thom，1981)，而冠层流的情况则更为特殊。观测表明，在接近冠层或冠层内，湍流输送至少有一部分是以大尺度湍涡间歇下扫造成的(Finnigan，1979，1985；Demead 和 Bradley，1985；Chen 和 Schwerdtfeger，1989)。一阶闭合模式不能反映这种过程。另外，在梯度—扩散理论中，湍流交换系数是以量纲分析为基础推求的，但在冠层内，支配冠层流的长度尺度和速度尺度具有多重性，量纲分析难以应用。这也是一阶闭合模式不能令人满意的原因之一。

一阶闭合模式中所遇到的上述问题可以采用高阶闭合模式(Wilson 和 Shaw，1977；Meyers 和 PawU，1986)或 Langrangian 类型的模式(Wilson 等，1981)加以部分解决。虽然在高阶闭合模式中，对更高阶项以及压力和耗散项进行参数化时也遇到困难，但总的来说，高阶闭合模式的模拟结果要优于一阶闭合模式，而且还能提供对分析冠层湍流结构和过程有用的湍流源汇信息。

高阶闭合模式由平均动量方程和速度的高阶矩方程构成。我们这里只讨论二阶闭合模式，但构造更高阶的闭合模式在原理上与此没有

很大差异。在目前已出现的冠层流模式中，阶数最高的是 Meyers 和 PawU(1986)提出的三阶闭合模式。

在稳定、水平均匀以及中性层结条件下，二阶矩守恒方程(4.35)变为：

$$\underbrace{\langle\overline{u_i'u_j'}\rangle\frac{\partial\langle\bar{u}_k\rangle}{\partial x_i}}_{D}+\underbrace{\langle\overline{u_j'u_k'}\rangle\frac{\partial\langle\bar{u}_i\rangle}{\partial x_j}}_{F}+\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{u_i'u_j'u_k'}\rangle}_{H}$$

$$=-\underbrace{\langle\overline{p'\left(\frac{\partial u_k'}{\partial x_i}+\frac{\partial u_i'}{\partial x_k}\right)}\rangle}_{I}-\underbrace{2\nu_0\langle\overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}\frac{\partial u_k'}{\partial x_j}}\rangle}_{N}$$

$$+\underbrace{\frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m}\iint_{s_i}u_i'\left(p'n_i-\nu\frac{\partial u_k'}{\partial n}\right)ds}_{K}+\underbrace{\frac{1}{V}\sum_{i=1}^{m}\iint_{s_i}u_k'\left(p'n_i-\nu\frac{\partial u_i'}{\partial n}\right)ds}_{J} \tag{4.107}$$

在导出(4.107)时，忽略了分子输送和压力输送项，这些项被认为是比较小的(Mellor，1973)。(4.107)式中包含三阶项以及 I、J、K 和 N 项，对于二阶模式而言，这些项只能通过闭合假定参数化表示。

式(4.107)中的 J、K 项实际上代表气流克服形状曳力及粘性力所作的功。Wilson 和 Shaw(1977)把它们表示为

$$J=\langle\bar{u}_k\rangle F_i \tag{4.108}$$

$$K=\langle\bar{u}_i\rangle F_k \tag{4.109}$$

式中 $F_i=C_dA\langle\bar{u}_i\rangle^2$，$F_k=C_dA\langle\bar{u}_k\rangle^2$

对于 H、I 和 N 项，采用类似于 Mellor(1973)的闭合假定，最后 Wilson 和 Shaw(1977)导出如下冠层流二阶闭合模式：

$$\frac{d\langle\overline{u'w'}\rangle}{dz}+C_dA\langle\bar{u}\rangle^2=0 \tag{4.110}$$

$$2\frac{d}{dz}\left(\lambda_1 q\frac{d\langle\overline{u'w'}\rangle}{dz}\right)+\frac{q}{3\lambda_2}\langle\overline{u'w'}\rangle+(\langle\overline{w'^2}\rangle-Cq^2)\frac{d\langle\bar{u}\rangle}{dz}=0 \tag{4.111}$$

$$\frac{d}{dz}\left(\lambda_1 q\frac{d\langle\overline{u'}\rangle^2}{dz}\right)-\frac{q}{3\lambda_2}(\langle\overline{u'^2}\rangle-\frac{q^2}{3}$$

$$-2\langle\overline{u'w'}\rangle\frac{d\bar{u}}{dz}+2C_dA\langle\bar{u}\rangle^3-\frac{2}{3}\frac{q^3}{\lambda_3}=0 \qquad (4.112)$$

$$\frac{d}{dz}\left(\lambda_1 q\frac{d\langle\overline{v'^2}\rangle}{dz}\right)-\frac{q}{3\lambda_2}\left(\langle\overline{v'^2}\rangle-\frac{q^2}{3}\right)-\frac{2}{3}-\frac{q^3}{\lambda_3}=0 \qquad (4.113)$$

$$3\frac{d}{dz}\left(\lambda_1 q\frac{d\langle\overline{w'^2}\rangle}{dz}\right)-\frac{q}{3\lambda_2}\left(\langle\overline{w'^2}\rangle-\frac{q^2}{3}\right)-\frac{2}{3}\frac{q^3}{\lambda_3}=0 \qquad (4.114)$$

上述 5 个方程依次是动量守恒方程、Regnolds 应力守恒方程、纵向脉动速度方差守恒方程、侧向脉动速度方差守恒方程和垂向脉动速度方差守恒方程。这一模型包含$\langle\bar{u}\rangle$、$\langle\overline{u'w'}\rangle$、$\langle\overline{u'^2}\rangle$、$\langle\overline{v'^2}\rangle$和$\langle\overline{w'^2}\rangle$等五个未知数，在$C_d$、$A$ 以及三个长度尺度 λ_1、λ_2、λ_3 和常数 C 已知的条件下可求数值解。通常假定：

$$\lambda_1=\delta_1 l,\lambda_2=\delta_2 l,\lambda_3=\delta_3 l \qquad (4.115)$$

式中 l 是混合长，可由(4.53)和(4.54)式确定；许多作者讨论过参数 C、δ_1、δ_2、δ_3 的确定方法。在近地气层内，这些参数值的一些结果列于表 4.4 中

表 4.4　近地气层内二阶闭合模式中的参数值

δ_1	δ_2	δ_3	c	作者
	0.78	15.0	0.056	Mellor(1973)
	1.04	15.9	0.0	Wichmann 和 Schaller(1986)
	0.93	16.7	0.08	Mellor 和 Yamada(1982)
0.2	1.04	15.9	0.05	Yamada(1985)

4.4.4　模式检验

我们曾把前述的均匀叶面积密度分布一阶模式(由方程(4.76)～(4.78)定义)、三角形叶面积密度分布一阶模式(由方程(4.76)、

(4.77)和(4.75)定义)。Wilson 和 Shaw 的二阶闭合模式(下称 WS 二阶模式,由方程(4.110)～(4.115)定义)以及 Meyers 和 PawU (1986)的三阶闭合模式(下称 MP 三阶模式)的计算结果与试验资料作过比较,结果分述如下:

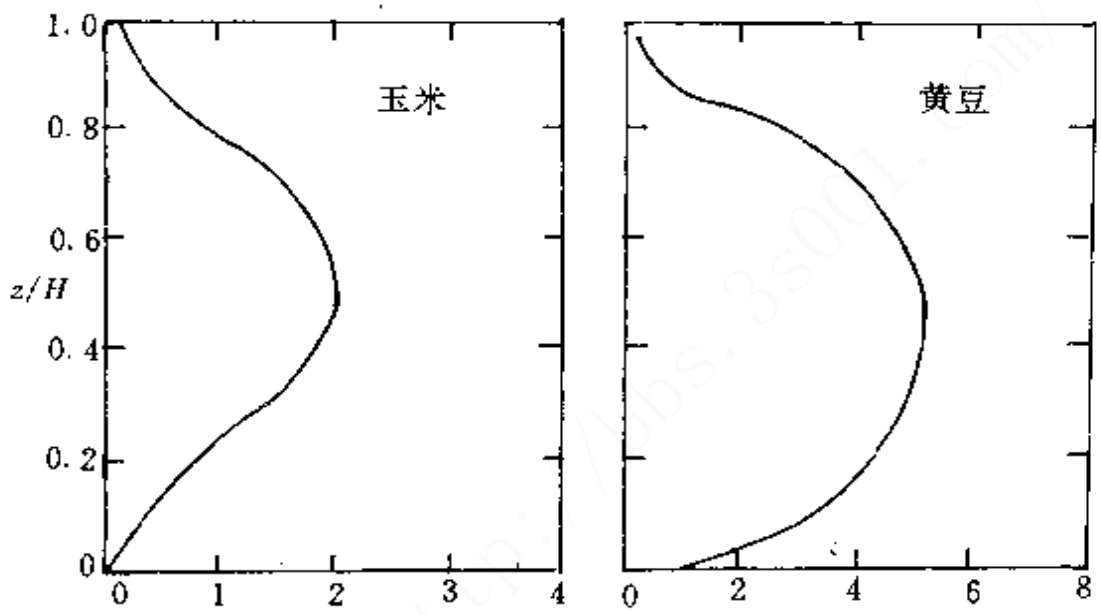


图 4.8(a)　叶面积密度(m^{-1})

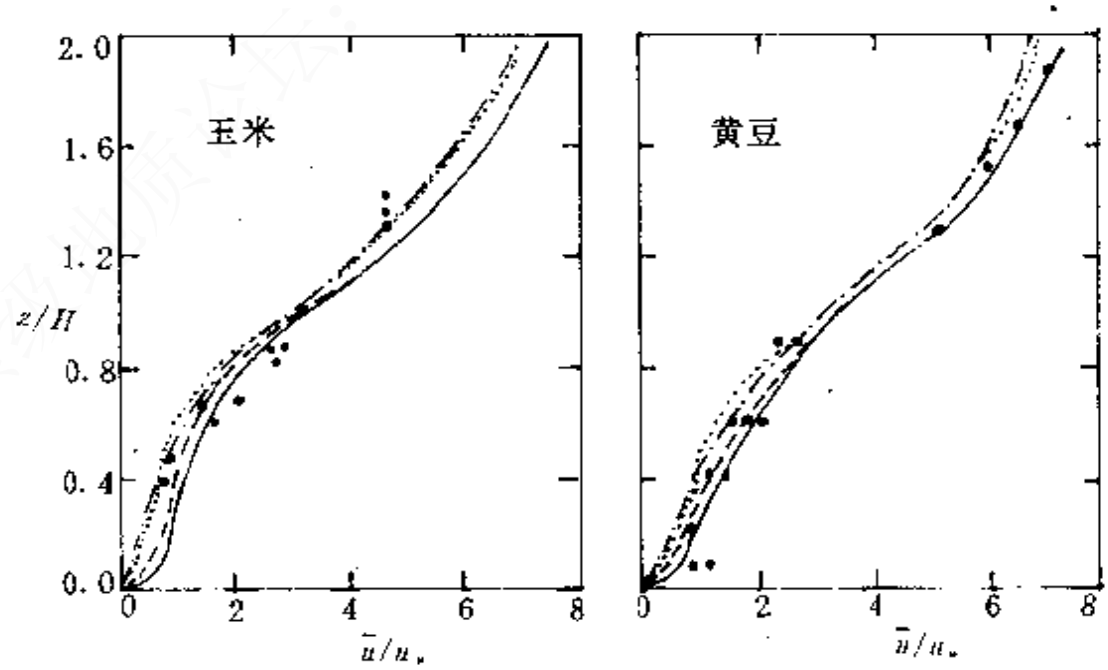


图 4.8(b)　模式计算的风廓线与实测值的比较

图 4.8(a)是用于计算的玉米冠层和黄豆冠层叶面积密度垂直分布资料(取自 Meyers 和 PawU,1986)。

图 4.8(b)是各模式计算的平均风廓线与实测值的比较。可见,甚至是最简单的均匀叶面积密度分布模式,对平均风廓线也表现出很好的模拟结果。

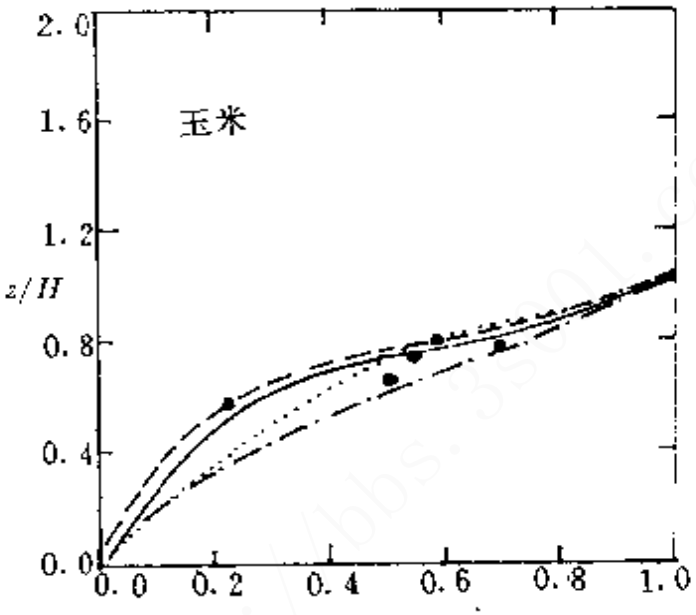


图 4.8(c) 模式计算的切应力廓线与实测值的比较

图 4.8(c)是各模式对玉米冠层切应力廓线的模拟结果。与实测资料相比,三阶模式的结果最好,二阶模式次之,一阶模式对冠层中、下部切应力廓线的模拟误差较大。

图 4.8(d)是 WS 二阶模式和 MP 三模式对冠层$\overline{u'^2}$和$\overline{w'^2}$廓线的模拟结果。

总之,对平均风廓线而言,一阶、二阶和三阶模式差别不大;对切应力廓线,高阶模式要优于低阶模式。

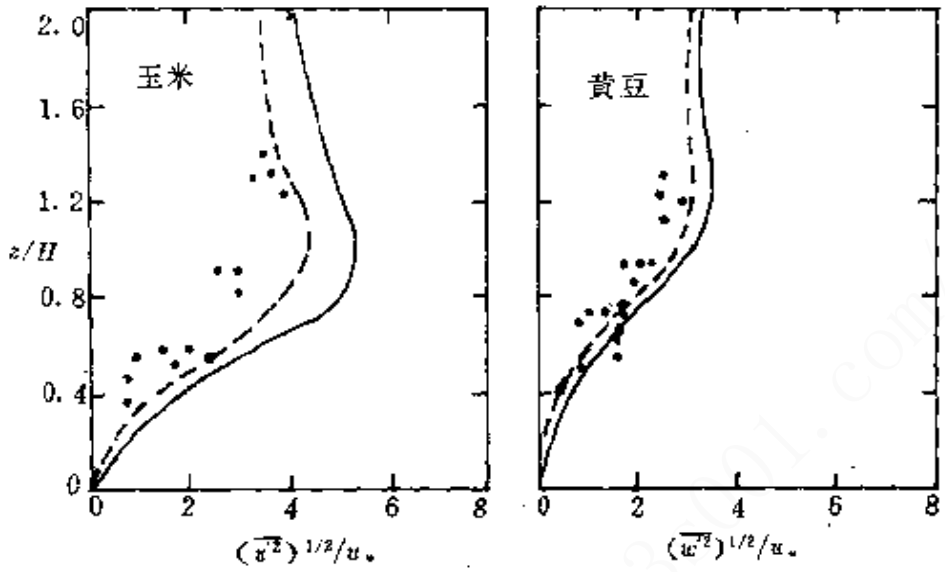


图 4.8(d)　计算的$\overline{u'^2}$、$\overline{w'^2}$廓线与实测值的比较(• 实测值
—— MP 模式 - - - WS 模式 -·-· 一阶模式(三角叶分布)
·····一阶模式(均匀叶分布))

第五章　土壤水运动

土壤是固体、液体和气体物质共同组成的复杂系统。固体物质，又称土壤基质，包括矿物质和有机质。矿物质是大小、形状和化学成分不同的土粒；有机质包括活的有机体以及处于不同分解阶段的残渣。液体，即占据在固体颗粒之间空隙的土壤水。土壤水中经常含有溶解的物质，所以确切地应称为土壤溶液。气体，出现在粒间未被水占据的空间，其成分和体积经常变化。

土壤水运动是多孔介质中液体流动的一个特殊研究方面。陆面水平衡过程在很大程度上是由土壤水运动过程决定的。土壤含水量、土壤水势和土壤导水率是研究土壤水运动的基本材料。这三个物理量之间是相互联系的，但目前尚未能够从基本的土壤性质导出它们之间的关系。

土壤水运动的达西定律和水量守恒定律构成了描述土壤水运动的基本方程组。用数值方法（特殊情况下可用解析方法）求解这组方程没有原则上的困难。土壤系统巨大的空间变异是土壤水动力学理论用于实际计算时遇到的最大障碍。

5.1　土壤含水量和土壤水势

5.1.1　土壤含水量

土壤含水量是指单位体积或单位重量土壤中的水分含量，常用土壤容积含水量（θ）表示：

$$\theta = \frac{V_w}{V} \tag{5.1}$$

或用土壤重量含水量(W)表示：

$$W = \frac{M_w}{M_s} \tag{5.2}$$

式(5.1)和(5.2)中，$V = V_a + V_w + V_s$，V_a、V_w 和 V_s 分别表示体积为 V 的土壤中气相、液相和固相的体积。M_w 和 M_s 分别表示液相和固相的重量。一般情况下，M_s 是指把土壤样品放在105℃烘箱中干燥到平衡时的土壤重量。

土壤含水量与土壤结构和质地有很大关系。例如，对于砂质土壤，粒间孔隙大，毛管作用弱，内排水通畅，水分不易保持，经常容易干燥；而对于粘质土壤，粒间孔隙很小，且多为极细毛管孔隙，持水力强，内排水慢，含水量较多。

5.1.2 土壤水势

土壤水受若干力场的作用，致使其势能不同于纯自由水。这些力场产生于土壤基质对水的吸引，以及由于溶质的作用和重力场、压力场的存在。土壤中某一点土壤水的势能(简称土壤水势)Φ 是上述各力场产生的势能的总和，即

$$\Phi = \Phi_g + \Phi_p + \Phi_m + \Phi_s + \Phi_T + \cdots \tag{5.3}$$

式中 Φ_g、Φ_p、Φ_m、Φ_s 和 Φ_T 分别代表重力势、压力势、基质势、渗透势和温度势，省略号表示理论上可能还有其它的分势。土壤两点之间土壤水势之差，是水分在此两点间运动的驱动力。

土壤中某一点的土壤水势，是指包围该点的体积元内单位数量的土壤水所具有的势能。所以土壤水势的单位取决于土壤水分数量的规定方式。例如，单位质量土壤水势的单位是焦耳/公斤(J/kg)，单位容积土壤水势的单位是牛顿/平方米(N/m^2)，而单位重量土壤水势的单位是米(m)。表5.1列出各种土壤水势单位之间的换算关系。

表 5.1　土壤水势单位换算表

单位质量土壤水势	单位容积土壤水势		单位重量土壤水势
J/kg	Pa	bar	m
1	1000	0.01	0.102
10^{-3}	1	10^{-5}	1.02×10^{-4}
100	10^{5}	1	10.2
9.8	9800	9.8×10^{-2}	1

式(5.3)中各分势的计算方法分述如下：

重力势 Φ_g：重力势是由于重力场的存在而引起的。将单位数量的土壤水从某一点移动到参考平面处克服重力所做的功即为该点土壤水的重力势。

把参考平面取为地表面，z 轴向下为正，如图 5.1 所示，则 Z_a 处单位质量土壤水重力势为：

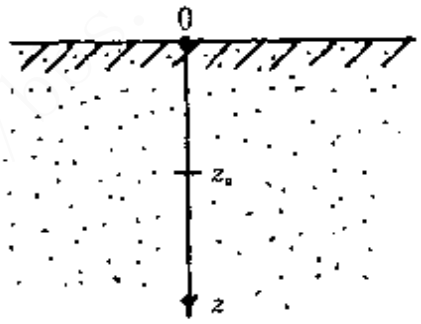


图 5.1　重力势计算示意图

$$\Phi_g = -gZ_a \qquad (5.4)$$

单位容积土壤水的重力势为：

$$\Phi_g = -\rho_w g Z_a \qquad (5.5)$$

单位重量土壤水的重力势为：

$$\Phi_g = -Z_a \qquad (5.6)$$

在饱和土壤中，重力势是水垂直向下流动的主要驱动力。

压力势 Φ_p：压力势是由于压力场中压力差的存在而引起的。如果把参考状态取为标准大气压或当地大气压，则土壤中任一点土壤水分所受压力不同于参考状态压力时，体积为 V 的土壤水的压力势为：

$$\Phi_p = V\Delta P \tag{5.7}$$

式中 $\Delta P = P - P_0$，P 是体积为 V 的土壤水所受到的压力，P_0 是参考状态压力。

对于饱和土壤水，地下水面以下深度 h 处的 $\Delta P = \rho_w gh$，因此，该点单位质量土壤水的压力势为：

$$\Phi_p = gh \tag{5.8}$$

单位容积土壤水的压力势为：

$$\Phi_p = \rho_w gh \tag{5.9}$$

单位重量土壤水的压力势为：

$$\Phi_p = h \tag{5.10}$$

对于非饱和土壤，考虑到通气孔隙的连通性，土壤内各点所承受的压力可认为与大气压相当，作为近似，可认为 $\Delta P = 0$，因而压力势 $\Phi_p = 0$。

基质势 Φ_m：基质势（又称基模势），是土壤基质对水的吸引力（主要是毛细管力和土粒表面的吸附力）造成的。这些力吸引和束缚水在土壤中，并降低水的势能使之低于自由水的势能。在非饱和土壤中，基质势梯度是土壤水运动的主要驱动力。

由于土壤基质对水分吸持作用的复杂性，目前还不能从理论上导出基质势的定量表达式。实际工作中，土壤基质势可通过仪器测定（雷志栋和杨诗秀，1988）。非饱和土壤水的基质势与土壤含水量有密切关系，这种关系可通过一些经验公式表达。因而土壤水基质势在一定程度上可由土壤含水量推算。

溶质势（渗透势）Φ_s：土壤水中的溶质会影响水的热力学性质和降低其势能。虽然这一现象可能并不显著地影响土壤水分的整体流动，但在出现有膜或扩散障碍（它们使水较盐类更容易通过）时，这一现象就起作用了。渗透作用在植物根与土壤水的相互作用中，以及在包括水汽扩散的过程中是重要的。

含有一定溶质的单位体积土壤水的溶质势 Φ_s 为

$$\Phi_s = -\frac{C}{\mu}RT \tag{5.11}$$

式中 C 是单位体积溶液中含有的溶质质量(g/cm³)，μ 是溶质的摩尔质量(g/mol)，数值上等于溶质的分子量。R 为摩尔气体常数(=8.31×10⁶Pa·cm³/mol·K)，T 是溶液的绝对温度(K)。

温度势 Φ_T：温度势是由于温度场的温差所引起的。土壤中任一点土壤水的温度势由该点的温度与标准参考状态的温度之差确定，可表示为：

$$\Phi_T = -S_r\Delta T \tag{5.12}$$

S_r 为单位数量土壤水的熵值。

通常认为，温度势造成的土壤水分输送通量是很小的，其作用可以忽略。关于土壤中水热耦合运动问题将在第六章中讨论。

上述土壤水势的五个分势在各类问题中并不同等重要。例如溶质势和温度势在研究土壤水运动时，通常是不考虑的。对于饱和土壤水，由于基质势为零，因而总水势由压力势 Φ_p 和重力势 Φ_g 组成。单位重量饱和土壤水的总水势为：

$$\Phi = \Phi_p + \Phi_g = h - Z \tag{5.13}$$

对于非饱和土壤水，可取压力势 $\Phi_p=0$，因而总水势由基质势和重力势组成，即

$$\Phi = \Phi_m + \Phi_g = \Phi_m - Z \tag{5.14}$$

在稍微干燥的土壤中，基质势要比重力势大好几倍。

5.1.3 土壤水势与土壤含水量的关系

土壤含水量和土壤水势是研究土壤水运动的基本资料，虽然它们可分别独立测定，但它们之间是成函数相关的。

如果对饱和土壤中的水施以吸力，则当吸力增加到超过某一临界数值时，土壤的最大孔隙就开始排空。随着吸力进一步提高，更多相对大的孔隙不能抗拒所施吸力以保持水，也逐渐被排空。不断提高吸力

将使愈来愈小的孔隙排空，直到在高吸力时只有很狭小的孔隙保持有水。在这一过程中，土壤水吸力的提高也联系着吸附在土粒表面的水膜厚度的减薄。所以提高吸力也就是土壤含水量的降低。平衡时，土壤中保持水的数量是充水孔隙的大小和容积的函数，因而也是基质吸力的函数。基质吸力 S 是为避免使用负值的基质势而引入的，定义为：

$$S = -\Phi_m \tag{5.15}$$

土壤含水量与基质吸力之间的关系可用一条函数曲线描述（如图5.2所示）。这条曲线称为“土壤水分保持曲线”或“土壤水分特征曲线”。在土壤水动力学中，这是一条十分重要的曲线，对不同土壤，它需要通过试验确定。图5.2中绘出几种土壤的水分特征曲线。

土壤水分特征曲线强烈受土壤质地和土壤结构的影响。在基质吸力数值相对低时（如0～1巴的吸力），保持水量主要取决于毛细管作用和孔径分布，故主要受土壤结构的影响。而在高吸力范围内，吸附对保持水的作用逐渐增强，因而受结构的影响较小，而受质地的影响较大。

在砂质土壤中，绝大部分孔隙相对较大。在一定吸力下，这些大孔隙易被排空。因而，土壤含水量随吸力增加而减少很快。在粘质土壤中，孔隙的大小较为均匀，吸附的水较多，提高吸力只能使土壤含水量缓慢降低。

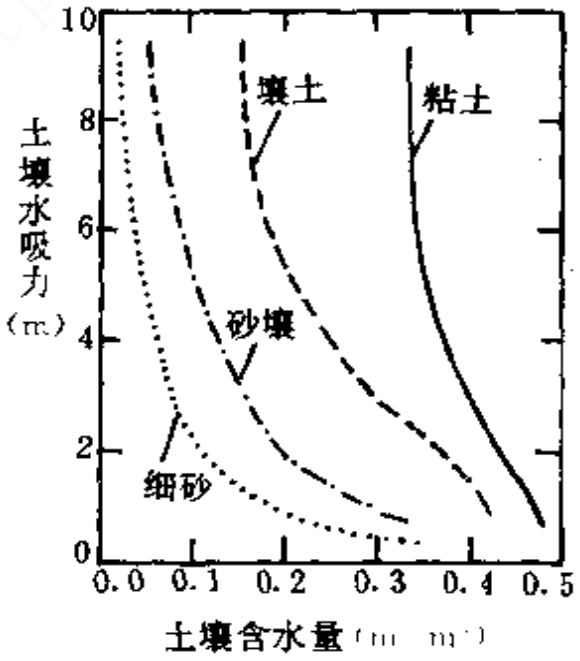


图5.2 土壤水分特征曲线

温度对土壤水分特征曲线亦有影响。温度升高时，水的粘滞性和表面张力下降，基质势相应增大。在低含水率时，这种影响表现更明显（见第六章）。

对于同一土壤，由土壤脱湿（由湿变干）过程测得的水分特征曲线和由土壤吸湿（由干变湿）过程测得的水分特征曲线是不相同的。这一现象称为滞后现象。滞后现象是十分复杂的过程，在 Hillel(1980) 的著作中，有详细讨论。

虽然已经提出过土壤水基质势与土壤含水量的若干理论模型（Nakano，1976；Arya 和 Paris，1981），但到目前为止还没有满意的理论以从基本的土壤性质预示土壤水势与湿度的关系。吸附和孔隙几何形状的作用常是太复杂了，不能用简单的模型说明。可采用一些经验函数来描述土壤水势与湿度的关系。虽然这些公式只能说明某些土壤和在有限吸力范围的土壤水分特征，但在难于获得实测资料的地区或收集到的资料代表性较差时，这些经验公式在土壤水运动的模拟计算中仍然是十分有用的。目前使用较多、并与实测资料吻合较好的是 VanGenughten(1980)提出的公式：

$$\frac{\theta-\theta_r}{\theta_s-\theta_r}=\left[\frac{1}{1+(\alpha s)^n}\right]^m$$

$$m=1-\frac{1}{n} \tag{5.16}$$

式中，θ 是土壤容积含水量；θ_s 是土壤饱和时的容积含水量；θ_r 是土壤剩余含水量，即 $s\to\infty$ 时的含水量；s 是土壤水吸力；α、n（或 m）以及 θ_s、θ_r 均是与土壤物理性质有关的参数。这些参数可依据实测资料用非线性回归方法（沈荣开，1987）确定，亦可先依据资料确定 θ_s 和 θ_r，然后用 VanGenugten(1980)提出的方法确 α、n。表 5.2 中列出几种土壤的 θ_s、θ_r、α、n 值。

在土壤含水量的常见范围内，经常使用下面简单公式（Hillel，1980）：

$$\Phi = \Phi_s\left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)^{-b} \tag{5.17}$$

式中 Φ_s 为饱和土壤水势，θ_s 是饱和含水量，b 是参数。

表 5.2　不同土壤的 θ_s、θ_r、α、n 以及饱和导水率 K_s 值。

土壤质地	$\theta_s(cm^3/cm^3)$	$\theta_r(cm^3/cm^3)$	$\alpha\left(\frac{1}{cm}\right)$	n	$K_s(cm/d)$
砂壤土	0.47	0.17	0.010	2.0	75.0
砂土	0.42	0.12	0.012	3.0	400.0
沙岩土	0.250	0.153	0.0079	10.4	108.0
粉壤土	0.469	0.190	0.0050	7.09	30.3
粉壤土	0.396	0.131	0.00423	2.06	49.6
壤土(脱湿过程)	0.520	0.218	0.0115	2.03	31.6
壤土(吸湿过程)	0.434	0.218	0.0200	2.76	—
壤土	0.54	0.20	0.008	1.8	25.0
粘土	0.40	0.25	0.009	3.0	10.0

Clapp 和 Hornerger(1979)、Cosby等(1984)曾利用大量资料求得(5.17)式中各项参数的经验值，列于表 5.3 中。为了使用方便，图 5.3 中还给出他们使用的土壤质地分类标准。

Cosby 等(1984)还通过方差回归分析研究了土壤质地、结构、地形、土地利用、作物根系等因素与这些参数的关系。结果表明，土壤质地是影响这些参数的关键因素。他们得到如下的回归方程：

$$b = 2.91 + 0.159C_p, \gamma = 0.983 \tag{5.18}$$

$$\ln(\Phi_s) = 1.88 - 0.0131S_p, \gamma = 0.809 \tag{5.19}$$

$$\ln(K_s) = -0.88 + 0.0153S_p, \gamma = 0.914 \tag{5.20}$$

$$\theta_s = 48.9 - 0.126S_p, \gamma = 0.878 \qquad (5.21)$$

上述式中 C_p、S_p 分别为粘粒和砂粒含量(%)，Φ_s 以 cm 为单位，K_s 以英寸/小时为单位(1 英寸/小时 $= 7.06 \times 10^{-4}$cm/s)，γ 为相关系数。所以只要知道某土壤的粘粒含量和砂粒含量即可大致估算出(5.17)式各参数。

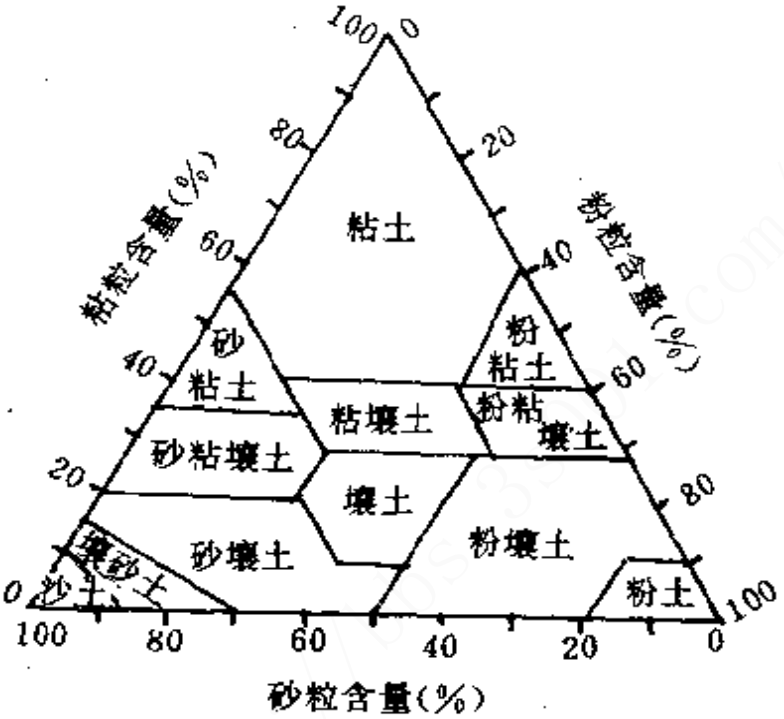


图 5.3 土壤质地分类(根据 Cosby 等，1984)

表 5.3 不同土壤的 θ_s、Φ_s、b 和 K_s 值

土壤质地	粉粒*含量(%)	砂粒含量(%)	粘粒含量(%)	样本数	b	Φ_s (cm)	K_s ($\times 10^{-5}$cm/s)	θ_s (cm³/cm³)
砂壤土	32	58	10	124	4.74	−3.16	62	0.434
砂土	5	92	3	14	2.79	−2.32	160	0.339
壤砂土	12	82	6	30	4.26	−1.75	95	0.421
壤土	39	43	18	103	5.25	−4.71	51	0.439
粉壤土	70	17	13	394	5.33	−6.55	47	0.476
砂粘壤土	15	68	27	104	6.77	−3.10	58	0.404
粘壤土	34	32	34	147	8.17	−4.14	45	0.465
粉粘壤土	56	10	34	325	8.72	−5.99	41	0.464
砂粘土	6	52	42	16	10.73	−2.69	71	0.406
粉粘土	47	6	47	43	10.39	−4.53	34	0.468
轻粘土	20	22	58	148	11.55	−5.31	30	0.468
平均值	—	—	—	1448	7.2	−4.90	46	0.457

* 质粒含量指图 5.3 的中点值。

* 根据 Cosby，1984。

5.2 土壤水运动方程

土壤水运动是多孔介质中液体流动这一重要课题的一个特殊方面。如下两个基本定律是建立土壤水运动方程的基础。

达西定律：达西(Darcy)定律表明，在多孔介质内，液体是沿着水势梯度方向流动的，单位时间内通过单位面积的水流通量与水势梯度成正比，即

$$Q = -K\nabla\Phi \tag{5.22}$$

式中 Q 为流量(立方米/平方米·秒)，K 为导水率(米/秒)，Φ 为土壤水势(米)，$\nabla\Phi$ 为土壤水势的梯度。显见，达西定律与经典物理学中的其他迁移定律具有相同的数学形式，如欧姆定律(电流量与电势梯度成正比)、傅里叶定律(热通量与温度梯度成正比)和费克定律(扩散速率与浓度梯度成正比)。

水量守恒定律：达西定律本身仅足以说明土壤水流过程，实际的土壤水运动还应满足质量守恒定律。考虑土壤中某一体积元，流进它和从它流出的水流以可能的不同速率进行。质量守恒定律说明，如果流进这个体积元的速率大于流出的速率，则该体积元必须储存过剩的水并增加其含水量。相反地，如果流出量超过流入量，则储水量必然减少，其含水量降低。用数学方程描述，质量守恒定律可表示为：

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\nabla\cdot Q \tag{5.23}$$

式中 θ 为土壤容积含水量(cm^3/cm^3)，t 为时间(秒)，$\nabla\cdot Q$ 表示流量的散度。把(5.22)式代入(5.23)得：

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \nabla\cdot(K\nabla\Phi) \tag{5.24}$$

上式中导水率 K 是土壤水运动中的一个重要参数，它不仅与土壤性质有关，而且还与土壤含水量有关。为了使方程(5.24)闭合，使之能

够求解，除了需要知道 θ 和 Φ 之间的关系外，还需要知道 K 与 θ 或 Φ 的关系。

方程(5.24)可有多种变形，它们适用于不同场合。把参考平面取为地表面，Z 轴向下为正，则非饱和土壤水势可写为：

$$\Phi = \Phi_m - z \tag{5.25}$$

式中 Φ_m 是土壤水基质势。若以基质势 Φ_m 为因变量，定义比水容量 $C(\Phi_m)$ 为：

$$C(\Phi_m) = \frac{d\theta}{d\Phi_m} \tag{5.26}$$

则对于非饱和土壤水运动，方程(5.24)变为：

$$C(\Phi_m)\frac{\partial \Phi_m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[K(\Phi_m)\frac{\partial \Phi_m}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[K(\Phi_m)\frac{\partial \Phi_m}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[K(\Phi_m)\frac{\partial \Phi_m}{\partial z}\right] - \frac{\partial K(\Phi_m)}{\partial z} \tag{5.27}$$

若以容积含水量 θ 为因变量，定义非饱和土壤水的扩散率 $D(\theta)$ 为导水率 $K(\theta)$ 和比水容量 $C(\theta)$ 的比值，即

$$D(\theta) = \frac{K(\theta)}{C(\theta)} = K(\theta)/\frac{d\theta}{d\Phi_m} \tag{5.28}$$

方程(5.24)变为

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left(D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial z}\right) - \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \tag{5.29}$$

对于饱和土壤，土壤孔隙已为水充满，其含水率即为饱和含水率 θ_s，此时含水率不随时间变化，因而(5.24)式变为：

$$\nabla \cdot (K_s \nabla \Phi) = 0 \tag{5.30}$$

式中 K_s 为饱和土壤导水率。如果 K_s 不随空间位置变化，则(5.30)变为

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}=0 \qquad (5.31)$$

对上述几种基本方程的表达式，应注意其各自的特点和适用条件：

以基质势 Φ_m 为因变量的方程(5.27)是主要的，其优点是可用于统一系统的饱和—非饱和流动问题的求解，也适用于分层土壤的水分运动计算。但方程的非饱和导水率 $K(\Phi_m)$，随土壤基质势或含水率的变化范围太大，常造成计算困难并引起误差。

以含水率 θ 为因变量的方程(5.29)，求解得出的含水率及随时间变化比较直观。这一方程中的非饱和扩散率 $D(\theta)$ 随含水率变化的范围较导水率要小得多。故此种形式的方程比较常用。但是对于层状土壤，由于层间界面处含水率不连续，以 θ 为因变量的扩散型方程(5.29)不适用。不过，Hills 等(1989)提出的一个计算方案可以克服不连续性的影响。在求解饱和—非饱和流动问题时，这种形式的方程也不宜使用。

5.3 土壤导水率

由(5.22)式可知，导水率 K 是单位势梯度($\nabla\Phi=1$)时的水流通量。

饱和土壤导水率 K_s：当土壤饱和时，所有的孔隙都充满水和都可以导水，故导水率最高。这时导水率的大小仅与土壤的质地和结构有关。表 5.2、5.3 中列出各类土壤的饱和导水率。回归方程(5.20)还给出 K_s 与土壤质地之间的关系。

非饱和土壤导水率 K：当土壤变为不饱和时，有些孔隙被充气而不能导水，所以土壤截面上的导水率相应减少。尤其是，当土壤水吸力增大时，最初被抽空的是大孔隙，而这些大孔隙具有较大的导水率。由于这些原因，从饱和过渡到不饱和时，一般导致导水率急剧下降。由此可见，不饱和土壤导水率不仅与土壤性质有关，而且还与土壤水势或

土壤含水量有关。

对土壤孔隙特征作出某些假定，即可从理论上推导出非饱和土壤导水率与土壤水势或含水量的关系。在已经提出的 $K-\Phi$ 模型中，以 Burdine 模型(Burdine，1953；Wyuie 和 Gardner，1958)和 Mualem 模型(Mualem，1976)最具代表性并被广泛应用。

Burdine 模型可表示为：

$$K_r=\Theta^{\beta}\left[\int_0^{\theta}\frac{d\Theta}{\Phi^2}\Big/\int_0^{1}\frac{d\Theta}{\Phi^2}\right] \tag{5.32}$$

式中 $K_r=K/K_s$，$\Theta=\dfrac{\theta-\theta_r}{\theta_s-\theta_r}$，$\beta$ 为参数，Φ 为土壤水势(主要是基质势)。$\beta=2$ 对应于原始的 Burdine 模型；$\beta=0$ 对应于 Childs 和 Coilis-George(1950)提出的模型；$\beta=4/3$ 对应于 Millington 和 Quirk(1961)提出的模型；$\beta=1$ 对应于 Kunze 等(1968)提出的模型。与大量的实测资料比较表明，$\beta=4/3$ 时计算结果与实测结果之差的均方根最小(Mualem，1976)。

Mualem 模型可表示为：

$$K_r=\Theta^{n}\left[\int_0^{\theta}\frac{d\Theta}{\Phi}\Big/\int_0^{1}\frac{d\Theta}{\Phi}\right]^2 \tag{5.33}$$

式中 $n=1/2$。Mualem 模型的精度稍低于 $\beta=4/3$ 时 Burdine 模型的精度(Mualem，1976)。

由 $\Phi-\theta$ 关系式，即可根据方程(5.32)或(5.33)求出 K_r。*Mualem*(1976)曾给出(5.32)和(5.33)的数值积分方案。

假定 $\Phi=\Phi_s(\theta/\theta_s)^{-b}$，$\theta_r=0$，Campbell(1974)和 VanGenuchten(1980)曾由(5.33)式(其中取 $n=1$)导出：

$$\begin{aligned}K_r&=\left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)^{2b+3}\\K_r&=(\Phi_s/\Phi)^{2+3/b}\\D&=\frac{bk_s\Phi_s}{\theta_s}\left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)^{b+2}\end{aligned} \tag{5.34}$$

式中 D 是由(5.28)式定义的扩散率。

假定 $\Theta=\dfrac{\theta-\theta_r}{\theta_s-\theta_r}=\left[\dfrac{1}{1+(\alpha\Phi)^n}\right]\left(m=1-\dfrac{1}{n},0<m<1\right)$，Genuchten(1980)由(5.33)式导出：

$$K_r=\Theta^{1/2}\left[1-(1-\Theta^{\frac{1}{m}})^m\right]^2$$

$$K_r=\frac{\left\{1-(\alpha\Phi)^{n-1}\left[1+(\alpha\Phi)^n\right]^{-m}\right\}^2}{\left[1+(\alpha\Phi)^n\right]^{m/2}}$$

$$D=\frac{(1-m)K_s}{\alpha m(\theta_s-\theta_r)}\Theta^{\frac{1}{2}-\frac{1}{m}}\left[(1-\Theta^{\frac{1}{m}})^{-m}(1-\Theta^{\frac{1}{m}})^m-2\right] \tag{5.35}$$

大量研究表明，利用(5.32)或(5.33)式确定 $K(\theta)$，是获得 $K(\theta)$ 变化规律的简便而有效的途径，而且对于许多非饱和土壤水运动计算而言具有足够的精度。

5.4 土壤包气带水平衡

土壤包气带是联系地表水与地下水的纽带，是陆地植物生存的主要环境。支配包气带土壤水平衡的各种过程是入渗、蒸发、再分配、渗漏、毛管上升以及植物对水分的吸收。这些过程是紧密

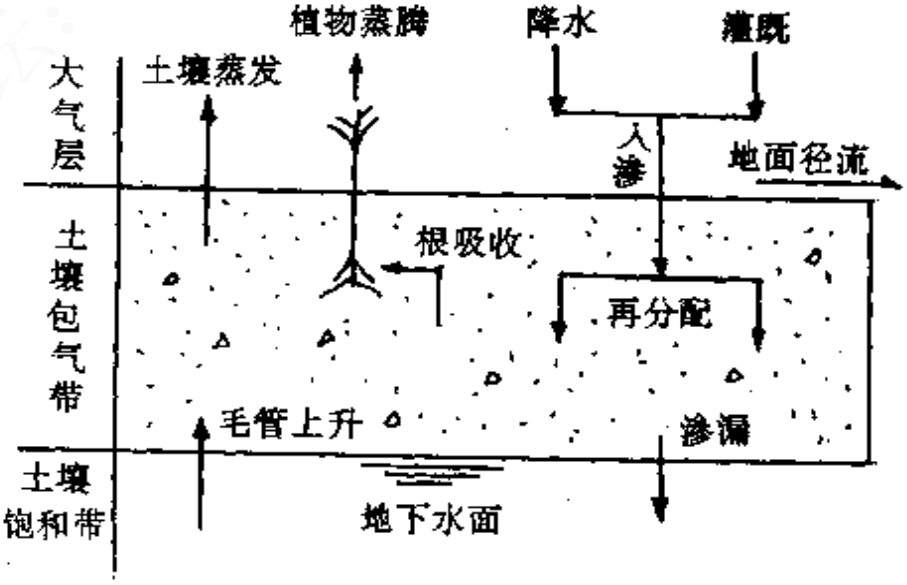


图 5.4 土壤包气带水平衡示意图

联系的且顺序或同时发生的。图 5.4 是土壤包气带水量平衡的概念性示意图。

5.4.1 入渗

入渗是指来自降雨或灌溉的水分从土壤表面进入土壤的过程。描述入渗过程的主要物理量有：

入渗率 $i(t)$：定义为单位时间内通过单位面积地表面进入土壤剖面的水量，单位常用 $m^3/s \cdot m^2$。

累积入渗量 $I(t)$：入渗开始后一定时间内，通过地表单位面积入渗到土壤内的总水量，即：

$$I(t) = \int_0^t i(t)dt \tag{5.36}$$

土壤入渗能力 $f(t)$：定义为在大气压力下，土壤表面与水接触时，土壤剖面单位时间内通过单位地面能够吸进的水的数量，其单位与入渗率相同。$f(t)$ 主要与土壤质地和结构以及土壤本身的含水量有关。研究入渗问题归根到底是研究土壤的入渗能力。

当向地面供水的速率小于土壤入渗能力时，水的入渗同供水一样快，入渗率等于供水率。然而，一旦供水率超过土壤入渗能力，则土壤入渗能力就是入渗率。

垂直入渗的数学模型：初始非饱和的土壤，垂直入渗发生在基质势梯度和重力势梯度的共同作用下。随着渗透加深，基质势梯度逐渐变小，这是由于土壤剖面内含水量增加和水均匀分布的结果。这种趋势直到剖面内垂直方向的基质势梯度变得可忽略不计，只剩下不变的重力势梯度。当重力势梯度是支配向下水流的唯一驱动力时，土壤入渗能力就接近于饱和土壤导水率。对于上述垂直入渗，由(5.29)式可得描述土壤水运动的方程为：

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left[D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial z}\right] - \frac{\partial K(\theta)}{\partial z}, 0 < z < L \tag{5.37}$$

地表 $z=0$ 处的边界条件可归纳为如下三种：

(1)地表含水率已知

通过降水或灌溉使地表湿润，但不形成积水，此时地表保持一接近饱和的含水率 θ_0，此时上边界条件系第一类边界条件，可表示为：

$$z=0, t>0 \text{ 时}, \theta=\theta_0 \tag{5.38}$$

(2)地表通量已知

降雨或喷洒时，供水强度 $R(t)$ 已知，且不超过土壤的入渗能力，因而不形成积水或地表径流。此时上边界条件为第二类边界条件，可表示为：

$$z=0, t>0 \text{ 时}, -D(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial z}+K(\theta)=R(t) \tag{5.39}$$

(3)地表积水

当供水强度超过土壤入渗能力后，地表形成积水或同时产生径流。此时在地表处形成不断向下扩大的饱和区，因此，土壤中的水分运动为饱和—非饱和流动。

对于饱和—非饱和流动，以 θ 为因变量的方程一般不再适用，而应改用以土壤水势为因变量。这时，如果已知地表积水深度 h_0，则上边界条件可表示为地表水势已知的第一类边界条件，即

$$z=0, t\geqslant 0 \text{ 时}, \Phi=h_0(t) \tag{5.40}$$

对于垂直入渗问题，常用的下边界条件($z=H$ 处)为：

$$z=H, t\geqslant 0 \text{ 时}, \theta=\theta_0, \text{(下边界含水量不变)} \tag{5.41}$$

或

$$z=H, t\geqslant 0 \text{ 时}, D(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial z}+K(\theta)=0 \text{(下边界不透水)} \tag{5.42}$$

上述垂直入渗模型，可根据具体情况选用解析方法(Philip，1957；Parlange，1972；Boulier 等，1984)或数值方法(Hanks 和 Bowers，1962；雷志栋和杨诗秀，1982)求解。

几个入渗公式：许多问题中，有时只需要了解入渗率 $i(t)$ 和累积

入渗量 $I(t)$ 随时间的变化规律，而不需要知道土壤水的详细运动状况。因此，希望用较为简便的公式对入渗量进行计算和分析。已经提出过许多简单的入渗公式，主要的有：

(1)Green-Ampt 入渗公式

Green-Ampt 模型研究的是初始干燥的土壤在地表有薄层积水时的入渗问题。其基本假定是：入渗时存在着明显的水平湿润锋面将湿润的和未湿润的区域截然分开。湿润区为饱和含水率 θ_s，湿润锋前的干土区即为初始土壤含水率 θ_0，如图 5.5 所示。

设地表积水深度为 H，不随时间改变，湿润锋位置在 Z_f 处，且随时间前移。湿润锋处的土壤水吸力为 S_f，被认为是某一定值。对于这种模型，求解含水率 θ 的分布是无意义的，主要任务是求出入渗量 $I(t)$、入渗率 $i(t)$、湿润锋面位置 Z_f 与时间 t 的关系。

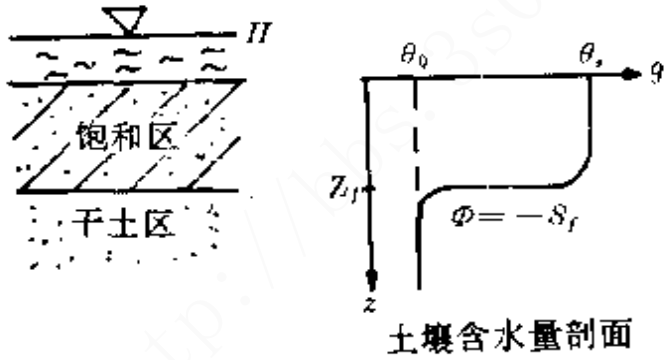


图 5.5 Green Ampt 入渗模型示意图

把坐标原点取在地表处，向下为正。地表处的总水势为 H，湿润锋面处的总水势为 $-(S_f+Z_f)$，故其水势梯度为 $[(S_f+Z_f)+H]/Z_f$，由达西定律(5.22)式可求出水分由地表进入土壤的通量，即入渗率 $i(t)$ 为：

$$i(t)=K_s[Z_f+S_f+H]/Z_f \tag{5.43}$$

上式即为入渗率 $i(t)$ 与湿润锋面 Z_f 的关系，式中 K_s 为饱和导水率。再由水量守恒原理，即可得出累积入渗量 $I(t)$ 和湿润锋位置 Z_f 的关系：

$$I(t)=(\theta_s-\theta_0)Z_f \tag{5.44}$$

因而，由 $i(t)$ 与 $I(t)$ 的关系式(5.36)可得：

$$i(t)=\frac{dI}{dt}=[\theta_s-\theta_0]\frac{dZ_f}{dt} \tag{5.45}$$

把(5.45)式代入(5.43)式，积分之，并由 $t=0$ 时 $Z_f=0$，得：

$$t=\left[\frac{\theta_s-\theta_0}{K_s}\right]\left[Z_f-(S_f+H)\ln\left(\frac{Z_f+S_f+H}{S_f+H}\right)\right] \tag{5.46}$$

上述式(5.43)、(5.44)和(5.46)便是 Green-Ampt 模型给出的入渗公式。

若已知 θ_0、θ_s、K_s、S_f 和 H，由(5.46)式可得 $Z_f(t)$，代入(5.43)和(5.44)可得 $i(t)$ 和 $I(t)$。

关于湿润锋处基质吸力 S_f 的确定已有多种方法，其中 Mein 和 Larson(1973)和 Newman(1976)提出的方法较为合理。Mein 和 Larson(1973)的公式为：

$$S_f=\int_0^1 SdK_r \tag{5.47}$$

式中 $K_r=K(s)/K_s$ 为相对导水率。由于 $K_r\to 0$ 时，S 值很大，故上式积分限在实际计算中常取为[0.01,1]。

Newman(1976)公式为：

$$S_f=\int_0^{S_0} K_r dS \tag{5.48}$$

式中 S_0 是相应于初始含水率为 θ_0 时的吸力。

把(5.34)式代入(5.47)式可得：

$$S_f=\left(\frac{2b+3}{b+3}\right)S_s \tag{5.49}$$

式中 $S_s=-\Phi_s$。

(2)Philip 入渗公式

Philip 入渗公式是根据下列入渗模型导出的：

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left(D(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)-\frac{\partial K(\theta)}{\partial z},0<z<\infty,t>0$$

$$\theta = \theta_1, z = 0, t > 0$$
$$\theta = \theta_0, z \geqslant 0, t = 0$$
$$\theta = \theta_0, z \to \infty, t > 0 \qquad (5.50)$$

这一模型的累积入渗量可解出如下(Philip,1957)：

$$I(t) = A_1 t^{1/2} + (A_2 + K(\theta_0))t + A_n t^{n/2} + \cdots \qquad (5.51)$$

式中 A_n 是由 θ_1 和 θ_0 确定的系数，$K(\theta_0)$是初始含水率为 θ_0 时的导水率。级数 $A_n(n=1,2,..)$收敛很快。如果式(5.51)中仅取前两项，则得 Philip 入渗公式如下：

$$I(t) = St^{1/2} + At \qquad (5.52)$$

或：

$$i(t) = \frac{1}{2}St^{1/2} + A \qquad (5.53)$$

式中系数 S、A 在实际问题中常由现场入渗试验资料求出。但如果已知土壤的水分运动参数 $D(\theta)$和 $K(\theta)$，则 S、A 亦可从理论上来推算。如 Eagleson(1978)曾求得：

$$S = 2(\theta_1 - \theta_0)[D_i/\pi]^{1/2} \qquad (5.54)$$

$$A = \frac{1}{2}[K(\theta_1) + K(\theta_0)] \qquad (5.55)$$

式中 D_i 由下式计算：

$$D_i = \frac{5}{3}(\theta_1 - \theta_0)^{-5/3}\int_{\theta_0}^{\theta_1}(\theta - \theta_0)^{2/3}D(\theta)d\theta \qquad (5.56)$$

如果 $D(\theta)$取(5.34)式定义的形式，则 D_i 可变为：

$$D_i = \frac{5K_s\Phi_s b}{3\theta_s}\Phi_i(d,\gamma_0) \qquad (5.57)$$

式中 $\Phi_i(d,\gamma_0)=(1-\gamma_0)^{-5/3}\int_{\gamma_0}^{1}\gamma^d(\gamma-\gamma_0)^{2/3}d\gamma$，$\gamma=\theta/\theta_s$，$\gamma_0=\theta_0/\theta_s$。$d=b+2$。若 d 为整数则 $\Phi_i(d,\gamma_0)$可积分如下：

$$\Phi_i(d,\gamma_0) = (1-\gamma_0)^d\left[\frac{1}{d+5/3} + \sum_{n=1}^{d}\frac{1}{d+[5/3-n]}\right.$$

$$\left(\frac{d}{n}\right)\left(\frac{\gamma_0}{1-\gamma_0}\right)^n\Big] \tag{5.58}$$

除上述介绍的两个入渗公式外，还有 Smith(1972)、Smith 和 Parlange(1978)以及 Horton(1940)提出的经验或半经验公式也在实际工作中广泛应用，特别是 Horton(1940)公式在水文学中最为常用。

5.4.2 地表径流

地表径流是指降雨中既没有被土壤吸收，也未在地表积存，而向下坡流去、汇集于水沟或小溪中的那部分水量。只有当降雨强度(单位时间单位面积上的降雨量)超过土壤入渗能力时，才会发生地表径流。但应当注意即使是降雨强度超过了土壤入渗能力，地表径流也并非立即出现。因为多余的雨水首先在地面上洼凹处汇集成小水窝，其总容量称为地表贮水容量。只有地表贮水容量蓄满，地表径流才开始。地表径流量有赖于降雨强度超出土壤入渗能力的数量。显然，地表贮水容量还有赖于地形的陡缓和土壤表面高低不平的程度。

1. Philip 入渗公式用于降雨—入渗量—地表径流量计算

Eagleson（1978）利用 Philip 入渗公式(5.53)导出了给定降雨(或灌溉)所产生的入渗量和地表径流量表达式。图 5.6 是一场典型的降雨情况，t_r 是降雨历时。假定在时段 $0\leqslant t\leqslant t_r$ 内降雨强度 $R(t)$ 为常数，并且认为区外的入流可忽略不计。

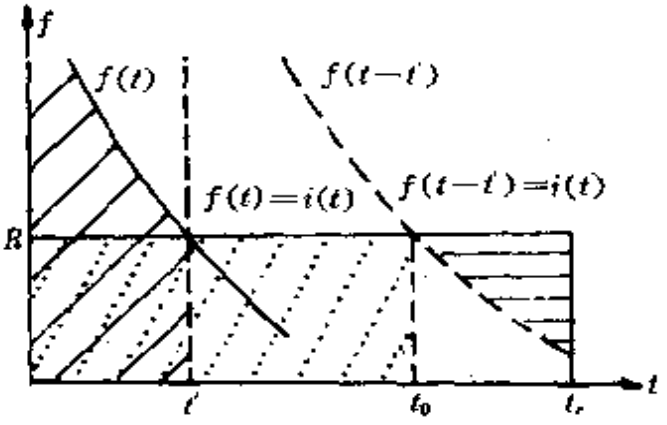


图 5.6 用 philip 公式计算入渗率图解

在降雨开始时，土壤表层含水量低于饱和含水量，土壤的入渗能力 $f(t)$ 总是超过降雨强度 $R(t)$，所以实际入渗率 $i(t)=R$。随着

雨水入渗，表层土壤含水量增加，土壤入渗能力逐渐下降，到某时刻 t_0，将使土壤入渗能力等于降雨强度，即

$$f(t_0) = R \tag{5.59}$$

显然在时段 $t_0 \leqslant t \leqslant t_7$ 内，入渗率 $i(t)=f(t)$，假定在 $t_0 \leqslant t \leqslant t_r$ 内 $f(t)$可由 philip 入渗公式计算，虽然在 $t<t_0$ 时入渗过程随时间的变化与公式推导的条件不一致。为求 t_0，规定了两个条件：

(1)按照 Philip 公式达到 $f(t)=R$ 条件所需要的水量，必须等于实际入渗的雨量，即

$$\int_0^{t'} f(t)dt = R \cdot t_0 \tag{5.60}$$

将(5.53)式代入(5.60)式，得：

$$St'^{\frac{1}{2}} + At' = R \cdot t_0 \tag{5.61}$$

解之得：

$$t_0 = \frac{St'^{\frac{1}{2}} + At'}{R} \tag{5.62}$$

(2)在 $t=t'$ 时，$f(t')=R$。把式(5.53)代入得：

$$\frac{1}{2}St'^{-1/2} + A = R \tag{5.63}$$

解之得：

$$t' = \frac{S^2}{4(R-A)^2} \tag{5.64}$$

把(5.64)代入(5.62)得：

$$t_0 = \frac{S^2}{2R(R-A)} + \frac{AS^2}{4R(R-A)^2} \tag{5.65}$$

通常 $R \gg A$，因而上式可简为：

$$t_0 \approx \frac{S^2}{2(R-A)^2} \tag{5.66}$$

而且，当 $t=t_0$，入渗率 $f(t)$必须等于 i，换句话说，为了满足上述两个条件，Philip 入渗公式已从 t' 移到 t_0。根据定义，对于给定的暴雨

所产生的地面径流量，可写为：

$$R_g(R,t_r) = \int_{t_0}^{t_r} [R - f(t - t')]dt \tag{5.67}$$

或

$$R_g(R,t_r) = \int_{t_0-t'}^{t_r-t'} [R - f(t)]dt \tag{5.68}$$

由(5.64)和(5.66)可得出：

$$t' \approx \frac{1}{2}t_0 \tag{5.69}$$

将(5.53)和(5.69)式代入(5.68)式，积分之，得：

$$\frac{R_g(R,t_r)}{(R-A)t_r} = 1 - S\left[\frac{1}{t_r(R-A)^2} - \frac{t_0}{2t_r^2(R-A)^2}\right]^{1/2}$$

$$\approx 1 - \frac{S}{(R-A)t_r^{1/2}} \tag{5.70}$$

上式须和 $t_r = t_0$ 时，$R_g = 0$ 的条件相符合。为此 Eagleson(1978)对此式稍加修改得：

$$R_g = (R-A)t_r - S\left(\frac{t_r}{2}\right)^{1/2} \tag{5.71}$$

最后，由给定暴雨所产生的地面径流量为：

$$R_g = \begin{cases} 0 & \text{当 } t_r \leqslant t_0 \\ (R-A)t_r - S(\frac{t_r}{2})^{1/2} & \text{当 } t_r > t_0 \end{cases} \tag{5.72}$$

而暴雨期间的入渗水量则为：

$$v = Rt_r - R_g \tag{5.73}$$

把(5.72)代入上式，得：

$$v(R,t_r) = \begin{cases} Rt_r & t_r \leqslant t_0 \\ At_r + S(\frac{t_r}{2})^{1/2} & t_r > t_0 \end{cases} \tag{5.74}$$

式(5.74)和式(5.72)是给定暴雨所产生的总入渗水量及总径流量。

2. Green-Ampt 入渗公式在降雨—入渗量—径流量估算中的应用

Mein 和 Larson(1973)提出了将 Green-Ampt 入渗公式应用于降雨—入渗量—径流量估算的方法，现以稳定的降雨入渗为例说明。假定降雨强度 R 为常数，只有当 R 大于土壤的入渗能力时，地表才形成积水，记开始积水的时间为 t_p。由 Green-Ampt 入渗公式(5.43)和(5.44)可知，入渗率 i 是随累积入渗量 I 的增加而减少的。设想当累积入渗量达某一 I 值时，$i=R$，此时开始积水，称此累积入渗量为 I_p。因此，由式(5.43)和(5.44)可导出开始积水时的 I_p 值：

$$R = K_s[1 + (\theta_s - \theta_0)S_f/I_p] \tag{5.75}$$

$$I_p = \frac{(\theta_s - \theta_0)S_f}{R/K_s - 1} \tag{5.76}$$

开始积水的时间 t_p 则由下式给出：

$$t_p = I_p/R \tag{5.77}$$

因而入渗率 i 可表示为：

$$i = \begin{cases} R, & t \leqslant t_p \\ K_s[1 + (\theta_s - \theta)S_f I], & t > t_p \end{cases} \tag{5.78}$$

式(5.78)中 I 表示积水以后的累积入渗量。由于不是在 $t=0$ 开始积水，故不能直接用式(5.44)计算，而需采用修正后的公式：

$$K_s[t - (t_p - t_p')] = I - S_f(\theta_s - \theta_0)\ln\left[1 + \frac{I}{S_f(\theta_s - \theta_0)}\right] \tag{5.79}$$

式中，t_p' 表示由 $t=0$ 开始积水，到入渗量 I 等于 I_p(或 $i=R$)时所需的时间，它可由(5.46)式解出：

$$K_s t_p' = I_p - S_f(\theta_s - \theta_0)\ln\left[1 + \frac{I_p}{S_f(\theta_s - \theta_0)}\right] \tag{5.80}$$

雷志栋和杨诗秀(1988)曾引用一个例子对此进行过说明，现

引用如下。

设一种壤土，$\theta_s=0.48$，$\theta_0=0.20$，$K_s=0.05\text{cm/h}$，$S_f=25\text{cm}$。稳定入渗强度 $R=0.6\text{cm/h}$。首先预测表面开始积水的时间 t_p 及相应的入渗量 I_p，由(5.76)和式(5.77)得：

$$I_p=\frac{(0.48-0.20)\times 25}{0.6/0.05-1}=0.64(cm)$$

$$t_p=0.636/0.6=1.06(\text{h})$$

为了计算积水以后($t>t_p$)的累积入渗量和入渗率，须先由式(5.80)计算 t_p' 得：

$$t_p'=\frac{0.64}{0.05}-\frac{25\times 0.28}{0.05}\ln\left(1+\frac{0.64}{25\times 0.28}\right)=0.55(h)$$

由(5.78)得入渗率为：

$$i=0.05(1+0.28\times 25/I)$$

由以上各式及(5.79)式可计算积水后不同时间的累积入渗量及入渗率，结果如表 5.4。

表 5.4　用 Green-Ampt 模型进行降雨入渗计算

入渗时间 t(h)	累积入渗量 I(cm)	入渗率 i(cm/h)
0	0	0.6
1.06	0.64	0.6
1.17	0.70	0.55
1.82	0.80	0.49
2.99	1.40	0.30
4.48	1.80	0.24

5.4.3　入渗水的再分布

这一过程通常是指在降雨或灌溉终止，地表贮水也因蒸发或入渗而消耗尽，即入渗过程结束之后，在土壤之内，水向下移动并在剖面内重新分布的过程。

进入土壤的水在重力、可能还在土壤基质吸力梯度的影响下，将流到下层。在地下水位高的场合，这部分水将并入地下水，这种渗后水运动常称为排水。在无地下水或者地下水位太深，而影响不到有关土层深度的场合，这种水运动就称为再分布。

有时，再分布的进行速率减退得很快，过几天就小到难以察觉了，以致土壤的湿润部分此后就好象能保住其水分，除非被蒸发或被植物吸收。另一些情况下，水分再分布可能以相当的、虽然是减缓的速率延续好几天甚至好几个星期。

与再分布过程相联系的一个传统的概念是土壤水对植物的可利用性，即对植物而言，土壤的有效水是田间持水量（上限）和永久枯萎点（下限）的差值。田间持水量是指土壤剖面中克服重力所能保持的水分数量；而永久枯萎点则指植物在白天和黑夜都呈萎蔫的土壤含水量。虽然这两个概念不反映土壤的内在特性，二者都只能是人为的规定，但它们仍然具有较大实用价值。同时我们可由此而获得土壤贮水能力的概念：若土壤水分增加到超过它的田间持水量，多余的水分便在几天内排掉；从含水量低于田间持水量的土壤中自然排出的水分至少与正常的蒸发速率和植物吸收速率相比是少量的；而永久枯萎点以下的水分对植物是无效的。

表 5.5 给出以土壤容积含水量表示的几种土壤的田间持水量、永久枯萎点和有效水量的平均值。虽然用土壤含水量确定给定土壤中水的可利用性的上、下限，长期以来被认为不是令人满意的标准。已经尝试把上述两个界限与土壤水势联系起来。一般来说，田间持水量的水势通常在 $-0.1\sim-0.3$bar 范围内，而永久枯萎点则为 $-15\sim-20$bar。这些值可广泛应用于不同类型的土壤。此外，也有用土壤导水率 K 来定义田间持水量的。

表 5.5 某些土壤的田间持水量、永久枯萎点和有效水量的平均值

土壤质地	田间持水量(θ_f)	永久枯萎点(θ_c)	有效水份($\theta_f-\theta_c$)
砂土	0.09	0.02	0.07
砂壤土	0.27	0.11	0.16
壤土	0.34	0.13	0.21
粉砂壤土	0.38	0.14	0.24
粘壤土	0.30	0.16	0.14
粘土	0.39	0.22	0.17
泥炭	0.55	0.25	0.30

正如 Hillel(1980)指出的，土壤水储量不是固定的数量或静态性质，而是受土壤水流动动态支配的暂时现象。土壤水对植物的可利用性，不仅有土壤方面的原因，还有植物方面的原因，这是一个极为复杂的过程，田间持水量和永久枯萎点只是粗略的概念。

5.4.4 裸土表面蒸发

在陆地上，水分蒸发可以在植物冠层，在土壤表面或较少地在自由水面上发生。经过植物体而散发的水分称为蒸腾。在土壤表面为植物覆盖的情况下，这是土壤水分转移到大气中的主要机制。蒸腾过程将在第七章中讨论。

当土壤表面多少为裸露状态时，蒸发除发生在植物冠层外，也可同时在土壤表面上进行。这两种过程一般难以截然分开，常并在一起作为一个过程处理，统称为蒸散。

在没有植被的情况下，蒸发直接地并全部地在土壤表面进行，本节仅限于讨论此种情况。

裸土表面蒸发是一个经常遇到的实际问题。单位时间内从单位地表面蒸发的水量称为蒸发速率($m^3/m^2 \cdot s$)。蒸发速率取决于两方面因素：一是地表面上方的大气条件，包括能量收入、水汽压、风速、气温等，常用大气蒸发力表示；二是土壤的供水能力，包括土

壤含水量、导水率等因素。实际的蒸发速率不是决定于大气蒸发力，就是决定于土壤的供水能力。根据大气蒸发力和土壤供水能力在蒸发过程中所起作用不同，土壤蒸发过程通常区分为三个阶段：

大气蒸发力控制阶段：有两种情况，土壤蒸发速率由大气蒸发力控制。其一是地表面很湿时，在蒸发的起始阶段，尽管表土层含水量有下降趋势，但与其接触的空气的水汽压仍接近饱和水汽压，使土壤表面能够象水面一样，提供充足的水分，以满足大气蒸发需求；其二是，虽然地表面较干燥，但从下层土壤运移到地表面的水流通量仍大于大气蒸发力，这时地表面也能够提供充足的水份，满足大气蒸发需求。大气蒸发力控制土壤蒸发速率的阶段通常出现在地表面较湿时的蒸发开始阶段。

土壤导水能力控制阶段：土壤表层含水量的降低，一般来说，会导致土壤导水率迅速下降。这就有可能使下层土壤流向地表的水流通量变得比大气蒸发力小，因而不能满足大气的蒸发需求。这时，土壤蒸发速率不能再按大气蒸发力进行，而是由流向地表的水流通量，即土壤导水能力确定。

水汽扩散阶段：当表土层含水量由于持续蒸发而变得很小，例如小于凋萎点 θ_c 时，土壤导水率将变得很小，以致下层土壤的水分不能向上运移，使表土层逐渐变成干土层。这时水是在干土层的底部蒸发，然后以水汽扩散方式穿过干土层而进入大气。在此阶段，土壤蒸发速率主要由土层的水汽扩散能力控制，并取决于干土层的厚度和孔隙特征。

土壤蒸发的上述三个阶段通常是难以截然区分的。例如，在土壤导水能力控制阶段，由于上层土变干，一些孔隙被排空，下层土壤水就可以从这些孔隙中逸出进入大气。

根据上述土壤蒸发的特点，下面讨论几种简单情况下土壤蒸发的计算问题。

1. 潜水蒸发的计算

潜水蒸发是指水份从地下水位经非饱和土壤层向上运移，并从地表面向大气散发的过程。潜水蒸发速率主要由土壤导水能力控制。在平原地区，在没有降雨、沟河排泄及外泄地下径流的情况下，地下水位的消落基本上是潜水蒸发的结果。Gardner (1958)首先从理论上求解潜水蒸发问题。此后，关于潜水蒸发的理论和经验计算方法日趋完善。

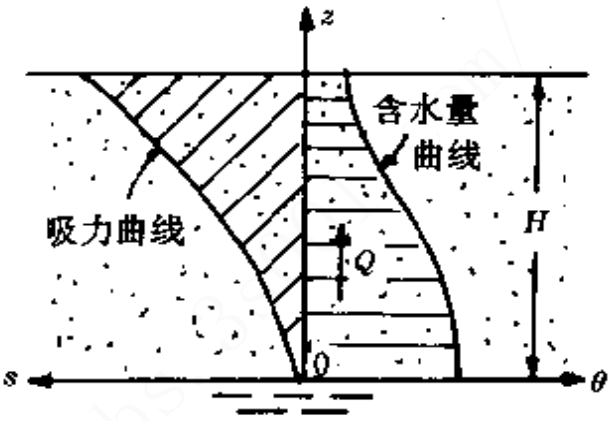


图 5.7　潜水蒸发时土壤剖面内的含水量和吸力分布示意图

如图 5.7 所示，z 坐标原点设在潜水面处，向上为正。假定地表处的蒸发速率与土壤层内($0\sim H$)任一断面向上的水分输送通量相等，则潜水蒸发问题的定解条件可写为：

$$\begin{cases} -D(\theta)\dfrac{\partial\theta}{\partial z}-K(\theta)=E, 0\leqslant z\leqslant H \\ z=0, \theta=\theta_s \end{cases} \tag{5.81}$$

式中 E 是潜水蒸发速率(假定为常数)，θ_s 是土壤的饱和含水率。式(5.81)由 0 至 z 积分得：

$$z=\int_{\theta}^{\theta_s}\frac{D(\theta)}{K(\theta)+E}d\theta \tag{5.82}$$

可见，如果非饱和土壤扩散率 $D(\theta)$ 和导水率 $K(\theta)$ 已知，则由(5.82)式可得到蒸发速率为 E 的土壤剖面含水量分布 $\theta(z)$。

表 5.6　(5.86)式的积分结果

$m=1$	$z=\frac{1}{\alpha}\ln(\alpha s+\beta)-\frac{1}{\alpha}\ln\beta$
$m=3/2$	$z=\frac{2}{\alpha}\left\{\frac{1}{6\gamma}\ln\left[\frac{\gamma^2-\gamma\sqrt{s}+s}{(\gamma^2+\sqrt{s})^2}\right]+\frac{1}{\gamma\sqrt{3}}\arctan\left(\frac{2\sqrt{s}-\gamma}{\gamma\sqrt{3}}\right)\right\}$ $+\frac{\pi}{3\sqrt{3}}\frac{1}{\alpha\gamma},\gamma^3=\beta/k$
$m=2$	$z=\frac{1}{\sqrt{\alpha\beta}}\arctan(s\sqrt{\alpha/\beta})$
$m=3$	$z=\frac{1}{\alpha}\left\{\frac{1}{6\eta^2}\ln\left[\frac{(\eta+s)^2}{\eta^2+\eta s+s^2}\right]+\frac{1}{\eta^2\sqrt{3}}\arctan\left(\frac{2s-\eta}{\eta\sqrt{3}}\right)\right\}$ $+\frac{\pi}{6\sqrt{3}}\frac{1}{\alpha\eta^2},\eta^3=\alpha$
$m=4$	$z=\frac{1}{\alpha}\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{4\rho\sqrt[3]{2}}\ln\left[\frac{s^2+\rho s\sqrt{2}-\rho^2}{s^2-\rho s\sqrt{2}+\rho^2}\right]+\\ \frac{1}{2\rho\sqrt[3]{2}}\arctan\left(\frac{\rho s\sqrt{2}}{\rho-s^2}\right)\end{array}\right\},\rho^4=\beta/\alpha$

如果未知函数改用土壤水吸力 S，则方程(5.81)变为：

$$\begin{cases}K(s)\left[\dfrac{ds}{dz}-1\right]=E\\ z=0,s=0\end{cases}\tag{5.83}$$

因而土壤水吸力分布可由下式求出：

$$z=\int_0^s\frac{1}{1+E/K(s)}ds\tag{5.84}$$

若取 $K(s)=K_se^{-b_1s}$，则由(5.84)式可得：

$$Z=s-\frac{1}{b_1}\ln\frac{K_s+Ee^{b_1s}}{K_s+E}\tag{5.85}$$

若取 $K(s)=\frac{a_1}{s^m+a_2}$，则有：

$$Z = \int_0^s \frac{1}{\alpha s^m + \beta} ds \tag{5.86}$$

式中 $\alpha = E/a_1$，$\beta = \alpha a_2 + 1$，表 5.6 列出不同 m 值的积分结果。

如果地表面是干燥的，即 $z = H$ 处的基质势可以认为是无限大时，而同时地下水位处的土壤水吸力相对的较小，以致上述积分可取为区间$[0, \infty]$。这就给出了潜水蒸发速率的极限值，即

$$H = \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + E_{max}/K(s)} ds \tag{5.87}$$

上式表明，潜水蒸发的极限速率 E_{max} 仅取决于土壤的导水能力 $K(s)$ 和地下水埋深 H。

E_{max} 的两个常用公式是假定 $K(s) = K_s(\frac{\Phi}{\Phi_s})^{-\frac{1}{m}}$ 时导出的：

$$E_{max} = K_s\left[1 + \frac{3/2}{m \cdot c - 1}\right]\left(\frac{\Phi_s}{H}\right)^{m \cdot c} \tag{5.88}$$

以及 $K(s) = ae^{-bs}$ 时导出：

$$E_{max} = \frac{a}{exp(bH) - 1} \tag{5.89}$$

实际条件的潜水蒸发强度 E，受土壤供水能力和大气蒸发力两者的制约。两者之间是通过地表含水率 θ_H 联系在一起的。由(5.82)可知：

$$\theta_H = \psi_1(H, E) \tag{5.90}$$

设大气蒸发力为 E_0，则显然有：

$$\theta_H = \psi_2(E_0, E) \tag{5.91}$$

式(5.90)、(5.91)联解，并消去 θ_H，得：

$$E = f(E_0, H) \tag{5.92}$$

因此，对一确定土壤，潜水蒸发率 E 完全可由大气蒸发力 E_0 和地下水位埋深 H 来决定。$f(E_0, H)$ 是一需要经验确定的函数。表 5.7 列出目前常用的一些潜水蒸发速率的经验计算公式。

表 5.7　常用潜水蒸发经验计算公式

潜水蒸发公式	作　者
$E=E_0(1-\frac{H}{H_{max}})^n$,	阿维扬诺夫
$E=E_0e^{-aH}$	叶水庭
$E=E_0\frac{a}{(H+N)^b}$	张朝新
$E=k\mu E_0a/(1+H)^b$	沈立昌
$E=E_{max}(1-e^{\eta E_0}/E_{max})$	雷志栋

*根据唐海行等，1989

根据唐海行等人(1989)的试验结果，表 5.7 中雷志栋的公式能较好地拟合观测资料。但公式中的参数 η 不应为常数，而应随地下水埋深而变动，他们获得 η 与 E_{max} 的经验关系式为：

$$\eta=\exp[-(\frac{1}{E_{max}})^n] \tag{5.93}$$

此式表明，当 $H\to 0$ 时，$E_{max}\to\infty$，$\eta=1.0$，从而可得：

$$E/E_0=1 \tag{5.94}$$

而当 $H\to\infty$ 时，$E_{max}\to 0$，$\eta=0$，从而

$$E/E_0=0 \tag{5.95}$$

式(5.93)中指数 n 是一经验常数，其值在 0.3～0.5 之间。

2. 土壤蒸发能力的计算

类似于土壤入渗能力，我们引进土壤蒸发能力的概念。它是指土壤剖面在地表面含水量达到风干含水率时，导致的自下而上流到地表面的水分通量，也就是蒸发条件下，土壤剖面的最大导水能力。

考虑半无限长均质土柱，其剖面初始含水率为均匀分布的理想情况。如果大气蒸发力很大，致使地表面迅速变干，其含水量初

始值瞬时降低为某一风干含水率 θ_c，在这种情况下，我们得到计算土壤蒸发能力的模型如下：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\theta}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial z}\left[D(\theta)\dfrac{\partial\theta}{\partial z}\right] - \dfrac{\partial K(\theta)}{\partial z} \\ t = 0, z \geqslant 0 \text{ 时}, \theta = \theta_0 \\ t > 0, z = 0 \text{ 时}, \theta = \theta_c \\ t > 0, z = \infty \text{ 时}, \theta = \theta_0 \end{cases} \tag{5.96}$$

对此问题，Eagleson(1978)采用 philip(1957)方法求得近似解为：

$$f_e(t) \approx \frac{1}{2}S_e t^{-1/2} - \frac{1}{2}[K(\theta_c) + K(\theta_0)] \tag{5.97}$$

式中 $f_e(t)$是土壤蒸发能力，S_e 由下式定义：

$$S_e = 2(\theta_0 - \theta_c)[D_e/\pi]^{1/2} \tag{5.98}$$

而 D_e 则由下式计算：

$$D_e = \frac{1.85}{(\theta_0 - \theta_c)^{1.85}}\int_{\theta_c}^{\theta_0}(\theta_0 - \theta)^{0.85}D(\theta)d\theta \tag{5.99}$$

对于由(5.34)定义的扩散率，D_e 可由下式计算(Eagleson，1978)

$$D_e = \frac{K_s\Phi_s b}{\theta_s}\gamma_0^d\psi_e(d) \tag{5.100}$$

$$\psi_e(d) = 1.85\gamma_0^{1.85}\int_0^{\gamma_0}\gamma^d[\gamma_0 - \gamma]^{0.85}d\gamma \tag{5.101}$$

式中：$\gamma_0 = \theta_0/\theta_s$，$\gamma = \theta/\theta_s$。

对于整数 d，$\psi_e(d)$可积分得：

$$\psi_e(d) = \left[1 + 1.85\sum_{n=1}^{d}(-1)^n\binom{d}{n}\frac{1}{1.85 + n}\right] \tag{5.102}$$

土壤剖面中的含水量廓线，可近似由下式计算(Gardner，1958)：

$$\theta(z) = \theta_c + (\theta_0 - \theta_c)\mathrm{erf}(\zeta) \tag{5.103}$$

式中：$\mathrm{erf}(\zeta)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\zeta}e^{-\zeta^2}d\zeta$ 为误差函数，$\zeta=\frac{z}{2\sqrt{D_t t}}$。

3. 初始含水量均匀分布条件下土壤蒸发计算

大部分土壤蒸发问题可归结为如下简化模型，即在降雨或灌溉之后，土壤剖面含水量可认为是均匀分布的，设其为 θ_0。土壤蒸发能力则由(5.97)式给出。如果假定大气蒸发力为 e_p，则实际土壤蒸发速率为：

$$e_s=\begin{cases}e_p, \text{如果} & f_e>e_p\\ f_e, \text{如果} & f_e\leqslant e_p\end{cases} \tag{5.104}$$

如图 5.8 所示，在 $0<t\leqslant t_0$ 的范围内，由于土壤初始含水量较大，土壤供水能力超过大气蒸发力，因而土壤蒸发按大气蒸发速率进行。在 $t\geqslant t_0$ 后，土壤蒸发能力变为小于大气蒸发力，因而土壤蒸发按本身所能提供的供水能力进行。在这一问题起中，关键是确定 t_0。为了确定 t_0，常应用下面假定：

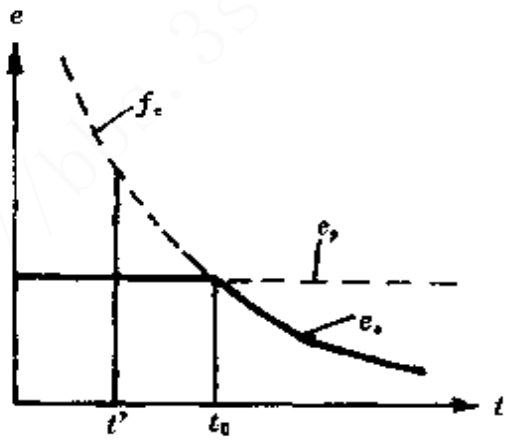


图 5.8 土壤蒸发速率计算图解

在 t_0 处，大气蒸发力等于土壤蒸发能力，即

$$e_p=f_e \tag{5.105}$$

在 $0\leqslant t\leqslant t_0$ 内累积蒸发的水量 $e_p t_0$，必须等于 $\int_0^t f_e dt$，即

$$e_p t_0=\int_0^t f_e dt \tag{5.106}$$

把(5.97)式代入(5.105)式得：

$$e_p=\frac{1}{2}S_e t'^{1/2}-K(\theta_0) \tag{5.107}$$

因而

$$t'=\left[\frac{S_e}{2(e_p-K(\theta_0))}\right]^2 \tag{5.108}$$

把(5.97)式代入(5.106)式得

$$e_p t_0 = S_e t'^{1/2} - K(\theta_0)t' \tag{5.109}$$

把(5.108)式代入上式得：

$$t_0 = \frac{S_e^2}{2e_p(e_p - K(\theta_0))} - \frac{K(\theta_0)}{e_p}\left[\frac{S_e}{2(e_p - K(\theta_0))}\right]^2$$

$$= \frac{S_e^2}{2e_p(e_p - K(\theta_0))}\left[1 - \frac{K(\theta_0)}{2(e_p - K(\theta_0))}\right] \tag{5.110}$$

而且当 $t=t_0$ 时，土壤蒸发速度必须等于 e_p，换句话说，为了满足条件(5.105)和条件(5.106)，土壤蒸发能力公式已从 t' 移到 t_0，即在 $t \geqslant t_0$ 时，土壤蒸发速率由下式计算：

$$e_s = f_e(t - t'), t \geqslant t_0 \tag{5.111}$$

综合(5.105)、(5.111)式，我们得到初始剖面含水率均匀时的蒸发速率计算公式为：

$$e_s = \begin{cases} e_p & \text{，当 } 0 \leqslant t \leqslant t_0 \\ \frac{1}{2}S_e(t - t')^{-\frac{1}{2}} & \text{，当 } t_0 \leqslant t < \infty \end{cases} \tag{5.112}$$

式中 $t_0 \approx \frac{S_e^2}{2e_p^2}$，并忽略重力排泄项。而累积蒸发率计算公式为：

$$E_s = e_p t_0 + \int_{t_0}^{t} \frac{1}{2}S_e(t - t')^{-1/2}dt \tag{5.113}$$

5.5 土壤水运动问题的数值解法

60年代以来，电子计算机的出现有力地推动了土壤水运动问题数值求解技术的发展。现在，我们已完全可以对各种复杂的土壤水运动问题——非均质土壤剖面水运动、饱和—非饱和、存在滞后作用的土壤水运动、二维和三维空间内的土壤水运动以及各种复杂初边条件下的土壤水运动——进行数值求解或进行数值模拟。

用于求解土壤水运动问题的数值方法主要有有限差分方法和有限元方法。有大量的研究文献讨论过这两种方法在各种土壤水

运动问题中的具体应用，也设计和进行了许多试验，以检验数值计算结果的准确性(Hanks 和 Bowers，1962；Hanks 等，1969；Amerman，1976；Hillel，1979；杨诗秀等，1983；王金平，1989；Hills 等，1989)。我们这里只讨论两类最常见的土壤水运动问题的有限差分解法。

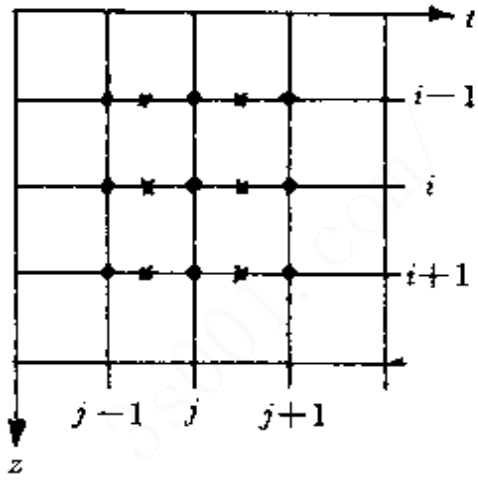


图 5.9 土壤水运动方程数值求解网格

5.5.1 均质土壤一维非饱和问题

对于均质的土壤剖面，非饱和条件下的土壤水运动用 θ 为变量的方程描述最合适。仅考虑一维垂直向水运动，则方程(5.29)变为：

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial z}\left(K(\theta)-D(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)=0 \qquad (5.114)$$

此方程是非线性方程，常用两步的 Crank—Nicolson 有限差分方法求解。

取图 5.9 所示网格，变量 θ 定义在·点上，方程(5.114)写在×点上，则两步的 Crank-Nicolson 方法求得的差分方程为：

第一步

$$\frac{\theta^*-\theta_i^j}{\Delta t}+\frac{K_{i+1/2}^j-K_{i-1/2}^j}{\Delta Z_2}-\frac{D_{i+1/2}^j}{2\Delta Z_2}\left(\frac{\theta_{i+1}^*-\theta_i^*}{\Delta Z_1}+\frac{\theta_{i+1}^j-\theta_i^j}{\Delta Z_1}\right)+\frac{D_{i-1/2}^j}{2\Delta Z_2}\left(\frac{\theta_i^*-\theta_{i-1}^*}{\Delta Z_3}+\frac{\theta_i^j-\theta_{i-1}^j}{\Delta Z_3}\right)=0$$

$$i=2,3,\cdots,n-1 \qquad (5.115)$$

第二步

$$\frac{\theta_i^{j+1}-\theta_i^j}{\Delta t}+\frac{K_{i+1/2}^{j+1/2}-K_{i-1/2}^{j+1/2}}{\Delta Z_2}-\frac{D_{i+1/2}^{j+1/2}}{2\Delta Z_2}\left(\frac{\theta_{i+1}^{j+1}-\theta_i^{j+1}}{\Delta Z_1}+\frac{\theta_{i+1}^j-\theta_i^j}{\Delta Z_1}\right)$$

$$+\frac{D_{i-1/2}^{j+1/2}}{2\Delta Z_2}\left(\frac{\theta_i^{j+1}-\theta_{i-1}^{j+1}}{\Delta Z_3}+\frac{\theta_i^{j}-\theta_{i-1}^{j}}{\Delta Z_3}\right)=0$$

$$i=2,3,\cdots,n-1 \qquad (5.116)$$

式中：

$\theta_i^j = j$ 时刻 i 格点上的 θ 值

$\theta_i^* = j+1$ 时刻 i 格点上 θ 的估计值

$\theta_i^{j+1} = j+1$ 时刻 i 格点上 θ 的预报值

$$K_{i+\frac{1}{2}}^j=\frac{K(\theta_i^j)+K(\theta_{i+1}^j)}{2}$$

$$K_{i-\frac{1}{2}}^j=\frac{K(\theta_i^j)+K(\theta_{i-1}^j)}{2}$$

$$D_{i+1/2}^j=\frac{D_i^j+D_{i+1}^j}{2}$$

$$D_{i-1/2}^j=\frac{D_i^j+D_{i-1}^j}{2}$$

$$D_i^j=D(\theta_i^j)$$

$$K_{i+1/2}^{j+1/2}=\frac{K_{i+1/2}^j+K_{i+1/2}^*}{2}$$

$$D_{i+1/2}^{j+1/2}=\frac{D_{i+1/2}^j+D_{i+1/2}^*}{2}$$

$$K_i^*=K(\theta_i^*)$$

$$K_{i+1/2}^*=\frac{K_i^*+K_{i+1}^*}{2}$$

$$D_{i+1/2}^*=\frac{D_i^*+D_{i+1}^*}{2}$$

$$D_i^*=D(\theta_i^*)$$

$\Delta t =$ 时间步长

$\Delta Z_1 = z_{i+1}-z_i$

$$\Delta Z_2 = \frac{z_{i+1} - z_{i-1}}{2}$$

$$\Delta Z_3 = z_i - z_{i-1}$$

方程(5.115)或(5.116)可化为如下三对角线性方程组：

$$A_i\theta_{i-1}^{j+1} + B_i\theta_i^{j+1} + C_i\theta_{i+1}^{j+1} = F_i, i = 2,3,\cdots,n-1 \tag{5.117}$$

式中：

$$A_i = -I$$

$$B_i = 1 - H + I$$

$$C_i = -H$$

$$F_i = I\theta_{i-1}^j + (1 - H - I)\theta_i^j + H\theta_{i+1}^j - G$$

$$G = \frac{\Delta t}{\Delta Z_2}\left(K_{i+1/2}^{j+1/2} - K_{i-1/2}^{j+1/2}\right)$$

$$H = \frac{\Delta t D_{i+1/2}^{j+1/2}}{2\Delta Z_2 \Delta Z_1}$$

$$I = \frac{\Delta t D_{i-1/2}^{j+1/2}}{2\Delta Z_2 \Delta Z_3}$$

方程(5.117)可用追赶法求解。

从而用 j 时刻含水量 θ_i^j 代入(5.115)式，求解出 θ_i^*，再把 θ_i^* 代入(5.116)式，即可解出 $j+1$ 时刻的含水量 θ_i^{j+1}。

在不同边界条件下，上述方程的解法稍有不同，分述如下：

(1)当使用第一类边界条件时，即

$$\begin{cases}\theta|_{z=0} = \theta_a \\ \theta|_{z=H} = \theta_b\end{cases} \tag{5.118}$$

则只需求解 $i=2,3,\cdots,n-1$ 格点的 θ 值。这时直接用追赶法求解有关方程即可。

(2)当上边界为第二类边界条件，下边界为一类边界条件时，即

$$K(\theta) - D(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial Z}\bigg|_{z=0} = E \qquad (5.119)$$
$$\theta|_{z=H} = \theta_b$$

式中 E 是入渗强度或蒸发强度。这时通过(5.119)式增加一个关于 θ_1 的差分方程如下：

第一步

$$K_1^j - \frac{D_{3/2}^j}{2\Delta z}(\theta_2^* - \theta_1^* + \theta_2^j - \theta_1^j) = E \qquad (5.120)$$

第二步

$$K_1^{j+1/2} - \frac{D_{3/2}^{j+1/2}}{2\Delta z}(\theta_2^{j+1} - \theta_1^{j+1} + \theta_2^j - \theta_1^j) = E \qquad (5.121)$$

联立求解方程(5.117)和(5.120)或(5.121)，即可得到 θ_1^{j+1}，θ_2^{j+1}，……，θ_{n-1}^{j+1}。

式(5.119)中的 E 有可能超过土壤的入渗能力或土壤蒸发能力，这时可采用 Hanks 等(1969)、Nimah 和 Hanks(1973)以及 Feddes 等(1974)提出的方法处理，即限定 θ_1^{j+1} 的取值范围为(θ_c，θ_s)，θ_c 是表土风干含水率，θ_s 是饱和含水率。如果计算的 $\theta_1^{j+1}<\theta_c$ 或 $\theta_1^{j+1}>\theta_s$，则令 $\theta_1^{j+1}=\theta_c$ 或 $\theta_1^{j+1}=\theta_s$，然后再用上下边界条件都是一类时的算法求解。

(3)当上边界为第二类边界条件，下边界为渗漏边界时，即

$$\left(K(\theta) - D(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial Z}\right)\bigg|_{z=0} = E$$
$$q|_{z=H} = K(\theta) \qquad (5.122)$$

这时上边界条件可按前述方法处理，下边界条件在推导 $n-1$ 格点方程时可直接加入，即令 $n-1/2$ 处的水分通量为：

$$q_{n-1/2}^* = K(\theta_{n-1}^j) \qquad (5.123)$$

或

$$q_{n-1/2}^{j+1/2} = K(\theta_{n-1}^*) \qquad (5.124)$$

因而，这类条件也只需求解关于 $\theta_1^{j+1},\theta_2^{j+1},\cdots,\theta_{n-1}^{j+1}$ 的 $n-1$ 个方程。

5.5.2 非均质土壤一维饱和—非饱和问题

对于非均质的土壤剖面，含水量 θ 在各土层之间的不连续性，导致不能用方程(5.114)对土壤水运动进行描述。另外，对饱和—非饱和问题，也不能使用(5.114)方程。这些情况下通常只能使用 Φ 为变量的方程。仅考虑垂直方向的水运动，则由方程(5.27)得：

$$C\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial z}\left(K-K\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)=0 \qquad (5.125)$$

采用与 5.5.1 中相同的方法，可把(5.125)写为如下差分方程：

第一步：

$$C_i^j\frac{\Phi_i^*-\Phi_i^j}{\Delta t}+\frac{K_{i+1/2}^j-K_{i-1/2}^j}{\Delta Z_2}-\frac{K_{i+1/2}^j}{2\Delta Z_2}\left(\frac{\Phi_{i+1}^*-\Phi_i^*}{\Delta Z_1}+\frac{\Phi_{i+1}^j-\Phi_i^j}{\Delta Z_1}\right)+\frac{K_{i-1/2}^j}{2\Delta Z_2}\left(\frac{\Phi_i^*-\Phi_{i-1}^*}{\Delta Z_3}-\frac{\Phi_i^j-\Phi_{i-1}^j}{\Delta Z_3}\right)=0 \qquad (5.126)$$

第二步：

$$C_i^{j+1/2}\frac{\Phi_i^{j+1}-\Phi_i^j}{\Delta t}+\frac{K_{i+1/2}^{j+1/2}-K_{i-1/2}^{j+1/2}}{\Delta Z_2}-\frac{K_{i+1/2}^{j+1/2}}{2\Delta Z_2}\left(\frac{\Phi_{i+1}^{j+1}-\Phi_i^{j+1}}{\Delta Z_1}+\frac{\Phi_{i+1}^j-\Phi_i^j}{\Delta Z_1}\right)+\frac{K_{i-1/2}^{j+1/2}}{2\Delta Z_2}\left(\frac{\Phi_i^{j+1}-\Phi_{i-1}^{j+1}}{\Delta Z_3}+\frac{\Phi_i^j-\Phi_{i-1}^j}{\Delta Z_3}\right)=0 \qquad (5.127)$$

式中各量的意义与(5.115)和(5.116)式中类似。(5.126)或(5.127)式整理后可得如下三对角线性方程组：

$$A_i\Phi_{i-1}^{j+1}+B_i\Phi_i^{j+1}+C_i\Phi_{i+1}^{j+1}=F_i,i=2,3,\cdots,n-1。 \qquad (5.128)$$

式中：

$$A_i = -I$$

$$B_i = J + H + I$$

$$C_i = -H$$

$$F_i = I\Phi_{i-1}^j + (1 - H - I)\Phi_i^j + H\Phi_{i+1}^j - G$$

$$G = (K_{i+1/2}^{j+1/2} - K_{i-1/2}^{j+1/2}) / \Delta Z_2$$

$$H = \frac{K_{i+1/2}^{j+1/2}}{2\Delta Z_2 \Delta Z_1}$$

$$I = \frac{K_{i-1/2}^{j+1/2}}{2\Delta Z_2 \Delta Z_3}$$

$$J = \frac{C_i^{j+1/2}}{\Delta t}$$

此问题中有关边界条件的处理方法与 5.7.1 节相似，不再赘述。

对于土壤表面的风干水势 Φ_C，可从土壤水与空气水汽的平衡条件计算。

$$\Phi_c = \frac{RT}{Mg}\ln(f) \tag{5.129}$$

式中 R 是普适气体常数($Jmol^{-1}K^{-1}$)；T 是空气的绝对温度(K)；M 是水的分子量($Kgmol^{-1}$)；g 是重力加速度(ms^{-2})；f 是空气的相对湿度(取为分数)。因而，当上边界为第二类条件时，应限定 $\Phi_c < \Phi < 0$。

第六章　土壤热传导及土壤水热运动

土壤系统中的热流是土壤—植物—大气系统能量循环的一个环节。土壤热流通常用固体中的热传导方程描述。但是，固体热传导方程在推导时所作的假设，在土壤系统中不能完全满足。事实上，分子传导不是土壤中传热的唯一机制。例如，当热供给湿润土壤时，水在从热处向冷处流动时，也携有热量；入渗和蒸发过程两者可在土壤中产生很强的温度梯度。而且，许多观测资料表明，温度或温度梯度反过来也会对水流过程产生影响。因此，土壤中的水流和热流是相互依赖的，应结合起来考虑。

6.1　土壤热性质

土壤温度分布以及热传导取决于土壤热性质，即土壤热容量和土壤导热率。

土壤热容量是指单位土壤增温 1℃所需要的热量。常用容积热容量，即单位体积土壤增温 1℃所需要的热量表示，单位为 J/(cm³ · ℃)。

表 6.1　土壤不同成分的热容量

成分	容积热容量(J/(cm³ · ℃))
石英砂粒	0.517×4.18
粘粒	0.576×4.18
泥炭	0.601×4.18
空气	0.0003×4.18
水	1×4.18

土壤固体部分(包括矿物质和有机质)的容积热容量在 0.5×

4.18～0.6×4.18$J/(cm^3 \cdot ℃)$。空气的热容量极小，仅为0.0003×4.18$J/(cm^3 \cdot ℃)$，水的热容量最大，为4.18$J/(cm^3 \cdot ℃)$。在土壤组成中，固体部分变化不大，土壤热容量的大小，主要决定于水和空气所占的比例。可由水、空气及固体颗粒的热容量按所占体积加权平均求得土壤容积热容量为：

$$C = (C_s V_s + C_w V_w + C_a V_a)/V \tag{6.1}$$

式中C_s、C_w和C_a分别为土壤颗粒、水和空气的容积热容量；V_s、V_w和V_a分别是体积为V的土壤内土壤颗粒、水和空气所占的体积；$V = V_s + V_w + V_a$。空气的C_a很小，所以对于同一种土壤来说，C主要随土壤的容积含水量θ而变化，即

$$C \approx C_s V_s + C_w \theta \tag{6.2}$$

对于孔隙度为θ_s的土壤，由于$V_s = 1 - \theta_s$，所以上式变为：

$$C = C_s(1 - \theta_s) + C_w \theta \tag{6.3}$$

温度较高的土层借分子传导形式向温度较低的土层输送热量，这一过程称为土壤热传导。根据Fourier定律，热传导过程中的热流通量Q_t可表示为：

$$Q_t = \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \tag{6.4}$$

式中λ为土壤导热率。

矿物质的导热率一般较大，水的导热率次之，而空气的导热率最小。土壤导热率的大小，则决定于土壤固体颗粒间互相接触的形态以及土壤中含水量的多少。土壤含水量增加时，土粒间的许多孔隙被水充满，而水的导热率远大于空气，因而土壤导热率增大。

DeViries(1975)研究过土壤导热率和理论计算模型。大量的试验结果表明该模型计算结果与试验数据吻合较好。Milly(1984)把土壤成份分为五类(见表6.3)，利用DeViries模型得到土壤导热率的计算公式为：

$$\lambda=\begin{cases}\sum_{i=1}^{5}K_i\theta_i\lambda_i/(\sum_{i=1}^{5}K_i\theta_i) & \theta_1\geqslant\theta_c\\ \lambda(0)+\dfrac{\theta_1*(\lambda(\theta_c)-\lambda(0))}{\theta_c} & \theta_1<\theta_c\end{cases}\tag{6.5}$$

式中 θ_c 可取为土壤的风干含水率，$\lambda(0)$是含水量趋于 0 时土壤基质的导热率(表 6.2 中列出砂土、粘土和泥炭的典型值)，$\lambda(\theta_c)$是 $\theta=\theta_c$ 处的导热率，θ_i 是各组分所占的体积份数，λ_i 的取值见表 6.3，K_i 则由下式计算：

表 6.2　不同物质的导热率 λ，热容量(C)及密度(ρ)的代表值

物质		λ(W/m·℃)	C(J/kg·℃)	ρ(kg/m³)
混凝土		4.60	879	2300
岩石		2.93	753	2700
冰		2.51	2093,2100	900,920
新雪		0.14,0.08	2093,2090	200,100
旧雪		1.67,0.42	2093,2090	480
静止空气		0.03,0.02,0.025	1005(定压比热)	1.2
粘土(40%的孔隙率)	干	0.25	890	1600
	10%的液态水含量*	0.63	1005	1700
	20%的水含量	1.12	1172	1800
	30%的水含量	1.33	1340	1900
	40%的水含量	1.58	1550	2000
砂土(40%的孔隙率)	干	0.30	800	1600
	10%的含水量	1.05	1088	1700
	20%的含水量	1.95	1256	1800
	30%的含水量	2.16	1423	1900
	40%的含水量	2.20	1480	2000
泥炭土(80%的孔隙率)	干	0.06	1920	300
	10%的含水量	0.10	2302	400
	40%的含水量	0.29	3098	700
	70%的含水量	0.43	3433	1000
	80%的含水量	0.50	3650	1100
	液态水	0.63,0.57	4186	1000

* 表中含水量指容积含水量

$$K_i = \frac{2}{3}\left[1+\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_1}-1\right)g_i\right]^{-1} + \frac{1}{3}\left[1+\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_1}-1\right)(1-2g_i)\right]^{-1} \tag{6.5}$$

式中 g_i 是形状因子。对于液体 $g_1=0$；对于土壤固体 g_i 值列于表 6.3 中；对于空气(g_2)，由下式计算：

$$g_2 = \begin{cases} 0.013 + \left(\dfrac{0.022}{\theta_w} + \dfrac{0.298}{n}\right)\theta, & \theta < \theta_w \\ 0.035 + \dfrac{0.298}{n}\theta, & \theta > \theta_w \end{cases} \tag{6.7}$$

式中 θ_w 是对于水势 Φ 满足 $Log_{10}|\Phi|=4.2$ 时的土壤含水量(Φ 以厘米为单位)，n 是土壤孔隙度。

表 6.3　土壤各种成分的性质参数

成分	i	C_i(J/cm³℃)	λ(J/cm·s·℃)	g_i
液体水	1	4.18	5.7×10^{-3}	0
空气	2	1.3×10^{-3}	2.5×10^{-4}	见(6.7)式
石英	3	1.92	8.8×10^{-2}	0.125
其它矿物质	4	1.92	2.9×10^{-2}	0.125
有机质	5	2.51	2.5×10^{-3}	0.5

* 根据 Milly，1984

6.2　土壤热传导方程

根据热传导的 Fourier 定律以及能量守恒定律，可导出土壤热传导方程为：

$$C\frac{\partial T}{\partial t}=\nabla\cdot(\lambda\nabla T) \tag{6.8}$$

式中左端项表示单位体积土壤能量的时间变化率，而右端项则表示单位体积土壤能量的净输入量。

对于各向同性的均质土壤，如果土壤含水率不随深度变化或其变化对热特性参数 C、λ 的影响可以忽略，则可以把 λ 及 C 当成是常数。假定只有垂直方向的能量交换，则方程(6.8)可简化为一般固体内的热传导方程：

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \tag{6.9}$$

式中 $\alpha=\lambda/C$，称为热扩散率。取如下初边条件：

$$t=0,T(z)=T_0-\gamma_0 z,z\geqslant 0$$

$$z=0,T(t,0)=T_0+\sum_{n=1}^{N}A_{on}\sin\left(\frac{2n\pi}{f}t+\Phi_{0n}\right),t>0 \tag{6.10}$$

式中 f 是地表面温度的谐振周期；A_{on} 和 Φ_{on} 是对应的振幅和位相；n 是波数。对日振动 $f=24\times3600$ 秒。方程(6.9)可用分离变量法求解，其解为：

$$T(z,t)=T_0-\gamma_0 z+\sum_{n=1}^{\infty}A_{on}e^{-Bz}\sin\left(\frac{2n\pi}{f}t+\Phi_{on}-Bz\right) \tag{6.11}$$

式中 $B=\sqrt{\frac{n\pi}{\alpha f}}$。观测表明，实际土壤中的温度变化大致与(6.11)式解相一致。因此，方程(6.11)可作为土壤温度变化的一级近似模型，可在许多计算精度要求不高的问题中使用。

6.3 土壤水热运动

实际土壤中的水流和热流是紧密相关和相互作用的。第五章

讨论的不受温度影响的土壤水运动方程(7.113)和本章讨论的均质各向同性固体中的热传导方程(6.9)都只是实际情况的一种近似。推导这些方程时所作的假设，在土壤系统中永远不能满足。例如，水在从热处向冷处流动中，就携带有热量；在同一土壤孔隙内，水可以从热边蒸发，在冷边凝结，与此同时，也传输了一定的热量。这说明，有相当数量的热是由分子传导以外的过程输送的。这样的热流过程的数学方程是复杂的，并且至今还未完全推导出来。同样，温度也可以影响土壤中的水流。一种方式是土壤系统整体温度的提高会使水的粘滞度和表面张力发生变化，从而影响水流速率；另一种方式是如果有温度梯度就会有热引起的水流。

由温度梯度引起的水流，通常的解释是水呈水汽从热处向冷处运动，然后它可能会以液态从冷处返回热处。水也能以液态从热处向冷处运动。很明显，出现这样的结果，除了水流之外，还有某些物质、热、电或能——也在运动，达西定律甚至不能应用。

在热梯度作用下，通过薄膜或微小毛细管的水流，至今仍未完全了解。Cary(1966)曾指出为什么在热梯度作用下水以液相流动至少有四种可能原因：

(1)因为水对空气的表面张力随温度下降而增加，在不饱和土壤中，水在表面张力梯度作用下，可以从暖向冷的部位流动。

(2)温度降低时土壤基模势也减少，它可能促使水流。这是Philip 和 DeVries(1957、1958)发展的热导致液流的方程式的基础。可是，作为第二种可能，他们感觉到有一些从冷向热的流，可能是由于吸附在固体表面上的液体层与在孔隙中液体间的比热焓的差引起。

(3)由于在没有空气——水界面的系统中也有从暖向冷的水流，必然还有表面张力梯度以外的致流机制。这就导出一个建议，认为水的输送是由于热梯度下发展出的、与氢键分布相联系的不规则动能变化引起的净运动而产生。

(4)第四种可能是热导致的渗透势梯度产生的流。大多数溶解的盐类将自发地通过溶液从较暖区扩散到较冷区(Soret 效应)。

上述表明,土壤中的水流和热流是相互联系的,应结合起来进行分析。本世纪 50 年代末期,Philip 和 DeVries(1957)导出了土壤水热耦合运动所满足的一组方程。60 年代以来为检验 Philip 和 DeVeries 理论做了大量的试验工作(Suzuki,1962;Cary,1966;Rose,1968a、b;Cassel 等,1969;Fritton,1970;DeJoshua 和 Jong,1973;Jury 和 Miller,1974;Jackson 等,1974)。虽然,已经表明,Philip 和 DeVries 方程仍然存在一些不足之处,但 80 年代以来,在这组方程基础之上建立了许多模型,并利用这些模型进行了大量的数值模拟试验研究,而且大部分田间试验资料说明,这些模型与实况吻合较好(Sophocleous,1979;McCumber 和 Pielke,1981;Schieldge 等,1982;Milly,1982,1984;Camillo,1983;Silans 等,1989)。

6.3.1 一个简化的土壤水热运动模型

最简单的土壤水热运动模型可在下列假定条件下导出:

(1)假定土壤温度对土壤水运动参数和土壤水势没有影响。

(2)土壤含水量仅影响土壤的热容量和导热率。

(3)土壤剖面均质且各向同性,水平方向的水热交换可以忽略。

因而,描述土壤水运动的方程(5.29)和土壤热传导方程(6.8)变为:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left(K(\theta) - D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = 0 \qquad (6.12)$$

$$C(\theta) \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda(\theta) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \qquad (6.13)$$

许多研究表明,简化模型(6.12)-(6.13)是大部分实际情况的良好

近似。由这一模型获得的计算结果与试验资料吻合很好(Van Baval 和 Hillel,1976)。

上述模型在给定上、下边界条件及初始条件后,可用数值方法求解。Tremback 和 Kessler(1985)、McCumber 和 Pielke(1981)曾讨论过这一模型的数值求解方法。我们下面讨论模型(6.12)-(6.13)在下述常见条件下的求解。

如图 6.1 所示,假定地表面以上高度 Z_a 处的气温 T_a、风速 u_a 及水汽压 e_a 已知;假定到达地表面的太阳总辐射通量 R_g、大气逆辐射通量 R_a 已知;假定在土壤剖面深度为 Z_n 处的土壤温度 T_n、土壤含水量 θ_n 为常值;假定土壤水热参数 $K(\theta)$、$D(\theta)$、$C(\theta)$、$\lambda(\theta)$ 以及地表面反射率 $\alpha(\theta)$、比辐射率 $\varepsilon(\theta)$ 与土壤含水量 θ 的关系已经确定。则由模型(6.12)~(6.13)以及地表面能量平衡方程:

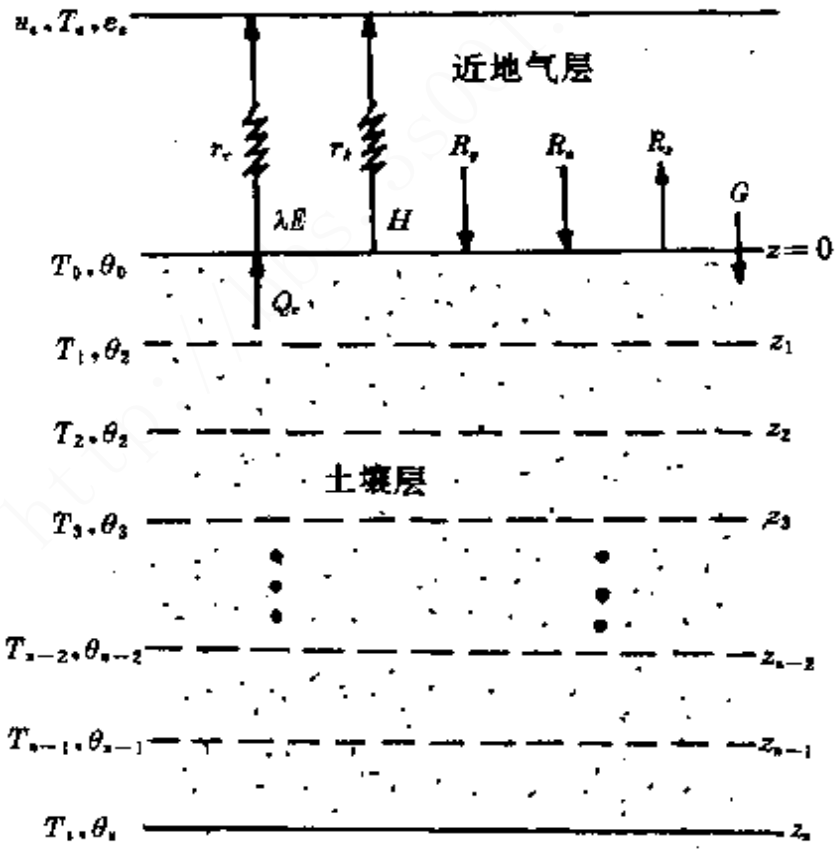


图 6.1 变量分布示意图

$$G = R_g + R_a - L_v E - H - R_r \tag{6.14}$$

地表面水分通量连续条件:

$$Q_v = E \tag{6.15}$$

可得到求解 $T_0, T_1, \cdots, T_{n-1}$ 和 $\theta_0, \theta_1, \cdots, \theta_{n-1}$ 的主要方程和步骤如下：

(1)由(2.116)～(2.126)计算 $Z_{0v}, Z_{0h}, u_*, L, r_a, r_b$ 以及湍流水汽通量 E 和湍流感热通量 H。

(2)把(6.14)和(6.15)式中的 G 和 Q_v 项表示为差分形式：

$$G = \lambda(\theta^*)(T_0^{i+1} - T_1^{i+1})/\Delta z \tag{6.16}$$

$$Q_v = K(\theta^*) - D(\theta^*)(\theta_0^{i+1} - \theta_1^{i+1})/\Delta z \tag{6.17}$$

因而得到地表面关于 T_0^{i+1}、T_1^{i+1} 以及 θ_0^{i+1}、θ_1^{i+1} 的方程为

$$T_0^{i+1} - T_1^{i+1} = \frac{\Delta z}{\lambda(\theta^*)}(R_g + R_a - L_v E - H - R_s)\Big|_{\theta_0=\theta_0^*, T_0=T_0^*} \tag{6.18}$$

$$\theta^{i+1} - \theta_1^{i+1} = \frac{\Delta z}{D(\theta^*)}(-E + K(\theta^*))\Big|_{\theta_0=\theta_0^*, T_0=T_0^*} \tag{6.19}$$

式(6.16)～(6.19)中带星号的量代表迭代过程中上一次该量迭代值。

(3)用 Crank～Nicolson 方法，把方程(6.12)和(6.13)写成差分方程，得：

$$\frac{\theta_i^{j+1} - \theta_i^j}{\Delta t} + \frac{K_{i+1/2}^* - K_{i-1/2}^*}{\Delta z_2} - \frac{D_{i+1/2}^*}{2\Delta z_2}\left(\frac{\theta_{i+1}^{j+1} - \theta_i^{j+1}}{\Delta z_1} + \frac{\theta_{i+1}^j - \theta_i^j}{\Delta z_1}\right) + \frac{D_{i-1/2}^*}{2\Delta z_2}\left(\frac{\theta_i^{j+1} - \theta_{i-1}^{j+1}}{\Delta z_3} + \frac{\theta_i^j - \theta_{i-1}^j}{\Delta z_3}\right) = 0 \tag{6.20}$$

$$C_i^* \frac{(T_i^{j+1} - T_i^j)}{\Delta t} - \frac{\lambda_{i+1/2}^*}{2\Delta z_2}\left(\frac{T_{i+1}^{j+1} - T_i^{j+1}}{\Delta z_1} + \frac{T_{i+1}^j - T_i^j}{\Delta z_1}\right) + \frac{\lambda_{i-1/2}^*}{2\Delta z_2}\left(\frac{T_i^{j-1} - T_{i-1}^{j+1}}{\Delta z_3} + \frac{T_i^j - T_{i-1}^j}{\Delta z_3}\right) = 0 \tag{6.21}$$

式中各量的含义与(5.115)式中定义的相似。带星号 * 的量表示用上一次迭代的 T、θ 值算出的值。

方程(6.20)和(6.19)结合整理得：

$$\begin{pmatrix} b_0 & C_0 & & & \\ a_1 & b_1 & c_1 & 0 & \\ \ddots & \ddots & \ddots & & \\ 0 & a_{n-2} & b_{n-2} & c_{n-2} & \\ & & a_{n-1} & b_{n-1} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_0^{j+1} \\ \theta_1^{j+1} \\ \ddots \\ \theta_{n-2}^{j+1} \\ \theta_{n-1}^{j+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_0 \\ e_1 \\ \ddots \\ e_{n-2} \\ e_{n-1} \end{pmatrix} \tag{6.22}$$

方程(6.21)和(6.18)结合整理得：

$$\begin{pmatrix} \beta_0 & \gamma_0 & & & \\ \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 & 0 & \\ \ddots & \ddots & \ddots & & \\ 0 & \alpha_{n-2} & \beta_{n-2} & \gamma_{n-2} & \\ & & \alpha_{n-1} & \beta_{n-1} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_0^{j+1} \\ T_1^{j+1} \\ \ddots \\ T_{n-2}^{j+1} \\ T_{n-1}^{j+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \ddots \\ d_{n-2} \\ d_{n-1} \end{pmatrix} \tag{6.23}$$

用追赶法即可求出(6.22)和(6.23)的解。

6.3.2 土壤水热耦合运动的一般方程组

1. 单位体积土壤的水分含量

无冻结条件下，土壤水分确切地应包括液态水和汽态水两部分。单位体积土壤内的水分含量可变为：

$$\theta = \rho_w \theta_w + \rho_v \theta_a \tag{6.24}$$

式中 θ_w 是土壤液态水含量(m^3/m^3)；ρ_w 是水密度(kg/m^3)；θ_a 是土壤空气体积含量(m^3/m^3)；ρ_v 是土壤空隙内空气的水汽密度(kg/m^3)。

水密度 ρ_w 随温度变化较小，可近似取为常数 $1000kg/m^3$。假定土壤孔隙内的空气处于液—汽平衡状态，则 ρ_v 可用下式计算：

$$\rho_v(\Phi, T) = \rho_w(T)h \tag{6.25}$$

式中

$$h = \exp\left(\frac{\Phi g}{RT}\right)$$

$\rho_{vs}(T)$ = 温度为 T 时的饱和水汽密度(kg/m^3)

式(6.24)中,θ_a 与 θ_w 的关系可变为

$$\theta_a = \theta_t - \theta_w \tag{6.26}$$

式中 θ_t 是土壤孔隙度。

由(6.24)~(6.25)式可导出 $\frac{\partial\theta}{\partial t}$ 与 $\frac{\partial\theta_w}{\partial t}$、$\frac{\partial T}{\partial t}$ 的关系为:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \left[(\rho_w - \rho_v) + \theta_a \frac{\partial\rho_v}{\partial\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta_w}\right]\frac{\partial\theta_w}{\partial t} + \theta_a \frac{\partial\rho_v}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{6.27}$$

亦可导出 $\frac{\partial\theta}{\partial t}$ 与 $\frac{\partial\Phi}{\partial t}$、$\frac{\partial T}{\partial t}$ 的关系为:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \left[(\rho_w - \rho_v)\frac{\partial\theta_w}{\partial\Phi} + \theta_a \frac{\partial\rho_v}{\partial\Phi}\right]\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \left[(\rho_w - \rho_v)\frac{\partial\theta_w}{\partial T} + \theta_a \frac{\partial\rho_v}{\partial T}\right]\frac{\partial T}{\partial t} \tag{6.28}$$

2. 单位体积土壤的热含量

单位体积土壤内的热含量由土壤基质热含量、土壤水热含量、土壤空气热含量、土壤水汽潜热含量等部分组成,可表示为:

$$S = [C_s\rho_s(1-\theta_t) + C_w\rho_w\theta_w + C_a\rho_a\theta_a]T + L_v\rho_v\theta_a \tag{6.29}$$

式中 C_s、C_w 和 C_a 分别为土壤基质、土壤水及土壤空气的比热;ρ_s 是土壤基质的密度;ρ_a 是土壤孔隙内的空气密度;L_v 是蒸发潜热。

在(6.29)式中,C_s、ρ_s、θ_t、C_w、ρ_w、C_a、L_v 等参数随 T 或 θ_w 变化不大,可近似认为是常数。因而可导出 $\frac{\partial S}{\partial t}$ 与 $\frac{\partial\theta_w}{\partial t}$、$\frac{\partial T}{\partial t}$ 的关系为:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = H_1\frac{\partial T}{\partial t} + H_2\frac{\partial\theta_w}{\partial t} \tag{6.30}$$

式中:

$$H_1 = C + \theta_a\left(TC_a\frac{\partial\rho_a}{\partial T} + L_v\frac{\partial\rho_v}{\partial T}\right)$$

$$H_2 = T(C_w\rho_w - C_a\rho_a) + \theta_a\left(TC_a\frac{\partial\rho_a}{\partial\theta_w} + L_v\frac{\partial\rho_v}{\partial\theta_w}\right)L_v\rho_v$$

$$C = C_s\rho_s(1-\theta_s) + C_w\rho_w\theta_w + C_a\rho_a\theta_a$$

上述式中，$\frac{\partial\rho_a}{\partial T}\approx\frac{\partial\rho_v}{\partial T}$，$\frac{\partial\rho_a}{\partial\theta_w}\approx\frac{\partial\rho_v}{\partial\theta_w}$。这是因为土壤温度或湿度的变化，主要是造成土壤空气中水汽密度的变化。

还可导出$\frac{\partial S}{\partial t}$与$\frac{\partial\Phi}{\partial t}$、$\frac{\partial T}{\partial t}$的关系如下：

$$\frac{\partial S}{\partial t} = S_1\frac{\partial T}{\partial t} + S_2\frac{\partial\Phi}{\partial t} \tag{6.31}$$

式中：

$$S_1 = C + G\frac{\partial\theta_w}{\partial T} + C_a\theta_a T\frac{\partial\rho_a}{\partial T} + L_v\theta_a\frac{\partial\rho_v}{\partial T}$$

$$S_2 = G\frac{\partial\theta_w}{\partial\Phi} + C_a\theta_a T\frac{\partial\rho_a}{\partial\Phi} + L_v\theta_a\frac{\partial\rho_v}{\partial\Phi}$$

$$G = (C_w\rho_w - C_a\rho_a)T - L_v\rho_v$$

3. 水分输送通量

(1)水汽输送

多孔介质中水汽扩散方程修改后可写为：

$$q_v = -D_{va}\upsilon a\theta_a\nabla\rho_v \tag{6.32}$$

式中：

q_v是水汽通量密度($kg/m^2\cdot s$)

D_{va}是水汽在空气中的分子扩散系数(m^2/s)，$D_{va}=2.29\times10^{-5}\left[1+\frac{T}{273.16}\right]$

a是气体在土壤中扩散时遇到的弯曲因子。

υ是质量流因子，$\upsilon=\frac{P}{P-\rho_v}$，$P$是大气压力。在大多数正常条件下，$\upsilon\approx1$。

根据(6.25)式可得：

$$\nabla\rho_v = h\nabla\rho_{v0} + \rho_{v0}\nabla h \tag{6.33}$$

在 h 的正常取值范围内，$\frac{\partial h}{\partial T}\approx 0$，因而上式变为：

$$\nabla \rho_v = h\frac{d\rho_{vo}}{dT}\nabla T + \frac{g\rho_{vo}}{RT}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)_T \nabla \theta \qquad (6.34)$$

把(6.34)式代入(6.32)式得：

$$q_v/\rho_w = -D_{Tv}\nabla T - D_{\theta v}\nabla \theta \qquad (6.35)$$

式中：

$$D_{Tv} = \frac{D_a \upsilon \alpha \theta_a h \frac{d\rho_{vo}}{dT}}{\rho_w}$$

$$D_{\theta v} = \frac{D_a \upsilon \alpha \theta_a g \rho_{vo}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)_T}{RT\rho_w}$$

式(6.35)也可写为以 T 和 Φ 为因变量的方程如下：

$$q_v/\rho_w = -D_{Tv}\nabla T - D_{\Phi v}\nabla \Phi \qquad (6.36)$$

式中

$$D_{\Phi v} = \frac{D_a \upsilon \alpha \theta_a g \rho_{vo}}{RT\rho_w}$$

(2)液态水输送

在未饱和土壤中，液态水输送满足达西定律，即

$$q_w/\rho_w = -K\nabla(\Phi + z) \qquad (6.37)$$

式中：

q_w 是液态水通量密度($kg/m^2 \cdot s$)。

K 是未饱和导水率(m/s)。

Φ 是土壤基质势。

z 是垂直坐标，向下为正。

土壤基质 Φ 通常是土壤含水量和土壤温度的函数。在造成土壤水流动的水势范围内，Φ 主要由毛管势组成。根据表面张力与温度的关系可知：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial T} = \gamma \Phi \tag{6.38}$$

式中 γ 是常数。由经典的表面张力模型可知：

$$\gamma = -2 \times 10^{-3} K^{-1}$$

但是，在许多文献中，关于土壤水势与温度关系的报告相互矛盾(Constantz，1982；Nimmo 和 Miller，1986)。Milly(1982)和 Silans 等(1989)曾建议使用：

$$\gamma = -6.8 \times 10^{-3} K^{-1}$$

展开(6.37)式并利用(6.38)式得：

$$q_w/\rho_w = -D_{Tw}\nabla T - D_{\theta w}\nabla \theta - K \tag{6.39}$$

式中：

$$D_{Tw} = \frac{K\gamma\Phi}{\rho_w}$$

$$D_{\theta w} = \frac{K\dfrac{\partial \Phi}{\partial \theta}}{\rho_w}$$

式(6.39)也可变成 T 和 Φ 为变量的方程：

$$q_w/\rho_w = -D_{Tw}\nabla T - D_{\Phi w}\nabla \Phi - K \tag{6.40}$$

式中：

$$D_{\Phi w} = \frac{K}{\rho_w}$$

因此，液态水通量被分成三个分量：一是由于温度梯度造成的；二是由于液水含量梯度(或相应的水势梯度)造成；另一个是由于重力势造成。

把描述汽态水运动和液态水运动的(6.35)和(6.39)式结合起来，即可得到土壤水分通量的公式为：

$$q_w/\rho_w = -D_T\nabla T - D_\theta \nabla \theta - K \tag{6.41}$$

式中 q_w(kg/m²s)是总的水分通量密度，且

$$D_T = D_{Tv} + D_{Tw} \tag{6.42}$$

$$D_\theta = D_{\theta v} + D_{\theta w} \tag{6.43}$$

或把(6.36)和(6.40)式结合起来得到以 T 和 Φ 为变量的公式为：

$$q_w/\rho_w = -D_T\nabla T - D_\Phi\nabla\Phi - K \tag{6.44}$$

式中：

$$D_\Phi = D_{\Phi v} + D_{\Phi w} \tag{6.45}$$

4. 热流通量

土壤中热量输送主要由分子热传导、水汽流动以及液水流动造成。

(1)分子热传导

由 Fourier 定律，分子热传导通量密度可写为

$$h_m = \lambda\nabla T \tag{6.46}$$

(2)水汽流动造成的潜热输送量

水汽流动通量 q_v 乘以蒸发潜热 L_v 即得

$$h_v = L_v q_v \tag{6.47}$$

(3)液态水流动造成的热量输送量

假定液态水温度为 T，比热为 C_w，则得：

$$h_c = C_w T q_w \tag{6.48}$$

上述(6.46)～(6.48)式相加，并利用(6.35)式得：

$$q_h = -\lambda\nabla T - L_v D_{Tv}\nabla T - L_v D_{\theta v}\nabla\theta + C_w T q_w \tag{6.49}$$

或利用(6.36)式写成以 T 和 Φ 为变量的方程为：

$$q_h = -(\lambda + L_v D_{Tv})\nabla T - L_v D_{\Phi v}\nabla\Phi + C_w T q_w \tag{6.50}$$

5. 土壤水流方程和热流方程

根据水量守恒和能量守恒原理，由(6.27)、(6.30)、(6.41)和(6.49)式可以得到以 θ 和 T 为因变量的水流方程和热流方程如下：

$$F_1\frac{\partial\theta}{\partial t} + F_2\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(D_T\nabla T + D_\theta\nabla\theta + K) \tag{6.51}$$

$$H_1\frac{\partial T}{\partial t} + H_2\frac{\partial\theta}{\partial t} = \nabla((\lambda + L_v D_{Tv})\nabla T + L_v D_{\theta v}\nabla\theta + C_w T q_w) \tag{6.52}$$

式中：

$$F_1=(\rho_w-\rho_v)+\theta_a\left(\frac{\partial\rho_v}{\partial\Phi}\right)_T\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right)_T$$

$$F_2=\theta_a\left(\frac{\partial\rho_v}{\partial T}\right)_\Phi$$

同理，由(6.28)、(6.31)、(6.44)和(6.50)式可以得到以 Φ 和 T 为因变量的水流方程和热流方程为：

$$G_1\frac{\partial\Phi}{\partial t}+G_2\frac{\partial T}{\partial t}=\nabla(D_T\nabla T+D_\Phi\nabla\Phi+K) \tag{6.53}$$

$$S_1\frac{\partial T}{\partial t}+S_2\frac{\partial\Phi}{\partial t}=\nabla\begin{Bmatrix}(\lambda+L_vD_{Tv})\nabla_T+L_vD_{\Phi v}\nabla\Phi\\+C_wTq_w\end{Bmatrix} \tag{6.54}$$

式中：

$$G_1=\rho_w\left[(1-\frac{\rho_v}{\rho_w}\left(\frac{\partial\theta}{\partial\Phi}\right)_T+\frac{\theta_a}{\rho_w}\left(\frac{\partial\rho_v}{\partial\Phi}\right)_T\right]$$

$$G_2=\left[(1-\frac{\rho_v}{\rho_w}\left(\frac{\partial\theta}{\partial T}\right)_\Phi+\frac{\theta_a}{\rho_w}\left(\frac{\partial\rho_v}{\partial T}\right)_\Phi\right]$$

方程(6.51)和(6.52)或方程(6.53)和(6.54)构成了描述土壤水热耦合运动的基本方程组。方程(6.51)和(6.52)适用于均质土壤的非饱和水流，而方程(6.53)和(6.54)则适用于均质或成层土壤的饱和—非饱和水流。

方程(6.51)和(6.52)或(6.53)和(6.54)可采用 Milly(1982)的有限元方法、Camillo 等(1983)的预报—校正法或 Higuchi(1984)的有限差分方法求解。

Milly(1984)曾利用类似于(6.53)和(6.54)的水热耦合运动模型，就温度对土壤蒸发的影响进行了模拟研究。他讨论了如下几方面因子对蒸发量的影响：

a、温度梯度造成的液态水流动项：$q_{wT}=-D_{Tw}\nabla T$

b、温度梯度造成的汽态水流动项：$q_{vT}=-D_{Tv}\nabla T$

c、水势梯度下的汽态水流动项：$q_{\Phi T}=-D_{\Phi v}\nabla T$

d、K、Φ、λ、D_{Tw}系数中考虑温度的影响

其结果列于表 6.4 中。表中：

$$PE=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}E_i$$

$$ME=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(E_i'-E_i)$$

$$RMSE=\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(E_i'-E_i)^2\right]^{1/2}$$

式中，E_i 是完全模式计算出的蒸发量，E_i' 是完全模式中忽略前述 a～d 中某项后计算出的蒸发量，N 是样本数。由表 6.4 可见：

(1)忽略 q_{wT} 项(即取 $D_{Tw}=0$)，造成误差小于 1.5%。而且，除非土壤很湿，否则 q_{wT} 在土壤剖面内的值仅占总水流通量的 1% 左右。

(2)忽略 q_{vT} 项(即取 $D_{Tv}=0$)，将使计算的蒸发量比完全模式大 1～15%(即 $0.01<ME/PE<0.17$)。

(3)忽略 $q_{\phi v}$ 项将使蒸发量明显减少，可见 $q_{\phi v}$ 项要比 q_{vT} 项重要一些。

(4)总蒸发量对用于计算输送系数的温度值并不敏感，不考虑输送系数的温度依赖性仅使总蒸发量发生约 5% 的变化。

表 6.4　水热运动方程的某些项作简化后对蒸发量计算结果的影响

土壤类型	PE	$ME/RMSE$					
		$D_{Tw}=0$	$D_{Tv}=0$	$D_{Tv}=D_{\phi v}=0$	$T_c=\overline{T}$ *	$T_c=\overline{T}+\nabla T$	$T_{Tc}=T+2\nabla T$
砂土	128.7	1.4/4.8	2.2/11.9	−5.5/17.3	−3.0/12.5	−1.5/9.2	−1.5/9.2
粘壤土	194.7	2.8/7.9	2.7/10.8	−30.6/92.6	−11.4/32.0	−10.0/29.7	−7.5/26.8
砂土	62.9	−0.2/2.5	11.0/31.8	−22.4/50.5	−2.4/29.9	0.5/24.2	3.3/20.4
粘壤土	62.9	−0.2/2.5	11.0/31.8	22.4/50.5	−2.4/29.9	0.5/24.2	3.3/20.4

* 表示整个土壤剖面内的全部有关参数均用温度 T_c 来计算。

PE、ME 和 RMSE 以 $Cal/cm^2 \cdot d$ 为单位(根据 Milly，1984)。

上述 Milly(1984)的数值模拟试验表明，方程(6.51)～(6.54)中的一些项是可以忽略的。

第七章　植物蒸腾及植物冠层内的水热交换

植物从土壤中吸收水分，并以水汽形式向大气中散失，这一过程称为植物蒸腾。在土壤表面为植物所覆盖的情况下，这是土壤水分转移到大气中的主要机制。

植物叶片是主要的蒸腾器官。植物蒸腾的大部分水汽是从叶片上的气孔逸出的，因而气孔活动是制约植物蒸腾速率的重要因子。光照、气温、空气湿度等环境因子影响着气孔的启闭，但现有的气孔活动的生理知识还不足以使我们建立气孔传导与这些环境变量之间的机理模型。

植物冠层内的水汽主要来源于植物叶片蒸腾和土壤表面蒸发。冠层内的风场、温度场和湿度场是相互作用的，并受能量守恒定律、牛顿运动定律和质量守恒定律制约。用与第四章中类似的时间—空间平均方法，可从这些物理定律导出描述冠层温、湿变化的基本数学方程组。方程组中高阶项的闭合参数化仍然是本质上的困难。近年来获得的大量野外观测资料为检验各种闭合假定提供了依据。

7.1　植物蒸腾

7.1.1　植物的蒸腾器官

蒸腾可以发生在处于大气中的植物体的任何部分，甚至可以发生在与土壤空气接触的根部。但总的来说，植物叶子是主要的蒸腾器官。大多数情况下，通过叶子的蒸腾量占植物总蒸腾量的

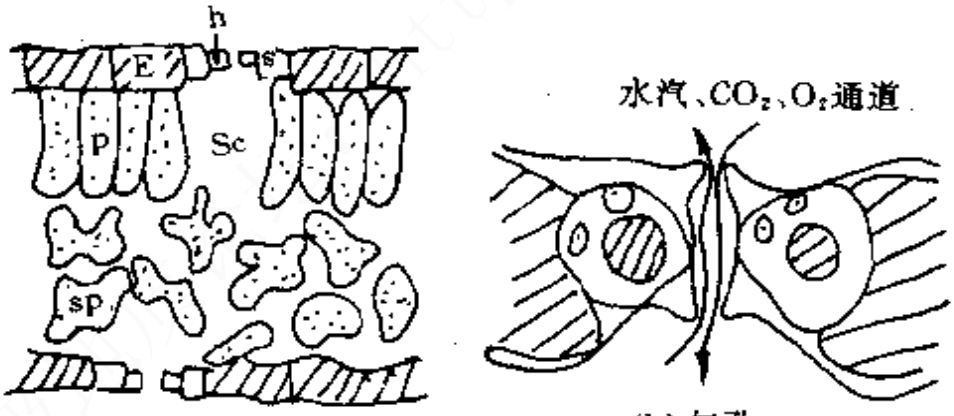
90%以上。因此，我们主要讨论植物叶子的蒸腾。

1. 叶的结构

叶是维管植物进行光合作用的主要器官。典型的叶由叶片和叶柄组成。

叶柄位于叶片的基部，与茎相连。其功能是支持叶片，并使叶片处于一定的空间位置，以接受较多的阳光和联系叶片与茎之间水分和营养物质的输导。

表皮是叶片最外面一层细胞。这层表皮细胞一般为形状不规则的扁平体，侧壁凹凸不齐彼此互相嵌合，连接紧密，没有细胞间隙（气孔的保卫细胞除外）。水分可以从表皮细胞的外壁直接蒸发到大气中去。但实际上，所有植物叶片表面都覆盖着一层叫做角质的蜡状物质，水不易透过这层物质，从而大大降低通过表皮细胞壁的蒸腾。表皮除一般的表皮细胞外，还有气孔。气孔是叶片进行气体和水分交换的主要通道。



(a) 叶片横截剖面　　(b) 气孔

图 7.1　典型植物叶片的横截剖面和气孔示意图
E：表皮细胞　h：保卫细胞　s：副保卫细胞　p：栅栏叶肉细胞　Sc：气孔下腔（细胞间隙）　sp：海绵叶肉细胞

叶肉由含有许多叶绿体的薄壁组织细胞组成，位于上、下表皮

之间，是植物进行光合作用的主要场所。叶肉细胞之间的空隙，构成了庞大通气系统，并与表皮上的气孔相通。叶片中的细胞间隙通常可占总容积的30%左右。水分就是从叶肉细胞表面蒸发到细胞间隙中，再通过气孔向大气中扩散。空气中的CO_2也是由气孔进入细胞间隙，然后进入叶肉细胞内进行光合作用。

叶片中的维管束叫做叶脉。叶脉与叶柄相连具有支持叶片伸展和输导水分与营养物质的功能。

2. 气孔

气孔是植物表皮上的两个特化细胞（称为保卫细胞）和由这两个特化细胞围绕形成的开口（孔）的总称（图 7.1(b)）。

(1)气孔的分布

除根部外，气孔可产生于植物体的任何部分。但是对于大多数植物种类来说，大部分气孔是分布在叶片上。大多数裸子植物和被子植物，其叶片的上表皮和下表皮都有气孔，但下表皮较多；少数被子植物和裸子植物以及几乎所有的蕨类植物气孔只限于下表皮；少数浮在水面的叶子，例如睡莲，气孔仅见于上表皮；沉水植物的叶，一般没有气孔。

气孔的分布与环境有关，如许多叶片的下表皮气孔多或全部分布在下表皮，是对于旱环境的适应。

(2)气孔的数目及孔道的大小

叶片表皮上的气孔数目，每平方厘米可达几千个到几万个，准确的数目则决定于植物的种类及其生育的环境条件。表 7.1 列出各种植物的气孔数目及气孔完全张开时的孔口面积。

气孔孔道的大小，因不同植物种类而有很大不同，而且就是同一种植物，各个气孔之间也有差异。实际环境中，气孔孔道的大小是由保卫细胞的紧张程度而定的。

表 7.1　各种植物叶片气孔的数目及大小

植物名	每平方厘米叶片的气孔数目		单个气孔完全张开时的面积(μm^2)(长×宽)
	上表皮	下表皮	
紫花苜蓿	16900	13800	——
苹果	0	29400	——
菜豆	4000	28100	7×3
黄栎	0	58	——
黑杨	2000	11500	——
欧州栎	0	45000	——
玉米	5200	6800	19×5
燕麦	2500	2300	38×8
马玲薯	5100	16100	——
小麦	3300	1400	38×7
桃树	0	22500	——
红豆杉	0	11500	——

(3)气孔开闭的机理

气孔打开是由保卫细胞膨压(细胞因吸水等原因而膨胀时对细胞壁产生的压力称为膨压)升高,细胞膨胀所引起。这是因为保卫细胞背向气孔一侧的胞壁比面向气孔一侧的胞壁弹性大,伸长幅度大,使保卫细胞弯曲,从而使气孔孔道开张度加大,关闭时则相反。

保卫细胞膨压的变化,可以由两类原因引起:一是叶片总的水分平衡的变化;二是气孔各细胞渗透势的变化。前一类表现在水分亏缺引起的气孔关闭,那是由于蒸腾需求超过植株对土壤水分的吸收,因而使叶片含水量下降,使气孔不能维持其紧涨度所致。在

空气干旱，但土壤水分供应尚好的情况下，由于气孔周边蒸腾强烈，失水很快，也引起气孔关闭。气孔在叶肉细胞尚未明显失水的时候，就及时关闭，这对保持叶片的水分平衡非常重要。第二类则由水分以外的因素引起，如气孔的昼开夜合，是由光强变化引起的。日出后光强增高，引起保卫细胞膨压增加，使气孔打开。其机理是照光使保卫细胞内 K^+ 浓度增高，其水势低于邻近细胞，引起水自邻近细胞进入保卫细胞。照光可以通过两种机理引起 K^+ 浓度上升：其一是光照推动保卫细胞内叶绿体中的光合碳循环，使光合产生物已糖进入保卫细胞的细胞质的量增加，已糖经糖酵解形成磷酸烯醇式丙酮酸(PEP)，后者经羧化变为苹果酸，苹果酸解离产生的 H^+ 与保卫细胞邻近的细胞交换 K^+ 离子；其二是保卫细胞的叶绿体在光下经光合磷酸化产生的腺苷三磷酸(ATP)为细胞膜上 H^+/K^+ 交换提供能量，提高保卫细胞内 K^+ 的浓度。

保卫细胞还对 CO_2 和脱落酸(ABA)敏感，当 CO_2 或 ABA 浓度增加时，气孔关闭。水分亏缺时，ABA 浓度是增加的。光强增加时，叶肉细胞光合速率升高，使叶片内部的 CO_2 浓度下降。这两种机理分别在气孔关闭和打开中起作用，而且 CO_2 与 ABA 之间还有相互增益的效应。

上述气孔张开和关闭理论，大体上是近年来的主张，但仍有许多不清楚的地方。作为对植物蒸腾的比较宏观的模拟，并不十分需要有关这些知识。这种知识属于植物生理学的研究内容。

7.1.2 单张叶片蒸腾

本节只研究植物冠层中某一张叶片上的蒸腾过程。叶片蒸腾有两种途径：一是通过气孔的蒸腾，称作气孔蒸腾；一是通过角质层的蒸腾，称作角质层蒸腾。

1. 气孔蒸腾

大部分的蒸腾是通过叶片气孔进行的。水份通过植物体维管

束的水分输导组织输送至叶肉细胞，从而使叶肉全部活细胞的液泡得以充满水分，同时细胞原生质和细胞壁也同样为水分所饱和。随后，水分即从湿润的细胞壁蒸发到细胞间隙，俨如水分由任何湿润表面蒸发到周围大气空间。胞间空隙形成一个连通系统，其分支遍及整个叶片（图 7.1）。在正常条件下，胞间空隙是为水汽饱和的空气所占据的。当气孔张开时，胞间空隙中的水汽就会通过气孔扩散到外部大气中去。除非大气的蒸汽压等于或大于胞间空隙的蒸汽压，否则水分总是向外扩散。水汽向外扩散的速度，主要决定于叶片胞间空隙内的蒸汽压超过叶片周围大气蒸汽压的差额，以及气孔对水汽扩散的阻力。

2. 角质层蒸腾

叶片表皮细胞，有一侧露于大气，水份便可从这些细胞的外壁直接蒸发到大气中。但实际上，所有植物叶子的表面都覆盖着一层叫做角质的蜡状物质。水不易通过这层物质，因此通过表皮细胞的直接蒸腾量实际上是很小的。大部分植物种类的角质层蒸腾量不到叶子总蒸腾量的 10%。关于角质层蒸腾，Schonher(1979)的一篇论文曾作过透彻的评述和分析。

3. 叶片蒸腾强度的计算

叶片蒸腾强度，以 $g \cdot cm^{-2} \cdot s^{-1}$ 为单位，表示单位时间内从单位面积叶片（通常指叶片的单面面积）上扩散到周围环境中的水份数量。

蒸腾作用中水分自叶面散失的直接推动力是气孔下方细胞间隙水汽压 e_L 和大气水汽压 e_a 之间的差值（或水蒸汽浓度之间的差值）。一般情况下，叶子含水量（或水势）的变化对叶肉细胞间隙中的水汽压影响不大，e_L 总是接近于水在叶温 T_L 下的饱和水汽压。根据扩散定律，与电学上电阻类比，可把叶片蒸腾强度表示为水蒸汽浓度差被阻力除所得的商：

$$E = \frac{C_L - C_a}{r} = g \cdot (C_L - C_a) \qquad (7.1)$$

式中，E 为叶片的蒸腾强度($g \cdot cm^{-2}s^{-1}$)；C_L 和 C_a 分别为叶片气孔下方细胞间隙和叶片周围大气中的水汽浓度(g/cm^3)；r 为水汽由叶肉细胞表面经过细胞间隙达到气孔下腔，并穿过气孔孔道，再经过叶片边界层进入周围大气的过程中所受到的总阻力(s/cm)；$g = \frac{1}{r}$ 称为水汽传导率(cm/s)。式(7.1)亦可写为水汽压差所表示的形式：

$$E = \frac{622\rho_a}{P} \frac{(e_L - e_a)}{r} \qquad (7.2)$$

式中 ρ_a 为周围大气的密度(约为 $0.00123g/cm^3$)，P 为大气压力(约为 1000hPa)。

在已知叶面温度的条件下，由于气孔下腔的空气是水汽饱和的，所以 e_L 可认为是饱和水汽压，由下式计算：

$$e_L = 6.11\exp\{17.4T_L/(T_L + 239)\} \qquad (7.3)$$

式中 T_L(℃)是叶片温度。

如果再知道阻力 r 或传导率 g，即可由(7.1)式或(7.2)式计算出叶片的蒸腾强度。

7.1.3 叶片对水汽扩散的阻力

前述表明，要计算叶片蒸腾强度必须知道阻力 r 或传导率 g。一般而言，水汽自叶肉细胞壁上蒸发后，在向叶片外大气扩散的路径上

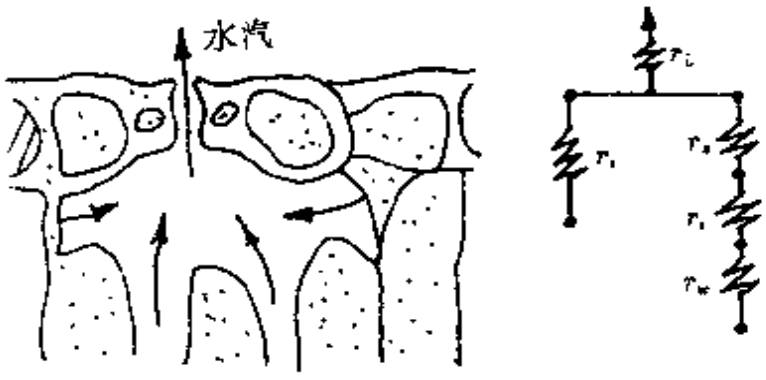


图 7.2 叶片蒸腾过程及水汽运移阻力示意图

需经历四段阻力：从叶肉细胞壁逸出时所受到的细胞壁阻力 r_w；在叶肉细胞间隙内移动至气孔下腔时所受到的阻力 r_i；经过气孔孔道至叶片表面时所受的阻力 r_s；由叶片表面通过叶片边界层时所受的阻力 r_b。另外，水蒸汽亦可从叶片表皮角质层直接蒸发至大气中，此过程经历了角质层阻力 r_c 和叶片边界层阻力 r_b。图 7.2 绘出上述过程的示意图。可见阻力 r 可由下式计算：

$$r = r_l + r_b \tag{7.4}$$

式中 r_b 可由第三章有关公式计算；r_l 称为叶子阻力，可由下式计算

$$\frac{1}{r_l} = \frac{1}{r_c} + \frac{1}{r_s + r_i + r_w} \tag{7.5}$$

表 7.2 概括了叶片水汽扩散各项阻力的典型值。角质层阻力 r_c 变化范围较大，但就某一植物而言，气孔开张时，r_c 通常比 r_s 大一个数量级，因而在计算中 r_c 可以忽略。

表 7.2　叶片各项水汽扩散阻力的典型值(s/m)

角质层阻力 r_c	2000～＞10000
r_w+r_i	＜50，其中 r_i＜20
气孔阻力 r_s	100(气孔开张)～＞5000(气孔闭合)
边界层阻力 r_b	10～100

细胞壁阻力 r_w 与叶子的含水量有关。试验及理论计算表明(Jarvis 和 Slatyer，1970；Jones 和 Higgs，1980)，在正常生理含水量范围内，r_w 是很小的(＜＜50s/m)。在含水量较低时 r_w 可能较大，但此时，气孔通常是关闭的，即 r_s 应该很大，所以对蒸腾的影响很可能不大。

一些研究(Tyree 和 Yianoulis，1980)表明，大部分蒸腾的水

汽都来源于靠近气孔孔道的细胞壁，因此 r_i 通常很小，一般小于20s/m，对蒸腾的影响也不大。

在正常含水量条件下，r_w 与 r_i 之和约比 r_s 小一个量级。因此在气孔蒸腾中，起重要作用的是气孔阻力，亦即可近似认为 $r_l \approx r_s$，故通常所说的叶子阻力就等价于气孔阻力，尽管这两项并不精确相等。

表 7.3 维管植物叶子的最大传导率（$g_l = \frac{1}{r_l}$）的测量结果

植物种类	叶子最大传导率（以叶面积为基础），单位：mm/s	
	平均值	变化范围
肉质植物	2.0	1.1～2.3
常绿针叶林	2.5	1.4～4.0
落叶林植物	2.7	1.3～5.0
蔽阴地草本植物	2.9	1.2～3.3
常绿木植物	3.1	1.5～5.1
旱生和草原植物	3.5	0.9～4.6
落叶果树	4.2	3.1～6.2
野生草类	4.8	1.4～8.2
栽培的 C_3 草类	5.2	2.5～8.3
栽培的 C_4 草类	5.7	2.2～11.1
草本作物	6.2	2.0～14.5
野生草本植物	6.4	3.1～13.1
湿生植物	7.8	7.2～9.8

× 根据 Korner 等，1979

各类植物的叶子阻力，由于生长环境、叶子位置的不同而有较大差异。为了提供一个数量上的概念，表 7.3 概括了不同植物的最小叶子阻力(即气孔完全张开时的阻力)的测量结果。

7.1.4 环境因子对气孔阻力的影响

气孔阻力 r_s 的大小，除由植物本身的特性决定外，还受环境因子的影响。对气孔阻力有较大影响的已知环境因子有：到达叶面上的太阳辐射、叶子的水分状况、叶子周围的大气湿度、温度和风速、叶片内外的 CO_2 浓度。这些因子对气孔阻力有直接和相互作用的效应。虽然已经在试验室和野外条件下作过大量的测量，但有关的作用机理和结果仍有许多不确定的内容。

1. 气孔阻力与光照强度

大量事实表明，太阳辐射是决定气孔阻力的重要因子(Hall 等，1985)。图 7.3 是气孔传导率随光照强度变化的实例。图中苹果叶子传导率随光照强度的变化曲线对许多类植物是典型的。其传导率大约在太阳总辐射为 200W/m² 时达到最大值。

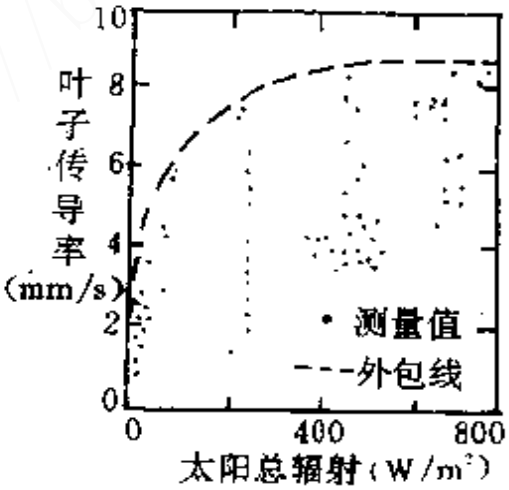


图 7.3 太阳总辐射与苹果树叶子传导率的田间测量结果
(根据 Jones(1983))

虽然大多数植物气孔在光照条件下打开，在黑暗时关闭，但 *CAM* 类植物则相反，这类植物在夜间中气孔张开，而在日间关闭。

2. 气孔阻力与叶子水势

气孔开闭对叶子水状态是很敏感的。当叶子水势降低时，气孔趋于关闭。图 7.4 绘出几个典型实例。由图可见，叶子传导率随叶子水势的变化有如下两种类型：

(1)在一定的叶子水势范围内，气孔传导率不受影响，一旦低

于这一范围，气孔传导率就成直线或曲线下降，直到气孔传导率为零。

(2)有些植物没有上述气孔传导率不变的水势范围，从叶子水势下降开始，气孔传导率就相伴下降。

不同植物的气孔对水分亏缺的敏感性并不相同，表现在气孔关闭时叶水势的临界值不同。表 7.4 列出各类植物当气孔传导率趋于零时的叶子水势值。也有用叶子传导率降为零时的叶子水势 $\Phi_{g_l\to 0}$来表示植物对土壤干旱的忍受程度。一般而言，$\Phi_{g_l\to 0}$低的植物是比较耐旱的。

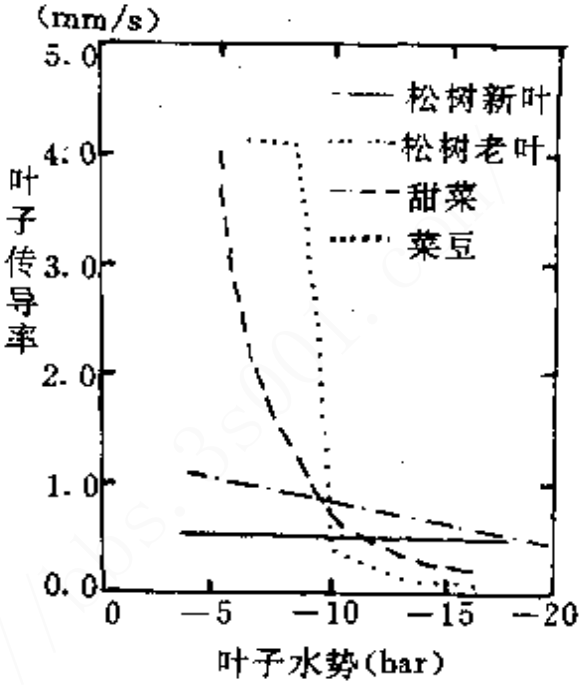


图 7.4 叶传导率与叶水势的关系
(根据 Rutter(1975))

表 7.4 g_l 趋于零时的叶子势 $\Phi_{g_l\to 0}$(MPa)

植物种类	$\Phi_{g_l\to 0}$	植物种类	$\Phi_{g_l\to 0}$
农作物			
蚕豆	−0.6	花旗杉	−1.9
玉米	−1.1	巨冷杉	−2.5
小麦	−1.4	**被子植物**	
高粱	−1.5	木华	−1.5
大豆	−1.6	大齿杨	−1.7
向日葵	−1.7	大红栎	−2.1
棉花	−3.0	野黑樱	−2.3
裸子植物		白栎	−2.5
欧州赤松	−0.8		
辐射松	−1.1		
小干松	−1.5		
云　杉	−1.6		

处于叶片不同部位和不同叶龄的气孔对水分亏缺的敏感性也不相同。如赤松下表皮气孔在叶子水势从－0.8～－1.2MPa 范围内逐渐关闭，而上表皮气孔在叶水势接近－0.9MPa 时就迅速关闭。通常幼叶气孔比老叶气孔在遭干旱时关闭得早。当光强和水分状况改变时，大气孔趋于最先张开和最后关闭。

3. 气孔阻力与环境湿度

许多研究表明，降低周围环境的湿度会造成叶子传导率降低(Schluze 等，1973；Camacho－B 等，1974；Kaufmann，1982)或气孔全部关闭(Lange 等，1971)。但也有许多实验结果表明，气孔对湿度没有明显反应(Hall 和 Kaufman，1975)。图 7.5 是不同植物叶子传导率与湿度关系的测量结果。

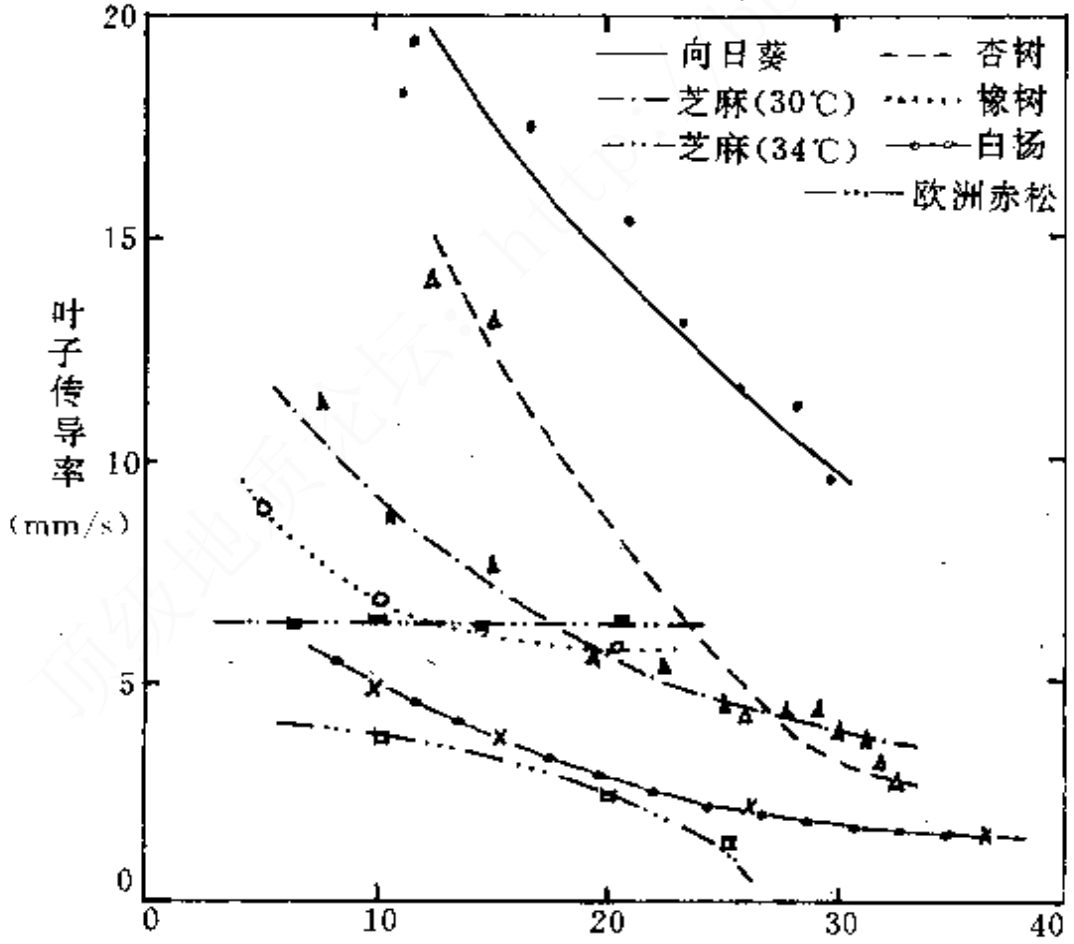


图 7.5　叶子传导率与空气湿度的关系

关于湿度引起气孔反应的机理，经典的看法是：在干燥的大气中因提高了蒸腾失水而增加整个叶子的水分亏缺，从而使气孔部分关闭。但是，有些实验指出：可以觉察到干燥的大气使叶阻力提高但观察不到整个叶子水势的变化(Camacho－B 等，1974)。看来，湿度与气孔反应之间的许多因果关系尚未充分肯定。

4. 气孔阻力与温度

在正常遇到的温度范围内，温度增高可使叶子传导率增大，但也有可能使叶子传导率下降。这种矛盾现象可由温度与湿度对气孔效应间的相互作用来部分地解释(*Hall* 等，1985)：如果叶子外面的水汽压保持恒定，则水汽压梯度将随叶温升高而提高，因而叶传导率可能下降(见图 7.6 中的虚线)，但当水汽压梯度恒定时叶传导率可随温度上升而提高(图 7.6 中的实线)。在水汽压梯度恒定的情况下，气孔对温度的反应还将决定于水汽压梯度的大小。

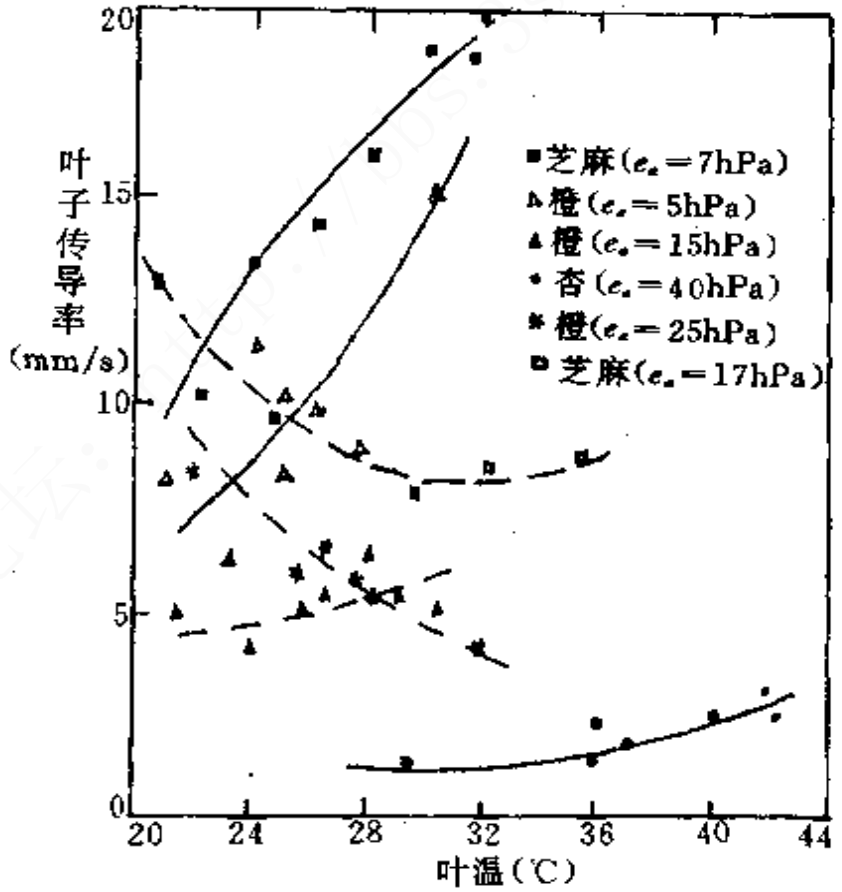


图 7.6 恒定水汽压 e_a 下叶温对叶子传导率的影响
(根据 Hall 等，1985)

在高温时，由于加强了蒸发的冷却作用，提高叶传导率可能会提供某种适应好处，但是在极高温度下由于蒸腾强度而直接改变了整个叶子的水分状况，或者由于水分胁迫使植物体内内源脱落酸含量发生变化可能使叶传导率下降。对植物的生存来说，限制叶子水分丢失的意义将大于蒸腾冷却作用的意义（Hall 等，1985）

5. 气孔阻力与 CO_2 浓度

虽然 CO_2 浓度在自然环境中的变化幅度相对较小，但气孔对叶肉细胞间隙内的 CO_2 浓度是很敏感的。有许多证据证明，当叶内 CO_2 浓度减少时，气孔将趋势于打开，而当叶内 CO_2 浓度增加时趋于关闭。但也有许多报道指出，四周的 CO_2 浓度超过天然范围时对某些植物的叶阻力只有很小的效应，也有过叶阻力随周围 CO_2 浓度下降到天然水平以下而提高的报道。Hall 等（1985）指出，在这些自相矛盾的结果中，有些结果可能是因各种植物对 CO_2 的反应有所不同所致，和有些 C_4 植物的气孔对 CO_2 的反应可能比有些 C_3 植物的气孔更敏感。

7.1.5 气孔传导率模型

虽然现有的气孔运动的生理知识还不足以使我们建立气孔传导率与环境变量关系的机理模型，但利用控制环境下或野外环境下的试验资料仍然可以建立用于据环境状态预测气孔运动的经验性数学模型。已经提出过许多这样的模型，并且具有相当的预测精度（Jarvis，1976；Kaufman，1982；陈德兴等，1989；Dolman 等，1988；Stewart，1988）。在这些模型中，以 Jarvis（1976）提出的非线性模型获得了较为广泛的应用。该模型可用下式表示：

$$g_L = g_0 \cdot f(I) \cdot g(\delta e) \cdot h(\Phi_L) \cdot i(T_L) \cdot j(CO_2) \quad (7.6)$$

式中 g_c 是气孔传导率的最大值（见表 7.3），即各种环境因子均处于使气孔达最大张开状态时的叶传导率。函数 $f(I)$、$g(\delta e)$、$h(\Phi_L)$、$i(T_L)$ 和 $j(CO_2)$ 分别为光照、叶—空气水汽压差、叶水势、叶

温和 CO_2 浓度的作用函数。这些函数的函数值变化范围在 0～1 之间。函数的形式是根据试验资料选配的。几种常用的函数形式如下：

1. 光照作用函数 $f(I)$

$$f(I) = \frac{a_1 I}{a_2 + a_3 I} \tag{7.7}$$

或

$$f(I) = 1 - e^{-a_4 I} \tag{7.8}$$

式中 I 是叶片上的光照度(W/m^2)

2. 叶—空气水汽压差作用函数 $g(\delta e)$

$$g(\delta e) = 1 - a_5 \delta e \tag{7.9}$$

或

$$g(\delta e) = \exp(-a_6 \delta e) \tag{7.10}$$

式中 $\delta e = e_L - e_a$，e_L 是叶肉细胞间隙内的水汽压(hPa)，可取为叶温 T_L 下的饱和水汽压，e_a 是叶片周围大气水汽压(hPa)。

3. 叶水势作用函数 $h(\Phi_L)$

$$h(\Phi_L) = \frac{\Phi_L - \Phi_{L2}}{\Phi_{L1} - \Phi_{L2}} \tag{7.11}$$

或

$$h(\Phi_L) = 1 - e^{-a_7(\Phi_L - \Phi_{L2})} \tag{7.12}$$

式中 Φ_{L1}是最大叶水势(m)，Φ_{L2}是 $g_L \to 0$ 时的叶水势(见表 7.4)

4. 叶温作用函数 $i(T_L)$

$$i(T_L) = 1 - b_1(T_L - T_0) \tag{7.13}$$

或

$$i(T_L) = b_2(T_L - T_{min})(T_{max} - T_L)^{b_3} \tag{7.14}$$

式中 T_0 是气孔开放的最适温度(℃)，T_{min}是 $g_L = 0$ 时的最低温度(℃)，T_{max}是 $g_L = 0$ 时的最高温度，b_2 和 b_3 由下式计算：

$$b_2 = \frac{1}{(T_0 - T_{min})(T_{max} - T_0)}$$

$b_3=(T_{max}-T_0)/(T_{max}-T_{min})$

5. CO_2 作用函数 $j(C_i)$

$$j(C_i)=1-b_4C_i$$

或

$$J(C_a)=1-b_5C_a \qquad (7.15)$$

式中 C_i 是叶肉细胞间隙内的 CO_2 浓度(g/cm^3),C_a 是叶片周围环境空气内的 CO_2 浓度(g/cm^3)。

在上述(7.7)～(7.15)式中 $a_i(i=1,2\cdots,7)$、b_1、b_4、b_5 均为与植物种类有关的经验常数,也可能与植物生长的地理位置有关,它们可依据试验资料由回归分析方法确定。

下面列出一些植物叶片水汽传导率的经验计算公式。

Dolman 模式 I (1988):

$g_L=g_0f(I)g(\delta_e)$

$f(I)=[(I/a_2+I)]/[1000/(1000+a_2)]$

$g(\delta e)=1-a_3\delta e$

I=到达叶面上的太阳总辐射量(W/m^2)

δe=叶片周围空气的饱和差(kPa),即 $\delta e=e_s(T_a)-e_a$,

$e_s(T_a)$是空气温度 T_a 下的饱和水汽压,

e_a 是空气的实际水汽压,

在栎树林冠内求得的系数值为:

$g_0=1.03$cm/s

$a_2=100.4$W/m^2

$a_3=0.179$(1/kPa)

预测值与实测值的相关系数为 0.65

Dolman 模式 II (1988):

$g_L=g_0g(Q_s)g(\delta q)g(T)g(\delta\theta)g(L)$

$$g(Q_s)=[Q_s/(a_2+Q_s)]/[1000/(1000+a_2)]$$

$$g(\delta q)=\begin{cases}1-a_3\delta q, \delta q\leq a_4\\ 1-a_3a_4, \delta q>a_4\end{cases}$$

$$g(T)=(T-T_L)(T_H-T)^{t_c}/(a_5-T_L)(T_H-a_5)^{t_c}$$

$$t_c=(T_H-a_5)/(a_5-T_L)$$

$$g(\delta\theta)=1-\exp[a_6(\delta\theta-\theta_m)]$$

$$\theta_m=K_1/a_6+K_2$$

$$g(L)=L/L_m$$

Q_s=到达林冠上方的太阳总辐射(W/m^2)

δq=空气的饱和比湿差(g/kg)

T=空气温度(℃)

$\delta\theta$=土壤水份饱和差(mm)

L=冠层的叶面指数(随季节而变化)

L_m=最大叶面积指数

模式中的参数值(适用于森林)为:

g_0=23.53mm/s

a_2=104.4W/m^2

a_3=0.081kg/g

a_4=9.44g/kg

a_5=18.35℃

a_6=0.081mm

k_1=1.08mm

k_2=69.7mm

T_L=0℃

T_H=40℃

Sellers 模式(1987,1989)

$$g_L = f(Q_s) f(\Phi_l) f(T) f(\delta_e)$$

$$f(Q_s) = 1 / \left(\frac{a}{b + Q_s} + C \right)$$

$$f(\Phi_l) = \begin{cases} 1 & \Phi_l \geq \Phi_{c_1} \\ \dfrac{\Phi_l - \Phi_{c_2}}{\Phi_{c_1} - \Phi_{c_2}} & \Phi_{c_2} \leqslant \Phi_l \leqslant \Phi c_1 \\ 0 & \Phi_l < \Phi_{c_2} \end{cases}$$

$$f(T) = h_3 (T - T_L)(T_h - T)^{h_4}$$

$$h_3 = 1 / (T_0 - T_L)(T_h - T_0)^{h_4}$$

$$h_4 = (T_h - T_0) / (T_0 - T_L)$$

$$f(\delta e) = 1 - h_5 \delta e$$

Q_s = 到达叶片上的 PAR 通量(W/m^2)

Φ_l = 叶子水势(m)

T = 叶片温度(℃)

δe = 空气饱和差(hPa)

对于大麦,模式参数值为:

$a = 2333 J/m^3$

$b = 20.9 W/m^2$

$c = 55 s/m$

$\Phi_{c_1} = -70 m$

$\Phi_{c_2} = -140 m$

$T_L = 268 K$

$T_h = 315 K$

$T_0 = 300 K$

h_5 = 原文未给出

对于小麦,模式参数为:

$a = 7450 J/m^3$

$b = 5.7 W/m^2$

$c=25.2\text{s/m}$

$\Phi_{c_1}=-100\text{m}$

$\Phi_{c_2}=-200\text{m}$

$T_L=268\text{K}$

$T_h=315\text{K}$

$T_0=300\text{K}$

$h_5=$原文未给出

对于玉米，模式参数为

$a=17500\text{J/m}^3$

$b=6.0\text{W/m}^2$

$c=110\text{s/m}$

$\Phi_{c_1}=-100\text{m}$

$\Phi_{c_2}=-220\text{m}$

$T_L=268\text{K}$

$T_h=315\text{K}$

$T_0=300\text{K}$

对于冷杉林，模式参数为

$a=2869J/_{\text{m}^3}$，$b=3.6\text{w/m}^2$，$c=232.5\text{s/m}$

$\Phi_{c_1}=$原文未给出，$\Phi_{c_2}=$原文未给出

$T_L=268\text{K}$，$T_h=316\text{K}$，$T_0=283\text{K}$

对于热带森林，模式参数为：

$a=2335.9\text{J/m}^3$，$b=0.0145\text{W/m}^2$，$c=153.5\text{s/m}$

$\Phi_{c_1}=-15.22\text{m}$，$\Phi_{c_2}=-1553.50\text{m}$，$h_5=0.0273(1/\text{hPa})$，

$T_L=0℃$，$T_h=45℃$，$T_0=30℃$

7.1.6 冠层蒸腾量计算

植物冠层的总蒸散量一般包括两个分量：一是冠层内叶蒸表

面截留水的直接蒸发量(将在第九章讨论)；二是植物体内的水份经由叶子气孔或角质层逸出的蒸腾量。本节只讨论后一种情况。

植物冠层的蒸腾强度通常是以单位时间内从单位地面上的植物体内流进周围大气的水汽量来表示，其单位用 $kg/m^2 \cdot s$ 或采用潜热能的单位 W/m^2。

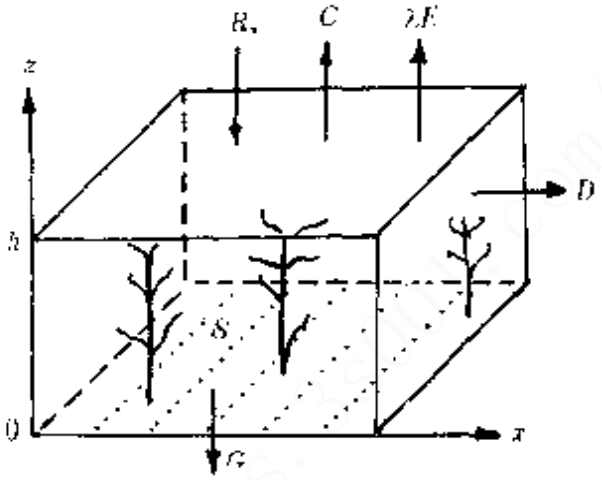


图 7.7 植物冠层能量平衡示意图

1. 冠层能量平衡

图 7.7 是单位地面上进出植物冠层的能量各分量示意图。在地表至冠层顶部的柱体内，能量平衡方程可写为：

$$R_n - C - \lambda E - G - D = S \qquad (7.16)$$

式中：R_n：该柱体截获的净辐射能量(W/m^2)

C：冠层顶部垂直向上输出的感热通量(W/m^2)

λE：冠层顶部垂直向上输出的潜热通量(W/m^2)

G：由地表进入土壤层的热通量(W/m^2)

D：因平流作用而在水平方向上净输出的能量(W/m^2)

S：冠层内净贮存的能量(W/m^2)

Thom(1975)曾对方程(7.16)中各量的代表值进行过估算，其结果列于表 7.5 中。

通常，R_n 在方程(7.16)中是支配项。中纬度地区晴天条件下 R_n 的典型值白天为 $500W/m^2$，夜间为 $-50W/m^2$。(7.16)式中的其他项都在某种程度上直接或间接地取决于 R_n 的大小和日变率。一般情况下，取 $R_n = C + \lambda E$ 是一种合理的近似。

表 7.5 高度为 1 米左右的茂密植物冠层典型的能量收支(W/m^2)

时间	R_n	$H=C+\lambda E$	D	G	J	A
接近日出	0	−8	±5	−5	+10	+3
中午	+500	+461	±25	+25	+2	+12
接近日落	0	+3	±15	+5	−10	+2
午夜	−50	±10	−25	−2	−3	−20

* 根据 Thom,1975,中纬度夏季晴天条件下

式(7.16)中,水平输送项 D 的量级可粗略估算如下:

$$D=\int_0^h \frac{\partial}{\partial x}(\rho C_p uT)dz+\int_0^h \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho C_p}{\gamma}ue\right)dz$$

$$\approx \rho C_p \bar{u}\cdot h\cdot \frac{\partial}{\partial x}(\bar{T}+\bar{e}/\gamma) \tag{7.17}$$

式中$\bar{u}$、$\bar{T}$和$\bar{e}$分别为 $z=0$ 至 $z=h$ 之间风速 u、气温 T、水汽压 e 的平均值。在平坦、均匀、广阔的地区,$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{T}+\bar{e}/\gamma)$的量级通常只有 10^{-4}℃/m,如果典型地取 $\rho C_p=1.25\times10^3$J/m³·℃,$\bar{u}=2$m/s,$h=5$m,则 D 约为 1W/m²。但在森林边缘区域,$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{T}+\bar{e}/\gamma)$量级可达 $10^{-3}\sim10^{-2}$℃/m,这时 D 为 10~100W/m²。所以,除非风速特别小或水平梯度$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{T}+\bar{e}/\gamma)$小于 10^{-3}℃/m;否则就应该对水平输送项的贡献作适当的考虑。

土壤热通量 G 的变化范围约为 R_n 的 2%~20%,土壤表面的植被遮蔽度越高,G 越小。

贮存于冠层内的能量 S,由物理贮存 J 和生物化学贮存 A 两部分组成。单位地表面上冠层的物理贮存能量为

$$J=J_H+J_v+J_{vg} \tag{7.18}$$

$$J_H=\int_0^h \rho C_p\frac{\partial T}{\partial t}dz\approx \rho C_p h\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \tag{7.19}$$

$$J_v = \int_0^h \frac{\rho C_p}{\gamma} \frac{\partial e}{\partial t} dz \approx \frac{\rho C_p h}{\gamma} \frac{\partial \bar{e}}{\partial t} \tag{7.20}$$

$$J_{veg} = \int_0^h \rho_{vg} C_{vg} \frac{\partial T_{vg}}{\partial t} dz \approx \rho_{vg} C_{vg} h \frac{\partial \bar{T}_{vg}}{\partial t} \tag{7.21}$$

式中 J_H、J_v 为该气柱中空气显热和潜热含量的变化率，J_{veg} 为植物热含量的变化率。ρ_{vg}、C_{vg} 和 T_{vg} 分别为植被的密度(以每立方米空气柱中千克数表示)、比热和温度。

通常 $(\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{e}}{\gamma \partial t}) \approx 1$℃/小时，所以除非 h 很大，否则 J_H 和 J_v 总是可以略而不计。

J_{veg} 在很大程度上取决于植被的稀疏程度和高度。可以相当准确地假定 C_{vg} 约为水的比热(4.18×10^3J/kg·℃)的 70%，则由(7.21)式得：

$$J_{veg} \approx 2900 m_{vg} \frac{\partial \bar{T}_g}{\partial t} (\mathrm{W/m^2})$$

式中 m_{vg} 为单位地表面上的植被量(kg/m²)。表 7.6 列出不同植被 m_{vg} 的典型值。可见，如果仍然假定 $\frac{\partial \bar{T}_g}{\partial t} \approx 1$℃/小时，则 J_{veg} 在草地中为 5～10W/m²，通常可以忽略；在森林中则可达每平方好几十瓦。但通常 $\frac{\partial \bar{T}_g}{\partial t}$ 反比于 m_{vg}，所以 J_{veg} 可能要比这些数值小。

表 7.6　各种植被的 m_{vg}

植被类型	m_{vg}(kg/m²)
热带森林	20～200
亚热带阔叶林	100～150
北方森林	50～150
热带草地	5～20
温带草地	5～20
半干旱草地	5～10
农作物	5～15

生物化学贮存 A 是指能量通过光合作用被固定的数量，由下式估算：

$$A = \mu(P - R) \tag{7.22}$$

式中 μ 为 CO_2 的能量固定率，约为 1.15×10^4J/g；P 为单位地表面上植物的总光合率(g/s·m²)，R 为其呼吸率(g/s·m²)白天，$P-R$ 的最大值与植物种类有关，变化于 2～5g/m²·小时之间，所 A 的典型值为 6～16W/m²。夜间，总呼吸率可达 $1g/m^2$·小时，相当于 −3W/m²，但通常要比这一数值小得多。在能量平衡计算中总是可以忽略。

2. 冠层蒸腾量计算的单层模型

把整个植物冠层看成是一个表面，表面温度为 T_0，水汽压为 e_0。气孔下腔的空气是饱和的，水汽压为 $e_s(T_0)$。蒸腾过程可描述如下：水汽从叶肉细胞表面蒸发后通过气孔逸出，然后通过湍流交换进入表面上方的大气层。图 7.8 绘出过程示意图。

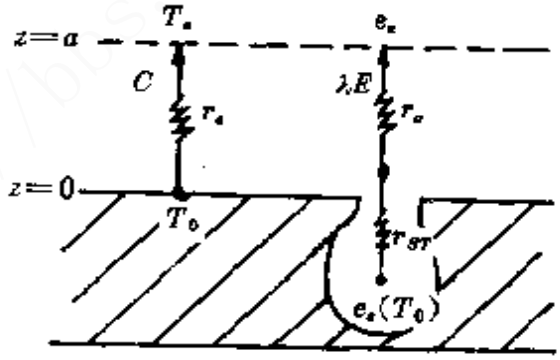


图 7.8 蒸腾量估算一层模型示意图

方程(7.16)可改写为：

$$C + \lambda E = H \tag{7.23}$$

式中

$$H = R_n - G - D - S \tag{7.24}$$

根据空气动力学关系，C 和 λE 分别表示为：

$$C = \rho C_p(T_0 - T_a)/r_{ah} \tag{7.25}$$

$$\lambda E = \frac{\rho C_p}{r}(e_0 - e_a)/r_{av} \tag{7.26}$$

式中，T_a、e_a 是冠层上方高度为 $z=a$ 处的气温和水汽压，r_{ah} 和 r_{av}

分别是从 $z=0$ 至 $z=d$ 过程中感热输送和潜热输送的空气动力学阻力。

假定水汽从气孔下腔到达表面的过程中所经受的气孔阻力为 r_{ST}，则 λE 可写为：

$$\lambda E = \frac{\rho C_p}{r} \frac{(e_s(T_0) - e_c)}{r_{ST}} \tag{7.27}$$

这里 r_{ST} 是指单位地表面上植物整个冠层的气孔总阻力。如果叶面积指数为 LAI，且假定单个叶片上的气孔阻力 r_s 在冠层内各处都是相等的，类似于并联电路电阻的计算方法，可得：

$$r_{ST} = r_s/LAI \tag{7.28}$$

式(7.27)中的 $e_s(T_0)$ 可近似由下式计算

$$e_s(T_0) = e_s(T_a) + \Delta \cdot (T_0 - T_a) \tag{7.29}$$

式中 $\Delta = \frac{de_s}{dT}|_{T=T_a}$。联立(7.23)、(7.25)、(7.27)和(7.29)式，解出 λE 为：

$$\lambda E = \frac{\Delta \cdot H + \rho C_p(e_s(T_a) - e_a)/r_{ah}}{\Delta + r(r_{av} + r_{ST})/r_{ah}} \tag{7.30}$$

r_{av} 和 r_{ah} 很少有显著差异，通常取 $r_{ah}=r_{av}$。在大多数情况下，取 $H \approx R_n - G$ 是很好的近似，因而(7.30)式变为

$$\lambda E = \frac{\Delta \cdot (R_n - G) + \rho C_p(e_s(T_a) - e_a)/r_{ah}}{\Delta + r(1 + r_{ST})/r_{ah}} \tag{7.31}$$

在已知作物高度 h、气孔阻力 r_s、叶面积指数 LAI 以及冠层上方高度 z_a 处的气温 T_a、水汽压 e_a、风速 u_a 和净辐射能收入 R_n-G 的条件下，根据(7.25)和(7.31)式及冠层上方的湍输送理论，可得计算 λE 和 C 的步骤如下：

(1)根据经验公式计算零平面位移高度 d 和动量粗糙度参数 Z_{0m}。例如，根据表 4.2，可取：

$$d = 0.6h \tag{7.32}$$

$$Z_{0m} = 0.25(h - d) \tag{7.33}$$

(2)由 Garratt(1978)、Thom(1975)和陈镜明(1988)得到估算热量粗糙度参数 Z_{0h} 为：

$$Z_{0h} = 0.175Z_{0m} \tag{7.34}$$

(3)由下列公式迭代求出 r_{ah}、λE 和 H

$$L = \frac{-\rho_a u_*^3}{kg(C/C_pT_a + 0.61E)} \tag{7.35}$$

$$\psi_h(Z_a/L) = \begin{cases} -7.8\zeta, \zeta > \\ 2\ln[(1+y)/2], \zeta < 0 \end{cases} \tag{7.36}$$

$$\psi_m(Z_a/L) = \begin{cases} -4.8\zeta, \zeta > 0 \\ \ln\left[\left(\frac{1+x}{2}\right)^2(1+x^2)/2\right] - 2\arctan(x) + \pi/2 \end{cases} \tag{7.37}$$

$$u_* = ku_a/\left[\ln\left(\frac{Z_a - d}{Z_{0m}}\right) - \psi_m(Z_a/L)\right] \tag{7.38}$$

$$r_{ah} = \left[\ln\left(\frac{Z_a - d}{Z_{0h}}\right) - \psi_h(Z_a/L)\right]/(ku_*) \tag{7.39}$$

$$\lambda E = \frac{\Delta \cdot (R_n - G) + \rho_a C_p(e_s(T_a) - e_a)/r_{ah}}{\Delta + \gamma(1 + r_{ST}/r_{ah})} \tag{7.40}$$

$$C = (R_n - G) - \lambda E \tag{7.41}$$

式中 ζ、x 和 y 的定义见(2.124)式。

通常叶片气孔阻力 r_s 在冠层内不同位置是不一样的，特别是上层和下层之间 r_s 相差更大。因而，经常将冠层分上、中、下等若干层次，测得各层的平均气孔阻力 r_{si} 及其相应的叶面积指数(LAI_i)，然后求得冠层气孔阻力 r_{ST}，即

$$r_{ST} = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{LAI_i}{r_{si}}\right)^{-1} \tag{7.42}$$

如果叶片气孔阻力 r_s 是用前述的 Sellers(1987)模型计算的，即：

$$r_s = \left[\frac{a}{b + F_z} + C\right][f(T_L)f(\Phi_e)f(\delta e)]^{-1} \tag{7.43}$$

假定 $f(\Sigma)=f(T_L)f(\Phi_l)f(\delta e)$ 在林冠内不随位置变化，则 r_s 仅与叶片上接收到的光合作用辐射通量 F_a 有关，因而 r_{ST} 可由下式求出(Sellers，1987)：

$$\frac{1}{r_{ST}}=f(\Sigma)\int_0^{LAI}\int_0^{\pi/2}\int_0^{2\pi}\frac{O(\zeta,\theta)\sin(\theta)d\zeta d\theta dL}{r_s(\zeta,\theta,F_a)} \tag{7.44}$$

式中 $O(\zeta,\theta)$ 是冠层叶角分布函数。假定 $F_a=F_{a0}e^{-kl}$，$k=\frac{G(\mu)}{\mu}(1-\omega)^{1/2}$，$\mu=\sinh$，$h$ 是太阳高度角，ω 是叶片散射系数。对几种不同的叶角分布，Sellers(1985)已给出(7.44)式的解析表达式。

7.2 植被冠层温湿场及水热输送的模拟

7.2.1 基本方程组

根据热力学第一定律和水汽质量守恒定律，忽略空气对辐射的吸收，并假定水汽无相变，则植被冠层内空气温度 T 和比湿 q 满足如下方程：

$$\frac{\partial c}{\partial t}+\frac{\partial u_j c}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(k_c\frac{\partial C}{\partial x_j}\right) \tag{7.45}$$

式中，$c=T$ 或 q，$u_j(j=1,2,3)$ 是各坐标方向上的风速分量，K_c 是分子扩散系数。

采用与推导(4.18)式相似的步骤，对(7.45)式取空间—时间平均，得到平均场所满足的方程组为(Finginan，1985)：

$$\begin{aligned}\frac{\partial\langle\bar{c}\rangle}{\partial t}+\langle\bar{u}_j\rangle\frac{\partial\langle\bar{c}\rangle}{\partial x_j}=&-\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{u_j'c'}\rangle-\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{F}_{cj}\\&+k_c\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\frac{\partial}{\partial x_j}(\langle\bar{c}\rangle+\bar{c}')\rangle\\&-\frac{1}{V}\overline{\sum_1^m\iint_{S_i}k_c\frac{\partial c}{\partial n}ds}\end{aligned} \tag{7.46}$$

式中：

$$\overline{F}_{cj}=\langle\langle\overline{u}_j\rangle\langle\overline{c}\rangle\rangle-\langle\overline{u}_j\rangle\langle\overline{c}\rangle+\langle\langle\overline{u}_j\rangle\overline{c}^{*}\rangle$$
$$+\langle\overline{u}_j^{*}\langle\overline{c}\rangle\rangle+\langle\overline{u}_j^{*}\overline{c}^{*}\rangle \tag{7.47}$$

同理，对时间平均后的湍流通量方程(2.19)和(2.21)作空间平均，得到冠层湍流热通量或水汽通量所满足的方程为：

$$\frac{\partial\langle\overline{u_ic}\rangle}{\partial t}+\langle\overline{u}_j\rangle\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{u_ic}\rangle+\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{F}_{Aj}+\langle\overline{u_iu_j}\rangle\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{c}\rangle+\overline{P}_B$$
$$+\langle\overline{u_jc}\rangle\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{u}_i\rangle+\overline{P}_c+\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{u_iu_jc}\rangle+\langle\overline{c'\frac{\partial p'}{\partial x_i}}\rangle$$
$$=-\frac{1}{V}\sum_1^m\iint_{s_i}\left(\upsilon\overline{c'\frac{\partial u_i'}{\partial n}}+k_c\overline{u_i'\frac{\partial c'}{\partial n}}\right)ds$$
$$-(k_c+\upsilon)\langle\overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}\frac{\partial c'}{\partial x_j}}\rangle+\langle\upsilon\overline{\langle c'\rangle\frac{\partial^2}{\partial x_j^2}\langle u_i'\rangle}$$
$$+k_c\overline{\langle u_i'\rangle\frac{\partial^2}{\partial x_j^2}\langle c'\rangle}\rangle+\frac{g}{T_0}\langle\overline{T'c'}\rangle \tag{7.48}$$

式中 F_{Aj}、$\overline{P}_B$、$\overline{P}_c$ 分别由下列各式定义：

$$\overline{F}_{Aj}=\langle\langle\overline{u}_j\rangle\langle\overline{u_ic}\rangle\rangle-\langle\overline{u}_j\rangle\langle\overline{u_ic}\rangle+\langle\overline{u}_j^{*}(\overline{u_ic})^{*}\rangle$$
$$+\langle\langle\overline{u}_j\rangle(\overline{u_ic})^{*}\rangle+\langle\overline{u}_j^{*}\langle\overline{u_ic}\rangle\rangle \tag{7.49}$$

$$\overline{P}_B=\langle\langle\overline{u_iu_j}\rangle\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{c}\rangle\rangle-\langle\overline{u_iu_j}\rangle\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{c}\rangle+\langle(\overline{u_iu_j})^{*}\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{c}^{*}\rangle$$
$$+\langle\langle\overline{u_iu_j}\rangle\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{c}^{*}\rangle+\langle(\overline{u_iu_j})^{*}\langle\overline{\frac{\partial}{\partial x_j}c}\rangle\rangle \tag{7.50}$$

$$\overline{P}_c=\langle\langle\overline{u_jc}\rangle\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{u}_i\rangle\rangle-\langle\overline{u_jc}\rangle\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{u}_i\rangle+\langle\overline{(u_jc)^{*}}\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u}_i^{*}\rangle$$
$$+\langle\langle\overline{u_jc}\rangle\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u}_i^{*}\rangle+\langle(\overline{u_jc})^{*}\langle\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u}_i\rangle\rangle \tag{7.51}$$

对时间平均的$\overline{T'c'}$方程(2.20)或(2.23)作空间平均，得到冠层内$\langle\overline{T'c'}\rangle$所满足的方程为：

$$\frac{\partial\langle\overline{T'c'}\rangle}{\partial t}-\langle\bar{u}_j\rangle\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{T'c'}\rangle-\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{F}_{aj}+\langle\overline{u'_jc'}\rangle\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{T}\rangle$$

$$-\overline{P}_b+\langle\overline{u'_jT'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{c}\rangle}{\partial x_j}-\overline{P}_c+\frac{\partial}{\partial x_j}\langle\overline{c'T'u'_j}\rangle$$

$$=-\frac{1}{V}\sum_1^m\iint_{S_i}\left(k_T\overline{c'\frac{\partial T'}{\partial n}}+0.61k_q\overline{c'\frac{\partial q'}{\partial n}}+k_c\overline{T'_v\frac{\partial c'}{\partial n}}\right)ds$$

$$-k_T\left(\langle\overline{\frac{\partial c'}{\partial x_j}\frac{\partial T'}{\partial x_j}}\rangle-\langle\overline{\frac{\partial\langle c'\rangle}{\partial x_j}\frac{\partial\langle T'\rangle}{\partial x_j}}\rangle-\langle\overline{\langle c'\rangle\frac{\partial^2}{\partial x_j^2}\langle T'\rangle}\rangle\right)$$

$$-0.61k_q\left(\langle\overline{\frac{\partial c'}{\partial x_j}\frac{\partial q'}{\partial x_j}}\rangle-\langle\overline{\frac{\partial\langle c'\rangle}{\partial x_j}\frac{\partial\langle q'\rangle}{\partial x_j}}\rangle-\langle\overline{\langle c'\rangle\frac{\partial^2}{\partial x_j^2}\langle q'\rangle}\rangle\right)$$

$$-k_c\left(\langle\overline{\frac{\partial T'_v}{\partial x_j}\frac{\partial c'}{\partial x_j}}\rangle-\langle\overline{\frac{\partial}{\partial x_j}\langle T'_v\rangle\frac{\partial}{\partial x_j}\langle c'\rangle}\rangle-\langle\overline{\langle T'_v\rangle\frac{\partial^2}{\partial x_j^2}\langle c'\rangle}\rangle\right)$$

(7.52)

式中$\overline{F}_{aj}$、$\overline{P}_b$和$\overline{P}_c$与(7.49)～(7.51)式中所定义的$\overline{F}_{Aj}$、$\overline{P}_B$和$\overline{P}_C$具有相同的含义，T_v为虚温。

方程(7.46)、(7.48)、(7.52)以及第四章中的(4.18)和(4.35)式构成了冠层风速、温度、湿度场模拟的基本方程组。

7.2.2 一阶闭合模式

一阶闭合模式是进行植被冠层温湿场及水热输送通量模拟的基本模式，在许多文献中已有详细讨论(Waggoner 和 Reifsnyder，1968；Cowan，1968；Goudriaan，1977)。建立一阶闭合模式的基本假定是

(1)冠层在水平方向上是足够均匀的，以致水平通量辐合与垂直通量辐合相比可以忽略不计。

(2)在空气中，分子输送项远比湍流输送项小，可忽略不计。

(3)平均场可认为是定常的，，即所有时间导数项为零。

(4)在冠层内的每一高度上，植物体吸收的净辐射能将全部用

于与周围空气进行潜热和感热交换，而植物体本身没有净能量贮存，即植物体（主要是叶片）的能量平衡方程可写为

$$R_n = G + \lambda E \tag{7.53}$$

(5)热量、水汽在垂直方向的输送通量可用梯度—扩散理论表示，即

$$C = \rho C_p K_T \frac{\partial T}{\partial z} \tag{7.54}$$

$$\lambda E = \frac{\rho C_p}{\gamma} K_q \frac{\partial e}{\partial z} \tag{7.55}$$

在上述(1)、(2)和(3)假定下，方程(7.48)可简化为

$$\frac{\partial}{\partial z}\langle \overline{w'T'} \rangle = -\frac{1}{V}\sum_1^m \overline{\iint_{S_i} k_T \frac{\partial T}{\partial n} ds} \tag{7.56}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\langle \overline{w'q'} \rangle = -\frac{1}{V}\sum_1^m \overline{\iint_{S_i} k_q \frac{\partial q}{\partial n} ds} \tag{7.57}$$

出于与(4.22)式相同的理由，(7.56)和(7.57)式中已忽略 $\frac{\partial}{\partial x_3}\overline{F}_{A3}$ 项。利用叶片边界层理论，(7.56)和(7.57)式右边项可表达为

$$-\frac{1}{V}\sum_1^m \overline{\iint_{S_i} k_T \frac{\partial T}{\partial n} ds} = \frac{2A(\langle \overline{T}_L \rangle - \langle \overline{T} \rangle)}{r_b} \tag{7.58}$$

$$-\frac{1}{V}\sum_1^m \overline{\iint_{S_i} k_q \frac{\partial q}{\partial n} ds} = \frac{2A(\langle \overline{q}_L \rangle - \langle \overline{q} \rangle)}{r_b + r_s} \tag{7.59}$$

式中 r_b 是叶片边界层阻力，r_s 是气孔阻力，A 是叶面积密度。

另外，在叶片能量平衡方程(7.53)中，C_l、λE_l 项可表示为

$$C_l = 2C_p\rho(\langle \overline{T}_L \rangle - \langle \overline{T} \rangle)/r_b \tag{7.60}$$

$$\lambda E_l = 2\lambda\rho(\langle \overline{q}_L \rangle - \langle \overline{q} \rangle)/(r_b + r_s) \tag{7.61}$$

式中 $\langle \overline{q}_L \rangle$ 是叶片温度 $\langle \overline{T}_L \rangle$ 下的饱和比湿。

综合(7.53)～(7.61)式，即可得到通常称之为一阶闭合模式的方程组为：

$$\frac{\partial \overline{w'T'}}{\partial z} = \frac{2A(T_L - T)}{r_b} \tag{7.62}$$

$$\frac{\partial \overline{w'q'}}{\partial z} = \frac{2A(q_L - q)}{r_b + r_s} \tag{7.63}$$

$$R_{nl} = 2C_p\rho(T_L - T)/r_b + \frac{2\lambda\rho(q_L - q)}{r_b + r_s} \tag{7.64}$$

$$\overline{w'T'} = K_T \frac{\partial T}{\partial z} \tag{7.65}$$

$$\overline{w'q'} = K_q \frac{\partial q}{\partial z} \tag{7.66}$$

式中一些变量的时间—空间记号已经略去，但含义不变。上述五个方程包含$\overline{w'T'}$，$\overline{w'q'}$，T_L，T，q 五个变量，在 R_{nl}，r_b，r_s，K_T，K_q 已知或可用前面六个变量表示的条件下，方程(7.62)～(7.66)是闭合的。

上述一阶闭合模式可用数值方法求解，也可用下述半解析方法求解。

首先，把植被冠层分为平行的 $n-1$ 层，土壤表面作为第 n 层，如图 7.9 所示。第 i 层内空气的温度记为 $T_{a,i}$，水汽压记为 $e_{a,i}$，所包含的叶面积指数记为 L_i，层内叶子的平均温度记为 $T_{L,i}$，叶子气孔下腔内的水汽压为 $e_{L,i}$，并假定等于叶温 $T_{L,i}$ 下的饱和水汽压，即：

$$e_{L,i} = e_s(T_{L,i}) \tag{7.67}$$

从叶片表面到叶间空气的感热输送量以及从气孔下腔到叶间空气的潜热输送量分别为：

$$\delta C_i = \rho C_p(T_{L,i} - T_{a,i})/r_{Lh,i} \tag{7.68}$$

$$\delta\lambda E_i = \frac{\rho C_p}{\gamma}(e_{L,i} - e_{a,i}) \Big/ (r_{Lv,i} + r_{Ls,i}) \tag{7.69}$$

式中 $r_{Lh,i}$，$r_{Lv,i}$是第 i 层叶片边界层对热量和水汽输送的阻力，$r_{Ls,i}$是 i 层内的整体气孔阻力。如果设该层内单位面积叶片的气孔阻

力为 $r_{s,i}$，边界层阻力为 $r_{b,i}$，则

$$r_{Ls,i}=r_{s,i}/L_i \tag{7.70}$$

$$r_{Lh,i}=r_{Lv,i}=r_{b,i}/L_i \tag{7.71}$$

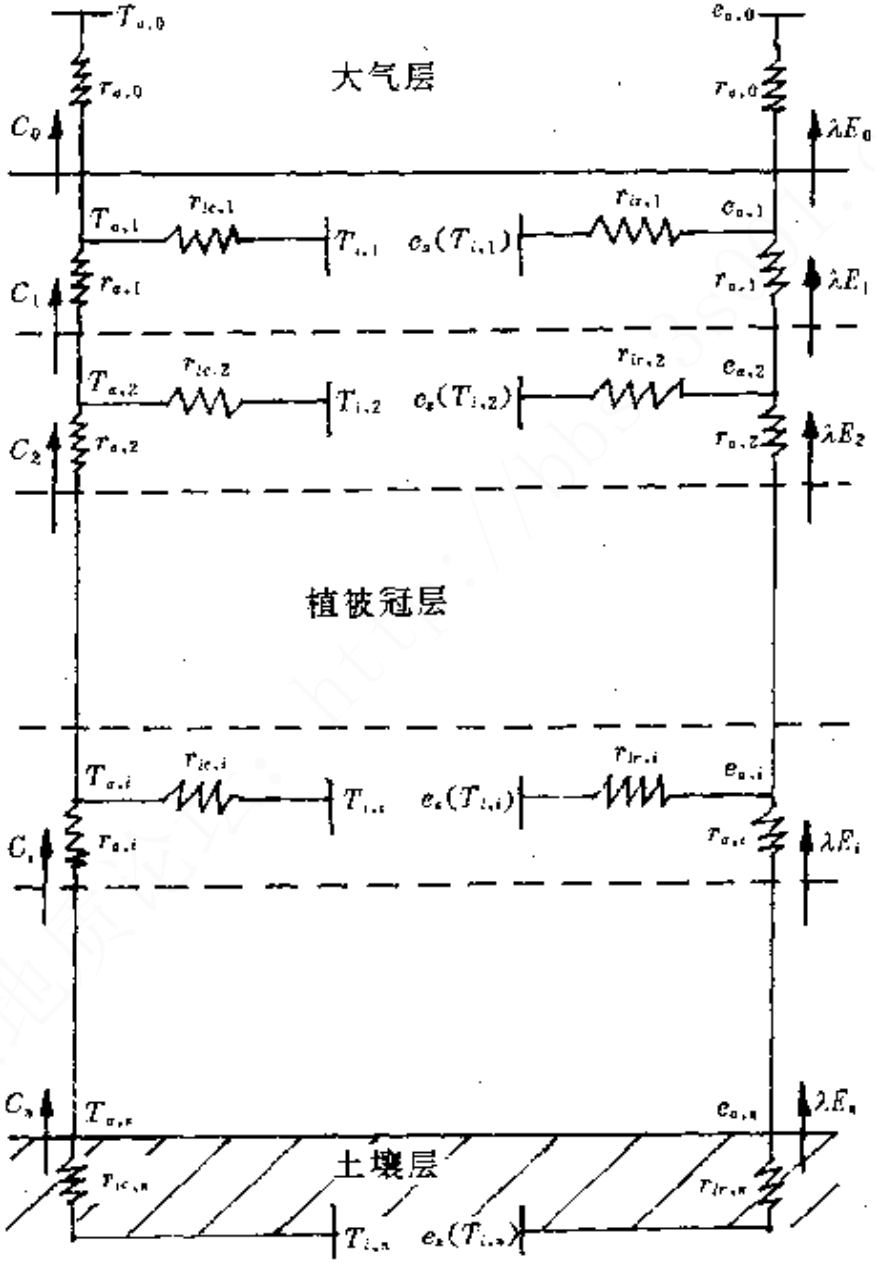


图 7.9　冠层感热和潜热交换过程电路模拟示意图

根据(7.65)和(7.66)式，经过界面 z_i 的感热和潜热垂直通量

为：

$$C_i = \rho C_p \frac{(T_{a,i+1} - T_{a,i})}{r_{ah,i}} \tag{7.72}$$

$$\lambda E_i = \frac{\rho C_p}{\gamma} \frac{(e_{a,i+1} - e_{a,i})}{r_{av,i}} \tag{7.73}$$

式中 $r_{ah,i}$ 和 $r_{av,i}$ 是冠层内感热和潜热输送的空气动力学阻力。

假定 $r_{ah,i} = r_{av,i} = r_{a,i}$，则得

$$r_{a,i} = \int_{z_i}^{z_{i-1}} \frac{1}{K(z)} dz = \delta z_i / \overline{K}_i \tag{7.74}$$

z_i 是第 i 层的底部高度，δz_i 是第 i 层的厚度，$\overline{K}_i$ 是该层内的平均扩散率。Halldin 和 Lindroth(1986)曾详细讨论过松林内 K 的不同取法对湍流扩散的影响；Legg 和 Long(1975)曾讨论过小麦冠层内 K 的确定方法。

由方程(7.62)和(7.63)，有：

$$C_i - C_{i-1} = \delta C_i \tag{7.75}$$

$$\lambda E_i - \lambda E_{i-1} = \delta \lambda E_i \qquad i = 1,2,\cdots,n \tag{7.76}$$

设第 i 层内植物叶片吸收净辐射能量为 δR_{ni}，则根据(7.64)式，得：

$$\delta R_{ni} = \delta C_i + \delta \lambda E_i \qquad i = 1,2,\cdots,n \tag{7.77}$$

把(7.68)、(7.69)、(7.72)和(7.73)式分别代入(7.75)、(7.76)(7.77)得：

$$(T_{a,i-1} - T_{a,i})/r_{a,i-1} - (T_{a,i} - T_{a,i+1})/r_{a,i} = (T_{L,i} - T_{a,i})/r_{Lh,i} \tag{7.78}$$

$$(e_{a,i-1} - e_{a,i})/r_{a,i-1} - (e_{a,i} - e_{a,i+1})/r_{a,i} = (e_s(T_{L,i}) - e_{a,i})/r_{Lv,i} \tag{7.79}$$

$$\delta R_{ni} = \rho C_p (T_{L,i} - T_{a,i})/r_{Lh,i} + \frac{\rho C_p}{\gamma}(e_s(T_{L,i}) - e_{a,i})/r_{Lv,i}$$

$$i = 1,2,\cdots,n \tag{7.80}$$

上面(7.78)、(7.79)、(7.80)式构成 $3n$ 个方程。假定冠层上方的气温 $T_{a,0}$、水汽压 $e_{a,0}$ 以及土壤表面的向下的热通量 G 已知，则这 $3n$ 个方程仅包含 $3n$ 个未知数，因而方程组是闭合的，可用迭代法求解。

假定 $e_s(T_{L,i})$ 由下式计算：

$$e_s(T_{L,i}) = e_s(T_{a,i}) + \Delta \cdot (T_{L,i} - T_{a,i}) \tag{7.81}$$

式中 $\Delta = \left.\frac{de_s}{dT}\right|_{T=T_{a,i}}$，Lhomme(1988$a$)曾求得方程组(7.78)、(7.79)和(7.80)的解析解如下：

冠层向上方大气输送的潜热通量 λE_0 和感热通量 C_0 为：

$$\lambda E_0 = \frac{\Delta \cdot (A+B) \cdot (R_{n0} - G) + \sum_{i=1}^{n} E_i \delta R_{ni} + \rho C_p \cdot g_{a0} \cdot A \cdot D_{a,0}}{\gamma + (\Delta + \gamma)(A+B)} \tag{7.82}$$

$$C_0 = \frac{\gamma(1+A+B) \cdot (R_{n0} - G) - \sum_{i=1}^{n} E_i \delta R_{ni} - \rho C_p g_{a0} A D_{a,0}}{\gamma + (\Delta + \gamma)(A+B)} \tag{7.83}$$

式中：

$$C_0 = \sum_{i=1}^{n} \delta C_i$$

$$\lambda E_0 = \sum_{i=1}^{n} \delta \lambda E_i$$

$$R_{n_0} = \sum_{i=1}^{n} \delta R_{ni}$$

G=进入土壤的热通量

$D_{a,0} = e_s(T_{a,0}) - e_{a,0}$，为参考高度上的空气饱和差

$$g_{a,0} = \frac{1}{r_{a,0}}, \Delta = \left.\frac{de_s}{dT}\right|_{T=T_{a,0}}$$

$$E_i = \sum_{j=i}^{n} g_{lc,j} g_{lv,j} d_j \varepsilon_j^i, \varepsilon_j^i = \Delta / g_{lc,i}$$

$$A=\sum_{i=1}^{n} g_{tc,i}g_{tv,i}d_i\sigma_i/g_{a0},\ B=\sum_{i=1}^{n} g_{tc,i}g_{tv,i}d_i\beta_i/g_{a,}$$

$$\sigma_{i+1}=a_i\sigma_i+b_i\sigma_{i-1},\ \beta_{i+1}=a_i\beta_i+b_i\beta_{i-1}$$

$$\varepsilon_i^{i<i}{}^{-1}=a_i\varepsilon_i^i+b_i\varepsilon_{i-1}^i,\ \varepsilon_{i+1}^{i-1}=a_i\varepsilon_i^{i-1}=a_iC_{i-1}\varepsilon_{i-1}^i=C_i$$

$$\sigma_1=1,\ \beta_1=0,\ \sigma_2=a_1,\ \beta_2=1,\ \varepsilon_2^1=C_1$$

$$d_i=1/(g_{tc,i}+(\Delta/\gamma)g_{tv,i})$$

$$b_i=-g_{a,i-1}/g_{ai}$$

$$c_{c,i}=-g_{tc,i}/g_{ai}$$

$$c_{v,i}=-g_{tv,i}/g_{ai}$$

$$a_i=1-b_i-c_{v,i}+(\Delta/\gamma)(c_{v,i}-c_{c,i})g_{tv,i}\cdot di$$

$$c_i=\Delta(c_{c,i}-c_{v,i})d_i$$

$$a_1=1-c_{v,1}+(\Delta/\gamma)(c_{v,1}-c_{c,1})g_{tv,1}\cdot d1$$

$$g_{tc,i}=\frac{1}{r_{Lh,i}}$$

$$g_{tv,i}=\frac{1}{r_{Lv,i}}$$

$$g_{ai}=\frac{1}{r_{a,i}}$$

因此，如果气孔传导率、边界层阻力、湍流扩散率、净辐射、土壤热通量以及参考高度上的空气温度、水汽压已知，即可由上列式子计算出 C_0 和 λE_0。

已知 C_0 和 λE_0 后，由下式即可算出 $T_{a,1}$ 和 $e_{a,1}$

$$T_{a,1}=T_{a,0}+C_0r_{a,0}/\rho C_p \tag{7.84}$$

$$e_{a,1}=e_{a,0}+\lambda E_0r_{a,0}/(\rho C_p/\gamma) \tag{7.85}$$

再由(7.78)和(7.79)式即可逐步推算出 $T_{a,i}$ 和 $e_{a,i}$。由已知的 $T_{a,i}$ 和 $e_{a,i}$ 代入能量平衡方程(7.80)即可求出 $T_{L,i}$。

Lhomme(1988b)还提出计算 λE_0 和 C_0 的更精确的半解析方法，以避免利用(7.81)式展开 $e_s(T_{L,i})$ 时所引起的误差。

在利用上述模式进行冠层水热交换计算时，下面的一些参量

计算公式是经常应用的。

(1)冠层内的风速廓线和湍流交换系数

可利用第四章中提出的方法求解冠层内的风速廓线和湍流交换系数,但在多数情况下采用下列简单模式也能获得较好效果:

$$u(z)=u(H)\exp[\alpha_1(z/H-1)] \tag{7.86}$$

$$K(z)=K(H)\exp[\alpha_2(z/H-1)] \tag{7.87}$$

式中,α_1、α_2 是经验常数。

假定冠层内的动量、热量和水汽交换系数相等,则由(7.74)和(7.87)式得:

$$r_{a,i}=\frac{H\exp(\alpha)}{\alpha K(H)}[\exp(-\alpha_1 z_{i+1}/H)-\exp(-\alpha_1 z_i/H)] \tag{7.88}$$

(2)叶片边界层阻力和气孔阻力

叶片边界层阻力 r_b 或传导率 g_b 是风速的函数,由叶片边界层理论可知:

$$g_b=\frac{1}{r_b}=a(u(z)/w)^{0.5} \tag{7.89}$$

式中 w 是叶片宽度,$a=0.01\text{ms}^{-0.5}$,$u(z)$是冠层内高度为 z 处的风速。由(7.71)式可得到:

$$g_{lh,i}=\int_0^{L_i} g_b dL\approx g_b(z_{i+1/2})L_i \tag{7.90}$$

叶片气孔阻力可用 7.1.5 中介绍的公式估算,但更简单地是仅考虑辐射的影响,如 Lindroth 和 Halldin(1986)采用的公式:

$$r_s=\frac{R_g(z)+R_0}{R_g(z)}\left(\frac{1+\beta\delta e}{k_0}\right) \tag{7.91}$$

式中 $R_g(z)$是冠层内高度 z 上的太阳总辐射量,R_0、β 和 K_0 是经验系数,δe 是冠层上方参考高度上的空气饱和差。冠层内的总辐射可用第一章介绍的简化模式计算,或直接用下面的经验公式计算:

$$R_g(z) = R_{g0}\exp(\quad \sigma_3 L) \tag{7.92}$$

式中 R_{g0}是冠层上方的总辐射量，σ_3 是经验系数，L 是从冠层顶向下累计至 z 高度的叶面积指数。

(3)净辐射量及土壤热通量

冠层内的净辐射通量常用下面经验公式计算：

$$R_n(z) = R_{n0}\exp(-\sigma_4 L) \tag{7.93}$$

式中 R_{n0}是冠层顶的净辐射，σ_4 是经验系数。

土壤热通量常取为：

$$G = \alpha R_n\big|_{z=0} \tag{7.94}$$

式中 α 为经验常数。$R_n\big|_{z=0}$表示冠层下方地表面上的净辐射量。

7.2.3 二阶闭合模式

在水平均匀条件下，由方程(7.46)、(7.48)和(7.52)，可导出如下简化方程组：

热量守恒方程：

$$\frac{\partial\langle\overline{w'T'}\rangle}{\partial z} = \frac{2A(\langle\overline{T_L}\rangle - \langle\overline{T}\rangle)}{r_b} \tag{7.95}$$

水汽守恒方程：

$$\frac{\partial\langle\overline{w'q'}\rangle}{\partial z} = \frac{2A(\langle\overline{q_L}\rangle - \langle\overline{q}\rangle)}{r_b + r_s} \tag{7.96}$$

$\langle\overline{w'T'}\rangle$守恒方程：

$$-\langle\overline{w'^2}\rangle\frac{\partial\langle\overline{T}\rangle}{\partial z} - \frac{\partial\langle\overline{w'w'T'}\rangle}{\partial z} - \langle\overline{T'}\frac{\overline{\partial p'}}{\partial z}\rangle + g\beta\langle\overline{T'^2}\rangle = 0 \tag{7.97}$$

$\langle\overline{w'q'}\rangle$守恒方程：

$$kl - \langle\overline{w'^2}\rangle\frac{\partial\langle\overline{q}\rangle}{\partial z} - \frac{\partial\langle\overline{w'w'q'}\rangle}{\partial z} - \langle\overline{q'}\frac{\overline{\partial p'}}{\partial z}\rangle + g\beta\langle\overline{T'q'}\rangle = 0 \tag{7.98}$$

$\langle\overline{u'T'}\rangle$守恒方程：

$$-\langle\overline{u'w'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{T}\rangle}{\partial z}-\langle\overline{w'T'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{u}\rangle}{\partial z}-\frac{\partial\langle\overline{w'u'T'}\rangle}{\partial z}$$

$$-\langle\overline{T'\frac{\partial p'}{\partial x}}\rangle=0 \tag{7.99}$$

$\langle\overline{T'q'}\rangle$守恒方程：

$$-\langle\overline{q'w'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{T}\rangle}{\partial z}-\langle\overline{w'T'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{q}\rangle}{\partial z}-\frac{\partial\langle\overline{w'T'q'}\rangle}{\partial z}$$

$$-2\langle\varepsilon\rangle_{\theta q}=0 \tag{7.100}$$

$\langle\overline{T'^2}\rangle$守恒方程：

$$-2\langle\overline{T'w'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{T}\rangle}{\partial z}-\frac{\partial\langle\overline{w'T'T'}\rangle}{\partial z}$$

$$-\langle\overline{T'\frac{\partial p'}{\partial\chi}}\rangle-2\langle\varepsilon\rangle_{\theta\theta}=0 \tag{7.101}$$

在上述方程中，如果对$\langle\overline{T'\frac{\partial p'}{\partial z}}\rangle$、$\langle\overline{q'\frac{\partial p'}{\partial z}}\rangle$和$\langle\overline{T'\frac{\partial p'}{\partial X}}\rangle$以及$\langle\varepsilon\rangle_{\theta q}$、$\langle\varepsilon\rangle_{\theta\theta}$项采用 Meyers 和 PawU(1987)假定：

$$\langle\overline{T'\frac{\partial P'}{\partial z}}\rangle=C_{T3}\frac{\langle\overline{w'T'}\rangle}{\tau}-\frac{1}{3}g\beta\langle\overline{T'^2}\rangle \tag{7.102}$$

$$\langle\overline{q'\frac{\partial P'}{\partial z}}\rangle=C_{T3}\frac{\langle\overline{w'q'}\rangle}{\tau}-\frac{1}{3}g\beta\langle\overline{T'q'}\rangle \tag{7.103}$$

$$\langle\overline{T'\frac{\partial p'}{\partial x}}\rangle=C_{T1}\frac{\langle\overline{u'T'}\rangle}{\tau}-\alpha\langle\overline{w'T'}\rangle\frac{\alpha\langle\overline{u}\rangle}{\partial z} \tag{7.104}$$

$$\langle\varepsilon\rangle_{\theta\theta}=C_5\langle\overline{T'^2}\rangle/\tau \tag{7.105}$$

$$\langle\varepsilon\rangle_{\theta q}=C_5\langle\overline{T'q'}\rangle/\tau \tag{7.106}$$

式中τ为参数；$\beta=\frac{1}{T_0}$，是绝对温度T_0时的膨胀系数；C_{T1}、C_{T3}、C_5和α是常数。

对(7.97)～(7.101)式中的三阶项，采用类似于(2.26)～(2.29)式的闭合假定，则有

$$\langle\overline{w'w'T'}\rangle = -2Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{W'T'}\rangle}{\partial z} \tag{7.107}$$

$$\langle\overline{w'w'q'}\rangle = -2Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{w'q'}\rangle}{\partial z} \tag{7.108}$$

$$\langle\overline{w'u'T'}\rangle = -Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{u'T'}\rangle}{\partial z} \tag{7.109}$$

$$\langle\overline{w'T'q'}\rangle = -Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{T'q'}\rangle}{\partial z} \tag{7.110}$$

$$\langle\overline{w'T'T'}\rangle = -Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{T'^2}\rangle}{\partial z} \tag{7.111}$$

把(7.102)～(7.111)式代入(7.97)～(7.101)式，并结合冠层风场的二阶闭合模式，我们得到描述冠层风场、温度场、湿度场及其相互作用的一个二阶闭合模式为：

(1)热量守恒方程：

$$\frac{\partial\langle\overline{w'T'}\rangle}{\partial z} = \frac{2A(\langle\overline{T_L}\rangle - \langle\overline{T}\rangle)}{r_b} \tag{7.112}$$

(2)水汽守恒方程：

$$\frac{\partial\langle\overline{w'q'}\rangle}{\partial z} = \frac{2A(\langle\overline{q_L}\rangle - \langle\overline{q}\rangle)}{r_b + r_s} \tag{7.113}$$

(3)$\langle\overline{w'T'}\rangle$守恒方程：

$$-\langle\overline{w'^2}\rangle\frac{\partial\langle\overline{T}\rangle}{\partial z} + 2\frac{\partial}{\partial z}\left[Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{w'T'}\rangle}{\partial z}\right]$$

$$-\frac{C_{T3}}{\tau}\langle\overline{w'T'}\rangle - \frac{2}{3}g\beta\langle\overline{T'^2}\rangle = 0 \tag{7.114}$$

(4)$\langle\overline{w'q'}\rangle$守恒方程：

$$-\langle\overline{w'^2}\rangle\frac{\partial\langle\overline{q}\rangle}{\partial z} + 2\frac{\partial}{\partial z}\left[Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{w'q'}\rangle}{\partial z}\right]$$

$$-\frac{C_{T3}}{\tau}\langle\overline{W'q'}\rangle - \frac{2}{3}g\beta\langle\overline{q'T'}\rangle = 0 \tag{7.115}$$

(5)$\langle\overline{u'T'}\rangle$守恒方程：

$$-\langle\overline{w'u'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{T}\rangle}{\partial z}-\langle\overline{w'T'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{u}\rangle}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left[Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{u'T'}\rangle}{\partial z}\right]$$

$$-C_{T1}\frac{\langle\overline{u'T'}\rangle}{\tau}-\alpha\langle\overline{w'T'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{u}\rangle}{\partial z}=0 \tag{7.116}$$

(6)$\langle\overline{T'q'}\rangle$守恒方程：

$$-\langle\overline{w'q'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{T}\rangle}{\partial z}-\langle\overline{w'T'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{q}\rangle}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left[Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{q'T'}\rangle}{\partial z}\right]$$

$$-\frac{2C_5}{\tau}\langle\overline{T'q'}\rangle=0 \tag{7.117}$$

(7)$\langle\overline{T'^2}\rangle$守恒方程：

$$-2\langle\overline{w'T'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{T}\rangle}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left[Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{T'^2}\rangle}{\partial z}\right]$$

$$-\frac{2C_5}{\tau}\langle\overline{T'^2}\rangle=0 \tag{7.118}$$

(8)动量守恒方程：

$$\frac{\partial\langle\overline{w'u'}\rangle}{\partial z}=-C_dA\langle\overline{u}\rangle^2 \tag{7.119}$$

(9)$\langle\overline{u'^2}\rangle$守恒方程

$$-2\langle\overline{w'u'}\rangle\frac{\partial\langle\overline{u}\rangle}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left(Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{u'^2}\rangle}{\partial z}\right)+2C_dA\langle\overline{u}\rangle^3$$

$$-\frac{Q}{3\lambda_2}\left(\langle\overline{u'^2}\rangle-\frac{Q^2}{3}\right)-\frac{2}{3}\frac{Q^3}{\Lambda_1}=0 \tag{7.120}$$

(10)$\langle\overline{v'^2}\rangle$守恒方程：

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{v'^2}\rangle}{\partial z}\right]-\frac{Q}{3\lambda_2}\left[\langle\overline{v'^2}\rangle-\frac{Q^2}{3}\right]-\frac{2}{3}\frac{Q^3}{\Lambda_1}=0 \tag{7.121}$$

(11)$\langle\overline{w'^2}\rangle$守恒方程：

$$3\frac{\partial}{\partial z}\left[Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{w'^2}\rangle}{\partial z}\right]-\frac{Q}{3\lambda_2}\left[\langle\overline{w'^2}\rangle-\frac{Q^2}{3}\right]$$

$$-\frac{2}{3}\frac{Q^3}{\Lambda_1}+2\beta\tilde{g}\langle\overline{w'T'}\rangle=0 \tag{7.122}$$

(12)$\langle\overline{w'u'}\rangle$守恒方程

$$-\left(\langle\overline{w'^2}\rangle-CQ^2\right)\frac{\partial\langle\bar{u}\rangle}{\partial z}+2\frac{\partial}{\partial z}\left(Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{w'u'}\rangle}{\partial z}\right)$$

$$-\frac{Q}{3\Lambda_2}\langle\overline{w'u'}\rangle+\beta g\langle\overline{u'T'}\rangle=0 \qquad (7.123)$$

上面的二阶闭合模式(7.112)～(7.123)式可用差分方法求数值解。在求解之前需给出上下边界条件。上下边界条件的一种取法如下：

在上边界 $z/H=2$ 处(H 是冠层高度)，

$$\begin{aligned}
&\langle\overline{u'^2}\rangle=3.5u_*^2\\
&\langle\overline{v'^2}\rangle=1.5u_*^2\\
&\langle\overline{w'^2}\rangle=1.5u_*^2\\
&\langle\overline{w'u'}\rangle=-u_*^2\\
&\langle\overline{T'^2}\rangle=4\langle\overline{w'T'}\rangle^2/u_*^2\\
&\langle\overline{T'q'}\rangle=4\langle w'T'\rangle\langle\overline{w'q'}\rangle/u_*^2\\
&\langle\overline{u'T'}\rangle=-3\langle\overline{w'T'}\rangle
\end{aligned} \qquad (7.124)$$

在下边界 $z=Z_{s0}$ 处(Z_{sc}为土壤表面粗糙度)，

$$\begin{aligned}
&\langle\overline{w'u'}\rangle=-ku(2)/[\ln(z(2)/Z_{s0})]^2\\
&\langle\overline{u'^2}\rangle=-3.5\langle\overline{w'u'}\rangle\\
&\langle\overline{v'^2}\rangle=-1.5\langle\overline{w'u'}\rangle\\
&\langle\overline{w'^2}\rangle=-1.5\langle\overline{w'u'}\rangle\\
&\langle\bar{u}\rangle=0\\
&\langle\overline{u'T'}\rangle=-3\langle\overline{w'T'}\rangle
\end{aligned} \qquad (7.125)$$

在土壤表面，可用能量平衡方程求土表温度 T_g：

$$R_n-G=\rho C_p h_c[T_g-T(2)]+\rho L_v h_c[q_g-q(2)] \qquad (7.126)$$

在上述式中，$z(2)$、$u(2)$、$T(2)$和 $q(2)$是土壤表面上方第一个网格

点上的高度以及相应的风速、气温和比湿；R_n-G 是作为已知数给定的；q_g 是 T_g 下的饱和比值；L_v 是蒸发潜热；h_c 是土表面与上方格点之间的传热系数，用下式计算：

$$h_c = \frac{k^2 u(2)}{[\ln(z(2)/Z_{s0})]^2} \tag{7.127}$$

由(7.126)式求出 T_g 后，即可算出土壤表面向上的湍流热通量和水汽通量。当土壤表面较干时，应考虑对水汽通量进行适当订正。

利用表 7.8 的参数值以及 Meyers 和 PawU(1987)提供的黄豆冠层内的观测资料，我们曾用上述二阶闭合模式对冠层风、温、湿度场进行过数值模拟。结果与实测值的比较绘于图 7.10 中。图中还绘出 Meyers 和 PawU(1987)设计的三阶闭合模式的模拟结果。可见，上述二阶闭合模式对冠层风、温、湿度场的模拟能力是令人满意的。

表 7.8 冠层风、温、湿二阶闭合模式中的参数值

参数	数值	参数	数值
k	0.4	d_3	10.2
C_d	0.1	a	0.5
a_f	0.06	C_{T1}	3.4
C	0.08	C_{T3}	9.9
d_1	0.22	C_5	1.5
d_2	0.58		

* 表中大部分参数取自 Wilson 和 Shaw(1977)以及 Meyers 和 PawU(1987)。

利用表 7.8 的参数值以及 Meyers 和 PawU(1987)提供的黄豆冠层内的观测资料，我们曾用上述二阶闭合模式对冠层风、温、湿度场进行过数值模拟。结果与实测值的比较绘于图 7.10 中。图

中还绘出 Meyers 和 PawU(1987)设计的三阶闭合模式的模拟结果。可见，上述二阶闭合模式对冠层风、温、湿度场的模拟能力是令人满意的。

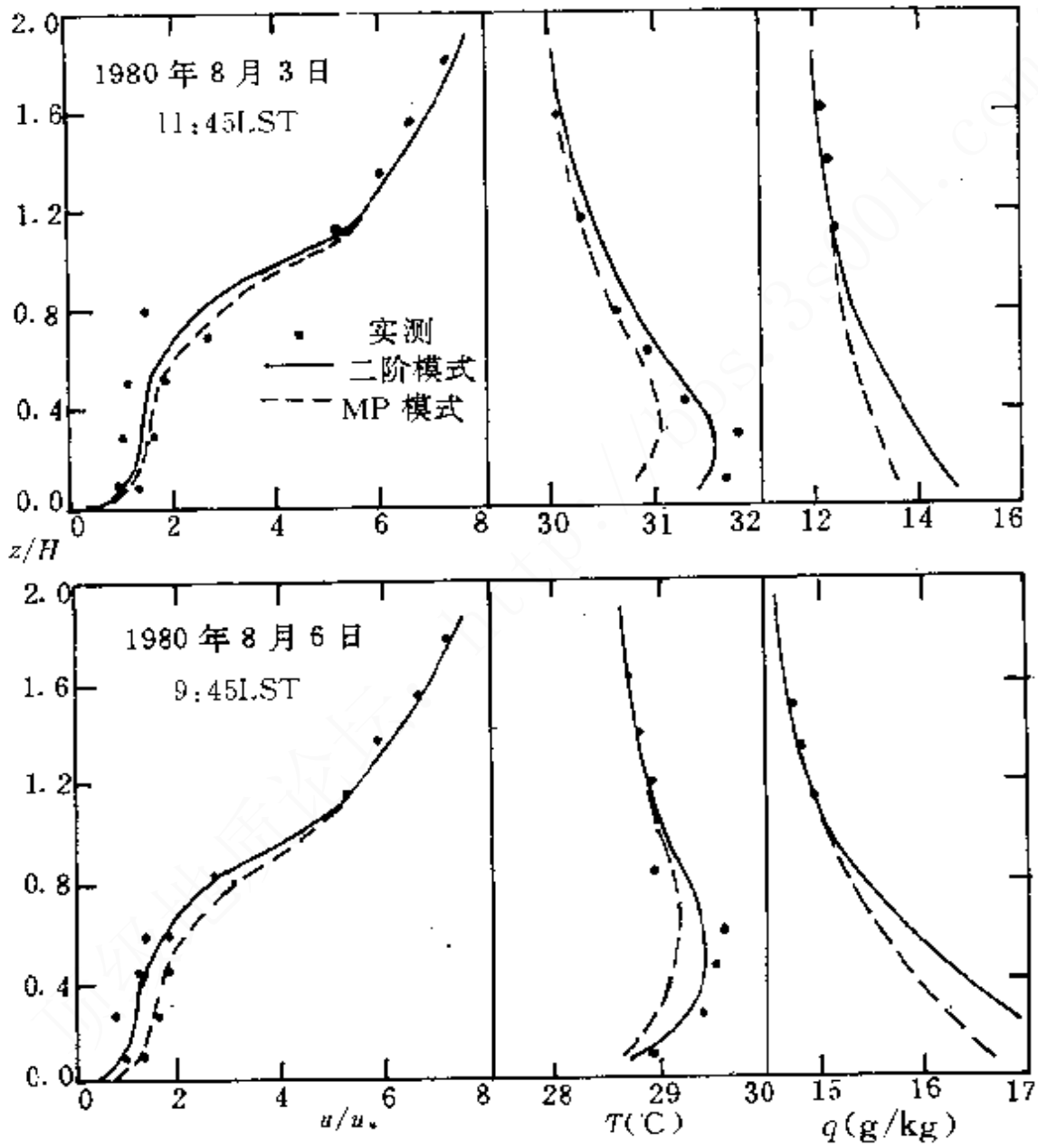


图 7.10　黄豆冠层风、温、湿场模拟值与实测值的比较

第八章　植物根部吸水及植物体内水流

蒸腾使植物叶细胞失水，造成细胞溶液浓度增高，体积缩小，细胞水的溶质势和压力势降低，形成从土壤—根—茎—叶逐渐减少的水势分布。在这一水势梯度的作用下，水分便由土壤进入植物根部，并沿根、茎木质部导管上升到叶面，源源不断地补充因蒸腾而散失的水分。

上述水流过程的时间、空间关系非常复杂。对这一过程进行完整的数学描述存在许多困难。到目前为止，还只能用类似于 Honert(1948)提出的链式模式进行概念性描述。

8.1　植物细胞水势

8.1.1　植物细胞的结构

植物体由细胞组成的。尽管植物细胞的种类很多，形状和功能各异，但其基本结构是相同的。成熟的植物细胞由细胞壁、原生质体和液泡三部分组成，如图 8.1 所示。

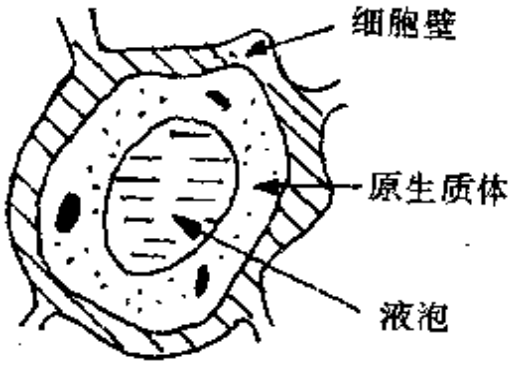


图 8.1　植物细胞结构示意图

细胞壁是植物细胞的外壳，主要组成物是纤维素和果胶质。细胞壁的纤维间有无数小孔，水分子和溶质分子均能通过，故细胞壁是一种完全可透性膜。

原生质体位于细胞壁和液泡之间，是细胞内富有生命的部分。它和细胞壁相接的膜，称为质膜；与液泡相接的膜称为液泡膜。在质膜和液泡膜之间充满细胞质（一种无色、透明、稍粘滞而带有弹性和半流动的胶体），其中还分布有各种特定功能的细胞器，如细胞核、线粒体和质体等。与细胞壁不一样，质膜和液泡膜均为选择性半透膜，水分子可以透过，分散在水中的胶体微粒（有机物质）却不能透过，溶解于水中的无机盐类的分子和离子虽也可以透过，但不同分子或离子透过时有难易快慢之别。

液泡位于细胞的中心，被原生质体包围。液泡内的液是原生质体生命活动过程中各种产物混合液。其成分比较复杂，主要物质是糖类、单宁、有机酸、盐类等。成熟的植物细胞中，液泡可占细胞总体积的90%。

8.1.2 植物细胞水势

植物细胞水势由溶质势 Φ_s、基质势 Φ_m、压力势 Φ_p 和重力势 Φ_g 四个分量组成，即：

$$\Phi = \Phi_s + \Phi_m + \Phi_p + \Phi_g \tag{8.1}$$

1. 溶质势 Φ_s

植物细胞中的水分因溶质的存在而使其势能下降的数值，称为溶质势，恒为负值，可由范霍夫公式（(5.11)式）近似计算。据测定，大多数温带作物，叶细胞的溶质势在－10～－20bar之间，某些旱生植物，溶质势甚至可降低至－100bar。

2. 基质势 Φ_m

基质势是细胞壁及原生质体等细胞基质对水分子的吸附力造成的。细胞基质吸附的水分子数目越多，基质势绝对值越大。干燥种子以及因与干空气接触而失水的植物体中，基质势很低，可达－10～－100MPa。正常生长植物的成熟细胞中，细胞壁和原生质体几乎为水所饱和，Φ_m 则很高，约为－0.01MPa，这时 Φ_m 对总水势

的影响可以忽略不计。

3. 压力势 Φ_p

植物细胞具有坚韧的细胞壁，细胞吸水膨胀到一定程度时将受到细胞壁的限制。此时，液泡及原生质体向外对细胞壁产生一定压力，称为膨压；相应地细胞壁也对内产生压力，称为壁压。膨压和壁压大小相等方向相反。细胞中的水分受壁压而引起的水势，称为压力势，通常为正值。特殊情况下，例如细胞失水过多引起原生质体与细胞壁分离时，Φ_p 才等于零。

4. 重力势 Φ_g

Φ_g 只在高大的树木中有意义。一年生植物的重力势只有几千帕，与水势的其它组分相比，可忽略不计。

总之对于正常生长的植物体，细胞水势主要有溶质势和压力势两个分量，而基质势和重力势一般可以忽略，因而(8.1)式可简化为：

$$\Phi = \Phi_s + \Phi_p \tag{8.2}$$

8.2 根的吸水区

根是维管植物的地下部分，主要起固着和吸收作用。

虽然植物可以通过几乎任何表面去吸收水，但对于陆生植物来说，通过根部以外的其它器官吸收的水份数量很小。天然生境中的植物，主要是由根系从土壤中吸收水分和矿物质盐类。

8.2.1 根的外部形态

一般双子叶植物种子萌发时，胚根最先突破种皮，向下生长形成主根。主根的各级分支叫做侧根。侧根常呈放射状绕主根而分布。除主根、侧根以外，有些植物还可以从茎叶以及老根上生出根

来，这些根因产生的位置不固定而称为不定根。

表 8.1　不同植物种类的根长指数和密度

种类	植物年龄	土深(cm)	根长密度(cm/cm^3)	根长指数(cm/cm^2)
草		0～15	55	840
玉米	37 天	0～15	1.0	30
		15～30	0.8	
		30～45	0.1	
	79 天	0～15	4.0	145
		15～30	2.1	
		30～45	1.4	
		40-60	1.2	
		60～75	1.0	
	100 天	0～15	7.7	170
		15～30	2.7	
		30～60	0.6	
		60～90	0.1	
大麦	近成熟	0～5	4.2	96
		5～10	1.6	
		10～20	1.1	
		20～60	0.7	
		60～140	0.3	
春小麦	38 天	0～15	0.74	11.8
		15～30	0.04	
		30～60	0.0	
	94 天	0～15	3.3	
		15～30	1.1	
		30～60	1.1	
		60～100	0.3	
辐射松		0～8	2.0	80
		25～45	0.8	
		91～106	0.4	
高粱	近成熟	0～20	0.95	
		20～40	0.55	
		40～60	0.37	
		60～80	0.30	
		80～100	0.30	
		100～120	0.37	

一株植物根的总体叫做根系。按其形态，根系可分为两类：主根粗长发达，向下生长，其旁分生侧根的称为直根系，如蚕豆、棉花

等，另一类植物主根不发达；自茎基部节上发生许多长短粗细相似的不定根，这种根系称为须根系，如小麦、水稻等的根。

植物根系是一个极其复杂的系统。它在土壤中伸展的范围及根量的多少，与植物种类和外界环境，如土壤的结构、通气程度以及水分状况等有关。从根的吸水角度来说，根长是描述根系的重要指标。因为不仅根尖区而且老根区都能有效地吸收水分，而吸水的有效程度，通常是与根的表面积，从而与根长成正比的。

单位地表面下根的总长度 L_r，亦称根指数，是描述根系数量的重要参数。已经对不同植物的 L_r 作过大量的测量，表 8.1 列出不同植物的测量结果。可见，L_r 的变化幅度很大，小的仅 10cm/cm^2，大的达 1000cm/cm^2。通常树木的 L_r 值较小，而草本植物的 L_A 值较大。

单位体积土壤中的根长 L_v，亦称根密度，是描述根长随土壤剖面深度分布的常用指标。某些植物的 L_v 值已列于表 8.1 中。根密度随深度一般是减少的，但其分布方式变化很大。通常用下式表达根密度与深度 z 的关系：

$$P(z) = 100(1 - e^{-\alpha z}) \qquad (8.3)$$

式中 $P(z)$为 $z=0$ 至任何深度 z 之间根长占总根长的百分数，a 是一经验系数。

8.2.2 根的内部结构

根的初生结构：从根的顶端到生着根毛的部位，叫做根尖区。通过根毛区作一横截面，可以看到根的初生构造由表皮、皮层、维管柱三部分组成，如图 8.2。

表皮和根毛：表皮是根的最外一层细胞。在幼根中，表皮由一层排列紧密的薄壁组织细胞所组成，外壁常覆盖有薄的角质层。表皮上的根毛，是表皮细胞壁向外突起所形成的，一般长 0.05～10 毫米。表皮细胞中的原生质体与根毛相通。随着根的不断伸长，老

的根毛逐渐丧失功能萎缩。根毛寿命通常只有15～20天。根毛具有增加根部吸收表面积的作用，但目前仍然未有足够的了解。

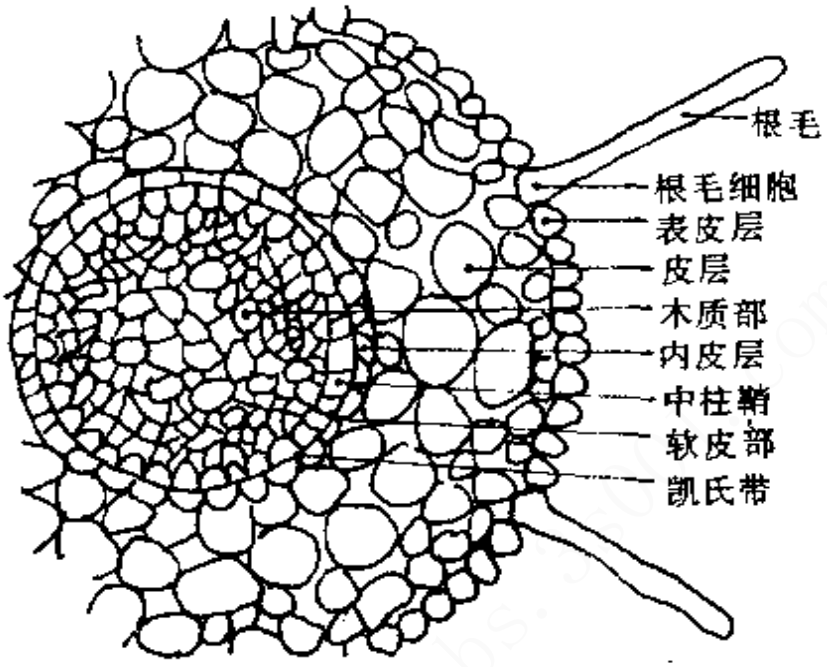


图 8.2　根的初生构造示意图

皮层：表皮以内，中柱鞘以外的区域为皮层。它是由薄壁组织细胞组成的。皮层内细胞的排列疏松，有细胞间隙。皮层的最外一层或几层细胞，排列整齐，无细胞间隙，细胞壁栓质化或硬化，称为外皮层．外皮层常见于许多单子叶植物，主要起保护作用。皮层的最内一层细胞为内皮层，其内侧紧贴维管柱。该层细胞排列紧密，无细胞间隙，其径向壁与横向壁上有栓质的带状加厚，而不同于其它细胞，称为凯氏带。

维管柱：维管柱位于内皮层以内，为根的中央部分，包括中柱鞘、木质部和韧皮部。

维管柱最外边的紧贴内皮层的一层或两层薄壁组织细胞叫做中柱鞘。中柱鞘保留有分生能力，是侧根、维管形成层及木栓形成层的发源地。

中柱鞘以内为木质部和韧皮部。木质部由导管、管胞等组成，主要起输导水分和无机盐类的作用。韧皮部是中柱内输送养分的组织，与木质部共同组成维管组织。韧皮部由筛分子、厚壁组织细

胞和薄壁组织细胞组成，其功能是将叶片中形成的光合产物运输到植物体的各个部分。

根的次生结构：裸子植物和多数双子叶植物在初生结构形成后，由于中柱鞘内形成层的细胞分裂活动，向内形成次生木质部，向外形成次生韧皮部，使根不断加粗，最终形成根的次生结构（图8.3）。

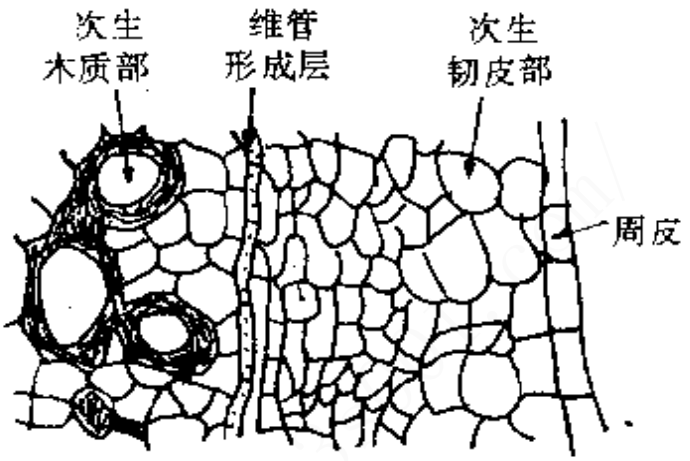


图 8.3　根的次生结构示意图

当根次生结构形成后，根从外至内由周皮（木栓层，由中柱鞘细胞转化而形成）和次生维管组织组成，而其初生结构一般都被挤毁。

8.2.3　根的吸水区

了解有多少根表面能吸水是重要的。根的解剖资料表明，水和矿物质的吸收主要发生在根尖后面几厘米范围内，大致是存在根毛的区段。但至少对一些植物，根的其它部位也能观测到可观的吸水率。

通常认为由于根毛增加了根与土壤接触的表面积，从而增加了对水的吸收，特别是在土壤变干时特别有用。但 Newman（1974）认为通过根毛纵向运动的阻力比通过土壤的阻力更大；Russell(1977)也指出没有足够的证据表明根毛有重要的吸水作用。

内皮层未角质化的根虽然能有效地使水通过，但其与土壤的

接触表面与植物相对大的需水量相比是小的。

曾作过试验表明，去掉根的未角质化部分时并不显著影响水的吸收，老根在吸水中也具有重要作用(见表 8.2)。

表 8.2　根的不同部位对吸水的影响

	总表面积(cm^2)	水的吸收率($cm^3/cm^2 \cdot s$)
未修剪的根系统	147.3	4.69
剪去部分未角质化的根	11.20(24%)	4.28(9%)
剪去全部未角质化的根	86.0(42%)	3.61(23%)

8.2.4　水在根内的流动路径

水份透过表皮细胞后，在皮层内主要是通过细胞间隙达到内皮层。但内皮层的细胞排列紧密，而细胞壁上有不透水的凯氏带，水分不能通过。这时水分只能通过质膜进入内皮层细胞，再从细胞进入中柱。在中柱内又经过细胞壁或细胞间隙等质外体途经直至木质部的导管。因此，一小段根的径向导水性主要决定于内皮层，并且可以想到，它随着内皮层年龄的增长和栓化作用而降低。

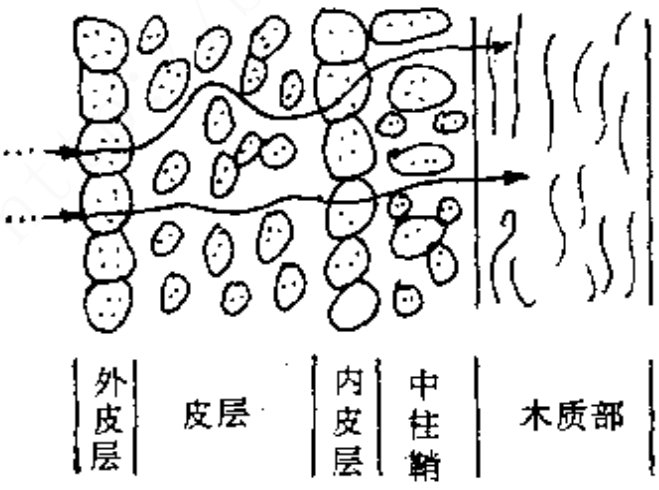


图 8.4　根的水份径向流动示意图

到达木质部的水分，在水势梯度的作用下，自根部流向基部，再进入茎部和叶肉细胞内。

8.3 根围水运动模型

根周围土壤水状况，对根的吸水速率，从而对植物蒸腾具有重要影响。Gardner(1960)最先讨论了根围水分运动问题。尔后，Cowan(1965)以及 Passioura 和 Cowan(1968)又相继发展了进一步的论证。

Gardner(1960)将根视为一个半径为 r_a 的无限长园柱体，假定根的直径、根的吸水特性及土壤的初始条件和导水性能等沿根长不变，则根周围土壤水运动近似为径向的平面流动，其定解条件为：

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[rD(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial r}\right]$$

$$\theta=\theta_0;t=0,r\geqslant 0$$

$$Q=2\pi r_a D(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial r};r=r_a,t>0$$

$$\theta=\theta_0;r=\infty,t>0 \tag{8.4}$$

式中，θ 为土壤含水率；θ_0 为 θ 的初值；r 是以根为中心的园柱体的半径；$K(\theta)$、$D(\theta)$ 为土壤导水率和扩散率；Q 为根的吸水率，即单位时间内每单位根长的吸水量。

假定 K、D 为常数，则通过 Boltzman 变换可求得上述问题的解为

$$\theta-\theta_0=\frac{Q}{4\pi D}\cdot\exp\left(\frac{r_a^2}{4Dt}\right)\cdot\left[r+\ln u+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n u^n}{nn!}\right] \tag{8.5}$$

式中 $u=r^2/4Dt$；$r=0.5772\cdots$ 为欧拉常数。

当 t 足够大时，$\exp(r_a^2/4Dt)\approx 1$，$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n u^n}{n\cdot n!}\approx 0$。于是单根吸水时土壤水分分布可近似表示为：

$$\theta - \theta_0 = \frac{Q}{4\pi D}\left(r + \ln\frac{r^2}{4Dt}\right) \tag{8.6}$$

用土壤水势表示时，上式写为：

$$\Phi - \Phi_0 = \frac{Q}{4\pi K}\left(\ln\frac{4Dt}{r^2} - t\right) \tag{8.7}$$

已知土壤水分运动参数 D、K 值以及初始含水率 θ_0 或 Φ_0，则由式(8.5)或(8.6)、(8.7)可计算出吸水率为 Q 时根周围土壤水分分布。

Cowan(1965)认为在 $r_a \leqslant r \leqslant r_2$ 内($r_2 << (2Dt)^{1/2}$)，水流近似为稳态。他导出稳态条件下 $r_a \leqslant r \leqslant r_2$ 内土壤水势分布为：

$$\Phi_r = \Phi_s - \frac{Q\alpha}{K} \tag{8.8}$$

式中 Φ_r 是根表面($r=r_a$)的水势；Φ_s 是土壤水势；K 是几何平均水势$(\Phi_s\Phi_r)^{1/2}$处的土壤水传导率；α 是根半径和根分布密度的函数，由下式确定：

$$\alpha = \frac{1}{8\pi L_v}\left[\delta - 3 - \frac{2\ln\delta}{1-\delta}\right] \tag{8.9}$$

式中 δ 是单位体积土壤中根的总体积，即：

$$\delta = \pi r_a^2 L_v \tag{8.10}$$

式中 L_v 是根长密度。

式(8.8)可改写为：

$$Q = \frac{\Phi_s - \Phi_r}{R_s} \tag{8.11}$$

式中 $R_s = \frac{K}{\alpha}$，称为根周围土壤中水的输送阻力。因而知道 Φ_s、Φ_r 和 R_s 即可算出吸水速率 Q。

过去，直接测量根围土壤含水量和水势等参数十分困难，甚至不可能。因而，只能通过累计效应或宏观推论来检验上述理论模型。已有的一些观测资料证明，上述根围水运动模型尽管对实际问题作了很大的简化，但如果已知水的吸收速率 Q，则将理论的预示

看作大致正确似乎是合理的。

最近，Hainswarth 和 Aylmore(1986,1988)把 CAT (Computer Assisted Tomography)扫描技术应用于测量根围含水量。图 8.5 是他们测得的蒸腾条件下，单根周围土壤含水量的变化情况。该图表明，上述关于根的各部位均匀吸收水份的假设是不适当的。实际情况是，靠近基部的根先吸收水分，随时间推移，下部根才逐渐吸水。

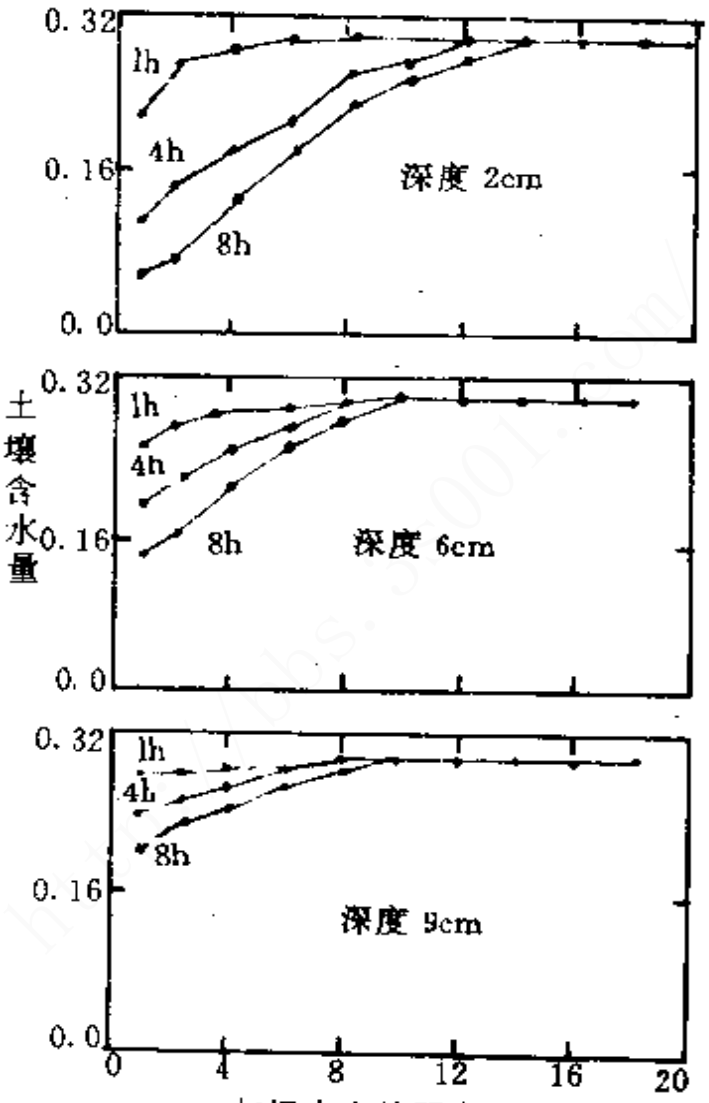


图 8.5 蒸腾 1、4、8 小时后土壤深度为 2、6、9cm 处的根围土壤含水量
(根据 Hainsworth 和 Aylmore,1989)

8.4 根内水运动模型

8.4.1 径向运动

根内水的径向运动是指水分由表皮至根的木质部的过程。假定根组织细胞膜为完全的半透膜，细胞内和细胞壁之间的

水势达到局部平衡，则柱坐标下根内水的径向运动方程为(Molz，1975)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = D\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{D}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial r} \quad , r_c < r < r_a, t > 0 \quad (8.12)$$

式中 Φ 是根组织水势，D 为根组织水分扩散系数，r 为径向距离，r_c 是内皮层半径。

Molz(1976)将方程(8.4)和(8.12)联系起来，获得单根吸水时的土壤--根水流模型。针对具体问题拟定定解条件，便可求出这一模型的解。

实际植物根系分布的错纵复杂性导致上述模型在具体应用时遇到很大困难。克服这一困难的一种近似方法是把水分运移认为是稳态流动，因而水分通量可表示为：

$$Q = \frac{\Phi_{r_0} - \Phi_{r_0}}{R_r} \quad (8.13)$$

式中，Φ_{r_0} 为根表面($r = r_a$ 处)的水势，Φ_{r_0} 为根木质部水势，R_r 为水分由根表面向根木质部运移过程所遇到的阻力，Q 表示单位根长在单位时间内的吸水速率。

R_r 主要与根的年龄及栓质化程度有关。一般而言，在未栓质化的根尖区，R_r 较小；而在栓质化的根段，R_r 较大；当形成周皮时，有一个极完整的栓质化的圆筒包围着根，所以水分吸收就只限于皮孔、伤口、裂缝等局部区域，这时 R_r 也较大。

表 8.3 列出几种植物 R_r 的测量值。可见 R_r 的变异很大，因而为了要对各种植物的 R_r 作定量表示而讨论少数现存数据时一定要十分谨慎。尽管 R_r 十分重要，但到目前为止，对这一阻力在田间情况下的性质和确切大小仍了解得不多。

8.4.2 纵向运动

根内水的纵向运动是指水透过皮层到达木质部后在水势梯度

的驱动下沿着根的木质部汇流到根与茎的交界处的过程。

表 8.3 根吸收阻力 R_r 的测定值($R_r=1/K_r$)

植物种类	K_r(cm²/d·bar)	作 者
蚕豆胚根	0.01～0.10	Brouwer (1953)
小麦幼嫩种子根	0.05	Hansen (1974)
小麦幼根基部	0.2～0.4	Cox(1966)
蚕豆	0.0013	Newman (1973)
玉米	0.0024	Newman (1973)
蕃茄	0.0043	Newman (1973)

沿根的木质部向上流动的水通量与水势梯度的关系，可由达西定律表示：

$$q_x = K_x \frac{d\Phi_x}{dx} \tag{8.14}$$

式中 q_x 为水流通量，x 为距离基部的远近，Φ_x 为木质部内的水势，K_x 为木质部的导水率。在木质部内没有半透性膜阻挡，所以渗透势不起作用，水份主要是在基质势的作用下运动。

关于 K_x，现有测量数据不多。曾经测得小麦种子根的 K_x 为 10^2～10^3cm⁴/d·bar。

8.4.3 水分在根内运动的总阻力

根内水运动的全部阻力，一部分决定于水分横穿根时的吸收阻力 R_r，另一部分决定于水分沿木质部流动时的阻力 R_x。

考虑单根情况，如图 8.6 所示，假定木质部导水率 K_x 为常数，由水量守恒方程以

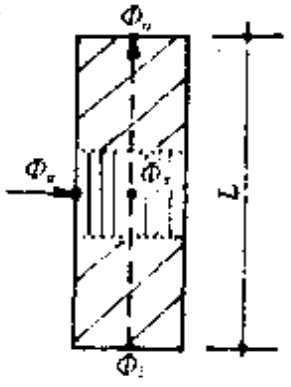


图 8.6 单根水流计算示意图

及(8.14)式和(8.13)式得：

$$K_x \frac{d^2\Phi_x}{dx^2} = K_r(\Phi_a - \Phi_x) \tag{8.15}$$

式中，Φ_a、Φ_x 分别为根表面和根木质部的水势，K_r、K_x 分别为根皮层和根木质部的导水率。假定 Φ_a 沿根长不变，利用下列边界条件：

$$x = 0, \quad \Phi_x = \Phi_0 \tag{8.16}$$

$$x = L, \frac{d\Phi_x}{dx} = 0 \tag{8.17}$$

可求得方程(8.15)的解为：

$$q\big|_{x=0} = K_{rx}(\Phi_0 - \Phi_a) \tag{8.18}$$

式中 $q\big|_{x=0}$ 是 $x=0$ 处即茎基部的水流通量，K_{rx} 是水分在根内径向和纵向运动时的总阻力，由下式计算：

$$K_{rx} = (K_r \cdot K_x)^{1/2}\tanh\left[(K_r/K_x)^{1/2} \cdot L\right] \tag{8.19}$$

上式表明，如果 $K_rL^2/K_x << 1$，则 $K_{rx} = L \cdot K_r$。这表明，此情况下的木质部阻力的影响可以忽略。一般 K_r 的常见值为 $0.4 \sim 2 \times 10^{-6}\text{cm}^2/(\text{s} \cdot 1000\text{hPa})$，$K_x$ 为 $2 \sim 12 \times 10^{-4}\text{cm}^4/(\text{s} \cdot 1000\text{hPa})$。所以，如果 $L > 10\text{cm}$，则木质部阻力便不能忽略(Cowan 和 Milthorpe，1968)。这种效应使最接近茎部的根更易吸收水份(见图 8.5)，简而言之，根的最幼嫩部分只要其离茎的基部不太远，则吸水最快，但这不能假设在任何情况下都是如此。当一个根系包含有一大部分木栓化的根时，后者事实上能吸收植物所需的大部分水分(Karmer 和 Bullock，1966)。

8.5 土壤—植物系统水流阻力

土壤—植物—大气系统中的水分流动是植物蒸腾使叶子水势降低并依次建立起叶、茎、根及根围土壤之间的水势梯度所驱动

的。在这一过程中，水流必须不断消耗其能量以克服系统各部分对水流的阻力。此过程类似于线路内的电流，Cowan(1965)因此用电路图方法对之进行定性描述（见图8.7）。

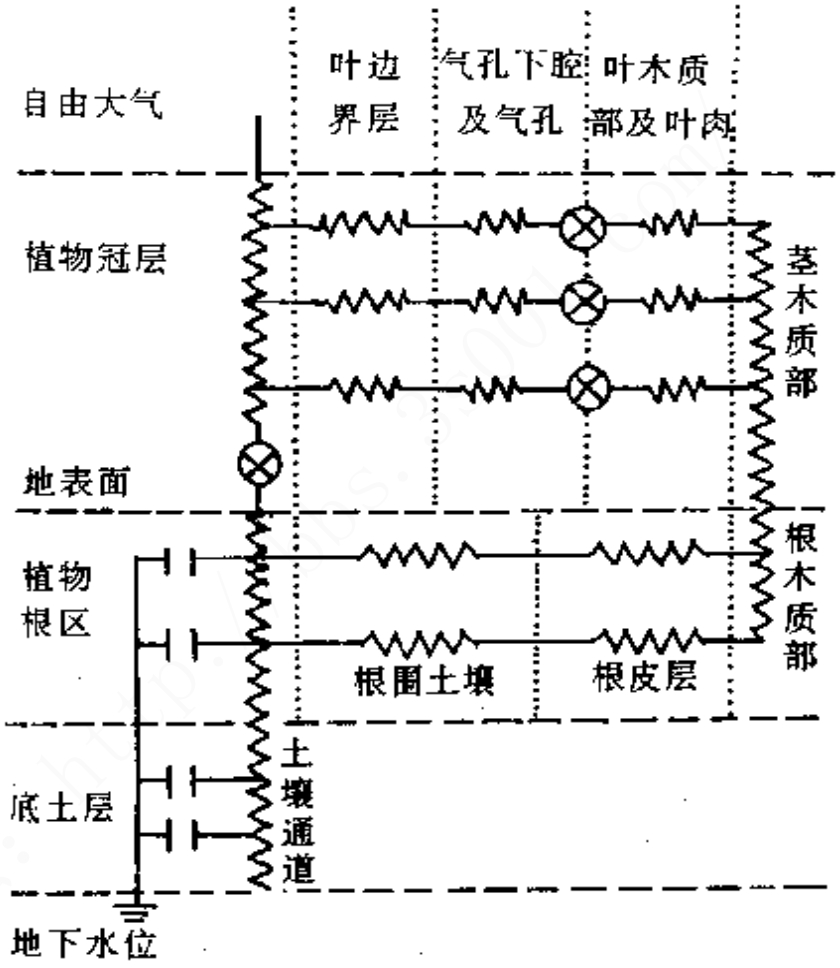


图 8.7　土壤—植物—大气系统中的水份通道

目前尚不可能对图8.7中的水分运移过程进行详细的数学描述。这是因为：在宏观方面，植物的地上部分和地下部分沿着各种不同方向生长，而且隔着各种间距；在微观方面，植物组织的构造相当复杂，其中水分运移的机理尚有许多不清楚的方面；在实验和测量技术方面也存在许多难以克服的困难，例如，目前广泛使用的测定土壤含水量和土壤水势的方法是以体积相当大的土壤单元为对象进行取样监测的，这种方法对于朝向根部的极微梯度是测不出来的。

Honert(1948)曾提出过一种链式模式，为概念性描述土壤—植物系统水分运移提供了一种粗略的方法。他把土壤—植物—大气系统分成大气、叶部、茎部、根部和土壤五个部分，如图8.8所示。由水量守恒原理，可写出叶部、茎部、根部以及土壤层水量变化

方程如下：

$$\frac{dw_l}{dt}=q_{lx}-E \tag{8.20}$$

$$\frac{dw_x}{dt}=q_{xr}-q_{lx} \tag{8.21}$$

$$\frac{dw_r}{dt}=q_{xr}-q_{rs} \tag{8.22}$$

$$\frac{dw_s}{dt}=P-q_{rs}-E_s \tag{8.23}$$

式中，w_l、w_x、w_r 和 w_s 分别为叶部、茎部、根部和根围土壤层的贮水量，E 是蒸腾强度，P 是土壤层水的补给量，E_s 是土壤表面的蒸发量，q_{lx}、q_{xr}和 q_{rs}分别为单位时间内从茎部到叶部、从根部到茎部及从土壤到根部的水流通量。



图 8.8 简化的土壤—植物—大气水流示意图

植物生长是缓慢的，一定时段内植物体内的含水量可近似认为是不变的。因而，如果大气蒸发条件随时间变化不大，则植物体内的水流可假定是稳态水流，从(8.20)～(8.23)式以及电路原理可得：

$$E=\frac{\Phi_l-\Phi_a}{R_l+R_a}=\frac{\Phi_x-\Phi_l}{R_x}$$

$$=\frac{\Phi_s-\Phi_x}{R_r+R_s}=\frac{\Phi_s-\Phi_l}{R_a+R_l+R_x+R_r+R_s} \tag{8.24}$$

式中 E 为植物体内的水流通量(亦即蒸腾量)，Φ_a、Φ_l、Φ_x、Φ_s 分别为大气、叶部、茎基部及土壤层的水势。R_a 为叶片边界层阻力，R_l 为叶子阻力(含气孔阻力和角质层阻力)，R_x 为茎木质部阻力，R_r 为根系阻力(含径向和纵向阻力)，R_s 为土壤阻力。

因为 E 通常表达为单位时间内单位面积上的水流量($m^3/m^2 \cdot s$)，水势 Φ 通常表示为水头(m)，所以阻力项 R 通常以秒(s)为

单位。单位面积一般指单位叶面积或单位地表面等。如果 E 表达为单个植株的通量(m^3/s),Φ 仍用水头(m),则 R 的单位为 s/m^2。

式(8.24)表明,稳定水流情况下,阻抗愈大则水势差愈大。从土壤到大气,总水势差达数百bar,在干燥条件下,甚至达1000bar左右。在SPAC的各部分中,从叶部到大气的水势差最大,相应的阻力也最大;次之为从土壤至根内的势差。图8.9是Hillel(1980)绘制的SPAC系统中的水势分布。其中,a代表土壤较湿但蒸发强度中等的情况;b代表土壤较湿但蒸发强度较大的情况;c代表土壤较干蒸发强度中等的情况;d表示土壤较干蒸发强度较大的情况。

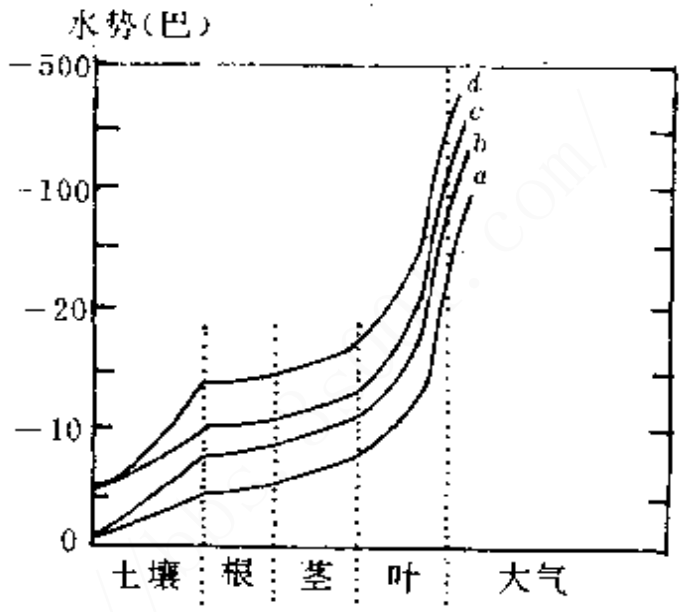


图8.9 土壤—植物—大气系统中的水势水布(根据 *Hillel*,1980)

已有许多作者对(8.24)式中的阻力项的量级进行过估算(Lawlor,1972;邵明安等,1986),主要结论如下:

土壤阻力 R_s:包括水在土壤中运动时所受阻力以及土根接触阻力两部分。在土壤潮湿情况下,R_s 的量级为 $10^5\sim10^7$s;在干燥条件下,R_s 的量级为 $10^8\sim10^9$s。

根系阻力 R_r:含根系吸收阻力和根内木质部传导阻力。R_r 随植物种类而异,邵明安等(1986)指出小麦根系的 R_r 约为 3.35×10^9s。

茎部阻力 R_x:随植物种类而异,小麦的 R_x 约为 9×10^8s(邵明安等,1986)。

叶子阻力 R_l:R_l 随土壤水分而变化，也随气象因素而变化，已在第七章中讨论过。小麦的 R_l 约为 2.4×10^{11}s(邵明安等，1986)。

叶片边界层阻力 R_a:R_a 通常比 R_l 低一个数量级，例如邵明安等获得的小麦叶片的 R_a 为 6.0×10^{10}s。

表 8.4 列出植物根部与茎部对水流阻力 R_p($=R_r+R_s$)的数量级。表中的阻力值是以叶面积为基础计算的。如果要以单位地表面为基础计算，则需乘以叶面积指数。

表 8.4 不同植物 R_p 的估计值(以单位叶面积为基础)

植物	R_p($\times10^9$s)	作者
草本植物		
烟草	3.3	Begg 和 Turner (1970)
向日葵	0.8 1.2 3.6 0.6	Hellkvist 等(1974) Boyer(1971)
胡椒	1.4	Janes(1970)
甜菜	1.7	Hansen(1971)
棉花	1.3	
黑麦草	5.0	Hellkvist 等(1974)
小麦	4.15	邵明安等(1986)
木本植物		
Pinus resinosa	6.0	waggoner 和 Turner (1971)
欧洲赤松	6.6	Hellkvist 等(1974)
Picea Sitchensis	21.0	Hellkvist 等(1974)

8.6 植物根系吸收土壤水分的数学模型

土壤水运动方程(5.24)加上植物根系吸水项，即得到含根系吸水的土壤水运动方程为(Molz 和 Remson，1970)：

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot (K \nabla \Phi) - S \tag{8.25}$$

式中 S 为植物根系吸水速率，表示单位时间内根系从单位体积土壤中吸收的水量($m^3/m^3 \cdot s$)。

影响 S 的因子很多，有土壤方面的因素，也有植物方面的因素。Molz 和 Remson(1971)指出单位体积土壤的根长是根系吸水特性的一个主要因子。此外，大气条件决定了植物吸水速率的最大值。由于土壤、植物和大气因素之间处于一个动态的、相互联系的过程之中。在土壤水分没有成为限制因素时，根系吸水速率的大小由大气条件决定；植物因素主要决定植物持续吸水的时间和控制吸水速率在土壤剖面上的相对强度。

已经提出过许多关于 S 的计算模型，Molz(1981)对此作过评述。主要的几个代表性模型列出如下：

Hillel 等(1976)模型

$$S = \frac{\Phi_s - \Phi_p}{R_s + R_r} \tag{8.26}$$

式中 Φ_s 是土壤水势，Φ_p 是根—茎交界处的植物水势，R_s 是土壤水流阻力，R_r 是根系对水流的总阻力。根据 Gardner(1964)对单根稳态流的研究，R_s 可由下式近似计算：

$$R_s = \frac{\beta}{K_s \cdot L_r} \tag{8.27}$$

式中 β 是常数，K_s 是土壤导水率，L_r 是根指数。

Herkelrath 等(1977)模型：

$$S = \frac{\theta}{\theta_s} K_p L_r (\Phi_s - \Phi_r) \tag{8.28}$$

式中 θ 是土壤容积含水量，θ_s 是 θ 的饱和值，K_p 是单位长度的根的透水率，Φ_s 是土壤水势，Φ_r 是根内水势。

Molz(1981)模型

$$S = \frac{E \cdot \theta \cdot L_r (\Phi_s - \Phi_x)}{\int_0^{hr} \theta \cdot L_v \cdot (\Phi_s - \Phi_x) dz} \tag{8.29}$$

式中 E 是单位土壤面积上的植物蒸腾强度，z 为土表下的深度，h_r 是根区深度，Φ_x 为根木质部水势，L_v 是 0～h_r 内根长密度函数。

上述方程中，Herkelrath 方程是半经验性的，它考虑了吸水过程中土--根交界面的接触作用，并以饱和度 $\frac{\theta}{\theta_s}$ 作为一级校正；Hillel 方程以水流的电模拟理论为基础描述根系吸收水分的过程，属于机理性的；Molz 方程则吸收了 Hillel 方程和 Herkelrath 方程中的长处，并把根系吸水和植物蒸腾有机地联系起来。

还有很多其他的模型，如 Gardner(1964)，Molz 和 Remson(1970)，Feddes 等(1978)，Nimah 和 Hanks(1972)，Rowse 等(1978)，邵明安(1985)，提出的模型在此不一一列出。

第九章　冠层截留水分

植被可以截留以雪、雨或喷灌形式降落的水分，以及不能降落的低云、露和雾中的水滴。到达植被上方的降水(P)，一部分穿过冠层的间隙，直接落到植被下的土壤表面，称为直接降水量(P_d)；另一部分附着在冠层上，被一时保留，称为冠层截留降水量(P_i)。冠层截留降水量的一部分，再成为水滴或雪块滴下或落下，称为滴下降水量(P_t)。有时把直接降水量和滴下降水量之和称为穿透降水量(P_T)。P_t 中的一部分顺着枝的树干流到地表，叫做树干流下降水量(P_s)。直接降水量、滴下降水量与树干流下降水量之和，是到达土壤表面的降水量称为净降水量(P_n)，即

$$P_n = P_d + P_t + P_s = P_T + P_s \tag{9.1}$$

总降水量与净降水量之差称为植物冠层的截留损失(I)，即

$$I = P - P_n \tag{9.2}$$

冠层截留损失 I 或者是植株吸收的水分，或者是从植株表面蒸发的水分。通常假定吸收的水分远小于蒸发的水分。在森林流域，冠层截留造成的降水损失量，是地表面水份平衡的一个重要分量。

9.1　观测事实

9.1.1　冠层截留损失量

已经在世界各地进行了广泛的冠层截留损失量、穿透降水量和树干流下降水量的观测。表 9.1 是不同地区、不同植被类型的观测结果。针叶林的截留损失量通常为年降水量的 15%～40%，落叶林为 10%～25%。

一些研究者还统计了截留损失量与总降水量之间的回归方程，结果列于表 9.2 中。

表 9.1 各类植被冠层的截留损失量、穿透降水量和树干流下降水量占总降水量的比例

植被类型	地点	年降水量 (mm)	截留损失 (%)	穿透量 (%)	树干流下量(%)
付赤道森林	Yapo	1950.0	22.0	—	78.0
付赤道森林	Banco	1800.0	10～12	—	88～90
付赤道森林	Talweg	1800.0	10～12	—	88～90
热带雨林	波多黎各	3759	26.4	55.6	18.0
Alstonia Scholaris	孟加拉	1622.8	21.3	—	—
Alstonia Scholaris 种植园	孟加拉	—	21.6～16.3	48.7～59.1	13.4～22.9
Shoren Curtlsii 森林	马来西亚	—	36.0	—	—
热带雨林	巴拿马	—	17.0	—	—
热带雨林	哥斯达黎加	—	—	94.5	—
松林	奥大利亚	861.6	18.7	78.3	<3
桉树林	奥大利亚	861.6	10.6	86.4	<3
桉树林	印度	—	22.1	74.3	3.6
桉树林	印度	—	27.0	69.7	3.3
桉树林	印度	2159	38.2	54.6	7.2
热带森林	乌干达	1130	33.6	66.4	—
热带森林	法国	987.7	30.7	65.1	4.2
热带森林	法国	636.6	33.7	61.2	5.0
热带森林	加利福尼亚	1149.6	5.0	80.0	15.0
热带森林	加利福尼亚	528.6	11.1	80.5	8.4

续表 9.1

植被类型	地点	年降水量（mm）	截留损失（%）	穿透量（%）	树干下流量（%）
混合栎树林	比利时	965.9	17.0	76.8	6.7
栎树-鹅耳枥林地	比利时	898.0	30.7	65.6	3.7
栎树-鹅耳枥林地	比利时	994.0	16.6	80.3	3.1
栎树-榛树林	比利时	898.0	28.3	68.5	3.2
栎树-鹅耳枥林地	捷克	771.9	17.8	78.6	3.6
栎树-鹅耳枥林地	捷克	38.5[a]	24.5	75.5	—
混交落叶林	英国	1554.4	14.2	77.3	8.5
混交落叶林	苏联	513.0	14.4	—	—
栎树林	土耳其	1032.7	20.0	69.1	10.9
栎树松树林地	比利时	849.6	26.8	65.5	7.7
山毛榉灌木林	比利时	876.9	29.8	63.9	6.3
山毛榉林地	德国	896.3	11.8	88.2	—
山毛榉—鹅耳枥林地	法国	724.2	17.0	76.0	7.0
山毛榉林地	德国	1216.0	7.6	75.9	16.5
山毛榉林地	土耳其	1032.7	17.4	67.1	15.5
山毛榉林地	土耳其	1150.0	7.6	75.8	16.6
云杉林	法国	750.5	34.4	63.8	1.8
云杉林	德国	1216.0	25.9	73.3	0.7
云杉林	德国	1150.0	25.9	73.4	0.7
成熟的云杉林	德国	1356.0	36.0	63.2	0.8
松林	法国	750.5	30.9	65.7	1.6
松林	英格兰	710.0	33.8	52.1	14.1
松林	德国	626.2	33.1	64.2	2.7
松林	德国	627.0	28.5	71.0	0.5
松林	法国	750.5	42.3	56.7	1.0

续表 9.1

植被类型	地点	年降水量 (mm)	截留损失 (%)	穿透量 (%)	树干下流量(%)
油松	中国	322[a]	26.7	—	—
油松	中国	381.5[a]	19.4		
山杨	中国	374.1[a]	12.5		
胡枝子灌木林	中国	384.5[a]	14.8		
马氏忍冬灌木林	中国	390.5[a]	25.4		

* 大部分资料取自 Lockwood，1985。a 指观测期降水量

表 9.2 穿透降水量和树干流下降水量与总降水量(P,cm)的回归关系

植物种类	穿透降水量	树干流下降水量
红松	$0.87P-0.04$	$0.02P$
火炬松	$0.80P-0.01$	$0.08P-0.02$
短叶松	$0.88P-0.05$	$0.03P$
Ponderosa 松	$0.89P-0.05$	$0.04P-0.01$
Easter 白松	$0.85P-0.04$	$0.06P-0.01$
平均	$0.86P-0.04$	$0.05P-0.01$
云杉—冷杉—铁杉林	$0.77P-0.05$	$0.02P$
成熟混交林(生长季节)	$0.90P-0.03$	$0.041P-0.005$
成熟混交林(休眠季节)	$0.91P-0.015$	$0.062P-0.005$

* 取自 Waring 等，1981

9.1.2 冠层最大贮藏能力

任何植物冠层都相当清楚地表现出一定的贮藏能力。当降水

累积量超过冠层贮藏能力时，多余的水分，就从冠层滴下或沿枝茎流下。

Leyton 等(1967)讨论了冠层贮藏能力 C_{max} 的确定方法。表 9.3 列出一些植物的 C_{max} 值。

表 9.3　不同植物冠层贮藏能力

植被类型	C_{max}(mm)
针叶林	
欧州赤松	1.6
挪威云杉	1.5
孟氏黄杉	2.1
南欧黑松	1.0
落叶林	
欧州鹅耳枥	1.0(夏季),0.6(冬季)
英国栎矮林地	1.0(夏季),0.4(冬季)
欧石南型杜鹃花	2.0
草本	
玉米	0.4～0.7
草与豆混种	1.0～1.2
黑麦草	0.5(10cm 高),2.8(48cm 高)
摩林纳禾草	0.7
欧州蕨	0.9

* 取自 Rutter，1975

C_{max} 主要与植物冠层的叶面积指数有关，Pitman(1989)在欧洲蕨林地内作过大量试验，求得 C_{max} 与 LAI 的回归方程为：

$$C_{max} = 0.467LAI \qquad (9.3)$$

冠层截留云雾水：近地面空气中，悬浮着的雾滴、云滴或水蒸汽，当气温在零摄氏度以上时成为水滴，在零度以下则成为细小的冰粒附着在树枝、树叶上。如果附着在树冠上的水滴多，则一部分便形成水点而降落地面，这种现象称为树雨。又把形成冰粒而附着于树冠的现象称为雾凇。在树雨和雾凇多发地带，作为降水量以外向林地供给的水量，树雨和雾凇构成了当地水份平衡的一个分量，必须加以注意。树雨和雾凇的观测研究资料不多。表 9.4 列出收集到的几个观测结果。一般而言，浓雾多发区，是树雨发生量较多的地带。Klttridge 就树雨问题提出过以下概括性见解(引自玉手三弃寿，1978)：

表 9.4 树雨量观测结果

地点	植被类型	海拔高度 (m)	年降水量 P(mm)	同期树雨量 P_f (mm)	P_f/P(%)	作者
日本奈良县	日本冷杉和希氏铁杉(天然林)	1566	2640	443	17	Rutter (1975)
德国塔岛	云杉林	800	—		33～67	Rutter (1975)
纳斯		800		300		Rutter (1975)
夏威夷	南美松	—		750		玉手弃寿 (1978)
扎伊尔基	—		1600	187	12	玉手弃寿 (1978)
澳洲	桉树林	1500	1500	50～125	3～8	玉手弃寿 (1978)

1)在浓雾大量发生的海岸带以及山岳地带，或溪谷，在多雾期间，树雨量可达林外降水量的 2～3 倍。

2)树雨量随树冠高度的增加而增加，亦随树冠的垂直面积和水平面积的加大而加大。

3)孤立树所发生的树雨量，背风面比迎风面多。

树雨是植被内出现的一种降水现象，是林地内可以增加降水输入的给水。从林地水份平衡来看，也是重要的水平衡分量之一。

9.2 截留过程的数学模型

Rutter(1972,1975,1977)最先建立截留过程的数学模型。随后，Gash(1979,1980)和 Sellers 等(1981)分别提出了解析的和分层的计算模型。刘家冈(1987)借鉴冠层光传播原理也建立了一个模型。所有这些模型中的物理过程可由图 9.1 表明。冠层贮存水量 C 的变化方程可写为：

$$\frac{dC}{dt} = P_c - E - D \tag{9.4}$$

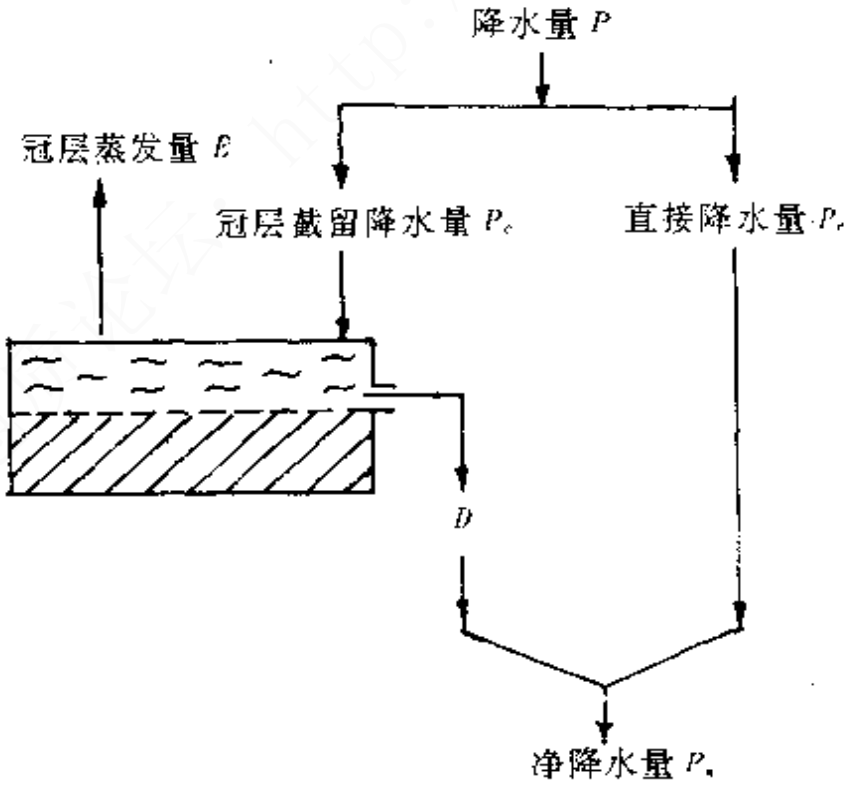


图 9.1 冠层截留过程的概念模型示意图

9.2.1 Rutter 模型

Rutter 模型主要由方程(9.4)构成。在(9.4)式中，P_c 通常由下式计算：

$$P_c = (1 - f)P \tag{9.5}$$

f 是通过冠层空隙直接落到地面的雨量占总降水量的比例，即

$$f = P_d/P \tag{9.6}$$

Sellers 等(1986)、刘家冈(1987)采用类似于直接光束在冠层传播时的衰减公式来计算 f，即

$$f = e^{-K_c \cdot LAI} \tag{9.7}$$

式中，$K_c = G(\mu)/\mu$，LAI 为冠层的叶面积指数。假定雨滴垂直下落，则 $\mu = 1$；对于随机叶角分布冠层，$G(\mu) = 0.5$

Pitman(1989)在欧洲蕨林地内作过试验，获得 f 与 LAI 的关系式为：

$$f = \exp(-1.457LAI) \tag{9.8}$$

如果考虑到树枝和树干的截留作用，则(9.5)式应修正为：

$$P_c = (1 - f - f_t)P \tag{9.9}$$

式中 f_t 是树枝和树干的截留率。

Rutter 等(1975)发现式(9.4)中的 D 可由下式计算：

$$D = \begin{cases} D_s \exp[b(C - C_{max})], & \text{当 } C \geqslant C_{max} \\ 0, & \text{当 } C < C_{max} \end{cases} \tag{9.10}$$

式中 D_s，b 是经验常数。Rutter 等(1975)求得 D_s 的典型值是 0.002mm/m^2 · min。C_{max} 可由表 9.3 查得或由(9.3)式计算。

Pitman(1989)认为用下式可获得 D 的最优拟合结果：

$$D = [e^{K(C - C_{min})}] - 1 \tag{9.11}$$

对于欧洲蕨林地，$K = 10.079 - 3.809\ln(LAI)$，$C_{min} = 0.156LAI$ (C_{min} 的单位用 mm)

在 Rutter(1972)最初提出的模型中，冠层截留水的蒸发速率 E 是由下面模式计算的：

$$E=\begin{cases}E_0 & C\geqslant C_{max}\\ E_0\dfrac{C}{C_{max}} & C<C_{max}\end{cases} \tag{9.12}$$

式中 E_0 是大气蒸发率。Hancock 和 Growther(1979)的试验表明，上面 E 的计算模式具有一定的物理基础，由此计算的 C 随时间的变化序列与实验结果很一致。

Hancock 等(1983)曾提出过计算 E 的两个简单模型。第一个模型如图 9.2(a)所示。设整个冠层单位面积上吸收的净辐射能为 R_n。当 $C\leqslant C_{max}$时，假定干叶和湿叶上各自吸收的净辐射能为：

$$R_{nw}=\frac{C}{C_{max}}R_n \tag{9.13}$$

$$R_{nd}=\left(1-\frac{C}{C_{max}}\right)R_n \tag{9.14}$$

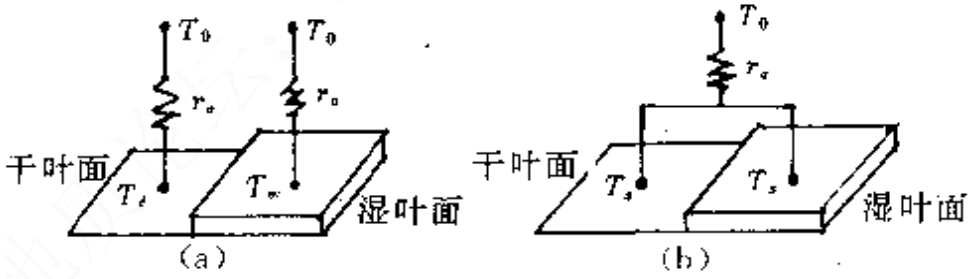


图 9.2　冠层蒸发量计算模型示意图

式中 R_{nw}为湿叶吸收的净辐射能，R_{nd}为干叶吸收的净辐射能。显然：

$$R_{nw}+R_{nd}=R_n \tag{9.15}$$

图 9.2(a)表明从干叶上输出的感热通量 H_d 和潜热通量 λE_d 分别为

$$H_d = \left(\frac{T_d - T_a}{r_a}\right)\rho C_p\left(1 - \frac{C}{C_{max}}\right) \tag{9.16}$$

$$\lambda E_d = \left(\frac{\delta e + (T_a - T_a)\Delta}{r_a + r_{st}}\right)\left(\frac{\rho C_p}{\gamma}\right)\left(1 - \frac{C}{C_{max}}\right) \tag{9.17}$$

式中 $\delta e = e_s(T_a) - e_a$ 为参考高度上饱和水汽压差，r_{st}是冠层的整体气孔阻力，T_d 是干叶的叶温。

设在湿叶上叶片蒸腾可以忽略，潜热通量只是叶面上附着水的蒸发造成，则湿叶上的感热 H_w 和潜热通量 λE_w 分别为：

$$H_w = \left(\frac{T_w - T_a}{r_a}\right)\rho C_p \cdot \frac{C}{C_{max}} \tag{9.18}$$

$$\lambda E_w = \left(\frac{\delta e + (T_w - T_a)\Delta}{r_a}\right) \cdot \frac{\rho C_p}{\gamma} \cdot \frac{C^*}{C_{max}} \tag{9.19}$$

总的感热和潜热通量为：

$$H = H_w + H_d \tag{9.20}$$

$$\lambda E = \lambda E_w + \lambda E_d \tag{9.21}$$

假定干叶和湿叶之间的输送路径没有互相作用，则

$$\lambda E_w + H_w = R_{nw} \tag{9.22}$$

$$\lambda E_d + H_d = R_{nd} \tag{9.23}$$

联合方程(9.13)至(9.23)，消去 R_{nw}、R_{nd}、T_w、T_d 和 T_a 即得到冠层蒸散发量为：

$$\lambda E = \left(\Delta R_n + \frac{\rho C_p \delta e}{r_a}\right) \cdot \left[\frac{1 - \frac{C}{C_{max}}}{\Delta + \gamma\left(\frac{r_a + r_{st}}{r_a}\right)} + \frac{\frac{C}{C_{max}}}{\Delta + \gamma}\right] \tag{9.24}$$

当 $r_{st} >> r_a$ 时，上式简化为 Rutter 模型(见(9.12 式)：

$$\lambda E = \left[\frac{\Delta R_n + \dfrac{\rho C_p \delta e}{r_a}}{\Delta + \gamma}\right] \cdot \frac{C}{C_{max}} \tag{9.25}$$

上述公式中 r_a 是冠层与参考高度之间的空气动力学阻力，可由表 2.4 所提供的公式计算。例如在中性层结下，r_a 为

$$r_a = \frac{1}{k^2 u_a}\left[\ln\left(\frac{Z_a - d}{Z_0}\right)\right]^2 \tag{9.26}$$

式中 d 和 Z_0 可用表 4.1 的经验公式计算；H 是冠层高度；Z_a 是参考高度；u_a 是 Z_a 上的风速；$k=0.4$。一般应使 $Z_a > H$。

上述模型的主要缺点是忽略了冠层中干叶和湿叶之间感热和潜热输送的相互交换。在第二个模型中，Hancock 等(1983)假定这种交换相当有效，以致可认为整个冠层的叶面具有相同的叶温 T_s。因此感热和潜热输送通量可表示为：

$$H = H_w + H_d = \left(\frac{T_s - T_a}{r_a}\right)\rho C_p \tag{9.27}$$

$$\lambda E = \lambda E_w + \lambda E_d = \frac{\rho C_p}{\gamma}\left\{\left(\frac{\delta e + (T_s - T_a)\Delta}{r_a}\right)\frac{C}{C_{max}} + \left(\frac{\delta e + (T_s - T_a)\Delta}{r_a + r_{st}}\right)\left(1 - \frac{C}{C_{max}}\right)\right\} \tag{9.28}$$

由 $\lambda E + H = R_n$，代入上两式解得：

$$\lambda E = \left(\Delta R_n + \frac{\rho C_p \delta e}{r_a}\right) \Big/ \left(\frac{\gamma(r_a + r_{st})}{\dfrac{C}{r_{st}\dfrac{C}{C_{max}} + r_a}} + \Delta\right) \tag{9.29}$$

当 $r_a << r_{st}$ 时，(9.29)式简化为

$$\lambda E = \frac{\Delta R_n + \dfrac{\rho C_p \delta e}{r_a}}{\gamma \dfrac{C_{max}}{C} + \Delta} \tag{9.30}$$

Hancock 等(1983)的试验资料表明，如 r_a 由(9.26)式计算，则由(9.30)式计算的 λE 比由(9.24)计算的与试验资料吻合更

好。

把 λE 和 D 的计算式代入方程(9.4)则可用差分方法求得方程的解。在 $C \geqslant C_{max}$ 的情况下，E 与 C 无关，把(9.12)和(9.10)式代入(9.4)，可获得方程(9.4)的解析解为(Rutter 等，1972)：

$$bC(t) = \ln Q + b(C_0 + tQ) - \\ - \ln[k\exp(b(C_0 + Q)) - k\exp(bC_0) + Q] \qquad (9.31)$$

式中：$Q=(1-f)P-E_0$

$K=D_t\exp(a)$

C_0 为 C 的初始值。

设降雨历时为 t，则每场降雨的冠层截留损失量为：

$$I = \int_0^t E_0 dt + \int_t^{t_m} E dt \qquad (9.32)$$

式中 t_m 是自降雨开始至冠层叶面上贮存的水份全部蒸发完后所需的时间。如果降雨使冠层达饱和贮水量，则

$$I = \int_0^t E dt + C_{max} \qquad (9.33)$$

9.2.2 Gash 模型

Gash(1979)曾导出一个计算冠层截留损失的模型，很适用于长时期截留损失量的计算，其公式如下：

$$I = A + B + C + D + E \qquad (9.34)$$

式中：$A=(1-f-f_t)\sum_{j=1}^{m} P_j$，是日雨量 $P<P'$ 时的截留损失量。P' 是冠层达到饱和时所必需的日雨量值，m 是 $P<P'$ 的日数。

$B=n[(1-f-f_t)P'-C_{max}]$，是 $P \geqslant P'$ 时，在冠层未达到饱和的时段内的截留损失量，n 是 $P \geqslant P'$ 的日数。

$C=\frac{\overline{E}}{R}\sum_{j=1}^{n}(P_j-P')$，是 $P \geqslant P'$ 时，冠层在开始饱和至降雨停

止的时段内所造成的截留损失量。

$D=nS$，是降水停止后，贮存在冠层内的水份的蒸发量。

$E=qS_t+P_t\sum_{j=1}^{m+n-q}P_j$，是树干、枝造成的截留损失。$q$ 是 $P\geqslant S_t/P_t$ 的降雨日数，S_t 是树干、枝的最大贮存量。

利用 Gash 模型计算截留损失的步骤如下：

1)把待计算时期划分为若干个时段，每个时段的长度取为 4 个星期(28 天)。把小时雨量大于 0.5 毫米的时段(代表冠层是饱和的情况)分离出来，计算各个小时的蒸发量 E，E 可由 Penman-Monteith 方程计算，即：

$$\lambda E=(\Delta R_n+\rho C_p\delta e/r_a)/(\Delta+\gamma) \tag{9.35}$$

式中 r_a 可由(9.26)式计算。

把各个小时的 E 加起来平均，求得时段的平均小时蒸发量 $\overline{E}$。

2)类似于 $\overline{E}$，可把满足 $P>0.5$mm/h 的小时雨量加起来平均，求得时段(28 天)内的平均小时雨量 $\overline{R}$。

3)由已知的 C_{max}，f，f_t 值，以及 $\overline{E}$，$\overline{R}$ 值由下式求得冠层达到饱和时的总雨量 P'

$$P'=(-\overline{R}\cdot C_{max}/\overline{E})\ln\left[1-(\overline{E}/\overline{R})(1-f-f_t)^{-1}\right] \tag{9.36}$$

4)把雨日分成 $P\geqslant P'$(n 日)和 $P<P'$(m 日)分别求出相应的总雨量 $\sum_{j=1}^{n}P_j$ 和 $\sum_{j=1}^{m}P_j$

5)计算 $P\geqslant S_t/P_t$ 时的雨日数，并计算出 $\sum_{j=1}^{n+m-q}P_j(P_j<S_t/P_t)$

6)把上述计算的参数代入(9.34)式即可计算出某一时段(28 天)内的降雨截留损失量。

7)重复 1)～6)即可计算出一年或多年内截留损失总量。

9.2.3 模型检验

用 Gash 模型计算出的截留损失量和用 Rutter 计算的具有差不多相同的精度(*Gash*,1979)。

已经有许多检验 Gash 和 Rutter 模型的试验工作(Rutter,1975;Gash,1979;Pearce 等,1980;Sellers,1981;Lloyd 等,1988)。图 9.3 是 Lloyd(1988)在亚马逊雨林内观测到的截留损失量与用 Rutter 和 Gash 模型计算的结果的比较。两年的降雨截留损失量,实测约占总降水量的 8.9(±3.6)%。Rutter 模型预测的约占总降水量的 12.1%,而 Gash 模型约占总降水量的 11.3%。可见两个模型的预测结果与实测结果吻合良好。

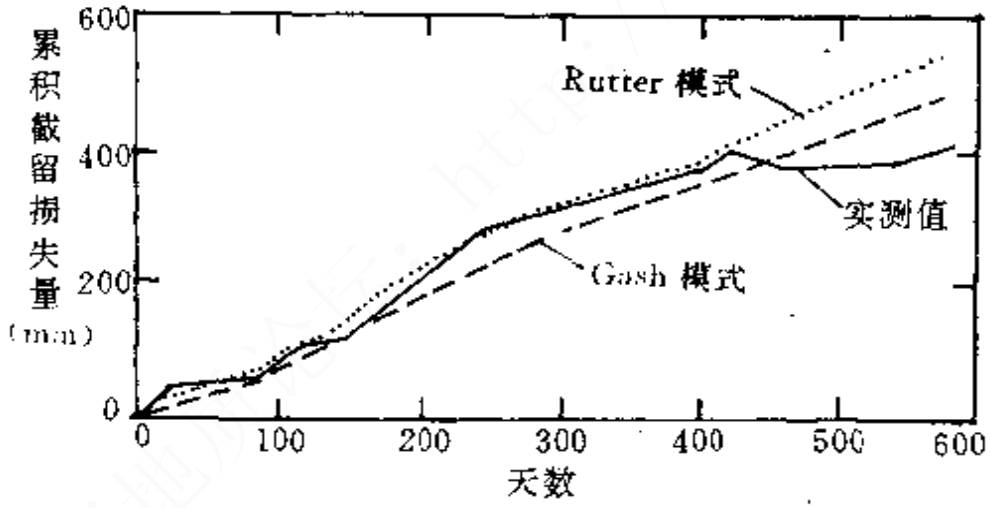


图 9.3 计算的累积截留损失量与实测值的比较
(根据 Lloyd,1980)

第十章　流域产流和汇流

对于理想的水平均匀区域，降雨—产流计算可概化为求解垂直方向的一维水分运动模型。但对于实际的区域，地形、地貌及植被条件的空间分布是很不均匀的，使用垂直向一维模型会产生较大误差。虽然可以通过直接求解三维空间内的水分运动方程和守恒方程而获得实际区域的水分运动状况，但这样做需要有高速度的计算机，因为需要很高的空间分辨率才能分辨出微地形的影响，以致需要求解数目巨大的代数方程组。在现有条件下，这样的计算只能在局部小区域进行，对大范围区域则尚不现实。

解决以上问题的目前做法是，对于产流计算，仍然把流域概化为单点的一维垂直运动问题，然后根据流域的非均匀特征，对产流计算结果进行修正；对于汇流计算，简单情况下可直接求解地表水运动的 Saint-Venant 方程，复杂情况下则通常采用概念性的单位线方法。

10.1　产流

10.1.1　产流的概念和机制

到达地面的降水，首先在植被冠层内被分配成植物截留损失和落到土壤表面的穿透降水量两部分。决定这一分配过程的是降水量与植物冠层截留能力的对比。当冠层截留的降水量累积超过冠层贮藏能力时，多余的水分，就会从冠层滴下或沿枝茎流下。附着在枝叶上的降水逐渐被蒸发到大气中，构成降雨损失的一部分。

落到土壤表面的雨水，土壤表面也要进行一次分配。这次分配把雨水分成进入土壤层的入渗水量和不能进入土壤的地表积水量。决定这次分配过程的是土壤下渗能力和雨强的对比。当下渗能力大于雨强时，全部雨水渗入土壤；当雨强大于下渗能力时，一部分雨水按下渗能力下渗，多余的部分便在土壤表面低洼积聚。地表积水超过地表最大可能填洼量时，贮留不住的水就向地面倾斜方向流去，进入河槽，称为地表径流。

当雨水渗入土壤表面后，在包气带内部又要进行一次分配(包气带是指地下水面以上的经常处于未饱和状态的土壤层)。决定这一分配的是包气带的缺水量与入渗水量的对比。包气带缺水量是指包气带实际含水量与田间持水量之差。当包气带缺水量大于下渗水量时，全部下渗水量均为包气带所保持；而当下渗水量大于包气带缺水量时，则一部分补足包气带缺水量，超过的部分便渗透进入地下水，形成地下径流，进入河槽。包气带所保持的水量，将在以后逐渐消耗于蒸散发，从而也构成降雨损失的一部分。

上述产流概念，首先是由 Horton(1933)提出的。现在的许多流域产流模型都是建立在这一基础之上的。

包气带在垂直方向通常是非均质的。例如，在湿润地区，由于植物根系活动的结果，通常存在一层极为疏松的表土层，其下渗能力较下层土壤为大。这样，两层土壤之间的界面就将成为相对不透水面。透过地表的下渗水量在此界面上就要再进行一次分配。当上层下渗率大于下层下渗能力时，超过的部分就会在界面上积聚，并在一定条件下形成所谓的壤中流或串流 (Subsurface flow, through flow)。壤中流是包气带内产生的侧向水流现象。当壤中流存在于包气带的某些饱和土层内时，则称为饱和壤中流；在包气带的未饱和土层内也可以产生壤中流，一般量很小，称为不饱和壤中流。当饱和土层增厚达到地表面时，土层不能再吸入更多的水，随后的降雨很易形成地面径流，这时的地面径流通常称为饱和表

面流(Saturated overland flow)。而前述的在未饱和土层表面上产生的地面径流则称为 Horton 表面流(Horton overland flow)。

已经分别对 Hortan 表面流、饱和表面流和壤中流进行过大量观测试验表 10.1 列出提供试验证据的文献作者。

表 10.1　对 Horton 表面流、饱和表面流和壤中流进行过观测研究的文献作者

Horton 表面流	Betson(1964) Amerman(1965) Betson 和 Manrias(1969)	Pilgrim(1983)
饱和表面流	Dunne 和 Black(1970a,b) Dunne 等(1975) Beven(1978) Bonell 和 Gilmour(1978)	Bonell 等(1981)
壤中流	Hewlett 和 Hibber(1963) Hewlett 和 Nutter(1970)	Rnderson 和 Burt(1978)

Horton 表面流在干旱或半干旱地区较易产生。因为这些地区的雨强通常超过土壤入渗能力。在湿润地区,Horton 表面流在土壤紧密的荒坡和人工地面上易出现;在表土比较疏松、有植被覆盖的地方,则很难出现。

饱和表面流很难在全流域上产生,但却很易在局部面积上产生。这些易产流的面积是:(1)河湖等水面;(2)与河沟紧接的坡脚。在坡脚由于雨止后很久还会有不饱和壤中流,所以坡脚土湿常甚大,易于饱和。在降雨过程中,饱和带将沿坡向上发展。(3)凹潭与凹坡的坡底。这些地方地面径流与壤中流的流线都是辐合的,水分易于集中。(4)土层很薄的地方,这些地方易于饱和。

壤中流主要存在于土壤剖面有分层结构的区域。特别是在森林流域,地面径流很少,壤中流是主要成分。一些研究表明,穿过表土层大孔隙(Macropores)的壤中流很快,是洪峰的重要组成部分

(Tsukamoto，1961；Beasley，1976；Pilgrim 等，1978；Mosley，1979，1982)；也有一些研究表明，壤中流实际上是已存在于土壤中的水被新入渗土壤的水取替的过程，原存于土壤中的水是出流水的重要组成部分(Pinder 和 Jones，1969；Sklash 等，1976；Sklash 和 Farvolden，1979；Pearce 等 1986)。

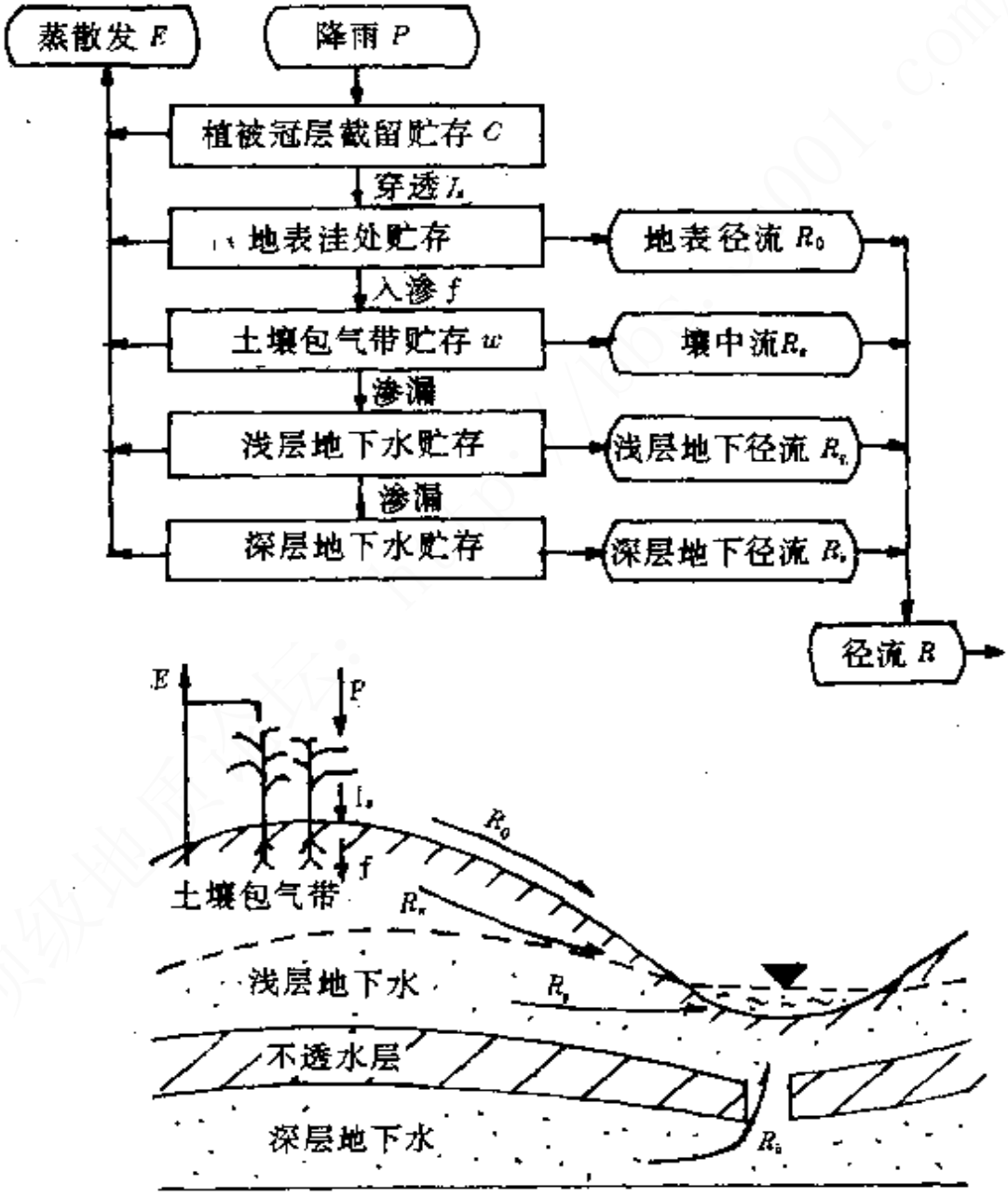


图 10.1 降雨—径流过程示意图

地面径流、壤中流和地下径流的水量，是降雨量中产生径流的部分，合称为径流或径流深，其单位与降雨量的单位相同。降雨量与径流量的差值，称为降雨损失量，它主要包括贮存于植被层、地表洼处以及包气带内的水量，这些水量最终将成为蒸散发重新返回大气。因此，对于闭合流域来讲，径流量的计算归根到底是流域蒸散发量的计算。

图 10.1 是上述产流概念的示意性框图。其中深层地下水径流是指不透水层以下深层地下水通过泉水或其它形式补给河流的水量。此部分水量通常称为基流，一般来量较小，也较稳定，不易处理，往往从径流中分割出去。

10.1.2 流域产流模型

一次降雨过程的产流量主要决定于雨强以及土壤包气带的下渗能力和缺水量。常见的流域产流计算模型包括两方面内容：

首先研究流域内某一点(单元)的产流。即利用入渗理论把雨水的入渗过程归结为一个单元土柱内水分的垂向运动。当雨强超过该点的入渗能力时则产生地表径流。当总入渗水量超过包气带缺水量时，则产生地下径流。当土壤有垂直分层时，也可考虑壤中流的作用。

其次引入下渗率或蓄水容量流域分配曲线，考虑流域上入渗率或蓄水容量空间分布的非均匀性，把单点下渗和流域分配结合起来求出整个流域的产流量。显然，流域分配曲线目前尚难从理论上确定其数学形式，而只能经验选配。

基于对下渗过程的处理方法的不同，流域产流计算模型大致可分为两类，下面分别介绍之。

1. 蓄满产流模型

大量的资料分析表明，湿润地区土壤包气带及表土层入渗能力具有如下两个突出特征(赵人俊，1984；华东水利学院，1978)

其一是包气带较薄，通常不到几米，其下部含水量常年保持为田间持水量。这是因为湿润地区降水充沛、地下水丰富、地下水位较高所致。

其二是湿润地区往往植被较好，植物根系活动的结果使土壤表层比较疏松，导致表土入渗能力较大，常达 40～60mm/h 以上。因此雨强超过下渗能力也就比较困难。

上述两个特征，决定了湿润地区的降雨—产流方式主要是蓄满产流（赵人俊，1984），即包气带的土壤含水量或其内的某一土层的含水量达到田间持水量（满的标准是田间持水量，不是饱和）以前不产流，所有的降雨都被土壤吸收；而在土壤含水量达到田间持水量以后，所有的降雨（减去同期蒸发）都产流。蓄满后，土壤的下渗能力即为稳定入渗，所以按稳定入渗率下渗的水量就成为地下径流，而超渗的部分水量成为地面径流。

对于单元土柱，按照这样的概念来建立产流计算模型，结构十分简单：

$$\text{蓄满前：}R=0,W_{t+\Delta t}=W_t+(P-E)\cdot\Delta t \qquad (10.1)$$

$$\text{蓄满后：}R=(P-E)\Delta t,W_{t+\Delta t}=W_t=W_m \qquad (10.2)$$

式中，P 为雨强（mm/h · m²），E 为蒸散发量（mm/h · m²），W_t 和 $W_{t+\Delta t}$ 分别为 t 和 $t+\Delta t$ 时刻的包气带内的土壤含水量（mm/m²），R 为径流深（mm/m²），W_m 为包气带的田间持水量（mm/m²）。

式（10.1）和（10.2）表明，决定单元土柱产流量的因素除降雨 P、蒸散发 E 外，就是 W_t，而与下渗过程无关。于是只用一个水量平衡方程便可推求总产流量，无需计算下渗过程。

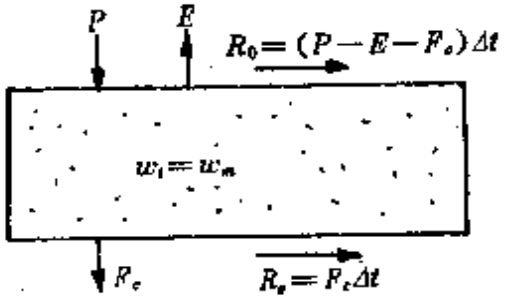


图 10.2　蓄满产流示意图

在包气带缺水量满足以后，开始稳定下渗。稳定下渗的水量就是地下径流，雨强超过稳定下渗率的部分就是地表径流（图 10.2）即：

$$R_0 = (P - E - F_c)\Delta t \tag{10.3}$$

$$R_g = F_c \cdot \Delta t \tag{10.4}$$

式中 F_c 为稳定下渗率（毫米/小时）。在蓄满以前，雨强总是小于下渗能力，因此全部降雨都下渗，用不着 F_c 这个参数。

式（10.1）—（10.4）都是针对流域上某一个点（单元土柱）而言的。如果流域是土层水平均质的，且土湿分布也是水平均匀的，那末这两式就是流域的产流模型（假定 P-E 也是水平均匀的），十分简单。但流域上的土壤含水量和 W_m 的空间分布绝大多数情况下是不均匀的，因此必须考虑不均匀性的影响。引入流域分配曲线是考虑不均匀性影响的一种途径。

蓄水容量流域分配曲线：蓄水容量 W_m 是包气带蓄满时与很干时（现代气候条件下）的土壤含水量之差，也就是土层最大可能缺水量。

令流域某一点的蓄水容量为 W'_m，则蓄水容量流域分配曲线定义为蓄水容量等于或小于某一 W'_m 值流域面积（f）占流域总面积（F）的比例 f/F，如图 10.3 所示。图中 W_{max} 为 W'_m 的最大值。

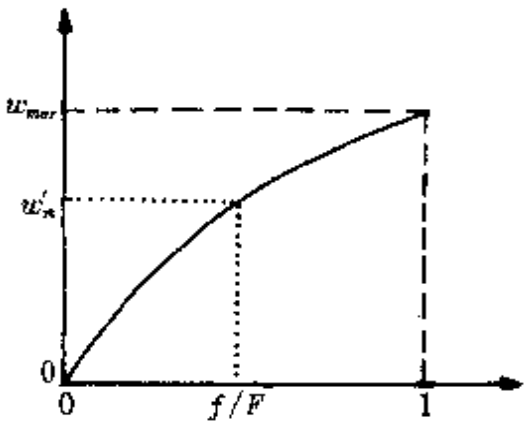


图 10.3　蓄水容量流域分配曲线

蓄水容量流域分配曲线的线型是经验选定的，常以 B 次方的抛物线方程来表示：

$$\frac{f}{F} = 1 - \left(1 - \frac{W'_m}{W_{max}}\right)^B \tag{10.5}$$

由(10.5)式可求得流域平均蓄水容量为：

$$WM = \int_0^1 W_m' d(f/F) = W_{max}/(1+B) \qquad (10.6)$$

蓄水容量流域分配曲线表示了蓄水能力的面分布。如果再加上一个实际的土壤含水量面分布，就可求得缺水量的面分布。由于缺水量补足后才产流，所以降雨径流关系问题也就可以解决了。

假定实际土壤含水量 W 在流域上的分布如图 10.4 中的实线所示，W_m 的分布如图中虚线所示。f/F 点左边的 W 分布与 W_m 分布重合，表明在这部分面积上，土壤是蓄满的；f/F 点右边部分面积上则没有蓄满。以这个起始状态为初值，如有降雨 P，又有同期蒸发 E，则它所产生的径流量 R，土壤贮存量 $L=\Delta W$，已示于图 10.4 中。

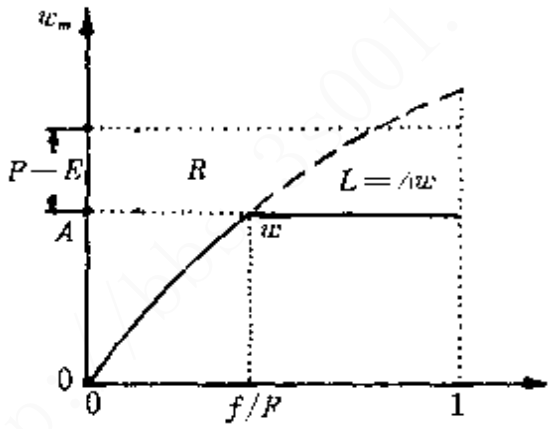


图 10.4 产流量计算示意图

虽然上述 W、R、L 在面上分布可能是不均匀的，但其数量仍按流域平均水深计算(单位为 mm)。由水量平衡关系得：

$$P - E - R = L \qquad (10.7)$$

而与 W 值相应的纵坐标值 A 可由下面方程解出：

$$W = \int_0^A (1 - f/F)\, dW_m \qquad (10.8)$$

积分后求解得：

$$A = W_{max}\left[1 - \left(1 - \frac{W}{WM}\right)^{\frac{1}{1+B}}\right] \qquad (10.9)$$

因而产流量可由下式计算：

$$R = \int_A^{P-E+A} \frac{f}{F} dW_m \qquad (10.10)$$

上式积分后得：

当 $P-E+A<W_{max}$ 时：

$$R=P-E-WM+W+WM[1-(P-E+A)/W_{max}] \tag{10.11}$$

当 $P-E+A\geqslant W_{max}$ 时：

$$R=P-E-(WM-W) \tag{10.12}$$

式(10.11)和(10.12)式便是蓄满产流模型计算流域产流量的公式。式中两个参数 WM 和 B 分别表示流域很干燥时的平均缺水量以及蓄水容量分布的不均匀性。$B=0$ 表示分布均匀，B 愈大，分布愈不均匀。WM、B 取决于流域的气候、地形、地质条件，赵人俊(1984)详细讨论过 WM 和 B 的估算方法。

上述表明，只要知道 WM、B 以及土壤含水量初值 W_0，降雨量 P 和蒸发量 E，产流量的计算问题就全部解决了。

以上求得的产流量是总产流量，包括地面和地下两部分。进一步应划分水源，推求地面径流量与地下径流量。显见：

当 $P-E>F_c$ 时：

$$R_R=Fc\cdot(f/F)=Fc\cdot R/(P-E) \tag{10.13}$$

当 $P-E\leqslant F_c$ 时：

$$R_0=0, \tag{10.15}$$

$$R_R=R, \tag{10.16}$$

划分水源后，产生了稳定入渗率 F_c 这个参数。F_c 是计算地下水径流量的关键，其确定方法详见赵人俊(1984)及华东水利学院(1978)的著作。

文康等(1985)曾证明，上述蓄满产流模型(10.11)～(10.16)式是下面即将介绍的一般性产流模型的一种简化情况。尽管如此，大量资料检验结果表明，我国淮河流域及其以南地区和东北东部(大体相当于年雨量在 700mm 以上，年径流系数 0.5 以上的湿润地区)，应用上述蓄满产流模型进行降雨径流预报都可获得精度较

高的预报效果(赵人俊,1984)。世界气象组织(WMO)对世界上10个结构很不相同的产流模型进行对比检验,结果也表明,在湿润地区,简单模型与复杂模型都取得同样好的效果(WMO,1988)。其中原因就是因为湿润地区的产流方式表现为蓄满产流的特征(华东水利学院,1978)。

2. 流域产流计算的一般性模型

决定产流的是雨强与土壤入渗能力之间以及土壤缺水量与入渗量之间的对比。蓄满产流模型考虑的是包气带较薄、土壤缺水量及表土下渗能力较大,雨强很少起作用,降雨产流仅由土壤缺水量和入渗水量决定的情况。当产流主要由雨强与入渗能力确定时,这种模型并不适用。例如,我国陕北黄土区,雨量少、地下水埋藏深、包气带厚度可达几十米,甚至上百米(赵人俊,1984),一般的降雨要使整个包气带达到田间持水量几乎是不可能的。而且在这些地区通常一般植被较差,土质紧密,表土下渗能力较小,雨强超过下渗能力较湿润地区容易。这些特点说明蓄满产流概念是不能在这些地区应用的。雨强和下渗能力的对比是决定这些地区降雨产流的主要因素。

已经提出过许多一般性的产流模型。其中我国南京水文研究所文康等人(1987)研制的模型具有代表性,并已被广泛检验和应用。该模型由下渗曲线和下渗能力流域分配曲线相结合而构成。产流机制是雨强 i 大于土壤下渗能力 f 时产流否则不产流。在壤中流比较丰富地区,则采用分层产流模型(李蝶娟,1987)。模型的主要结构描述如下:

(1)流域平均下渗能力

设想流域存在一条空间平均的下渗曲线,可由 Horton 下渗公式表示为

$$\overline{f}(t) = \overline{f}_c + (\overline{f}_0 - \overline{f}_c)e^{-kt} \tag{10.17}$$

式中:$\overline{f}(t)$是 t 时刻流域空间平均的下渗能力(mm/h)

$\overline{f}_c$ 是流域空间平均的下渗能力(mm/h)

f_0 是土壤干燥时流域空间平均的下渗率(mm/h)

k 是下渗能力随时间的递减系数(h^{-1})

式(10.17)可改写为：

$$\overline{f}(t) = \overline{f}_1(t) + \overline{f}_2(t) = \overline{f}_0 e^{-kt} + \overline{f}_c(1 - e^{-kt}) \quad (10.18)$$

$$\overline{f}_1(t) = \overline{f}_0 e^{-kt} \quad (10.19)$$

$$\overline{f}_2(t) = \overline{f}_c(1 - e^{-kt}) \quad (10.20)$$

如图 10.5 所示，上式表明，由基质吸力产生的下渗率 $\overline{f}_1$ 形成的下渗水量填补土壤中的缺水量。按照下渗曲线的含义，尽管土壤在 t 时刻的含水量 $w(t)$ 可能系 t 时刻以前长时间内下渗、蒸发等综合作用后的积存水量，但在计算上仍可把 $w(t)$ 理解为下渗曲线自 0 至 T 的积分，即：

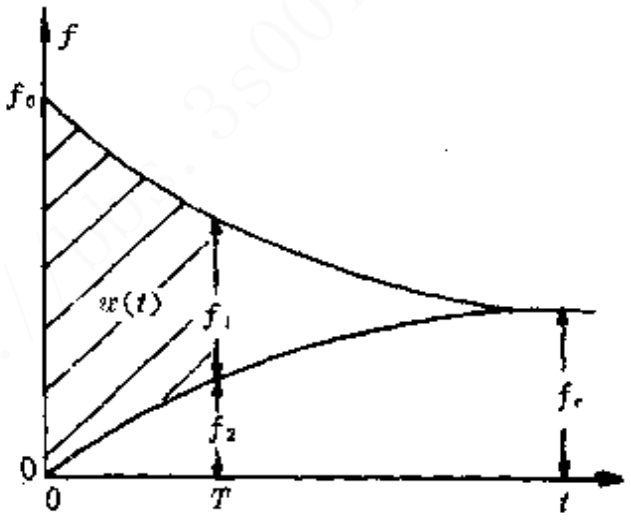


图 10.5 霍尔顿下渗曲线

$$w(t) = \int_0^T \overline{f}_1 dt = \frac{\overline{f}_0}{k}(1 - e^{-kT}) \quad (10.21)$$

因而可得到 $\overline{f}_1(t)$ 与 $w(t)$ 的关系为：

$$\overline{f}_1(t) = \overline{f}_0 - kw(t) \quad (10.22)$$

式(10.21)中当 $T \to \infty$ 时，获得的土壤含水量即为田间持水量 I_m，I_m 可表示为

$$I_m = f_0/k \quad (10.23)$$

由重力产生的下渗率 $\overline{f}_2(t)$ 代表土层的排水率(图 10.5 中虚线所示)。此排水率可形成壤中流，亦可形成地下径流(李蝶娟，1987)。

设流域在 t 时刻的土壤含水量为 $w(t)$，则在时段 t 至 $t+\Delta t$ 内流域的入渗率和排水率分别为：

$$\bar{f}_{\Delta t}=\frac{1}{\Delta t}\int_{t}^{t+\Delta t}[(\bar{f}_0-\bar{f}_c)e^{-kt}+\bar{f}_c]dt \tag{10.24}$$

$$\bar{j}_{\Delta t}=\frac{1}{\Delta t}\int_{t}^{t+\Delta t}\bar{f}_c(1-e^{-kt})dt \tag{10.25}$$

积分上式并以 I_m、$w(t)$ 表示，则有：

$$\bar{f}_{\Delta t}=\frac{1}{\Delta t}(I_m-w(t))(1-e^{-k\Delta t})+\bar{f}_c\left[1-\frac{I_m-w(t)}{\Delta t\cdot k\cdot I_m}(1-e^{-k\Delta t})\right] \tag{10.26}$$

$$j_{\Delta t}=\bar{f}_c-\frac{\bar{f}_c}{\Delta t\cdot k}e^{-kt}(1-e^{-k\Delta t}) \tag{10.27}$$

(2)下渗能力的流域分配曲线

Horton 公式(10.17)描述的是某一时刻流域面平均的下渗能力。它是由同一时刻流域各点的下渗能力取空间平均而得的。天然流域上各点的下渗能力在同一时刻有很大差异，因而必须引入下渗能力流域分配曲线概念来考虑下渗能力空间分布不均匀性的影响。

下渗能力流域分配曲线的线型常用类似于(10.5)式的 n 次抛物线，即

$$\alpha=1-(1-f/f_{max})^n \tag{10.28}$$

式中 α 为小于及等于某一下渗率 f 的流域面积占全流域面积的比例，f_{max} 为流域内最大下渗率。

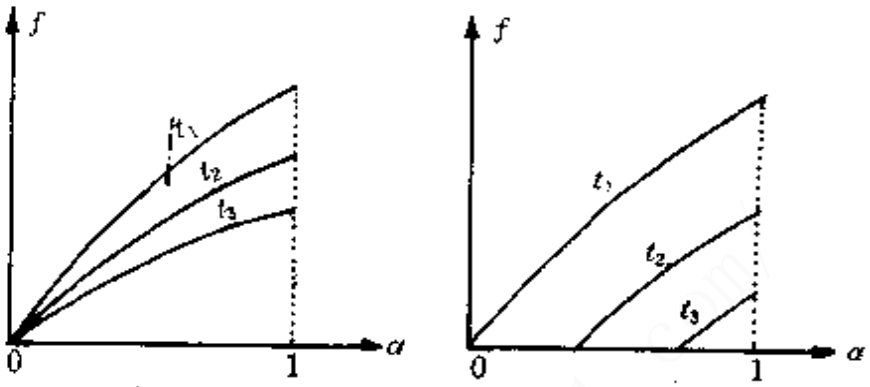
类似于(10.6)式，可求得某一时刻流域平均的下渗能力为：

$$\bar{f}=f_{max}/(1+n) \tag{10.29}$$

下渗能力流域分配曲线(10.28)式实际上是随时间变化的。其变化方式可分为两类：全流域分配方式和部分流域分配方式。

全流域分配方式是指随着土壤含水量的增加，流域各点下渗

能力逐渐减少，流域分配曲线逐渐平缓，如图10.6(a)所示。分配曲线可由(10.28)式描述，但其中的f_{max}随时间而变化，并假定n是恒定常数。



(a)全流域分配　　(b)部分流域分配

图 10.6　下渗能力流域分配曲线随时间的变化方式

部分流域分配方式是指随着土壤含水量的增加，流域内有一部分面积逐渐失去由基质吸力所引起的下渗能力(即式(10.18)中$\overline{f}_1$项趋于零)。这样，下一时段的流域平均下渗能力只能在剩余的部分流域面积上进行分配。当全流域的缺水量都满足后，分配曲线最终消失，如图10.6(b)所示。

设想土壤吸入$\overline{P}_a$水量后，流域上有小于和等于α_0的面积不再有基质吸力产生的下渗能力。因此，分配曲线只剩下S_0以上的曲线段，换言之，相当于横坐标平移到S_0，如图10.7所示。假定分配曲线在变化过程中保持参数不变，即(10.28)式中的n值不变，则可得部分流域分配曲线的数学模型为：

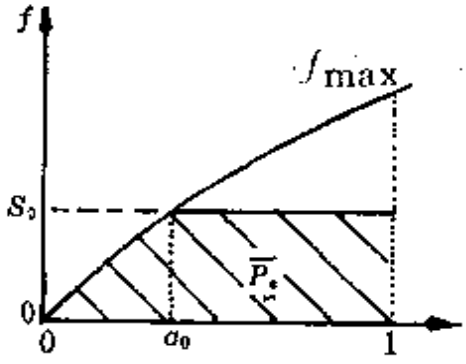


图 10.7　部分流域分配曲线推导示意图

$$\alpha = 1 - \left(1 - \frac{f + S_0}{f_{max}}\right)^n \qquad (10.30)$$

式中f只能在$[0, f_{max} - S_0]$区间内变化。S_0是与$\overline{P}_a$相应的纵坐标。按分配曲线的定义有

$$\overline{P}_a = \int_0^{S_0} (1-\alpha)df = \frac{f_{max}}{1+n}\left[1-\left(1-\frac{S_0}{f_{max}}\right)^{1+n}\right] \tag{10.31}$$

因而可解出 S_0 为：

$$S_0 = (1+n)\overline{f}\left[1-\left(1-\frac{\overline{P}_a}{\overline{f}}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right] \tag{10.32}$$

式中$\overline{f}$由(10.29)式定义。

3. 流域产流计算模型的建立

(1)全流域分配的产流模型

如图 10.8 所示，在小于和等于 α 的那部分面积的下渗能力都小于流域平均雨强$\bar{i}$，因此，这部分面积上的雨强$\bar{i}$减去各点的下渗能力 f，其总和即为产流率 r。

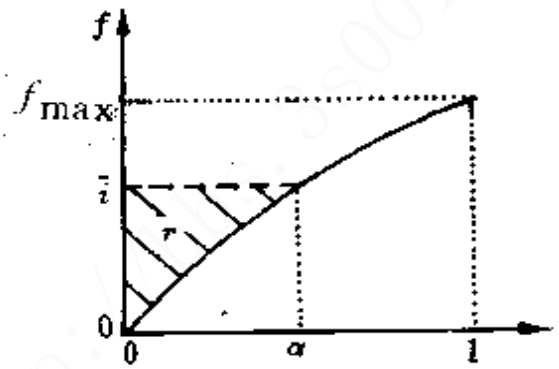


图 10.8 全流域分配产流计算示意图

当采用 Horton 入渗曲线(10.17)式及下渗能力全流域分配曲线(10.28)式时，相应的时段平均产流率为：

$$r = \int_0^{\bar{i}} \alpha df$$

$$= \bar{i} - \frac{f_{max}}{1+n}\left[1-\left(1-\frac{\bar{i}}{f_{max}}\right)^{1+n}\right] \tag{10.33}$$

利用(10.29)式以及时段平均下渗率$\overline{f}_{\Delta t}$，(10.33)式变为：

$$\bar{r} = \bar{i} - \overline{f}_{\Delta t}\left[1-\left(1-\frac{\bar{i}}{(1+n)f_{\Delta t}}\right)^{1+n}\right] \tag{10.34}$$

因此，时段内的产流量 R 为：

$$R = P - \Delta t \cdot \overline{f}_{\Delta t}\left[1-\left(1-\frac{P}{(1+n)\overline{f}_{\Delta t}}\right)^{1+n}\right] \tag{10.35}$$

式中 P 为时段 Δt 内雨量(mm)，$\overline{f}_{\Delta t}$为时段平均下渗率(见(10.26)

式)。

若式(10.26)式中的 $f_c=0$,则

$$R=P-\left(\frac{1-e^{-k\Delta t}}{k}\right)(\bar{f}_0-kP_a)\times\left[1-\left\{1-\frac{P}{(1+n)\frac{(1-e^{-k\Delta t})}{k}(\bar{f}_0-kP_a)}\right\}^{1+n}\right] \tag{10.36}$$

因此只要知道 t 时刻的土层含水量 P_a,以及 t 至 $t+\Delta t$ 之间的降雨量 P,即可求出 t 至 $t+\Delta t$ 时刻的产流量。

当 $\bar{i}\geqslant\bar{f}_{\Delta t}(1+n)$,即充分供水时,$t+\Delta t$ 时刻的土层含水量 P_a 可由下式计算:

$$P_a(t+\Delta t)=I_m(1-e^{-k(t+\Delta t)}) \tag{10.37}$$

若土层含水量达到 I_m 时,则有

$$R_0=\bar{i}\Delta t-f_c\Delta t \tag{10.38}$$

$$P_a(t+\Delta t)=I_m \tag{10.39}$$

$$R_g=f_c\Delta t \tag{10.40}$$

当 $\bar{i}<\bar{f}_{\Delta t}(1+n)$,即非充分供水时,流域内部分面积上的降雨不能满足入渗能力,流域的实际入渗量为 $\bar{i}\Delta t-R$,为计算下一时段的土层含水量,则用实际入渗量反求 $\Delta t'$,即

$$\bar{i}\Delta t-R=[I_m-P_a(t)](1-e^{-k\Delta t'})+f_c\left[\Delta t'-\frac{I_m-P_a(t)}{kI_m}(1-e^{-k\Delta t'})\right] \tag{10.41}$$

由于方程为隐函数,$\Delta t'$ 不能直接求解,需用迭代方法求得。再由求得的 $\Delta t'$ 计算 $t+\Delta t$ 时刻的土壤含水量:

$$P_a(t+\Delta t)=I_m(1-e^{-k(t+\Delta t')}) \tag{10.42}$$

土层的时段排水率为:当 $\bar{i}\geqslant\bar{f}_{\Delta t}(1+n)$ 时

$$\bar{j}=f_c-\frac{f_c}{\Delta tk}e^{-kt}(1-e^{k\Delta t}) \tag{10.43}$$

当$\bar{i}<\overline{f_{\Delta t}}(1+n)$时

$$\bar{j}=f_c-\frac{f_c}{\Delta t\cdot k}e^{-kt}(1-e^{k\Delta t}) \tag{10.44}$$

当土层含水量达到I_m时，则有：

$$\bar{j}=f_c \tag{10.45}$$

(2)部分流域分配的产流模型

如图10.9所示，图中的阴影区即为时段平均产流率，即

$$r=\int_0^{\bar{i}}\alpha\,df \tag{10.46}$$

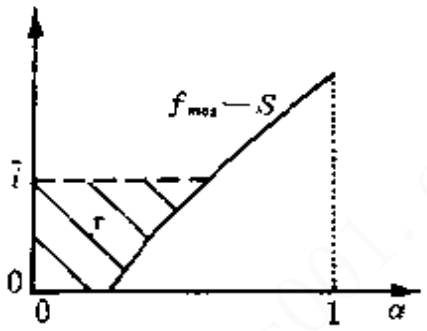


图10.9 部分流域分配产流计算示意图

把(10.28)式代入(10.46)并积分之得：

$$\begin{aligned}r&=\bar{i}+\frac{f_{max}}{1+n}\left[\left(1-\frac{\bar{i}+S_0}{f_{max}}\right)^{1+n}-\left(1-\frac{S_0}{f_{max}}\right)^{1+n}\right]\\&=\bar{i}-(\overline{f_{\Delta t}}-\overline{P_a})\left[1-\left(1-\frac{\bar{i}}{(1+n)\overline{f_{\Delta t}}-S_{01}}\right)^{1+n}\right]\end{aligned} \tag{10.47}$$

式中$f_{max}=(1+n)\overline{f_{\Delta t}}$，$\overline{f_{\Delta t}}$是从0计及的时段平均下渗率，若采用$f_c=0$的Hortan曲线，则由(10.26)式得：

$$\overline{f_{\Delta t}}=\frac{\overline{f_0}}{\Delta t\cdot k}(1-e^{-k\Delta t}) \tag{10.48}$$

(10.48)式代入(10.47)式得时段产流量为：

$$\begin{aligned}R=\Delta t\cdot r=P&-\frac{(1-e^{k\Delta t})}{k}(\overline{f_0}-kP_a)\\&\left\{1-\left[1-\frac{P}{(1+n)\dfrac{(1-e^{-k\Delta t})}{k}\overline{f_0}-S_{01}}\right]^{1+n}\right\}\end{aligned} \tag{10.49}$$

式中 $S_{01}=\Delta t \cdot S_0=(1+n)\dfrac{(1-e^{-k\Delta t})}{k}\overline{f}_0\left[1-\left(1-\dfrac{kP_a}{\overline{f}_0}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right]$

当 $k\Delta t\geqslant 4$ 时，$e^{-k\Delta t}\approx 0$，(10.49)式变为：

$$R=P-(I_m-P_a)\left\{1-\left[1-\frac{P}{(1+n)I_m-S_{01}}\right]^{1+n}\right\} \tag{10.50}$$

式中 $S_{01}=(1+n)I_m\left[1-\left(1-\dfrac{P_a}{I_m}\right)^{\frac{1}{1+n}}\right]$

(10.50)式即为蓄满产流模型，见(10.11)式。

至于土层在 $t+\Delta t$ 时刻的含水量可按(10.37)、(10.39)或(10.42)式计算。

10.2 汇流

流域汇流是流域上各点产生的径流量沿着一定方向和路线演变为河流出口断面流量的过程，包括坡面汇流和河网汇流两个阶段。

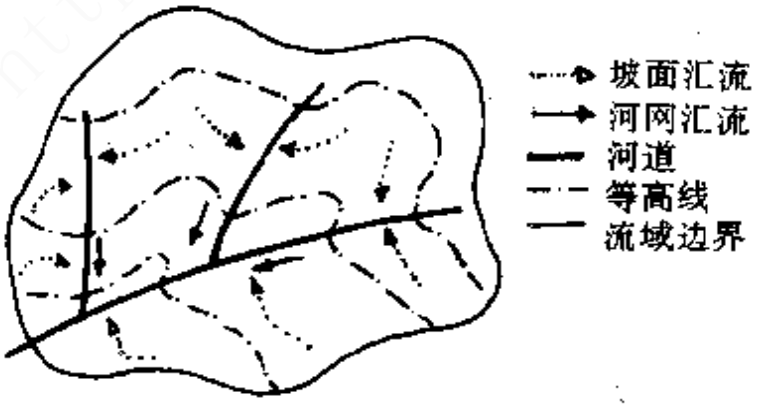


图 10.10 流域汇流示意图

坡面汇流是指降雨产生的径流量沿着坡降方向流入河道的过程。坡面汇流的形态十分复杂，流态、流向、过水断面等都在变化。同时在流动过程中，不断有雨水加入和渗入地下，加之微地形的影响，有洼地蓄水和细沟溢流，所以要从微观上研究其实际变化是困难的。

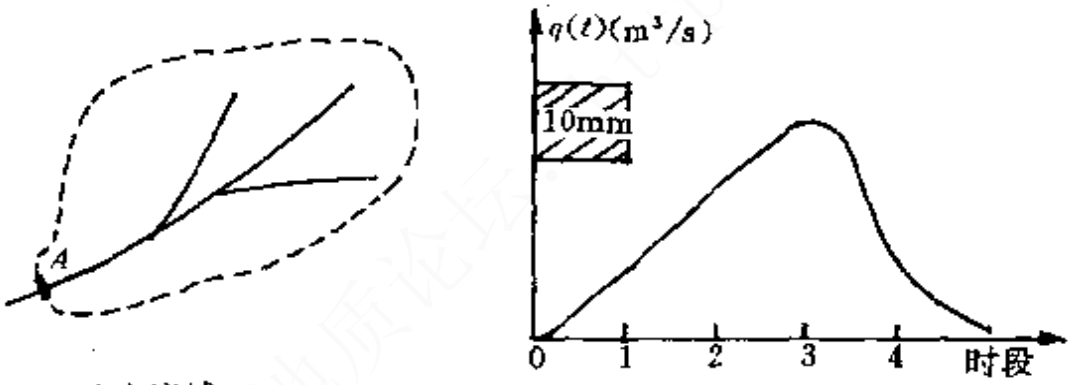
河网汇流则指经坡面汇流阶段进入河道的雨水在河网内流向

流域出口断面的过程。

汇流计算主要有两种途径，一种以 Sherman 单位线（Sherman，1932）为代表，把流域看成是一个黑箱系统，强调系统的输入（产流量）与输出（流域出口断面流量过程线）的关系，而对系统中的物理过程可不予关注。另一种以 Saint-Venant 方程（流体运动的质量守恒方程和能量守恒方程）为基础，强调系统中的物理过程，并通过求解完全的或简化的 Saint-Venant 方程来获得系统输入与输出的关系。

10.2.1 单位线方法

单位线是指单位时段内在特定流域上均匀分布的单位净雨量所形成的流域出口断面的径流过程线。如果所取的单位净雨量为地面（地下）径流量，则形成的就是地面（地下）径流单位线。



(a) 流域

(b) 当流域在第一时段内有均匀分布的 10 mm 净雨深输入时，A 水文站的流量过程线（单位线）

图 10.11 单位线概念示意图

单位时段可依据具体情况取为一个小时、三个小时或六个小时等。单位净雨深则通常取为 10mm。图 10.11 是表述单位线概念的示意图。假定在第 1 时段内流域上有均匀分布的净雨深 10mm

作为系统输入，则在流域出口 A 处水文站测量到的流量过程线即为单位线。

实际发生的净雨，常常既不是 1 个时段，也不是一个单位；因而为利用单位线进行流域出口断面的流量计算，还需要作出一些假定：

(1)如果单位时段内的净雨深不是一个单位，而是 n 个，则它所形成的出流过程线的总历时与单位线相同，流量则为单位线的 n 倍。

(2)如果净雨历时不是一个时段，而是 k 个时段，则各时段净雨所形成的出流过程之间互不干扰，出流断面的流量过程等于 K 个流量过程之和。

上面的两个假定实际上相当于把流域看成是一个线性时不变系统。也就是说，若系统的输入 I 与输出 Q 满足

$$Q = f(I) \tag{10.51}$$

则：

$$f(\alpha I_1 + \beta I_2) = \alpha f(I_1) + \beta f(I_2) \tag{10.52}$$

因而只要知道单位线和流域上各时段的净雨深，即可求得出口断面的流量过程线，其计算公式为：

$$\begin{aligned} Q(t) &= \sum_{\tau=1}^{m} R(t-\tau-1)q(\tau) \\ &= \sum_{i=1}^{k} R(i)q(t-i+1) \end{aligned} \tag{10.53}$$

式中 m 为单位线的历时时段数，k 为净雨历时时段数，Q 及 q 均以 m^3/s 计，R 以单位净雨深的倍数计。表 10.2 列出用单位线推求出流过程的计算示例。

上面就是应用单位线计算出流过程的基本原理。已知流域的单位线，则由净雨转换出流是十分简便的。因而关键是求得单位线。单位线可以根据流域实测的水文资料，分析为净雨及流量过

表 10.2 用单位线计算出流过程示例

时段	R	q (m^3/s)	Q (m^3/s)	计算说明
1	0.1879	3	0.6	$Q(1)=R(1)*q(1)$ $=0.1879*3\approx0.6$
2	1.9374	32	11.8	$Q(2)=R(2)*q(1)+R(1)*q(2)$ $=1.9374*3+0.1879*32$ $=11.8$
3	6.4785	17	84.6	
4	0.0293	9	242.0	
5		5	129.4	
6		3	69.1	
7		2	38.8	
8		1.4	23.7	
9		1	15.9	
10			11.1	
11			6.5	

* 本例 $k=4, m=9$. 见(10.53)式。

程后，由(10.53)式反推求得(庄一鸽和林三益，1986；长江流域办公室，1982)。在无水文资料地区，可应用综合单位线方法推求单位线。其做法是分析区域内有实测资料的流域，得到单位线与流域地理特征间的关系，利用这一关系，外推无实测资料单位线(庄一鸽和林三益，1986)。

现代线性系统理论的发展，赋予单位线概念更加丰富的内容。如果把流域看成是一个线性时不变系统，则单位线可定义为该系统的脉冲反应，即输入为一个脉冲时的出流过程。这就是瞬时单位

线的概念。由于系统是线性的，单位线是不变的，所以流域出口断面的流量过程可由下面的卷积公式计算：

$$Q(t) = \int_0^t u(t-\tau)R(\tau)d\tau \tag{10.54}$$

或

$$Q(t) = \int_0^{L_m} u(L)R(t-L)dL \tag{10.55}$$

此式表示系统的输出 $Q(t)$，可由系统的输入 $R(t)$ 经过线性运算而得出。运算的核函数 $u(L)$ 称为瞬时单位线（即时段长趋于零时的单位线），是输入为瞬时脉冲时系统的响应，$0 \leqslant L \leqslant L_m$，$L_m$ 是单位线历时。

Nash(1957)建立了第一个瞬时单位线的概念模型，他把流域看成是 n 个相同的线性水库的串联，所得公式如下：

$$u(t) = \frac{1}{k(n-1)!}\left(\frac{t}{k}\right)^{n-1} e^{-t/k} \tag{10.56}$$

式中 k 为一个线性水库的蓄泄系数。

华士乾和文康(1987)系统地论述了从简化的 Saint-Venant 方程推求各类瞬时单位线的方法。瞬时单位线概念使前述黑箱性的单位线概念与机理性的 Saint-Venant 水运动模型之间建立了联系，同时也为单位线在无水文资料地区应用提供了更加坚实的物理基础。

瞬时单位线是净雨历时趋于零时假想的汇流曲线，实际应用中需转化为时段单位线或时段汇流曲线。传统的转化方法是 S 曲线法（林三益和庄一鸽，1986）。对于式(10.56)所示的 Nash 单位线，则可采用华士乾和文康(1987)导出的转化公式。

10.2.2 Saint-Venant 方程

虽然直接应用 Saint-Vanant 方程作汇流计算难度很大，但现有的大部分汇流计算模型都可从 Saint-Venant 方程的各种简化

形式中导出。Saint-Venant 方程由描述洪水水量守恒和能量守恒的方程组成，可写为：

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0 \tag{10.57}$$

$$-\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial J_f}{\partial x} \tag{10.58}$$

式中，A 为过水断面面积，m^2

v 为过水断面平均流速，m/s

Q 为通过断面的流量，$Q=A\cdot v$，m^3/s

x 为距离，m

t 为时间，s

h 为过水断面积的水位，m

J_f 为克服摩擦阻力所损耗的能量，m

g 为重力加速度，$9.8m/s^2$

方程(10.58)中，左端的$-\frac{\partial h}{\partial x}$项为水面坡度，代表单位重量液体的势能沿流程的变化率；右端$\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}$项称为波动坡度，代表局地加速度所产生的惯性力沿单位流程所作的功；$\frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x}$项称为动能坡度，代表迁移加速度所产生的惯性力沿单位流程所作的功；$\frac{\partial J_f}{\partial x}$项称为摩阻坡度，代表单位重量液体沿单位流程克服摩擦阻力所作的功。因此，(10.58)式的能量守恒关系表明了水流中势能沿流程的变化，将耗于克服摩擦阻力和转化为惯性力而作的功。习惯上，把$\frac{\partial J_f}{\partial x}$项称为摩阻比降，把$\frac{1}{g}\left(\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}\right)$称为惯性项。

Saint-Venant 方程在水力学中常用数值方法求解，但因河网各处水力参数不易求得，数值计算的工作量也很大，此法在水文学上应用不够广泛。在水文学上，常对 Saint-Venant 方程组中动力方程作一定的简化，即用流速公式或蓄泄方程代替动力方程。

假设非恒定流中的摩阻比降可近似采用恒定流的谢才公式计算，即

$$i_f = \frac{\partial h_f}{\partial x} = \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{Q^2}{K^2} \tag{10.59}$$

设 i_0 为河底比降，h 为水深，则水面比降 i 为：

$$i = i_0 + \frac{\partial h}{\partial x} \tag{10.60}$$

上式代入动力方程(10.58)得：

$$Q = K\sqrt{i_0 - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x}}$$

$$= K\sqrt{i_0}\sqrt{1 - \frac{\partial h}{i_0 \partial x} - \frac{1}{g i_0}\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{v}{g i_0}\frac{\partial v}{\partial x}} \tag{10.61}$$

对不同的条件，(10.61)式可作进一步简化。在汇流计算中，常用下面两种简化：

(1) 当 i_0 足够大时，即在陡坡的情况下，可使 $\frac{1}{i_0}\left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial x}\right)$ 比 1 小，动力方程(10.61)简化为

$$Q = K\sqrt{i_0} \tag{10.62}$$

(10.57)式和(10.62)式联合求得的简化解称为运动波解. 这种情况适用于坡度较大的山地坡面汇流。

(2) 当惯性项 $\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x}$ 与其它项相比可以忽略时，方程(10.61)变为：

$$Q = K\sqrt{i_0 - \frac{\partial h}{\partial x}} \tag{10.63}$$

(10.57)式和(10.63)式联合求得的解称为扩散波解。在平原河道的缓变流动中，惯性项通常是可以忽略的。河道洪水演算方法中，常用的是扩散波条件(10.63)式。

1. 运动波模型的应用

Hager(1984)曾把运动波模型(10.57)和(10.62)式运用到图 10.12 所示的一个理想化的流域。假定总降雨量全部变成地面径流，并汇入山脚小溪流中。流域面积由两块宽为 L_c，长为 L_s，坡度为 i_{sc} 的长方形组成。小溪流是宽度为 b，长度为 L_c、斜率为 i_{cs} 明渠。另外，流域面积及溪流的摩擦系数不随时间和空间变化。

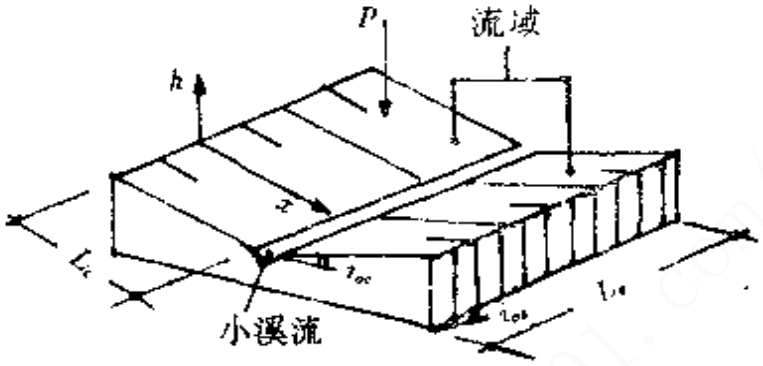


图 10.12 用运动波模型求解流域汇流的一个理想化流域示意图
(根据 Hager，1981)

描述坡面流的 Saint-Venant 方程可写为：

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}=P \tag{10.64}$$

$$S_0=S_f \tag{10.65}$$

式中 x 和 t 代表空间和时间坐标。对坡面，x 自山顶指向山脚，对于溪流，x 自上端指向出口处；h 是水深；q 是单位宽度断面上的流量；P 是侧向入流，对于坡面 P 指降雨量；S_0 是底坡比降；S_f 是摩阻比降。假定降雨量在流域内是均匀分布的，它随时间的变化可由下式描述：

$$P(T)=P^*T^m e^{m(1-T)} \tag{10.66}$$

式中 $T=t/t^*$，P^* 是最大入流(或降雨)强度，t^* 是峰值出现的时间。

利用 Manning-Strickler 关系可得到：

$$S_f=q^2/(k^2h^{10/3}) \tag{10.67}$$

式中 $k=1/n$，是表面粗糙度参数。上式代入(10.64)得

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{5}{3}S_0kh^{2/3}\frac{\partial h}{\partial x}=P \tag{10.68}$$

问题的边界条件可取为：

$$h\big|_{x=0}=0,h\big|_{t=0}=0 \tag{10.69}$$

这一条件代表干流域和干溪流情况。

采用下列无量纲量：

$$T=t/t^*;X=x/(kS_0^{1/2}P^{*2/3}t^{*5/3}) \tag{10.70}$$

$$Y=h/(P^*t^*);Q=q/(kS_0^{1/2}P^{*5/3}t^{*5/3}) \tag{10.71}$$

则方程(10.65)和(10.68)变为：

$$Q=Y^{5/3} \tag{10.72}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial T}+\frac{5}{3}Y^{2/3}\frac{\partial Y}{\partial X}=T^me^{m(1-T)} \tag{10.73}$$

方程(10.69)变为

$$Y\big|_{X=0}=0,Y\big|_{T=0}=0 \tag{10.74}$$

一阶编微分方程(10.73)可变为两个常微分方程：

$$\frac{dY}{dT}=T^me^{m(1-T)} \tag{10.75}$$

$$\frac{dX}{dT}=\frac{5}{3}Y^{2/3} \tag{10.76}$$

由(10.75)式得：

$$Y(T,T_0)=\int_{T_0}^{T}\tau^me^{m(1-\tau)}d\tau \tag{10.78}$$

式中T_0是积分常数。由(10.76)式得：

$$X(T,T_0)=\frac{5}{3}\int_{T_0}^{T}Y^{2/3}(\tau,T_0)d\tau \tag{10.79}$$

式中$T_0<T$。

当X满足下面条件即：

$$X\geqslant\frac{5}{3}\int_0^TY^{2/3}d\tau \tag{10.80}$$

则$Y(T)$可由下式计算

$$Y(T)=\int_0^T \tau^m e^{m(1-\tau)}d\tau \qquad (10.81)$$

如果 X 不满足(10.80)式，则当已知 X 和 T 后，需由(10.78)和(10.79)式消去 T_0 后，才能求出 Y。

对于 $m=2$，由(10.78)式可得：

$$Y(T,T_0)=\frac{1}{4}\left[e^{2(1-T_0)}(2T_0^2+2T_0+1)-e^{2(1-T)}(2T^2+2T+1)\right] \qquad (10.82)$$

图 10.13 绘出 $m=2$，$m=5$ 和 $m=10$ 时，由(10.70)-(10.79)式求得的 $Q(=y^{5/3})$ 与 X、T 的关系。

把小溪流测向入流 $Q_c(T)$ 求出后，再用(10.66)式拟合 $Q_c(T)$ 求出 m，P^*，T^*。再采用与由降雨 $P(T)$ 求 $Q_c(T)$ 相似的方法，求得溪流出口处的流量过程线 $Q_c(T)$，示例如下：

假定最大雨强 $P^*=50\text{mmh}^{-1}=1.4\times10^{-5}\text{m/s}$，峰值时间 $t^*=70\text{min}=4.2\times10^3\text{s}$，形状因子 $m=5$。流域坡面宽度

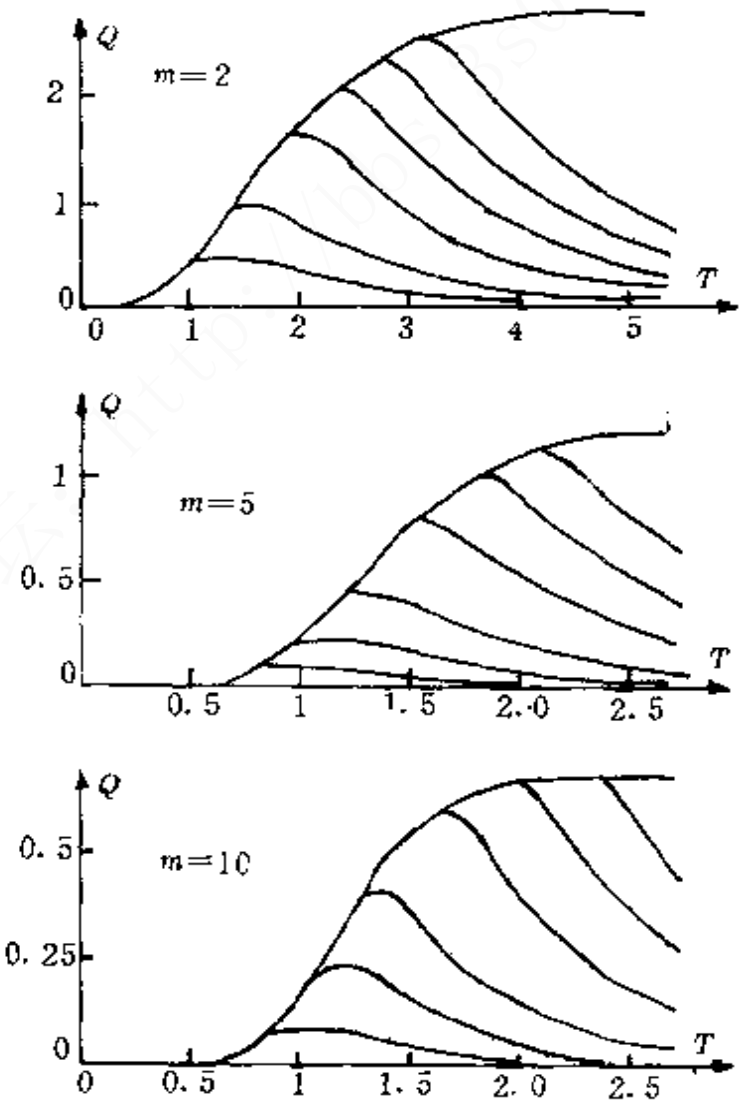


图 10.13 $m=2$、5、10 时不同 x 处的 $Q(T)$ 曲线

$L_c=10^3$m，溪流长度 $L_s=11\times10^3$m。坡面平均坡度 $S_{0,c}=10\%$，溪流平均坡度 $S_{0,s}=3\%$，相应摩擦系数 $k_c=5\text{m}^{1/3}\text{s}^{-1}$，$k_s=10\text{m}^{1/3}\text{s}^{-1}$（$n_c=0.2$，$n_s=0.1$），溪流宽度为 $b=10$m。求溪流出口断面的流量过程线：

首先求溪流侧向入流 $Q_c(T)$。由上述参数求得

$$X_c=1$$

由图 10.13 查得：

$$Q_{\max}=0.81$$

$$T_{\max}=1.56$$

因而，由(10.70)和(10.71)式得：

$$q_{\max,c}=0.0114\text{m}^2/\text{s}$$

$$t_{\max,c}=1.82\text{h}$$

用(10.66)式来拟合侧向入流过程线，其中

$$t_s^*=t_{\max,c}$$

$$P_s^*=q_{\max,c}\left(\frac{2}{b}\right)$$

因而 $t_s^*=6550$s，$P_s^*=0.0023$m/s。选择 $m=10$ 可得较好拟合结果，如图 10.14 中虚线所示。

用 $L_s=11000$m，$S_{0,s}=0.03$，$k_s=10\text{m}^{1/3}\cdot\text{s}^{-1}$，$t_s^*=6550s$，由(10.70)式可求得：$X_s=0.16$ 由图 10.13 查得

$$Q_{\max}=0.15$$

$$T_{\max}=1.15$$

化成有量纲量得

$$q_{\max,s}=23.8\text{m}^3/\text{s}$$

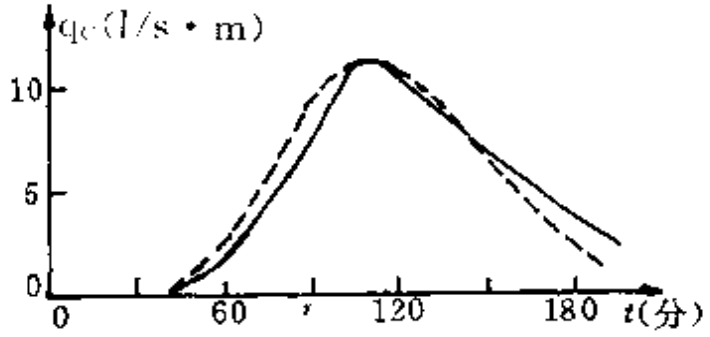


图 10.14 小溪侧向入流过程线

$t_{max,s}=2.1h$

因而出口断面最大流量为 $Q_{max,s}=bq_{max,s}=238m^3/s$

上面示例虽然简单，但完整地描述了用运动波模型求解汇流的全部过程。许多实际问题给出的条件非常复杂，方程组(10.64)和(10.65)难于求得解析解，只能用数值方法求解(Freeze，1978；Woolhiser，1977；Abbott 等，1978；温灼如，1985)。

2. 河网汇流计算

一般天然河道，除河口回流等情况外，惯性项的作用十分小，可忽略不计。这时 Saint-Venant 方程简化为扩散波模型：

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0 \tag{10.83}$$

$$i=Q^2/K^2 \tag{10.84}$$

对于特定河道，只要给出初边条件，上述方程组可用数值方法求解(华东水利学院，1979)。

在水文学中，方程(10.84)常简化为蓄泄方程，(10.83)式则常概化为槽蓄方程来解，推导如下：

方程(10.84)改写为：

$$Q=K\sqrt{i} \tag{10.85}$$

式中 K 为：

$$K=AC\sqrt{R} \tag{10.86}$$

其中，C 为谢才系数，R 为水力半径，A 为过水断面面积。类似于 Manning 公式，C 可表示为：

$$C=\frac{1}{n}R^d \tag{10.87}$$

对于浅宽型河道，R 近似与水深 h 成正比，即

$$R\approx a_1h \tag{10.88}$$

式中 a_1 是比例系数。

对于任意过水断面，其面积也可近似用下式计算

$$A = a_2 h^p \tag{10.89}$$

把(10.86)～(10.89)式代入(10.85)式得：

$$Q = a_0 h^y \tag{10.90}$$

式中 a_0 是系数，y 是指数。

另一方面，设河段长度为 L，平均过水断面面积 $\overline{A}$ 可用(10.89)式表示，即

$$\overline{A} = a_2' \overline{h}^p \tag{10.91}$$

式中 $\overline{h}$ 是河段平均水深，则河段蓄水量可表示为：

$$W = a_3 \overline{h}^b \tag{10.92}$$

把河段的平均流量 $\overline{Q}$ 也写为：

$$\overline{Q} = a_0 \overline{h}^y \tag{10.93}$$

则由(10.92)和(10.93)式可求得：

$$W = a_4 \overline{Q}^{b2} \tag{10.94}$$

上式写成普适函数形式：

$$W = f(\overline{Q}) \tag{10.95}$$

设河段上游入流量为 I，下游出流量为 O，则 $\overline{Q}$ 可近似表示为：

$$\overline{Q} = \frac{I + O}{2} \tag{10.96}$$

式(10.96)代入(10.95)式得：

$$W = f(O, I) \tag{10.97}$$

因此得到河段的蓄泄方程，它表示的是河段蓄水量与上、下游入流和出流的关系。

连续性方程(10.83)也可概化为简单的输入(净雨或上游入流)和输出(出流)的单维动力系统，即：

$$\frac{dW}{dt} = I - Q \tag{10.98}$$

上式写成有限差分形式得：

$$\frac{1}{2}(I_1 + I_2)\Delta t - \frac{1}{2}(O_1 + O_2)\Delta t = \Delta W \tag{10.99}$$

式中，I_1，I_2 为计算时段始、末的入流量(m^3/s)。

O_1，O_2 为计算时段始、末的出流量(m^3/s)

$\Delta W=W_2-W_1$ 为时段始、末河槽蓄水量差值(m^3)。

Δt 为计算时段长度(s)。

当河段有区间来水量 $q(t)$ 时，(10.99)式变为：

$$\frac{1}{2}(I_1+I_2)\Delta t+\frac{1}{2}(q_1+q_2)\Delta t-$$

$$-\frac{1}{2}(O_1+O_2)=\Delta W \qquad (10.100)$$

式(10.97)和式(10.100)是河段流量演算法的基本方程。如果已知河段上游的入流量过程 $I(t)$ 和区间来水量过程 $q(t)$，则联解(10.97)和(10.100)式，即可求得未知数 O_2 和 W_2。若逐时段连续计算，即可得到河段下游的出流量过程线 $O(t)$。

流量演算法的关键是建立能正确反映河段实际情况的蓄泄关系，即(10.97)式。蓄泄关系的代表性是影响流量演算精度的主要因素。如果区间入流量较大，则 q 的计算精度对流量演算精度也起较大影响。由于处理河槽蓄泄关系的方法和方式不同，相应的流量演算法也就不相同。

表 10.3 列出目前水文学上常用的几种洪水演算法及其蓄泄关系，以及详细介绍这些方法的参考文献。

表 10.3 常用洪水演算法中的蓄泄关系

演 算 法	蓄泄关系	参考文献
马京斯根法	$W=K(xI+(1-x))$	赵人俊(1984) 林三益等(1986)
特征河长法	$W=\tau O$	长江流域规划办公室(1979)
经验蓄泄曲线法	W 与 I、Q 的关系用经验曲线表达	长江流域规划办公室(1979)

10.3 流域降雨—径流模拟

流域降雨—径流模拟是水文计算和水文预报的重要手段。其主要目的是由降雨量预测流域出口断面流量，如图 10.15 所示。

流域降雨—径流模拟大约始于十九世纪后半叶(Todni，1988)。但直至二十世纪二十年代末期，由降雨量预测径流量的方法都是经验性的。1932 年，Sherman (1932)引入建立在叠加原理基础上的单位线概念。此后，随着系统分析理论的发展及其在水文学上的应用，给单位线概念的物理解释以及有关的参数识别提供了科学基础。单位线概念的提出使降雨—径流模拟上升到新的阶段，这一概念提出至今快六十年了，但它仍然是水文学上的一根支柱，经久不衰，广泛应用。

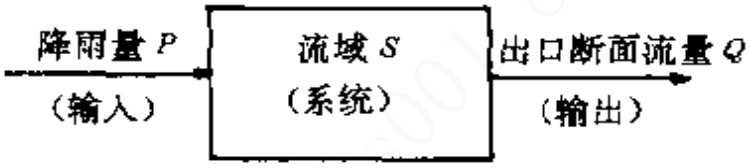


图 10.15 降雨—径流模拟框图

60 年代，建立在对产流过程和汇流过程概念化基础上的降雨—径流概念性模型获得了迅速的发展。到 60 年代末期，全世界已经建立了大约二百多个概念性降雨—径流模型，而且新模型仍不断出现(文康，1987；WMO，1975)。虽然对这些概念性模型的褒贬不一(Linsley，1981；Neaf，1980)，但这些模型确实包括了流域产汇流的许多基本物理过程。

70 年代以来，人们一直在研究具有坚实物理基础的降雨—径流模型。主要是计算机技术的发展，已使这一研究初步获得结果。由丹麦、英国和法国水文学家提出的 SHE(Systeme Hydrologique European)模型，联结了描述土壤水运动的 Richards 方程、地下水运动的 Darcy 定律、地表水运动的 Saint-Venant 方程以及

植被冠层和大气近地面层过程，并在高分辨的离散三维空间内进行数值求解，从而使降雨—径流模拟达到了从基本物理过程进行描述的新水平。下面对几个有代表性的降雨—径流模型作一粗略介绍。

新安江模型：是华东水利学院(1978)提出的建立在蓄满产流概念基础上的降雨—径流模型，适用于大部分湿润地区。赵人俊(1984)详细介绍了该模型的基本结构、参数确定方法以及相应的计算机程序。与其他的降雨—径流概念性模型相比，新安江模型具有结构简单，参数少且物理意义明确、在湿润地区应用精度较高等特点。朱华(1985)曾把新安江模型与 Sacramanto 模型在湿润地区作过比较，表明新安江模型对于以蓄满产流为主的地区，其效果与 Sacramanto 模型相当。

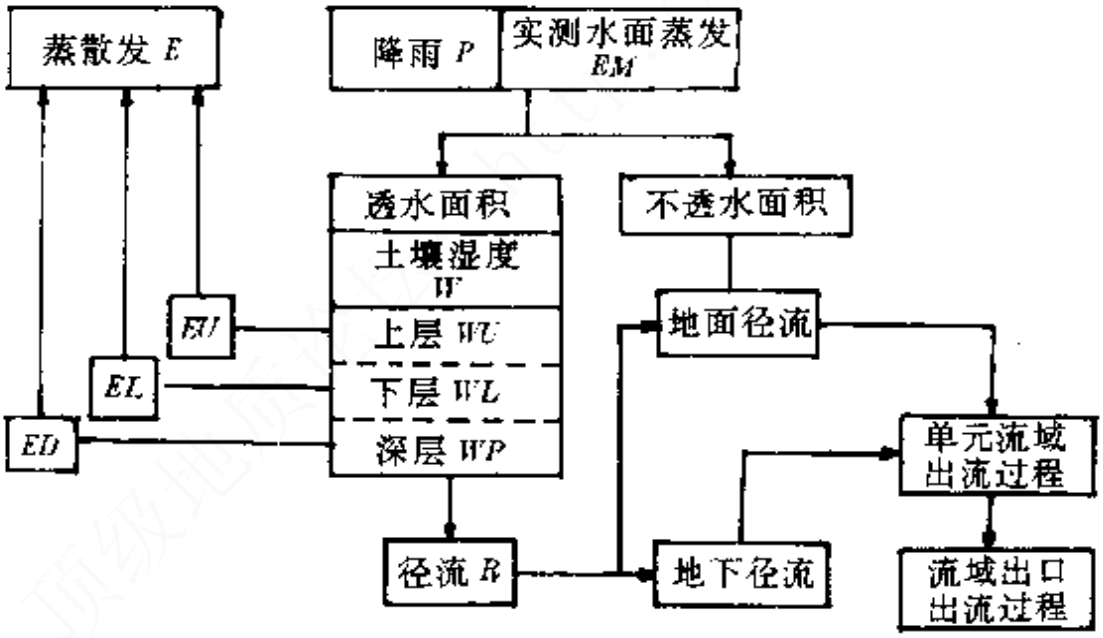


图 10.16　新安江模型结构示意图

考虑到降雨分布不均以及下垫面条件不同的影响，新安江模型被设计成分散性模型。它把全流域分成许多块单元流域，对每个单元流域作产汇流计算，得出单元流域的出口流量过程。再进行出

口以下的河道洪水演算，求得流域出口的流量过程。把每个单元流域的出流过程相加，就得到流域出口的总出流过程。对于单元流域，图 10.16 绘出模型计算流程图。

Sacramento 模型：是美国天气局在七十年代初提出的降雨—径流概念性模型（Surnash 等，1973），其原型是 Stanford 模型（Crawford 和 Linsley，1966）。Sacrmento 模型在美国应用甚广，预报效果也较好，用于湿润与干旱等所有地区。

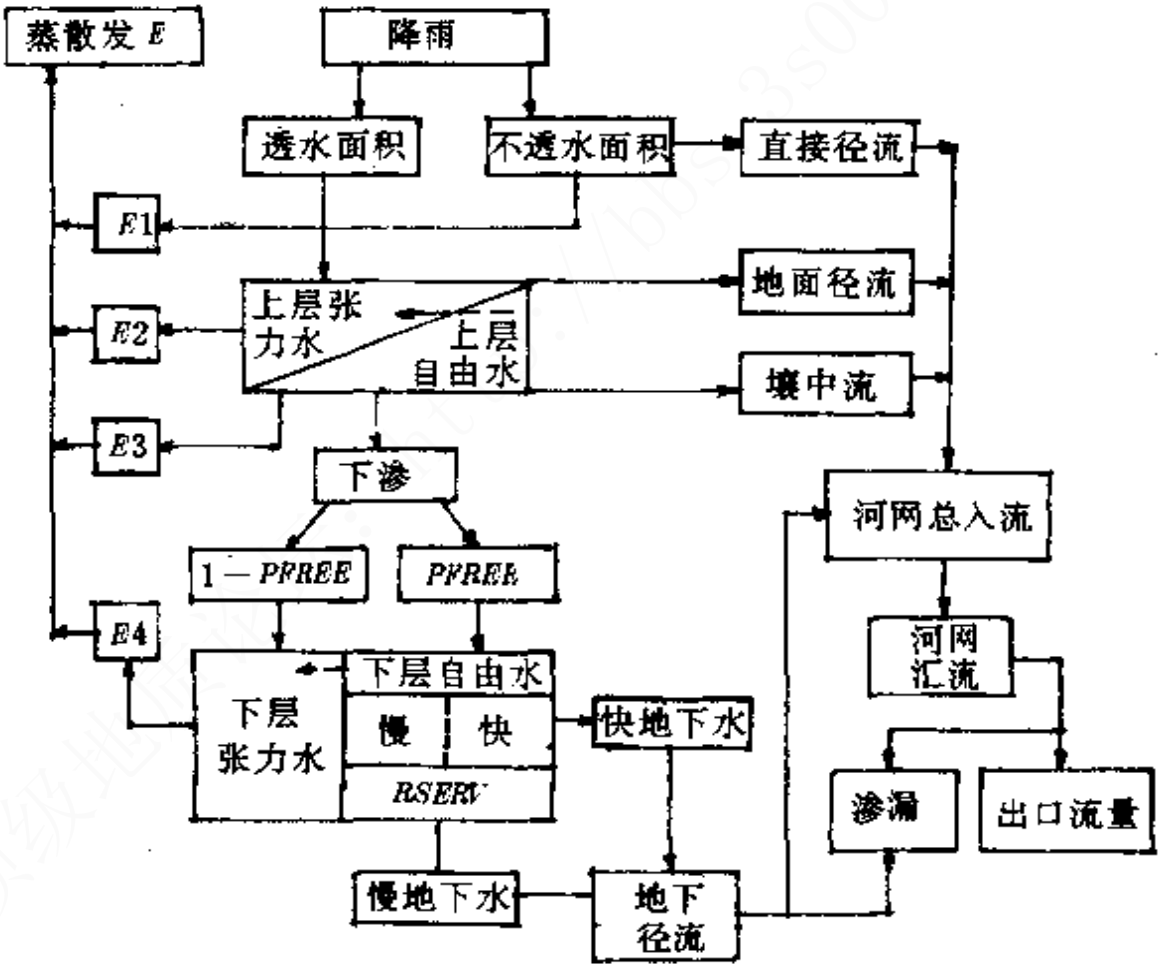


图 10.17　Sacrmento 模型结构示意图

模型将流域分为并列的三个组成部分：透水面积、不透水面积、变动的不透水面积。径流则由五种成分组成：直接径流、地表径流、壤中流、快速地下水和慢速地下水。图 10.17 是模型结构示意图。在透水面积上，土壤分为两层，一般来说，上层较疏、下层较为致密。每个土层的土壤含水量，分为张力水和自由水两种。张力水消耗于蒸发，自由水可以产流。在一定条件下，自由水可以补充张力水，而张力水则不能补充自由水。

模型先计算透水面积、变动的不透水面积在时段内的蒸散发量，然后计算产流。若时段降水补充上层张力水后还有剩余，则称剩余部分为有效降水。各种产流成分按下列顺序产生：

(1)下层自由水按线性水库退水规律产生地下径流(分快、慢两部分)

(2)上层自由水先用于下渗，剩余部分按出流系数产生侧向的壤中流。

(3)有效降水补充上层自由水，超过其容量部分即成为地表径流。

以上各种水源产流量累加起来，再加上不透水面积及变动的不透水面积上的直接径流量，就可得到时段产流量。

本模型重点在产流部分，共有十七个参数，但作用显著而且必须用优选法才能确定的参数有七个，即上、下的张力水容量与自由水容量，以及有关下渗的三个参数，决定这些参数主要依靠试错法。

SHE(Systeme Hydrologique European)模型：是欧洲共同体财政支持下由丹麦、英、法等国水文学家共同研制的，以质量、动量、能量守恒方程为基础，以偏微分方程数值求解技术为手段而建立的降雨—径流模拟系统(Abbott 等，1986)。模型把流域用正方形网格离散。在网格单元内写上质量、动量、能量守恒方程，并用差分方法进行求解，以获得各单元内水运动状态。虽然，目前模型还

只能作为实验工具用于研究流域各种水源的产流机制，但其应用前景是广阔的。模型体现了各学科综合的成果，是八十年代水文学取得的重要进展之一。

模型包括7个子模型，其基本结构如图10.18所示。一些子模型简述如下：

(1)植物冠层截留和蒸散发子模型。

冠层截留模型使用的是Rutter(1971,1972)提出的概念性模型(见第九章)。蒸散计算使用的是Peman-Monteith方程。

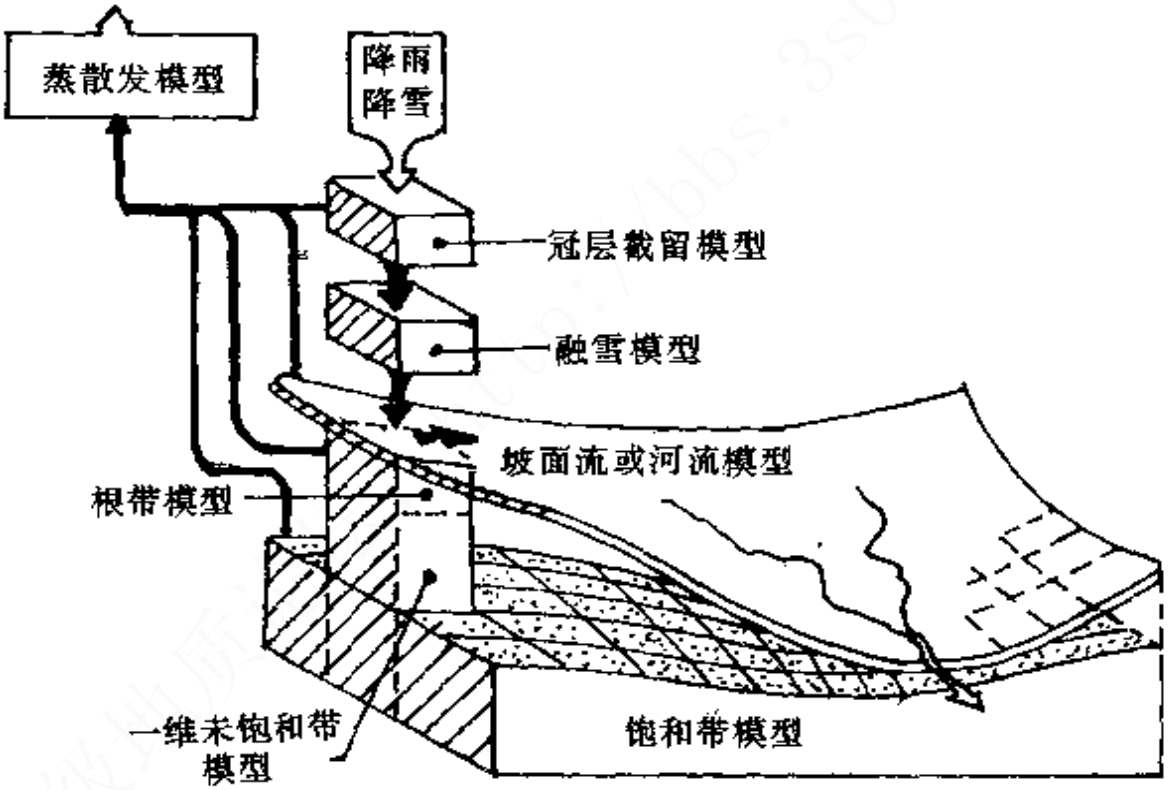


图10.18 SHE结构示意图

(2)坡面流和河道水流子模型

坡面流用二维的Saint-Venant方程描述，其中忽略惯性项的作用，即相当于扩散波模型。河道水流则采用一维的Saint-Venant方程。方程描述如下：

坡面流方程：

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial(uh)}{\partial x}+\frac{\partial(vh)}{\partial y}=q \tag{10.101}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x}=S_{ox}-S_{fx} \tag{10.102}$$

$$\frac{\partial h}{\partial y}=S_{oy}-S_{fy} \tag{10.103}$$

式中 $h(x,y,t)$是水深，x、y 是水平坐标，t 为时间，$u(x,y,t)$、$v(x,y,t)$是 x、y 方向上的流动速度，$q(x,y,t)$是净雨量(降雨量减去入渗量)，$S_{ox}(x,y)$、$S_{oy}(x,y)$是 x、y 方向地表面坡度，$S_{fx}(x,y)$、$f_{fy}(x,y)$是 x、y 方向的摩阻比降。应用 Strickler-Manning 摩阻定律，可得：

$$uh=K_xI_x^{1/2}h^{5/3} \tag{10.104}$$

$$vh=K_yI_y^{1/2}h^{5/3} \tag{10.105}$$

式中 K_x、K_y 是 x、y 方向上的 Strickler 粗糙度系数；$I_x(x,y)$ $I_y(x,y)$分别是 x、y 方向的水面梯度。

方程(10.101)～(10.105)可用有限差分方法求解。

河道流方程则可写为：

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial(Au)}{\partial x}=q_L \tag{10.106}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x}=S_{ox}-S_{fx} \tag{10.107}$$

式中 $A(x)$是流动的横截面积，S_{ox}是河床坡度，$q_L(x,t)$是蒸发、降雨、侧向入流和出流等因素造成的源汇项。方程(10.106)和(10.107)也可用有限差分方法求解。

(3)未饱和带子模型

为了减少计算量，未饱和带内的侧向流动予以忽略，只考虑垂直方向的流动，因而土壤水运动可用一维的 Richardson 方程描述，即：

$$C\frac{\partial\Phi}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right]+\frac{\partial K}{\partial z}-S \qquad (10.108)$$

式中，Φ 是土壤水势，$C=\partial\theta/\partial\Phi$ 是水力传导度，S 是植物根吸收或土壤蒸发造成的源汇项。

(4)饱和带子模型

假定运动只是水平方向的，则地下水面可用 Darcy 定律和水量守恒方程结合所得的 Baussinesq 方程描述：

$$S\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(K_xH\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_yH\frac{\partial h}{\partial y}\right)+R \qquad (10.109)$$

式中 $S(x,y)$ 为比产量(Specific yield)，$h(x,y,t)$ 是地下水面高度，$K_x(x,y)$、$K_y(x,y)$ 是饱和导水率，$H(x,y)$ 是饱和带厚度，$R(x,y,t)$ 是由未饱和带排入饱和带的水量。

(5)融雪子模型

融雪融子模型用于计算积雪的融化及蒸发，以能量平衡方程为基础进行计算：

$$H=C+P+E+G+R_n \qquad (10.110)$$

式中 C 是由空气中吸收的感热，P 是从降水中获的热量，E 是凝结热，G 是进入土壤层的热传导量。R_n 是净辐射量。

除上述几个子模型外，SHE 还设计了一个主控程序，以控制各种参数的输入及变量的初始化，控制各子模型之间的资讯交换，累积有关变量。

SHE 的建立和发展，将为人们了解流域内的产流过程以及这些过程对出流的影响等许多复杂问题提供了有效的模拟试验工具。

目前，对土壤水运动的三维模拟已经日益受到重视。Ward 等(1987)发展的 Hyspan 模型，也是为研究土壤中水分的垂直和水平运动以及局部流域产汇流计算提供新的模拟手段。

附录：土壤—植被—大气辐射、水分、热量、动量运移和贮存的模拟模式

到目前为止，已经设计和试验了许多土壤—植被—大气辐射、水分、热量和动量运移和贮存的模拟模式。这些模式按其用途大致可分为如下几类：

(1)陆面过程模式：这类模式用于与大气动力学模式相耦合，以模拟陆面变化对大气运动，乃至全球气候的影响，或者反过来用于模拟气候变化对陆面生物圈的影响。这类模式主要的有：Deardorff(1977)的陆面蒸散发模式，Lin(1984)的陆面水文模式，Sellers(1986)的生物圈模式。

(2)陆地生态系统模式：这类模式主要用于模拟生态系统内质量和能量的运移和贮存以及用于诊断生态系统不同部位的水热状况，也有用于模拟生态系统变化对陆面水文过程的影响。这类模式如 Huff 等(1977)设计的陆面生态系统水文模型(TEHM)，Wit 和 Goudriaan(1974)的生态系统模拟模式。

(3)流域水文模式：这类模式主要是为流域水文预报而设计的。全世界这类模式目前不下一百个(WMO，1975)。Todini(1988)对此有过评述。

(4)冠层微气象模式：这类模式主要目的是模拟冠层气象场的分布和结构，有时也与病虫害预测模式、光合作用模式相结合，用于病虫害预报或作物产量预报。Cowan(1968)、Waggoner 等(1969)、Goudriaan(1978)、Myers 和 PawU(1986)以及 Naot 和 Maher(1988)都曾设计和试验过这类模式。

我们曾对上述几类模式进行过一些比较研究，发现它们普遍存在如下几方面问题：

(1)由于模式研究对象不一样，因而容易忽略一些重要的物理

过程，致使这些模式难以用于对土壤—植被—大气系统进行全面描述和模拟。例如，冠层微气象模式中通常对土壤层的处理是粗糙的，因而只能用于短时间模拟。

(2)大部分模式对土壤过程的处理是概念性的。正如 Mahrt 和 Pan(1984)所指出，这些模式对水流通量的计算误差是显著的。

(3)大部分模式对冠层辐射输送过程的重视不够，而这正是保证其它通量计算精度的根本所在。

针对上述这些问题，我们利用 80 年代以来在土壤—植被—大气相互作用研究方面取得的一些新成果，设计了一个土壤—植被—大气辐射、水分、热量和动量运移和贮存的模拟模式。这个模式中的大部分子模式已经检验过，并被证明具有较强的模拟能力，可供读者参考使用。

一、模式概述

1. 冠层短波辐射传输模式

类似于 Sellers 等(1986)，我们把到达冠层上方的短波辐射通量分成如下四个部分分别处理：

(1)可见光直接辐射通量，F_{sb}

(2)可见光漫射辐射通量，F_{sd}

(3)近红外光直接辐射通量，F_{nb}

(4)近红外光漫射辐射通量，F_{nd}

之所以作这样的划分，是因为植物绿叶的光学特性在可见光区和近红外光区有很大不同，而且冠层的吸收和散射特性与太阳光的入射角有密切关系。

短波辐射在冠层内的传输用二流近似模型计算：

对于直接辐射：

$$F^{\uparrow}=a_1e^{-KL}+a_2e^{-aL}+a_3e^{aL}$$

$$F^{\downarrow}=a_4e^{-KL}+a_5e^{-aL}+a_6e^{aL}$$

对于漫射辐射：

$$F^{\uparrow}=a_7e^{-\alpha L}+a_8e^{\alpha L}$$

$$F^{\downarrow}=a_9e^{-\alpha L}+a_{10}e^{\alpha L}$$

式中 L 是向下累计的叶面积指数；K、α 以及 $a_1,a_2,\cdots,a_{10}$ 的计算公式见第一章有关部分。

2. 冠层长波辐射传输模式

冠层长波辐射用模式(1.158)和(1.159)式进行计算：

$$F_L^{\uparrow}(L)=2F_L^{\uparrow}(0)\int_0^{-1}\exp\left(\frac{G(\mu)}{\mu}L\right)\mu d\mu-$$

$$-\int_0^{L}\left\{2\sigma T_c^4\int_0^{-1}\frac{G(\mu)}{\mu}\exp\left[\frac{G(\mu)}{\mu}(L-\tau)\right]\mu d\mu\right\}d\tau$$

$$F_L^{\downarrow}(L)=2F_L^{\downarrow}(L_T)\int_0^{1}\exp\left[-\frac{G(\mu)}{\mu}(L_T-L)\right]\mu d\mu$$

$$+\int_L^{L_T}\left\{2\sigma T_c^4\int_0^{1}\frac{G(\mu)}{\mu}\exp\left[\frac{G(\mu)}{\mu}(L-\tau)\right]\mu d\mu\right\}d\tau$$

因为模式中包含叶子温度 T_L 和地表面温度 T_s(在 $F_L^{\downarrow}(L_T)$项中隐含)，不能直接求解，只能与冠层水热交换模式联合求解。

3. 冠层内的净辐射通量密度计算模式。

根据短波辐射和长波辐射模式计算结果，可得到净辐射通量密度计算模式为：

$$R_n(L)=F^{\downarrow}(L)-F^{\uparrow}(L)+F_L^{\downarrow}(L)-F_L^{\uparrow}(L)$$

4. 冠层内的水热、动量交换模式

采用第七章中导出的二阶闭合模式(7.112)—(7.123)作为冠层内水热、动量交换模式，以克服目前使用的一阶闭合模式所固有的许多缺点。

(1)动量方程：

$$\frac{\partial\langle\overline{w'u'}\rangle}{\partial z}=-C_dA\langle\bar{u}\rangle^2$$

(2)热量守恒方程：

$$\frac{\partial\langle\overline{w'T'}\rangle}{\partial z}=\frac{2A(\langle\overline{T}_L\rangle-\langle\overline{T}\rangle)}{r_b}$$

(3)水汽守恒方程：

$$\frac{\partial\langle\overline{w'q'}\rangle}{\partial z}=\frac{2A(\langle\bar{q}_L\rangle-\langle\bar{q}\rangle)}{r_b+r_s}$$

(4)$\langle\overline{u'^2}\rangle$守恒方程：

$$-2\langle\overline{w'u'}\rangle\frac{\partial\langle\bar{u}\rangle}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left(q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{u'^2}\rangle}{\partial z}\right)$$

$$+2C_dA\langle\bar{u}\rangle^3-\frac{q}{3\lambda_2}\left(\langle\overline{u'^2}\rangle-\frac{q^2}{3}\right)-\frac{2}{3}\frac{Q^3}{\Lambda_1}=0$$

(5)$\langle\overline{v'^2}\rangle$守恒方程：

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{v'^2}\rangle}{\partial z}\right)-\frac{Q}{3\lambda_2}\left[\langle\overline{v'^2}\rangle-\frac{Q^2}{3}\right]-\frac{2}{3}\frac{Q^3}{\Lambda_1}=0$$

(6)$\langle\overline{w'^2}\rangle$守恒方程：

$$3\frac{\partial}{\partial z}\left(Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{w'^2}\rangle}{\partial z}\right)-\frac{Q}{3\lambda_2}\left[\langle\overline{w'^2}\rangle-\frac{Q^2}{3}\right]$$

$$-\frac{2}{3}\frac{Q^3}{\Lambda_1}+2\beta g\langle\overline{w'T'}\rangle=0$$

(7)$\langle\overline{w'u'}\rangle$守恒方程：

$$-(\langle\overline{w'^2}\rangle-CQ^2)\frac{\partial\langle\bar{u}\rangle}{\partial z}+2\frac{\partial}{\partial z}\left(Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{w'u'}\rangle}{\partial z}\right)$$

$$-\frac{Q}{3\Lambda_2}\langle\overline{w'u'}\rangle+\beta g\langle\overline{u'T'}\rangle=0$$

(8)$\langle\overline{w'T'}\rangle$守恒方程：

$$-\langle\overline{w'^2}\rangle\frac{\partial\langle\bar{T}\rangle}{\partial z}+2\frac{\partial}{\partial z}\left(Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{w'T'}\rangle}{\partial z}\right)$$

$$-\frac{G_3}{\tau}\langle\overline{w'T'}\rangle-\frac{2}{3}g\beta\langle\overline{T'^2}\rangle=0$$

(9)$\langle\overline{w'q'}\rangle$守恒方程：

$$-\langle\overline{w'^2}\rangle\frac{\partial\langle\bar{q}\rangle}{\partial z}+2\frac{\partial}{\partial z}\left(Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{w'q'}\rangle}{\partial z}\right)$$

$$-\frac{G_3}{\tau}\langle\overline{w'q'}\rangle-\frac{2}{3}g\beta\langle\overline{q'T'}\rangle=0$$

(10)$\langle\overline{u'T'}\rangle$守恒方程：

$$-\langle\overline{w'u'}\rangle\frac{\partial\langle\bar{T}\rangle}{\partial z}-\langle\overline{w'T'}\rangle\frac{\partial\langle\bar{u}\rangle}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left(Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{u'T'}\rangle}{\partial z}\right)$$

$$-C_{T1}\frac{\langle\overline{u'T'}\rangle}{z}-\alpha\langle\overline{w'T'}\rangle\frac{\alpha\langle\bar{u}\rangle}{\partial z}=0$$

(11)$\langle\overline{T'q'}\rangle$守恒方程：

$$-\langle\overline{w'q'}\rangle\frac{\partial\langle\bar{T}\rangle}{\partial z}-\langle\overline{w'T'}\rangle\frac{\partial\langle\bar{q}\rangle}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left(Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{q'T'}\rangle}{\partial z}\right)$$

$$-\frac{2C_5}{\tau}\langle\overline{T'q'}\rangle=0$$

(12)$\langle\overline{T'^2}\rangle$守恒方程：

$$-2\langle\overline{w'T'}\rangle\frac{\partial\langle\bar{T}\rangle}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left(Q\lambda_1\frac{\partial\langle\overline{T'^2}\rangle}{\partial z}\right)-\frac{2C_5}{\tau}\langle\overline{T'^2}\rangle=0$$

实际上，上述定义的冠层水热、动量交换模式也适合于冠层上方自由空气或裸土上方的近地气层。

5. 土壤层水热运动模式

土壤层水热运动用第六章方程(6.12)、(6.13)描述，得：

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial z}\left(K(\theta)-D(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)+S=0$$

$$C(\theta)\frac{\partial T}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda(\theta)\frac{\partial T}{\partial z}\right)=0$$

式中S是植物根对水的吸收函数，用 Molz(1981)模式(见第八章(8.29)式)计算。

二、求解方法

1. 网格和边界条件

将研究剖面分成N_s+N_a其中地表面以上分N_a层，地表面以上下分N_s层。

在上边界处，假设：

(1)向下的短波辐射通量已知；

(2)向下的大气长波辐射通量已知；

(3)气温、水汽压和风速已知；

(4)对于$\langle\overline{u'^2}\rangle$、$\langle\overline{v'^2}\rangle$、$\langle\overline{w'^2}\rangle$、$\langle\overline{w'^u}\rangle$、$\langle\overline{T'^2}\rangle$、$\langle\overline{T'q'}\rangle$、$\langle\overline{u'T'}\rangle$等变量

可采用类似于(7.124)式的条件。

在下边界处，假设

(1)土壤水势 $\Phi=\Phi_{N_s}$ 为常值

(2)土壤温度 $T=T_{N_s}$ 为常值

在地表面处 $N_a=0$(或 $N_s=0$)处，对于 $\langle\overline{u}\rangle$、$\langle\overline{w'w'}\rangle$、$\langle\overline{u'^2}\rangle$、$\langle\overline{v'^2}\rangle$、$\langle\overline{w'^2}\rangle$和$\langle\overline{u'T'}\rangle$可采用类似于(7.125)式的条件。

2. 差分方程

对于土壤水热运动方程，可用一般的中央差分近似代替有关微分项，然后用 Crank-Nicolson 算法迭代求解(详见第六章)。

对于冠层水热、动量方程，可用 Crank-Niclson 方法进行有限差分离散，然后用 Wilson 和 Shaw(1982)提出的求解步骤进行求解。

3. 模式求解

一般情况下，用 t 时刻的气象资料和 t 时刻的土壤水势和土壤温度，求算出有关通量和预报方程中的有关系数后，求解冠层、土壤水热、动量方程即可获得 $t+1$ 时刻土壤水势和土壤温度，依次进行下去即可获得某一时段关于近地气层要素廓线、土壤层水势和温度廓线以及有关通量的诊断值或预报值。

本模式可用于与大气环流模式(GCM)联合求解，亦可用于对冠层微气象结构进行数值模拟，当然也能用于对陆地生态系统水、能循环的模拟。如果再加入有关流域汇流计算模式，则本模式也能用于流域水文模拟。

主要参考文献

Abbott, M. B., Bathurst, J. C., Cunge, J. A., O'Connell, P. E. and Rasmussen, J., An introduction to the European Hydrological System. *J. Hydrol.*, 87, 45—77, 1986.

Allen, L. H. Jr., Turbulence and wind speed spectra within a Japanese Larch plantation. *J. Appl. Meteor.*, 7, 73—78, 1968.

Amerman, C. R., The use of unit source watershed data for runoff prediction. *Water Resour. Res.*, 1, 499—508, 1965.

Amiro, B. D., Drag coefficients and turbulence spectra within three boreal forest canopies. *Boundary-Layer Meteor.*, 52, 227—246, 1990.

Anderson, D. E., Verma, S. B., Clement, R. J., Baldocchi, D. D. and Matt, D. R., Turbulence spectra of CO_2, water vapor, temperature and velocity over a deciduous forest. *Agric. For. Meteor.*, 38, 81—99, 1986.

Arya, L. M. and Paris, J. F., A physical model to predict the soil moisture characteristic from particle size distribution and bulk density. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 45, 1023—1030, 1981.

Baldocchi, D. D. and Meyers, T. P., A spectral and lagecorrelation analysis of turbulence in a deciduous forest canopy. *Boundary-Layer Meteor.*, 45, 31—58, 1988.

Beasley, R. S., Contribution of subsurface flow from the upper slopes of forested watersheds to channel flow. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 40, 955—957, 1976.

Begg, J. E. and Tuner, N. C., Water potential gradients in field tobacco. *Pl. Physiol., Lancaster*, 46, 343—346, 1970.

Betson, R. P., What is watershed runoff? *J. Geophys. Res.*, 69, 1541—1552, 1964.

Betson, R. P. and Marius, J. B., Source areas of storm runoff. *Water Resour. Res.*, 5, 574—582, 1969.

Beven, K., The hydrological response of headwater and sideslope areas. *Hydrol. Sci. Bull.*, 23, 419—437, 1978.

Bonell, M. and Gilmour, D. A., The development of overland flow in a tropical rainforest catchment, *J. Hydrol.*, 39, 365—382, 1978.

Bonell, M., Gilmour, D. A. and Sinclair, D. F., Soil hydraulic properties and their effect on surface and subsurface water transfer in a tropical rain forest catchment. *Hydrol. Sci. Bull.*, 26, 1—18, 1981.

Boulier, J. F., Touma, J. and Vauclin, M., Flux-concentration relation based solution of constant flux infiltration equation. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 48, 245—251, 1984.

Boyer, J. S., Resistances to water transport in soybean, bean, and sunflower. *Crop Sci.*, 11, 403—407, 1971.

Breece, H. T. and Holmes, R. A., Bidirection scattering characteristics of healthy green soybean and corn leaves in vivo. *Appl. Opt.*, 10, 119—127, 1971.

Brown, F. B. and Martin, W. R., Monte Carlo methods for radiation transport analysis on vector computers. *Prog. Nucl. Energy*, 14, 269—299, 1984.

Brown, P. S., Jr. and Pandolfo, J. P., An equivalent-obstacle model for the computation of radiative flux in obstructed layers. *Agric. Meteor.*, 6, 407—421, 1969.

Brutsaert, W., The roughness length for water vapor, sensible heat and other scalars. *J. Atm. Sci.*, 32, 2028—2031, 1975.

Burdine, N. T., Relative permeability calculation from size distribution data. *Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng.*, 198, 71—78, 1953.

Busch, N. E., The surface boundary layer (part 1). *Boundary-Layer Meteor.*, 4, 213—240, 1973.

Businger, J. A., Wyngaard, J. C., Izumi, Y. and Bradley, E. F., Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer. *J. Atm. Sic.*, 28, 181—189, 1971.

Camacho-B, S. E., Hall, A. E. and Kaufman, M. R., Efficiency and regulation of water transport in some woody and herbaceous species. *Plant Physiology*, 54, 169—172, 1974.

Camillo, P. J., Gurney, R. J. and Schmugge, T. J., A soil and atmospheric

boundary layer model for evapotranspiration and soil moisture studies. *Water Resour. Res.*, 19, 371—380, 1983.

Campbell, G. S., A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data, *Soil Sci.*, 117, 311—314, 1974.

Cary, J. W., Soil moisture transport due to thermal gradients: Practical aspects, *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 30(4), 428—433, 1966.

Cassel, D. K., Nielsen, D. R. and Biggar, J. W., Soil-water movement in response to imposed temperature gradients. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 33, 493—500, 1969.

Chen, J., Uncoupled multi-layer model for the transfer of sensible and latent heat flux densities from vegetation. *Boundary-Layer Meteor.*, 28, 213—225, 1984.

Chen, J. M., Ibbetson, A. and Milford, J. R., Boundary-layer resistances of artificial leaves in turbulent air: I. leaves parallel to the mean flow. *Boundary-Layer Meteor.*, 45, 137—156, 1988.

Chen, F. and Schwerdtfeger, P., Flux-gradient relatonships for momentum and heat over a rough natural surface. *Q. J. R. Meteor. Soc.*, 115, 335—352, 1989.

Childs, E. C. and Collis-George, N., The permeability of porous materials. *Proc. Roy. Soc., Ser. A*, 201, 392—405, 1950.

Cionco, R. M., A mathematical model for air flow in a vegetative canopy. *J. Appl. Meteor.*, 4, 517—522, 1965.

Cionco, R. M., Intensity of turbulence within canopies with simple and complex roughness elements. *Boundary-Layer Meteor.*, 2, 453—465, 1972a.

Cionco, R. M., A wind-profile index for canopy flow. *Boundary-Layer Meteor.*, 3, 255—263, 1972b.

Clapp, R. B. and Hornberger, G. M., Empirical equations for some soil hydraulic properties. *Water Resour. Res.*, 14, 601—604, 1978.

Constantz, J., Temperature dependence of unsaturated hydraulic conductivity of two soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 46, 466—470, 1982.

Corrsin, S., Limitations of gradient transport models in random walks and in

turbulence. *Adv. Geophys.*, 18A, 25—60, 1974.

Cosby, B. J., Hornerger, G. M., Clapp, R. B. and Ginn, T. R., A statistical exploration of the relationships of soil moisture characteristics to the physical properties of soils. *Water Resour. Res.*, 20, 682—690, 1984.

Cowan, I. R., Transport of water in the soil-plant-atmosphere system. *J. Appl. Ecol.*, 2, 221—239, 1965.

Cowan, I. R., Mass, heat and momentum exchange between stands of plants and their atmospheric environment. *Q. J. R. Meteor. Soc.*, 94, 318—332, 1968.

Crawford, N. H. and Linsley, R. K., Digital simulation in hydrology: Stanford watershed model IV. *Dep. Civ. Eng. Stanford University, Stanford, Calif., Tech. Rep.*, 39, 1966.

Deardorff, J. W., A parameterization of ground surface moisture content for use in atmospheric prediction models. *J. Appl. Meteor.*, 16, 1182—1185, 1977.

Deardorff, J. W., Efficient prediction of ground temperature and moisture with inclusion of a layer of vegetation. *J. Geophys. Res.*, 83, 1889—1903, 1978.

De Vries, D. A., Simultaneous transfer of heat and moisture in porous media. *Eos Trans. AGU*, 39(5), 909—916, 1958.

De Vries, D. A., Thermal properties of soils, in W. R. Van Wijk (ed.), *Physics of Plant Environment. North Holland, Amsterdam, pp.* 210—235, 1963.

Denmead, O. T. and Bradley, E. F., Flux-gradient relationships in a forest canopy. pp. 421—442 in *The Forest-Atmosphere Interaction. Eds. Hutchison, B. A. and Hicks, B. B., D. Reidel Publishing Co.*, 1985.

Dickinson, R. E., Land surface processes and climate surface albedos and energy balance. *Advances in Geophysics*, 25, 305—353, 1983.

Dickinson, R. E., Modeling evapotranspiration for three-dimensional global climate models. *Climate Processes and Climate Sensitivity. Geophys. Monogr.*, 29, *Maurice Ewing Volume* 5, *Amer. Geophys. Union*, 58—72, 1984.

Dyer, A. J. , A review of flux-profile relationships. *Boundary-Layer Meteor.* , 7, 363—372, 1974.

Eagleson, P. S. , Climate, soil and vegetation. *Water Resour. Res.* , 14, 705—776, 1978.

Eagleson, P. S. (ed.), Land Surface Processes in Atmospheric General Circulation Model. *Cambridge University Press, Cambridge*, 560*pp*, 1982.

Federer, C. A. , A soil-plant-atmosphere model for transpiration and availability of soil water. *Water Resour. Res.* , 15, 555—562, 1979.

Feddes, R. A. , Kabat, P. , Van Bakel, P. J. T. , Bronswijk, J. J. B. and Halbertsma, J. , Modelling soil water dynamics in the unsaturated zone—— State of the art. *J. Hydrol.* , 100, 69—111, 1988.

Finnigan, J. J. , Turbulent transport in flexible plant canopies, pp. 443—480 in *The Forest-Atmosphere Interaction, Eds. B. A. Hutchison and B. B. Hicks.* , *D. Reidel Publishing Co.* , 1985.

Gardner, W. R. , Some steady state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil Sci.* , 85, 228—232, 1958.

Garratt, J. R. , Transfer characteristics for a heterogeneous surface of large aerodynamic roughness. *Q. J. R. Meteor. Soc.* , 104, 491—502, 1978.

Gash, J. H. C. , An analytical model of rainfall interception in forests. *Q. J. R. Meteor. Soc.* , 105, 43—55, 1979.

Gates, D. M. , Biophysical Ecology. *Springer-Verlag*, 611*pp*, 1980.

Goudrian, J. , Crop Micrometeorology: A Simulation Study. *Pudoc Publ.* , *Wageningen, The Netherlands*, 1977.

Hager, W. H. , A simplified hydrological rainfall-runoff model. *J. Hydrol.* , 74, 151—170, 1984.

Hanks, R. J. and Bowers, S. A. , Numerical solution of the moisture flow equation for infiltration into layered soils. *Soil Sci. Am. Proc.* , 26(6), 530—534, 1962.

Hainsworth, J. M. and Aylmore, L. A. G. , Non-uniform soil water extraction by plant roots. *Plant and Soil*, 113, 121—124, 1989.

Hellkvist, J., Richards, G. P. and Jarvis, P. G., Vertical gradients of water potential and tissue water relations in Sitka Spruce trees measured with the pressure chamber. *J. Appl. Ecol.*, 11, 637—667, 1974.

Higuchi, M., Numerical simulation of soil water flow during drying in a non homogeneous soil. *J. Hydrol.*, 71, 303—334, 1984.

Hogstrom, U., Non dimensional wind and temperature profiles in the atmospheric surface layer: a revaluation. *Boundary Layer Meteor.*, 42, 55—78, 1980.

Horton, R. E., The role of infiltration in the hydrological cycle. *Eos Trans. AGU*, 14, 446—460., 1933.

Huff, D. D., Luxmoore, R. J., Mankin, J. B. and Begovich, C. L., TEHM: A terrestrial ecosystem hydrology model. *ORNL/NSF/EATC — 27, Oak Ridge National Laboratory, Oak Tidge, TN* 3783, 1977.

Jarvis, P. G., The interpretation of the variations in leaf water potential and stomatal conductance found in canopies in the field. *Philos. Trans. Roy. Soc. London, Ser. B*, 273, 593—610, 1976.

Kaufmann, M. R., Leaf conductance as a function of photosynthetic photon flux density and absolute difference from leaf to air. *Plant Physiol.*, 699, 1018—1022, 1982.

Legg, B. J. and Long, I. F., Turbulent diffusion within a wheat canopy: II. Results and interpretation. *Q. J. R. Meteor. Soc.*, 101, 611—628, 1975.

Lhomme, J. P., A generalized combination equation derived from a multi layer micrometeorological model. *Boundary-Layer Meteor.*, 45, 103—115, 1988.

Liou, K. N., An Introduction to Atmospheric Radiation. *Academic Press, New York*, 1981.

Lloyd, C. R., Gash, J. H. C. and Shuttleworth, W. J., The measurement and modelling of rainfall interception by Amazonian rain forest. *Agri. For. Meteor.*, 43, 277—294, 1988.

Massman, W. J., A comparition study of some simple mathematical models of the mean wind structure within and the aerodynamic drag of plant