地信网论坛
BBS.3S001.COM

内 容 提 要

本书是在总结半干旱半湿润地区枯季水资源实时预测(预报)研究成果的基础上完成的,系统阐述了作者近年来在枯季水资源实时预测(预报)方面的研究成果,其中包括枯季河川径流、枯季地下水可开采量及水位、枯季需水量预测(预报)理论和方法等内容。本书以大量翔实的资料和坚实的科研实践为基础,根据可持续发展的观点和思想,通过全面研究和重新认识大埋深条件下半干旱半湿润地区产汇流规律,地下水补给、径流和排泄关系,以及社会经济发展需用水机制,以保定市所辖区域为例,对枯季地表水资源、地下水资源和需水量等实时预测(预报)问题及枯季水资源供需前景进行了深入研究和分析。

本书既有理论和方法方面的论述,又有实例成果和实际经验的介绍,内容丰富,简明实用,可供各级水行政主管部门、水文部门和有关科研单位从事水资源预测、供需分析、管理与调度等方面的管理、技术人员及大专院校有关专业师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

半干旱半湿润地区枯季水资源实时预测理论与实践/谢新民,杨小柳著. —北京:中国水利水电出版社,1999

ISBN 7-5084-0173-5

Ⅰ.半… Ⅱ.①谢… ②杨… Ⅲ.干旱区-枯季径流-水资源-预测 Ⅳ.TV21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 64506 号

书 名	**半干旱半湿润地区枯季水资源实时预测理论与实践**
作 者	谢新民 杨小柳 著
出版、发行	中国水利水电出版社(北京市三里河路 6 号 100044) 网址:www.waterpub.com.cn E-mail:sale@waterpub.com.cn 电话:(010)63202266(总机)、68331835(发行部)
经 售	全国各地新华书店
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	水利电力出版社印刷厂
规 格	850×1168 毫米 32 开本 8 印张 213 千字
版 次	1999 年 12 月第一版 1999 年 12 月北京第一次印刷
印 数	0001—1000 册
定 价	**25.00 元**

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

地信网论坛
BBS.3S001.COM

序　一

众所周知，在我国半干旱半湿润地区水资源的供需关系最为紧张，而其中又尤以每年春暖以后至汛前这一阶段最为严峻。这时河流处于枯水时期，降水量又很少，地下水以消耗为主，补给量比较少，但此时农作物却开始进入生长季节，耗用水量不断增加，水资源的供需矛盾十分突出，从而造成各部门用水相互挤占，有些地区、有些时段甚至出现严重的水危机，不时出现各自为政、以邻为壑、争水抢水的局面，水事纠纷案件时有发生；或不顾大局，利用有利地理位置和地势，过量引水，既造成用水的大量浪费，又导致其下游地区来水量减少，甚至出现断流；或无限制地超采地下水，造成大范围的地下水位下降，导致地下水开采井出水流量不断衰减，以至于出现吊泵，目前我国华北地区机井已更新了三、四代；更为严重的是，有些地区还出现了地面沉降和地裂缝，造成大量建筑物和基础设施等严重破坏。由于对水资源的管理力度不够，缺乏科学合理的水资源调控手段，水行政主管部门对枯季地表径流和地下水的变化心中无数，不能事先根据枯季水资源丰枯形势的预估，对各种用水计划作出合理的安排，并及时提出应采取的措施，科学调度水资源，以最大限度地满足各方面的用水需求，从而使得水资源问题越加尖锐，目前已成为阻碍经济发展和引发社会不安定的重要因素之一。

面对 21 世纪我国经济和社会的发展，各种用水量在一个相当长的时期内还将继续增加，水资源问题将变得更加复杂和严峻。如何科学、有效地利用当地有限的水资源（包括地表水和地下水资源），并坚持水资源可持续开发利用的原则，是当前十分迫切需要研究和解决的课题。因此，进一步提高水资源管理工作中的科技含量，使一切工作建立在深入认识客观规律和运用先进理论与技

地信网论坛
BBS.3S001.COM

术的基础上，则是非常必要和紧迫的。

我国在水文预报和预测方面，积累了许多好的、成功的经验，在对防汛工作至关重要的洪水预报方面，无论在理论和方法上都有许多创新，并通过大量实践工作的检验，有的已达到国际先进水平。但在枯季径流预报和预测方面，则显得比较薄弱。在实际工作中，以前对枯季径流预报和预测多限于利用经验的、比较简单的方法，远不能适应当前生产实践和水资源管理、调度的需要。在我国东部广大浅丘陵和平原地区，地表径流与浅层地下水关系密切，对枯季地下水可开采量及水位变化的预测研究，开展得也很不够，因而缺少合理调配地表水与地下水资源的有力依据。

由于人类开发利用水资源的活动不断加强，一些地区地表水与地下水在形成、相互转化和运移规律等方面发生了较大变化，单纯建立在分析过去资料基础上的经验性方法已远不能适应这种变化。因而，需要从更深层次上重新认识这些变化规律，建立能模拟这些变化规律的数学模型，研究其中参数变化的幅度、量级和趋势。因此，需要不断吸收先进的科学理论和方法中的优点，掌握其内容实质，并在具体应用中加以改进和完善，以适应不断变化的各种条件。

该书作者在长期的科学研究和工作实践的基础上，对国内外先进的、可用于枯季水资源预报和预测的理论与方法进行了比较系统的研究和介绍，对各种方法的使用条件、优缺点等进行了比较全面的分析，并以我国实际地区为例进行应用，在使用中对有些方法进行了改进和完善，得出了切合实际的结果。该书从理论、方法到实际操作的阐述，条例清楚，便于读者学习、深入理解和熟练掌握，为在实际工作中融会贯通地灵活运用这些方法提供了便利条件。可期望广大使用者通过大量的实践工作，不断进行检验，进一步改进枯季水资源预报和预测工作，创造并不断积累实践经验。

我国水文学界历来有一条重要的经验，就是在引进一些先进的理论和方法时，总是要通过大量实践，结合我国的实际条件进

地信网论坛
BBS.3S001.COM

行改进，而不是囫囵吞枣和照搬照抄。只有这样，才能真正切合实际地解决我国的具体问题，推动我国科技事业的蓬勃发展。

该书在半干旱半湿润地区枯季水资源实时预报和预测方面为我们提供了较好的范例。衷心希望该书的问世，能有利于推动我国枯季水资源实时预报和预测工作的开展，定期公开发布实时测报信息，帮助各级水行政主管部门管好、用好和保护好枯季十分有限的水资源，更好地为我国的经济和社会发展服务。同时，该书的出版也在一个方面充实了我国水文科学的内涵，这是非常有意义的。

陈家琦

1999 年 7 月 于北京

顶级地质论坛：http://bbs.3s001.com/

地信网论坛
BBS.3S001.COM

序　二

半干旱半湿润地区是我国水资源供需矛盾十分突出的地区。以位于该区的黄河、淮河、海滦河和辽河等流域为例，其经济发达，人口众多，人均水资源占有量仅有几百立方米，亩均水资源占有量不足500m³，在国际公认的贫水线以下；而枯季的水资源供需矛盾尤为尖锐，目前已严重地制约了这一地区社会经济的持续、健康发展。如何充分地利用有限的水资源、以保障社会经济发展的用水需求，已成为当前亟待研究和解决的重要课题，并引起了社会各方面的广泛关注。

为解决枯季的水资源供需矛盾问题，需要着重抓好两个方面的工作：一是在宏观规划上对水资源进行合理配置；二是在日常管理中实施计划用水和科学调度。关于前者，近20年来在我国半干旱半湿润地区研究得比较多，取得了丰硕的成果；而后者，则进展不大，其关键原因是尚缺乏一整套实用的枯季水资源实时预测技术作为支撑，从而很难及时获得枯季水资源丰枯形势的预测信息。实践证明，没有可靠的水情测报结果作为依据，水量分配协议、用水计划和节水计划等都将无法科学地付诸实施，也难以对水资源进行合理调度。因而，枯季水资源实时预测工作对于水资源的合理开发和高效利用具有十分重要的现实意义。

由于受季风气候的影响，我国半干旱半湿润地区干湿季节分明。干季（枯季），降水量稀少，枯水期持续时间长，而此期间又恰是农业用水的高峰季节，为供水的关键时期。而供水主要来自工程蓄水、河川径流和地下水。河川枯季径流主要是由流域蓄水补给，流量过程一般呈现较稳定的消退规律，这一特点为较长预见期的枯季径流预测提供了理论依据和有利条件。由于枯季降水量比较少，一般不会对地下水产生明显的补给作用，因此较容易

地信网论坛
BBS.3S001.COM

准确地预测出枯季地下水的补给量、可开采量和时空分布情况等。

该书论述了适用于我国半干旱半湿润地区枯季水资源实时预测的多种理论和方法，并系统地介绍了在河北省保定市所辖区域进行试点的实践经验和成果。内容既包括地表水预测，也包括地下水预测，并对枯季需水量和供需平衡进行了预测与分析。这是我国首部关于半干旱半湿润地区枯季水资源实时预测研究方面的学术专著，它在理论和实践两个方面都取得了可喜的成果。

可以预期，该书的出版将有力地推动我国广大半干旱半湿润地区枯季水资源实时预测工作的开展；对合理利用枯季的水资源，缓解枯季水资源严峻的供需矛盾，对我国 21 世纪社会经济的可持续发展、保障水资源供给都将发挥积极作用。

1999 年 8 月 于北京

顶级地质论坛：http://bbs.3s001.com/

地信网论坛
BBS.3S001.COM

前　言

随着我国社会经济的持续、健康、快速发展，工农业生产和人民生活以及生态环境等方面的需用水量急剧增加，水资源供需矛盾日益尖锐，尤其是我国半干旱半湿润地区，水资源已成为严重制约其社会经济发展的重要因素。例如我国的华北地区，其人口和耕地面积分别占全国的11%和14%，工、农业生产总值分别占全国的14%和13%，而水资源量却仅占全国的1.9%，属于人多、地多、水资源却十分短缺的地区。由于水资源与人口、耕地资源的分布、经济发展的格局极其不相匹配，导致了水资源的掠夺性开发利用，地下水位大幅度持续下降、地下水开采降落漏斗范围不断扩大，河道断流、湖泊干涸，生态环境日趋恶化，对社会经济与生态环境的协调、健康和可持续发展产生了严重影响。

我国的半干旱半湿润地区是小麦、棉花主产区，同时还盛产杂粮、油料、糖料等多种作物。该地区一般冬春季节干旱少雨，夏秋季节降雨比较集中，全年降水日数为80～100天。而每年干旱少雨的枯水季节，又恰是农业用水的高峰期，主要的粮食作物大多生长在这个季节。如果汛后能及时预测出汛后至第二年汛前水资源的丰枯形势，帮助有关政府决策部门了解和掌握枯季水资源紧缺程度，则对于制定当年秋季的小麦播种计划和来年春季的供用水计划，实现枯季水资源的合理开发和高效利用具有重要的实际指导意义。以前，我国对汛期的洪水预报问题研究得比较多，而对枯季水资源预报（预测）问题则研究和关注得比较少，截至到目前为止，我国历史上还没有系统地开展过“枯季水资源实时预报（预测）”工作。因此，枯季水资源（包括地表水、地下水资源）实时预报（预测）的研究和应用工作，在我国仍是一项空白。

基于上述考虑，根据我国半干旱半湿润地区水文水资源特点

地信网论坛
BBS.3S001.COM

和供用水特征，分析和研究枯季水资源实时预测的理论与方法，全面开展枯季水资源实时预测工作、定期发布实时预测结果，为制定供用水计划与合理地安排生产提供科学依据，以缓解我国半干旱半湿润地区日趋严峻的枯季水资源供需矛盾，不仅具有重要的理论和学术价值，而且具有重大的现实意义。为此，选择了河北省保定市作为枯季水资源实时预测的试点。根据人类大规模活动对下垫面条件等所产生的深刻影响，以及相应形成的降雨—产流规律，利用当代先进的理论和方法，研究和提出了一整套适合于枯季水资源实时预测的成熟技术，为在我国半干旱半湿润地区全面开展枯季水资源实时预测工作奠定理论基础和提供技术保障。试点研究的主要内容包括：

（1）枯季地表水资源实时预测：以省、地市或县行政区为预测单元，分析降雨与径流等实测资料系列，研究确定影响枯季降雨与径流的主要因素以及其变化规律；利用相关分析法和人工神经网络技术等，分析预测枯季地表水来水量或湖泊水位。

（2）枯季地下水资源实时预测：分析地下水形成规律和补给、径流、排泄条件、含水层分布与富水性、地下水埋藏条件及其动态特征等；划分参数分区与确定有关参数；利用均衡法或数学模拟模型法，分析预测枯季地下水可开采量或地下水位分布。

（3）水库汛末蓄水量分析：分析和统计各水库的汛末蓄水量，研究确定各水库的枯季腾空水量。

（4）枯季可供水量预测：枯季可供水量由枯季的地表水可供水量和地下水可开采量所构成。根据各水库的枯季腾空水量、山丘区枯季地表水来水量预测值和平原区枯季地下水可开采量预测值，以及未控区枯季径流量的估算等，计算和预测枯季水资源可供水量。

（5）枯季需水量预测：根据上一年度枯季的实际用水量，考虑新增的用水户、新增灌溉面积和节水技术的应用与推广等因素，分别按农业、工业、生活和生态环境等四类进行枯季需水量预测。

（6）枯季水资源供需前景分析：根据所预测出的枯季可供水

地信网论坛
BBS.3S001.COM

量和需水量，利用水量供需平衡法或模糊划分理论与模型，分析枯季水资源的供需前景和丰枯形势，研究确定枯季水资源紧缺程度，为有关决策部门编制年度供用水计划、合理安排生产提供依据。

我们在已有的研究和试点工作成果基础上编写完成了这部“枯季水资源实时预测”方面的学术书籍，希望本书的公开出版和发行，能积极促进和推动我国半干旱半湿润地区枯季水资源实时预测工作的全面开展与不断完善，同时也为我国其他地区开展类似工作提供参考。

全书共分两部分，第一部分为理论篇，包括第一章～第四章，主要分析和论述了枯季水资源实时预测的有关理论与方法；第二部分为实践篇，包括第五章～第八章，主要介绍了试点区枯季水资源实时预测的研究和应用成果。

在本书的编写过程中，曾得到我国水利界前辈陈家琦和赵珂经两位先生的热忱指导，他们对全书进行了审定，提出了许多宝贵的意见，在此谨表由衷的感谢。

由于编写时间仓促，作者水平所限，不当之处恳请读者批评指正。

作　者

1999 年 6 月 20 日

地信网论坛
BBS.3S001.COM

目　录

序一
序二
前言

第一部分　理　论　篇

第一章　河川枯季径流实时预测 …… 3
1.1　预测的理论依据 …… 3
1.2　退水曲线法 …… 5
1.3　前后期径流量相关法 …… 7
1.4　回归分析法 …… 8
1.4.1　一元线性回归分析法 …… 9
1.4.2　多元线性回归分析法 …… 13
1.4.3　逐步回归分析法 …… 15
1.5　数理统计法 …… 16
1.5.1　自回归模型 AR（p） …… 17
1.5.2　滑动平均模型 MA（q） …… 23
1.5.3　自相关　滑动平均模型 ARMA（p，q） …… 27
1.5.4　非稳定性分析 …… 29
1.5.5　随机模型的应用分析 …… 30
1.6　模糊数学法 …… 34
1.6.1　模糊模式识别法 …… 35
1.6.2　模糊聚类分析法 …… 36
1.6.3　模糊综合评判法 …… 42
1.7　灰色系统法 …… 45
1.8　人工神经网络模型 …… 47
1.8.1　基本概念 …… 47

地信网论坛
BBS.3S001.COM

1.8.2 BP 神经网络 …… 49
1.8.3 神经网络 BP 算法 …… 49
1.9 遗传算法 …… 53
1.9.1 基本概念 …… 54
1.9.2 简单遗传算法（SGA） …… 55
1.9.3 Schemata 定理 …… 58
1.9.4 选择方法 …… 59
1.9.5 交配和突变 …… 61
1.9.6 编码与译码 …… 62
1.9.7 收敛判据 …… 63
1.9.8 高级遗传算法（RGA） …… 64
第二章 枯季地下水资源实时预测 …… 65
2.1 方法概述 …… 65
2.1.1 数学模型法 …… 65
2.1.2 物理模型法 …… 67
2.2 解析法 …… 67
2.2.1 裘布依（Dupuit）公式 …… 68
2.2.2 泰斯（Theis）公式 …… 74
2.2.3 纽曼（Neuman）公式 …… 77
2.3 数值法 …… 78
2.3.1 有限差分法 …… 80
2.3.2 有限单元法 …… 91
2.4 水均衡法 …… 108
2.4.1 枯季地下水均衡方程 …… 109
2.4.2 各均衡要素的确定 …… 109
第三章 枯季需水量实时预测 …… 112
3.1 时间序列预测模型 …… 112
3.1.1 线性预测模型 …… 112
3.1.2 曲线预测模型 …… 113
3.1.3 指数平滑预测模型 …… 113
3.2 随机预测方法 …… 115
3.3 灰色预测方法 …… 116

地信网论坛
BBS.3S001.COM

3.3.1 灰色枯季需水量关联分析模型 …… 116
3.3.2 灰色枯季需水量动态预测模型 …… 117
第四章 枯季水资源供需前景分析 …… 118
4.1 水量供需平衡法 …… 118
4.2 模糊划分理论与模型 …… 119

第二部分 实 践 篇

第五章 试点区概况 …… 123
5.1 自然地理概况 …… 123
5.1.1 地形、地貌特征 …… 123
5.1.2 气候与降水条件 …… 125
5.1.3 河流水系 …… 126
5.2 社会经济概况 …… 126
5.3 水资源开发利用现状 …… 127
第六章 试点区枯季地表水资源实时预测 …… 129
6.1 枯季降水量分析 …… 129
6.1.1 降水量分布特征 …… 130
6.1.2 不同频率的降水量 …… 131
6.2 枯季径流预测 …… 132
6.2.1 相关图法 …… 132
6.2.2 回归分析模型 …… 135
6.2.3 人工神经网络模型 …… 154
6.2.4 基于遗传算法的预测模型 …… 168
6.3 枯季径流实时预测与校正 …… 170
6.4 白洋淀淀水位实时预测与分析 …… 173
6.4.1 预测方法 …… 174
6.4.2 水位预测方案的评定与检验 …… 175
6.4.3 淀水位实时预测 …… 177
第七章 试点区枯季地下水资源实时预测 …… 179
7.1 区域水文地质条件 …… 179
7.1.1 地下水形成条件 …… 180
7.1.2 含水层分布及其主要特征 …… 181

地信网论坛
BBS.3S001.COM

7.1.3 地下水埋藏条件及动态特征 …… 184
7.1.4 地下水水化学特征 …… 191
7.2 地下水数学模拟模型的建立 …… 192
7.2.1 水文地质条件概化 …… 192
7.2.2 水文地质参数分区 …… 193
7.2.3 数学模拟模型及计算方法 …… 194
7.2.4 模型的识别与验证 …… 197
7.3 基于数学模拟模型的枯季地下水资源预测 …… 206
7.3.1 第一类边界节点的水位预测方法 …… 206
7.3.2 第二类边界的侧向补排量处理 …… 210
7.3.3 预测期内降水量的处理 …… 210
7.3.4 设定地下水位，预测可开采量 …… 211
7.3.5 设定开采量，预测地下水位 …… 216
7.4 基于水量均衡法的枯季地下水可开采量预测 …… 220
第八章 试点区枯季水资源供需前景分析 …… 224
8.1 枯季可供水量预测 …… 224
8.1.1 地表水可供水量 …… 225
8.1.2 地下水可开采量 …… 226
8.1.3 总可供水量 …… 226
8.2 枯季需水量预测 …… 227
8.2.1 农业需水量 …… 227
8.2.2 工业需水量 …… 228
8.2.3 城镇生活需水量 …… 228
8.2.4 生态环境需水量 …… 228
8.2.5 总需水量 …… 229
8.3 枯季水资源供需前景分析 …… 230
参考文献 …… 232
后记 …… 236

地信网论坛
BBS.3S001.COM

第一部分

理 论 篇

地信网论坛
BBS.3S001.COM

顶级地质论坛：http://bbs.3s001.com/

地信网论坛
BBS.3S001.COM

第一章　河川枯季径流实时预测

目前，虽然水文预测（预报）的各种方法、模型很多，但归纳起来大致可分为两种：一种是黑箱水文模型，另一种是概念性水文模型[1,2]。概念性水文模型以其物理概念明确，受到人们的青睐，得到了比较广泛的应用；但其不足之处是需要有足够多的基础资料支持，否则很难有预测精度的保证。而黑箱水文模型以其应用简单而受到人们的关注和广泛应用，但对于比较复杂的因果关系、高度非线性的映射，则存在很多难以解决的问题。在实际的枯季径流预测实践中，目前尚没有哪种方法得到充分论证和被世人所公认，基本上还是从近似的因果关系入手，通过寻求前期因子与预测要素之间的相关性和统计特性进行预测的。因此，迫切需要在产汇流理论研究的基础上，运用当代智能信号和信息处理等新技术[3,4]，探索和研究新的预测（预报）理论与方法。

1.1　预测的理论依据

人们对水资源的认识和利用程度，是随着社会经济的日益发展而逐步提高的。枯季径流预测的任务就是分析研究、掌握运用水文气象的客观规律，揭示和预测未来枯季径流变化，从而帮助人们更好地控制和利用枯季的地表水资源。实际上，待预测的水文要素成因十分复杂，受天文、气象、自然地理特性和人类活动等因素影响，既有确定性规律，又有随机性和模糊性规律。由于目前观测技术仍比较落后，资料的完备性比较差，理论不十分成熟等，至今尚未真正掌握上述规律，因此水文要素的预测（预报）水平还比较低，这种状况远远不能满足水库及水利系统运行控制和各需水部门计划生产的要求。因在枯水季节，江河水量逐

地信网论坛
BBS.3S001.COM

渐枯竭，而各部门的用水需要却十分迫切，并且相互之间存在着一定的矛盾，必须统筹兼顾，合理安排，制定用水计划，以满足发电、灌溉、航运、工农业和城市供水等需要。而要管好用好枯季的地表水资源，则必须要做好枯季径流的实时预测工作。

枯季径流过程是流域的退水过程，对地下水径流必须作充分的观测研究和分析计算。目前，我国在这方面的工作还很不够，因此这里所讨论的枯季径流预测主要是指河网退水预测，以控制断面的退水规律作为预测的主要依据。但随着地下水运动规律的研究逐步开展和深入，枯季径流预测的精度必将得到进一步的提高。

我国处于季风地带，枯季降水量很小，尤其是半干旱半湿润地区，枯季降水基本上不产生径流。河川枯季径流主要是由流域蓄水补给，流量过程一般呈现较稳定的消退规律，这是枯季径流最主要的特点。流域能蓄水的地方很多，如河网、湖泊、洼地，土壤包气带、潜水带、岩石裂缝、岩溶、岩层间含水带等。一般流域的枯季蓄水主要是在地下潜水带和岩层间含水带中，这时期河水位常低于两岸地下水位，因此潜水经常补给河流。承压水可以从本流域或流域以外较远地区得到补充，水量较丰，对河流的补给也较稳定，是山区河流枯季补给中可靠的水源。平原湖沼地区，湖泊、洼地及河网是主要的蓄水地区，洪水时期调蓄的一部分水量将在洪水过后逐渐流出，因此枯水期开始时河流流量部分是由前期地面蓄水量的宣泄所形成的。大江大河的地面蓄水量很大，这一部分水量在枯季径流中占有一定的比例。岩石裂隙发育的山区或岩溶地区的河流，裂隙水或岩溶水是枯季补给的主要来源。在植被良好、土壤疏松的石质山区，包气带含水量一般是枯季径流补给的主要来源，不同自然地理条件下的水源补给，使河流中枯季径流的消退规律各不相同。因此，作为枯季径流预测，必须注意流域自然地理景观和径流的补给特征，才能更好地掌握其消退规律。

枯季降水补给将增加流域蓄水量，而蒸发、灌溉用水等则消耗流域蓄水量。北方流域表层土壤的冻结和解冻也影响枯季径流

地信网论坛
BBS.3S001.COM

及其过程的变化。因此，在枯季径流预测中必须针对具体河流的特点进行分析，才能正确地作出预测。

1.2 退水曲线法

目前常用的枯季径流预测方法是应用枯季径流的退水规律[5]，根据流域前期河网蓄水量、前期径流量或前期流域降水量以预测枯季径流总量和径流过程。枯季降水较多或结冰的河流，要考虑预见期内降水、河流封冻和解冻等因素的影响。地下水或河网退水的蓄泄规律说明如下。

假设枯季径流全由地下水补给，则

$$-Q_g = \frac{dW_g}{dt} \tag{1.2.1}$$

设地下蓄水量与出流量之间呈线性关系，则有

$$W_g = k_g Q_g \tag{1.2.2}$$

由微分式（1.2.2）得

$$dW_g = k_g dQ_g$$

将上式代入式（1.2.1）得

$$k_g dQ_g = -Q_g dt$$

故

$$\frac{dQ_g}{Q_g} = -\frac{1}{k_g} dt$$

取 $t=0$ 时，$Q_g = Q_{g0}$，积分得

$$Q_{gt} = Q_{g0} e^{-\frac{t}{k_g}} \tag{1.2.3}$$

同理，如枯季径流由河网补给，当河网蓄水量与流量为线性关系时，则有

$$Q_{河t} = Q_{河0} e^{-\frac{t}{k_{河}}} \tag{1.2.4}$$

显然，k_g 与 $k_{河}$ 是不同的。一般地说，$k_g < k_{河}$，故河网退水比地下退水为快。因此，如果两种补给都有，而又难以正确划分出来，用一个总的退水公式表示时，有

$$Q_t = Q_0 e^{-\frac{t}{k}} \tag{1.2.5}$$

460047

地信网论坛
BBS.3S001.COM

则 k 将随两种不同补给间的比例不同而变动。

退水曲线法就是根据上述线性系统求出的退水曲线公式：

$$Q_t = Q_0 e^{-\beta t} \tag{1.2.6}$$

式中：Q_t为退水开始后 t 时刻的地下水出流量，m^3/s；Q_0为开始退水时地下水出流量，m^3/s；β 为退水系数，$\beta = 1/k$。

在由地下水补给河流时，β 与含水层的渗透系数 K、含水层的平均厚度 $\bar{h}$、含水层的给水度 μ 及地下水流程 L 有关，即

$$\beta = \frac{\pi^2 K \bar{h}}{4\mu L^2} \tag{1.2.7}$$

如令流域地下水汇流时间为 τ，地下水流程中的平均流量为 $\bar{Q} = Q/2$。因 $W = \tau\bar{Q}$，即 $W = \frac{\tau}{2}Q$，故 $k = \frac{\tau}{2}$。

k 及 β 为反映流域汇流时间的系数，掌握了 β 的变化规律就掌握了退水曲线的规律，因此分析退水曲线也就是分析 β 的变化。

将退水曲线方程式(1.2.6)按相邻时段积分，当 β 为常数时，相邻时段的流量之比为常数，有

$$\frac{Q_{t+1}}{Q_t} = e^{-\beta t} \tag{1.2.8}$$

对于有实测资料的流域，可以根据实测的无雨期退水流量资料求得退水曲线，即把各次无雨期的退水线同绘在一张图上，将各个退水段在水平方向上移动，使其尾部重合，作出下包线即得，如图 1.2.1 中虚线所示。所以作下包线，就是要把由河网蓄水消退中增加的出流消去。

根据退水公式 $\beta = \frac{\ln Q_0 - \ln Q_t}{t}$，即可列表计算出 β 值，此 β 值为 $0 \sim t$ 时刻内的平均值。如用相邻时段的流量比，可求得本时段的 β 值。如果 β 值不够稳定，说明尚有部分河网退水的影响，应调整下包线，使高低水时的 β 值较为接近而又没有明显的由大到小变化规律时为止，然后取各时段 β 值的均值。当退水系数 β 值较稳定时，可以绘制任一时刻 t 的退水流量 Q_t 与退水开始流量 Q_0

地信网论坛
BBS.3S001.COM

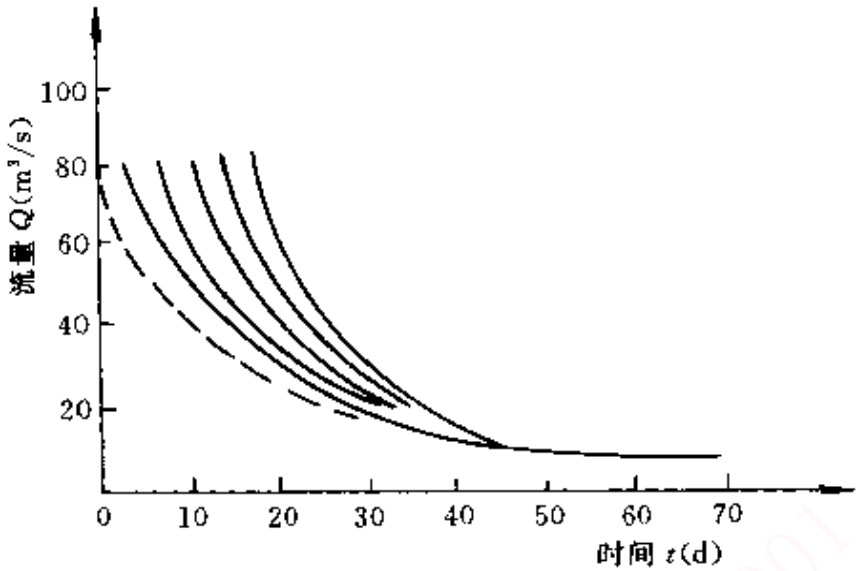

图 1.2.1　某水文站退水曲线

的关系曲线。

但是，从实际退水曲线分析出来的 β 值往往不是很稳定的。初步分析其原因，主要是由于流域内退水时河网蓄水量的大小不同，使地面水与地下水补给的比例不同所致。在实测资料分析中发现，雨强越大，地面径流比例越大，β 值越大，退水就越快；相同的退水开始流量，连续洪水时的河网蓄水量一般比孤立洪水为大，因此 β 值较小，退水就较慢；同样相同的退水开始流量，大洪水时的河网蓄水量一般比小洪水时大，因此 β 值较小，退水也较慢。

用退水曲线法只能预测出径流消退过程线，若要考虑预见期内降水对流域的地面和地下径流补给，需另作处理。

1.3　前后期径流量相关法

此法实质上是退水曲线的另一种形式，设

$$W_{0\sim t}=\int_0^t Q_0 e^{-\beta t}dt \tag{1.3.1}$$

积分，得

$$W_{0\sim t}=\frac{Q_0}{\beta}(1-e^{-\beta t}) \tag{1.3.2}$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

同理，设 $W_{0\sim t_1}$ 与 $W_{0\sim t_2}$ 分别为开始退水时刻到 t_1 及 t_2 时刻内的蓄水量，$W_{t_1\sim t_2}$ 为从 t_1 到 t_2 时刻内的蓄水量（均用单位时段×米^3/秒表示），则

$$\frac{W_{t_1\sim t_2}}{W_{0\sim t_1}}=\frac{e^{-\beta t_1}-e^{-\beta t_2}}{1-e^{-\beta t_1}} \tag{1.3.3}$$

当 β 为常数时，$\frac{W_{t_1\sim t_2}}{W_{0\sim t_1}}$ =常数，即前后期径流量为线性关系。

枯水期降水量比较少，当河道中的径流量主要由流域地下水补给时，前期径流量能反映流域地下水蓄水量的大小，因此可以直接建立前后期径流的相关图，以用于较长期的预测。例如一旬、一个月或整个枯季，方法简便，是枯季径流预测中常用的方法之一。但有时枯季降水也可能较大，会补给一定的地面与地下水径流，此时应在相关图中加入预见期内降水量作参数。目前长时段的降水量定量预测精度尚不高，对径流预测精度有一定影响。为了满足生产的需要，有时汛末就要求预测整个枯季的总水量及其分配过程。考虑到枯季降水量少，故也可用汛末月平均流量作为流域蓄水量的间接指标，以预测枯季总水量。

在前后期径流蓄泄关系比较稳定的流域，汛期径流总量与汛末流域蓄水量有密切关系。因此，可以建立汛期径流总量与枯季径流总量的相关图，以预测枯季总径流量。如要预测分月流量，则可按前述上、下月平均流量相关关系逐月求出月平均流量，不过这种方法有累积误差，预测时应注意及时修正。另外，还可以利用上下站前后月径流量相关法，预测枯季河川径流量。即根据本站上、下月枯季径流量的良好关系，也可以改用上游站前一月平均流量预测下游站后一月的平均流量的相关关系，如果区间有支流汇入时，用支流月平均流量作为参数，同样也可以作出预报相关图。

1.4 回归分析法

根据河川枯季径流形成和演变的基本规律，充分分析历史资

地信网论坛
BBS.3S001.COM

料（水文的和气象的历史资料等），建立预报要素（枯季径流量）与前期水文气象因子之间的经验关系，如相关图、经验公式等，利用近期或现时水文气象信息，即可以从所建立的经验关系中得到所需的预测值。该方法的效果主要取决于历史资料是否充分，因子选择是否正确。

目前，经验和半经验方法中最常用的一种方法是回归分析法，以统计回归概念为基础，采用多种类型的回归方法建立预测方程，包括一元线性、多元线性、曲线以及主向量回归等。人们通常习惯于采用回归分析法，是因为它们易于建立和使用。与模拟模型相比，需要的输入资料少，易于理解，而且对于发布的大多数类型的预测，已证明是相当可靠的。除了回归分析法外，还有函数关系分析法、判别分析法、聚类分析法、主成份分析法、因子分析法和典型相关以及多维标度法等，这里仅简单介绍回归分析法中较常用的一元线性回归分析法和多元线性回归分析法及逐步回归分析法[6~10]。

1.4.1 一元线性回归分析法

1. 函数与相关

在自然科学、社会科学和工程技术等许多领域，常要研究一些变量之间的关系。通过实践，人们发现变量之间的关系虽然具体形式千差万别，但可概括为两种类型。一种是变量之间存在着完全确定的关系，如牛顿第二定律所揭示的 $F=ma$，表示质量为 m 的物质，在力 F 的作用下，其加速度 a 由上式完全确定。其一般形式为 $y=f(x_1,x_2,\cdots,x_m)$，表示当变量 x_1，x_2，…，x_m 的数值给定时，y 的数值就完全确定，等于 $f(x_1,x_2,\cdots,x_m)$，f 为某一种函数形式。变量间的这种确定的关系，称为函数关系。但在实际问题中，有些变量之间的关系没有这么简单，例如在河流的一个断面上，流量 Q 与水位 H 之间的关系。水文观测的实践表明，在一定的水位 H 之下，Q 的取值是不完全确定的，它可取一定范围内的任何数值。产生这种情况的原因有两个方面：第一，是

地信网论坛
BBS.3S001.COM

由于影响Q的因素，除水位H之外，还有其他因素，而这些因素是无法全部考虑到的。第二，是由于测验误差的影响，这与所用仪器的精度以及观测条件等因素有关。一般情况下，第一种原因往往是主要的。变量之间这种不完全确定的关系，称为统计相关关系，简称相关关系或回归关系。

由于水文变量的影响因素一般都比较复杂，因此水文分析中所研究的变量之间的关系，大多属于相关关系的类型。例如河川枯季径流量与汛期降水量、枯季降水量等之间的关系，即为相关关系。

2. 一元线性回归的数学模型

一元回归是要确定因变量y与一个自变量x之间的定量关系。在一元回归中，最简单而又常用的是一元线性回归。

一元线性回归的数学模型为

$$y = \beta_0 + \beta x + \varepsilon \tag{1.4.1}$$

式(1.4.1)称为y关于x的回归方程或回归直线；式中β_0、β是待定系数，称为回归系数；ε是随机变量，也称随机“误差”，它表示除x以外其他随机因素对y的影响的总和。显然，y也是随机变量。

设有满足式(1.4.1)的两个变量x、y，通过观测得到N组观测值：

$$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_N,y_N) \tag{1.4.2}$$

代入式(1.4.1)，有

$$y_j = \beta_0 + \beta x_j + \varepsilon_j, \quad j = 1,\cdots,N \tag{1.4.3}$$

随机变量ε_j ($j=1$，2，…，N)，一般假定其满足下列条件：

(1) 独立性。它们是相互独立的随机变量，从而$C_m(\varepsilon_j,\varepsilon_i) = 0, j \neq i$。

(2) 无偏性。它们的数学期望都是零，即$E(\varepsilon_j) = 0, j = 1,\cdots,N$。

(3) 共方差性。它们的方差都相等，即$D\varepsilon_j = \sigma^2$，$j=1$，…，$N$。

(4) 正态性。它们都遵从正态分布。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

以上四点可用一句话加以表达："随机误差 ε_1，ε_2，…，ε_N 相互独立地遵从正态分布 $n(0,\sigma)$"。变量 x 可以是随机变量，也可以是普通变量，在回归分析中，一般将 x 当作普通变量。于是 y_j 就是数学期望为 $\beta_0+\beta x_j$、方差为 σ^2 的正态分布，即

$$Ey_j=\beta_0+\beta x_j, Dy_j=\sigma^2 \quad j=1,\cdots,N \tag{1.4.4}$$

回归方程中的两个回归系数 β_0 和 β，一般总是未知的，需要根据 y 与 x 的观测值式（1.4.2）来确定。

设以

$$y=b_0+bx \tag{1.4.5}$$

作为 $y=\beta_0+\beta x$ 的估计直线，则在每一 x_j 处，估计直线与离散点的（纵向）残差为

$$\delta_j=y_j-y=y_j-(b_0+bx_j) \quad j=1,\cdots,N \tag{1.4.6}$$

表示估计直线与离散点的总残差，可有不同的方式与准则。通常采用平方准则，即以残差 δ_j 平方和 q：

$$q=\sum_{j=1}^{N}\delta_j^2=\sum_{j=1}^{N}(y_j-b_0-bx_j)^2 \tag{1.4.7}$$

作为总残差。对于一组确定的观测值［式（1.4.2）］，q 只是 b_0 与 b 的函数。所谓回归系数 β_0 和 β 的最小二乘估计，就是求能使 q 达到最小的一组（b_0，b）作为（β_0，β）的估计值。由于 q 作为平方和总是非负的，故作为 b_0 与 b 的二次函数恒有极小值存在。所以由微分学中求极值的原理，可求出：

$$b_0=\bar{y}-b\bar{x}=\bar{y}-r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\bar{x} \tag{1.4.8}$$

$$b=\frac{\sum_{j=1}^{N}(x_j-\bar{x})(y_j-\bar{y})}{\sum_{j=1}^{N}(x_j-\bar{x})^2}$$

$$=\frac{\sum_{j=1}^{N}x_jy_j-\frac{1}{N}\left(\sum_{j=1}^{N}x_j\right)\left(\sum_{j=1}^{N}y_j\right)}{\sum_{j=1}^{N}x_j^2-\frac{1}{N}\left(\sum_{j=1}^{N}x_j\right)^2}=r\frac{\sigma_y}{\sigma_x} \tag{1.4.9}$$

其中

$$\bar{x}=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}x_j, \quad \bar{y}=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}y_j$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$r=\frac{\sum_{j=1}^{N}(x_j-\bar{x})(y_j-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{j=1}^{N}(x_j-\bar{x})^2\sum_{j=1}^{N}(y_j-\bar{y})^2}}$$

$$\sigma_y=\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N}(y_j-\bar{y})^2}{N-1}},\quad \sigma_x=\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N}(x_j-\bar{x})^2}{N-1}}$$

把 b_0 及 b 的值代入式（1.4.5），得

$$y-\bar{y}=r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x-\bar{x}) \tag{1.4.10}$$

式（1.4.10）即为 y 倚 x 的回归方程。只要知道了两实测系列间的相关系数 r 及各自的均值与均方差即能获得，其图形称为回归线或相关线。x_j 已知时，即可由该关系求得近似的 y_j 值。

3. 回归方程的显著性检验

回归方程的显著性检验，在一元线性回归中，也就是关于相关系数的检验。为了计算方便，费舍曾制定了四种标准：P（置信水平）＝90%，95%，98%及99%时所需相关系数的最低值 r_P 表[10]。如果 $r>r_P$，则认为相关，回归方程式（1.4.10）有实际意义；若 $r<r_P$，则认为不相关，回归方程式（1.4.10）无意义。

对于置信水平，数理统计中称为显著标准，通常有两种标准：P＝95%及99%，前者为普通标准，后者为严格标准，相关分析中可以采用 P＝99%。

4. 回归方程的误差

通过回归方程的检验，如果它是显著的，就可以使用估计的回归直线 $y=b_0+bx$。在水文分析中一般是使用这一方程进行预测、预报或插补，即对于给定的 x_0，以 $y=b_0+bx$ 作为 x_0 处的实际值 $y_0=\beta_0+\beta x_0+\varepsilon_0$ 的估计值。由于 b_0 与 b 都是随机变量，加上 ε_0 的作用，因此这一估计总是有误差的。

误差理论中是用均方误来表达误差的，它是观测点与回归线间平行于坐标轴方向的距离的平方和以项数 N 除之再开方，即

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$\left.\begin{aligned} S_y^* &= \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N}(y_j-\bar{y}_j)^2}{N}} \\ S_x^* &= \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N}(x_j-\bar{x}_j)^2}{N}} \end{aligned}\right\} \tag{1.4.11}$$

其中 S_y^* 为 y 倚 x 时的均方误，S_x^* 为 x 倚 y 时的均方误。但上式只是在 N 趋近于无穷大时才是准确的。当用于目前我们仅有的短期资料（样本）时，一般认为均方误应按下式来计算：

$$\left.\begin{aligned} S_y &= \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N}(y_j-\bar{y}_j)^2}{N}} \\ S_x &= \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N}(x_j-\bar{x}_j)^2}{N}} \end{aligned}\right\} \tag{1.4.12}$$

上式中 S_y 和 S_x 称为估计均方误。

如果通过分析，获得河川枯季径流量与汛期降水量之间的回归方程式（1.4.10），那么我们就可以根据汛期的降水量来计算、预测汛末至来年汛前的枯季径流量。

这里应当指出的是，用一元线性回归分析法不能得到关系良好的资料，并不能说明它们不相关或相关很差。因为在很多情况下，现象间的关系，并不一定是直线的规律，而往往是曲线的关系。故在实际分析时，当直线相关无法达到密切程度时，则可试用曲线相关。

当两变量是曲线关系时，一般可以将对应值点绘于单对数纸或双对数纸上，使相关曲线变为直线便于定线和查用。由于方法和原理均与直线回归分析法一样，这里不再赘述。

1.4.2 多元线性回归分析法

在实际问题中，和因变量 y 有关的，往往不只一个自变量而是多个：x_1，x_2，…，x_m 共 m 个。研究因变量 y 与自变量 x_1，x_2，

地信网论坛
BBS.3S001.COM

…，x_m 的定量关系问题就是多元回归问题。和一元回归一样，多元回归中最简单而又有用的是多元线性回归问题。

1. 多元线性回归的数学模型

和一元类似，多元线性回归的数学模型为

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_m x_m + \varepsilon \qquad (1.4.13)$$

式中：$\beta_0, \beta_1, \cdots, \beta_m$ 为未知的待估参数；ε 为 $n(0,\sigma)$ 随机变量。设对变量 y 和 $x_1, x_2, \cdots, x_m$，通过 N 次观测，得到一组数据：

$$y_j, x_{j1}, x_{j2}, \cdots, x_{jm} \quad j = 1, \cdots, N \qquad (1.4.14)$$

代入式（1.4.13），则得到

$$y_j = \beta_0 + \sum_{i=1}^{m} \beta_i x_j + \varepsilon_j \quad j = 1, \cdots, N \qquad (1.4.15)$$

关于随机变量 ε_j（$j=1$，2，…，N），与一元一样，假定其为 N 个相互独立的 n（0，σ）变量。为了便于说明问题，我们只讨论通常比较适用的三个变量的直线相关问题。

一般的复直线回归方程式（z 同时倚 x 及 y）为

$$z = a + bx + cy \qquad (1.4.16)$$

通过利用最小二乘法，确定出偏回归系数 b 与 c 和系数 a：

$$b = \frac{r_{zx} - r_{xy} r_{yz}}{1 - r_{xy}^2} \frac{\sigma_z}{\sigma_x} = R_{z\,x(y)} \qquad (1.4.17)$$

$$c = \frac{r_{yz} - r_{xy} r_{zx}}{1 - r_{xy}^2} \frac{\sigma_z}{\sigma_y} = R_{z\,y(x)} \qquad (1.4.18)$$

$$a = \bar{z} - b\bar{x} - c\bar{y} \qquad (1.4.19)$$

由此，将 a、b、c 的值代入式（1.4.16）即可得复回归直线的方程：

$$z - \bar{z} = R_{z|x(y)}(x - \bar{x}) + R_{z|y(x)}(y - \bar{y}) \qquad (1.4.20)$$

2. 复相关系数

z 倚 x 及 y 的复相关系数为

$$r_{z|xy} = \sqrt{1 - \frac{S_{z|xy}^2}{\sigma_z^2}} \qquad (1.4.21)$$

当 N 较大时，$\frac{S_{z,xy}}{\sigma_z} \approx \frac{S_{z|xy}^*}{\sigma_z^*}$，则有

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$r_{z|xy}=\sqrt{\frac{r_{zx}^2+r_{zy}^2-2r_{zx}r_{zy}r_{xy}}{1-r_{xy}^2}} \tag{1.4.22}$$

复相关系数的均方误（二元正态分布）为

$$\sigma_r=\pm\frac{1-r_{z\,xy}^2}{\sqrt{N}} \tag{1.4.23}$$

其随机误为

$$E_r=\pm\,0.6754\,\frac{1-r_{z|xy}^2}{\sqrt{N}} \tag{1.4.24}$$

3. 复回归线的误差

用$S_{z|xy}^*$代表 z 倚 x 及 y 复回归线的均方误（总体用），得其平方数为

$$S_{z\cdot xy}^2=\sigma_z^2\left(1-\frac{r_{zx}^2+r_{zy}^2-2r_{zx}r_{zy}r_{xy}}{1-r_{xy}^2}\right)$$

故

$$S_{z|xy}^*=\sigma_z^*\sqrt{1-\frac{r_{zx}^2+r_{zy}^2-2r_{zx}r_{zy}r_{xy}}{1-r_{xy}^2}} \tag{1.4.25}$$

对于样本来说，均方误应作修正，故其估计均方误为

$$S_{z|xy}=\sqrt{\frac{N}{N-3}}S_{z|xy}^* \tag{1.4.26}$$

许多水文现象之间的关系，一般并不表现为直线关系，而是有着更复杂的形式，即曲线相关的形式。由于曲线种类太多，我们只能凭经验去选配，同时计算方面也十分繁复，故在很多实际分析中，就不再由计算获得，而是用目估法给出相关线。有些简单的曲线形式，如能适当转换为直线，则仍能用直线相关的方法求得。

1.4.3 逐步回归分析法

在水文分析和预测、预报等工作中，对于研究的变量 y，虽可从物理联系方面选出一些对 y 有影响的自变量（常称为因子），但由于变量 y 构成的复杂性，这些因子对 y 的关系究竟如何，不是单凭物理分析就可判定的。其中可能有些对 y 有显著影响，有些则影响很小。为了避免遗漏对 y 有显著影响的因子，所以在初选

地信网论坛
BBS.3S001.COM

因子时往往考虑的面比较广，拟定的因子也比较多，有时可达几十个。于是就提出一个问题：如何在这许多因子中，选出对 y 影响最大的一些因子，构成一个“最优的线性回归方程”呢？这就是逐步回归分析所要解决的问题。

首先，怎样的一个回归方程才能算是“最优”呢？这可从两方面来考虑：①回归方程预测的误差与 σ^2 成正比，σ^2 虽为未知，但其不偏估计 S_y^2 却是可以求得的。因此，要使回归方程预测的精度较高，应要求 S_y 比较小。②一个合理的回归方程应该只包含显著的因子，而不包含不显著的因子。综合这两个方面，所谓最优的回归方程，就是要求回归方程包含的因子都是显著的，而且 S_y 比较小。通过分析表明，最优回归方程，不一定是包含自变量最多的方程。从回归方程的使用方便、费用经济的角度来看，也不希望回归方程中包含的自变量太多。

由于参加筛选的因子通常总是比最后选中的因子要多得多，这就产生了逐步回归分析法。它的基本思想是，将因子一个个引入，引入的条件是该因子的偏回归平方和在没有进入方程的其余因子当中为最大且是显著的，同时，每引入一个新的因子后，在新的方程的基础上，再在已进入方程的因子中找出偏回归平方和最小的一个并作检验，如不显著则将其剔除。就是说，每一步（引入一个变量或剔除一个变量算作一步）的前后，都要作 F 检验，直到最后没有显著的变量可以引入，也没有不显著的变量需要剔除为止。所以这一方法又可称为双重检验的逐步回归。

由此可以看出，逐步回归分析，并没有采用什么新的理论，它的原理与多元线性回归相同。逐步回归所带来的只是一套具体计算的安排与技巧，为此，这里不做赘述。

1.5 数理统计法

根据概率论和数理统计的原理和方法，从大量的历史水文、气象资料中寻求水文要素演变的随机规律，建立随机水文模型进行

地信网论坛
BBS.3S001.COM

预测[10~12]，❶。常用的有两大类：一类是多元分析法，即把预测对象作为随机变量，运用回归分析、判别分析等方法对影响因子进行筛选，建立预测方程进行预测；另一类是时间序列分析法，把预测对象作为离散化的时间序列随机过程，应用自回归等随机模型进行预测。通常把时间序列分解成趋势项、周期项、平稳项，分项预测，然后叠加，求得预测结果。

在1.4.2中，对第一类方法（多元分析法）进行了讨论，这里不再重述。本节将重点分析和讨论第二类方法：时间序列分析法，其中以介绍自回归模型AR（p）、滑动平均模型MA（q）和自相关一滑动平均模型ARMA（p，q）为重点❶，[12]。

1.5.1 自回归模型AR（p）

1. AR（p）模型

AR（p）模型是水文水利计算和水文预测中最常用的一种随机模型，其一般形式为

$$x_t = \Phi_{p,0} + \Phi_{p,1}x_{t-1} + \Phi_{p,2}x_{t-2} + \cdots + \Phi_{p,p}x_{t-p} + \eta_t \tag{1.5.1}$$

建立这种模型要解决两个问题：

（1）模型阶数：即模型的最大阶数 p 等于多少？

（2）参数估计：即估计各回归系数 $\Phi_{p,0}$，$\Phi_{p,1}$，$\Phi_{p,2}$，…，$\Phi_{p,p}$ 及随机项 η_t 的线型及参数。一般假定 η_t 的线型为 P-Ⅲ型，其参数有两个，即标准差 σ_η 与偏态系数 $C_{s_\eta} = \dfrac{E(\eta^3)}{\sigma_\eta^3}$。因 η_t 是式（1.5.1）的误差项，数值有正负，其均值恒为零，因此没有 C_{v_η}。解决问题的方法一般是用递推解法。

2. Yule-Walker 方程组

将式（1.5.1）变为中心化形式：

$$x'_t = \Phi_{p,1}x'_{t-1} + \Phi_{p,2}x'_{t-2} + \cdots + \Phi_{p,p}x'_{t-p} + \eta_t \tag{1.5.2}$$

---

❶ 刘权授，许大明. 水文随机模型与应用. 河海大学水资源水文系，1989

地信网论坛
BBS.3S001.COM

式中：$x_i' = x_i - \bar{x}(i = t, t-1, \cdots, t-p)$；$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$；$n$ 为样本容量。

将式（1.5.1）与式（1.5.2）对比，可得

$$\Phi_{p,0} = (1 - \Phi_{p,1} - \Phi_{p,2} - \cdots - \Phi_{p,p})\bar{x} \qquad (1.5.3)$$

其中 $\bar{x}$ 可由实测系列计算，因此只要再解算出 $\Phi_{p,1}, \Phi_{p,2}, \cdots, \Phi_{p,p}$ 后，就可由式（1.5.3）计算。由式（1.5.2）求解时，有个假定：

$$E(\eta_t, x_{t-i}') = 0 \quad i = 1, 2, \cdots, p \qquad (1.5.4)$$

即时刻 t 的随机项 η_t 与此时以前的 x_{t-i}' 是相互独立的。以 x_{t-i}' 乘式（1.5.2）两边，并取期望值，得

$$E(x_t', x_{t-i}') = \Phi_{p,1}E(x_{t-1}', x_{t-i}') + \Phi_{p,2}E(x_{t-2}', x_{t-i}') + \cdots + \Phi_{p,p}E(x_{t-p}', x_{t-i}') + E(\eta_t, x_{t-i}')$$

式中最后一项按假定式（1.5.4）取 $E(\eta_t, x_{t-i}') = 0$。

再以 σ_x^2 除上式两边，得

$$\frac{1}{\sigma_x^2}E(x_t', x_{t-i}') = \Phi_{p,1}\left[\frac{1}{\sigma_x^2}E(x_{t-1}', x_{t-i}')\right] + \Phi_{p,2}\left[\frac{1}{\sigma_x^2}E(x_{t-2}', x_{t-i}')\right] + \cdots + \Phi_{p,p}\left[\frac{1}{\sigma_x^2}E(x_{t-p}', x_{t-i}')\right]$$

其中，σ_x 为 x 系列的标准差，$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2\right]}$。

即 $$r_1 = r_0\Phi_{p,1} + r_1\Phi_{p,2} + \cdots + r_{p-1}\Phi_{p,p}$$

其中，r_1，r_2，…，r_{p-1} 为系列 x_i 的 1 阶，2 阶，…，$p-1$ 阶相关系数。

再以 x_{t-2}' 乘式（1.5.2）两边，并取期望值，再除以 σ_x^2，可得

$$r_2 = r_1\Phi_{p,1} + r_0\Phi_{p,2} + \cdots + r_{p-2}\Phi_{p,p}$$

同理可得 $$r_3 = r_2\Phi_{p,1} + r_1\Phi_{p,1} + \cdots + r_{p-3}\Phi_{p,p}$$

$$\vdots$$

$$r_p = r_{p-1}\Phi_{p,1} + r_{p-2}\Phi_{p,2} + \cdots + r_0\Phi_{p,p}$$

把这些公式写在一起，且有 $r_0 = 1$（因 r_0 是自相关系数），则得

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= \Phi_{p,1} + r_1\Phi_{p,2} + \cdots + r_{p-1}\Phi_{p,p} \\ r_2 &= r_1\Phi_{p,1} + \Phi_{p,2} + \cdots + r_{p-2}\Phi_{p,p} \\ &\vdots \\ r_p &= r_{p-1}\Phi_{p,1} + r_{p-2}\Phi_{p,2} + \cdots + \Phi_{p,p} \end{aligned}\right\} \quad (1.5.5)$$

这个方程组叫 Yule-Walker 方程组，p 个方程式刚好解出 p 个未知数 $\Phi_{p,1}$，$\Phi_{p,2}$，…，$\Phi_{p,p}$。

3. Yule-Walker 方程组的递推解法

将方程组（1.5.5）写成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{p-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{p-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_{p-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{p-1} & r_{p-2} & r_{p-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Phi_{p,1} \\ \Phi_{p,2} \\ \vdots \\ \Phi_{p,p} \end{bmatrix} \quad (1.5.6)$$

简写为

$$r_p = P_p\Phi_p \quad (1.5.7)$$

其中

$$r_p = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_p \end{bmatrix}, P_p = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{p-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{p-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_{p-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{p-1} & r_{p-2} & r_{p-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_p = \begin{bmatrix} \Phi_{p,1} \\ \Phi_{p,2} \\ \vdots \\ \Phi_{p,p} \end{bmatrix}$$

方程组（1.5.6）的系数矩阵 P_p 的元素都是实数，对于主对角线与副对角线都是对称的，且平行于对角线直线上的元素也都相等，同时在一般情况下这一矩阵是正定的，满足这些条件的矩阵称为托布利菲矩阵。

由式（1.5.7）得方程组的解为

$$\Phi_p = P_p^{-1}r_p \quad (1.5.8)$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

式(1.5.8)的右边都是系列各阶相关系数，都是已知值，但是用式(1.5.8)求解时要计算一个逆矩阵 P_p^{-1}，这是很麻烦的。另一方面，由于式(1.5.6)的系数矩阵 P_p 是托布利菲矩阵，因此可利用递推方法求解，这要简便得多。利用递推方法，可求得如下结果：

当 $p=1$ 时，式（1.5.6）变为

$$(r_1)=(1)\times(\Phi_{1,1})$$

故

$$\Phi_{1,1}=r_1 \tag{1.5.9}$$

当 $p=2$ 时，式（1.5.6）变为

$$\begin{bmatrix}r_1\\r_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & r_1\\r_1 & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}\Phi_{2,1}\\\Phi_{2,2}\end{bmatrix}$$

且此时 $\Phi_{1,1}$ 为已知，则结果为

$$\left.\begin{aligned}\Phi_{2,2}&=\frac{r_2-\Phi_{1,1}r_1}{1-\Phi_{1,1}r_1}\\\Phi_{2,1}&=\Phi_{1,1}-\Phi_{2,2}\Phi_{1,1}\end{aligned}\right\} \tag{1.5.10}$$

当 $p=3$ 时，式（1.5.6）为

$$\begin{bmatrix}r_1\\r_2\\r_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & r_1 & r_2\\r_1 & 1 & r_1\\r_2 & r_1 & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}\Phi_{3,1}\\\Phi_{3,2}\\\Phi_{3,3}\end{bmatrix}$$

且此时 $\Phi_{2,1}$、$\Phi_{2,2}$ 为已知值，结果为

$$\left.\begin{aligned}\Phi_{3,3}&=\frac{r_3-(\Phi_{2,1}r_2+\Phi_{2,2}r_1)}{1-(\Phi_{2,1}r_1+\Phi_{2,2}r_2)}\\\Phi_{3,2}&=\Phi_{2,2}-\Phi_{3,3}\Phi_{2,2}\\\Phi_{3,1}&=\Phi_{2,1}-\Phi_{3,3}\Phi_{2,2}\\&\vdots\end{aligned}\right\} \tag{1.5.11}$$

当 $p=k$ 时，式（1.5.6）为

$$\begin{bmatrix}r_1\\r_2\\\vdots\\r_k\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{k-1}\\r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{k-2}\\r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_{k-3}\\\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots\\r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \cdots & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}\Phi_{k,1}\\\Phi_{k,2}\\\vdots\\\Phi_{k,3}\end{bmatrix}$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

且此时 $\Phi_{k-1,1}$，$\Phi_{k-1,2}$，…，$\Phi_{k-1,k-1}$为已知值，结果为

$$\left.\begin{aligned}\Phi_{k,k}&=\frac{r_k-\sum_{j=1}^{k-1}\Phi_{k-1,j}r_{k-j}}{1-\sum_{j=1}^{k-1}\Phi_{k-1,j}r_j}\\ \Phi_{k,j}&=\Phi_{k-1,j}-\Phi_{k,k}\Phi_{k-1,k-1}\end{aligned}\right\}\qquad(1.5.12)$$

其中 $j=1$，2，…，$k-1$。

4. 随机项 η_t 的统计参数

式（1.5.1）中的随机项 η_t，一般假定其线型为 P-Ⅲ型，由于它是式（1.5.1）中的误差项，因而其均值为零，从而没有 C_{s_η} 值，这样它有两个统计参数 σ_η、C_{s_η}，推求 σ_η、C_{s_η} 有两种方法。

（1）由式（1.5.2）可得

$$\eta_t=x'_t-\Phi_{p,1}x'_{t-1}-\Phi_{p,2}x'_{t-2}-\cdots-\Phi'_{p,p}x'_{t-p}\qquad(1.5.13)$$

利用实测系列 x_1，x_2，…，x_n，以及前面递推解法算得的 $\Phi_{p,1}$，$\Phi_{p,2}$，…，$\Phi_{p,p}$，可以得到 η 的系列值：

$$\eta_{p+1},\eta_{p+2},\cdots,\eta_n$$

从而可按矩法公式计算出 σ_η 与 C_{s_η} 值。

（2）一般情况下，常用下述公式计算

$$x'_t=\Phi_{p,1}x'_{t-1}+\Phi_{p,2}x'_{t-2}+\cdots+\Phi_{p,p}x'_{t-p}+\eta_t\qquad(1.5.14)$$

以 x'_t 乘式（1.5.2）两边并取期望值，并利用式（1.5.4）的假定 $E(\eta_t,x'_{t-i})=0$（$i=1$，2，…，p）可得

$$\begin{aligned}E(x'^2_t)=&\Phi_{p,1}E(x'_t,x'_{t-1})+\Phi_{p,2}E(x'_t,x'_{t-2})+\cdots\\&+\Phi_{p,p}E(x'_t,x'_{t-p})+E(\eta_t^2)\end{aligned}$$

再以 σ_x^2 除以上式两边，得

$$\sigma_\eta=\sigma_x\sqrt{1-(\Phi_{p,1}r_1+\Phi_{p,2}r_2+\cdots+\Phi_{p,p}r_p)}\qquad(1.5.15)$$

可以证明：

$$R^2=\Phi_{p,1}r_1+\Phi_{p,2}r_2+\cdots+\Phi_{p,p}r_p$$

R 是多元相关（即多因子 x'_{t-1}，x'_{t-2}，…，x'_{t-p} 与 x'_t 的相关）的复相关系数。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

因而，式（1.5.15）又可以写为

$$\sigma_\eta = \sigma_z \sqrt{1 - R^2} \tag{1.5.16}$$

η_t 的偏态系数 C_{s_η} 的近似公式为

$$C_{s_\eta} = C_{s_z}(1 - R^3)/(1 - R^2) \tag{1.5.17}$$

5. 最大自相关阶数 p 值的选定

现在讨论式(1.5.1)中 p 值的选定问题。首先粗定一个 p_0 值，$p_0 = \frac{N}{5} \sim \frac{N}{10}$，$N$ 大时（如 $N>80$）取 $\frac{N}{5}$，N 小时（如 $1<N<80$）取 $\frac{N}{10}$；然后在 p_0 内进一步选定 p 值，常用的方法如下：

（1）依据自相关系数序列目估选定，如某站的各阶年径流自相关系数为：0.08，0.13，0.41，0.38，0.07，0.09，0.13，0.12，…。看来 4 阶以后自相关系数很小，可定 $p=4$，即模型能保持前 4 阶自相关系数即可。

（2）Yule-Walker 方程组的各阶系数 $\Phi_{1,1}$，$\Phi_{2,2}$，…，$\Phi_{p,p}$ 叫做偏相关系数，这也是一组随机变量，因为它们随样本系列而变。可以证明，当径流系列选用 p 阶自回归模型计算时，$\Phi_{p,p}$ 的统计特征为：

$$\left.\begin{aligned} &\text{当 } k > p \text{ 时，期望值} \quad E(\Phi_{p,p}) = 0 \\ &\text{标准差} \quad \sigma(\Phi_{p,p}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \end{aligned}\right\} \tag{1.5.18}$$

N 为径流系列的样本长度，因此从理论上讲，如当 $k > p$ 时，其 $\Phi_{k,k} < \frac{1}{\sqrt{N}}$，则可选定自回归的最大阶数为 p。

（3）用模型误差方差最小定阶。用模型式（1.5.1）计算的径流量 $x_t'(t = 1,2,\cdots,N)$ 与相应的实测径流量之差的方差公式为

$$FPE(k) = \sigma_k^2\left(1 + \frac{\lambda k}{N}\right) \tag{1.5.19}$$

式中：N 为样本长度；λ 为适当正数，一般取 $\lambda=2\sim5$；k 为假定的最大阶数；σ_k^2 是阶数为 k 时的误差的平方和，可用式（1.5.15）计算，得

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$\sigma_k^2 = \sigma_x^2(1 - \Phi_{k,1}r_1 - \Phi_{k,2}r_2 - \cdots - \Phi_{k,k}r_k)$$

假定不同的 k，由式（1.5.19）计算出不同的 $FPE(k)$，取其最小者，其相应的 k 值，即选定为最大阶数 p。上述三种定阶方法，第一种比较简单，第三种理论依据比较强。

6. 自回归模型 AR（p）的计算步骤

由于自回归模型 AR（p）的计算步骤，随定阶方法不同各有差异，下面仅介绍第三种定阶方法的具体计算步骤。

（1）按 $p_0 = \frac{N}{5} \sim \frac{N}{10}$ 初步选定最大阶数 p_0。

（2）计算实测系列 x_t 的统计参数：$\bar{x}$，σ_x，C_{s_x}，包括相关系数 r_1，r_2，…，r_p，并计算 x_t 的中心化系列 $x_t' = x_t - \bar{x}$。

（3）在 p_0 以内，假定一个 k，用递推公式（1.5.9）～式（1.5.12）计算回归系数 $\Phi_{k,1}$，$\Phi_{k,2}$，…，$\Phi_{k,k}$。

（4）用公式（1.5.15）计算误差的方差：

$$\sigma_k^2 = \sigma_x^2(1 - \Phi_{k,1}r_1 - \Phi_{k,2}r_2 - \cdots - \Phi_{k,k}r_k)$$

（5）用式（1.5.19）计算模型误差 $FPE(k)$。

（6）假定不同的 k，重复步骤(3)～(5)得到不同的 $FPE(k)$，取其最小者，其相应的 k 值，即选定为最大阶数 p。

（7）用公式（1.5.3）计算 $\Phi_{p,0}$。

（8）用公式（1.5.17）计算 C_{s_y}。

至此，模型式（1.5.1）的系数全部得到。

1.5.2 滑动平均模型 MA（q）

1. MA（q）模型

滑动平均模型 MA（q）的一般形式为

$$x_t' = \eta_t - \theta_1\eta_{t-1} - \theta_2\eta_{t-2} - \cdots - \theta_q\eta_{t-q} \qquad (1.5.20)$$

与 AR（p）模型一样，$x_t' = x_t - \bar{x}$ 是中心化系列。

以式（1.5.20）表达的 MA（q）的思路是：随机变量 x_t' 的现时值 x_t' 是 $q+1$ 个随机数 η_t，η_{t-1}，η_{t-2}，…，η_{t-q} 的加权之和，现时随机数 η_t 的权重为 1，生成于现时以前各时段的随机数 η_{t-1}，

地信网论坛
BBS.3S001.COM

η_{t-2}，…，η_{t-q}的权重分别为$-\theta_1$，$-\theta_2$，…，$-\theta_q$。这种情况下随机变量x_t'相当于以白噪声系列η_t，η_{t-1}，η_{t-2}，…为输入线性滤波器［式（1.5.17）］后得到的输出。

由于假定η_t是白噪声系列，故有

$$E(\eta_t,\eta_{t-k})=\begin{cases}0 & k\neq 0\\ \sigma_\eta^2 & k=0\end{cases} \tag{1.5.21}$$

MA（q）待定的统计参数有：

（1）式（1.5.20）中的各阶权重系数θ_1，θ_2，…，θ_q。

（2）随机数η_t的分布线型在水文上仍假定为P-Ⅲ型，其均值为零，没有C_{v_η}，故η_t的统计参数为σ_η与C_{s_η}。

2. 权重系数θ_1，θ_2，…，θ_q与σ_η的计算

对式(1.5.20)两边取平方并取期望值，且利用式(1.5.21)，得

$$E(x_t'^2)=E(\eta_t^2)+\theta_1^2E(\eta_{t-1}^2)+\cdots+\theta_q^2E(\eta_{t-q}^2)$$

即
$$\sigma_x^2=(1+\theta_1^2+\theta_2^2+\cdots+\theta_q^2)\sigma_\eta^2$$

再以$x_{t-1}'=\eta_{t-1}-\theta_1\eta_{t-2}-\cdots-\theta_{q-1}\eta_{t-q}-\theta_q\eta_{t-(q+1)}$的两边分别乘式（1.5.20）两边，且利用式（1.5.21），得

$$r_1\sigma_x^2=(-\theta_1+\theta_2\theta_1+\cdots+\theta_q\theta_{q-1})\sigma_\eta^2$$

同理，得
$$r_2\sigma_x^2=(-\theta_2+\theta_2\theta_1+\cdots+\theta_q\theta_{q-2})\sigma_\eta^2$$

$$\vdots$$

$$r_q\sigma_x^2=-\theta_q\sigma_\eta^2$$

合在一起，为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x^2&=(1+\theta_1^2+\cdots+\theta_q^2)\sigma_\eta^2\\ r_1\sigma_x^2&=(-\theta_1+\theta_2\theta_1+\cdots+\theta_q\theta_{q-1})\sigma_\eta^2\\ r_2\sigma_x^2&=(-\theta_2+\theta_2\theta_1+\cdots+\theta_q\theta_{q-2})\sigma_\eta^2\\ &\vdots\\ r_q\sigma_x^2&=-\theta_q\sigma_\eta^2\end{aligned}\right\} \tag{1.5.22}$$

式中σ_x与r_1，r_2，…，r_q（各阶相关系数）可由实测径流系列计算出来，故方程组（1.5.22）中共有$q+1$个未知数：

$$\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_q,\sigma_\eta$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

方程组（1.5.22）也有 $q+1$ 个方程，方程式个数与未知数个数刚好相同，故联解方程组即可得到 MA（q）中的 $q+1$ 个参数。但是不像 AR（p）模型的（1.5.5）方程组，那是一个线性方程组，较易于求解。而 MA（q）模型的（1.5.22）方程组却是一个非线性方程组，求解较难，这也是 MA（q）模型不常用的一个原因。

3. 解非线性方程组（1.5.22）的迭代法

目前，求解非线性方程组的方法很多，这里仅介绍一种常用的迭代法。

方程组（1.5.22）中各式可依次变换为下列各式：

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_\eta^2 = \sigma_x^2/(1+\theta_1^2+\theta_2^2+\theta_q^2)\\
&\theta_1 = \theta_2\theta_1+\theta_3\theta_2+\cdots+\theta_q\theta_{q-1}-\frac{r_1\sigma_x^2}{\sigma_\eta^2}\\
&\theta_2 = \theta_3\theta_1+\cdots+\theta_q\theta_{q-2}-\frac{r_2\sigma_x^2}{\sigma_\eta^2}\\
&\quad\vdots\\
&\theta_q = -\frac{r_q\sigma_x^2}{\sigma_\eta^2}
\end{aligned}\right\} \quad (1.5.23)$$

给出一组初值，如 $\theta_1=0$，$\theta_2=0$，…，$\theta_q=0$，$\sigma_\eta^2=\sigma_x^2$，代入（1.5.23）中各式的右边，从而得到一组新的值，记为：σ_η^2（1），θ_1（1），θ_2（1），…，θ_q（1），与相应的原假定值对比，如两者很接近，则这组新值可作为方程组（1.5.23）的近似解。否则将这组新值：σ_η^2（1），θ_1（1），θ_2（1），…，θ_q（1）重新代入（1.5.23）各式的右边，得到第二组新值：σ_η^2（2），θ_1（2），θ_2（2），…，θ_q（2），再与 σ_η^2（1），θ_1（1），θ_2（1），…，θ_q（1）对比，如两者相近，则 σ_η^2（2），θ_1（2），θ_2（2），…，θ_q（2）即为式（1.5.23）的解，否则又将 σ_η^2（2），θ_1（2），θ_2（2），…，θ_q（2）代入（1.5.23）各式的右边，得到第三组新值：σ_η^2（3），θ_1（3），θ_2（3），…，θ_q（3），再与 σ_η^2（2），θ_1（2），θ_2（2），…，θ_q（2）对比，……。依次类推，直到求得满足计算精度的解。

4. C_{s_q} 的计算

地信网论坛
BBS.3S001.COM

由式（1.5.20）变形可得

$$\eta_t = x_t' + \theta_1\eta_{t-1} + \theta_2\eta_{t-2} + \cdots + \theta_q\eta_{t-q}$$

x_1'，x_2'，…，x_n'是已知中心化径流系列，系数θ_1，θ_2，…，θ_q已由式（1.5.23）解出，从而有

$$\eta_1 = x_1'$$

$$\eta_2 = x_2' + \theta_1\eta_1$$

$$\eta_3 = x_3' + \theta_1\eta_2 + \theta_2\eta_1$$

$$\eta_4 = x_4' + \theta_1\eta_3 + \theta_2\eta_2 + \theta_3\eta_1$$

$$\vdots$$

利用这样计算得到的η_t系列η_1，η_2，…，η_n，按照C_{s_η}的矩法公式：$C_{s_\eta} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\eta_i^3}{(n-3)\sigma_\eta^3}$可以计算出$C_{s_\eta}$。

5. 最大滑动阶数q的选定

关于滑动平均模型MA（q）最大滑动阶数q的选定，可以证明它取决于系列的自相关系数r_1，r_2，…，r_q，自相关系数也是随机变量，因为它是随样本系列而变的，其统计特性为：在$k>q$以后，r_q渐近为正态分布。

期望值 $$E(r_k) = 0$$

标准差 $$\sigma(r_k) = \frac{1}{\sqrt{n}}\left(1 + 2\sum_{i=1}^{q}r_i^2\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (1.5.24)$$

下面简单介绍一种选定滑动阶数q的方法。

（1）根据系列的自相关系数序列，假设一个q，如某水文站年径流资料$n=60$年，自相关系数序列为

$$0.14, 0.07, 0.31, 0.04, 0.07, \cdots$$

可设$q=3$，因为此后的相关系数值很小。

（2）由式（1.5.24）计算得$\sigma(r_k) = \dfrac{1}{\sqrt{60}}\left(1 + 2\sum_{i=1}^{3}r_i^2\right)^{\frac{1}{2}} = 0.14$。

（3）检查：若$k>3$以后的相关系数均小于$\sigma(r_k)$，则假设$q=3$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

可以接受。

6. MA（q）模型的计算步骤

（1）以 $q_0=\frac{n}{5}\sim\frac{n}{10}$ 作为 q 的初定值。

（2）计算径流系列 x_t 的统计参数 $\overline{x}$（均值），σ_x（标准差）及 q_0 阶自相关系数 r_1，r_2，…，r_q，并将 x_t 转换为中心化系列 x_t'。

（3）由式（1.5.24）计算 $\sigma(r_k)$，通过检验相关系数序列 r_1，r_2，…，r_q，可确定出最大滑动阶数 q。

（4）由式（1.5.23）解出 MA（q）模型参数 $\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_q,\sigma_\eta$。

由 $C_{s_\eta}=\dfrac{\sum_{t=1}^{n}\eta_t^3}{(n-3)\sigma_\eta^3}$ 计算出 C_{s_η}。至此，模型 MA（q）的参数全部求出。

1.5.3 自相关—滑动平均模型 ARMA（p，q）

在 1.5.1 和 1.5.2 中，介绍和讨论了两类线性平稳随机模型，下面再介绍一类线性平稳随机模型：自相关—滑动平均模型 ARMA（p，q）。

1. ARMA（p，q）模型

这是一种一般性的线性平稳随机模型，其表达式为

$$x_t'=\Phi_{p,1}x_{t-1}'+\Phi_{p,2}x_{t-2}'+\cdots+\Phi_{p,p}x_{t-p}'+\eta_t-\theta_1\eta_{t-1}-\theta_2\eta_{t-2}-\cdots-\theta_q\eta_{t-q}\quad(1.5.25)$$

式中：$x_t'=x_t-\overline{x}$，为中心化系列。

由式（1.5.25）可以看出，式（1.5.1）表达的 AR（p）模型是式（1.5.25）中 $\theta_1=\theta_2=\cdots=\theta_q=0$ 的一个特例；式（1.5.20）表达的 MA（q）模型是式（1.5.25）中 $\Phi_{p,1}=\Phi_{p,2}=\cdots=\Phi_{p,p}=0$ 的一个特例。所以说，式（1.5.25）表达的 ARMA（p，q）模型是一般性的线性平稳随机模型。

这个模型共有 $p+q+2$ 个待定系数：

$$\Phi_{p,1},\Phi_{p,2},\cdots,\Phi_{p,p},\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_q,\sigma_\eta,C_{s_\eta}$$

一般性的解法比较麻烦，通常在水文上应用的是其中比较简

地信网论坛
BBS.3S001.COM

单的（$p=1$，$q=1$）ARMA（1，1）模型，其求解方法如下。

ARMA（1，1）的表达式为

$$x_t' = \Phi_{1,1}x_{t-1}' + \eta_t - \theta_1\eta_{t-1} \tag{1.5.26}$$

因此，这个模型有4个待定参数为

$$\Phi_{1,1},\theta_1,\sigma_\eta,C_{s_\eta}$$

求解这个模型的假定为

$$\left.\begin{aligned} E(\eta_t,\eta_{t-k}) &= \begin{cases} 0 & k\neq 0 \\ \sigma_\eta^2 & k=0 \end{cases} \\ E(\eta_t,x_{t-k}') &= 0 \qquad k>0 \end{aligned}\right\} \tag{1.5.27}$$

并有

$$\left.\begin{aligned} E(\eta_t,x_t') &= E[\eta_t,(\Phi_{1,1}x_{t-1}' + \eta_t - \theta_1\eta_{t-1})] \\ &= E(\eta_t^2) = \sigma_\eta^2 \\ E(\eta_{t-1},x_t') &= E[\eta_{t-1},(\Phi_{1,1}x_{t-1}' + \eta_t - \theta_1\eta_{t-1})] \\ &= (\Phi_{1,1}-\theta_1)\sigma_\eta^2 \end{aligned}\right\} \tag{1.5.28}$$

2. 参数$\Phi_{1,1}$、θ_1、σ_η的计算

以x_t'乘式（1.5.26）两边各项并取期望值，且利用式（1.5.27）、式（1.5.28）得

$$E(x_t',x_t') = E[x_t',(\Phi_{1,1}x_{t-1}' + \eta_t - \theta_1\eta_{t-1})]$$

整理，得

$$\sigma_x^2 = r_1\sigma_x^2\Phi_{1,1} + [1-\theta_1(\Phi_{1,1}-\theta_1)]\sigma_\eta^2$$

以x_{t-1}'乘以式（1.5.26）两边各项取期望值，得

$$E(x_t',x_{t-1}') = E[(\Phi_{1,1}x_{t-1}' + \eta_t - \theta_1\eta_{t-1})x_{t-1}']$$

整理，得

$$r_1\sigma_x^2 = \Phi_{1,1}\sigma_x^2 - \theta_1\sigma_\eta^2$$

以x_{t-2}'乘以式（1.5.26）两边各项并取期望值，得

$$E(x_t',x_{t-2}') = E[(\Phi_{1,1}x_{t-1}' + \eta_t - \theta_1\eta_{t-1})x_{t-2}']$$

整理，得

$$r_2 = \Phi_{1,1}r_1$$

将所得结果写在一起，为

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x^2 &= r_1\sigma_x^2\Phi_{1,1} + [1-\theta_1(\Phi_{1,1}-\theta_1)]\sigma_\eta^2\\ r_1\sigma_x^2 &= \sigma_x^2\Phi_{1,1} - \theta_1\sigma_\eta^2\\ r_2 &= r_1\Phi_{1,1}\end{aligned}\right\} \quad (1.5.29)$$

方程组中系列标准差及一阶、二阶相关系数，可由实测径流系列计算为已知值，因此式（1.5.29）中三个方程式也刚好解算三个未知数 $\Phi_{1,1}$，θ_1，σ_η。

3. C_{s_η}的计算

式（1.5.26）可变形为

$$\eta_t = x_t' - \Phi_{1,1}x'_{t-1} + \theta_1\eta_{t-1} \quad (1.5.30)$$

x_1'，x_2'，…，x_n' 为已知中心化实测径流系列，利用上面已计算得的参数值 $\Phi_{1,1}$、θ_1 和 σ_η，通过式（1.5.30）计算出 η_t 系列 η_1，η_2，…，η_n，用 C_{s_η}的矩法公式 $C_{s_\eta}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\eta_i^3}{(n-3)\sigma_\eta^3}$即可计算出 C_{s_η}。

1.5.4 非稳定性分析

上面讨论的模型都是在水文水利计算与水文预报、预测中应用较为广泛的平稳的随机模型，但严格地讲，大多数水文现象均有非稳定性。其原因可能有：

（1）趋势性：水文现象逐年有向上或向下波动的趋势。这可能是由于大气系统变化形成的，也可能是由于下垫面情况渐变（如植树造林、水土保持，或森林破坏、水土流失等）的结果。

（2）突变性：水文现象在某一年代前后发生了突变。这可能是由于这些年代集中地修建了许多水利工程，或这些年代中由于自然突变或人为影响，下垫面情况发生了突然变化引起的。

（3）周期性：众所周知，太阳黑子具有周期性变化，平均周期为 11 年，面导致地球上的水文气象现象变化的能源来自太阳，太阳黑子活动的强弱对上述现象的变化有一定影响。

其中趋势性分量可用以时间 t 为自变量的多项式表示：

$$x_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \cdots + \alpha_n t^n \quad (1.5.31)$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

式中：α_1，α_2，…，α_n 为系数。

周期性分量可用三角级数表示：

$$x_t = m + \sum_{i=1}^{L}\lambda_i \sin\left(\frac{2\pi t}{T}i + \Phi_i\right) \tag{1.5.32}$$

式中：L 为波数；m 为序列均值；λ_i、Φ_i、T 分别为各波的振幅、初始位相与周期。

平稳随机性分量可用 ξ_t 表示，则水文系列可综合地表示为

$$x_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \cdots + \alpha_n t^n + \sum_{i=1}^{L}\lambda_i \sin\left(\frac{2\pi t}{T}i + \Phi_i\right) + \xi_t \tag{1.5.33}$$

然后，利用实测水文系列 x_t，应用统计检验方法（如逐步回归法）把式（1.5.33）中的

$$t, t^2, t^3, \cdots, t^n, \sin\left(\frac{2\pi t}{T}i + \Phi_i\right) \quad i = 1, 2, \cdots, L$$

看成影响 x_t 的因子（自变量），即非平稳因子，通过检验，如果那些因子的系数（即 α_1，α_2，…，α_n，λ_1，λ_2，…，λ_L）不可假定为零，则这些非平稳因素需要考虑，否则可不考虑，由式（1.5.33）变形为

$$\xi_t = x_t - \alpha_0 - \alpha_1 t - \cdots - \alpha_n t^n - \sum_{i=1}^{L}\lambda_i \sin\left(\frac{2\pi t}{T}i + \Phi_i\right) \tag{1.5.34}$$

由式（1.5.34）得到的系列 ξ_t（$t=1$，2，…，n）可视为平稳系列，可用子建立前面介绍的平稳随机模型。

根据我国的经验，以年为单位的水文序列，一般情况下非平稳性不很明显，可以建立上面介绍的平稳模型。在有些情况下，由于水利化影响比较严重，导致水文序列的趋势性变化，甚至突变性变化比较显著，按照我国的计算方法，要对历史水文序列，逐年进行还原修正，把序列基础统一到同一现状水平上来，然后建立平稳模型。

1.5.5 随机模型的应用分析

为了便于说明问题，且不失一般性而又比较简单，这里仅以

地信网论坛
BBS.3S001.COM

ARMA（p，q）模型为例进行分析和讨论。

1. 预测模型

ARMA（p，q）模型，其中心化形式为

$$x_t' = \Phi_{p,1}x_{t-1}' + \Phi_{p,2}x_{t-2}' + \cdots + \Phi_{p,p}x_{t-p}' + \eta_t - \theta_{q,1}\eta_{t-1} - \theta_{q,2}\eta_{t-2} - \cdots - \theta_{q,q}\eta_{t-q} \quad (1.5.35)$$

式中：$x_t' = x_t - \bar{x}$，为中心化系列；$\Phi_{p,1}$，$\Phi_{p,2}$，…，$\Phi_{p,p}$，$\theta_{q,1}$，$\theta_{q,2}$，…，$\theta_{q,q}$为系数。

为了使ARMA（p，q）模型式（1.5.35）写得简便，可应用一些算子符号，定义后移算子 B 为

$$Bx_t' = x_{t-1}'$$
$$B^2x_t' = x_{t-2}'$$
$$\vdots$$
$$B^px_t' = x_{t-p}'$$

同理

$$B\eta_t = \eta_{t-1}$$
$$B^2\eta_t = \eta_{t-2}$$
$$\vdots$$
$$B^q\eta_t = \eta_{t-q}$$

因此，式（1.5.35）可写为

$$x_t' = \Phi_{p,1}Bx_t' + \Phi_{p,2}B^2x_t' + \cdots + \Phi_{p,p}B^px_t' + \eta_t - \theta_{q,1}B\eta_t - \cdots - \theta_{q,q}B^q\eta_t$$

即

$$(1 - \Phi_{p,1}B - \Phi_{p,2}B^2 - \cdots - \Phi_{p,p}B^p)x_t' = (1 - \theta_{q,1}B - \theta_{q,2}B^2 - \cdots - \theta_{q,q}B^q)\eta_t$$

令

$$\Phi_p(B) = 1 - \Phi_{p,1}B - \Phi_{p,2}B^2 - \cdots - \Phi_{p,p}B^p \quad (1.5.36)$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_{q,1}B - \theta_{q,2}B^2 - \cdots - \theta_{q,q}B^q \quad (1.5.37)$$

故ARMA（p，q）模型的简便式为

$$\Phi_p(B)x_t' = \theta_q(B)\eta_t \quad (1.5.38)$$

2. 预测误差

地信网论坛
BBS.3S001.COM

另一方面，可以证明 x_t' 又可写为

$$x_t' = \eta_t + \psi_1\eta_{t-1} + \psi_2\eta_{t-2} + \cdots + \psi_p\eta_{t-p} + \cdots \quad (1.5.39)$$

即认为 x_t' 是无穷项现时与以前的随机数 η_t 的加权平均和，这个公式对以后估计预测误差与现时校正颇有用途，但公式中系数 ψ_1，ψ_2，…，ψ_p 尚属未知，下面设法求解出这些系数。

应用后移算子公式：$B\eta_t = \eta_{t-1}$，…，$B^p\eta_t = \eta_{t-p}$，…，并令

$$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \cdots + \psi_p B^p + \cdots \quad (1.5.40)$$

则式（1.5.39）可写为

$$x_t' = \psi(B)\eta_t \quad (1.5.41)$$

将式（1.5.41）代入式（1.5.38）中可得

$$\Phi_p(B)\psi(B) = \theta_q(B) \quad (1.5.42)$$

将式（1.5.36）、式（1.5.37）和式（1.5.40）代入式（1.5.42）中，得

$$\begin{aligned}&(1 - \Phi_{p,1}B - \Phi_{p,2}B^2 - \cdots - \Phi_{p,p}B^p)\\&\times(1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \cdots + \psi_p B^p + \cdots)\\&= 1 - \theta_{q,1}B - \theta_{q,2}B^2 - \cdots - \theta_{q,q}B^q\end{aligned}$$

等式两边的 B，B^2，B^3…即 B 的同一方数的系数应相等，故有

$$\left.\begin{aligned}\psi_1 &= \Phi_{p,1} - \theta_{q,1}\\ \psi_2 &= \Phi_{p,1}\psi_1 + \Phi_{p,2} - \theta_{q,2}\\ \psi_3 &= \Phi_{p,1}\psi_2 + \Phi_{p,2}\psi_1 + \Phi_{p,3} - \theta_{q,3}\\ &\vdots\\ \psi_p &= \Phi_{p,1}\psi_{p-1} + \Phi_{p,2}\psi_{p-2} + \cdots\\ &\quad + \Phi_{p,p-1}\psi_1 + \Phi_{p,p} - \theta_{q,p}\end{aligned}\right\} \quad (1.5.43)$$

由式（1.5.43）可以求出式（1.5.39）和式（1.5.42）中的系数 ψ_1，ψ_2，…，ψ_p。因为式（1.5.43）右边的 $\Phi_{p,1}$，$\Phi_{p,2}$，…，$\Phi_{p,p}$，$\theta_{q,1}$，$\theta_{q,2}$，…，$\theta_{q,q}$是已知值，即已在建立 ARMA（p，q）模型时得到了这些系数值。

在时刻 t 预测 $t+l$ 时刻的预测值，可由式（1.5.39）得

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$x_t'(l)=\eta_{t+l}+\psi_1\eta_{t+l-1}+\cdots+\psi_{l-1}\eta_{t+1}+\psi_l\eta_t+\psi_{l+1}\eta_{t-1}+\cdots$$

式中前于或等于预测时刻 t 的随机数取已出现了的随机数，即 η_t，η_{t-1}，…参加预测。

后于预测时刻 t 的随机数尚未出现，故取其期望值，即 η_{t-l}，η_{t+l-1}，…等于零，因为 η_t 是标准化随机数。故上式可写为

$$x_t'(l)=\psi_l\eta_t+\psi_{l+1}\eta_{t-1}+\cdots \tag{1.5.44}$$

$t+l$ 时刻的实测值由式（1.5.39）得

$$x_{t+l}'=\eta_{t+l}+\psi_1\eta_{t+l-1}+\cdots+\psi_{l-1}\eta_{t+1}+\psi_l\eta_t+\psi_{l+1}\eta_{t-1}$$

上式与式（1.5.44）相减，即为预测误差

$$e_t(l)=x_{t+l}'-x_t'(l)=\eta_{t+l}+\psi_1\eta_{t+l-1}+\cdots+\psi_{l-1}\eta_{t+1}$$

其方差为

$$D(e_t(l))=E(\eta_{t+l}+\psi_1\eta_{t+l-1}+\cdots+\psi_{l-1}\eta_{t+1})^2$$

由于 η 是相互独立的标准化随机变量，故有

$$E(\eta_i,\eta_j)=\begin{cases}\sigma_\eta^2 & j=i\\ 0 & i\neq j\end{cases} \tag{1.5.45}$$

利用式（1.5.45），有

$$D(e_t(l))=(1+\psi_1^2+\psi_2^2+\cdots+\psi_{l-1}^2)\sigma_\eta$$

故预测误差的标准差为

$$\sigma(e_t(l))=(1+\psi_1^2+\cdots+\psi_{l-1}^2)^{\frac{1}{2}}\sigma_\eta \tag{1.5.46}$$

3. 误差的适时修正

由 t 时刻预测 $t+1$，$t+2$，…，$t+l$ 时刻的径流量存在一定误差，但此时只知式（1.5.35）所代表的各预测时刻的统计误差，确切的误差尚不知道。但到了 $t+1$ 时刻，实测值 x_{t+1}' 已知，因而此时刻的预测误差也已知，利用该已知的误差，可以修正以后的预测值，这叫做预测值误差的适时修正。下面具体介绍误差的适时修正方法。

由式（1.5.39）：

$$x_{t+1}'=\eta_{t+1}+\psi_1\eta_t+\psi_2\eta_{t-1}+\cdots$$

由式（1.5.44）：

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$x_t'(1) = \psi_1\eta_t + \psi_2\eta_{t-1} + \cdots$$

故有 $$x_{t+1}' - x_t'(1) = \eta_{t+1}$$

即 $$\eta_{t+1} = x_{t+1}' - x_t'(1) \qquad (1.5.47)$$

这是在时刻 t 预测 $t+1$ 时刻的预测值 x_t'（1）与时刻 $t+1$ 时刻的实测值 x_{t+1}'之差，亦即 x_t'（1）的预测误差公式。

根据 η_t 的偏态系数

$$C_{s_\eta} = \sum_{t=1}^{n}\eta_t^3/\sigma_\eta^3(n-3) \qquad (1.5.48)$$

由时刻 t 预测时刻 $t+l+1$ 的径流量公式，应为

$$x_t'(l+1) = \psi_{l+1}\eta_t + \psi_{l+2}\eta_{t-1} + \cdots$$

等到时刻 $t+1$ 再预测时刻 $t+l+1$ 的径流量时，其公式根据式（1.5.44）应为

$$x_{t+1}'(l) = \psi_l\eta_{t+1} + \psi_{l+1}\eta_t + \psi_{l+2}\eta_{t-1} + \cdots$$

两者之差为 $$x_{t+1}'(l) - x_t'(l+1) = \psi_l\eta_{t+1}$$

将式（1.5.47）代入，并整理得

$$\begin{aligned} x_{t+1}'(l) &= x_t'(l+1) + \psi_l\eta_{t+1} \\ &= x_t'(l+1) + \psi_l(x_{t+1}' - x_t'(1)) \end{aligned} \qquad (1.5.49)$$

即在 $t+1$ 时刻预测 $t+l+1$ 时刻的预测量时，应该在前一时刻（即 t 时刻）预测 $t+l+1$ 时刻的预测值上，再加上一个适时修正因子 ψ_l（$x_{t+1}'-x_t'$（1）），这就是在 t 时刻预测 $t+1$ 时刻的预测值 x_t'（1）与 $t+1$ 时刻的实测值 x_{t-1}'之差，亦即 x_t'（1）的预测误差乘上一个权重因子。这个适时修正因子 ψ_l（$x_{t+1}'-x_t'$（1））是有理论根据的公式，显然比现行预测作业中经验性地简单加上现时校正值 $x_{t+1}'-x_t'$（1）更合理一些。

1.6 模糊数学法

自然界和社会经济领域存在着许多不确定性的现象。这种不确定性主要表现在两个方面：一是随机性，二是模糊性。随机性是由于事物的因果关系不确定所造成的，常用概率统计方法来进

地信网论坛
BBS.3S001.COM

行研究。事物的模糊性是指其边界不清楚，即在质上没有确切的含义，在量上没有明确的界限。为了描述客观事物的模糊性，美国控制论专家查德于1965年首先提出了模糊集合的概念，给出了模糊现象的定量描述和分析运算方法，创建了模糊集理论方法，我国通称模糊数学[13-17]。

自80年代起，我国开始分析和研究模糊数学方法在水文预测中的应用问题，目前已取得了比较丰硕的研究成果[18-23]。当前，在水文预测中应用比较多的模糊数学方法有：①模糊模式识别法；②模糊聚类分析法；③模糊综合评判法等。

1.6.1 模糊模式识别法

1. 模糊模式识别的一般方法

若被识别的对象是模糊的，则可用一个模糊子集（模糊模式）$A(u)$来描述，其从属函数（又称隶属函数）用$\mu_A(u)$来表示。此处，u为提取出来的模糊模式的基本特征元素的组合，也就是用于模糊分类识别的一些基本特征量，或称特征矢量。

模糊模式识别方法一般包括以下步骤：

（1）原始资料（信息）收集与预处理。

（2）特征量提取，即提取出基本特征量组合$u=(u_1, u_2, \cdots, u_m)$。

（3）建立模糊模式$A(u)$的从属函数$\mu_A(u)$。

（4）分类识别，即根据所提取出的特征量及所建立的从属函数$\mu_A(u)$，按某种分类原则对待判定模式进行识别，指出其所属的类别。

模糊模式识别的效果既取决于所选用的基本特征量，也依赖于所建立的模糊模式的从属函数及分类原则与标准，如阈值等。

模糊模式识别方法分为直接方法和间接方法两种。

2. 模糊模式识别的直接方法

设U为全体被识别对象，$A_1, A_2, \cdots, A_n$是论域U的n个模糊子集（模糊模式）。需要对一个确定的对象$u_0 \in U$进行识别。此时，可用两种分类原则进行识别。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

（1）最大隶属度原则。若有模糊集 A_i 满足：$\mu_{A_i}(u_0)=\max\{\mu_{A_1}(u_0),\mu_{A_2}(u_0),\cdots,\mu_{A_n}(u_0)\}$，则可认为对象 u_0 相对地属于模糊模式 A_i；或者若有某对象 u_i 满足：$\mu_A(u_i)=\max\{\mu_A(u_1),\mu_A(u_2),\cdots,\mu_A(u_n)\}$，则可认为在对象 u_1，u_2，…，u_n 中对象 u_i 最有资格属于模糊模式 A。

（2）阈值原则。规定一个阈值 $\lambda\in[0,1]$，若总共有 $\mu_{A_1}(u_0)$，$\mu_{A_2}(u_0)$，…，$\mu_{A_n}(u_0)\geqslant\lambda$，则可判别出对象 u_0 可同时归属于模糊模式 A_1，A_2，…，A_n；或者，若有一系列对象 u_1，u_2，…，u_n 都满足 $\mu_A(u_i)\geqslant\lambda$ $(i=1,2,\cdots,n)$，则这些对象可制定为属于同一个模糊模式 A。阈值 λ 一般由经验途径确定。

3. 模糊模式识别的间接方法

设 A_1，A_2，…，A_n 是论域 U 上的 n 个模糊子集，待识别对象 B 也是 U 上的模糊子集，则可用择近原则来进行识别。即：若有模糊集 A_i，使得 $(B,A_i)=\max\{(B,A_1),(B,A_2),\cdots,(B,A_n)\}$，则称 B 与 A_i 最贴近，即 B 可相对地属于 A_i。式中 (B,A_i) 表示贴近度，可用以下公式之一来计算。

(1) $$(B,A_i)=\frac{1}{2}[B\otimes A_i+(1-B\odot A_i)] \qquad (1.6.1)$$

内积 $$B\otimes A_i=\bigvee_{u\in U}\{\mu_B(u)\wedge\mu_{A_i}(u)\}$$

外积 $$B\odot A_i=\bigwedge_{u\in U}\{\mu_B(u)\vee\mu_{A_i}(u)\}$$

式中：符号 $\vee$、$\wedge$ 分别表示 max 和 min。

(2) $$(B,A_i)=\frac{\sum_{k=1}^{n}\min\{\mu_B(u_k),\mu_{A_i}(u_k)\}}{\sum_{k=1}^{n}\max\{\mu_B(u_k),\mu_{A_i}(u_k)\}} \qquad (1.6.2)$$

(3) $$(B,A_i)=\frac{2\sum_{k=1}^{n}\min\{\mu_B(u_k),\mu_{A_i}(u_k)\}}{\sum_{k=1}^{n}\mu_B(u_k)+\sum_{k=1}^{n}\mu_{A_i}(u_k)} \qquad (1.6.3)$$

1.6.2 模糊聚类分析法

模糊聚类分析是一种通过建立模糊相似关系将客观事物进行

地信网论坛
BBS.3S001.COM

分类的方法。1973 年以来，Fuzzy ISODATA 方法有了系统的发展，为模糊聚类分析开辟了新的途径。模糊聚类分析，在水文气象和水环境等领域，已被应用于降雨、径流预测和水质分类与评价，以及典型年径流过程分类等。

水文要素模糊聚类分析预测方法，就是通过模糊聚类分析，把预测因子状态分类，建立起待预测水文要素变量与因子状态之间的对应关系，进而实现该水文要素变量的状态预测。常用的模糊聚类方法有：编网法；基于模糊等价关系的聚类分析方法；模糊等价关系与软划分聚类相结合法等。

1. 编网法

设有 n 个样本，两两之间的相似系数为 r_{ij} 或另外建立一个关联数 e_{ij}，所有 r_{ij} 或 e_{ij} 组成相似矩阵 R 或关联矩阵 E。选定一个阈值 λ，把所有满足 $e_{ij}\geqslant\lambda$ 的元素编织成类。例如，若 e_{rs}，e_{st}，e_{ut}，e_{lm}，e_{lp} 都大于或等于 λ，则 r，s，t，u 等样本聚为一类，l，m，p 等样本聚为一类。调整 λ 值，便可以使聚类效果最佳。

2. 基于模糊等价关系的聚类分析方法

此方法主要包括以下基本步骤。

(1) 指标选取与指标归一化（标准化）。若有 n 个样本，每个样本选取 m 个指标，可得出 $n\times m$ 指标矩阵。各指标均需作归一化处理。在归一化处理中，一般还需要分别加权。

(2) 建立模糊相似矩阵 $R=\{r_{ij}\}_{n\times m}$，r_{ij} 可使用以夹角余弦定义的相似系数：

$$r_{ij}=\frac{x_i x_j}{\|x_i\|\times\|x_j\|} \tag{1.6.4}$$

或闵可夫斯基距离：

$$r_{ij}=d_{ij}(q)=\left[\sum_{k=1}^{m}|x_{ik}-x_{jk}|^q\right]^{\frac{1}{q}} \tag{1.6.5}$$

其中，$q=1$ 时为绝对距离，$q=2$ 时为欧氏距离，但需作归一化处理。

(3) 得出模糊等价关系矩阵 R^{n-1}。此时，可使用 $n-1$ 次合成

地信网论坛
BBS.3S001.COM

运算 $R \cdot R$，计算公式如下：

$$R \cdot R = \{q_{ij}\}_{n \times n} \tag{1.6.6}$$

$$q_{ij} = \max_{1 \leqslant k \leqslant n} \min (r_{ik}, r_{kj})$$

（4）选取阈值 λ 并进行聚类。选取一个适当的 λ 值，求模糊关系矩阵 $F = R^{n-1}$ 的 λ 一截集。属于同一个 λ 一截集的样本即可归为一类。

3. 模糊等价关系与软划分聚类相结合法

本方法的基本思路是：将预测因子向量总样本数，利用模糊等价关系聚类，聚类水平的选取原则为待预测水文要素（倚变量）级别分辨率最高。若多样本类中倚变量级差仍很大，可用软划分聚类分析，再进一步分类，在此基础上建立预测模式，进行作业预测。所说的分辨率最高，是一个模糊的概念。实际工作中，通常根据待预测水文要素样本系列统计特征等将其论域划分 n 个区段，只要预测因子聚类能与各区段相应，就可理解为分辨率高。很明显，区段划分得越细，越难以分辨，分得过粗，尽管容易分辨，但又很难满足编制供水计划、枯季径流预测以及防汛要求等。

硬性的确定各区段分界点，是以传统集合论为基础的区段划分法。受生产对预测要求的精度约束，目前多数习惯于以水文要素某一统计频率作为区段的分界点。如以系列统计频率 50% 的汛期径流量作为旱、涝分界点；以 75% 的汛期径流量作为平偏枯与枯的分界点。

这里介绍的方法，将通过聚类分析预测因子（软划分），寻求最佳聚类数，使得对应每一类的预测变量区段，与硬性划分的区段有一定程度的吻合。模糊等价关系与软划分聚类相结合法的具体步骤如下。

（1）求模糊等价关系矩阵。基本前提是，通过成因分析或数理统计法，初步整理出待预测水文要素样本 n 个，即 $Y_i (i = 1, 2, \cdots, n)$，相应的预测因子向量为 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{ik}, \cdots, x_{im})$。

首先对各因子用如下归一化公式进行处理：

$$x'_{ik} = (x_{ik} - x_{k\min}) / (x_{k\max} - x_{k\min}) \tag{1.6.7}$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

或　　$x'_{ik}=(x_{k\max}-x_{ik})/(x_{k\max}-x_{k\min})$　　(1.6.8)

式中：x'_{ik}为归一化后的数据，显然有 $0\leqslant x'_{ik}\leqslant 1$；$x_{k\max}$、$x_{k\min}$分别是第 k 个因子取值的上、下确界，通常用长系列历史资料的最大、最小值替代，式（1.6.7）适用于因变量与倚变量之间呈正相关关系情况，反之应用式（1.6.8）。

其次，用下式计算相似矩阵 R 之间的相似系数：

$$r_{ij}=\left(\sum_{k=1}^{m}x'_{ik}x'_{jk}\right)/\left[\left(\sum_{k=1}^{m}(x'_{ik})^2\right)\times\left(\sum_{k=1}^{m}(x'_{jk})^2\right)\right]^{1/2}\quad(1.6.9)$$

式中：x'_{ik}、x'_{jk}为归一化的因子，m 为因子向量维数，即因子个数。

最后，用合成运算法由相似矩阵 R 求出模糊等价关系矩阵：$R^{2k+1}=R^{2k}R^{2k}=R^*$。

（2）F 检验求最佳聚类水平 λ_β。给定不同的聚类水平 $\lambda_\beta\in[0,1]$，得到不同的布尔等价矩阵和相应的不同种划分。设某一聚类水平 λ_β，将 n 个样本划分为 T_β 类。第 i 类样本数 $\alpha_i(i=1,2,\cdots,T_\beta)$。记第 i 类中第 j 个倚变量样本值为 Y_{ij}，并记均值和方差为

$$\overline{Y}_i=\sum_{j=1}^{\alpha_i}Y_{ij}/\alpha_i\quad i=1,2,\cdots,T_\beta\qquad(1.6.10)$$

$$S_i^2=\left[\sum_{j=1}^{\alpha_i}(Y_{ij}-\overline{Y})^2\right]/\alpha_i\quad i=1,2,\cdots,T_\beta\qquad(1.6.11)$$

$$n=\sum_{i=1}^{T_\beta}\alpha_i\qquad(1.6.12)$$

全体 n 个样本的均值和方差为

$$\overline{Y}=\left(\sum_{i=1}^{T_\beta}\sum_{j=1}^{\alpha_i}Y_{ij}\right)/n=\left(\sum_{i=1}^{T_\beta}\alpha_i\overline{Y}_i\right)/n\qquad(1.6.13)$$

$$S^2=\left[\sum_{i=1}^{T_\beta}\sum_{j=1}^{\alpha_i}(Y_{ij}-\overline{Y})^2\right]/n\qquad(1.6.14)$$

假定分类相互独立，且均服从正态分布时，构造统计量为

$$F=\left[\sum_{i=1}^{T_\beta}\alpha_i(\overline{Y}_i-\overline{Y})^2/(T_\beta-1)\right]/\left[\sum_{i=1}^{T_\beta}\sum_{j=1}^{\alpha_i}(Y_{ij}-\overline{Y}_i)/(n-T_\beta)\right]\qquad(1.6.15)$$

服从 $F(T_\beta-1,\ n-T_\beta)$ 分布。

给定显著水平 α，查 F 分布表得 F_α 值，可求出比值 (F/F_α)

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$\times\lambda_\beta$。对应不同聚类水平 λ_β（$\beta=1, 2, \cdots, k$），若有

$$\max_{1\leqslant\beta\leqslant k}(F/F_0)\lambda_\beta = (F/F_0)\lambda_g \tag{1.6.16}$$

则最后选 λ_g 为最佳聚类水平，相应的最佳聚类数为 T_g，其中有单样本和多样本类。

（3）软划分聚类。目的是求有分辨能力的多样本类的聚类中心，或对某一分辨率低的多样本类再细划分，并求其相应各类的聚类中心。就前者而言，可从模糊等价关系矩阵 R^* 的最佳 λ_g—截集水平，得到布尔矩阵 R_{λ_g}；将其中的 p 个单样本类对应的行与列去掉，挑出 C 个多样本类（按行排列）中 L 个样本（按列排列），组成 $C\times L$ 的布尔矩阵，以此作为初始划分矩阵，即

$$U_0 = (u_{ij})_{C\times L}$$

初始划分矩阵 U_0 应满足：

1) $0\leqslant u_{ij}\leqslant 1 \quad i=1,2,\cdots,C; j=1,2,\cdots,L$

2) $\sum_{i=1}^{C} u_{ij} = 1 \quad j=1,2,\cdots,L$

3) $\sum_{j=1}^{L} u_{ij} > 0 \quad i=1,2,\cdots,C$

通过迭代计算进行软划分聚类，求 C 个多样本类的聚类中心。迭代式可采用 Bezdek 公式：

$$u_{ij} = 1/\{\sum_{k=1}^{C}[\,\|X_j - V_i\| / \|X_j - V_k\|\,]^{2/(\beta_0-1)}\} \tag{1.6.17}$$

$$V_i = \sum_{j=1}^{L} u_{ij}^2 X_j / \sum_{j=1}^{L} u_{ij}^2 \quad i=1,2,\cdots,C \tag{1.6.18}$$

式中：V_i 为计算聚类中心；β_0 为参数。

式（1.6.17）参数的引入数学含义不明确，建议采用陈守煜教授提出的迭代式[18]：

$$u_{ij} = 1/\{\sum_{k=1}^{C}[\,\|X_j - V_i\| / \|X_j - V_k\|\,]^2\} \tag{1.6.19}$$

本式是基于样本 X_j 对各聚类中心 V_i 的加权距离的平方和最小目标函数导出来的，数学含义明确。由式（1.6.19）计算得到的新模糊划分矩阵 U 与初始划分矩阵 U_0 比较，若满足下式，则计

地信网论坛
BBS.3S001.COM

算停止。

$$\max\{|u_{ij}-u_{ij}^{0}|\}<\varepsilon \tag{1.6.20}$$

式中：u_{ij}^{0}为U_0中的元素；ε为满足计算精度的一个较小正数。

利用满足式(1.6.20)条件的矩阵U计算出的V_i，便是第i类聚类中心。将C个聚类中心与p个单样本类组合，最后得到用n个样本划分的T_g类结果。

(4) 编制水文要素预测方案。

1) T_g类聚类中心V_i ($i=1, 2, \cdots, T_g$)及对应各类待预测水文要素的均值为$\overline{Y}_i$ ($i=1, 2, \cdots, T_g$)，作为编制预测方案的基本依据，可用矩阵表示：

$$M(V,\overline{Y})=(x_{ij},\overline{Y}_i)_{T_g\times(m+1)} \tag{1.6.21}$$

式(1.6.21)为T_g行$(m+1)$列矩阵，m为因子向量维数。

2) 根据倚变量Y_i在论域F上的特性和生产计划对预测值的要求硬划分S级，每级扩展为一个模糊子集，即A_1，A_2，…，$A_s\in F$。判断式(1.6.21)中各类对应的倚变量$\overline{Y}_i$归属哪一模糊子集，按隶属度最大原则，若有

$$\mu_{A_k}(\overline{Y}_i)=\max_{1\leqslant j\leqslant S}\{\mu_{A_j}(\overline{Y}_i)\}$$

则$\overline{Y}_i$属模糊子集$A_k\in F$。

这样矩阵式(1.6.21)整理为

$$M(V,A)=(X_{ij},A_i)_{T_g\times(m+1)} \tag{1.6.22}$$

3) 若已知前期预测因子向量$X_j^*=\{x_{1,j}^*, x_{2,j}^*, \cdots, x_{m,j}^*\}$ ($j=1, 2, \cdots, m$)，则可按权“欧氏距离平方”之和最小的原则，选择与最接近的聚类为预测的类别，即

$$d(l)=\min_{1\leqslant i\leqslant T_g}\{d_i=\sum_{j=1}^{m}W_j\|X_j^*-V_j\|^2\}\quad l\in T_g \tag{1.6.23}$$

则第l类为预测的类别，对应该类由式(1.6.21)可查得A_l为预测水文要素所隶属的模糊子集(即预测的级别)。如果采用经验性的或经过优选确定的λ_p—截集水平，可以求出$A_{l\lambda}$普通子集，其

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$(\overline{Y}_i, Y_i)$ 上、下确界为预测水文要素的可能范围。

4）综上所述，编制预测方案时，尚需解决几个问题：确定待预测水文要素论域 F 上分级模糊子集隶属函数的计算方法；确定 λ_y—截集水平的选取和预测因子权向量 $W=(w_1,w_2,\cdots,w_m)$ 的优选方法等。

模糊子集 $A_1,A_2,\cdots,A_i\in F$ 隶属函数的形式以简单为宜，如梯形，且希望 λ_y 水平所对应的 Y_{λ_y} 值正好是各级的分界点。可见，隶属函数、分界点及截集水平 λ_y 是在协调中确定。

假设因子权向量有 Q 个，通常可依据因子与倚变量之间的相关系数大小来初步确定，即 $W_q=(w_j)_q(j=1,2,\cdots,m;q=1,2,\cdots,Q)$。应满足约束：

$$\sum_{j=1}^{m}w_j=1 \quad w_j\leqslant 1 \quad j=1,2,\cdots,m$$

据 n 个实测的因子向量样本 (X_i^*)，$(i=1,2,\cdots,n)$ 对第 q 个权向量，依照式（1.6.23）原则，可预测 n 个倚变量的可能范围 $(\overline{Y},Y)_{iq}$ $(i=1,2,\cdots,n;q=1,2,\cdots,Q)$，$\overline{Y}$ 及 $\underline{Y}$ 为上、下确界。

若预测范围包含实测值 Y_i，即 $Y_i\in(\overline{Y},Y)_{iq}$，则属预测合格，否则属不合格。统计合格率为 P_q，如果满足：

$$P_k=\max_{1\leqslant q\leqslant Q}\{P_q\}\geqslant P_0 \quad k\in\{1,2,\cdots,Q\} \qquad (1.6.24)$$

则第 k 个因子权向量为所选用的权向量。式中 P_0 为水文预报规范规定的最低合格率。由于目前水文预报水平比较低，中长期预报现规范中未作规定，但按一般经验认为 $P_0\geqslant 70\%$ 较适宜。

1.6.3 模糊综合评判法

1. 单级模糊综合评判

在模糊综合评判中需要考虑两个集合，即因素集 $U=\{u_1,u_2,\cdots,u_m\}$ 和评判等级集 $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_n\}$，它们之间具有一定的模糊关系，模糊综合评判的关键就在于找出因素集合 U 和等级集合 V 之间的模糊关系，并确定合适的综合评判模型。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

首先需要作出单因素评价。根据被评判事物的某一因素 u_i 求出该事物相对于各等级的从属度，即给出因素 u_i 与等级集合 V 之间的模糊关系，记为：$R_i=\{r_{i1}, r_{i2}, \cdots, r_{in}\}$；当作出每个因素的单因素评价后，便可得到 m 个因素的单因素评价矩阵：

$$R=\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_m \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

R 即因素集合 U 与等级集合 V 之间的模糊关系。

在多因素的综合评判时，需要考虑各因素在评定等级中所起作用的大小（权），通过专家评分或统计方法即可得到：

$$A=a_1/u_1+a_2/u_2+\cdots+a_i/u_i+\cdots+a_m/u_m$$

$$a_1\geqslant 0 \text{ 且 } \sum_{i=1}^{m}a_i=1$$

式中：A 为因素论域 U 上的一个模糊子集，a_i 为因素 u_i 对 A 的从属度，它表明了因素 u_i 在因素集中的作用大小。模糊综合评判就是已知原像 A 通过模糊关系 R 求像 B 的模糊变换问题。其运算的一般形式为 $B=AR$，求得 B 为等级论域 V 上的一个模糊子集：

$$B=b_1/v_1+b_2/v_2+\cdots+b_n/v_n$$

式中：b_j 为被评判对象对等级 v_j 的从属度。将上式简化表示为模糊向量 $B=(b_1, b_2, \cdots, b_n)$，它就是综合评判矩阵。将综合评判矩阵归一化，从而改造成判断矩阵：

$$P=\{P_1, P_2, \cdots, P_n\}$$

其中

$$P_j=b_j/\sum_{i=1}^{n}b_i \quad j=1,2,\cdots,n$$

当 $P_2=\max\{P_j\}$ 时，与 P_2 相对应的等级即为综合评判应判定的等级。选择合适的综合评判模型是作好模糊综合评判的关键之一。从运算角度出发，对于 $B=AR$ 可采用四种不同的综合评判模型。

模型Ⅰ：主因素决定型 $M(\wedge, \vee)$，这种模型适用于以单因素最优为综合最优的情形。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$b_j = (a_1 \wedge r_{1j}) \vee (a_2 \wedge r_{2j}) \vee \cdots \vee (a_m \wedge r_{mj})$$

模型Ⅱ、Ⅲ：主因素突出型 $M(\odot, \vee)$ 和 $M(\wedge, \otimes)$，这种模型突出主要因素但也兼顾其他因素。

$$b_j = \bigvee_{i=1}^{m} a_i r_{ij} \quad j = 1,2,\cdots,n \tag{1.6.25}$$

$$b_j = \min\{1, \sum_{i=1}^{m} (a_i \wedge r_{ij})\} \quad j = 1,2,\cdots,n \tag{1.6.26}$$

模型Ⅳ：加权平均型 $M(\odot, \otimes)$，它对所有因素依据权重大小均衡兼顾。

$$b_j = \min\{1, \sum_{i=1}^{m} a_i r_{ij}\} \quad j = 1,2,\cdots,n \tag{1.6.27}$$

2. 多级模糊综合评判

在研究受多种因素影响的复杂问题时需要考虑的因素很多，而且这些因素往往还分属于不同层次。一般地讲，高层次中的一个因素要由低层次的多个因素状态所决定。例如，为考虑两个层次因素的作用就需采用二级模糊综合评判。二级模糊综合评判的基本思想为：先在低层次范围内进行一级模糊综合评判，其评价结果组成了高层次的单因素评价矩阵，然后再对高层次进行第二级模糊综合评判，以求得最终的评判矩阵，从中获取评判结果。同样，当所考虑的因素属于三个或更多个层次时，可采用三级乃至更多级的模糊综合评判。多级模糊综合评判的具体步骤如下。

(1) 确定因素层次并建立其权重集。设第一层次（最高层次）的因素集为 $U=(u_1, u_2, \cdots, u_m)$，它的每一个元素 u_i 又由第二层次的 n 个因素所决定，即 $u_i=(u_{i1}, u_{i2}, \cdots, u_{in})$；第二层次的因素 u_{ij} 还可由第三层次的因素来决定。根据每一层次中各个因素的重要程度，分别可以给出它们的权重集：

$$A = (a_1, a_2, \cdots, a_m)$$

$$A_i = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{im}) \quad i = 1,2,\cdots,m \tag{1.6.28}$$

(2) 建立备择集，即评判等级集或评判集：

$$V = \{v_1, v_2, \cdots, v_p\}$$

无论因素有多少层次，都只有一个评判集。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

（3）一级模糊综合评判。一级模糊综合评判应按第二层次（或第三层次）诸因素进行。设其单因素评判矩阵为

$$R_i = [r_{ijk}]_{n\times p} \quad i = 1,2,\cdots,m;j = 1,2,\cdots,n;k = 1,2,\cdots,p$$

第二层次的模糊综合评判集为

$$B_i = A_iR_i = (b_{i1},b_{i2},\cdots,b_{ip}) \tag{1.6.29}$$

（4）二级模糊综合评判。显然，二级模糊综合评判的单因素评判矩阵应为一级模糊综合评判构成的矩阵：

$$R = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & R_1 \\ A_2 & R_2 \\ \vdots & \vdots \\ A_m & R_m \end{bmatrix} = [r_{ik}]_{m\times p}$$

而二级模糊综合评判为

$$B = AR = (b_1,b_2,\cdots,b_p) \tag{1.6.30}$$

对于三级以上的模糊综合评判，可使用完全类似的公式进行。

3. 模糊综合评判的反问题——模糊关系方程

模糊综合评判的反问题是求解模糊关系方程 $B=AR$ 中的权向量 $A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$。为此，需要研究 $XR=B$ 型模糊关系方程的解法。汪培庄、贺仲雄的著作[14]和[15]中都介绍了模糊关系方程的一些解法，包括 Tsukamoto 方法等。在实际应用中，若能初步确定权向量 A 的一个大致变化范围，或者一个粗略解，则直接采用数值迭代方法求解模糊关系方程 $AR=B$ 也比较方便。

1.7 灰色系统法

灰色系统理论认为，部分信息已知，部分信息未知的系统称为灰色系统[24~26]。水资源系统就是一种灰色系统，它有已知信息部分，如有限年代的降雨量、径流量记录等，更有未知信息部分，如未来年代的降雨量、径流量，丰枯、洪水、干旱的出现时间以及水环境的前景变化等。即使历史的及现实的许多因素、变量，如旱涝规律、河川枯季径流量及变化规律等也是未知的或未确定的。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

河川枯季径流预测，可用灰色系统模型GM（1，1）来进行预测。以灰色系统理论的GM（1，1）模型为基础的预测，称为灰色预测，G代表Grey（灰色），M代表Model（模型），GM（1，1）代表1阶的、1个变量的微分方程模型。目前，GM（1，1）模型是灰色系统法中应用最普遍的一种预测方法。

GM模型指灰色系统理论的微分方程模型，它有别于一般系统理论只能建立差分模型的特点，灰色系统理论是根据关联收敛原理、生成数、灰导数、灰微分方程等论据和方法来建立微分方程模型的。

GM（1，n）模型是研究n个变量的一阶微分方程模型，它适用于建立系统的状态模型和各变量的动态关联分析，并可为高阶系统建立模型提供条件。GM（1，1）模型则为适用于预测的一个变量的一阶微分方程模型。

GM（1，1）模型的建模技术中，最重要的特色是将杂乱无章的原始观测数据，通过处理，使之比较有规律，这是一个很重要的技巧。不进行如此处理，有时很难建模，即使勉强建了模型，也会出现比较大的误差，而无法用来预测。

GM（1，1）模型的计算步骤为：①将原始数据进行累加生成。②利用生成后的数列进行建模。③在预测时再通过反生成以恢复事物的原貌，最后计算出预测值。

GM（1，1）模型的白化微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}x^{(1)}}{\mathrm{d}t} + ax^{(1)} = u \tag{1.7.1}$$

经过拉普拉斯变换和逆变换，整理可得到

$$x^{(1)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{u}{a}\right]\mathrm{e}^{-ak} + \frac{u}{a} \tag{1.7.2}$$

参数列a为

$$a = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} \tag{1.7.3}$$

参数算式为

$$a = (B^T B)^{-1} B^T y_n \tag{1.7.4}$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$B=\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}(1)+x^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(2)}(2)+x^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(n-1)+x^{(1)}(n)) & 1 \end{bmatrix} \tag{1.7.5}$$

$$y_n=\begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} \tag{1.7.6}$$

1.8 人工神经网络模型

人工神经网络（Artificial Neural Networks），又称为连接机制模型（Connectionism Model）或称并行处理模型（Parallel Distributed Processing Model），是一种由大量简单的人工神经元广泛连接而成的，用以模仿人脑神经网络的复杂网络系统。人工神经网络具有高维性、并行分布处理性、自适应、自组织、自学习等优良特性，为一些传统方法所难以解决的问题提供了一条新途径，引起了人们的广泛关注和兴趣，已在人工智能、模式识别、自动控制和信息处理等领域取得了显著的应用效果[27~33]，❶。

本节在介绍人工神经网络基本概念的基础上，重点讨论人工神经网络的BP算法。目前，该算法是人工神经网络中最重要的一种学习算法，其应用范围最为广泛。

1.8.1 基本概念

大脑由大约$10^{11}\sim10^{12}$个神经元组成，每一个神经元有$10^{1}\sim$

❶ 熊德琪. 环境系统模糊预测、评价、规划、决策理论模式与应用研究. 大连理工大学博士学位论文，1994

地信网论坛
BBS.3S001.COM

10^5 个突触。神经元有着相似的结构：每个细胞体由大量树突（即输入端）和轴突（即输出端）所组成，不同神经元的轴突与树突互连的结合部即为突触，它决定了神经元之间的连接强度和作用性质，而每个神经元细胞体本身则是一非线性输入/输出单元，其非线性特性可用阈值型、分段线性型和 Sigmoid 型等函数近似表示。

神经网络即是由大量神经元依一定结构互连而成，用以完成不同智能信息处理任务的一大规模非线性动力系统，不同神经元之间的相互作用用突触权值（或称权系数）表示，神经网络的学习过程即是不断调节突触权值，使网络的实际输出值不断逼近期望输出值。

神经网络的工作过程可分为以下两个阶段：①工作期：此时各连接权值固定，处理单元逐渐演化，以求达到稳定状态。②学习期（自适应期）：此时各处理单元状态不变，各连接权值和阈值通过学习样本或其他方法不断修改，以求达到期望输出。

神经网络学习规则有以下三类：①相关规则：仅仅根据连接间的激活水平改变权值矩阵。②纠错规则：依赖于输出节点的外部反馈改变权值矩阵。③无教师学习规则：学习表现为自适应于输入空间的检测规则。

在人工神经网络中，学习规则就是修正权值和阈值的一个算法，以求得合适的映射函数或期望输出。因为能量函数是神经网络的一个基本量，对此有：①在联想存储、信息压缩与编码中，能量函数的所有极小点都起作用。②在组合优化中，只利用能量函数的全局极小点。③在模式分类、特征提取等应用中，则不考虑能量函数，其主要作用是函数映射。

目前已有近 40 种人工神经网络模型在研究和应用中，但归纳起来可分为前馈型网络、反馈型网络和自组织网络。其中误差反向传播（BP）算法（1985）属于前馈型网络，是目前人工神经网络理论中最重要的一种学习算法。它是多层映射网络，采用最小均方差的学习方式，是使用最广泛的网络，可用于语言综合、语

地信网论坛
BBS.3S001.COM

言识别、自适应控制等；缺点是仅为有导师训练。

1.8.2 BP 神经网络

人工神经网络是一种包括许多简单的非线性计算单元或连接点的非线性动力系统。BP 神经网络是一包含有输入层、隐含层和输出层的多层网络，其结构如图 1.8.1 所示。设把这种神经网络看成一个输入 H 到输出 G 的映射，则这个映射是一个高度的非线性映射。如果输入节点数为 N_1，输出节点数为 N_3，则网络是从 R^{N_1} 到 R^{N_3} 的映射，即有

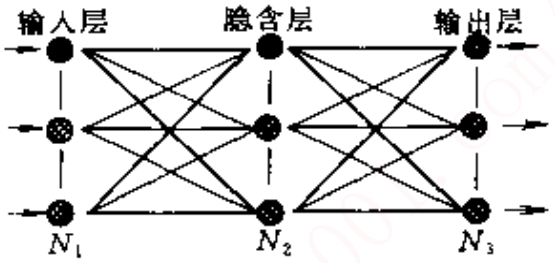

图 1.8.1 BP 神经网络结构图

$$F: R^{N_1} \to R^{N_3} \quad G = F(H) \tag{1.8.1}$$

BP 算法可以用简单的非线性函数进行复合后来实现这种复杂的映射。

1.8.3 神经网络 BP 算法

BP 算法的学习过程由正向传播和反向传播组成。在正向传播过程中，输入信息要先向前从输入层节点传播到隐含层节点，经过作用函数后，再把隐含层节点的输出信息传播到输出层节点，最后给出输出结果。如果在输出层得不到期望输出，则转向反向传播，将误差信号沿原来的连接通路返回，通过修改各层神经单元（节点）的权系数和阈值，使得误差信号最小。

根据系统的不同性质，应选择不同的网络结构和作用（特性）函数。我们应用 BP 算法进行网络学习和预测河川枯季径流量，节点作用函数选择 S 型（Sigmoid）函数，其表达式为

$$f(x) = [1 + \exp(-x + \theta)]^{-1} \tag{1.8.2}$$

设网络有 N_1 个输入节点、N_2 个隐含节点、N_3 个输出节点（如图 1.8.1 所示），任一节点的输出以 O 表示。设有 M 组样本，

地信网论坛
BBS.3S001.COM

对于第 p 组样本，其输入为 h_{ip} $(i=1, 2, \cdots, N)$，在输入层，输入节点只是将输入传播给隐含层，因此对于任一第 p 组样本，节点输入与输出相等，有 $O_{ip}=h_{ip}$。

对于隐含层第 j 个节点，其输入为

$$net_{jp}=\sum_{i=1}^{N_1} w_{ji} O_{ip} \tag{1.8.3}$$

输出为

$$O_{jp}=f(net_{jp}, \theta_j)=[1+\exp(-net_{jp}+\theta_j)]^{-1} \tag{1.8.4}$$

式中：w_{ji} 为输入层第 i 节点和隐含层第 j 节点之间的连接权系数；θ_j 为隐含层第 j 节点的阈值。

对于输出层第 k 节点，其输入 net_{kp} 和输出 O_{kp} 分别为

$$net_{kp}=\sum_{j=1}^{N_2} w_{kj} O_{jp} \tag{1.8.5}$$

$$O_{kp}=f(net_{kp}, \theta_k)=[1+\exp(-net_{kp}+\theta_k]^{-1} \tag{1.8.6}$$

第 p 组样本的输出 O_{kp} $(k=1, 2, \cdots, N_3)$ 就代表了神经网络对第 p 组样本输入 h_{ip} $(i=1, 2, \cdots, N_1)$ 的响应。设第 p 组样本的期望输出为 g_{kp} $(k=1, 2, \cdots, N_3)$，其误差可定义为

$$E_p=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N_3}(g_{kp}-O_{kp})^2 \tag{1.8.7}$$

训练样本集的误差为

$$E=\frac{1}{M}\sum_{p=1}^{M} E_p \tag{1.8.8}$$

学习算法要求 E_p 和 E 达到最小，以使网络的实际输出尽可能接近期望输出。这可以通过调节网络中各节点的连接权系数和阈值来实现。由梯度法得各节点连接权的修正量为

$$\Delta_p w_{kj}=-\eta\frac{\partial E_p}{\partial w_{kj}} \tag{1.8.9}$$

$$\Delta_p w_{ji}=-\eta\frac{\partial E_p}{\partial w_{ji}} \tag{1.8.10}$$

式中：η 为学习率，一般取 0～1 之间的数。

由式（1.8.9）和式（1.8.10）可分别推导出权系数和阈值的

地信网论坛
BBS.3S001.COM

修正公式。

（1）权系数修正。由式（1.8.9）可得输出层和隐含层节点之间的权系数修正公式：

$$\Delta_p w_{kj} = -\eta \frac{\partial E_p}{\partial w_{kj}} = -\eta \frac{\partial E_p}{\partial net_{kp}} \times \frac{\partial net_{kp}}{\partial w_{kj}} \qquad (1.8.11)$$

由 $$\frac{\partial net_{kp}}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial}{\partial w_{kj}}\left(\sum_{k=1}^{N_3} w_{kj} O_{jp}\right) = O_{jp}$$

定义 $$\delta_{kp} = -\frac{\partial E_p}{\partial net_{kp}}$$

则 $$\Delta_p w_{kj} = \eta \delta_{kp} O_{jp}$$

其中 $$\delta_{kp} = -\frac{\partial E_p}{\partial net_{kp}} = -\frac{\partial E_p}{\partial O_{jp}} \times \frac{\partial O_{jp}}{\partial net_{kp}}$$

$$= (g_{kp} - O_{kp}) \times \frac{\exp(-net_{kp} + \theta_k)}{[1 + \exp(-net_{kp} + \theta_k)]^2}$$

$$= (g_{kp} - O_{kp}) O_{kp} (1 - O_{kp})$$

因此有 $$\Delta_p w_{kj} = \eta (g_{kp} - O_{kp}) O_{kp} (1 - O_{kp}) O_{jp} \qquad (1.8.12)$$

类似地，由式（1.8.10）可推导出隐含层与输入层节点之间的权系数修正公式：

$$\Delta_p w_{ji} = \eta O_{ip} (1 - O_{jp}) O_{ip} \sum_{k=1}^{N_1} \delta_{kp} w_{kj} \qquad (1.8.13)$$

综上所述，各节点连接权系数的修正公式可归纳为

$$\Delta_p w_{ji} = \eta \delta_{jp} O_{ip} \qquad (1.8.14)$$

如果节点 j 为输出层节点，则

$$\delta_{jp} = O_{jp} (1 - O_{jp}) (g_{jp} - O_{jp}) \qquad (1.8.15)$$

如果节点 j 为隐含层节点，则

$$\delta_{jp} = O_{jp} (1 - O_{jp}) \sum_k \delta_{kp} w_{kj} \qquad (1.8.16)$$

其中节点 k 是比节点 j 高一层的节点。

为了改善网络性能，在修正权系数时加入冲量项，则修正公式（1.8.14）变为

$$\Delta_p w_{ji}(t+1) = \eta \delta_{jp} O_{ip} + \alpha \Delta_p w_{ji}(t) \qquad (1.8.17)$$

式中：$\alpha \Delta_p w_{ji}(t)$ 为动量项；α 为冲量因子，取值为 0～1 之间的

地信网论坛
BBS.3S001.COM

数；t 为训练次数。

则第 $t+1$ 次训练的修正权值为

$$w_{ji}(t+1) = w_{ji}(t) + \frac{1}{M}\sum_{p=1}^{M}\Delta_p w_{ji}(t+1) \quad (1.8.18)$$

（2）阈值修正。同样地，可以推导出阈值修正公式为

$$\theta_j(t+1) = \theta_j(t) + \frac{1}{M}\sum_{p=1}^{M}\Delta_p\theta_j \quad (1.8.19)$$

如果节点 j 为输出层节点，则

$$\Delta_p\theta_j = \eta O_{jp}(1-O_{jp})(g_{jp}-O_{jp}) \quad (1.8.20)$$

如果节点 j 为隐含层节点，则

$$\Delta_p\theta_j = \eta O_{jp}(1-O_{jp})\sum_k \delta_{kp}w_{kj} \quad (1.8.21)$$

BP 算法的学习过程是网络连接权系数和阈值的自适应、自组织的过程，经过反复多次训练后，网络就有了对学习样本的记忆和联想的能力。BP 算法框图如图 1.8.2 所示。由于隐含层节点的引入，用三层具有 Sigmoid 神经元非线性的网络可以以任意精度逼近任何连续函数，但是它存在如下缺点：

（1）从数学上看，它可归结为一非线性梯度优化问题，因此不可避免地存在有局部极小问题。

（2）学习算法的收敛速度比较慢，通常需要上千次或更多次

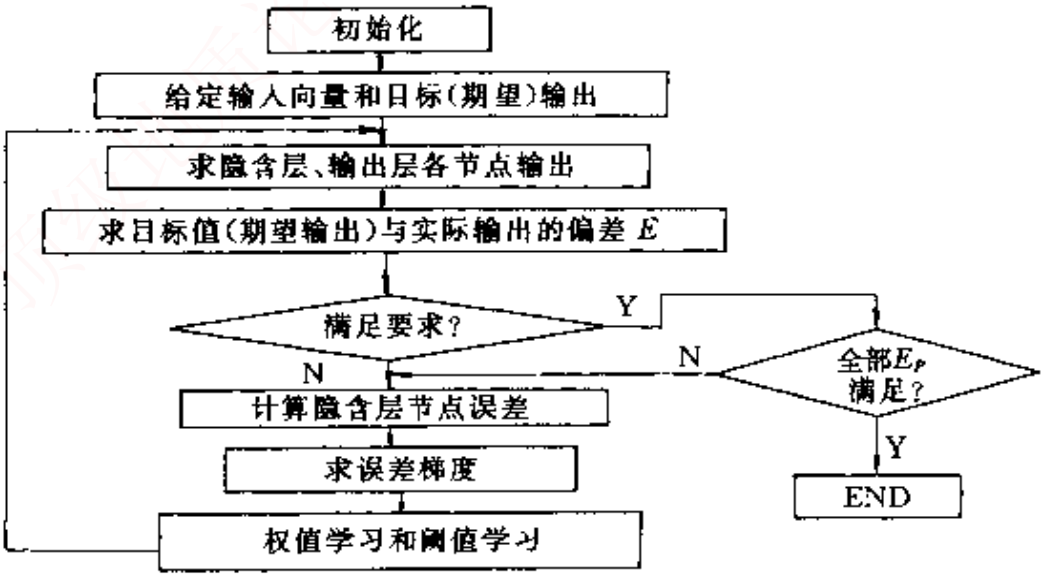

图 1.8.2　BP 算法框图

地信网论坛
BBS.3S001.COM

迭代。

（3）网络结构为前向结构，没有反馈连接，因此它是一非线性映射系统。

（4）网络隐含层节点个数的选取尚无理论上的指导等。

基于 BP 算法所存在的上述问题，各国的科学家和研究者先后研制出有序 BP 算法、二维有序 BP 算法和 Vogl 快速算法及其改进算法等，在很大程度上克服或消除了 BP 算法所存在的缺陷，为人工神经网络 BP 模型的应用奠定了坚实的理论基础。

1.9 遗传算法

遗传算法是 60 年代提出的，但直到 80 年代初期才引起国际学术界的普遍重视。自 80 年代中期以来，国外已举办多次专门性的国际学术讨论会，交流遗传算法的理论及其应用等方面的研究成果。遗传算法已成为人工智能研究的一个重要内容，同时也成为解决人工智能中一些困难问题（如机器学习）的一种重要工具[34~42]，❶。由于遗传算法可以较为有效地求解困难的组合优化问题和复杂的函数优化问题，从而引起了从事优化理论研究的数学家的重视，他们从理论上对遗传算法进行了比较深入的研究，揭示了遗传算法的一些计算机理和优良的数学特性，找到了遗传算法可以有效地求解组合优化问题和复杂的函数优化问题的一些数学依据，大大促进了遗传算法的理论及应用研究。在工程科学中，有很多困难的组合优化问题和复杂的函数优化问题，这些问题大都是非线性的、有一些甚至是不连续的，常规的数学优化技术无法有效地求解，只能对问题作简化的近似处理。随着遗传算法的理论、方法和实现技术上的日益成熟，各学科研究人员希望采用这种新技术来解决各自学科中长期未能很好解决的组合优化问题

❶ 陈昶山，王宁本. 应用遗传算法建立推估洪水出流曲线模式之研究. 台湾逢甲大学水利工程学系，1998

地信网论坛
BBS.3S001.COM

和复杂的函数优化问题。遗传算法只要求所要解决的问题是可计算的，无可微性及其他要求，适应范围很广。目前，遗传算法在很多不同学科中得到了应用，已成为国际上跨学科研究的热点问题。下面着重阐述遗传算法的理论、方法、实现技术及实际应用中的一些共性问题。

1.9.1 基本概念

遗传算法是引用自然界生物遗传中的“物竞天择、适者生存”的灵感发展起来的，以数位码的方式，基于有限合理解的条件下，以适当的评分标准来定出优胜劣汰的依据，适应力较好的成员将被挑选进行复制、交配、突变，以使较符合目标函数的解能有效地繁衍至下一代，持续这样的竞争性将使得较佳的解得以保留，反之较差的解将自然地被淘汰掉。经过数代后，即得最适应于搜寻空间的最佳解。也就是说，遗传算法是一个迭代过程，在每次迭代中都保留一组候选解，按其解的优劣进行排序，并按某种指标从中选出一些解，利用一些遗传算子，如交配(crossover)和突变(mutation)等，对其进行运算，产生新一代的一组候选解，重复此过程，直到满足某种收敛指标为止[39,40]。

由上面的定义可以看出遗传算法的核心所在，其主要包括两个方面的内容：①如何从现有解中选出一些解（可称为选择方法或选择算子）来产生“后代”，希望选出的这些解具有良好的特征，以便生出优良的“后代”，此外选出的这些解在解空间中要相当分散，以增加取得全局最优解的机会。②采用何种遗传算子对选出的解进行操作（运算）。采用的遗传算子要具有好的计算特征，这包括两个含义：其一是保留原有解中的优良特征，避免在用遗传算子操作时遭到破坏；其二是能够把计算过程中丢失的重要信息或优良特征予以恢复。研究适当的选择方法与设计性能优良的遗传算子以满足上述要求，一直是遗传算法理论研究的重要内容。迄今已经提出了基于各种不同指标的多种选择方法，也设计了多种遗传算子，由不同的选择方法和遗传算子相结合就构成了不同的

地信网论坛
BBS.3S001.COM

遗传算法。尽管已提出了各种不同形式的遗传算法，但总体上可将这些算法分为两大类，即简单遗传算法（Simple Genetic Algorithm，SGA）和高级遗传算法（Refined Genetic Algorithm，RGA）。SGA 和 RGA 的主要区别包括两点：①SGA 的遗传算子只有交配和突变，而 RGA 中包括了一些新的算子（如逆算子等）。②SGA 中交配算子和突变算子发生的概率 P_c 和 P_m 是恒定不变的，而 RGA 中的概率是可变的。在 RGA 的计算开始时，通常给定 P_c 一个较大的值，给定 P_m 一个较小的值，随着计算过程的进行，逐步减小 P_c 和增大 P_m，直至 P_c 和 P_m 分别达到其预先给定的下限和上限为止。

由于选择方法和各种遗传算子的实现方法多种多样，从而可构成多种不同形式的 SGA 和 RGA。目前，就 SGA 的一些理论问题，如计算机理和数学特性等，已作了大量的研究，得到了一些明确而有用的理论结果。而 RGA 由于形式多种多样，理论方面的研究比较分散，还不够成熟，有些问题还没有从数学上给出圆满的解释。

1.9.2 简单遗传算法（SGA）

在生物进化过程中，染色体中存储基因信息，在由母体（一般为两个）产生子体的过程中，通过对染色体中遗传信息的操作，将基因传递给子体。染色体的操作过程通常由三种变化（可称为三种算子）组成：①复制（reproduction）。②交配（crossover）。③突变（mutation）。其中复制（再生）是母体基因再现；交配（交叉）是母体基因信息的交互过程，有利于母体双方的有利基因在子体中的继承；而突变（变异）是偶尔发生的基因信息变化，有利于新基因的产生。

遗传算法类似于上述的生物进化过程，用模拟染色体的数字串表示，用字符串（二进制串）表示各子体（状态点）。例如变量 $x_1=5$ 可以表示为：0000101（形如计算机内存中数的状态）。

设 $x_1 \in [x_{min}, x_{max}]$，当用长度 L 的串表示变量 x_1 时，示数精度为

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$A_e = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2^L - 1}$$

若 L 加长，则示数精度提高。对状态空间中的一个点向量 $\vec{x}$，可以将每个分量用一个串表示，并按次序首尾衔接，就可以组成一个完整的向量表示串。

优化的过程就是在解组中寻找最优的解（即用数字串表示染色体）的过程。相应地，遗传算法也包括三个基本部分：复制、交配、突变。

（1）复制。前提假设是解组中解的个数不变，两个母体产生两个子体，并且子体代替母体，母体从解组中消失。这一过程实际上是解组中较优的解替换较差的解。子体的产生是优秀母体的复制。

复制的主要目标是消除解组中不匹配的解，在搜索的最后使不匹配的解从解组中消失。匹配的度量标准可以目标函数值的大小确定，或定义概率：

$$p_i = f_i / \sum_{\text{NPOP}} f_i$$

式中：NPOP 为 Number of Population 的缩写，即可行集中解的个数。f_i 是第 i 个样本的目标函数值。显然 f_i 越大，p_i 越大，被替换的可能性也越大。

（2）交配。即两母体串中指定位信息的互换，以产生更优的子体。常用的交配法为两点交配法。交配完成后，加一评判标准，判断交配后子体是否比母体更优［可用目标函数值进行对比，也可以经验性定义交配概率 p_c（或称交配率）］。

（3）突变。上述两个过程的实质是优化问题的局部最优解搜索，因而很容易陷入局部吸引子，故需用突变理论保证搜索跳出局部最优。实现突变的方法很简单：即从解组中随机抽取一些解，在指定的位置上改变原值，并根据突变概率 p_m（或称突变率）对突变产生的解是否接收作出判断。p_m 的给定有多种方法，可自行定义。例如设：$p_m = f(\vec{x}_i) / \sum_{\text{NPOP}} f(\vec{x}_i)$，当 $p_m > f(\vec{x}_i)_{\text{average}} / \sum_{\text{NPOP}} f(\vec{x}_i)$ 时接收此解。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

SGA 的计算步骤为：

（1）随机产生一组初始解（n 个），将一组解称为一个解群（population）。

（2）计算解群中每个解（称为串，相当于生物遗传中的染色体，而每个串中的数字元相当于生物遗传中的基因）相应的目标函数值（称为适应值，fitness value）。

（3）计算各个串的适应值，从中选出适应值较大的 n 个串（其中有些串是重复的），称这 n 个串的集合为一个匹配集（matching pool）。这个过程叫选择（selection）。选择的方法有多种[31,35]，一种办法是每次从解群中随机选取两个串，将适应值大的串加入匹配集，如果两个串的适应值相等，则任取其中的一个加入匹配集。重复此过程，直至匹配集中包含 n 个串为止。这种方法叫两两竞争。

（4）由交配和突变这两个遗传算子对匹配集中的串作运算，产生 n 个新串，得到一个新的解群。

下面用一个简单的例子解释一下交配和突变的含义。任给两个串 A 和 B：

$$A = 0101|101 \qquad B = 0011|010$$

其中，|表示交配位置，A 和 B 交配和突变后得到两个新串：

$$A' = 0101010 \qquad B' = 0011101$$

这种交配方法叫一处交配，除此之外，还存在两处或多处交配。在串较短时（即串中数字的位数较少时）通常采用一处交配，在串较长时可采用两处或多处交配。交配的位置是随机确定的，其发生的概率 p_c 很大，一般给定为 0.6 到 0.9 之间。

突变是串的某位数字发生变化，如 A 变成 A''：

$$A'' = 0111101$$

A''即为 A 的第三位数字发生突变后的结果。突变可在串的一位或多位上发生，但一般采用一位突变的方式。突变的概率 p_m 通常给定得很小，一般在 0.001 和 0.01 之间，突变的数字的位置随机确定。可用下述方法实现交配和突变运算：

1）从匹配集中随机选取两个串，产生 [0，1] 间均匀分布的

地信网论坛
BBS.3S001.COM

伪随机数 r_1，如果 $r_1<p_c$，则进行交配，交配位置由伪随机数程序给定，将交配后的两个串加入新的解群中。否则直接将两个串加入到新的解群中。重复此过程 $n/2$ 次，使新的解群中包含 n 个串。

2）对上步得到的新解群中的每个串，先产生 [0，1] 间均匀分布的伪随机数 r_2，如果 $r_2<p_m$，则进行突变，并由伪随机数程序确定突变的位，改变该位数字，否则不进行突变。

（5）如果迭代次数（或遗传迭代数）达到给定允许值或其收敛指标已满足时停止，否则转回步骤（2）。

1.9.3 Schemata 定理

Schemata 定理（格式定理）是遗传算法的最主要定理，在一定程度上解释了遗传算法的计算机理、数学特性和很强的计算能力。

遗传算法中把数字串中的任意某一段都称为“组块”(building block)，也叫“格式”（Schema）。遗传算法（GA）的计算过程实际上是对格式进行操作的，Holland 证明的格式定理，就准确地说明了这个问题。格式定理说明了在 GA 的运算过程中，如果某些数字串的适应值高于目前解群中所有数字串的平均适应值时，那么这些数字串中包含的格式在下一代数字串中出现的机会将增大。Holland 把 GA 的这种特性称为“内在并行性”(intrinsic parallelism)，也即 GA 是对大量的格式进行并行性处理的。GA 的这种特性可作如下解释：如果 GA 采用的选择方法是按照数字串相应的适应值与平均适应值的比例大小来形成匹配集的，而且有一个或几个数字串中包含格式 S，那么可以预测在 GA 的下一代数字串中格式 S 出现的频率。用 n 和 r 来分别表示目前解群中所有包括格式 S 的数字串的数目及其平均适应值，用 a 来表示目前解群中所有数字串的平均适应值。那么在下一代解群的数字串中包括格式 S 的数字串的数目为 $l=nr/a-m$，m 为由于交配和突变操作所破坏的格式 S 的数目。可见，l 与 n 和 r 成正比，与 a 成反比，这就粗略解释了格式定理。此外，由格式定理和遗传算法的计算过程可知，通过选择和交配，使得一些性能良好的格式在后续的

地信网论坛
BBS.3S001.COM

解群的数字串中大量繁殖，并在某些数字串中使高质量的格式得以组合，从而得到好的解，这相当于一种高效的搜索技术，其作用是十分重要的。GA 之所以具有很强的计算能力，在很大程度上得益于采用了交配算子，交配算子也是 GA 区别于其他一些模拟进化优化方法的一个重要标志。

1.9.4 选择方法

采用何种选择方法来形成匹配集对 GA 的性能也有较大的影响。可以把上一代解群中串的适应值从大到小排序，取其排在前面的串构成匹配集，但这样做有可能导致匹配集中的串相应的解在解空间中比较集中，从而不利于找到全局最优解。从原理上讲，在形成匹配集时可以首先把适应值最大的串加进去，之后检查适应值排在第二位的串与适应值最大的串之间的 Hamming 距离是否大于允许值 α，如果是，则将其加入匹配集，否则就不加入，之后再检查排在第三位的串，重复此过程，直至匹配集中包含足够多的串为止，这样可以使匹配集中的串在解空间中具有较好的分散性。但当串较长时，这种方法需要较多的计算时间，此外 α 值也很难适当给定。采用随机的方式形成匹配集是一个较好的方法，但同时要保证匹配集中的串具有较大的适应值，使优良的串有繁殖的机会，如果采用全随机的方法形成匹配集，GA 将退化为随机搜索。前面所述的两两竞争的方法采用了随机的方式，同时又保证了加入匹配集中的串具有较大的适应值，是一种比较好的方法。

除了上述两两竞争的选择方法之外，还有很多其他选择方法，如：

(1) 转轮法 (roulette wheel method)。首先求出目前解群中所有数字串的适应值之和 f_s，之后产生一个位于 0 和 f_s 之间均匀分布的伪随机数 r，并将满足下述条件的解群中第 i 个数字串加入匹配集：

$$\sum_{i=1}^{I-1} f_i < r, \sum_{i=1}^{I} f_i \geqslant r$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

式中：f_i 为第 i 个数字串的适应值。重复此过程，直至匹配集中包含足够的数字串为止。显然，采用这种选择方法时数字串入选匹配集的概率是与其适应值大小呈比例的。

（2）窗口方法（window method）。首先求出目前解群中适应值最小的串，令其适应值为 q，让解群中每个串的适应值都减去 q 后作为其适应值，再用转轮法形成匹配集。采用这种方法时，数字串入选匹配集的概率虽不与其适应值直接成比例，但关系比较大，与解群中适应值最大的串和最小的串的适应值之差以及数字串的分散程度有关。

GA 中采用与适应值大小成比例的选择方法时，常遇到下述两个方面的问题。

（1）超级数字串或超级个体（super individual）问题。超级数字串指的是目前解群中的一个或几个数字串的适应值远大于其他串的适应值，这些数字串在解群中占主导地位，繁殖机会（即入选匹配集的机会）很多，经过少数几次迭代后解群中的位置有可能全部被该数字串（或其某个后代）占据，这样 GA 的求解过程就结束了，即收敛了。但这样很有可能收敛到局部最优解，因为搜索范围很有限，因而一般不希望有个别数字串在 GA 运算的最初几次迭代时就在解群中占据主导地位。要避免这个问题，应使各个数字串入选匹配集的概率与其适应值的大小不直接成比例。可以按照数字串的适应值从大到小排序，按其顺序赋予其入选匹配集的概率，这个概率只与各个串在解群中排位有关，与其适应值的数值大小不直接成比例，这已证明是一种相当好的选择方法。从这个意义上讲，上述 SGA 算法中的两两竞争方法也是比较好的方法，每个数字串入选的概率与其适应值的大小也不直接成比例。此外，也可以通过“适应变换（fitness scaling）”等方法来避免上述的 GA 很快收敛到局部最优解的问题。

（2）多个相似数字串问题，也称为封闭竞争（close race）。“相似”在这里指的是数字串的结构和适应值的大小都相似或接近，也就是说这些数字串在解空间中比较接近。在 GA 运行的后

地信网论坛
BBS.3S001.COM

期，解群中常出现这个问题。由于这些数字串相似，其入选匹配集的机会相当，而且其交配后得到的子串也不会有多大变化，这样搜索过程就不能有效地进行，从而难以找到全局最优解。

1.9.5 交配和突变

交配可以把两个串中优良的格式传到下一代的某一个串中，使该串具有优于其父辈的性能，如果交配后得到的后代性能不佳，则可以在此后的选择过程中将其摒弃，匹配集中只保留性能比较好的串。交配是GA中最主要的算子，寻优的搜索过程主要是通过它来实现的，因而其发生的概率应给定得比较大。突变可以使在运算过程中丢弃的某位数字均为0，则无论选择和交配如何进行，其后代的所有串中该位数字永远为0，不会出现1，也就是说，1这个信息丢失了，只有通过突变才可将其恢复。但突变的概率应比较小。如果其发生的概率达到0.5以上，则GA就退化为随机搜索了。GA的一些重要的数学特性和计算能力也就不复存在了。

已有的研究结果表明[38]，采用下述的两断点交配方式（这种方式也属于一处交配）比上述的单断点交配方式效果好。对于数字串C和D：

$$C = 11|0010|11101$$

$$D = 10|0111|01111$$

其中，|表示断点，即交配点。两断点交配后得到：

$$C' = 11011111101$$

$$D' = 10001001111$$

还有一种均匀交配（uniform crossover）算子，这种算子的操作过程是：首先选出两个父串，之后随机产生一个与父串同样长度、各位数字为1或0的数字串，称其为模板（template）。之后按照模板上各位的数字决定两个子串如何继承两个父串各位的数字，例如：

父串 A= 1001011　　父串 B = 0101101

模板 C= 1101001

地信网论坛
BBS.3S001.COM

子串 $A'=1001101$　　子串 $B'=0101011$

即当模板中某位数字为 1 时，A' 继承 A 中该位数字，否则就继承 B 中该位数字。与此相仿，当模板中某位数字为 0 时，B' 继承 A 中该位数字，否则就继承 B 中该位数字。均匀交配原理上可形成任意新的格式，有助于搜索到解空间中新的区域，但也有可能破坏比较短的、性能优良的格式。采用均匀交配算子后对 GA 性能的影响与所要解决的问题有关，也与 GA 中其他部分（如选择过程）所采用的方法有关。

此外，已有的研究工作表明[48]，如果用交配后得到的两个子串（后代）取代交配前的两个父串来直接形成新一代的解群，其效果并不理想。如果首先将两个父串和子串都加入新一代的初始解群，而后按其适应值从大到小排序，取排在前面的一半作为新一代的解群，效果要好一些。这是标准 GA 的一个变形算法，称为 Genitor[38]。

1.9.6　编码与译码

在 GA 中，问题的解是用数字串来表示的，遗传算子也是直接对串进行操作的。这样，如何用适当的串来表示问题的解也就是成为 GA 中的一个重要问题。在传统的 GA 中，问题的解是用二进制的数字串来表示的，因为一个十进制的数转化为二进制数以后，其占的位数多，描述得比较细致，实际上加大了搜索范围，从而能以较大的概率收敛到全局最优解。最近几年的研究结果表明，把十进制中的参数转化为二进制中的参数并不会带来什么优越性，反而有可能使 GA 的性能变坏。现在越来越多的人认为，采用何种表示方法（十进制还是二进制）较好，与所要解决的问题的特征有关，不能一概而论，但目前还没有找到广泛适用的指导原则。对于 0—1 规划问题，两种表示方法是一致的，这是一个特例。对于大规模的优化问题，如果其解用二进制表示，得到的数字串可能很长，交配运算的计算量较大，但突变运算的计算量很小。如果其解用十进制表示，则情况恰恰相反，此时得到的数字

地信网论坛
BBS.3S001.COM

串比二进制时短得多，那么交配运算的计算量比用二进制表示时小，但突变运算的计算量比用二进制时大，因为各个位上数字突变的可能性有 9 种，需由随机方法确定。此外，如采用二进制表示，则需要对参数进行编码（由十进制参数转化为二进制参数）和译码（由二进制参数转化为十进制参数），这会引入附加的计算时间。总的来讲，用十进制表示时处理起来比用二进制表示时方便，但很难断言采用哪种表示方法计算效率较高、找到全局最优解的可能性较大，这是一个值得从理论上作深入研究的重要问题。另外，数字串中优化变量的排列方式也是一个比较重要的问题，合适的排列方式除了编码和译码之外，对 GA 的性能也会有一定的影响。如对于有三个变量（x_1，x_2，x_3）的优化问题，其数字串 S 的排列方式有多种，除了三个变量的先后顺序可以不同外，也可以按位分别排列。例如，当 $x_1=1011$，$x_2=1110$，$x_3=0101$ 时，S 可按 x_1，x_2 和 x_3 的顺序排列，得到：$S=101111100101$；S 也可按其各位数字分别排列，如 $S=110011110101$。

在确定用何种形式的数字串（不仅局限于是十进制还是二进制）来表示问题的解时，应首先对问题的特征作认真的分析。至少需要考虑几个方面的问题。其一是，不管最优解具有什么样的结构和性态，采用的数字串的形式应能适合地描述它，换句话说，应该从原理上保证最优解是数字串的一种形式；其二是，采用的数字串的形式应便于评价解的优劣；其三是，采用的数字串的形式应便于设计和应用高效的遗传算子；其四是，数字串表示的解及用遗传算子操作后的解最好都是可行解。

1.9.7 收敛判据

常规的数学规划方法在数学上有比较严格的收敛判据，但 GA 的收敛判据基本上是启发式的。GA 没有利用梯度等信息，因而其适用范围很广，但同时要构造数学上比较严格的收敛判据也就相当困难。目前采用的 GA 的收敛判据有多种，如根据计算时间和所采用的计算机容量限制所确定的判据，即给定迭代次数和

地信网论坛
BBS.3S001.COM

每一代解群中的数字串的数目；或从解的质量方面确定的判据，如连续几次得到的解群中最好的解的适应值与其平均适应值之差占平均适应值的百分数小于某一给定允许值等。

1.9.8 高级遗传算法（RGA）

RGA 中 P_c 和 P_m 可以随迭代次数而变化，且可以采用除交配和突变之外的其他算子。数字串长时，收敛到局部最优解的机会增加。增大解群中数字串的数目，使其在解空间中覆盖较大的区域，有助于缓和这个问题，但这会增加计算时间。自动调整突变的概率是一个行之有效的方法[38]。其基本原理是，在选择过程中，当随机选出的两个串相似时，其交配后得到的两个子串在解空间中分散，从而有助于 GA 收敛到全局最优解。两个串的相似性用二者的 Hamming 距离 d 来描述，d 越小则越相似。这样，可以根据 d 的大小自动调整其子串突变的概率 P_m，d 越大，P_m 越小。但如何适当确定 P_m 随 d 的变化关系，有待进一步研究。

在 70 年代初期，Holland 就已经把逆算子（inversion operator）引入了 GA。逆算子每次只对一个数字串进行操作，基本方法是随机选取数字串中的两点，把这两点之间的数字顺序改变为相反的顺序。这个算子虽然是模拟某种生物进化现象得到的，但计算发现，当 GA 采用了逆算子后，其计算性能并无明显改善，目前用得较少。但有些学者认为，当数字串很长时，采用逆算子会改善 GA 的性能，但并没有从理论上给予解释，也缺乏实验证明。根据自然进化机理发展新型的遗传算子，研究其作用机理与效果，丰富 GA 的理论和方法，无疑是十分重要的，这是今后 GA 理论研究方面的一个重要内容。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

第二章　枯季地下水资源实时预测

随着地下水资源的大规模开发利用，在满足社会经济发展需要的同时，还引发了一系列的严重问题。其主要表现为：地下水资源不断衰减、地下水位持续下降、水质恶化，另外还涉及地面沉降、塌陷和地裂缝、海水入侵等。由于人类活动的影响，地下水问题变得更加复杂。为了研究和解决不断复杂化的地下水问题，国内外学者相继研究提出了多种模型和方法，在这里重点分析和探讨解析法、数值法与水均衡法。

2.1　方法概述

目前，主要的模型方法概括起来可归纳为两种：一种是数学模型法，另一种是物理模型法[43~54]。❶

2.1.1　数学模型法

数学（模拟）模型法就是把复杂的水文地质条件概化为水文地质概念模型，在概念模型的基础上构造出研究区域地下水的数学（模拟）模型，然后求其解，以其解表征地下水的运动规律、确定地下水的可开采量或预报地下水位等。

数学模型是偏微分方程或积分方程、代数方程和定解条件的总称。数学模型是对复杂的地下水流条件进行了一定的简化，用一组数学关系式来刻划实际水流在时空上的一种结构关系，它具有复制和再现实际地下水流运动状态的能力。根据研究变量的性

❶ 长春地质学院水文教研室编. 地下水流数值计算方法. 长春地质学院水工系，1985

地信网论坛
BBS.3S001.COM

质不同，可将数学模型细分为以下几类。

1. 线性模型和非线性模型

这是根据模型中未知量的次数划分的。若模型是由线性偏微分方程或线性积分方程、线性代数方程所组成的，则称为线性模型；否则称为非线性模型。在地下水流计算中，一般描述承压水的模型，大多可看成是线性模型，而描述潜水的则多为非线性模型。

2. 静态模型和动态模型

这是按模型中的未知量是否与时间 t 有关而划分的。若模型中的未知量与时间变化无关，则称为静态模型；反之则称为动态模型。在地下水流计算中，静态模型就是稳定流的模型，动态模型是指非稳定流的模型。

3. 集中参数模型和分布参数模型

这是根据模型中是否有坐标变量来划分的。若模型中不包含空间坐标变量的，则称为集中参数模型；否则称为分布参数模型。如泰斯公式属于分布参数模型，而水均衡法、井涌水量与降深之间的经验公式之一：$S = AQ + BQ^2$，则属于集中参数模型。

4. 确定型模型与随机模型

这是根据模型中变量的取值情况来划分的。如果模型中的变量只能取确定的值，各变量之间有严格确定的关系，则称为确定型模型；如果模型中含有一个或多个随机变量（即不能肯定其取的值是什么，而只知道其取值的概率），则称为随机模型。随机模型，近年来发展较快，美国在地质学未来十年发展预测中把随机模型的研究作为一个大的发展方向。我国在这方面也作了一些工作，取得了一些成果，但这只是初步的，还需要加强。

5. 黑箱模型与白箱模型

这是根据模型本身所描述的对象不同而划分的。如果模型只研究实体与外界的信息交换情况，而不研究实体（地下水资源系统）内部的性质与结构，这样的模型称为黑箱模型。如对于一个泉域来说，若不研究泉域含水层的性质与结构，只研究它的降雨补给与泉排泄量之间的关系所建立的模型就是黑箱模型；如果专

地信网论坛
BBS.3S001.COM

门研究实体本身的性质与结构的模型，则称为白箱模型。泰斯公式就是一种白箱模型。

2.1.2 物理模型法

物理模型法就是将复杂的水文地质条件进行理想的概化，然后用相似的物理模型来比拟概化的地质实体，通过研究物理模型得到实际流场的渗流规律，确定地下水可开采量等。目前，常用的物理模型有砂槽模型、窄缝槽模型、介质模型、网络模型等。

2.2 解析法

由于地下水运动问题本身的复杂性和生产力发展水平的限制，尽管人类利用地下水已有几千年的历史，但对地下水运动规律的认识却经历了很长的历史过程[43,44,50]。在19世纪以前，还谈不上对地下水进行科学的定量计算。19世纪中叶，随着地下水开发利用规模的扩大，生产上有了计算水井涌水量的要求，才有了达西（H. Darcy）于1856年通过长期实验得出的水在多孔介质中的渗透定律，即著名的Darcy定律。这个定律是对地下水运动定量认识的开始，直到今天仍然是地下水运动理论的基础。接着（裘布依）J. Dupuit（1863年）以Darcy定律为基础，研究了一维稳定流动和流向水井的二维稳定运动。以后，P. Forchheimer等研究了更复杂的渗流问题，从而奠定了地下水稳定流理论的基础。以后数十年内，地下水研究一直沿着这条道路前进，它对生产实践起过重要作用，直到今天仍有一定的实用价值。但这种理论不包括时间这个变量，因而它不能反映不断发展、变化的地下水实际运动状态，只能用来描述在一定条件下，地下水所达到的一种暂时相对的平衡状态，具有一定的局限性。这是与当时生产力发展水平相适应的，在开采量不大的情况下，井中水位一般说来很快会出现似稳定状态，因而可以近似地认为地下水不随时间变化，用稳定流理论来描述。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

到本世纪20年代末期，在美国地下水的开采规模越来越大。地下水的天然状态不断受到破坏，一些地区地下水位出现持续下降，地下水的运动状态表现出明显的随时间变化的特征。于是人们开始注意地下水运动的不稳定性和承压含水层的贮水性质(O. E. Meinzer，1928年)。1935年，泰斯(C. V. Theis)在此基础上提出了地下水向承压水井的非稳定流公式。泰斯公式的出现开创了现代地下水运动理论的新纪元。在Theis公式出现以后的三四十年内，解非稳定流的解析法得到了很大发展，不仅对Theis公式的使用作了各种推广，而且出现了越流理论和潜水含水层中的非稳定流理论。

解析法就是用数学上的积分变换等方法直接求数学模拟模型的解，其解析表达式通常称为解析解或精确解。应用解析表达式可以给出所求未知量H在各种参数值的情况下渗流区中任何一点上的值(非稳定渗流问题给出的还是任意时刻的值)，有了这种解析表达式以后，一般情况下用起来比较简便。因此，在可能条件下应尽量利用这种方法。

2.2.1 裘布依(Dupuit)公式

1. 承压井的Dupuit公式

设在一半径为R的圆形岛屿状的承压含水层的中心打一口完整井，如图2.2.1所示。

岛屿边界上的水头H_0是固定不变的，和抽水前初始地下水头相同。如在井中抽水，井水位下降，周围的水流入井内，形成降落漏斗。随着抽水的延续，降落漏斗不断扩展，以供给井的抽水量。这一阶段地下水的运动是非稳定的。当漏斗扩展到岛屿的边界时，岛屿周围的水补给地下水，直到补给量等于抽水量时，地下水的运动达到稳定状态。若符合以下几种假设条件(①含水层中水流服从Darcy定律；②在水头下降的瞬间水就释放出来；③含水层是均质、各向同性、无限延伸的；④含水层底部水平，承压含水层厚度是等厚的；⑤抽水前的地下水面是水平的；⑥忽略

地信网论坛
BBS.3S001.COM

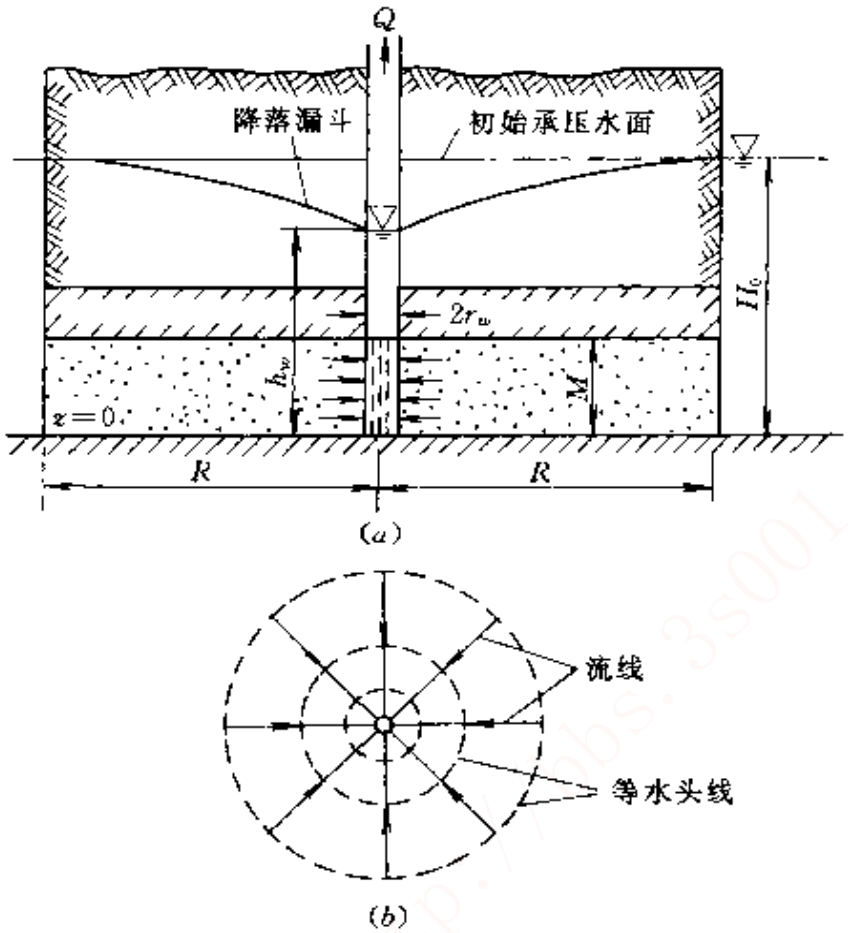

图 2.2.1 位于岛屿中心的承压水井

(a) 剖面图；(b) 平面图

弱透水层的贮水性)，则地下水运动有如下特点：①流线为指向井中心的放射状直线，等水头面为以井为中心的同心圆柱面（见图 2.2.1），等水头面和过水断面是一致的。②通过距井轴不同距离的过水断面的流量处处相等，都等于水井流量 Q，即

$$Q_{r_1} = Q_{r_2} = \cdots = Q$$

根据上述情况，可导出完整井承压水井的稳定流计算公式。稳定流时的水头满足拉普拉斯（Laplace）方程：

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \qquad (2.2.1)$$

计算井流时，将式（2.2.1）化为柱坐标表示的形式：

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \qquad (2.2.2)$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

因为水流是水平的，z 轴方向的分速度等于 0，同时该情况下，水头对于井轴是对称的，和 θ 角无关，因而式（2.2.2）中的 $\frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2}$ 和 $\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}$ 均等于 0，公式可简化为

$$\frac{1}{r}\frac{1}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}r}\right)=0 \tag{2.2.3}$$

边界条件为

$$H=H_0 \qquad \text{当 } r=R \text{ 时}$$

$$H=h_w \qquad \text{当 } r=r_w \text{ 时}$$

通过积分、整理得

$$S_w=H_0-h_w=\frac{Q}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_w} \tag{2.2.4}$$

式中：r 为计算点到抽水井的距离；r_w 为抽水井半径；H 为水位；H_0 为初始水位；h_w 为抽水井水位；S_w 为井水位降深；R 为影响半径，此处即圆形岛屿的半径；$T=KM$，为导水系数；K 为渗透系数；M 为承压含水层的厚度。

将自然对数化为常用对数，式（2.2.4）改写为

$$Q=2.73\frac{KMS_w}{\lg\frac{R}{r_w}} \tag{2.2.5}$$

式（2.2.4）和式（2.2.5）称为承压水井的 Dupuit 公式。

上面推导 Dupuit 公式时，假设在圆形岛屿的中心有一口井，这种条件在实际中很难见到。为了实际应用 Dupuit 公式，考虑下列两种情况。第一种情况：含水层为侧向有补给源的有界含水层，但非圆形岛屿，经过一定时间的抽水以后，当补给量与水井抽水量相平衡时，地下水的运动也是稳定流。但此时流线和等水头面的形状可能和圆形岛屿有些不同，虽在井附近仍接近于放射状的直线和同心圆柱面，但在边界附近则受边界形状的制约。如果用一个引用影响半径 R_0 代替 Dupuit 公式中的圆形岛屿的半径 R，则有

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$Q = 2.73\frac{KMS_w}{\lg\frac{R_0}{r_w}} \tag{2.2.6}$$

第二种情况：含水层为无限含水层，虽然这种情况下严格说来不可能出现稳定流，但在相当长的抽水时间以后，可以出现似稳定状态。如果在抽水井附近有两个观测孔，距井轴的距离分别为 r_1 和 r_2，水位降深分别为 S_1 和 S_2，用类似的方法进行推导，可求得

$$S_1 - S_2 = \frac{Q}{2\pi T}\ln\frac{r_2}{r_1} \tag{2.2.7}$$

或

$$Q = 2.73\frac{KM(S_1 - S_2)}{\lg\frac{r_2}{r_1}} \tag{2.2.8}$$

式（2.2.7）和式（2.2.8）称为 Thiem 公式。

2. 潜水井的 Dupuit 公式

在无压渗流区内的水位应满足方程式：

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_{xx}\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_{yy}\frac{\partial H}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_{zz}\frac{\partial H}{\partial z}\right) = 0 \tag{2.2.9}$$

岩层均质时，式（2.2.9）变为 Laplace 方程。将其化为柱坐标方程式为

$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H}{\partial r} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \tag{2.2.10}$$

边界条件为

$$\left.\begin{aligned} &H(R,z) = H_0 && 0 \leqslant z \leqslant H_0 \\ &H(r_w,z) = h_w && 0 \leqslant z \leqslant h_w \\ &H(r_w,z) = z && h_w \leqslant z \leqslant h_s \\ &\frac{\partial H}{\partial z} = 0, z = 0 && r_w \leqslant r \leqslant R \\ &H(r,z) = z && r_w \leqslant r \leqslant R \\ &\frac{\partial H}{\partial \vec{n}} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{2.2.11}$$

式中：$\vec{n}$为潜水面的单位外法线向量（见图 2.2.2 所示）。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

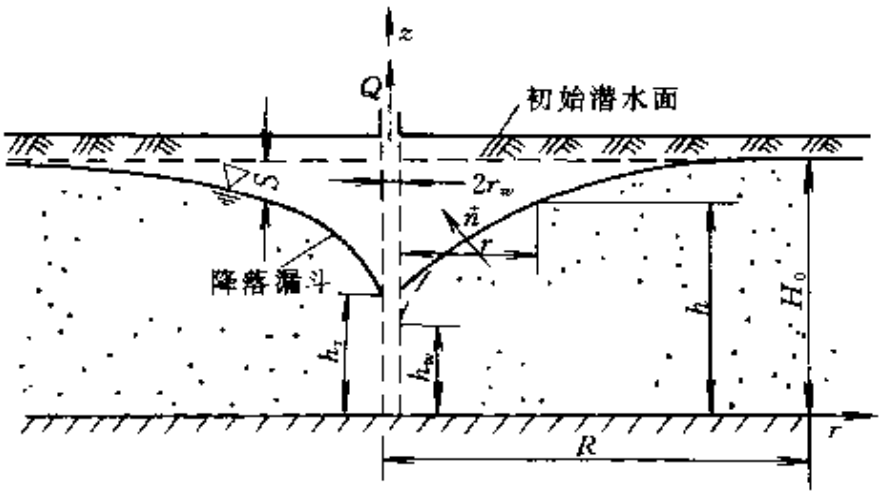

图 2.2.2　向潜水井的稳定流动

这一定解问题一般难以求出它的解析解，因此常用数值法求解。为达到实用目的，对潜水井应用 Dupuit 假设，即认为水流是水平的，过水断面为同心圆柱面，并且通过不同过水断面的流量处处相等。此时，水位满足式（2.2.12）：

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{\partial H}{\partial y}\right)=0 \tag{2.2.12}$$

如把水平隔水底板取作基准面，令 $H=h$，有

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{\partial h}{\partial y}\right)=0 \tag{2.2.13}$$

或改写为

$$\frac{\partial^2(h^2)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2(h^2)}{\partial y^2}=0 \tag{2.2.14}$$

这样就可把对于水位的非线性问题化为对 h^2 的线性问题。转换成用柱坐标表示有

$$\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}h^2}{\mathrm{d}r}\right)=0 \tag{2.2.15}$$

边界条件和承压水井时相同，仍为

$$h=H_0 \qquad \text{当 } r=R \text{ 时}$$

$$h=h_w \qquad \text{当 } r=r_w \text{ 时}$$

对式（2.2.15）求解，有

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$r\frac{\mathrm{d}(h^2)}{\mathrm{d}r}=C_1$$

最后通过积分、整理后，得

$$Q=1.366K\frac{(2H_0-S_w)S_w}{\lg\dfrac{R}{r_w}} \tag{2.2.16}$$

若用引用影响半径 R_0 代替上式中的 R，则有

$$Q=1.366K\frac{(2H_0-S_w)S_w}{\lg\dfrac{R_0}{r_w}} \tag{2.2.17}$$

式（2.2.16）和式（2.2.17）称为潜水井的 Dupuit 公式，同样可给出潜水井的 Thiem 公式：

$$Q=1.366K\frac{(2H_0-S_1-S_2)(S_1-S_2)}{\lg\dfrac{r_2}{r_1}} \tag{2.2.18}$$

3. Dupuit 公式的应用

利用上面推导的 Dupuit 公式，即式（2.2.4）和式（2.2.5），以及式（2.2.16）和式（2.2.17）等稳定流量公式，在生产上可以解决下列两种类型的计算问题。

（1）正问题。已知参数值预报流量或水头的问题。如果已知含水层的厚度 M，渗透系数 K 和引用影响半径 R_0，根据设计的稳定降深值可以预报水井流量；或根据所需要的流量预报抽水后的稳定降深值。这时可根据不同情况，分别选用式（2.2.4）～式（2.2.8）和式（2.2.16）～式（2.2.18）。但应注意，用以上各式预报时，含水层必须有补给源，并且抽水以后补给量能与抽水量平衡，真正达到稳定流。对于无补给的无限含水层或被封闭的有限含水层，抽水量仅靠消耗含水层的贮存提供，不可能出现稳定流。因此用稳定流公式进行预报是没有意义的，会得出错误的结果。

（2）逆问题。反求参数问题。可以根据稳定流抽水试验资料计算出含水层的参数（T 或 K）。此时只要把 Dupuit 公式或 Thiem

地信网论坛
BBS.3S001.COM

公式加以适当的变换，写成便于求参数的形式即可。对于承压水井有

$$K=0.366\frac{Q}{MS_w}\lg\frac{R_0}{r_w} \tag{2.2.19}$$

或

$$K=0.366\frac{Q}{M(S_1-S_2)}\lg\frac{r_2}{r_1} \tag{2.2.20}$$

对于潜水井有

$$K=0.732\frac{Q}{H_0^2-h_w^2}\lg\frac{R_0}{r_w} \tag{2.2.21}$$

或

$$K=0.732\frac{Q}{h_2^2-h_1^2}\lg\frac{r_2}{r_1} \tag{2.2.22}$$

2.2.2 泰斯（Theis）公式

1. 定流量抽水时的 Theis 公式

承压含水层中单个井定流量抽水的数学模拟模型是在下列假设条件下建立起来的：①含水层是均质各向同性，等厚，侧向无限延伸，产状水平的。②抽水前天然状态下水力坡度为零。③完整井定流量抽水，井径无限小。④含水层中水流服从 Darcy 定律。⑤水头下降引起的地下水从贮存量中的释放是瞬时完成的。

在上述假设条件下，抽水后将形成以井轴为对称轴的下降漏斗，将坐标原点放在含水层底板抽水井轴处，井轴为 z 轴。地下水流向承压水完整井的运动为轴对称的平面径向流，这样的地下水非稳定运动，其水头 $H=f(r,t)$ 或降深 $S=f(r,t)$ 应满足下式：

$$\frac{\partial^2 S}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial S}{\partial r}=\frac{\mu^*}{T}\frac{\partial S}{\partial t}$$

因为初始水头是水平的，即当 $t=0$ 时，在渗流区内任何一点的水头是常数，降深为零。在远离漏斗中心的地方，降深为零。抽水井根据 Darcy 定律，有 $r\frac{\partial S}{\partial r}=-\frac{Q}{2\pi T}$，这样单井定流量的承压完整井流，可归纳为如下的数学模拟模型：

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 S}{\partial r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial S}{\partial r}=\dfrac{\mu^*}{T}\dfrac{\partial S}{\partial t} & t>0,0<r<\infty \quad (2.2.23)\\ S(r,0)=0 & 0<r<\infty \quad (2.2.24)\\ S(\infty,t)=0,\left.\dfrac{\partial S}{\partial r}\right|_{r\to\infty}=0 & t\geqslant 0 \quad (2.2.25)\\ \lim\limits_{r\to 0}\left(r\dfrac{\partial S}{\partial r}\right)=-\dfrac{Q}{2\pi T} & t\geqslant 0 \quad (2.2.26) \end{cases}$$

通过 Hankel 变换、逆变换和求积分等，最后整理得

$$S=\frac{Q}{4\pi T}W(u) \quad (2.2.27)$$

$$W(u)=\int_u^{\infty}\frac{e^{-y}}{y}dy \quad \text{（为井函数）} \quad (2.2.28)$$

$$u=\frac{r^2\mu^*}{4Tt} \quad (2.2.29)$$

式中：S 为抽水影响范围内任一点任一时刻的水位降深；Q 为抽水井的流量；T 为导水系数；μ^* 为贮水系数；t 为自抽水开始到计算时刻的时间；r 为计算点到抽水井的距离。

式（2.2.27）为无补给的承压水完整井定流量非稳定流计算公式，也就是著名的 Theis 公式。

2. 流量变化时的计算公式

Theis 公式是在假定水井流量固定不变的情况下导出的。这种情况通常只有在抽水试验时才能做到。实际上，很多生产井的流量是季节性变化的。如农用水井在每年的灌溉季节（3～6 月份）抽水量大，非灌溉季节的抽水量小。工业用水也有类似情况，常随需水量而变化。在这种情况下，怎样应用定流量的 Theis 公式呢？首先需要绘出生产井的 $Q=f(t)$ 关系曲线即流量过程线，然后将流量过程线进行概化，用阶梯形折线代替原曲线。概化原则是矩形面积等于曲线与横坐标所围成的面积。其中每一个阶梯都可以视为定流量，使用 Theis 公式。把各阶梯流量所产生的降深，按叠加原理叠加起来，即得流量变化时水位降深的计算公式。

将变流量概化呈阶梯状变化时，坐标选择如图 2.2.3 所示。

当 $0<t<t_1$ 时，水位降深为

$$S=\frac{Q_1}{4\pi T}W\left(\frac{r^2\mu^*}{4Tt}\right)$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

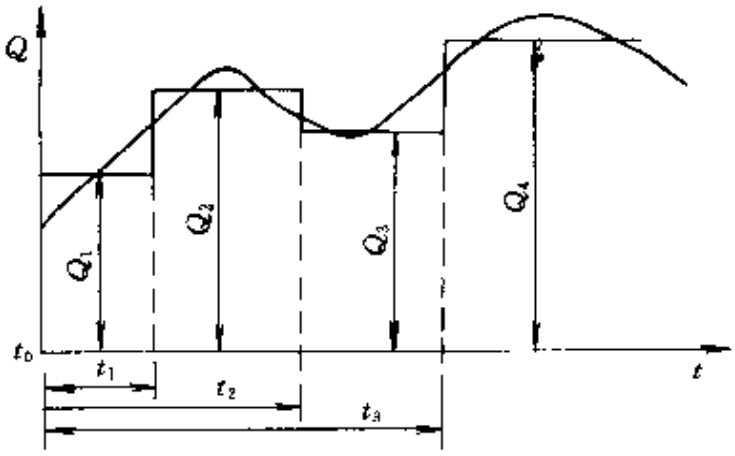

图 2.2.3　流量概化呈阶梯状变化图

当 $t_1 < t < t_2$ 时，水位降深为

$$S = \frac{Q_1}{4\pi T}W\left(\frac{r^2\mu^*}{4Tt}\right) + \frac{Q_2 - Q_1}{4\pi T}W\left[\frac{r^2\mu^*}{4T(t-t_1)}\right]$$

当 $t_{i-1} < t < t_i$ 时，水位降深为

$$S = \frac{Q_1}{4\pi T}W\left(\frac{r^2\mu^*}{4Tt}\right) + \frac{Q_2 - Q_1}{4\pi T}W\left[\frac{r^2\mu^*}{4T(t-t_1)}\right] + \cdots + \frac{Q_i - Q_{i-1}}{4\pi T}W\left[\frac{r^2\mu^*}{4T(t-t_{i-1})}\right]$$

t 时刻经历若干个阶梯流量后所产生的总水位降深为

$$S = \frac{1}{4\pi T}\sum_{i=1}^{n}(Q_i - Q_{i-1})W\left[\frac{r^2\mu^*}{4T(t-t_{i-1})}\right] \qquad t_{i-1} < t < t_i \qquad (2.2.30)$$

式中，设 $t_0=0$，相应的 $Q_0=0$。

式（2.2.30）为流量变化时，经概化呈阶梯状变化后的计算公式。

3. Theis 公式的应用

Theis 公式既可以用于水位预测、涌水量预测、也可以用于求参数。当含水层水文地质参数已知时，利用 Theis 公式，可进行水位预测。预测抽水影响范围之内任意点、任一时刻的水位降深，也可预测在允许降深条件下井的涌水量。反之，可根据抽水试验资料来确定含水层的参数。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

2.2.3 纽曼（Neuman）公式

Neuman 模型是在下列假设条件下建立的：①含水层均质各向异性，坐标轴选择得和主渗透方向一致，含水层侧向无限延伸，隔水层水平。②初始潜水面水平。③含水层中水流服从 Darcy 定律。④完整井，定流量抽水。⑤抽水期间自由面上没有入渗补给或蒸发，潜水面降深和含水层厚度相比小得多，因此在建立潜水面边界条件时可以忽略水头 H 对 x、y 的导数或对 r 的导数。

在上述假设条件下，可以写出潜水完整井流的定解问题为

$$K_r\left[\frac{\partial^2 S}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial S}{\partial r}\right]+K_z\frac{\partial^2 S}{\partial z^2}=\mu_s\frac{\partial S}{\partial t}\quad 0<z<H_0,\ t>0 \tag{2.2.31}$$

$$S(r,z,0)=0\quad z>0,\ 0<r<\infty \tag{2.2.32}$$

$$S(\infty,z,t)=0\quad z>0,\ t\geqslant 0 \tag{2.2.33}$$

$$\left.\frac{\partial}{\partial z}S(r,z,t)\right|_{z=0}=0\quad t\geqslant 0 \tag{2.2.34}$$

$$K_z\left.\frac{\partial}{\partial z}S(r,z,t)\right|_{z=H_0}=-\mu\frac{\partial}{\partial t}S(r,H_0,t)\quad t\geqslant 0,\ 0<r<\infty \tag{2.2.35}$$

$$\lim_{r\to 0}\int_0^{H0} r\frac{\partial S}{\partial r}\mathrm{d}z=-\frac{Q}{2\pi K_r}\quad t\geqslant 0 \tag{2.2.36}$$

式中：K_r 为水平径向渗透系数；K_z 为垂向渗透系数；μ_s 为贮水率；μ 为给水度；H_0 为潜水流初始厚度。

通过积分变换，可求得上述定解问题的解。降深 S 用 4 个无量纲参数（β，σ，z_d，t_s）表示为

$$S(r,z,t)=\frac{Q}{4\pi T}\int_0^{\infty}4yJ_0(y\beta^{\frac{1}{2}})[\omega_0(y)+\sum_{n=1}^{\infty}\omega_n(y)]\mathrm{d}y \tag{2.2.37}$$

其中 $$\omega_0(y)=\frac{\{1-\exp[-t_s\beta(y^2-\gamma_0^2)]\}\mathrm{ch}(\gamma_0 z_d)}{\{y^2+(1+\sigma)\gamma_0^2-[(y^2-\gamma_0^2)^2/\sigma]\}\mathrm{ch}(\gamma_0)} \tag{2.2.38}$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$\omega_n(y)=\frac{\{1-\exp[-t_s\beta(y^2+\gamma_n^2)]\}\cos(\gamma_n z_d)}{\{y^2-(1+\sigma)\gamma_n^2-[(y^2+\gamma_n^2)^2/\sigma]\}\cos(\gamma_n)} \tag{2.2.39}$$

其中，γ_0，γ_n 分别为下列两个方程的根：

$$\sigma\gamma_0\mathrm{sh}(\gamma_0)-(y^2-\gamma_0^2)\mathrm{ch}(\gamma_0)=0 \quad \gamma_0^2<y^2 \tag{2.2.40}$$

$$\sigma\gamma_n\sin(\gamma_n)+(y^2+\gamma_n^2)\cos(\gamma_n)=0 \tag{2.2.41}$$

其中，$(2n-1)\frac{\pi}{2}<\gamma_n<n\pi\ (n\geqslant 1)$；$\sigma=\frac{\mu^*}{\mu}$；$K_d=\frac{K_z}{K_r}$；$z_d=\frac{z}{H_0}$；$h_d=\frac{H_0}{r}$；$t_s=\frac{Tt}{\mu^* r^2}$；$\beta=\frac{K_d}{h_d^2}=\frac{r^2K_z}{H_0^2K_r}$。

式(2.2.37)就是 Neuman 公式。利用该公式主要是确定水文地质参数，具体求参方法有配线法、直线图解法和恢复水位法等。

2.3 数值法

解析法只适用于含水层几何形状规则、方程式简单、边界条件单一的情况，例如均质各向同性、等厚的含水层，渗流区是圆形、矩形或者无限的，只有定水头边界或隔水边界等。但实际问题往往比上述情况要复杂得多，如含水层边界形状不规则，厚度变化，均质和各向异性，多种边界同时存在等，这样的一些问题一般都找不到它的解析解，不得不应用别的方法去求它的近似解。所以在计算机高度发达的当今时代便出现了数值法。

数值法是一种现代水文地质计算的有效方法，它是随着电子计算机的发展而发展起来的[44~54]。早在 50 年代，由于计算机的容量小，计算速度慢，所以当时没有用于地下水流的计算，数值法只是在石油工业中得到应用。自 70 年代以来，随着计算机及计算技术的进一步发展和完善，数值法的应用便不断得到加强、不断引起人们的重视。我国自 1974 年以来对地下水数值法的研究和应用给予了很大的关注，取得了一些重要成果。由单个含水层的研究发展到对多层含水层组的研究；由研究二维流问题发展到研究

地信网论坛
BBS.3S001.COM

三维流问题，目前几乎可以解决运用解析法所不能解决的一切复杂的地下水流计算问题。数值法已成为当前地下水资源评价的一种有效方法。

数值法的基本要点是把整个渗流区分割成若干个形状规则的小块(称为单元)，这些小块可以近似地看成是均质的。因而就很容易建立起描述各个单元地下水流动的关系式。把本来是形状不规则的、非均质问题转化为容易计算的、形状规则的、均质问题。各个单元可以根据需要选择合适的水文地质参数，单元形状也可以不同。因此，把所有单元合在一起就能表现出渗流区域在几何上的不规则形状和水文地质上的非均质性，代表原来的渗流区。单元划分多少，根据计算结果的精度要求可以任意选择。要求精度高，分的单元就要多一些，相应的计算工作量也要大一些；反之，可以分得少一些，计算工作量也相应地少一些。对于非稳定流问题还要把整个计算时间段划分为许多时段，它们的集合就是原来所要研究的时间段。划分多少个时段也和单元的划分一样，可以视需要选择。这时所建立的是描述某时段某个单元地下水流动的关系式，然后通过某种方式把这些关系式集合起来，加上定解条件便成为一个方程组，求解这个方程组便可得到该时段原问题的解。这个时段解决了，按划分的时段，一个时段一个时段地算下去，直到把划分的时段全部算完为止。这样未知量(通常是水头 H 或降深 S)随时间和空间变化的过程就给模拟出来了。所以，这种分析方法的特点是把全体分割成很多部分，然后再由部分到全体。这种把整体分割成若干个单元来处理问题的方法称为离散化方法。这种方法所求得的解只是渗流区中离散点(如各单元的公共顶点或单元的中心点)上未知量满足某种精度要求的近似值。它不能象解析法那样能给出未知量在渗流区中任何一点在任意时刻的值。

数值法可以很方便地处理解析法碰到的难以解决的困难。事实上，它对任何复杂的地下水流问题都能给出有足够精度的解，可以应用于水文地质的许多领域，如水位预报、水量计算、水质模拟等。不足之处是计算工作量一般比较大。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

目前最常用的数值法有❶,[51~54]：有限差分法和有限单元法，而边界元法和有限分析法等研究还不够成熟、应用不多，这里不作介绍和讨论。

2.3.1 有限差分法

有限差分法的基本原理是从偏微分方程出发，用差商代替偏导数，最后把一个数学模拟模型的求解问题化为一个线性代数方程组的求解问题，求其解即是数学模拟模型的解。这种求解方法就称为有限差分法。

现在仅以二维有垂向补排的承压含水层的数学模拟模型为例，来说明利用有限差分法解决地下水非稳定流数学模拟模型的具体方法和步骤。

1. 数学模拟模型

对于二维有垂向补排的承压含水层，其数学模拟模型为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x}\left(T_x \dfrac{\partial h}{\partial x}\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(T_y \dfrac{\partial h}{\partial r}\right)+W=\mu^* \dfrac{\partial h}{\partial t} & (2.3.1) \\ h(x,y,t)\big|_{t=0}=H_0(x,y) & (2.3.2) \\ h(x,y,t)\big|_{\Gamma_1}=H_1(x,y,t) & (2.3.3) \\ T\dfrac{\partial h}{\partial \vec{n}}\Big|_{\Gamma_2}=-q(x,y,t) & (2.3.4) \\ \dfrac{\partial h}{\partial \vec{n}}\Big|_{\Gamma'_2}=0 & (2.3.5) \end{cases}$$

式中：h 为水头；T_x、T_y 分别为 x、y 轴方向上的导水系数；μ^* 为贮水系数；W 为垂向补排量；H_0 为初始水头；H_1 为第一类边界 Γ_1 上的水头；$\vec{n}$ 为第二类边界 Γ_2、Γ'_2 上单位内法线向量；q 为第二类边界 Γ_2 上的单宽流量。

2. 差分模型

---

❶ 长春地质学院水文教研室编. 地下水流数值计算方法. 长春地质学院水工系，1985

地信网论坛
BBS.3S001.COM

要将上述数学模拟模型式（2.3.1）～式（2.3.5）离散成差分模型，首先要将该模型的渗流区进行剖分，建立差分方程。

（1）剖分计算的渗流区。剖分时，原则上讲可以采用任何形状，但其中用正交网格剖分成矩形单元，在数学上便于处理，所以有限差分法大多采用矩形小单元。下面以矩形网格为例来说明如何剖分。如图 2.3.1 所示的区域，取区域的直角坐标系，然后

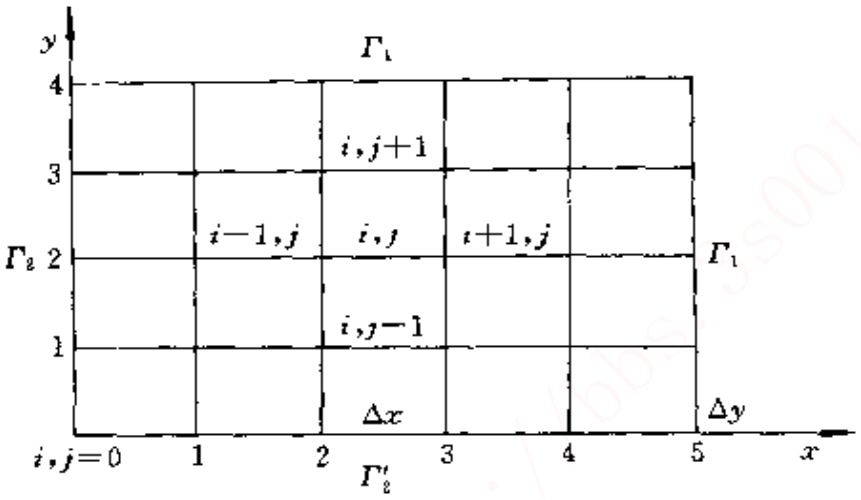

图 2.3.1　矩形网格剖分图（Ⅰ）

以等距 Δx 做平行 y 轴的平行线，再以等距 Δy 做平行 x 轴的平行线，则将区域剖分成了若干个小矩形网格（或称小单元），这是从区域的平面图上看的，实质上是把含水层分成了若干个小柱体，简称小单元。Δx、Δy分别为 x、y 方向上的空间步长。当然剖分时并不是要求整个区域上的 Δx 或 Δy 全部相等，可以根据研究程度灵活地确定步长 Δx、Δy，一般情况下，区域内部或研究程度高的地方，步长 Δx、Δy 可小些，区域的边界附近或研究程度低的地方，步长 Δx、Δy 可大些。网格的交点称为节点，如图 2.3.1 所示，有的不用交点作为节点，而用小网格的中心点作为节点也可以，如图 2.3.2 所示。

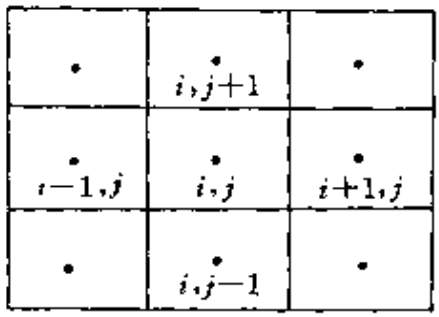

图 2.3.2　矩形网格剖分节点图

为了识别每个节点，通常按行、列进行编号，设节点在 x、y 方向上的编号

地信网论坛
BBS.3S001.COM

为 i、j，则节点$(i,\ j)$的坐标为

$$x = i\Delta x,\quad y = i\Delta y$$

该节点的水头表示为 $h_{i,j}$；节点$(i,\ j)$与节点 $(i+1,\ j)$ 之间的导水系数用 $T_{i+\frac{1}{2},j}$表示，其他如此类推。区域内部的节点称为内节点，位于边界上的节点称为外节点或边界节点。另外，对计算时间也要进行剖分，把连续开采的时间分成若干个时段，用 Δt 表示每个时间步长，其中任一时段编号为 k，如 k 时段初刻和末刻的水头，对任一节点$(i,\ j)$来说可分别表示为 $h^k_{i,j}$、$h^{k+1}_{i,j}$。对于节点 $(i,\ j)$ 的上下和左右的节点水头可分别表示为：$h_{i,j+1}$、$h_{i,j-1}$、$h_{i-1,j}$、$h_{i+1,j}$。

(2) 建立差分方程。根据以上的剖分，就可将上述数学模拟模型中的偏微分方程式 (2.3.1) 变成如下的差分方程：

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T_x\frac{\partial h}{\partial x}\right)=\frac{1}{\Delta x}\left(T_{i+\frac{1}{2},j}\frac{h_{i-1,j}-h_{i,j}}{\Delta x}-T_{i-\frac{1}{2},j}\frac{h_{i,j}-h_{i-1,j}}{\Delta x}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(T_y\frac{\partial h}{\partial y}\right)=\frac{1}{\Delta y}\left(T_{i,j+\frac{1}{2}}\frac{h_{i,j+1}-h_{i,j}}{\Delta y}-T_{i,j-\frac{1}{2}}\frac{h_{i,j}-h_{i,j-1}}{\Delta y}\right)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{h^{k+1}_{i,j}-h^k_{i,j}}{\Delta t}$$

$$W=W_{i,j}=\varepsilon_{i,j}+\varepsilon'_{i,j}$$

式中：$\varepsilon'_{i,j}=\dfrac{K'}{m'}(H-h_{i,j})$ 为越流补给强度；H 为补给层的水头；K'、m' 分别为弱透水层的渗透系数和厚度。

$h_{i,j}$计算时可用未知水头 $h^{k+1}_{i,j}$，也可用初始水头 $h^k_{i,j}$或二者的平均值表示。

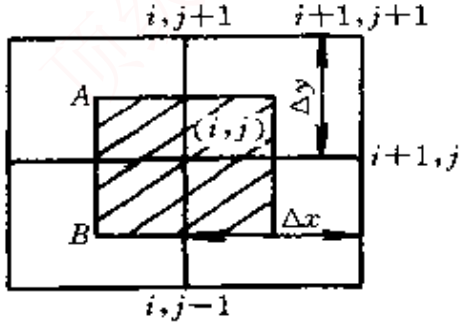

图 2.3.3 矩形网格剖分图 (1)

$$\varepsilon_{i,j}=\frac{-\sum Q_{i,j}}{\Delta x\Delta y}\quad\text{(为开采强度)}$$

式中：$\sum Q_{i,j}$为节点 $(i,\ j)$ 所控制的单元内(如图 2.3.3 所示的阴影部分)所有抽水井的流量之和。当抽水井正好位于单元边界线上时，则按其位置的比例进行分配。当位于 A 点或 B 点时，

地信网论坛
BBS.3S001.COM

则将其流量的 1/4 分配到节点 (i, j) 所控制的单元内，如果井位于 AB 边上时，则按其流量的 1/2 分配到 (i, j) 单元内。将上述各项分别代入偏微分方程式（2.3.1）中得

$$\frac{1}{(\Delta x)^2}\left[T_{i+\frac{1}{2},j}(h_{i+1,j}-h_{i,j})-T_{i-\frac{1}{2},j}(h_{i,j}-h_{i-1,j})\right]$$

$$+\frac{1}{(\Delta y)^2}\left[T_{i,j+\frac{1}{2}}(h_{i,j+1}-h_{i,j})-T_{i,j-\frac{1}{2}}(h_{i,j}-h_{i,j-1})\right]+W_{i,j}$$

$$=\mu^*\frac{h_{i,j}^{k-1}-h_{i,j}^{k}}{\Delta t} \tag{2.3.6}$$

式（2.3.6）就是上述数学模拟模型式（2.3.1）的差分方程。对于其 T 的取值，一般可用下列方法进行。

当相邻两节点的 T 值相差不大时，则可取用算术平均值：

$$T_{i+\frac{1}{2},j}=\frac{1}{2}(T_{i,j}+T_{i+1,j})$$，其他如此类推。

当相邻两节点的 T 值相差很大时，则取其等比平均值：

$$T_{i+\frac{1}{2},j}=\sqrt{T_{i,j}T_{i+1,j}}$$

或取调和平均值：

$$T_{i+\frac{1}{2},j}=\frac{2T_{i,j}T_{i+1,j}}{T_{i,j}+T_{i+1,j}}$$

由此可见，差分方程式（2.3.6）是一个线性代数方程。如果含水层是均质各向同性的，则式（2.3.6）又可写为下列形式：

$$\frac{T}{(\Delta x)^2}(h_{i+1,j}-2h_{i,j}+h_{i-1,j})$$

$$+\frac{T}{(\Delta y)^2}(h_{i,j+1}-2h_{i,j}+h_{i,j-1})+W_{i,j}$$

$$=\frac{\mu^*}{\Delta t}(h_{i,j}^{k+1}-h_{i,j}^{k}) \tag{2.3.7}$$

式（2.3.6）、式（2.3.7）都是由偏微分方程式（2.3.1）演变来的，所以它表示区内任一节点水头都满足这样的差分方程。因此区内有 m 个节点（不包括第一类边界上的节点），则就有 m 个这样的方程。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

经过上述处理就把一个连续的偏微分方程离散成了一个间断取值的代数方程，也就是说把一个连续变化的地下水头曲面离散成了由 n 个单元组成的，即由许多小单元相互拼接起来的有棱角的曲面。

3. 边界条件的处理

边界条件的处理，在渗流计算中是一个极为重要的问题。首先在剖分区域时，网格应尽量靠近边界地方进行取舍，使之剖分后的折线边界尽量符合原来渗流区边界的形状。对于第一类边界的处理较为简单，因为第一类边界上的水头是外部给定的，而不是由模型本身计算出来的，所以只要将边界上给定的水头值作为常数放到边界节点相应的方程中去即可。如上述数学模拟模型中的条件式（2.3.3），可按已离散的边界上的节点顺序整理好各节点的水头值 $H_{i,j}$，直接作为常数放到相应的边界节点方程中去。对于第二类边界条件，已知其边界上的流量，但边界上节点水头却是未知的，所以该边界上的节点也要建立差分方程。但在建立边界节点差分方程时，需要边界外的一个节点。如设边界上节点（i，j），如图 2.3.1 的 Γ_2 边界，则在节点（i，j）的差分方程中有 $h_{i-1,j}$，解决的办法是可以在边界外增加一排节点，然后根据给定的边界流量，从中找出边界外节点水头的表达式，再代入相应的方程中去，就可去掉了该方程中边界外节点的水头。

如上述数学模拟模型中条件式（2.3.4）可离散为下列形式。图 2.3.1 中因为 y 轴与边界平行，所以 x 方向也就是边界法线方向。

$$T\frac{\partial h}{\partial n}=T_x\frac{h_{i,j}-h_{i-1,j}}{\Delta x}=-q,\quad h_{i-1,j}=h_{i,j}+\frac{\Delta x}{T_x}q$$

将 $h_{i-1,j}$ 的表示式作为常数代入边界节点（i，j）的差分方程中去，于是该方程就不出现 $h_{i-1,j}$。对于式（2.3.5）表示隔水边界，其离散方法相同，只是流量为零。像这种情况有两种形式：一是隔水边界，二是透水边界，其离散方法相同，只是流量为零。如分

地信网论坛
BBS.3S001.COM

水岭等都属于边界上流量为零的情况。

$$T\frac{\partial h}{\partial n}=\frac{h_{i,j}-h_{i,j-1}}{\Delta y}=0,\quad h_{i,j-1}=h_{i,j}$$

于是，将节点（i，j）的差分方程中的$h_{i,j-1}$用$h_{i,j}$代替，则方程中就不出现$h_{i,j-1}$。经过上述几步，就把上列数学模拟模型离散成了差分模型，即变成了m个线性代数方程组（m是内节点数与第二类边界节点数之和），于是就可进行求解。

以上是指正好与坐标轴平行的直线边界，对一些曲线边界，节点不一定在边界上的情况，在剖分时所得的网格折线边界应尽量符合原来边界的形状，而折线边界上的节点水头可用一些近似方法处理，这里不作详细介绍，可参阅《地下水流数值计算方法》❶等。

4. 差分模型的解法

从方程式（2.3.6）和式（2.3.7）中可看出，方程左端的水头值并没有注明是哪一时刻的值。因此，采用不同时刻的水头值，就产生了几种不同的差分方法，即不同的差分格式，而每一种差分格式的解法是不一样的。

目前，比较常用的差分法有：显式差分法、隐式差分法、对称差分法和交替方向隐式差分法（ADI法）等。

（1）隐式差分法。若对差分方程式（2.3.7）左端所有节点的水头都取时段的末刻值进行计算，这种差分法称为隐式差分法。这种差分格式称为隐式差分格式。

将式（2.3.7）取隐式并整理，得

$$\left[\frac{T\Delta t}{\mu^*}\left(\frac{-2}{\Delta x^2}-\frac{2}{\Delta y^2}\right)-1\right]h_{i,j}^{k+1}+\frac{T\Delta t}{\mu^*\Delta x^2}(h_{i+1,j}^{k+1}+h_{i-1,j}^{k+1})$$

$$+\frac{T\Delta t}{\mu^*\Delta y^2}(h_{i,j+1}^{k+1}+h_{i,j-1}^{k+1})=\frac{-\Delta t}{\mu^*}W_{i,j}-h_{i,j}^{k}\qquad(2.3.8)$$

---

❶ 长春地质学院水文教研室编. 地下水流数值计算方法. 长春地质学院水工系，1985

地信网论坛
BBS.3S001.COM

令：
$$\lambda=\frac{T\Delta t}{\mu^*}\left(\frac{1}{\Delta x^2}+\frac{1}{\Delta y^2}\right),\lambda_1=\frac{T\Delta t}{\mu^*\Delta x^2}$$
$$\lambda_2=\frac{T\Delta t}{\mu^*\Delta y^2},b_{i,j}=\frac{-\Delta t}{\mu^*}W_{i,j}-h^k_{i,j}$$

将式（2.3.8）写成简化形式为

$$\lambda_1(h^{k+1}_{i+1,j}+h^{k-1}_{i-1,j})-(2\lambda+1)h^{k+1}_{i,j}+\lambda_2(h^{k+1}_{i,j+1}+h^{k-1}_{i,j-1})$$
$$=b_{i,j} \qquad (2.3.9)$$

式（2.3.9）就是差分方程式（2.3.7）的隐式差分格式，称为隐式差分方程。

隐式差分方程的求解，必须将计算区所有节点（第一类边界节点除外）的隐式差分方程联立成方程组，形成全区的差分模型，方可求解。

隐式差分模型的解法，根据具体情况，可采用不同的求解方法：对于二维的一般采用迭代法，对于一维的则可采用追赶法求解。其中迭代法中以高斯－赛德尔迭代法和逐次超松弛迭代法（SOR 法）最为常用。

（2）交替方向隐式差分法（ADI 法）。ADI 法的主要思想是将一个计算时段分成两段，使用两个差分方程，即前段对 x 方向取隐式，y 方向取显式，得一维流的隐式差分方程，求其这个过渡解；再对后段在 x 方向取显式，y 方向取隐式，又得一维流的隐式差分方程，并求其解，这种差分方法称为交替方向隐式差分法，简称 ADI 法。这种差分格式称为交替方向隐式差分格式。下面较详细地说明 ADI 法。

将计算时段 k 分成两段，即 $k\sim k+\frac{1}{2}$时段和 $k+\frac{1}{2}\sim k+1$ 时段。在 $k\sim k+\frac{1}{2}$时段内，对式（2.3.7）在 x 方向取隐式，y 方向取显式并整理，得

$$\lambda_1 h^{k+\frac{1}{2}}_{i-1,j}-(2\lambda_1+1)h^{k+\frac{1}{2}}_{i,j}+\lambda_1 h^{k+\frac{1}{2}}_{i+1,j}$$
$$=(2\lambda_2-1)h^k_{i,j}-\lambda_2 h^k_{i,j-1}-\lambda_2 h^k_{i,j+1}-\frac{\Delta t}{2\mu^*}W^{k+\frac{1}{4}}_{i,j} \qquad (2.3.10)$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

式中：$W_{i,j}^{k+\frac{1}{4}}$表示源汇项在$k\sim k+\frac{1}{2}$时段内的平均值；$\lambda_1=\frac{T\Delta t}{2\mu^*\Delta x^2}$；$\lambda_2=\frac{T\Delta t}{2\mu^*\Delta y^2}$。

将方程式（2.3.10）右端用一个常数$d_{i,j}$表示（在规定时段内可视为常数），则可写成简化形式

$$\lambda_1 h_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}-(2\lambda_1+1)h_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}+\lambda_1 h_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}}=d_{i,j} \quad (2.3.11)$$

从式(2.3.11)可看出，一个方程中只含有三个未知数：$h_{k-1,j}^{k+\frac{1}{2}}$、$h_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}$、$h_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}}$。在$k+\frac{1}{2}\sim k+1$时段内，再对差分方程式(2.3.7)在$y$方向取隐式，$x$方向取显式，并整理，得

$$\begin{aligned}&\lambda_2 h_{i,j-1}^{k+1}-(2\lambda_2+1)h_{i,j}^{k+1}+\lambda_2 h_{i,j+1}^{k+1}\\&=(2\lambda_1-1)h_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}-\lambda_1 h_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}-\lambda_1 h_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}}-\frac{\Delta t}{2\mu^*}W_{i,j}^{k+\frac{3}{4}}\end{aligned} \quad (2.3.12)$$

式中：$W_{i,j}^{k+\frac{3}{4}}$表示源汇项在$k+\frac{1}{2}\sim k+1$时段内的平均值。

设方程式（2.3.12）右端为$d'_{i,j}$，则可简化为

$$\lambda_2 h_{i,j-1}^{k+1}-(2\lambda_2+1)h_{i,j}^{k+1}+\lambda_2 h_{i,j+1}^{k+1}=d'_{i,j} \quad (2.3.13)$$

式（2.3.13）中也含有三个未知数：$h_{i,j-1}^{k+1}$、$h_{i,j}^{k+1}$、$h_{i,j+1}^{k+1}$。一个方程中含有三个未知数是不能直接求解的，需要联立成方程组后方能求解。仔细分析式(2.3.11)或式(2.3.13)可发现，一个方程中的未知数只是单纯地与一行或一列上的节点有关系。因此，不需要联立全计算区的节点方程，只要列出一行或一列上所有节点的隐式方程，组成方程组就可求解。

根据式（2.3.11）写出$k\sim k+\frac{1}{2}$时段内第j行的方程组(以矩形计算区为例)，可知一行中靠两头的边界节点的方程中，由于边界条件已知，所以该节点方程中只有两个未知数，也就是说一行的方程组中只有第一个方程和最后一个方程是含有两个未知数的，其他方程都含有3个未知数。所以，对第j行的节点隐式差分方程组为（略去时间标号）：

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$\left.\begin{aligned}
&-(2\lambda_1+1)h_{1,j}+\lambda_1 h_{2,j}=d_{1,j}-\lambda_1 h_{0,j}\\
&\lambda_1 h_{1,j}-(2\lambda_1+1)h_{2,j}+\lambda_1 h_{3,j}=d_{2,j}\\
&\lambda_1 h_{2,j}-(2\lambda_1+1)h_{3,j}+\lambda_1 h_{4,j}=d_{3,j}\\
&\quad\vdots\\
&\lambda_1 h_{n-2,j}-(2\lambda_1+1)h_{n-1,j}+\lambda_1 h_{n,j}=d_{n-1,j}\\
&\lambda_1 h_{n-1,j}-(2\lambda_1+1)h_{n,j}=d_{n,j}-\lambda_1 h_{n+1,j}
\end{aligned}\right\}\quad(2.3.14)$$

同理，根据式（2.3.13）也可写出 $k+\frac{1}{2}\sim k+1$ 时段内第 i 列的隐式差分方程组：

$$\left.\begin{aligned}
&-(2\lambda_2+1)h_{i,1}+\lambda_2 h_{i,2}=d'_{i,1}-\lambda_2 h_{i,0}\\
&\lambda_2 h_{i,1}-(2\lambda_2+1)h_{i,2}+\lambda_2 h_{i,3}=d'_{i,2}\\
&\lambda_2 h_{i,2}-(2\lambda_2+1)h_{i,3}+\lambda_2 h_{i,4}=d'_{i,3}\\
&\quad\vdots\\
&\lambda_2 h_{i,n'-2}-(2\lambda_2+1)h_{i,n'-1}+\lambda_2 h_{i,n'}=d'_{i,n'-1}\\
&\lambda_2 h_{i,n'-1}-(2\lambda_2+1)h_{i,n'}=d'_{i,n'}-\lambda_2 h_{i,n'+1}
\end{aligned}\right\}\quad(2.3.15)$$

对比这两个方程组，可看出它们的形式完全一样，因此可用统一形式表示这两个方程组：

$$\left.\begin{aligned}
&b_1h_1+c_1h_2=d_1 && ①\\
&a_2h_1+b_2h_2+c_2h_3=d_2 && ②\\
&a_3h_2+b_3h_3+c_3h_4=d_3 && ③\\
&\quad\vdots && \vdots\\
&a_{n-1}h_{n-2}+b_{n-1}h_{n-1}+c_{n-1}h_n=d_{n-1}\\
&a_nh_{n-1}+b_nh_n=d_n && ⓝ
\end{aligned}\right\}\quad(2.3.16)$$

式中：d_1=式（2.3.11）或式（2.3.13）的右端减去左侧边界或下部边界条件；d_i=式（2.3.11）或式（2.3.13）的右端（$i=1,2,\cdots,n-1$）；d_n=式（2.3.11）或式（2.3.13）右端减去右侧边界或上部边界条件；$a_i=c_i=\lambda_1$ 或 λ_2；$b_i=-(2\lambda_1+1)$ 或 $-(2\lambda_2+1)$；n 表示一行或一列的内节点数；h_i 只表示一行或一列中，自左而右或自下而上的节点水头。

将上述方程组写成矩阵形式为

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & & & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & & \\ & a_3 & b_3 & c_3 & \\ & & \vdots & & \\ & & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ 0 & & \cdots & a_n & b_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ \vdots \\ h_{n-1} \\ h_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{bmatrix}$$

这个系数矩阵只在三条对角线上有非零元素，其余元素都为零，故将这样的方程组称为三对角线方程组，解此方程组以追赶法最好，追赶法的求解过程为

设 $\alpha_1=b_1$，$\beta_1=\dfrac{d_1}{\alpha_1}$，代入式（2.3.16）第①个方程中，并解出$h_1$ 为

$$h_1=\beta_1-\frac{c_1}{\alpha_1}h_2$$

将 h_1 代入式（2.3.16）第②个方程中，并解出 h_2 为

$$h_2=\beta_2-\frac{c_2}{\alpha_2}h_3$$

式中：$\beta_2=\dfrac{d_2-\alpha_2\beta_1}{\alpha_2}$；$\alpha_2=b_2-\dfrac{\alpha_2 c_1}{\alpha_1}$。

将 h_2 再代入式（2.3.16）第③个方程中，又可解出 h_3，如此这样下去，可得通式为

$$h_i=\beta_i-\frac{c_i}{\alpha_i}h_{i+1} \qquad i=1,2,\cdots,n-1 \qquad (2.3.17)$$

式中：$\alpha_i=b_i-\dfrac{\alpha_i c_{i-1}}{\alpha_{i-1}}$；$\beta_i=(d_i-\alpha_i\beta_{i-1})/\alpha_i$。

当代到式（2.3.16）第 n 个方程中时，最后得

$$h_n=\beta_n$$

于是，将求得的 h_n 代入式（2.3.17）中，逐次求出 h_{n-1}、h_{n-2}、…、h_2、h_1，而在回代时 $i=n-1$，$n-2$，…，2，1。综上所述，追赶法可归纳为以下两步：

第一步：消元过程，即“追”。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$\alpha_1 = b_1,\ \beta_1 = \frac{d_1}{\alpha_1},\ \alpha_i = b_i - \frac{\alpha_i c_{i-1}}{\alpha_{i-1}}$$

$$\beta_i = \frac{d_i - \alpha_i \beta_{i-1}}{\alpha_i} \quad i = 1,2,\cdots,n$$

第二步：回代过程，即“赶”。

$$h_n = \beta_n,\ h_i = \beta_i - \frac{c_i}{\alpha_i} h_{i+1} \quad i = n-1, n-2, \cdots, 2, 1$$

最后，我们可把 ADI 法的求解步骤归纳为以下三步。

第一步：由时段的初刻至中刻，即 $k \sim k + \frac{1}{2}$ 时段，对差分方程式（2.3.7）在 x 方向取隐式，y 方向取显式，构成式（2.3.14）方程组，用追赶法一行一行地求出所有节点的过渡解，即时段中刻的水头 $h_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}$。

第二步：由中刻至末刻，即 $k + \frac{1}{2} \sim k + 1$ 时段，对差分方程式（2.3.7）在 y 方向取隐式，x 方向取显式，组成式（2.3.15）方程组，利用过渡解和边值条件就可一列一列地求出所有节点的时段末刻水头 $h_{i,j}^{k+1}$。

第三步：对下一个时段，如此重复上述两步，就可得到下一个时段末的水头 $h_{i,j}^{k+1}$。这样如此计算下去，即可求出所要求时刻的水头值。

交替方向隐式差分格式是无条件收敛和稳定的。所谓无条件就是指在时间步长和空间步长之间不受某种比例的限制，但并不是意味着时间步长可以任意增大。实际上，如果时间步长取的过大，会造成严重误差。因此，合理地选择时间步长，是保证计算精度的重要因素之一。

Rushton1975 年引用两个无量纲时间，以便于对时间步长进行限制：

$$r_1 = \frac{\Delta t T}{\Delta x \Delta y \mu^*},\quad r_2 = \frac{\Delta t T}{b^2 \mu^*}$$

式中：b 表示计算区域相对两边之间的最小距离。

在抽水刚开始或刚停泵的一段时间内，时间步长与 r_1 有关，

地信网论坛
BBS.3S001.COM

当 $r_1>0.5$ 时，井附近计算的结果会出现小的振动，当 $r_1>100$ 时，则会出现明显的振动；另外，时间步长还与 r_2 有关，当 $r_2>0.05$ 时，就会出现明显的误差。一般情况下，对于周围为隔水边界的计算区的可用时间步长比含有第一类边界计算区可大一些。例如：当 $r_2=0.1$ 时，前者相对误差在 10%左右，而后者超过 20%。上述讨论说明，时间步长 Δt 依赖于参数 T、μ^* 和空间步长 Δx、Δy，还依赖于计算区域的形状和边界性质。所以，一般在水头变化快而明显的时间内，应取时间步长小些，反之可取得大些。通常情况下，在抽水初期，时间步长可取小些，随着抽水时间的增长，水头变化越来越慢，这时时间步长可取得大些。

虽然隐式差分格式和对称差分格式是无条件收敛和稳定的，但这两种格式的计算工作量均较大。交替方向隐式差分格式不仅是无条件收敛和稳定的，而且计算收敛速度快，占用机器内存少。所以，ADI 法在实际中应用较为广泛。

由于不规则网格有限差分法的基本原理与矩形网格有限差分法完全一样[46,47]，❶ 所以这里不再介绍。

2.3.2 有限单元法

有限单元法，是应用局部的近似解来代替整个连续区域的真正解。其基本思想是：利用剖分插值，把一个连续求解的数学模拟模型离散成一个常微分方程组的初值问题，然后再将常微分方程组的初值问题离散成一个线性代数方程组，这个线性代数方程组的解，即是原来的连续分布的渗流区的局部近似解——有限单元解。

由于离散微分方程的依据不同，所以目前常用的有限单元有三种：变分有限单元法（瑞利—里兹法）、迦辽金有限单元法和均衡有限单元法。

---

❶ 谢新民．地表—地下水资源大系统规划与管理模型研究．河海大学博士学位论文，1992

地信网论坛
BBS.3S001.COM

变分有限单元法是从变分原理出发，把数学模拟模型的求解问题等价于求某个泛函的极小值问题，然后通过剖分插值，把求解泛函极小值问题化成线性代数方程组的求解问题。这种方法是有限单元法最早的一种方法，它适用于稳定流方程和最终形成的系数矩阵是对称正定的非稳定流方程。当一些非线性方程和非稳定流方程很难找到和它对应的等价的泛函形式时，该方法不适用。所以变分有限单元法有一定局限性。

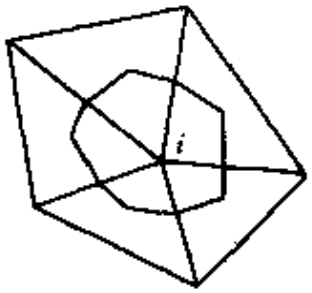

图 2.3.4 三角形网格剖分图

均衡有限单元法是从水均衡角度出发，在对区域进行三角形剖分的基础上，再进行二次剖分，建立均衡子区域。均衡子区域是指以任一节点 i 为公共顶点的各三角形的重心与相应边中点的连线所组成的区域，如图 2.3.4 所示。然后再建立每个专有子区域的均衡方程式，即可得到一个线性代数方程组，其解即为区域上所求的近似解。均衡有限单元法只适用于三角形剖分网格。

迦辽金有限单元法是在加权剩余法的基础上建立起来的，从加权剩余法出发，利用剖分插值，构造基函数组 Φ_i ($i=1, 2, \cdots, n$)，再利用迦辽金方程 $\iint \varepsilon \Phi_i \mathrm{d}x\mathrm{d}y = 0$ 将数学模拟模型的求解问题化成一个常微分方程组的初值问题，然后再将这个常微分方程组的初值问题化为一个线性代数方程组的求解问题，其解就是区域数学模拟模型的近似解。

由于迦辽金有限单元法比变分有限单元法和均衡有限单元法都优越，在实际中得到了广泛的应用，故我们下面较详细地介绍迦辽金有限单元法。其具体计算步骤如下：

1. 用剖分插值的方法构造基函数

首先将计算区域剖分成若干个小单元，单元的形状可有三角形、矩形、四边形和曲边形等，但通常一般采用简单的三角形。因此，我们专门讨论三角剖分的基函数。

区域剖分后应进行节点编号和单元编号。从区域中任取一个

地信网论坛
BBS.3S001.COM

小单元，其编号为 β 三角形进行研究，假设这个小单元的三个顶点的编号分别为 i,j,k（按逆时针方向），其坐标为 $i(x_i,y_i)$、$j(x_j,y_j)$、$k(x_k,y_k)$，其水头分别为 h_i、h_j、h_k。

区域经剖分后，把原来连续变化的地下水曲面变成了由若干小三角单元拼接起来的曲面，而每个小三角形单元可看成是一个平面。在任一单元 β 上，定义这样的函数 $\varphi(x,y)$，当对节点 i 来说，则有

$$\varphi_i(x_i,y_i)=1,\quad \varphi_i(x_j,y_j)=0,\quad \varphi_i(x_k,y_k)=0$$

也就是说，函数 $\varphi_i(x,y)$ 在 i 点的值为 1，在 i 点的对边上则为零，在单元 β 内是按线性变化，因此可用下列线性方程表示：

$$\varphi_i(x,y)=a_i+b_ix+c_iy \tag{2.3.18}$$

式中：a_i、b_i、c_i 为待定系数。

同理，有

$$\varphi_i(x_i,y_i)=1,\quad \varphi_i(x_j,y_j)=0,\quad \varphi_i(x_k,y_k)=0$$

$$\varphi_k(x_k,y_k)=1,\quad \varphi_k(x_i,y_i)=0,\quad \varphi_k(x_j,y_j)=0$$

$$\varphi_j(x,y)=a_j+b_jx+c_jy \tag{2.3.19}$$

$$\varphi_k(x,y)=a_k+b_kx+c_ky \tag{2.3.20}$$

φ_i、φ_j、φ_k 的几何图像如图 2.3.5 所示。

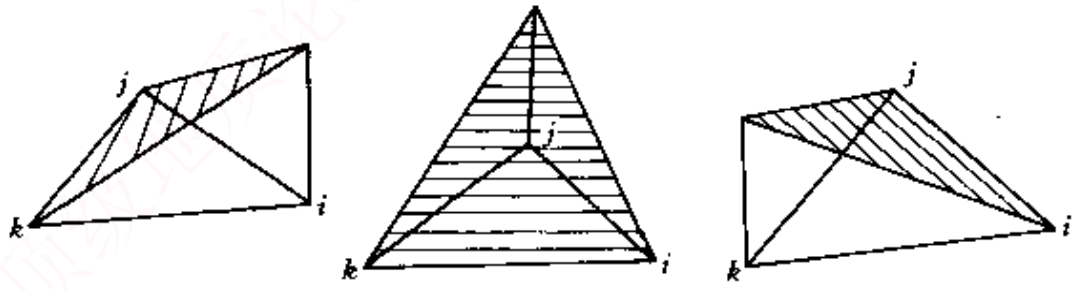

图 2.3.5　函数 φ_i、φ_j、φ_k 的几何图像

下面求待定系数 a_i、b_i、c_i，根据 φ_i 的定义有下列方程组：

$$\begin{cases} a_i+b_ix_i+c_iy_i=1 \\ a_i+b_ix_j+c_iy_j=0 \\ a_i+b_ix_k+c_iy_k=1 \end{cases}$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

解之，得

$$a_i = \frac{1}{2\Delta_\beta}(x_j y_k - x_k y_j) \tag{2.3.21}_1$$

$$b_i = \frac{1}{2\Delta_\beta}(y_j - y_k) \tag{2.3.21}_2$$

$$c_i = \frac{1}{2\Delta_\beta}(x_k - x_j) \tag{2.3.21}_3$$

其中：三角形单元的面积 $\Delta_\beta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}$。

同理，得

$$a_j = \frac{1}{2\Delta_\beta}(x_k y_i - x_i y_k) \tag{2.3.21}_4$$

$$b_j = \frac{1}{2\Delta_\beta}(y_k - y_i) \tag{2.3.21}_5$$

$$c_j = \frac{1}{2\Delta_\beta}(x_i - x_k) \tag{2.3.21}_6$$

$$a_k = \frac{1}{2\Delta_\beta}(x_i y_j - x_j y_i) \tag{2.3.21}_7$$

$$b_k = \frac{1}{2\Delta_\beta}(y_i - y_j) \tag{2.3.21}_8$$

$$c_k = \frac{1}{2\Delta_\beta}(x_j - x_i) \tag{2.3.21}_9$$

由此可见，只要单元 β 三个顶点的坐标已知，则函数 φ_i、φ_j、φ_k 的系数就已知了。以上是在每一个小单元上定义的函数，为便于进一步理解 $\varphi(x,y)$，下面分析 φ_i、φ_j、φ_k 的几何意义。

$$\varphi_i(x,y) = a_i + b_i x + c_i y = \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} / 2\Delta_\beta \tag{2.3.22}$$

设三角形单元 β 内任意一点 p，其坐标为 (x_p, y_p)（如图 2.3.6 所示），式（2.3.22）中的分子正是 Δ_{pjk} 面积的 2 倍。因此，有

$$\varphi_i(x_p, y_p) = \frac{\Delta_{pjk}}{\Delta_\beta} \tag{2.3.23}$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

同理，有

$$\varphi_j(x_p,y_p)=\frac{\Delta_{pki}}{\Delta_\beta}\quad(2.3.24)$$

$$\varphi_k(x_p,y_p)=\frac{\Delta_{pij}}{\Delta_\beta}\quad(2.3.25)$$

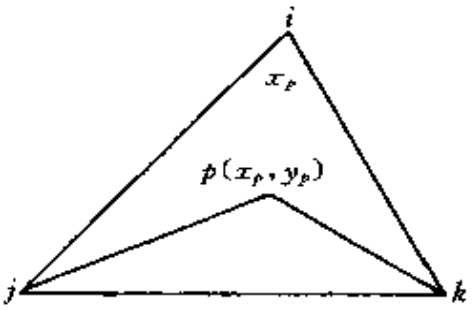

图 2.3.6　三角形单元内任意一点 p 示意图

因此定义：在任一三角形单元 β 内，任一点 $p(x_p,y_p)$ 与任意两顶点所构成的小三角形面积与大三角形单元 β 的面积之比，称为任意点 $p(x_p,y_p)$ 在三角形单元 β 内到另一点的面积坐标。例如 $\varphi_i(x_p,y_p)=\frac{\Delta_{pjk}}{\Delta_\beta}$ 称为 p 点到顶点 i 的面积坐标。由此可得出面积坐标的性质：

$$\varphi_i(x,y)+\varphi_j(x,y)+\varphi_k(x,y)=1$$

$$\varphi_i(x_p,y_p)=\frac{d_p}{d_\beta}$$

式中：d_p、d_β 分别表示 Δ_{pjk}、Δ_β 在 jk 边上的高。

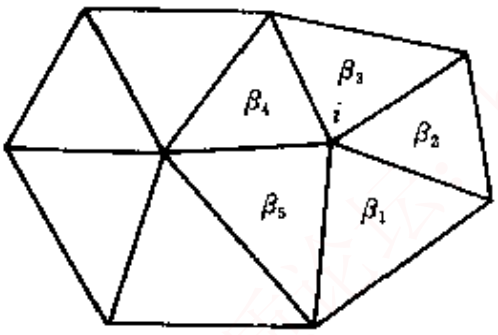

图 2.3.7　三角形单元节点 i 示意图

综上所述，我们构造了任一三角形单元 β 上的插值函数 $\varphi_i(x,y)$、$\varphi_j(x,y)$、$\varphi_k(x,y)$。对整个计算区来说，是由若干个彼此拼接起来的三角形单元组成的，所以任一节点都可以同时是 n 个小单元的公共顶点，如图 2.3.7 所示。

图 2.3.7 中节点 i 同时是五个三角形单元 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_5$ 的公共顶点，因此定义函数 $\Phi_i(x,y)$ 为

$$\Phi_i(x,y)=\begin{cases}\varphi_i^{\beta_1} & x,y\in\beta_1\\ \varphi_i^{\beta_2} & x,y\in\beta_2\\ \vdots & \vdots\\ \varphi_i^{\beta_5} & x,y\in\beta_5\\ 0 & x,y\text{ 在其他单元内}\end{cases}\quad(2.3.26)$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$\Phi_i(x,y)$ 为节点 i 的基函数，写成一般形式为

$$\Phi_i(x,y)=\begin{cases}\varphi_i^{\beta_1} & x,y\in\beta_1\\ \vdots & \vdots\\ \varphi_i^{\beta_n} & x,y\in\beta_n\\ 0 & x,y\text{ 在其他与节点 }i\text{ 无关的单元内}\end{cases}\tag{2.3.27}$$

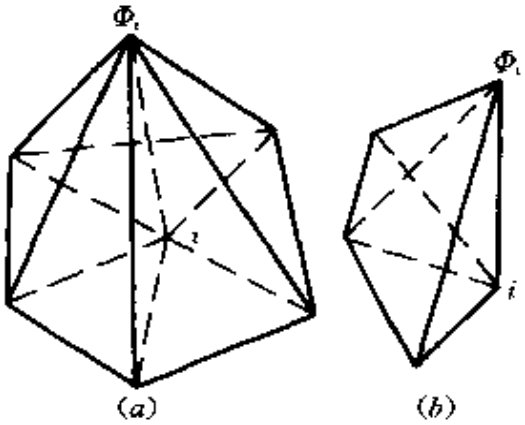

图 2.3.8 基函数的几何图像
(a) i 为内节点；(b) i 为边界节点

$\Phi_i(x,y)$ 是所要构造的基函数，可见基函数是分片定义的函数，其几何图像如图 2.3.8 所示。

可见基函数 Φ_i 在节点 i 所围成的多边形上，在节点 i 处为 1，在它周围的每一节点上，即多边形的周界上均为零，从 i 到周界则是线性变化，其图像好似一顶尖顶带棱的帽子。基函数 Φ_i 的特性归纳为以下几点。

(1) 在节点 i 上，$\Phi_i=1$。

(2) 在其他节点上，$\Phi_i=0$。

(3) 在与 i 节点有关的三角形单元内，$0\leqslant\Phi_i\leqslant1$。

(4) 对某一具体三角形单元来说，$\Phi_i=\varphi_i$。

根据基函数的定义，还可以这样理解其物理意义：基函数 Φ_i 就是节点 i 的值为一个单位时，该点的值对其他点的分配系数。如当节点 i 的值为 h_i 时，则对其他点的分配值为 $h_i\Phi_i(x,y)$。所以计算区内任一点的近似水头值 $\bar{h}(x,y)$ 就可表示为

$$\bar{h}(x,y)=\sum_{j=1}^{n}h_j(t)\Phi_j(x,y)\tag{2.3.28}$$

而在任一三角形单元 β 内，任一点的水头就可直接写为

$$\bar{h}(x,y)=\varphi_i(x,y)h_i+\varphi_j(x,y)h_j+\varphi_k(x,y)h_k\tag{2.3.29}$$

到这里为止，已将基函数 Φ_i 构造出来了。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

2. 把数学模拟模型离散成常微分方程组

现以均质各向同性的承压二维非稳定流问题为例，设其数学模拟模型为

$$T\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right)+W=\mu^*\frac{\partial h}{\partial t} \tag{2.3.30}$$

$$h(x,y,0)=h_0(x,y) \tag{2.3.31}$$

$$h(x,y,t)\Big|_{\Gamma_1}=h_1(x,y,t) \tag{2.3.32}$$

$$T\frac{\partial h}{\partial \vec{n}}\Big|_{\Gamma_2}=q(x,y,t) \tag{2.3.33}$$

式中：$W=\varepsilon_0-\sum_{m=1}^{\nu}Q_m\delta(x-x_m)(y-y_m)$；$\varepsilon_0$ 为垂直补给强度；Q_m 为第 m 井的开采量；ν 为抽水井总个数；$\vec{n}$ 为第二类边界 Γ_2 上单位外法线向量。

为书写方便，将方程式（2.3.30）改写为下列形式：

$$L(h)=T\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right)+W-\mu^*\frac{\partial h}{\partial t}=0 \tag{2.3.34}$$

设方程式（2.3.34）的近似解为

$$\bar{h}(x,y)=\sum_{j=1}^{n}h_j(t)\Phi_i(x,y) \tag{2.3.35}$$

由迦辽金方程知：

$$\iint_D L(\bar{h})\Phi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}y=0$$

即

$$\iint_D\left[T\left(\frac{\partial^2\bar{h}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\bar{h}}{\partial y^2}\right)+W-\mu^*\frac{\partial h}{\partial t}\right]\Phi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}y=0 \tag{2.3.36}$$

式中：D 为计算区的面积；$i=1,2,\cdots,m$；m 为内节点与第二边界节点总数。

利用微分法则知：

$$\frac{\partial^2\bar{h}}{\partial x^2}\Phi_i=\frac{\partial}{\partial x}\left(\Phi_i\frac{\partial\bar{h}}{\partial x}\right)-\frac{\partial\bar{h}}{\partial x}\frac{\partial\Phi_i}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2\bar{h}}{\partial y^2}\Phi_i=\frac{\partial}{\partial y}\left(\Phi_i\frac{\partial h}{\partial y}\right)-\frac{\partial h}{\partial y}\frac{\partial\Phi_i}{\partial y}$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

将上式代入方程式（2.3.36），得

$$\iint_D \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(T\Phi_i \frac{\partial \bar{h}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(T\Phi_i \frac{\partial \bar{h}}{\partial y}\right)-T\frac{\partial \bar{h}}{\partial x}\frac{\partial \Phi_i}{\partial x}\right.$$

$$\left.-T\frac{\partial \bar{h}}{\partial y}\frac{\partial \Phi_i}{\partial y}+W\Phi_i-\mu^*\frac{\partial h}{\partial t}\Phi_i\right]\mathrm{d}x\mathrm{d}y=0 \qquad (2.3.37)$$

方程式（2.3.37）前两项应用格林公式，得

$$\iint_D \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(T\Phi_i \frac{\partial \bar{h}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(T\Phi_i \frac{\partial \bar{h}}{\partial y}\right)\right]\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\oint_\Gamma T\Phi_i$$

$$\times\left[\frac{\partial h}{\partial x}\cos(\vec{n},x)+\frac{\partial \bar{h}}{\partial y}\cos(\vec{n},y)\right]\mathrm{d}\Gamma=\oint_\Gamma T\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{n}}\Phi_i\mathrm{d}\Gamma$$

$$=\begin{cases}0 & \text{应用边界条件式(2.3.32)}\\ \int_{\Gamma_2} q\Phi_i\mathrm{d}\Gamma & \text{应用边界条件式(2.3.33)}\end{cases}$$

则将其代入式（2.3.37），并将含有未知数的项移到方程左端，不含未知数的项移到方程右端，整理后得

$$\iint_D T\left[\frac{\partial \bar{h}}{\partial x}\frac{\partial \Phi_i}{\partial x}+\frac{\partial \bar{h}}{\partial y}\frac{\partial \Phi_i}{\partial y}\right]\mathrm{d}x\mathrm{d}y+\iint_D \mu^*\frac{\partial \bar{h}}{\partial t}\Phi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$=\iint_D W\Phi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}y+\int_{\Gamma_2} q\Phi_i\mathrm{d}\Gamma \qquad (2.3.38)$$

再将式（2.3.35）表示的 $\bar{h}$ 代入式（2.3.38），得

$$\sum_{j=1}^{n}\left[\iint_D T\left(\frac{\partial \Phi_j}{\partial x}\frac{\partial \Phi_i}{\partial x}+\frac{\partial \Phi_j}{\partial y}\frac{\partial \Phi_i}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\right]h_j$$

$$+\sum_{j=1}^{n}\left[\iint_D \mu^*\Phi_i\Phi_j\mathrm{d}x\mathrm{d}y\right]\frac{\partial h_j}{\partial t}$$

$$=\iint_D W\Phi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}y+\int_{\Gamma_2} q\Phi_i\mathrm{d}\Gamma \qquad (2.3.39)$$

下面分别计算上列方程中的各项积分。

计算第一项：

设 $A_{i,j}=\iint_D T\left(\frac{\partial \Phi_j}{\partial x}\frac{\partial \Phi_i}{\partial x}+\frac{\partial \Phi_j}{\partial y}\frac{\partial \Phi_i}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，由 $D=\sum_{\beta=1}^{p}\Delta_\beta$（$p$ 为区

地信网论坛
BBS.3S001.COM

域剖分的三角形单元个数），得

$$A_{i,j}=\sum_{\beta=1}^{p}\iint_{\Delta_\beta}T\left(\frac{\partial\Phi_j}{\partial x}\frac{\partial\Phi_i}{\partial x}+\frac{\partial\Phi_j}{\partial y}\frac{\partial\Phi_i}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \qquad (2.3.40)$$

对一个确定的三角形单元来说，有

$$\Phi_i=\varphi_i=a_i+b_ix+c_iy$$

$$\Phi_j=\varphi_j=a_j+b_jx+c_jy$$

由 $\frac{\partial\Phi_i}{\partial x}=b_i,\frac{\partial\Phi_j}{\partial x}=b_j,\frac{\partial\Phi_i}{\partial y}=c_i,\frac{\partial\Phi_j}{\partial y}=c_j$ 代入（2.3.40）式，得

$$A_{i,j}=\sum_{\beta=1}^{p}\iint_{\Delta_\beta}T(b_ib_j+c_ic_j)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$=\begin{cases}\sum_{\beta=1}^{p}T(b_ib_j+c_ic_j)\Delta_\beta & i\neq j\\ \sum_{\beta=1}^{p}T(b_i^2+c_i^2)\Delta_\beta & i=j\end{cases} \qquad (2.3.41)$$

式中：b_i、b_j、c_i、c_j 由式$(2.3.21)_2$、式$(2.3.21)_5$、式$(2.3.21)_3$、式$(2.3.21)_6$ 确定。

计算第二项：

设 $D_{i,j}=\iint_D\mu^*\Phi_i\Phi_j\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\sum_{\beta=1}^{p}\iint_{\Delta_\beta}\mu^*\Phi_i\Phi_j\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，则计算该积分式需作变量代换：

将 x—y 平面的三角形单元 Δ_β 转变成 ζ--η 平面上的三角形单元 Δ'_β。设 $\zeta=\Phi_i,\eta=\Phi_j$，变换后如图 2.3.9 所示。

两个三角形单元的对应关系为：① 在 Δ_β 内 i 节点的 $\Phi_i(x_i,y_i),\Phi_j(x_i,y_i)$ 对应于 Δ'_β 内的 1，0。② 在 Δ_β 内 j 节点的 $\Phi_i(x_j,y_j)$，

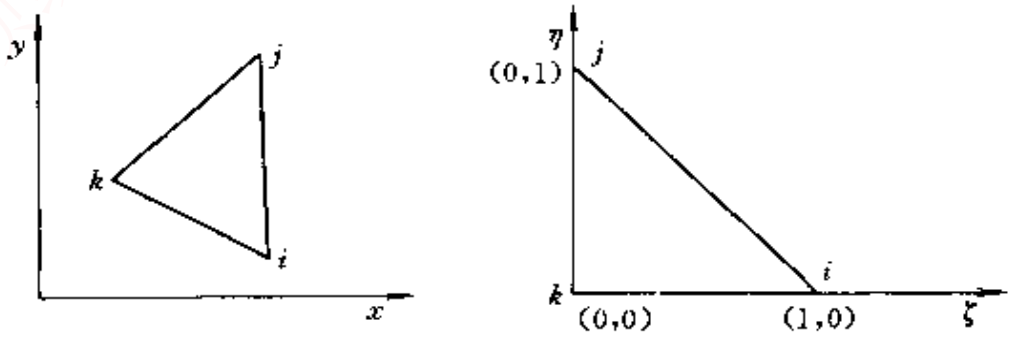

图 2.3.9　三角形单元坐标变换示意图

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$\Phi_j(x_j,y_j)$ 对应于 Δ'_β 内的 0,1。③ 在 Δ_β 内 k 节点的 $\Phi_i(x_k,y_k)$，$\Phi_j(x_k,y_k)$ 对应于 Δ'_β 内的 0,0。故在 Δ'_β 内，有 $0\leqslant\zeta\leqslant 1,0\leqslant\eta\leqslant 1-\zeta$。

根据基函数特性知：$\Phi_k = 1-\Phi_i-\Phi_j = 1-\zeta-\eta$，而在 Δ_β 内任一点的坐标为

$$x = x_i\zeta + x_j\eta + x_k(1-\zeta-\eta)$$
$$y = y_i\zeta + y_j\eta + y_k(1-\zeta-\eta)$$

所以，上两式的函数行列式（雅柯比行列式）为

$$J = \frac{\partial(x,y)}{\partial(\zeta,\eta)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial\zeta} & \frac{\partial x}{\partial\eta} \\ \frac{\partial y}{\partial\zeta} & \frac{\partial y}{\partial\eta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_i-x_k & x_j-x_k \\ y_i-y_k & y_j-y_k \end{vmatrix} = 2\Delta_\beta$$

根据函数行列式的性质知，J 可作为两个坐标系面积(或体积)的伸缩系数，即

$$\mathrm{d}x\mathrm{d}y = J\mathrm{d}\zeta\mathrm{d}\eta = 2\Delta_\beta\mathrm{d}\zeta\mathrm{d}\eta$$

故，得

$$\iint_{\Delta_\beta}\Phi_i\Phi_j\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iint_{\Delta'_\beta}\zeta\eta\cdot 2\Delta_\beta\mathrm{d}\zeta\mathrm{d}\eta = 2\Delta_\beta\int_0^1\zeta\int_0^{1-\zeta}\eta\mathrm{d}\eta\mathrm{d}\zeta$$

$$= 2\Delta_\beta\int_0^1\zeta\cdot\frac{1}{2}(1-\zeta)^2\mathrm{d}\zeta = \frac{\Delta_\beta}{12} \qquad ①$$

同理，可得

$$\iint_{\Delta_\beta}\Phi_i^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \frac{\Delta_\beta}{6} \qquad ②$$

$$\iint_{\Delta_\beta}\Phi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \frac{\Delta_\beta}{3} \qquad ③$$

由上式①～③可得

$$D_{i,j} = \sum_{\beta=1}^{p}\iint_{\Delta_\beta}\mu^*\Phi_i\Phi_j\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \begin{cases} \sum_{\beta=1}^{p_e}\frac{\Delta_\beta}{12}\mu^* & i\neq j \\ \sum_{\beta=1}^{p}\frac{\Delta_\beta}{6}\mu^* & i=j \end{cases} \qquad (2.3.42)$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

计算方程式（2.3.39）的右端第一项：

$$\iint_D W\Phi_i \mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$=\sum_{\beta=1}^{p}\iint_{\Delta_\beta}\varepsilon_0\Phi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}y-\sum_{\beta=1}^{p}\iint_{\Delta_\beta}\sum_{m=1}^{\nu'}Q_m\delta(x-x_m,y-y_m)\Phi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$=\varepsilon_i-\bar{Q}_i$$

分别计算 ε_i 和 $\bar{Q}_i$：

$$\varepsilon_i=\sum_{\beta=1}^{p}\iint_{\Delta_\beta}\varepsilon_0\Phi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\sum_{\beta=1}^{p}\frac{\Delta_\beta}{3}\varepsilon_0 \tag{2.3.43}$$

这说明一个三角形单元上的均匀补给总量平均分配给三角形单元的三个顶点，每个顶点各得其总量的 1/3。

计算 $\bar{Q}_i$ 时，需要利用 δ 函数的下列性质：

$$\iint_{\Delta_\beta}f(x,y)\delta(x-x_m)\delta(y-y_m)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\begin{cases}f(x_m,y_m) & x,y\text{ 在}\Delta_\beta\text{ 上}\\ 0 & x,y\text{ 在}\Delta_\beta\text{ 外}\end{cases}$$

$$\iint_{\Delta_\alpha}f(x,y)\delta(x-x_m,y-y_m)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\frac{\alpha}{2\pi}f(x_m,y_m)$$

式中：Δ_α 表示以 x_m、y_m 为顶点、角度为 α 的扇形域。

$$\bar{Q}_i=\sum_{\beta=1}^{\ell}\iint_{\Delta_\beta}\sum_{m=1}^{\nu'}Q_m\delta(x-x_m,y-y_m)\Phi_i\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$=\left\{\begin{array}{ll}\sum_{\beta=1}^{p}\sum_{m=1}^{\nu'}Q_m\varphi_i & \text{井在 }\Delta_\beta\text{ 内部，}\nu'\text{表示 }\Delta_\beta\text{ 内的井数}\\ Q_i & \text{井在内节点 } i \text{ 上，}\nu'=1\\ \sum_{\beta=1}^{p}\frac{\sum\alpha_\beta}{2\pi}Q_i & Q_i\text{ 井在边界节点 } i \text{ 上，}\nu'=1\end{array}\right\} \tag{2.3.44}$$

其中 α_β 如图 2.3.10 所示。

结果说明：井在内节点 i 上时，则井的开采量 Q_i 全部为该节点所有，对其他节点的分配量为零；若井在三角形单元内部，则井的开采量按其面积坐标分配到三个节点上，而对其他节点的分配量为零；若

地信网论坛
BBS.3S001.COM

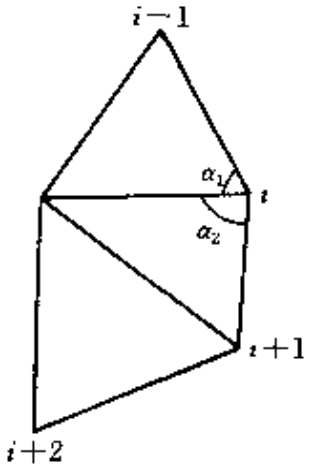

图 2.3.10 α_{ij} 示意图

井在边界节点上时，则井的开采量按其比例$\frac{\alpha_{ij}}{2\pi}$分配到该节点上，而另一部分量则不需考虑。

计算方程式（2.3.39）右端第二项：

设 $G_i=\int_{\Gamma_2} q\Phi_i \mathrm{d}\Gamma$，则边界 Γ_2（如图 2.3.10 所示）在 $i+1\sim i-1$ 时，根据基函数的特性知，上式有下列形式：

$$G_i = q\int_{i-1}^{i+1}\Phi_i \mathrm{d}\Gamma$$

根据 Φ_i 的性质可知，积分 $\int_{i-1}^{i-1}\Phi_i \mathrm{d}\Gamma$ 等价于两个垂直于 $x-y$ 平面底边分别为 $l_{i-1,i}$ 和 $l_{i,i-1}$、高等于 1 的直角三角形面积之和，如图 2.3.11 所示。

将两三角形面积之和等于 $(l_{i-1,i}+l_{i,i+1})\times\frac{1}{2}$ 代入上式，得

$$G_i=\frac{1}{2}q(l_{i-1,i}+l_{i,i+1}) \qquad (2.3.45)$$

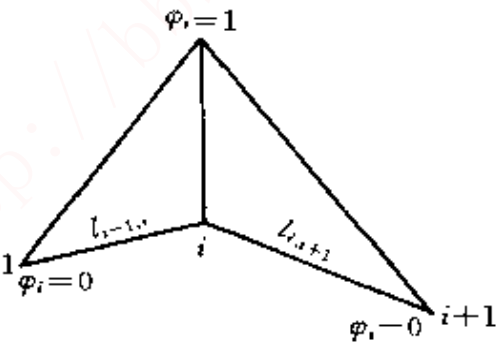

图 2.3.11 第二类边界节点示意图

结果说明：第二类边界节点 i 所得到的侧向补给量等于该节点两侧边界上所得总量的一半，即边界单元的边界上所得的侧向补给总量平均分给两侧的节点。

综上所述，将式(2.3.41)～式(2.3.45)代入方程式(2.3.39)得下列形式的常微分方程组：

$$\sum_{j=1}^{n}A_{ij}h_j+\sum_{j=1}^{n}D_{ij}h_k\frac{\mathrm{d}h_j}{\mathrm{d}t}$$

$$=\varepsilon_i-\bar{Q}_i+G_i \quad i=1,2,\cdots,m \qquad (2.3.46)$$

式中：m 为计算节点，等于内节点数与第二类边界节点数之和；n 为节点总数。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

这是 m 个方程组成的方程组，写成矩阵形式为

$$[A]_{m\times n}\{h\}_{n\times 1}+[D]_{m\times n}\left\{\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}\right\}_{n\times 1}=\{F\}_{m\times 1} \quad (2.3.47)$$

其中

$$[A]_{m\times n}=\sum_{j=1}^{n}A_{i,j}=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n}\\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn}\end{bmatrix} \quad \text{（称为导水矩阵）}$$

$$A_{i,j}=\sum_{\beta=1}^{p}(b_ib_j+c_ic_j)T\Delta_\beta$$

$$[D]_{m\times n}=\begin{bmatrix}D_{11} & D_{12} & \cdots & D_{1n}\\ D_{21} & D_{22} & \cdots & D_{2n}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ D_{m1} & D_{m2} & \cdots & D_{mn}\end{bmatrix} \quad \text{（称为储水矩阵）}$$

$$D_{i,j}=\begin{cases}\sum_{\beta=1}^{p}\frac{\Delta_\beta}{12}\mu^* & i\neq j\\ \sum_{\beta=1}^{p}\frac{\Delta_\beta}{6}\mu^* & i=j\end{cases}$$

$$\{h\}_{n\times 1}=\begin{bmatrix}h_1\\ h_2\\ \vdots\\ h_n\end{bmatrix},\left\{\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}\right\}_{n\times 1}=\begin{bmatrix}\frac{\mathrm{d}h_1}{\mathrm{d}t}\\ \frac{\mathrm{d}h_2}{\mathrm{d}t}\\ \vdots\\ \frac{\mathrm{d}h_n}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}$$

$$\{F\}_{m\times 1}=\begin{bmatrix}+\varepsilon_1-\bar{Q}_1+G_1\\ +\varepsilon_2-\bar{Q}_2+G_2\\ \vdots\\ +\varepsilon_m-Q_m+G_m\end{bmatrix} \quad \text{（称为水量矩阵）}$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

值得说明的是，每一个节点方程中的 F 项可以包括其中一项、或两项、或三项，根据具体情况而定。

$$\varepsilon_i = \sum_{\beta=1}^{p} \frac{\varepsilon_0}{3}\Delta_\beta$$

$$Q_i = \begin{cases} Q_i & \text{井在内节点 } i \text{ 上} \\ \sum_{\beta=1}^{p'}\sum_{m=1}^{\nu'} Q_m\varphi_i & \text{井在三角形内部} \\ \sum_{\beta=1}^{p'} \frac{\alpha_\beta}{2\pi}Q_i & \text{井在外节点 } i \text{ 上} \end{cases}$$

$$G_i = \frac{1}{2}q(l_{i-1,i} + l_{i,i+1})$$

式中：p' 为与 i 节点有关联的三角形单元个数；$l_{i-1,i}$，$l_{i,i+1}$ 分别是边界节点 i 两侧到另外两边界节点间的距离，如图 2.3.11 所示。

经过上述计算，最后就把数学模拟模型式（2.3.30）～式（2.3.33）离散成了常微分方程组的初值问题，即

$$\begin{cases} [A]_{n\times n}\{h\}_{n\times 1} + [D]_{n\times n}\left\{\dfrac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}\right\}_{n\times 1} = \{F\}_{n\times 1} \\ h_{t=0} = h_0 \end{cases} \tag{2.3.48}$$

3. 将常微分方程组化为线性代数方程组——有限单元方程

将式(2.3.48)化为线性代数方程组常用的方法主要有有限差分法和梯形法，下面分别介绍这两种方法（为书写方便，在写矩阵时略去行列的下标）。

（1）有限差分法。根据使用的差分格式不同，有限差分法又可分为几种形式，这里主要介绍中心差分法和隐式差分法。

将式（2.3.48）取中心差分后，变为下列形式：

$$[A]\{h^{k+\frac{1}{2}}\} + [D]\frac{\{h^{k+1} - h^k\}}{\Delta t} = \{F\} \tag{2.3.49}$$

利用线性插值关系：

$$h^{k+1} - h^{k+\frac{1}{2}} = h^{k+\frac{1}{2}} - h^k$$

有

$$h^{k+1} = 2h^{k+\frac{1}{2}} - h^k \tag{2.3.50}$$

将式（2.3.50）代入式（2.3.49），得

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$\left([A]+\frac{2[D]}{\Delta t}\right)\{h^{k+\frac{1}{2}}\}=\{F\}+\frac{2[D]}{\Delta t}\{h^k\} \quad (2.3.51)$$

式中：h^k 为 k 时段的初刻水头，利用式（2.3.51）可以计算出 k 与 $k+1$ 时段的中间时刻 $k+\frac{1}{2}$ 的水头 $h^{k+\frac{1}{2}}$，然后再利用式（2.3.50）计算出 k 时段的末刻水头 h^{k+1}，这样重复下去，便能求出任意指定时刻的水头。

将式（2.3.51）写成简单形式为：

$$[B]_{m\times n}\{h\}_{n\times 1}=[C]_{m\times 1} \quad (2.3.52)$$

式中：$[B]_{m\times n}=[A]_{m\times n}+\frac{2}{\Delta t}[D]_{m\times n}$；$[C]_{m\times 1}=\{F\}_{m\times 1}+\frac{2}{\Delta t}[D]_{m\times n}\{h^k\}_{n\times 1}$

需要注意的一点就是由式（2.3.52）计算出的 h 是时段中间时刻的水头值，还需利用式（2.3.50）才能计算出 k 时段的末刻水头值。

若对式(2.3.48)取隐式差分，则有

$$[A]\{h^{k-1}\}+[D]\frac{\{h^{k+1}\}-\{h^k\}}{\Delta t}=\{F\}$$

整理后，得

$$([A]\Delta t+[D])\{h\}=\{F\}\Delta t+[D]\{h^k\} \quad (2.3.53)$$

（2）梯形法。同样将计算时段分成若干个小时段 Δt，如 $t_1\sim t_2, t_2\sim t_3, \cdots, t_{n-1}\sim t_n$ 等间隔，在每一间隔内把水头看成是线性变化。将式(2.3.48)两边对时间 t 从 $t_k\sim t_{k+1}$ 积分，得

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}}[A]\{h\}\mathrm{d}t+\int_{t_k}^{t_{k+1}}[D]\left\{\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}\right\}\mathrm{d}t=\int_{t_k}^{t_{k+1}}[F]\mathrm{d}t \quad (2.3.54)$$

在计算第一项积分时，采用梯形公式，如图 2.3.12 所示，即

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}}[A]\{h\}\mathrm{d}t=[A]\frac{\Delta t}{2}(\{h^{k-1}\}+\{h^k\})$$

式中：$h^{k+1}=h(t_{k-1})$；$\int_{t_k}^{t_{k+1}}[D]\left\{\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}\right\}\mathrm{d}t=[D](h^{k+1}-h^k)$；$\int_{t_k}^{t_{k+1}}\{F\}\mathrm{d}t=\{F\}\Delta t$。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

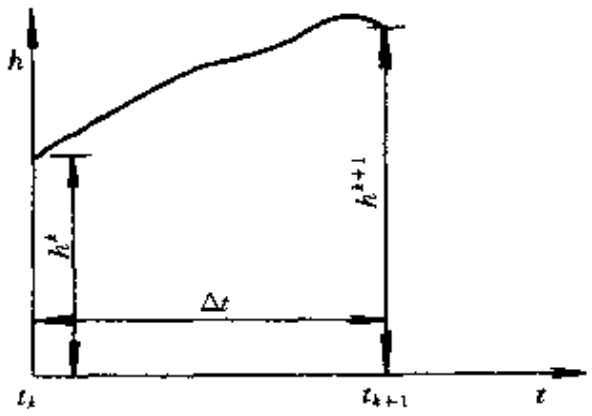

图 2.3.12 梯形公式的几何图像

将上述三项代入方程式(2.3.54)中整理后，得

$$\left(\frac{[A]}{2}+\frac{[D]}{\Delta t}\right)\{h^{k+1}\}=\{F\}-\left(\frac{[A]}{2}-\frac{[D]}{\Delta t}\right)\{h^k\} \tag{2.3.55}_1$$

写成简单形式为

$$[B]_{m\times n}\{h\}_{n\times 1}=[C]_{m\times 1} \tag{2.3.55}_2$$

式(2.3.55)就是用梯形法将常微分方程组初值问题离散成的线性代数方程组，即有限单元方程。综上所述，可看出应用有限单元法计算时，也需将计算时间分成若干个小时段，一步一步地向前推进，每计算一个时段就要解式(2.3.55)方程组一次，这样重复计算下去，直至指定的计算时刻为止。

从上述推导中可以看出，$\{F\}$ 项被当成常数项，可实际上它是时间的函数，也就是说补给量、开采量往往是变的。但在公式中处理的方法是在 Δt 时段内把它看成是常数，可以取这一时段的平均值，或是这一时段某一刻的值，当再计算其他时段时，则按它的具体变化情况，用上述同样的方法处理之。

对于有限单元法的解同样也存在着它的收敛性和稳定性问题。因为在推导过程中，用线性插值的水头代替真实的水头，用差分代替了导数，因此就容易产生误差。总的来看，有限单元解的收敛与稳定条件与前面在交替方向隐式差分法中讨论的隐式条件差不多。在实际计算时，只要注意按原则剖分是可以减少误差的。

式(2.3.52)、式(2.3.53)、式(2.3.55)就是最终所要求的线性代数方程组，即有限单元方程。这是由 m 个方程组成的方程组，特别是当剖分节点较多时，则是一个大型的方程组。其中

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$[B]$ 是一个 m 行 n 列的系数矩阵，当计算区的边界全为第二类边界条件时，则 $m=n$，即成为 n 行 n 列的系数矩阵，也就是说是 n 个方程的 n 个未知数的系数矩阵。即变为下列形式：

$$[B]_{m\times n}\{h\}_{n\times 1}=[C]_{m\times 1} \qquad (2.3.56)_1$$

如果计算区的边界的某一部分或全部是第一类边界条件，则 $m<n$，$\{h\}_{n\times 1}$ 中有 m 行是未知量，而 $(n-m)$ 行是已知量，如下列矩阵所示：

$$\begin{bmatrix} B_{11} & \cdots & B_{1m} & B_{1,m+1} & \cdots & B_{1,n} \\ B_{21} & \cdots & B_{2m} & B_{2,m+1} & \cdots & B_{2,n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_{m1} & \cdots & B_{mm} & B_{m,m+1} & \cdots & B_{m,n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_m \\ h_{m+1} \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ C_m \end{bmatrix}$$

$$(2.3.56)_2$$

因为第一类边界条件已知，所以在具体计算时，应将其分离出来，拿到方程的右端去，即变为

$$[B]_{m\times m}\{h\}_{m\times 1}=[C]_{m\times 1}-[B]_{m\times(n-m)}\{h\}_{(n-m)\times 1} \qquad (2.3.57)$$

总之，在计算时，应根据具体条件来决定系数矩阵 $[B]$ 在方程式（2.3.56）中的各项。

4. 有限单元方程的解法

对于承压含水层中所形成的有限单元方程可用高斯消元法和 LU 矩阵分解法来求解，而对于潜水含水层中所形成的有限单元方程也可采用迭代法求解。下面仅介绍高斯消元法。

以下列方程组为例，说明高斯消元法的基本步骤：

$$\begin{cases} B_{11}h_1+B_{12}h_2+B_{13}h_3=C_1 & ① \\ B_{21}h_1+B_{22}h_2+B_{23}h_3=C_2 & ② \\ B_{31}h_1+B_{32}h_2+B_{33}h_3=C_3 & ③ \end{cases}$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

将①÷ B_{11} 作为新方程组中的第①′ 个方程，然后分别将①′ × B_{21} −②，①′ × B_{31} −③依次作为第②′、③′ 个方程，即

$$\begin{cases} h_1 + B_{12}^{(1)}h_2 + B_{13}^{(1)}h_3 = C_1^{(1)} & ①' \\ B_{22}^{(1)}h_2 + B_{23}^{(1)}h_3 = C_2^{(1)} & ②' \\ B_{32}^{(1)}h_2 + B_{33}^{(1)}h_3 = C_3^{(1)} & ③' \end{cases}$$

然后，将②′ ÷ $B_{22}^{(1)}$ 作为新的方程组中第②″个方程，再将②″× $B_{32}^{(1)}$ −③′作为第③″个方程，即

$$\begin{cases} h_1 + B_{12}^{(1)}h_2 + B_{13}^{(1)}h_3 = C_1^{(1)} & ①' \\ h_2 + B_{23}^{(2)}h_3 = C_2^{(2)} & ②'' \\ B_{33}^{(2)}h_3 = C_3^{(2)} & ③'' \end{cases}$$

最后将③″÷ $B_{33}^{(2)}$ 作为第③‴个方程，即

$$\begin{cases} h_1 + B_{12}^{(1)}h_2 + B_{13}^{(1)}h_3 = C_1^{(1)} & ①' \\ h_2 + B_{23}^{(2)}h_3 = C_2^{(2)} & ②'' \\ h_3 = C_3^{(3)} & ③''' \end{cases}$$

这一过程实际上是将对角线上元素的系数变为 1，从上述方程组可以看出，由最后一个方程即可求出最后一个未知数。这一过程称为消元过程。通常将方程右端的常数项 C_i 写成 $B_{i,m+1}$，于是就可写出消元过程的通式为

$$B_{k,j}^{(k)} = B_{k,j}^{(k-1)} / B_{k,k}^{(k-1)}, B_{i,j}^{(k)} = B_{i,j}^{(k-1)} - B_{i,k}^{(k-1)}B_{k,j}^{(k)}$$

其中：$j = k+1, k+2, \cdots, m+1$；$i = k+1, k+2, \cdots, m$；$m$ 为未知数的个数；k 为消元次数 。

所以，通过消元得到的方程组中最后一个方程就可以求出最后一个未知数，然后依次由下往上代入方程，即可求出所有未知数，这一过程称为回代过程。回代过程的通式为

$$h_k = C_k^{(k)} - \sum_{j=k+1}^{m} B_{k,j}^{(k)}h, \quad k = m, m-1, \cdots, 1$$

2.4 水均衡法

前面两节 2.2 和 2.3 所介绍的数学模拟模型法——解析法

地信网论坛
BBS.3S001.COM

和数值法是基于质量守衡定律和能量守恒定律，而本节讨论的均衡法是以质量守衡定律为理论基础，没有考虑地下水的动力特性。从理论上讲，均衡法的计算精度没有数学模拟模型法（解析法和数值法）的精度高，但其原理比较简单、方法较易于掌握，因此在实际工作中其应用比较普遍和广泛。

2.4.1 枯季地下水均衡方程

利用水均衡法，根据当年汛期末的地下水位埋深和汛期降雨量，以及当年汛期末至来年汛期前的地下水补给量、排泄量等预测值，则实时预测枯季地下水可开采量（或称地下水可供水量）的均衡方程式可写为

$$G_{kg} = (H_0 - H_m)\mu F + W_{cb} + W_{jy} + W_{qg} + W_{jg} + W_{hl} - W_{zf} - W_{cp} \tag{2.4.1}$$

式中：G_{kg}为枯季（当年汛期末至来年汛期前）地下水可供水量（可开采量）；H_0为当年汛期末的地下水位埋深；H_m为来年汛期前的地下水位允许埋深值或水位控制埋深值；μ为开采层变幅带的给水度；F为计算区面积；W_{cb}为枯季地下水侧向补给量；W_{jy}为降雨的枯季入渗补给量；W_{qg}为枯季渠灌入渗补给量；W_{jg}为枯季井灌回归补给量；W_{hl}为枯季河流入渗补给量；W_{zf}为枯季潜水蒸发量；W_{cp}为枯季地下水侧向排泄量。

地下水位允许埋深值的确定比较复杂，一般应综合考虑开采井扬程、含水层厚度、生态环境要求和历史年份实际发生的最大水位埋深值等因素来确定；枯季的地下水补给量主要包括当年汛期降雨入渗滞后补给量、山前侧向补给量、地表水体渗漏补给量、灌溉入渗补给量等。

2.4.2 各均衡要素的确定

1. 降雨的枯季入渗补给量（W_{jy}）

降雨枯季入渗补给量是指当地汛期降雨渗入土壤后，由于地下水埋深较深在枯季滞后补给地下水的水量。这里采用降雨入渗

地信网论坛
BBS.3S001.COM

补给系数法计算：

$$W_{jy}=\sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{m_j}K_{ajl}P_{jl}\sum_{i\in M_{jl}}\alpha_{jli}F_{jli} \qquad (2.4.2)$$

式中：P_{jl} 为第 j 预测单元第 l 计算区的汛期降雨量；α_{jli} 为第 j 预测单元第 l 计算区第 i 参数分区的降雨入渗补给系数；F_{jli} 为第 j 预测单元第 l 计算区第 i 参数分区的面积；K_{ajl} 为第 j 预测单元第 l 计算区降雨的枯季入渗补给折算系数；m_j 为第 j 预测单元的计算区总数目；m 为预测单元的总数目；M_{jl} 为第 j 预测单元第 l 计算区内的参数分区集 。

2. 枯季地下水侧向补给量（W_{cb}）

枯季地下水侧向补给量泛指枯季的山丘区和预测单元以外区域地下水侧向径流对预测区地下水的补给量。根据达西定律，可写出其具体计算表达式：

$$W_{cb}=\left(\sum_{j=1}^{m_l}K_jI_jH_jL_j\right)n_v \qquad (2.4.3)$$

式中：K_j 为第 j 段计算剖面的含水层渗透系数；I_j 为第 j 段计算剖面的水力坡度；H_j 为第 j 段计算剖面的含水层厚度；L_j 为第 j 段计算剖面的长度；m_l 为计算剖面的总段数；n_v 为枯季的总天数 。

3. 枯季渠灌入渗补给量（W_{qR}）

枯季渠灌入渗补给量系指枯季的渠系渗漏补给量和渠灌田间入渗补给量的总和。其计算表达式为

$$W_{qR}=\sum_{j=1}^{m_q}\sum_{i\in m_{qj}}\beta_{jiq}W_{jiG} \qquad (2.4.4)$$

式中：β_{jiq} 为第 j 渠灌区第 i 参数分区的入渗补给系数；W_{jiG} 为第 j 渠灌区第 i 参数分区的枯季引水量；m_q 为渠灌区的总数目；m_{qj} 为第 j 渠灌区的参数分区集 。

4. 枯季井灌回归补给量（W_{jg}）

枯季井灌回归补给量是指枯季的井灌区田间灌溉水下渗对地下水的补给量。其计算表达式为

$$W_{jg}=\sum_{i=1}^{m_g}\sum_{j\in m_{gi}}\beta_{jig}Q_{ji} \qquad (2.4.5)$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

式中：β_{ijk} 为第 i 井灌区第 j 参数分区的井灌回归系数；Q_{ji} 为第 i 井灌区第 j 参数分区的地下水开采量；m_{ki} 为第 i 井灌区的参数分区集；m_k 为井灌区的总数 。

5. 枯季河流入渗补给量（W_{hl}）

枯季河流入渗补给量是指枯季河流入渗补给地下水的水量。目前其分析计算方法比较多，可根据实际条件，选择水文分析方法或地下水动力学方法等。水文分析方法的计算公式为

$$W_{hl}=\sum_{j=1}^{n_h}(Q_{上j}-Q_{下j}\pm Q_{区j})(1-\lambda_j)L_j/l_j \qquad (2.4.6)$$

式中：$Q_{上j}$、$Q_{下j}$ 为第 j 河流的上、下游水文站实测枯季径流量；$Q_{区j}$ 为第 j 河流的区间流入（+）或引出（−）水量；l_j 为第 j 河流的两测站断面区间河段长度；L_j 为第 j 河流的计算河段长度；λ_j 为第 j 河流的蒸发损失系数（系第 j 河流两测站间河段的水面蒸发、浸润带蒸发量之和与河道总损失量的比值）；n_h 为河流的总数目 。

6. 枯季潜水蒸发量（W_{zf}）

枯季潜水蒸发量系潜水在枯季的蒸发损失量，其计算公式为

$$W_{zf}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_{ci}}K_{cj}\cdot C_j\cdot PC\cdot DE(j) \qquad (2.4.7)$$

式中：C_j 为第 j 参数分区的潜水蒸发系数；K_{cj} 为第 j 参数分区枯季潜水蒸发折算系数；PC 为蒸发器折减系数；$DE(j)$ 为第 j 参数分区的预测面积；n_{ci} 为第 i 预测单元参数分区的总数目。

7. 枯季地下水侧向排泄量（W_{cp}）

枯季地下水侧向排泄量是指枯季预测区的地下水侧向径流排泄量。根据达西定律，可写出其具体计算表达式，如式（2.4.3）形式。

8. 枯季开采层蓄变量

枯季开采层蓄变量是指枯季初的地下水位与枯季末的允许地下水位之间的差异所造成开采层的储水或释水的水量。其计算公式为

$$(H_0-H_m)\mu F=\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_{ci}}(H_{j0}-H_{jm})\mu_i F_{ji} \qquad (2.4.8)$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

第三章　枯季需水量实时预测

由于枯季需水量与其他水文、气象要素一样，受到众多的确定性和非确定性因素的影响，因此亦具有一定的确定性、随机性、模糊性和发展性等特点。目前，需水量的预测方法很多[24,55~62]，本章主要介绍：①时间序列预测模型。②随机预测方法。③灰色预测方法。

3.1　时间序列预测模型

3.1.1　线性预测模型

根据枯季用水量序列资料特点，建立时间序列变化趋势呈线性时的预测模型[24]，其表达式为

$$\hat{Y}_T = A + BT \tag{3.1.1}$$

式中：$\hat{Y}_T$ 为需水量在时序 T 时的预测值；A、B 分别为待定系数。

欲使预测模型与历史枯季用水量序列拟合得最好，必须满足：

$$\sum_{i=1}^{N}(Y_i - \hat{Y}_i)^2 \rightarrow \min \tag{3.1.2}$$

根据微分求极值的法则，有

$$\frac{\partial}{\partial A}\left[\sum_{i=1}^{N}(Y_i - \hat{Y}_i)\right] = 0 \tag{3.1.3}$$

$$\frac{\partial}{\partial B}\left[\sum_{i=1}^{N}(Y_i - \hat{Y}_i)\right] = 0 \tag{3.1.4}$$

求解式（3.1.3）、式（3.1.4），得

$$A = \bar{Y} - B\bar{T} \tag{3.1.5}$$

$$B = \left(\sum_{i=1}^{N}Y_iT_i - \bar{T}\sum_{i=1}^{N}Y_i\right) \Big/ \left(\sum_{i=1}^{N}T_i^2 - \bar{T}\sum_{i=1}^{N}T_i\right) \tag{3.1.6}$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

式中：$\bar{Y}$ 为枯季用水量序列的均值；$\bar{T}$ 为时序编号 T_i 的均值。

将所求 A、B 值回代入式(3.1.1)，就可进行枯季需水量预测。

3.1.2 曲线预测模型

如果枯季用水量序列（样本）随时序变化的趋势不近似于直线，而呈曲线波动时，则需要建立相应的曲线预测模型。这里仅介绍指数曲线和二次曲线两种预测模型[24]。

1. 指数曲线预测模型

指数曲线预测模型的一般表达式为

$$Y_T = AB^T \tag{3.1.7}$$

式中：A、B 为待定系数，A 为 $T=0$ 时的趋势值，B 为枯季用水量的平均发展速度。

将式（3.1.7）两边取对数，则有

$$\lg Y_T = \lg A + T\lg B \tag{3.1.8}$$

与 3.1.1 同样道理，可得

$$\lg A = \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}\lg Y_i - \lg B\sum_{i=1}^{N}T_i\right) \tag{3.1.9}$$

$$\lg B = \left(\sum_{i=1}^{N}T_i\lg Y_i - \bar{T}\sum_{i=1}^{N}\lg Y_i\right)\Big/\left(\sum_{i=1}^{N}T_i^2 - \bar{T}\sum_{i=1}^{N}T_i\right) \tag{3.1.10}$$

通过反求对数将 A、B 值求出，并代入式（3.1.7），即可进行枯季需水量的预测。

2. 二次曲线预测模型

二次曲线预测模型的一般表达式为

$$Y_T = A + BT + CT^2 \tag{3.1.11}$$

式中：A、B、C 为待定系数。

利用最小二乘法，即可得系数 A、B、C，将其代入式(3.1.11)，就可进行枯季需水量预测。

3.1.3 指数平滑预测模型

指数平滑预测模型系指对样本序列进行加权处理后再建立的

地信网论坛
BBS.3S001.COM

模型[24]。经过处理的数据，叫“平滑值”，它是某一数据与加权系数 α 的乘积减去下一个时序的数据与 $(1-\alpha)$ 乘积的和数。一般地讲，近期数据往往精度较高，对预测未来的枯季需水量的参考意义较大，故给予较高的重视，通过“加权”使其在模型的预测中起更大的作用。

设枯季用水量的时间序列数量无穷，即

$$Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \cdots, Y_{t-\infty}$$

则其加权平均为

$$\alpha_0 Y_t + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \cdots$$

且 $\alpha_i (i = 1, 2, \cdots, \infty)$ 为非负值，其总和为 1。

令 $\alpha_0 = \alpha, \alpha_i = \alpha(1-\alpha)^i (i = 1, 2, \cdots)$，则

$$\sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i = \alpha + \alpha(1-\alpha) + \alpha(1-\alpha)^2 + \cdots = \alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = 1$$

现用 α_i 作为权重，对时间序列加权平均，并将此加权平均值记为 $S_t^{(1)}$，则

$$\begin{aligned} S_t^{(1)} &= \alpha Y_t + \alpha(1-\alpha) Y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 Y_{t-2} + \cdots \\ &= \alpha Y_t + (1-\alpha)[\alpha Y_{t-1} + \alpha(1-\alpha) Y_{t-2} + \cdots] \\ &= \alpha Y_t + (1-\alpha) S_{t-1}^{(1)} \end{aligned}$$

即

$$S_t^{(1)} = \alpha Y_t + (1-\alpha) S_{t-1}^{(1)} \tag{3.1.12}$$

或

$$S_t^{(1)} = S_{t-1}^{(1)} + \alpha(Y_t - S_{t-1}^{(1)}) \tag{3.1.13}$$

$S_t^{(1)}$ 叫 t 时段一次指数平滑值，亦即 $t+1$ 时段的预测值。同理，可列出二、三次指数平滑值，其公式为

$$S_t^{(2)} = \alpha Y_t + (1-\alpha) S_{t-1}^{(2)} \tag{3.1.14}$$

$$S_t^{(3)} = \alpha Y_t + (1-\alpha) S_{t-1}^{(3)} \tag{3.1.15}$$

当时间序列的枯季用水量近似为线性时，其预测模型为

$$Y_{t+T} = a_t + \beta_t T \tag{3.1.16}$$

其中

$$a_t = 2S_t^{(1)} - S_t^{(2)} \tag{3.1.17}$$

$$\beta_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t^{(1)} - S_t^{(2)}) \tag{3.1.18}$$

当枯季用水量的时序变化呈二次曲线时，二次曲线平滑预测

地信网论坛
BBS.3S001.COM

模型为

$$Y_{t+T}=\alpha_t+\beta_t T+\gamma_t T^2 \tag{3.1.19}$$

其中

$$\alpha_t=3S_t^{(1)}-3S_t^{(3)} \tag{3.1.20}$$

$$\beta_t=\frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2}[(6-5\alpha)S_t^{(1)}-2(5-4\alpha)S_t^{(2)}+(4-3\alpha)S_t^{(3)}] \tag{3.1.21}$$

$$\gamma_t=\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2}(S_t^{(1)}-2S_t^{(2)}+S_t^{(3)}) \tag{3.1.22}$$

权系数 α 取值大小直接影响预测结果，可参考以下取值原则。

（1）当枯季用水量的时间序列变动较为显著（如改革开放以来，经济发展迅速，用水量增加较快）时，宜取较大的 α 值（α=0.3～0.5），以使近期数据在指数平滑值中发挥较大作用。

（2）当时间序列的长期趋势比较稳定时，宜取小的 α 值（α=0.05～0.2），使各个统计值在指数平滑值中具有大小相近的权数。

（3）当时间序列值有较缓变化时，α 可取值 0.1～0.4。

3.2 随机预测方法

需水预测可划分为自然发展的预测和计划发展的预测，虽然都属于需水量预测，但它们之间有一些重要差别。所以，应将需水量的自然发展预测和计划发展预测区别考虑[58]。

首先根据枯季用水量的序列资料，利用随机模拟技术建立枯季需水量自然发展的预测模型，这里假定为一阶自回归随机模型 AR（1）：

$$Q_1(\bar{n})=\bar{Q}_1+\sigma\zeta(\bar{n}) \qquad \bar{n}=1,2,\cdots,N \tag{3.2.1}$$

而

$$\zeta(\bar{n})=\Phi_{1,0}+\Phi_{1,1}\zeta(\bar{n}-1)+\sigma_\eta\eta(\bar{n}) \tag{3.2.2}$$

式中：Q_1 为枯季用水量序列的均值；σ 为枯季用水量序列的标准差；$\Phi_{1,0}$、$\Phi_{1,1}$ 为回归系数；σ_η 为正态分布$[0,\sigma_\eta]$随机数列的标准差；$\eta(\bar{n})$ 为标准正态分布$[N(0,1)]$的随机数列；$\bar{n}$ 为预测时段；N

地信网论坛
BBS.3S001.COM

为预测期限。

然后根据社会经济发展与生态环境保护等规划，推算出需水量计划发展的预测值 $Q_2(\bar{n})(n=1,2,\cdots,N)$。最后将枯季需水量自然发展预测值 $Q_1(\bar{n})$ 和计划发展预测值 $Q_2(\bar{n})$ 相加，即得预测期限内枯季需水量：

$$Q(\bar{n}) = Q_1(n) + Q_2(n) \qquad n=1,2,\cdots,N \tag{3.2.3}$$

当然，随机模型还可以是其他形式的模型，如二阶自回归随机模型 AR（2）和自相关—滑动平均模型 ARMA（p，q）等。这些模型，已在第一章作了较详细的介绍，此处不再论述。

3.3 灰色预测方法

目前，虽然灰色预测方法很多，但大多应用都不很成熟，还有一些理论问题没有得到很好解决。这里主要介绍两种预测模型：灰色枯季需水量关联分析模型和灰色枯季需水量动态预测模型[24,55~61]。

3.3.1 灰色枯季需水量关联分析模型

设 $X_0=\{x_0(1),x_0(2),\cdots,x_0(m)\}$ 和 $X_i=\{x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(m)\}(i=1,2,\cdots,M)$ 分别为枯季需水量序列和与其可能相关因素的序列。

按关联度定义：

$$r_i = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\zeta_i(k) \tag{3.3.1}$$

而 $$\zeta_i(k) = \left[\min_i \min_k |X_0(k)-X_i(k)| + 0.5 \max_i \max_k |X_0(k)-X_i(k)|\right] \Big/ \left[|X_0(k)-X_i(k)| + 0.5 \max_i \max_k |X_0(k)-X_i(k)|\right] \tag{3.3.2}$$

计算 X_0 与 X_i 的关联度 $r_i(i=1,2,\cdots,M)$，由关联度的大小，确定枯季需水量预测中的解释变量。例如，就枯季需水量而言，X_0

地信网论坛
BBS.3S001.COM

是枯季需水量，$X_i(i=1,2,\cdots,M)$ 是影响工业需水量的可能因素，如产值、劳动、投资、时间等。若由式(3.3.1)知产值与枯季需水量的关联度最大，则将产值作为枯季需水量预测中的解释变量，以此建立GM(1,2)枯季需水量预测模型。

3.3.2 灰色枯季需水量动态预测模型

GM（1，N）枯季需水量动态预测模型的方程为

$$\frac{\mathrm{d}x_1^{(1)}}{\mathrm{d}t}+ax_1^{(1)}=b_1x_2^{(1)}+b_2x_3^{(1)}+\cdots+b_{n-1}x_n^{(1)} \quad (3.3.3)$$

式中：x_1 为需水量；$x_2,x_3,\cdots,x_n$ 为影响需水量的因素，这些因素由灰色关联分析确定。

式（3.3.3）的参数估计由下式给出：

$$a=(B^TB)^{-1}B^TY_N \quad (3.3.4)$$

其中 $a=(a,b_1,b_2,\cdots,b_{n-1})^T$；$Y_N=[x_1^{(0)}(2),x_1^{(0)}(3),\cdots,x_1^{(0)}(n)]^T$

$$B=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}[x_1^{(1)}(1)+x_1^{(1)}(2)] & x_2^{(1)}(2)\cdots & x_N^{(1)}(n)\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ -\frac{1}{2}[x_1^{(1)}(n-1)+x_1^{(1)}(n)] & x_2^{(1)}(n)\cdots & x_N^{(1)}(n)\end{bmatrix}$$

若枯季需水量与时间的关联度最大，则GM（1，N）模型变成GM（1，1）模型。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

第四章　枯季水资源供需前景分析

枯季缺水与否，是一个相对的概念，具有一定的模糊性。为此，我们从两个方面来分析和讨论枯季缺水程度问题：①利用研究区的水量供需平衡方程来估算枯季缺水量。②利用模糊划分理论与模型[18]，确定枯季缺水的等级标准，并识别未来的枯季是属于哪一缺水等级。通过枯季缺水程度的分析，对枯季水资源的供需前景与丰枯形势进行定量分析和评价，为各生产部门或决策部门制定下一年度生产计划提供科学的依据，即实现科学指导生产的最终目的。

4.1　水量供需平衡法

假设：①水库控制区的枯季入库流量和汛末蓄水量扣除蒸发、渗漏损失外，均可被利用。②水库非控制区枯季河川径流量 Q_i，若在 T_1 时间里大于提水或引水工程的最大提水或引水流量 q_m，则认为在 T_1 时间里以流量 q_m 获取水量；若在 T_2 时间里小于提水或引水工程的最大提水或引水流量，则认为在 T_2 时间里以径流量 Q_i 获取水量。即在水库非控制区，认为以流量 $q_i=\min\limits_{i\in T_1\cup T_2}\{Q_i,q_m\}$ 获取水量。③认为枯季降水量很小，可以忽略不计。

根据以上假设，可建立枯季水量供需平衡方程：

$$\begin{aligned}&\sum_{j=1}^{m}(V_j-V_0(j))+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{m}Q_{ji}\Delta t_i+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{p}q(j,i)\Delta t_i\\&+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j\in M}Q(j,i)\Delta t_i-\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{m}(ZF_{ji}+SL_{ji})\\&=Y+\Delta W\end{aligned}\tag{4.1.1}$$

式中：V_j 为第 j 水库汛末蓄水量；$V_0(j)$ 为第 j 水库枯季末蓄水库容（对于非多年调节的水库，枯季末蓄水库容一般选择为死库容；

地信网论坛
BBS.3S001.COM

而对于多年调节的水库，枯季末蓄水库容一般应根据水库的多年运行调度情况来确定）；Q_{ji} 为第 j 水库在第 i 时段内的入库流量；$q(j,i)$ 为第 j 提水或引水工程在第 i 时段内的提水或引水流量；$Q(j,i)$ 为第 j 抽水井（组）在第 i 时段内的抽水流量；ZF_{ji}、SL_{ji} 为第 j 水库在第 i 时段内的蒸发量和渗漏量；Y 为枯季总需水量；ΔW 为水量供需平衡差，当 $\Delta W > 0$ 时，说明供水量大于需水量，否则说明供水量小于需水量；m 为水库总数；N 为枯季计算时段总数；Δt_i 为第 i 时段的时段长；p 为提水或引水工程总数；M 为抽水井（组）集。

利用式(4.1.1)就可计算出枯季的水量供需平衡差 ΔW，根据 ΔW 的大小和正负，就可评价研究区是否缺水，缺多少水或余多少水，有关政府管理部门或生产部门即可据此科学地制定未来枯季的供用水计划并合理地安排生产。

4.2 模糊划分理论与模型

设 V 为研究区水库的汛末总蓄水量，Q 为研究区水库枯季入库总水量，q 为研究区提水和引水工程的总提水、引水量，Q_d 为地下水的枯季总可开采量，ZS 为研究区水库的枯季蒸发、渗漏总损失量，则

$$V = \sum_{j=1}^{m} V_j, \quad Q = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{m} Q_{ji}\Delta t_i, \quad q = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{p} q_{ji}\Delta t_i$$

$$Q_d = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j\in M} Q(j,i)\Delta t_i, \quad ZS = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{m}(ZF_{ji} + SL_{ji})$$

已知应用广泛的模糊 ISODAT（Iterative Self—Organizing Data）分类的贝狄克（Bezdek）迭代公式为[62]

$$S_{ih} = \sum_{j=1}^{n} u_{hj}^{\beta} r_{ij} \Big/ \sum_{j=1}^{n} u_{hj}^{\beta} \tag{4.2.1}$$

$$u_{hj} = \left\{\sum_{k=1}^{c}\left[\sum_{i=1}^{m}(r_{ij} - S_{ih})^2 \Big/ \sum_{i=1}^{m}(r_{ij} - S_{ik})^2\right]^{\frac{1}{\beta-1}}\right\}^{-1} \tag{4.2.2}$$

式中：u_{hj} 为第 j 样本从属于第 h 类的隶属度；r_{ij} 为第 j 样本第 i 指标特征值；S_{ih} 为模糊分类中心 h 第 i 指标的特征值；c 为将 n 个样本

地信网论坛
BBS.3S001.COM

划分成的分类总数；β 为参数，$1 < \beta < \infty$ 。

这里，V、Q、q、Q_d 和 ZS、Y 依次用 r_j 表示。假设有 n 个待划分的样本（n 个枯季 V、Q、q、Q_d、ZS、Y 数据），则第 j 个样本的 m 个（这里 $m = 6$）指标特征值可表示为：

$$r_j = (r_{1j}, r_{2j}, \cdots, r_{6j})^T = (V^j, Q^j, q^j, Q_d^j, ZS^j, Y^j)^T \tag{4.2.3}$$

这里将 n 个样本划分为 3 类：枯水、平水和丰水三个等级，即 $c=3$。这样，利用式（4.2.1）和式（4.2.2）就可以求出每一分类的最优模糊分类中心矩阵[118]：

$$S^* = (S_{ih}^*)_{m\times c} = (S_{ih}^*)_{6\times 3}$$

和最优模糊划分矩阵：

$$U^* = (u_{hj}^*)_{3\times n} = (u_{hj}^*)_{3\times n}$$

根据所求得的 U^*，即可判断出未来的枯季水资源是属于枯水等级、平水等级还是丰水等级。生产部门或决策部门就可以根据未来枯季水资源的丰枯等级安排下一年度的生产。

利用式（4.2.1）和式（4.2.2）的优点在于：①能真正反映枯季缺水与否的相对性和模糊性。②在样本的特征值（汛末总蓄水量，入库总水量，总提水、引水量，地下水总可开采量，总损失量和总需水量）中有一项或几项因故很难或不能预测出具体数值（如枯季需水量暂不能预测出）时，利用式（4.2.1）和式（4.2.2）仍可确定出枯季水资源的丰枯等级，预测出枯季缺水程度；但利用水量供需平衡方程式（4.1.1）却不能。这一点也正是模糊划分理论与模型的最突出的优点之一。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

第二部分

实 践 篇

http://www.3s001.com/bbs

地信网论坛
BBS.3S001.COM

顶级地质论坛：http://bbs.3s001.com/

地信网论坛
BBS.3S001.COM

第五章　试点区概况

枯季水资源实时预测的试点区选择河北省保定市所辖区域。保定市所辖区总面积2.21万km^2，其中山丘区面积1.10万km^2，占总面积的49.7%，平原区面积1.11万km^2，占总面积的50.3%；地形、地貌和水文、气象与水文地质等自然条件比较典型，其水利工程类型比较齐全，既有大、中、小型水库和湖泊(白洋淀)，又有渠灌区和井灌区；既有工业、农业和生活需用水问题，又有生态环境需用水问题，存在着社会经济发展与生态环境保护之间的争水问题，尤其是枯季水资源供需矛盾比较突出，已严重地制约了当地社会经济的健康、快速发展❶。

5.1　自然地理概况

保定市位于河北省中部，东接廊坊市和沧州市，西临山西省，南靠衡水市和石家庄市，北与张家口市和北京市为邻。地理坐标为113°40′～116°20′E，38°10′～40°00′N，详见图5.1.1。

5.1.1　地形、地貌特征

本区地形自西北逐渐坡向东南，按高程可分为中山区、浅山丘陵区和平原区。中山区属于太行山脉中低山，山峦起伏，主峰海拔高程最高可达2000m以上，一般山峰海拔高程为1000m左右，山体破碎，河流横切，有小规模盆地和断裂谷地分布其间。京广铁路以西60～20km范围内为浅山丘陵区，海拔高程为50～

❶ 谢新民，党勇，石玉波等. 华北地区枯季水资源实时预报试点研究. 中国水利水电科学研究院等，1998

地信网论坛
BBS.3S001.COM

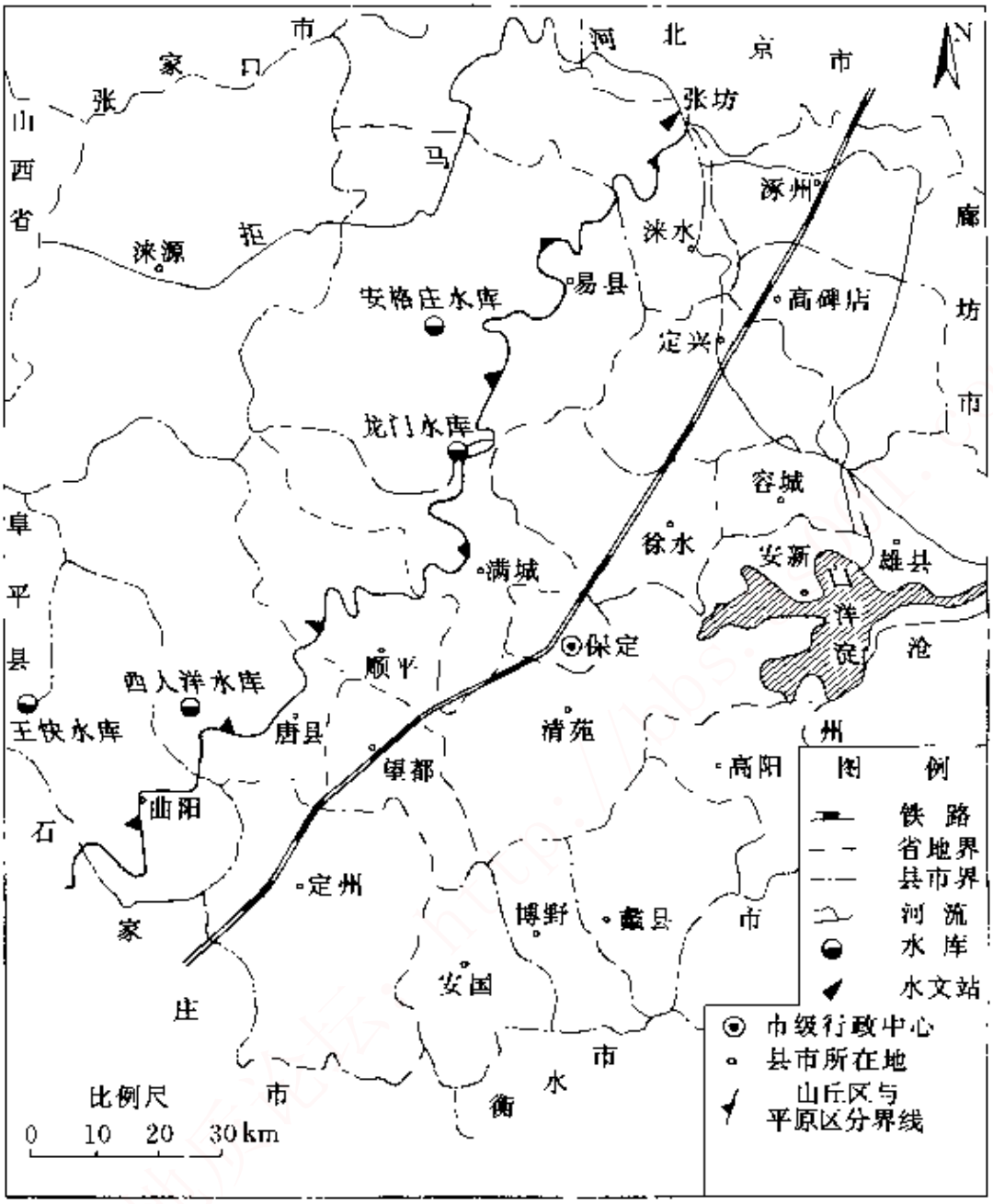

图 5.1.1 保定市行政区划图

800m，河谷渐宽，堆积阶地发育，气温较高，植被稀疏，水土流失严重。平原区以京广铁路为界，分为山前冲洪积倾斜平原和冲洪积微倾斜平原，前者坡度一般为 1‰～4‰，海拔高程为 30～50m，水力切割严重，排水通畅；后者地势平坦，京广铁路以东，坡降为 1/5000～1/1 万，海拔高程一般在 10～30m，最东部为白洋淀和低洼易涝区，一般海拔高程为 7～10m。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

5.1.2 气候与降水条件

保定市地处温带大陆性季风气候区，四季分明。夏秋季节受太平洋副热带高压控制，多东南风，炎热多雨；冬春季节受西伯利亚和蒙古高压控制，多西北风，气候干燥少雨。全市年平均气温12.6℃，7月份气温最高，月平均气温26.4℃；1月份气温最低，月平均为－5℃。水汽来源主要由东南海洋季风补给，由于受西北部太行山脉的影响，致使迎风坡山前雨量较大，平原与背风坡雨量较小。全市多年平均年降水量为633mm，其中南部平原为580mm，北部平原为600mm，西部山区为670mm。南部山区下庄附近及北部大良岗、紫荆关一带是华北著名的暴雨中心，多年平均年降雨量为750～800mm。降水量年内分配极不均匀，7～9月份的降雨量占年降水量的70%～90%；降水量年际变化也比较大，如保定站1954年降水量多达1316.8mm，而1978年降水量则仅有202.4mm。保定市的降水量并不充沛，加上年际、年内分配极不均匀，致使干旱、洪涝灾害频繁发生。其降水特征如图5.1.2～图5.1.4所示。

全市多年平均年水面蒸发量为1000～1300mm，其中山丘区为950～1100mm，平原区为1100～1300mm，年内主要蒸发期在4～7月份，其蒸发量占全年的50%～60%，1、2月和11、12月是全年蒸发最弱的时期，月蒸发量一般小于60mm；多年平均年陆面蒸发量为400～500mm，其区域性变化幅度不大，分布趋势与水面蒸发一致。

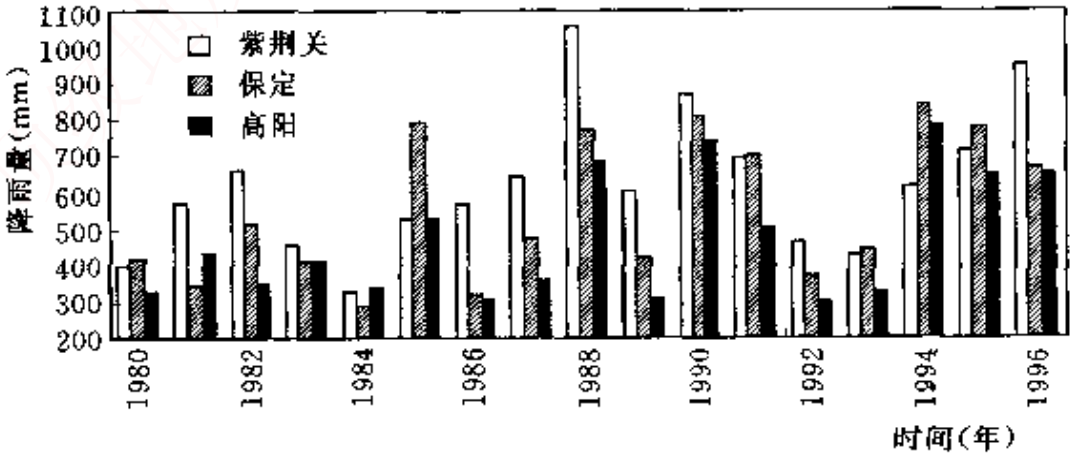

图5.1.2 保定市1980～1996年各代表站逐年降水量

地信网论坛
BBS.3S001.COM

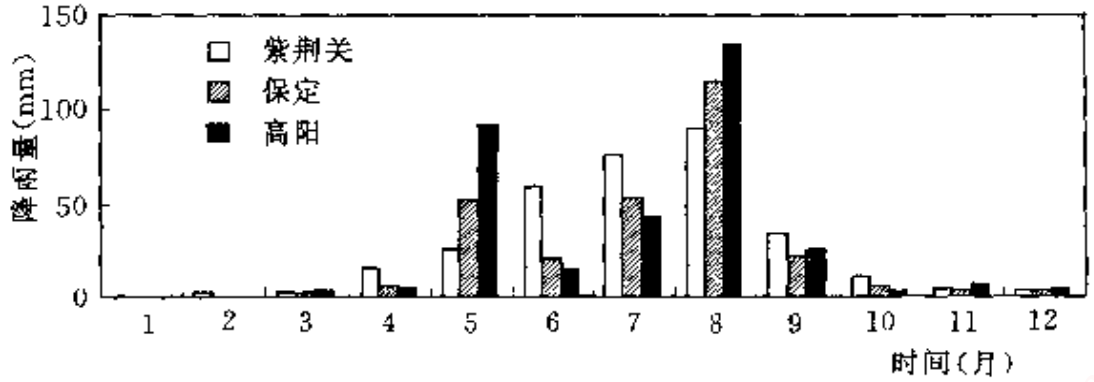

图 5.1.3 保定市枯水年（1984 年）各代表站逐月降水量

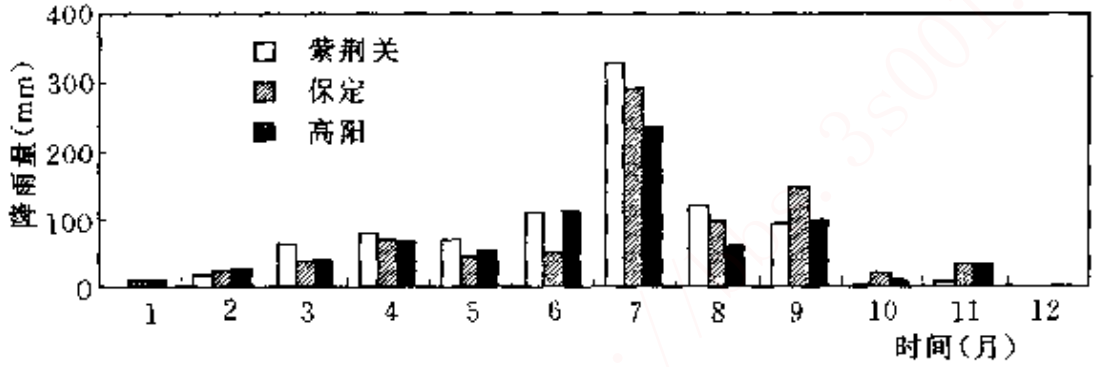

图 5.1.4 保定市丰水年（1990 年）各代表站逐月降水量

5.1.3 河流水系

保定市境内河流主要属于海河流域大清河水系，源于太行山东麓，支流较多，河短流急，河网呈扇形分布，分为南北两支。北支水系在张坊铁锁崖以上为拒马河，铁锁崖出山口以下分为南北拒马河，北拒马河先后有胡良河、琉璃河、小清河汇入，至东茨村改称白沟河；南拒马河纳易水河至高碑店市白沟镇与白沟河汇合后称大清河（至雄县新盖房）。北支新盖房以上控制流域面积 1 万 km^2，南支水系有潴龙河、唐河、孝义河、清水河、府河、漕河、瀑河、萍河等汇流白洋淀。南支白洋淀以上控制流域面积 2.1 万多 km^2。

5.2 社会经济概况

保定市是一座历史悠久的古城，素有北京南大门之称，是河

地信网论坛
BBS.3S001.COM

北省的主要粮棉产区之一[63]，现直辖23个县市，总人口1027.64万人，其中农业人口885.17万人，非农业人口142.47万人。现有耕地面积1212万亩，主要粮食作物有冬小麦、稻谷、玉米、谷子和高粱等，经济作物有油料、棉花、麻类、烟叶和药材等。1996年粮食播种面积1512.9万亩，占农作物总播种面积的82.5%，其中夏收粮食（冬小麦）播种面积占粮食总播种面积的42.9%，秋收粮食（稻谷、玉米、谷子和高粱）播种面积占粮食总播种面积的57.1%；粮食总产量526万t，其中夏收粮食产量226.9万t，占全年粮食总产量的43.1%，而秋收粮食产量299.1万t，占全年粮食总产量的56.9%。1996年全市完成国内生产总值460.4亿元，人均国内生产总值4492元。保定市交通比较方便，京广铁路、107国道与京深高速公路纵贯全境，公路四通八达，可通京、津、石、沧等地及鲁、晋、豫三省。市内设有火车站、汽车站及高速公路出入口。便利的交通条件，促进了全市社会经济的快速发展。

5.3 水资源开发利用现状

保定市各种类型水库共计108座，其中大型水库4座、中型水库6座、小型水库78座，均分布在太行山大清河水系上游，控制流域面积1.059万km^2，总库容31.15亿m^3。其中大型水库控制流域面积0.9136万km^2，总库容28.57亿m^3。万亩以上灌区19处，蓄水洼淀1处（白洋淀）。

1992～1996年，保定市平均年供水量为33.20亿m^3[1]，其中地表水为4.53亿m^3，地下水为28.67亿m^3，分别占总供水量的13.64%和86.36%。地表水供水量主要来自于西大洋水库、王快水库、安格庄水库和其他引水工程，供水量的大小主要取决于当地的降水量和工程的蓄供水能力等。而地下水的实际供水量则受降水量

[1] 1992～1996年度保定市（地区）水资源公报. 保定市水政水资源办公室. 1993～1997

地信网论坛
BBS.3S001.COM

影响较大，降水量大，农业开采量就少，反之，则开采量就大。

1992～1996 年全市平均年用水量为 33.2 亿 m^3，其中工业用水量约为 4.1 亿 m^3，占总用水量的 12.3%；农业用水量约为 27.3 亿 m^3，占总用水量的 82.3%；城镇生活用水量约为 1.8 亿 m^3，占总用水量的 5.4%。其中保定市 1996 年实际用水量，列于表 5.3.1 中。

表 5.3.1　　1996 年各县市工农业与生活用水量统计表　　单位：万 m^3

县、市名	工业用水量		农业用水量		城镇生活用水量		总用水量		
	地表水	地下水	地表水	地下水	地表水	地下水	地表水	地下水	小计
定·州	0	1143	1099	34467	0	237	1099	36147	37246
涿　州	0	1860	577	17823	0	1000	577	20683	21260
高碑店	0	300	0	10520	0	200	0	11020	11020
安　国	0	1200	100	15800	0	400	100	17400	17500
易　县	120	800	10600	9500	0	580	10720	10880	21600
徐　水	0	1930	100	10960	0	1395	100	14285	14385
涞　源	310	40	428	30	30	6	768	76	844
涞　水	0	300	1060	6962	0	200	1060	7462	8522
定　兴	0	200	2000	15773	0	72	2000	16045	18045
顺　平	200	580	2325	5602	0	20	2525	6202	8727
唐　县	0	850	8892	6456	95	312	8987	7618	16605
望　都	0	544	500	7981	0	843	500	9368	9868
高　阳	0	552	20	7234	0	270	20	8056	8076
博　野	0	217	0	4407	0	432	0	5056	5056
雄　县	0	213	5400	5000	0	19	5400	5232	10632
蠡　县	0	3500	1200	6800	0	1500	1200	11800	13000
容　城	0	115	550	6540	0	350	550	7005	7555
安　新	0	657	4728	3926	0	342	4728	4925	9653
阜　平	0	428	1723	1245	166	37	1889	1710	3599
曲　阳	0	620	5220	11700	0	550	5220	12870	18090
满　城	0	3216	59	8850	0	1026	59	13092	13151
清　苑	0	820	0	19420	0	1780	0	22020	22020
市　区	0	657	0	3422	0	601	0	4680	4680
市直辖单位	0	13190	300	75	0	4200	300	17465	17765
合　计	630	34232	46881	220493	291	16372	47802	271097	318899

地信网论坛
BBS.3S001.COM

第六章　试点区枯季地表水资源实时预测

在分析枯季降水量时空分布特征的基础上，计算和确定试点区枯季降水量统计特征值以及不同频率的枯季降水量，为枯季水资源实时预测提供资料支持。根据试点区的具体特点，利用相关图法、回归分析模型和人工神经网络模型等分别对西大洋水库、王快水库、安格庄水库和张坊水文站等枯季来水量，以及白洋淀淀水位进行实时预测。预测结果分析和对比表明，运用这三种方法——BP 网络模型、HG 分析模型和相关图法进行枯季径流实时预测，其预测结果均能满足预测精度的要求，无须再进行实时校正。同时证明，BP 网络模型对于具有比较复杂的、影响因子众多的、高度非线性映射（因果）关系的预测问题，则更能显示出其优越性和强大的自适应能力。而由于遗传算法原理直观、方法简便、实用等特点，尤其是对于解决复杂模型参数的优化估计问题，更表现出显著的优势，是目前一类新的通用性很强的优化方法，为研究和建立更为复杂的预测模型提供了强有力的技术保证。可以预见，遗传算法在枯季径流预测中将会得到越来越广泛的应用。

6.1　枯季降水量分析

选用各代表性雨量站（北部山区紫荆关站，南部山区王快站、中唐梅站，平原区涞水站、徐水站、雄县站、高阳站、望都站、安国站及定州站）1974～1995 年 10 月至次年 5 月（10～5 月）、10 月至次年 2 月（10～2 月）、3 月～5 月等三个时段的降水量系列资料，分别对北部山区、南部山区及平原区的降水量进行特征值分析。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

6.1.1 降水量分布特征

试点研究区（保定市）降水量年内分配极不均匀，约 70%～90%的降水量集中在汛期 6～9 月，枯季 10～5 月降水量仅占全年降水量的 10%～30%，而 3～5 月降水量约占 10～5 月总降水量的 60%。降水量地域上分配也不均匀，北部山区降水量大于南部山区降水量，平原区降水量最小。枯季降水量分布过程，详见图 6.1.1～图 6.1.3 所示。

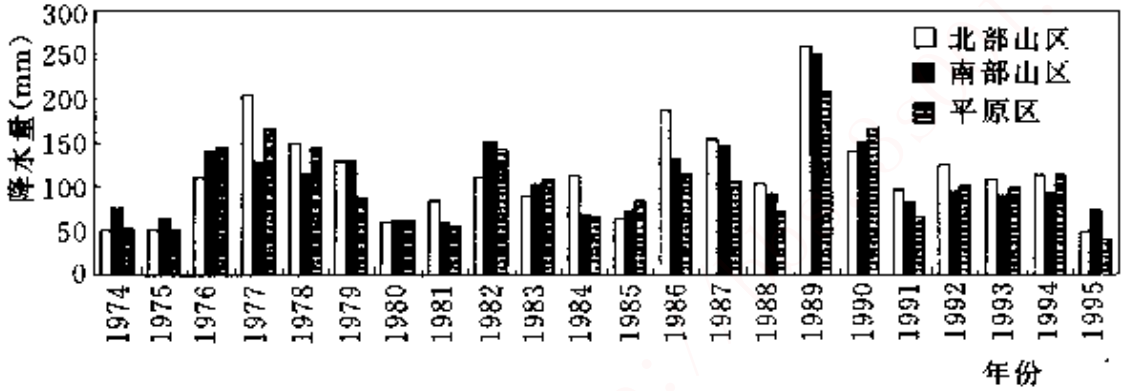

图 6.1.1 保定市山区、平原区 1974～1995 年 10～5 月降水量

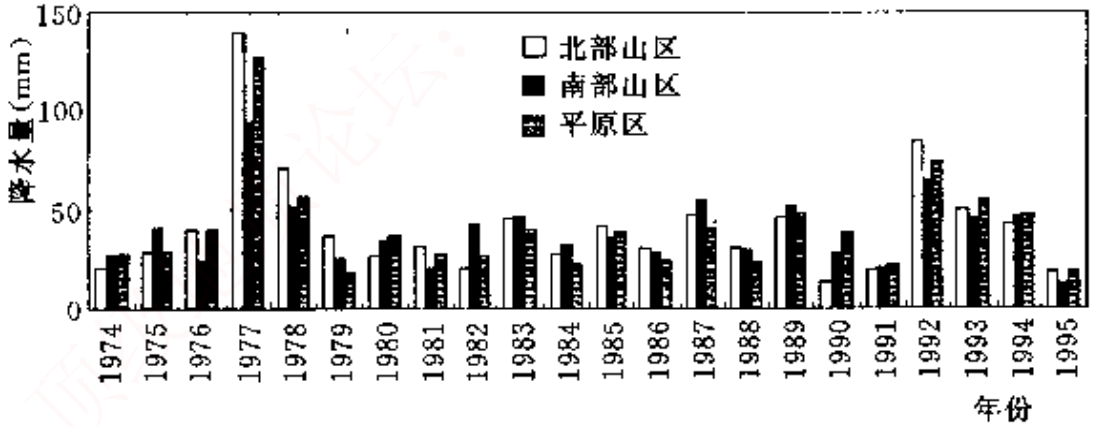

图 6.1.2 保定市山区、平原区 1974～1995 年 10～2 月降水量

北部山区枯季 10～5 月多年平均降水量为 115.5mm，最大降水量为 258.2mm，最小降水量为 47.4mm；南部山区枯季 10～5 月多年平均降水量为 107.4mm，最大降水量为 249.6mm，最小降水量为 60.4mm；平原区枯季 10～5 月多年平均降水量为

地信网论坛
BBS.3S001.COM

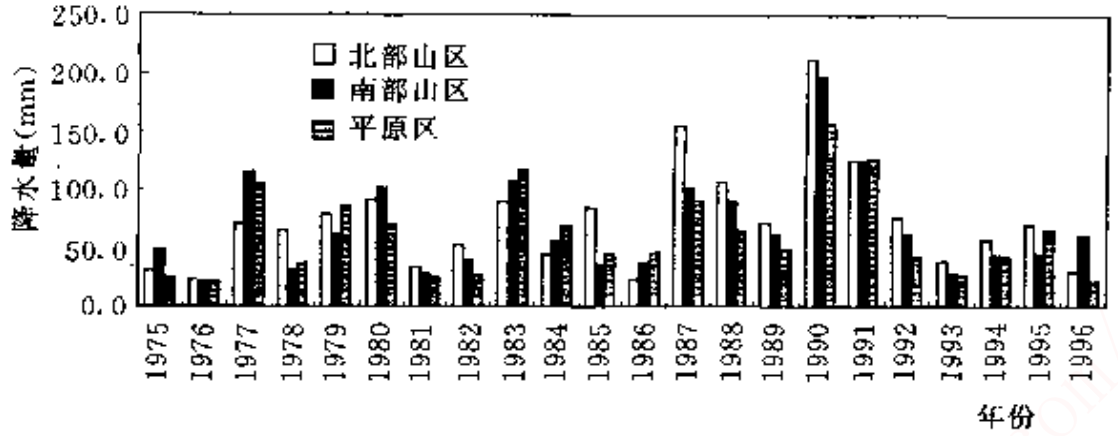

图 6.1.3 保定市山区、平原区 1975～1996 年 3～5 月降水量

101.9mm，最大降水量为 206.1mm，最小降水量为 39.4mm。其变差系数 C_v 及偏态系数 C_s，详见表 6.1.1。

表 6.1.1 保定市枯季降水量统计特征值

统计参数	北部山区		南部山区		平原区	
	10～5 月	3～5 月	10～5 月	3～5 月	10～5 月	3～5 月
均值 E (mm)	115.5	74.0	107.4	62.3	101.9	61.8
变差系数 C_v	0.51	0.71	0.47	0.71	0.48	0.71
偏态系数 C_s/变差系数 C_v	3.0	3.0	4.0	3.0	2.0	2.5

6.1.2 不同频率的降水量

通过 P-Ⅲ型频率曲线分析，可得到北部山区、南部山区及平原区枯季 10～5 月及 3～5 月不同频率的降水量，详见表 6.1.2。

表 6.1.2 保定市枯季不同频率的降水量 单位：mm

频率 P	北部山区		南部山区		平原区	
	10～5 月	3～5 月	10～5 月	3～5 月	10～5 月	3～5 月
50%	101	57.1	93	52.6	94.1	49.7
75%	72.2	36.9	71.2	34	65.8	30.3
90%	55.8	28.8	60.8	26.5	45.8	20.3

地信网论坛
BBS.3S001.COM

6.2 枯季径流预测

保定市的西大洋水库、王快水库、安格庄水库、龙门水库和拒马河张坊水文站所控制的山丘区面积为0.93万km^2，占保定市山丘区总面积的82.7%，基本上控制了山丘区的地表径流量。因此，本次试点选择西大洋水库、王快水库、安格庄水库、龙门水库和拒马河张坊水文站作为枯季径流实时预测的重点，并对相关图法、回归分析模型与人工神经网络模型的实时预测结果进行比较和分析。

6.2.1 相关图法

1. 基础资料分析

试点区五个预测节点（西大洋水库、王快水库、安格庄水库和龙门水库，以及拒马河张坊水文站）均积累了连续完整的实测降水、径流资料，系列长度一般为35～45年。1975年以后，由于大规模的农田水利建设，尤其是大量开采地下水，使得研究区下垫面等条件发生了深刻变化，为保持资料一致性，本次预测主要依据1975年以后的资料，1975年以前的历史资料供关系线外延时参考。以1975～1990年（水文年，下同）的系列资料建立经验关系，预留1991～1994年资料，用于检验方案的有效性和可靠程度。

根据冬小麦生长规律及枯季供用水特征等，将枯季预测时段划分为两段，即10～2月（冬灌）和3～5月（春灌）。采用实际来水量，即对于上游灌溉等引用水量及各水库蒸发和渗漏损失等消耗项不予还原。具体地讲，河道站各时段的来水量等于相应时段的实测径流量；水库站各时段的来水量等于相应时段内水库放水量与蓄水变量的代数和。对所选用的历史系列资料不进行还原，是基于以下两个方面的考虑。

（1）从预测角度考虑。如用天然径流系列建立相关关系，则

地信网论坛
BBS.3S001.COM

预测出的来水量实际上是个“虚数”，即实际上并没有那么多，因为其中包含着诸多已被消耗掉的还原水量，如上游工农业引用水量等。这些水量对下游来讲已没有丝毫利用价值，因此必须在预测值中一一予以扣除，才能得到实际可供利用的水量。然而要估算这部分水量，就需要建立一系列复杂的经验图表，不但预测时繁琐，存在累积误差，而且那些必备图表往往很难建立起来。

（2）从实用角度考虑。用实测径流系列建立相关关系，虽然从理论上讲不太严谨，但却具有一定的实用性与可行性。其一，未来的预测值即为实际可利用水量，省去了扣除一个个还原项的复杂过程。其二，经验方法注重的是实际效果，从表面看用实际来水量建立关系没有一一考虑各种因素，而实际上这样做的结果恰恰相当于对各种因素的“概化”，所建立的经验关系，是实际情况的综合反映。其三、一般来说，枯季自然因素年际变化不大，人类活动亦遵循渐变规律，因此这样的“概化”在一定时期内，预测精度是有保证的。

2. 预测方案的编制

枯季水资源预测主要是为了获得冬灌和春灌期间的来水量预测值，即10～2月和3～5月两段的来水量预测值。本次预测研究了不同自变量、不同参数与$W_{10\sim2}$及$W_{3\sim5}$的相关关系，为便于控制线型，将径流量折算为流量后建图。经目测及精度比较，最终确定各预测节点的预测方案。其中，$W_{10\sim2}$各节点（安格庄水库除外）统一用$Q_{9下}\sim Q_{10\sim2}$相关图查算，$W_{3\sim5}$张坊水文站用$Q_{10\sim2}\sim Q_{3\sim5}$，王快水库用$Q_{10\sim2}\sim P_{3\sim5}\sim Q_{3\cdot5}$查算，西大洋水库用$Q_{9下}\sim Q_{10\sim5}$相关图得到$W_{10\sim5}$之后，再扣除$W_{10\sim2}$得到预测值$W_{3\sim5}$。由于安格庄水库集水面积较小，一般年份自产径流很少，枯季来水完全靠跨流域引拒马河水来维持，因此建立了拒马河紫荆关站与安格庄水库来水相关关系，用以推求安格庄水库的$W_{10\sim2}$和$W_{3\sim5}$。而龙门水库因集水面积小，多数年份没有枯季径流（80年代以来，仅1988年和1990年有不足0.1m³/s的水入库），故没有建立预测方案。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

本次所建经验相关图，无论是哪种模式，基本依据都是流域退水规律，因此关系线型应符合自然指数规律。为便于线型控制，将时段来水量转化成时段平均流量后建图，即点绘前后期流量关系图。从理论上讲，关系线应符合三点规律：①上凹。②过原点。③位于45°线以上。实际上，由于上游用水的影响及降雨的加入，使自然退水规律遭到了不同程度的破坏，因此并非所有站点都严格遵从上述的三点规律。如有的关系线低水部分位于45°线以下，有的不通过原点，有的接近直线等。

$Q_{9下}$（9月下旬平均流量）准确与否直接影响到$Q_{10\sim2}$、$Q_{3\sim5}$的预测精度。根据实际需要，10～2月、3～5月两段来水量预测值一般要在9月末或10月初发布，这时$Q_{9下}$整编成果出不来，只能用报汛数字。因此报汛数字精度有没有保证是个关键。

统计5个预测节点1988～1994年共7年的整编及原始报汛数据，进行对照分析。结果表明，不论河道还是水库，$Q_{9下}$误差绝对值一般不足$1m^3/s$、相对误差小于10%，最大不超过20%。可见用$Q_{9下}$报汛数据发布预测精度是有保证的。

3. 预测方案的检验

预测方案确定后，首先对各相关图进行误差评定。允许误差根据SD138—85《水文情报预测规范》规定取用，即枯季来水量的允许预测误差取实测值的30%，并视情况给出下限控制。为检验方案的有效性和可靠程度，对1991～1994年的枯季来水量进行预测。方案等级及检验情况见表6.2.1。

4. 预测方案的应用

由于没有一一定量考虑各种因素的影响，各关系图实际上是对各种因素正常发生情况（取值在一定范围内变化）下的综合反映，亦即关系线的使用条件是：各种因素正常发生。当预见期内自然因素出现超常（如降水量特殊偏大或偏小），可依据图中特殊点据，或参照相似年份，斟酌取值。当流域内人为因素发生突变时，原关系线则需进行修正。

（1）进行水库或河道枯季来水量预测时，根据已知的9月下

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 6.2.1　　各节点预测方案误差评定及检验结果一览表

节点名称	关 系 图	误差评定合格率（%）	方案等级	检验情况	
				总年数	合格年数
王快水库	$Q_{9下}$～$Q_{10\sim2}$	100	甲等	4	3
	$Q_{10\sim2}$～$P_{3\sim5}$～$Q_{3\sim5}$	81.3	乙等	4	2
	联合评定	68.8	丙等	4	2
西大洋水库	$Q_{9下}$～$Q_{10\sim5}$	100	甲等	4	4
	$Q_{9下}$～$Q_{10\sim2}$	94	甲等	4	4
	联合评定	69	丙等	4	2
安格庄水库	紫荆关 $Q_{9下}$～安格庄 $Q_{10\sim2}$	90.9	甲等	4	4
	紫荆关 $Q_{9下}$～$Q_{10\sim2}$	100	甲等	4	4
	紫荆关 $Q_{10\sim2}$～安格庄 $Q_{3\sim5}$	81.8	乙等	4	3
	联合评定	81.8	乙等	4	3
龙门水库	$Q_{9下}$～$Q_{10\sim2}$	因点据较少，未作评定			
张坊站	$Q_{9下}$～$Q_{10\sim2}$	81.8	乙等	4	4
	$Q_{10\sim2}$～$Q_{3\sim5}$	81.8	乙等	4	3
	联合评定	72.7	乙等	4	3

旬平均流量，连续查图即可得到 10～2 月、3～5 月两段平均流量（然后转化成来水量），可见 $Q_{9下}$是个关键。

（2）利用 $Q_{10\sim2}$～$Q_{3\sim5}$关系预测 $W_{3\sim5}$时，为避免由于 $Q_{10\sim2}$预测值不准所造成的累积误差，可在次年 2 月底或 3 月初进行一次实时校正。

6.2.2　回归分析模型

因果关系是客观世界普遍联系和相互制约的主要形式之一，因此预测枯季径流的常用方法是相关分析或称回归分析[9]，即将前期影响因子与枯季径流量之间的因果关系看做是样本的输入—输出关系。对于样本集合的输入 X 和输出 Y，可以认为存在某一映射 G，使得 $Y=G(X)$。根据已知样本集首先求出一映射 F，使

地信网论坛
BBS.3S001.COM

得在某种意义下 F 是 G 的最佳逼近，然后根据前期影响因子的输入，通过 F 得到其相应的枯季径流量预测结果。

1. 回归（HG）分析模型

假定因变量 Y 可由某一个自变量 X 的多项式组成，即

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2^2 + \cdots + \beta_m X_m^m + \theta \quad (6.2.1)$$

式中：β_0、β_1、…、β_m 为待定系数，称为回归系数；θ 为随机变量，也称随机“误差”，它表示除 X 以外其他随机因素对 Y 的影响的总和。

利用历史系列资料，按最小方差标准对模型式（6.2.1）进行拟合，求出自变量的各次项系数，包括常数项。

2. 算法

用最小二乘法进行拟合的具体步骤如下。

（1）首先从低次开始。即假定 Y 与 X 基本成线性关系，则 Y 的每个观测值 y_i 等于常量 $\beta_0+\beta_1 x_i$ 再加上一个未知量 θ_{i1}，可以写成：

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \theta_{i1} \quad (6.2.2)$$

该式称为预测模型。选用最小平方误差作为比较标准，确定 β_0 和 β_1，其含义为：若有 n 组实测值，则选择出的 β_0 和 β_1 应使各组 y 的计算值与实测值之差 θ_{i1} 的平方和最小。其数学表达式为

$$\min: \sum_{i=1}^{n} \theta_{i1}^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \quad (6.2.3)$$

对式（6.2.3）分别对 β_0 和 β_1 取偏导，并令其结果等于零，可得出一个二元一次联立方程组。然后，应用高斯—约当法求解这个方程组，便会得到最优估值 $\hat{\beta}_0$ 和 $\hat{\beta}_1$。此时求得的参数 $\hat{\beta}_0$ 和 $\hat{\beta}_1$ 必使 Y 关于 X 的一次表达式中获得最小的误差平方和。

（2）进一步假定 Y 是 X 的二次多项式表达式，即

$$y_i = \gamma_0 + \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2^2 + \theta_{i2} \quad (6.2.4)$$

同理，可求得使 $\sum_{i=1}^{n} \theta_{i2}^2$ 最小的参数估值 $\hat{\gamma}_0$、$\hat{\gamma}_1$ 及 $\hat{\gamma}_2$。

（3）理论上，拟合的多项式次数越高，模型越准确。但实际

地信网论坛
BBS.3S001.COM

上，由于过多的计算所带来的舍入误差往往适得其反。经验上可采用下述办法决定合适的拟合次数：当由低次到高次逐步拟合时，如果

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\theta_{i,k}^2}{n-k-1} \geqslant \frac{\sum_{i=1}^{n}\theta_{i,k-1}^2}{n-k}$$

成立，则选用 $k-1$ 次多项式拟合，并停止计算。若有 n 组数据，拟合次数最高为 $n-1$ 次。

3. 拟合、检验及预测分析

根据上述算法编制计算程序，对西大洋水库、王快水库、安格庄水库和拒马河张坊水文站的枯季径流实时预测 HG 分析模型分别进行拟合与检验，并利用所建立的 HG 分析模型进行枯季径流预测与分析。

(1)西大洋水库。西大洋水库位于河北省保定市唐县西大洋村，控制着唐河的全部山区，面积 4420km^2，总库容 11.37 亿 m^3，死库容 0.799 亿 m^3。唐河发源于山西省浑源县境内，流经灵丘、涞源、唐县、定州、望都、清苑至安新注入白洋淀，流域狭长，跨越背山、深山、浅山和丘陵地带，总面积 4993km^2。西大洋水库控制面积占流域面积的 88%。水库上游多深山峡谷，自然坡度大，植被稀疏，流域多年平均年降水量为 540.4mm，其中汛期 445.4mm，枯季降水量只占全年的 17.6%。据 1974～1994 年统计资料，水库平均年来水量 3.69 亿 m^3，枯季 1.21 亿 m^3，占 32.8%，枯季来水量中，10～2 月份占 79.0%，3～5月份占 21.0%。西大洋水库上游建有中、小型水库 20 座，万亩以上灌渠 5 条。因水利工程调节影响，致使枯季退水规律发生了变化，尤其是位于水库与中唐梅水文站之间的“革命大渠”1975 年投入运行后，对枯季入库水量造成了较大的影响。

成因分析及相关图分析表明，西大洋水库 10～5 月、3～5 月的平均流量（$Q_{10\sim5}$、$Q_{3\sim5}$）以及 10～2 月份平均流量（$Q_{10\sim2}$）与 9 月下旬的入库平均流量（$Q_{9下}$）具有比较显著的相关关系。下面依据所选择的历史观测数据，具体建立枯季径流实时预测模型，并对模型预测结果进行分析。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

1）选取1975～1995年（缺1990年10月～1991年2月的实测资料）的系列资料作为已知样本，用1975～1991年的资料对所建立的HG分析模型进行拟合，求得回归系数，确定枯季径流实时预测的HG分析模型，用1991～1995年的资料对模型进行验证。

首先分别建立10～5月的平均流量（$Q_{10\sim5}$）、10～2月的平均流量（$Q_{10\sim2}$）、3～5月的平均流量（$Q_{3\sim5}$）与9月下旬的平均流量（$Q_{9下}$）之间的相关关系。利用1975～1991年的资料对HG分析模型式（6.2.1）进行拟合，确定出根据9月下旬平均流量（$Q_{9下}$）预测10～5月平均流量（$Q_{10\sim5}$）、10～2月平均流量（$Q_{10\sim2}$）和3～5月平均流量（$Q_{3\sim5}$）的HG分析模型：

$$Q_{10\sim5}=2.693168+0.380881Q_{9下}-0.006215Q_{9下}^2 \quad (6.2.5)$$

$$Q_{10\sim2}=3.129393+0.489480Q_{9下}-0.006941Q_{9下}^2 \quad (6.2.6)$$

$$Q_{3\sim5}=1.542288+0.277680Q_{9下}-0.006747Q_{9下}^2 \quad (6.2.7)$$

然后利用1991～1995年的资料对HG分析模型式(6.2.5)～式（6.2.7）分别进行检验。具体的拟合、检验结果，分别列于表6.2.2～表6.2.4中。

表6.2.2　　HG分析模型式（6.2.5）的拟合、检验结果

拟合样本	自变量 $Q_{9下}$	实测值 $Q_{10\sim5}$	计算值 $\hat{Q}_{10\sim5}$	拟合误差 $Q_{10\sim5}-\hat{Q}_{10\sim5}$	允许误差 $Q_{10\sim5}\times30\%$	允许误差 $Q_{10\sim5}\times20\%$
1	6.900	4.320	5.025	−0.705	1.296	0.864
2	15.970	7.440	7.191	0.249	2.232	1.488
3	9.230	7.490	5.679	1.811	2.247	1.498
4	33.170	8.620	8.489	0.131	2.586	1.724
5	15.700	8.070	7.141	0.929	2.421	1.614
6	7.530	4.710	5.209	-0.499	1.413	0.942
7	8.570	4.510	5.501	−0.991	1.353	0.902
8	6.800	6.220	4.996	1.224	1.866	1.244
9	5.610	4.720	4.634	0.086	1.416	0.944

地信网论坛
BBS.3S001.COM

续表

拟合样本	自变量 $Q_{9下}$	实测值 $Q_{10\sim5}$	计算值 $\hat{Q}_{10\sim5}$	拟合误差 $Q_{10\sim5}-\hat{Q}_{10\sim5}$	允许误差 $Q_{10\sim5}\times30\%$	允许误差 $Q_{10\sim5}\times20\%$
10	3.100	3.040	3.814	−0.774	0.912	0.608
11	16.530	5.950	7.291	−1.341	1.785	1.190
12	6.120	4.640	4.791	−0.151	1.392	0.928
13	5.300	5.050	4.537	0.513	1.515	1.010
14	24.600	8.490	8.302	0.188	2.547	1.698
15	13.040	6.500	6.603	-0.103	1.950	1.300
16	20.890	7.370	7.937	-0.567	2.211	1.474
检验样本	自变量 $Q_{9下}$	实测值 $Q_{10\sim5}$	计算值 $\hat{Q}_{10\sim5}$	计算值 $\hat{W}_{10\sim5}$	检验误差 $Q_{10\sim5}-\hat{Q}_{10\sim5}$	允许误差 $Q_{10\sim5}\times30\%$
1	8.780	4.17	5.558	1.153	−1.388	1.251
2	4.530	3.25	4.291	0.890	−1.041	0.975
3	3.300	3.73	3.882	0.805	−0.152	1.119
4	7.430	4.58	5.180	1.074	−0.600	1.374

注　Q 的单位为 m^3/s，W（径流量）的单位为亿 m^3，以下同。

表 6.2.3　　HG 分析模型式（6.2.6）的拟合、检验结果

拟合样本	自变量 $Q_{9下}$	实测值 $Q_{10\sim2}$	计算值 $\hat{Q}_{10\sim2}$	拟合误差 $Q_{10\sim2}-\hat{Q}_{10\sim2}$	允许误差 $Q_{10\sim2}\times30\%$	允许误差 $Q_{10\sim2}\times20\%$
1	16.900	5.380	6.176	−0.796	1.614	1.076
2	15.970	9.270	9.176	0.094	2.781	1.854
3	9.230	10.480	7.056	3.424	3.144	2.096
4	33.170	11.750	11.729	0.021	3.525	2.350
5	15.700	10.180	9.103	1.077	3.054	2.036
6	7.530	5.510	6.422	−0.912	1.653	1.102
7	8.570	5.350	6.814	−1.464	1.605	1.070
8	6.800	7.710	6.137	1.573	2.313	1.542
9	5.610	5.870	5.657	0.213	1.761	1.174
10	3.100	3.390	4.580	−1.190	1.017	0.678

地信网论坛
BBS.3S001.COM

续表

拟合样本	自变量 $Q_{4下}$	实测值 Q_{10-2}	计算值 $\hat{Q}_{10-2}$	拟合误差 $Q_{10-2}-\hat{Q}_{10-2}$	允许误差 $Q_{10-2}\times 30\%$	允许误差 $Q_{10-2}\times 20\%$
11	16.530	7.840	9.324	-1.484	2.352	1.568
12	6.120	5.720	5.865	0.145	1.716	1.144
13	5.300	6.380	5.529	0.851	1.914	1.276
14	24.600	11.260	10.970	0.290	3.378	2.252
15	13.040	6.780	8.332	-1.552	2.034	1.356
检验样本	**自变量 $Q_{4下}$**	**实测值 Q_{10-2}**	**计算值 $\hat{Q}_{10-2}$**	**计算值 $\hat{W}_{10-2}$**	**检验误差 $Q_{10-2}-\hat{Q}_{10-2}$**	**允许误差 $Q_{10-2}\times 30\%$**
1	8.780	5.72	6.892	0.893	-1.172	1.716
2	4.530	4.60	5.204	0.674	-0.604	1.380
3	3.300	5.27	4.669	0.605	0.601	1.581
4	7.430	6.36	6.383	0.827	0.023	1.908

表 6.2.4　　HG 分析模型式（6.2.7）的拟合、检验结果

拟合样本	自变量 $Q_{9下}$	实测值 Q_{3-5}	计算值 $\hat{Q}_{3-5}$	拟合误差 $Q_{3-5}-\hat{Q}_{3-5}$	允许误差 $Q_{3-5}\times 30\%$	允许误差 $Q_{3-5}\times 20\%$
1	6.900	2.560	3.137	0.577	0.768	0.512
2	15.970	4.440	4.256	0.184	1.332	0.888
3	9.230	2.590	3.530	-0.940	0.777	0.518
4	33.170	3.470	3.329	0.141	1.041	0.694
5	15.700	4.580	4.239	0.341	1.374	0.916
6	7.530	3.400	3.251	0.149	1.020	0.680
7	8.570	3.130	3.426	-0.296	0.939	0.626
8	6.800	3.780	3.119	0.661	1.134	0.756
9	5.610	2.810	2.888	-0.078	0.843	0.562
10	3.100	2.460	2.338	0.122	0.738	0.492
11	16.530	2.850	4.289	-1.439	0.855	0.570
12	6.120	2.860	2.989	-0.129	0.858	0.572

地信网论坛
BBS.3S001.COM

续表

拟合样本	自变量 $Q_{9下}$	实测值 $Q_{3\sim5}$	计算值 $\hat{Q}_{3\sim5}$	拟合误差 $Q_{3\sim5}-\hat{Q}_{3\sim5}$	允许误差 $Q_{3\sim5}\times30\%$	允许误差 $Q_{3\sim5}\times20\%$
13	5.300	2.860	2.824	0.036	0.858	0.572
14	24.600	3.950	4.290	−0.340	1.185	0.790
15	13.040	6.030	4.016	2.014	1.809	1.206
16	20.890	4.550	4.399	0.151	1.365	0.910
检验样本	自变量 $Q_{9下}$	实测值 $Q_{3\sim5}$	计算值 $\hat{Q}_{3\sim5}$	计算值 $\hat{W}_{3\sim5}$	检验误差 $Q_{1\sim5}-\hat{Q}_{3\sim5}$	允许误差 $Q_{3\sim5}\times30\%$
1	8.780	1.60	3.460	0.269	−1.862	0.480
2	4.530	1.03	2.662	0.207	1.632	0.309
3	3.300	1.20	2.385	0.186	-1.185	0.360
4	7.430	1.67	3.233	0.251	−1.563	0.501

2）选取 19 年（1975～1995 年，缺 1990～1991 年度的部分资料）的系列资料作为已知样本，用其前 15 年的系列资料对所建立的 HG 分析模型进行拟合，求得回归系数，确定枯季径流实时预测的 HG 分析模型，用后 4 年的资料对模型进行验证。

首先建立 3～5 月的平均流量（$Q_{3\sim5}$）与 10～2 月的平均流量（$Q_{10\sim2}$）之间的相关关系。利用 1975～1990 年的资料对 HG 分析模型式（6.2.1）进行拟合，确定出根据 10～2 月的平均流量（$Q_{10\sim2}$）预测 3～5 月平均流量（$Q_{3\sim5}$）的 HG 分析模型：

$$Q_{3\sim5}=-0.558515+0.979616Q_{10\sim2}-0.053730Q_{10\sim2}^{2} \tag{6.2.8}$$

然后利用 1991～1995 年的资料对 HG 分析模型式(6.2.8)进行检验。具体的拟合、检验结果，列于表 6.2.5 中。

从表 6.2.2～表 6.2.5 中可以看出，利用 HG 分析模型式(6.2.5)和式（6.2.6），根据 9 月下旬平均流量（$Q_{9下}$）预测 10～5 月的平均流量（$Q_{10\sim5}$）和预测 10～2 月平均流量（$Q_{10\sim2}$），具有比较高的精度，其均方差分别为 0.657 和 1.725，样本的拟合误差

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 6.2.5　　HG 分析模型式（6.2.8）的拟合、验证结果

拟合样本	自变量 $Q_{10\sim2}$	实测值 $Q_{3\sim5}$	计算值 $\hat{Q}_{3\sim5}$	拟合误差 $Q_{3\sim5}-\hat{Q}_{3\sim5}$	允许误差 $Q_{3\sim5}\times30\%$	允许误差 $Q_{3\sim5}\times20\%$
1	5.380	2.560	3.157	−0.597	0.768	0.512
2	9.270	4.440	3.905	0.535	1.332	0.888
3	10.480	2.590	3.807	−1.217	0.777	0.518
4	11.750	3.470	3.534	−0.064	1.041	0.694
5	10.180	4.580	3.846	0.734	1.374	0.916
6	5.510	3.400	3.208	0.192	1.020	0.680
7	5.350	3.130	3.145	−0.015	0.939	0.626
8	7.710	3.780	3.800	−0.020	1.134	0.756
9	5.870	2.810	3.340	0.530	0.843	0.562
10	3.390	2.460	2.145	0.315	0.738	0.492
11	7.840	2.850	3.819	-0.969	0.855	0.570
12	5.720	2.860	3.287	−0.427	0.858	0.572
13	6.380	2.860	3.504	−0.644	0.858	0.572
14	11.260	3.950	3.660	0.290	1.185	0.790
15	6.780	6.030	3.613	2.417	1.809	1.206
检验样本	**自变量 $Q_{10\sim2}$**	**实测值 $Q_{3\sim5}$**	**计算值 $\hat{Q}_{3\sim5}$**	**计算值 $\hat{W}_{3\sim5}$**	**检验误差 $Q_{3\sim5}-\hat{Q}_{3\sim5}$**	**允许误差 $Q_{3\sim5}\times30\%$**
1	7.200	1.60	3.709	0.269	−2.109	0.480
2	4.530	1.03	3.083	0.240	−2.053	0.309
3	3.300	1.20	2.660	0.207	−1.460	0.360
4	7.430	1.67	3.572	0.278	−1.902	0.510

评定合格率分别为 100%和 86%，样本的检验误差评定合格率分别为 50%和 100%；但利用 HG 分析模型式（6.2.7），根据 9 月下旬平均流量（$Q_{9下}$）预测来年 3～5 月平均流量（$Q_{3\sim5}$），则预测精度稍差一些，其均方差为 0.515，样本的拟合误差评定合格率为 81%，检验误差评定合格率为 0；而利用 HG 分析模型式

地信网论坛
BBS.3S001.COM

(6.2.8)，根据10～2月的平均流量（$Q_{10\sim2}$）预测3～5月平均流量（$Q_{3\sim5}$），其预测精度也不高，其均方差为0.703，样本的拟合误差评定合格率为86%，检验误差评定合格率为0。

从表6.2.3可以看出，第3、第10组拟合样本［即1977～1978、1984～1985年度10～2月的平均流量（$Q_{10\sim2}$）］的拟合误差比较大，均超过其允许误差，其中第3组拟合样本的计算值$Y_3(p)$比相应的实测值（$Q_{10\sim2}$）偏小，而第10组拟合样本的计算值$Y_3(p)$比相应的实测值（$Q_{3\sim5}$）偏大。其主要原因是：1977～1978年度10～2月的降水量比平常年份偏大很多，1984～1985年度10～2月的降水量比平常年份偏少（如图6.1.2所示），从而造成了1977～1978年度10～2月平均流量（$Q_{10\sim2}$）的计算值比实测值偏小，1984～1985年度10～2月平均流量（$Q_{10\sim2}$）的计算值却比实测值偏大。

从表6.2.5可以看出，第3、第11、第15组拟合样本（即1978、1986、1990年3～5月的平均流量（$Q_{3\sim5}$））的拟合误差比较大，均超过其允许误差，其中第3、第11组拟合样本的计算值$Y_3(p)$比相应的实测值（$Q_{3\sim5}$）偏大，而第15组拟合样本的计算值$Y_3(p)$比相应的实测值（$Q_{3\sim5}$）偏小。其原因主要是：1978、1986年3～5月的降雨量偏少，而1990年3～5月的降雨量偏大（如图6.1.3所示）。

3）为了尽可能多地利用已掌握的资料信息，使HG分析模型的预测精度更高一些，选取19年（1975～1995年，缺1990～1991年度的部分资料）的系列资料［9月下旬的平均流量（$Q_{9下}$）和10～2月、3～5月的平均流量（$Q_{10\sim2}$、$Q_{3\sim5}$）］作为已知样本，分别对所建立的HG分析模型式（6.2.1）进行拟合，求得回归系数，确定出枯季径流实时预测的HG分析模型：

$$Q_{10\sim2}=3.164724+0.470439Q_{9下}-0.006328Q_{9下}^2 \quad (6.2.9)$$

$$Q_{3\sim5}=-1.709294+1.085341Q_{10\sim2}-0.05350Q_{10\sim2}^2 \quad (6.2.10)$$

综合分析表明，利用所有的已知资料系列对HG分析模型式

地信网论坛
BBS.3S001.COM

(6.2.1) 进行拟合，所确定的模型具有较高的预测精度。拟合确定的 HG 分析模型式 (6.2.9) 和式 (6.2.10)，其拟合均方差分别为 1.467 和 1.028，拟合误差评定合格率分别为 89%和 63%。其具体的拟合结果，如图 6.2.1 和图 6.2.2 所示。

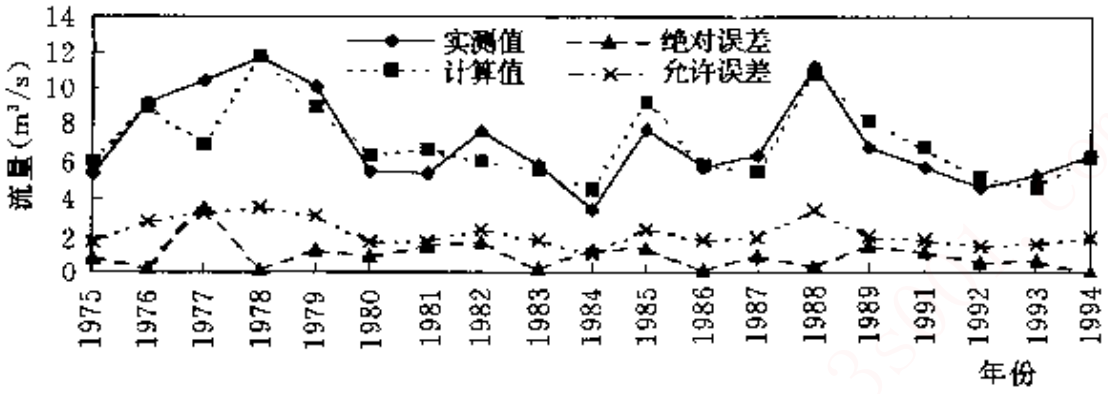

图 6.2.1 西大洋水库 10～2 月入库平均流量预测模型式 (6.2.9) 拟合图

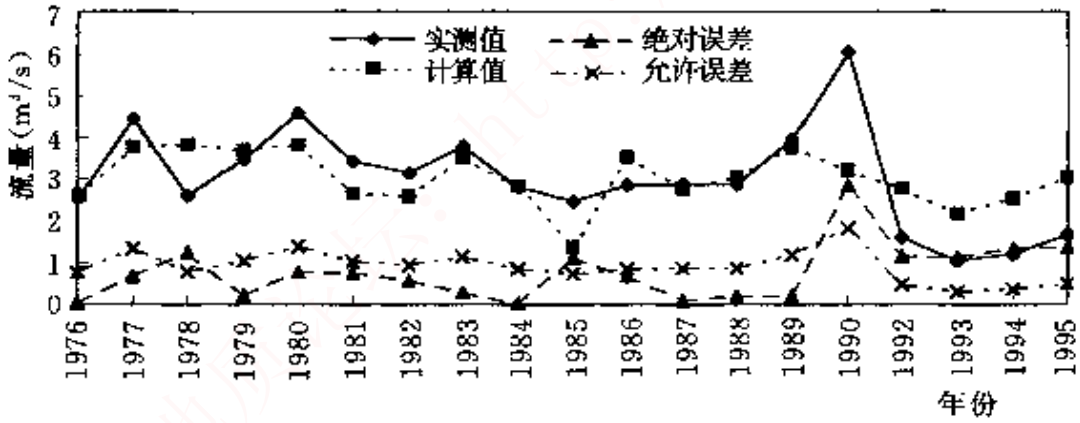

图 6.2.2 西大洋水库 3～5 月入库平均流量预测模型式 (6.2.10) 拟合图

最后利用所调制好的 HG 分析模型式 (6.2.9) 和式 (6.2.10)，根据 1997 年 9 月下旬的平均流量 ($Q_{9下}$) 实测值实时预测 1997～1998 年度 10～2 月的平均流量 ($Q_{10\sim2}$)，再根据 10～2 月的平均流量 ($Q_{10\sim2}$) 预测值预测 1998 年 3～5 月的平均流量 ($Q_{3\sim5}$)，具体预测结果列于表 6.2.6 中。

为了进一步与其他 HG 分析模型式 (6.2.5) ～式 (6.2.8) 实

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 6.2.6　　西大洋水库枯季入库径流实时预测结果

HG 分析模型	9 月下旬平均流量实测值（m^3/s）	来水量预测值（亿 m^3）		
		10～2 月	3～5 月	累　计
式(6.2.9)和式(6.2.10)	6.120	0.753	0.217	0.970
式(6.2.5)和式(6.2.6)	6.120	0.760	0.234	0.994
式(6.2.6)和式(6.2.7)	6.120	0.760	0.232	0.992
式(6.2.6)和式(6.2.8)	6.120	0.760	0.258	1.018

时预测结果进行对比和分析，将模型式（6.2.5）～式（6.2.8）对1997～1998 年度的实时预测结果列于表 6.2.6 中。

从表 6.2.6 可以看出，利用 HG 分析模型式（6.2.9）和式（6.2.10）实时预测 1997～1998 年度的枯季 10～5 月入库来水量预测值均比用其他模型式（6.2.5）和式（6.2.6）、式（6.2.6）和式（6.2.7）、式（6.2.6）和式（6.2.8）预测的结果偏小，其中相差最大的量为 0.048 亿 m^3，相差最小的量为 0.022 亿 m^3。对于以供水为目的的预测，取预测的最小值是允许的，可有较高的供水保证。因此，预测时选用 HG 分析模型式（6.2.9）和式（6.2.10）可以获得比较可靠的预测结果。

（2）王快水库。王快水库位于保定市曲阳县，是沙河上游的一座大型水利枢纽工程，以防洪为主、结合灌溉发电，总库容 13.89 亿 m^3，防洪库容 6.65 亿 m^3，兴利库容 6.65 亿 m^3，死库容 0.88 亿 m^3。其控制的流域位于保定市南部山区，流域面积 3770km^2。流域多年平均年降雨量 689.0mm，汛期 573.8mm，占全年总量的 83.3%，枯季降雨主要集中在 10 月和次年 5 月，春灌期（3～5 月）降水量 40～110mm，略多于冬灌期（10～2 月）。据 1975～1995 年资料统计，10～2 月水库平均来水量 1.10 亿 m^3；3～5 月水库平均来水量 0.188 亿 m^3。枯季集中降雨很少，因此当月降雨一般不产流。枯季降水对水库来水量的影响是通过降低上游农业用水而间接发生作用的。据分析，来水量受降水影响的月份主要是 9 月、10 月和次年 5 月（以 5 月影响最为明显），其他月

地信网论坛
BBS.3S001.COM

份基本不受影响。

在法华以上一般为深山区，北部海拔约 700m 左右，主河道纵坡平均为 5.3%，河床呈“V”形，两岸皆为岩石，几乎无台地；法华以下到南雅握为浅山区，河道纵坡约为 2.5%，河床较为开阔，且呈复式，河宽约 500m，河水从南雅握以下流出山区。流域内大部分地区为片麻岩及石灰岩，风化严重，土质为砂砾土和砂壤土，土层较薄，植被较差。

通过成因分析和相关图分析表明，王快水库 10～2 月的平均流量（$Q_{10\sim2}$）与 9 月下旬的入库平均流量（$Q_{9下}$）具有比较显著的相关关系，3～5 月的平均流量（$Q_{3\sim5}$）与 10～2 月的入库平均流量（$Q_{10\sim2}$）和 3～5 月的平均降水量（$P_{3\sim5}$）具有比较显著的相关关系。

选取 20 年（1975～1995 年）的系列资料［9 月下旬的入库平均流量（$Q_{9下}$）和 10～2 月份的平均流量（$Q_{10\sim2}$）］作为已知样本，用前 16 年的资料对所建立的 HG 分析模型进行拟合，求得回归系数，确定枯季径流实时预测的 HG 分析模型：

$$Q_{10\sim2}=3.485490+0.557916Q_{9下}-0.013046Q_{9下}^2+0.00015Q_{9下}^3 \tag{6.2.11}$$

然后用后 4 年的资料对模型式（6.2.11）进行检验。其拟合和检验结果，列于表 6.2.7 中。为了探讨尽可能多地利用已有实测资料对模型预测结果的影响，利用 1975～1995 年的资料对 HG 分析模型式（6.2.1）进行拟合，确定出根据 9 月下旬的入库平均流量（$Q_{9下}$）实时预测 10～2 月的平均流量（$Q_{10\sim2}$）的 HG 分析模型：

$$Q_{10\sim2}=3.296842+0.558158Q_{9下}-0.012766Q_{9下}^2+0.000111Q_{9下}^3 \tag{6.2.12}$$

其拟合结果见表 6.2.7 和图 6.2.3 所示。

由于 HG 分析模型式（6.2.1）为因变量 Y 关于任一自变量 X 的多项式，因此仅能预测关于一个自变量 X（前期影响因子）的因变量 Y（如枯季径流量）。而 3～5 月的平均流量（$Q_{3\sim5}$）同时与

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 6.2.7　　HG 分析模型式(6.2.11)～式(6.2.13)的拟合和检验结果对比表

模型类型	式 (6.2.11)	式 (6.2.12)	式 (6.2.13)
	10～2 月	10～2 月	3～5 月
拟合均方差	1.719	1.957	4.630
拟合合格率	94%	90%	44%
检验合格率	75%		0

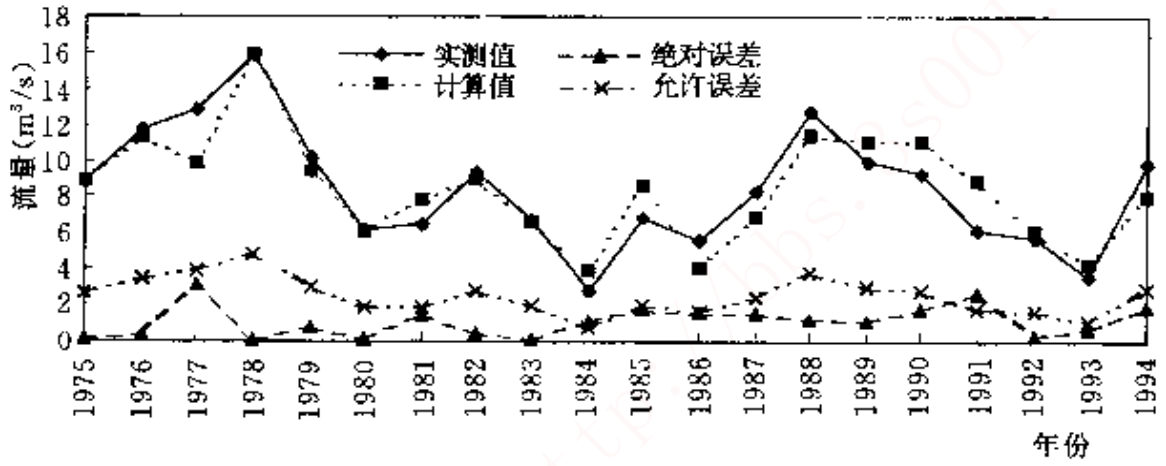

图 6.2.3　王快水库 10～2 月入库平均流量预测模型式 (6.2.12) 拟合图

10～2 月的入库平均流量($Q_{10\sim2}$)和 3～5 月的平均降水量($P_{3\sim5}$)具有比较显著的相关关系，故不能选用 HG 分析模型式(6.2.1)根据 10～2 月的入库平均流量($Q_{10\sim2}$)和 3～5 月平均降水量($P_{3\sim5}$)来分析和预测 3～5 月的平均流量($Q_{3\sim5}$)。这也是回归分析方法的缺陷所在，如考虑高次方回归模型(或称方程)，比较简单和可行的模型为式(6.2.1)的形式，即一元多次方回归分析模型。若考虑多元回归分析，则比较实用的模型为多元线性回归模型。由于多元多次方回归分析模型计算十分复杂和繁琐，在实际应用中一般很少用。

综上所述，在这里我们仅建立依据 10～2 月入库平均流量($Q_{10\sim2}$)实时预测 3～5 月平均流量($Q_{3\sim5}$)的 HG 分析模型。选取 20 年(1975～1995 年)的资料[10～2 月的平均流量($Q_{10\sim2}$)和 3～5 月

地信网论坛
BBS.3S001.COM

平均流量($Q_{3\sim5}$)]作为已知样本，用前16年资料对所建立的HG分析模型进行拟合，确定枯季径流实时预测的HG分析模型：

$$Q_{3\sim5} = 0.134040 + 0.299808Q_{10\sim2} \qquad (6.2.13)$$

然后利用后4年的资料对模型式（6.2.13）进行检验。其拟合、检验结果，列于表6.2.7中。

最后利用所识别的HG分析模型式（6.2.11）、式（6.2.12）和式（6.2.13），根据1997年9月下旬的平均流量（$Q_{9下}$）实测值实时预测1997～1998年度10～2月的平均流量（$Q_{10\sim2}$），根据1997～1998年度10～2月的平均流量($Q_{10\sim2}$)预测值预测1998年3～5月平均流量（$Q_{3\sim5}$），具体预测结果分别列于表6.2.8中。

表6.2.8　　王快水库枯季入库径流实时预测结果

HG分析模型类型	9月下旬平均流量实测值（m^3/s）	来水量预测值（亿m^3）		
		10～2月	3～5月	累　计
式(6.2.11)、式(6.2.13)	2.300	0.609	0.120	0.729
式(6.2.12)、式(6.2.13)	2.300	0.585	0.116	0.701

从表6.2.8中可以看出，利用HG分析模型式（6.2.12）、式（6.2.13）实时预测1997～1998年度的枯季10～2月份入库来水量预测值比用模型式（6.2.11）、式（6.2.13）预测的结果偏小，相差值为0.024亿m^3。对于以供水为目的的预测，选取较小的预测值是允许的，可有较高的供水保证。因此，对于王快水库枯季入库径流实时预测来说，选用HG分析模型式（6.2.12）、式（6.2.13）可以获得比较可靠的预测结果。

（3）安格庄水库。安格庄水库位于保定市的中易水上游，控制面积476km^2，总库容3.09亿m^3，死库容0.476亿m^3，是以防洪灌溉为主，结合发电养鱼综合利用的大型水利枢纽工程，并规划为拒马河紫荆关水电站的反调节水库。中易水源于太行山东麓，至京广铁路北河店处与南拒马河汇交，全长86km，流域面积1119km^2。安格庄水库控制面积占中易水面积的42.5%，占中易水山区面积的93.5%，流域呈扇形，北部和西北部地势较高，海拔

地信网论坛
BBS.3S001.COM

一般 1000m。河道较窄，宽约 200～300m，纵坡平均为 5‰。河床遍布砂砾石及大块卵石，厚度约 7～10m。

流域多年平均年降水量 641mm，80%～90%集中在 6～9 月。1958 年，拒马河上游紫荆关处修建了跨流域引水工程“五一渠”，将拒马河水引入安格庄水库。五一渠设计引水能力 25m³/s。1980 年以前，五一渠单纯作为水库的补充水源，1980 年以后，渠道上先后修建了梯级（五级）小型发电站，引水目的变为以发电为主，发电与济库兼顾。1994 年，又在渠首建成橡胶坝一座，用以拦截基流，增加渠道引水量。据 1980～1995 年资料统计，五一渠平均每年枯季引水 0.63 亿 m³，其中 10～2 月为 0.43 亿 m³，占 68.3%，3～5 月为 0.20 亿 m³，占 31.7%。

由于安格庄水库汇水面积小，该流域自产水量较少，尤其是枯季，水库来水多数年份靠跨流域引水来维持。成因分析和相关图分析表明，安格庄水库 10～2 月的平均入库流量（$Q_{10\sim2}$）与紫荆关站 9 月下旬平均流量（$Q^{Z}_{9下}$），安格庄水库 3～5 月的平均入库流量（$Q_{3\sim5}$）与紫荆关站 10～2 月平均流量（$Q^{Z}_{10\sim2}$），安格庄水库 3～5 月的平均入库流量（$Q_{3\sim5}$）与紫荆关站 9 月下旬平均流量（$Q^{Z}_{9下}$），以及紫荆关站 10～2 月平均流量（$Q^{Z}_{10\sim2}$）与紫荆关站 9 月下旬平均流量（$Q^{Z}_{9下}$）具有比较显著的相关关系。

首先利用 1980～1991 年的系列资料对 HG 分析模型式（6.2.1）进行拟合，分别确定出根据紫荆关站 9 月下旬平均流量（$Q^{Z}_{9下}$）预测安格庄水库 10～2 月的平均流量（$Q_{10\sim2}$）和 3～5 月的平均入库流量（$Q_{3\sim5}$），根据紫荆关站 9 月下旬平均流量（$Q^{Z}_{9下}$）预测紫荆关站 10～2 月平均流量（$Q^{Z}_{10\sim2}$），以及根据紫荆关站 10～2 月平均流量（$Q^{Z}_{10\sim2}$）预测安格庄水库 3～5 月的平均入库流量（$Q_{3\sim5}$）的 HG 分析模型：

$$Q_{10\sim2}=1.100655+0.337495Q^{Z}_{9下} \tag{6.2.14}$$

$$Q_{3\sim5}=-0.276571+0.409982Q^{Z}_{9下} \tag{6.2.15}$$

$$Q^{Z}_{10\sim2}=0.536208+0.826859Q^{Z}_{9下}-0.027775(Q^{Z}_{9下})^{2} \tag{6.2.16}$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

$$Q_{3\sim5}=-1.653499+0.879877Q^{Z}_{10\sim2} \qquad (6.2.17)$$

然后利用1991～1995年的资料分别对HG分析模型式(6.2.14)～式(6.2.17)进行检验。具体的拟合、检验结果，列于表6.2.9中。

表6.2.9　　HG分析模型式(6.2.14)～式(6.2.19)的拟合和检验结果对比表

模型类型	式(6.2.14)	式(6.2.15)	式(6.2.16)	式(6.2.17)	式(6.2.18)	式(6.2.19)
	10～2月	3～5月	10～2月	3～5月	10～2月	3～5月
拟合均方差	0.277	0.559	0.100	0.594	0.334	0.436
拟合合格率	91%	73%	100%	51%	87%	73%
检验合格率	75%	75%	100%	50%		

为了进一步研究和探讨提高HG分析模型预测精度的可能性，我们利用1980～1991年15年的长系列资料分别对式(6.2.1)进行拟合，确定出根据紫荆关站9月下旬平均流量($Q^{Z}_{9下}$)预测安格庄水库10～2月的平均流量($Q_{10\sim2}$)和3～5月的平均入库流量($Q_{3\sim5}$)的HG分析模型：

$$Q_{10\sim2}=1.3348131+0.31692Q^{Z}_{9下} \qquad (6.2.18)$$

$$Q_{3\sim5}=-0.344657+0.418249Q^{Z}_{9下} \qquad (6.2.19)$$

其具体的拟合结果，见表6.2.9。

综合分析表明，HG分析模型式(6.2.19)的预测精度比HG分析模型式(6.2.15)与式(6.2.17)的要高一些，而HG分析模型式(6.2.14)的预测精度却比式(6.2.18)的要高一些。总之，在实时预测时采用HG分析模型式(6.2.14)、式(6.2.19)或式(6.2.14)、式(6.2.16)和式(6.2.15)、式(6.2.17)，均可获得较高精度的预测结果。

最后利用HG分析模型式(6.2.14)、式(6.2.16)和式(6.2.17)、式(6.2.14)、式(6.2.19)及式(6.2.18)、式(6.2.16)、式(6.2.17)，根据紫荆关站1997年9月下旬的平均流量($Q^{Z}_{9下}$)实测值实时预测安格庄水库1997～1998年度10～2月

地信网论坛
BBS.3S001.COM

的平均流量（$Q_{10\sim2}$）和紫荆关站10～2月平均流量（$Q^{Z}_{10\sim2}$），再根据紫荆关站10～2月平均流量（$Q^{Z}_{10\sim2}$）预测值预测安格庄水库1998年3～5月的平均流量（$Q_{3\sim5}$），以及根据紫荆关站1997年9月下旬的平均流量（$Q^{Z}_{9下}$）实测值实时预测安格庄水库1997～1998年度10～2月的平均流量（$Q_{10\sim2}$）和1998年3～5月的平均流量（$Q_{3\sim5}$），具体预测结果列于表6.2.10中。

为了进一步与其他HG分析模型式（6.2.18）、式（6.2.16）和式（6.2.17）实时预测结果进行对比和分析，也将其他模型的预测结果分别列于表6.2.10中。

表6.2.10　　安格庄水库枯季入库径流实时预测结果

HG分析模型类型	9月下旬紫荆关站平均流量实测值（m^3/s）	来水量预测值（亿m^3）		
		10～2月	3～5月	累　计
式(6.2.14)、式(6.2.16)和式(6.2.17)	4.740	0.350	0.134	0.484
式(6.2.14)和式(6.2.19)	4.740	0.350	0.127	0.477
式(6.2.18)、式(6.2.16)和式(6.2.17)	4.740	0.369	0.124	0.493

从表6.2.10中可以看出，利用HG分析模型式（6.2.14）和式（6.2.19）实时预测1997～1998年度的枯季10～5月入库来水量预测值均比用模型式（6.2.14）、式（6.2.16）和式（6.2.17），以及式（6.2.18）、式（6.2.16）和式（6.2.17）预测的结果偏小。对于以供水为目的的预测，取预测的最小值是允许的，可有较高的供水保证。因此，对于安格庄水库枯季入库径流实时预测来说，选用HG分析模型式（6.2.14）、式（6.2.19）或式（6.2.14）、式（6.2.16）和式（6.2.17）均有比较高的预测精度。

（4）拒马河张坊水文站。拒马河发源于河北省涞源县境内，流经易县、涞水、房山等县。张坊水文站为拒马河山区控制站，其所控制的流域位于保定市北部山区，流域面积4810km^2。流域多年平均年降水量为650mm，80%～90%集中在汛期，多年平均年径流量为3.0亿m^3，枯季径流量占总径流量的37%。流域内植被情

地信网论坛
BBS.3S001.COM

况较差，仅局部地区有小片成林，石门以上属于黄土高原边缘的土石山区，以下属于基岩山区，水土流失较为严重。自紫荆关五一渠引水以来，位于下游的张坊水文站枯季径流有所减少，但因其引水量年际间较为稳定，加之区间面积较大（3050km^2），因而一般年份张坊水文站的枯季退水趋势变化不太明显。

成因分析和相关图分析表明，张坊水文站9月下旬的平均流量与10～2月、3～5月的平均流量具有显著的相关关系。因此，可以建立HG分析模型，对10～2月、3～5月的平均流量进行实时预测。

选取1980～1991年的系列资料对模型式（6.2.1）进行拟合，分别确定出根据9月下旬平均流量（$Q_{9下}$）实时预测10～2月平均流量（$Q_{10\sim2}$），根据10～2月平均流量（$Q_{10\sim2}$）实时预测3～5月平均流量（$Q_{3\sim5}$）的HG分析模型：

$$Q_{10\sim2}=2.281398+0.345908Q_{9下} \tag{6.2.20}$$

$$Q_{3\sim5}=24.670555-18.856783Q_{10\sim2}+5.259085Q_{10\sim2}^{2}-0.576037Q_{10\sim2}^{3}+0.021434Q_{10\sim2}^{4} \tag{6.2.21}$$

然后利用1991～1995年的资料分别对HG分析模型式（6.2.20）和式（6.2.21）进行检验。具体的拟合、验证结果，列于表6.2.11中。

表6.2.11　　HG分析模型式(6.2.20)～式(6.2.23)的拟合和检验结果对比表

模型类型	式(6.2.20)	式(6.2.21)	式(6.2.22)	式(6.2.23)
	10～2月	3～5月	10～2月	3～5月
拟合均方差	0.978	0.108	0.842	0.194
拟合合格率	91%	100%	93%	100%
检验合格率	100%	50%	—	—

为了进一步探讨提高HG分析模型的预测精度的可能性，利用所有1980～1995年的长系列资料，分别对式（6.2.1）进行拟合（见表6.2.11），确定出根据9月下旬平均流量（$Q_{9下}$）预测10～2月的平均流量（$Q_{10\sim2}$）和根据10～2月的平均流量（$Q_{10\sim2}$）预测

地信网论坛
BBS.3S001.COM

3～5月的平均入库流量（$Q_{3\sim5}$）的HG分析模型：

$$Q_{10\sim2}=2.344719+0.340531Q_{9下} \tag{6.2.22}$$

$$Q_{3\sim5}=4.676011-2.469595Q_{10\sim2}+0.571766Q_{10\sim2}^{2}-0.031870Q_{10\sim2}^{4} \tag{6.2.23}$$

综合分析表明，模型式（6.2.22）的预测精度比模型式（6.2.20）的要高一些，而模型式（6.2.23）的精度却比模型式（6.2.21）的要低一些，故在实时预测时采用HG分析模型式（6.2.22）和式（6.2.21），可获得较可靠的预测结果。

最后利用HG分析模型式(6.2.22)和式(6.2.21)，根据1997年9月下旬的平均流量（$Q_{9下}$）实测值实时预测1997～1998年度10～2月的平均流量（$Q_{10\sim2}$），再根据10～2月平均流量（$Q_{10\sim2}$）预测值预测1998年3～5月的平均流量（$Q_{3\sim5}$），具体预测结果列于表6.2.12中。

为了与其他HG分析模型式（6.2.20）和式（6.2.21）、式（6.2.22）和式（6.2.23）、式（6.2.20）和式（6.2.23）的实时预测结果进行对比和分析，也将其他模型的实时预测结果分别列于表6.2.12中。

表 6.2.12　　张坊水文站枯季径流实时预测结果

HG分析模型类型	9月下旬平均流量实测值（m^3/s）	来水量预测值（亿 m^3）		
		10～2月	3～5月	累　计
式(6.2.22)和式(6.2.21)	3.750	0.469	0.129	0.598
式(6.2.20)和式(6.2.21)	3.750	0.473	0.132	0.605
式(6.2.22)和式(6.2.23)	3.750	0.469	0.131	0.600
式(6.2.20)和式(6.2.23)	3.750	0.473	0.134	0.607

从表6.2.12中可以看出，利用HG分析模型式（6.2.22）和式（6.2.21）实时预测1997～1998年度的枯季10～5月入库来水量预测值均比用其他模型式（6.2.20）和式（6.2.21）、式（6.2.22）和式（6.2.23）、式（6.2.20）和式（6.2.23）预测的结果偏小。因此，对于张坊水文站枯季径流实时预测来说，选用

地信网论坛
BBS.3S001.COM

HG 分析模型式(6.2.22)和式(6.2.21)可有比较高的预测精度。

6.2.3 人工神经网络模型

通过第一章的理论分析知道，人工神经网络 BP 算法的主要优点在于它的并行性结构，输入数据从输入层向输出层流动，而误差信号从输出层向输入层流动。由于 BP 算法是基于梯度最速下降法的思想，因而它在应用中有两个引人注目的缺点：①收敛速度比较慢。②局部优化问题不能解决。因此出现了一些改进的 BP 算法[31,32]，这些方法有的能解决收敛速度问题，但它们要么以增加算法复杂性为代价，要么以加大网络的结构为代价。为了拟补 BP 算法的不足，我们利用基于 Fletcher-Reeves 算法思想的网络训练方法，改进 BP 算法[29]。改进后的 BP 算法，在不增加算法复杂性的前提下，可以提高收敛速度，并且可以沿共轭梯度方向达到全局最优点。这是利用 Fletcher-Reeves 算法思想建立网络模型的一个显著优点。其具体计算步骤为[29,31,33]：

步骤 1：选定初始权向量 $\boldsymbol{W}^0$，允许误差 $\varepsilon>0$。计算梯度向量 g_k 的初始值 g_0，即 $g_0=\nabla E\ (\boldsymbol{W}^0)$。令 $d_0=-g_0$。

步骤 2：给定迭代次数 K。

步骤 3：求 a_k：$\min\limits_{a\geqslant 0} E\ (\boldsymbol{W}^k+ad_k)=E\ (\boldsymbol{W}^k+a_kd_k)$。

步骤 4：令 $\boldsymbol{W}^{k+1}=\boldsymbol{W}^k+a_kd_k$。

步骤 5：计算新的梯度向量 $g_{k+1}=\nabla E\ (\boldsymbol{W}^{k+1})$。

步骤 6：如果 $k\mod N=0$ 则重新开始，用 $\boldsymbol{W}^{k+1}$ 代替 $\boldsymbol{W}^0$，并返回步骤 1。

步骤 7：计算误差因子 β_k，即 $\beta_k=\dfrac{(g_{k+1}-g_k)^Tg_{k+1}}{\|g_k\|^2}$。

步骤 8：计算新的共轭方向 $d_{k+1}=-g_{k-1}+\beta_kd_k$。

步骤 9：如果 $E>\varepsilon$ 或 $k\leqslant K$，则令 $k=k+1$，转步骤 3；否则停止，并把 $\boldsymbol{W}^{k+1}$ 作为目标函数 E 的最小值点。

其中 N 为行向量 $\boldsymbol{W}$ 的维数。此算法在共轭梯度算法的基础上作一步回插步骤 6，保证其全局收敛性；步骤 2 给定迭代次数的目的是

地信网论坛
BBS.3S001.COM

避免由于有时对系统输入信息认识不足，引起目标函数收敛性能变差，出现死循环；步骤 3 线性搜索确定 a_k，我们使用 Fibonacci 法。

通过采用这种共轭梯度优化和误差反向传播的训练算法，从理论上较好地解决了经典 BP 算法所存在的收敛速度慢和可能出现局部最优解的问题，不仅可提高 BP 网络模型的预测精度，而且为其在水文预测（预报）等领域得到广泛的应用奠定了理论基础。

1. BP 网络模型

从成因上分析河川枯季径流的前期影响因子，运用相关图法或逐步回归分析法等对初选影响因子进行显著性分析和检验，剔除不显著的因子。在此基础上，研究基于人工神经网络的河川枯季径流实时预测模型的建模和预测问题。

设有 M 组取自历史资料的已知样本，令 N_1 项枯季径流影响因子分别对应 BP 网络模型的 N_1 个输入层节点，枯季径流量对应 BP 网络模型的 N_3 个输出层节点，根据具体情况设定隐含层节点数 N_2。在建成枯季径流实时预测的 BP 网络结构后，首先要进行 BP 网络训练，然后再进行网络检验，最后利用训练完毕的 BP 网络模型进行枯季径流预测。现将 M 组已知样本分为两个样本集合：一个为训练样本集 S_{train}，另一个为检验样本集 S_{test}。运用训练样本集 S_{train}的数据训练网络，而用检验样本集 S_{test}的数据检验网络。理论分析和试验结果表明，在绝大多数情况下，当训练样本 S_{train}与检验样本 S_{test}具有相同的概率分布时，训练集和检验集的误差 E 具有相同的增减性，即如果训练集 S_{train}的误差 E 很小，则检验集 S_{test}的误差 E 也会很小。从系统辨识的观点看，对历史数据拟合的效果越好，则预测的效果越好。

由于影响因子的物理量纲不同，以及节点作用函数为 S 型函数，其值域在 0～1 之间，因此在网络训练和检验，以及运用网络进行预测前，均要将径流影响因子和径流量分别进行归一化处理[18,33]。

当影响因子与枯季径流量呈正相关关系时，其归一化公式为

$$h_{ip} = \frac{x_{ip}}{x_{i\max}} \tag{6.2.24}$$

地信网论坛
BBS.3S001.COM

当影响因子与枯季径流量呈负相关关系时，其归一化公式为

$$h_{ip} = 1 - \frac{x_{ip}}{x_{i\max}} \tag{6.2.25}$$

而枯季径流量的归一化公式为

$$g_{kp} = \frac{y_{kp}}{y_{k\max}} \tag{6.2.26}$$

式中：$x_{i\max}$、$y_{k\max}$分别为 M 组样本中第 i 项影响因子、第 k 项枯季径流量的最大值。

通过对 BP 网络进行训练和检验，求得网络调节参数，即完成对网络输入—输出复杂非线性映射的最佳逼近后，就可以利用 BP 网络模型来预测河川枯季径流量。

设第 l 组（$l=1, 2, \cdots, L$）实时预测样本（枯季径流量）的影响因子值为

$$fX_l = (fx_{1l}, fx_{2l}, \cdots, fx_{N_1 l})^T \tag{6.2.27}$$

首先将枯季径流影响因子值按式（6.2.24）或式（6.2.25）进行归一化处理，得

$$fh_l = (fh_{1l}, fh_{2l}, \cdots, fh_{N_1 l})^T \tag{6.2.28}$$

然后将归一化的枯季径流影响因子值作为已训练完毕的 BP 网络的输入，在各层之间的连接权系数和阈值经学习记忆后已知的条件下，通过在 BP 网络中的正向传播，可得到输出层各节点的输出，即归一化的枯季径流量，经式（6.2.26）变换后最终获得枯季径流量的预测值。

2. 训练、检验及预测分析

利用试点区西大洋水库、王快水库、安格庄水库和拒马河张坊水文站的枯季径流实测系列资料，对所建立的 BP 网络模型进行训练、检验和实时预测分析。

（1）西大洋水库。成因分析和相关图分析表明，西大洋水库 10～2 月、3～5 月的入库平均流量（$Q_{10\sim2}$、$Q_{3\sim5}$）与 9 月下旬的入库平均流量（$Q_{9下}$）之间具有比较显著的相关关系。选取 19 年的系列资料[1975～1995 年 9 月下旬的平均流量（$Q_{9下}$）和 10～2 月、3～5 月平均流量

地信网论坛
BBS.3S001.COM

($Q_{10\sim2}$、$Q_{3\sim5}$)，缺1990～1991年度的部分资料]作为已知样本，用其前15年的样本对网络进行训练，用后4年的样本对网络进行检验。构造根据9月下旬的平均流量($Q_{9下}$)预测10～2月平均流量($Q_{10\sim2}$)的BP网络模型Ⅰ和根据10～2月平均流量($Q_{10\sim2}$)预测3～5月平均流量($Q_{3\sim5}$)的BP网络模型Ⅱ，其输入层节点(N_1)均为1个，隐含层节点(N_2)均为4个，输出层节点(N_3)均为1个。将已知的样本数据$Q_{9下}$和$Q_{10\sim2}$、$Q_{3\sim5}$进行归一化处理，并分别作为BP网络模型Ⅰ的输入($q_{9下}$)和期望输出($q_{10\sim2}$)，以及BP网络模型Ⅱ的输入($q_{10\sim2}$)和期望输出($q_{3\sim5}$)。取学习率$\eta=0.75$，冲量因子$\alpha=0.90$，训练精度10^{-5}，利用学习样本对BP网络模型Ⅰ和模型Ⅱ进行训练，满足设定条件后将检验样本分别输入训练好的BP网络模型Ⅰ和模型Ⅱ，对BP网络模型进行检验。最后，将归一化的流量($q_{9下}$、$q_{10\sim2}$和$q_{3\sim5}$)经式(6.2.24)或式(6.2.25)、式(6.2.26)变换后就可得到非归一化的流量($Q_{9下}$、$Q_{10\sim2}$和$Q_{3\sim5}$)。网络模型Ⅰ和Ⅱ的训练与检验结果，分别列于表6.2.13～表6.2.15中。

表6.2.13　　BP网络模型Ⅰ训练结果　　单位：m^3/s

学习样本序号 p	实际输出 $Y_3(p)$	期望输出 $Q_{10\sim2}$	计算误差 $Y_3(p)-Q_{10\sim2}$	允许误差 $Q_{10\sim2}\times30\%$
1	6.17637	5.38000	0.79637	1.61400
2	9.26625	9.27000	−0.00375	2.78100
3	7.10846	10.48000	−3.37154	3.14400
4	11.23608	11.75000	−0.51392	3.52500
5	9.19902	10.18000	−0.98098	3.05400
6	6.43356	5.51000	0.92356	1.65300
7	6.85051	5.35000	1.50051	1.60500
8	6.13532	7.71000	−1.57468	2.31300
9	5.64422	5.87000	−0.22578	1.76100
10	4.61988	3.39000	1.22988	1.01700
11	9.40054	7.84000	1.56054	2.35200
12	5.85507	5.72000	0.13507	1.71600
13	5.51608	6.38000	−0.86392	1.91400
14	10.68649	11.26000	−0.57351	3.37800
15	8.44851	6.78000	1.66851	2.03400

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 6.2.14　　BP 网络模型Ⅱ训练结果　　单位：m^3/s

学习样本序号 p	实际输出 $Y_3(p)$	期望输出 $Q_{3\sim5}$	计算误差 $Y_3(p)-Q_{3\sim5}$	允许误差 $Q_{3\sim5}\times30\%$
1	3.16958	2.56000	0.60958	0.76800
2	3.77364	4.44000	-0.66636	1.33200
3	3.82184	2.59000	1.23184	0.77700
4	3.84790	3.47000	0.37790	1.04100
5	3.81256	4.58000	-0.76744	1.37400
6	3.21064	3.40000	-0.18936	1.02000
7	3.15980	3.13000	0.02980	0.93900
8	3.64766	3.78000	-0.13234	1.13400
9	3.31367	2.81000	0.50367	0.84300
10	2.26073	2.46000	-0.19927	0.73800
11	3.66219	2.85000	0.81219	0.85500
12	3.27259	2.86000	0.41259	0.85800
13	3.43526	2.86000	0.57526	0.85800
14	3.83997	3.95000	-0.11003	1.18500
15	3.51324	6.03000	-2.51676	1.80900

表 6.2.15　　BP 网络模型Ⅰ、模型Ⅱ检验结果　　单位：m^3/s

检验样本序号 p	实际输出 $Y_3(p)$	期望输出 $Q_{10\sim2}$	检验误差 $Y_3(p)-Q_{10\sim2}$	允许误差 $Q_{10\sim2}\times30\%$
1	6.93322	5.72	1.213	1.716
2	5.19887	4.60	0.599	1.380
3	4.69970	5.27	-0.570	1.581
4	6.39292	6.36	0.033	1.908
检验样本序号 p	**实际输出 $Y_3(p)$**	**期望输出 $Q_{4\sim5}$**	**计算误差 $Y_3(p)-Q_{3\sim5}$**	**允许误差 $Q_{3\sim5}\times30\%$**
1	3.58119	1.60	1.981	0.480
2	3.10917	1.03	2.079	0.309
3	2.74125	1.20	1.541	0.360
4	3.48372	1.67	1.814	0.501

地信网论坛
BBS.3S001.COM

从表 6.2.13～表 6.2.15 中可以看出，BP 网络模型 I 和 BP 网络模型 II 的样本训练误差评定合格率均为 87%，而相应的检验误差评定合格率分别为 100%和 0。从表 6.2.13 中可以看出，第 3、第 10 组学习样本的网络训练误差比较大，均超过允许误差，其中第 3 组学习样本的网络实际输出值 $Y_3(p)$ 比相应的期望输出值($Q_{10\sim2}$)偏小，而第 10 组学习样本的网络实际输出值 $Y_3(p)$ 却比相应的期望输出值($Q_{10\sim2}$)偏大，其变化规律与用 HG 分析模型式(6.2.6)的结果一致，产生的原因也相同。从表 6.2.14 中可以看出，第 3、第 15 组学习样本的网络训练误差比较大，均超过其允许误差，其中第 3 组学习样本的网络实际输出值 $Y_3(p)$ 比相应的期望输出值($Q_{3\sim5}$)偏大，而第 15 组学习样本的网络实际输出值 $Y_3(p)$ 却比相应的期望输出值($Q_{3\sim5}$)偏小，其变化规律与用 HG 分析模型式(6.2.8)的结果基本一致，原因也相同。

为了尽可能多地利用已掌握的实测资料信息，使 BP 网络模型的预测精度更高一些，将所有的 19 年系列资料分别对所建立的 BP 网络模型进行训练，确定出根据 9 月下旬的平均流量($Q_{9下}$)实时预测 10～2 月平均流量($Q_{10\sim2}$)的 BP 网络模型 I—1 和根据 10～2 月平均流量($Q_{10\sim2}$)实时预测 3～5 月平均流量($Q_{3\sim5}$)的 BP 网络模型 II--1，其输入层节点(N_1)、隐含层节点(N_2)、输出层节点(N_3)均与 BP 网络模型 I 和 BP 网络模型 II 的相同。模型 I—1 和模型 II--1 的训练结果，如图 6.2.4 和图 6.2.5 所示。

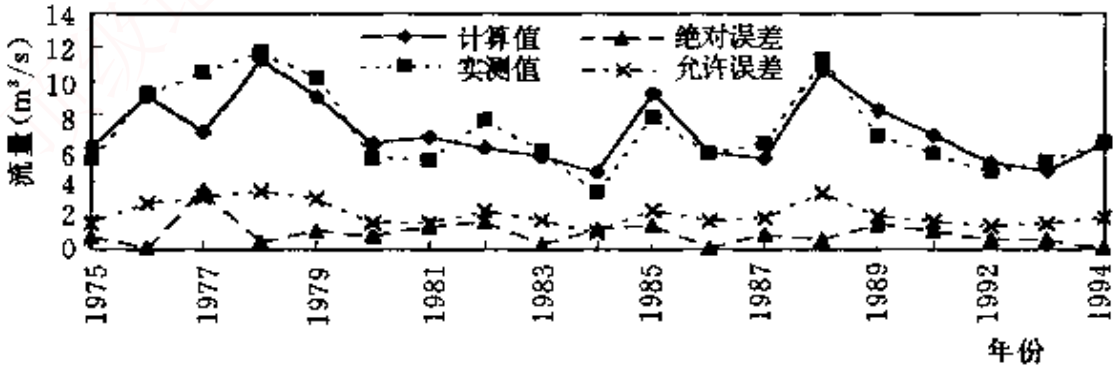

图 6.2.4　西大洋水库 10～2 月入库平均流量预测模型（BP 网络模型 I—1）拟合图

地信网论坛
BBS.3S001.COM

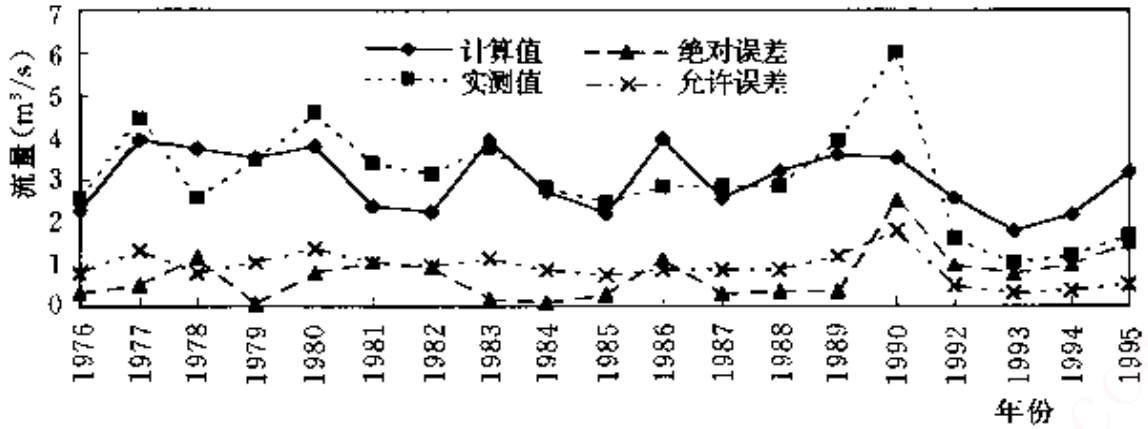

图 6.2.5　西大洋水库 3～5 月入库平均流量预测模型（BP 网络模型Ⅱ—1）拟合图

从图 6.2.4 和图 6.2.5 中可以看出，BP 网络模型Ⅰ　1 的预测精度比 BP 网络模型Ⅰ要高一些，而 BP 网络模型Ⅱ—1 的预测精度并不比 BP 网络模型Ⅱ高。所以，建议根据 9 月下旬的平均流量（$Q_{9下}$）实时预测 10～2 月平均流量（$Q_{10\sim2}$）时，最好运用 BP 网络模型Ⅰ—1；根据 10～2 月平均流量（$Q_{10\sim2}$）实时预测 3～5 月平均流量（$Q_{3\sim5}$）时，可优先选用 BP 网络模型Ⅱ。

为了进一步探讨和研究比较实用而又简捷的 BP 网络模型，我们构造根据 9 月下旬的平均流量（$Q_{9下}$）实时预测 10～2、3～5 月平均流量（$Q_{10\sim2}$、$Q_{3\sim5}$）的 BP 网络模型Ⅲ，其输入层节点（N_1）为 1 个，隐含层节点（N_2）为 4 个，输出层节点（N_3）为 2 个。选取 19 年的系列资料作为已知样本，用其前 15 年的样本对网络进行训练，用后 4 年的样本对网络进行检验。从模型Ⅲ训练与检验结果看出，利用 BP 网络模型Ⅲ根据 9 月下旬的平均流量实时预测 10～2 月、3～5 月的平均流量，其学习样本的训练误差评定合格率分别为 86%和 80%，相应地与 BP 网络模型Ⅰ的合格率相同，比 BP 网络模型Ⅱ的合格率偏低 6 个百分点；但其均方差均比 BP 网络模型Ⅰ、模型Ⅱ的偏低，分别偏低 0.000117 和 0.000542；而相应的检验误差评定合格率分别为 100%和 0，与网络模型Ⅰ、模型Ⅱ相同。因此，BP 网络模型Ⅲ的预测精度比 BP 网

地信网论坛
BBS.3S001.COM

络模型Ⅰ、模型Ⅱ的预测精度要高一些，运用BP网络模型Ⅲ进行枯季径流实时预测可获得比较可靠的预测结果。建议在对西大洋水库枯季入库来水量实时预测时，选用BP网络模型Ⅲ。

为了尽可能多地利用已掌握的实测资料信息，以进一步提高BP网络模型的预测精度，将所有的19年系列资料，对所构造的BP网络模型进行训练。所构造的根据9月下旬的平均流量（$Q_{9下}$）实时预测10～2月、3～5月平均流量（$Q_{10\sim2}$、$Q_{3\sim5}$）的BP网络模型Ⅲ　1，其输入层节点（N_1）、隐含层节点（N_2）、输出层节点（N_3）均与BP网络模型Ⅲ相同。BP网络模型Ⅲ—1训练结果，见图6.2.6和图6.2.7所示。

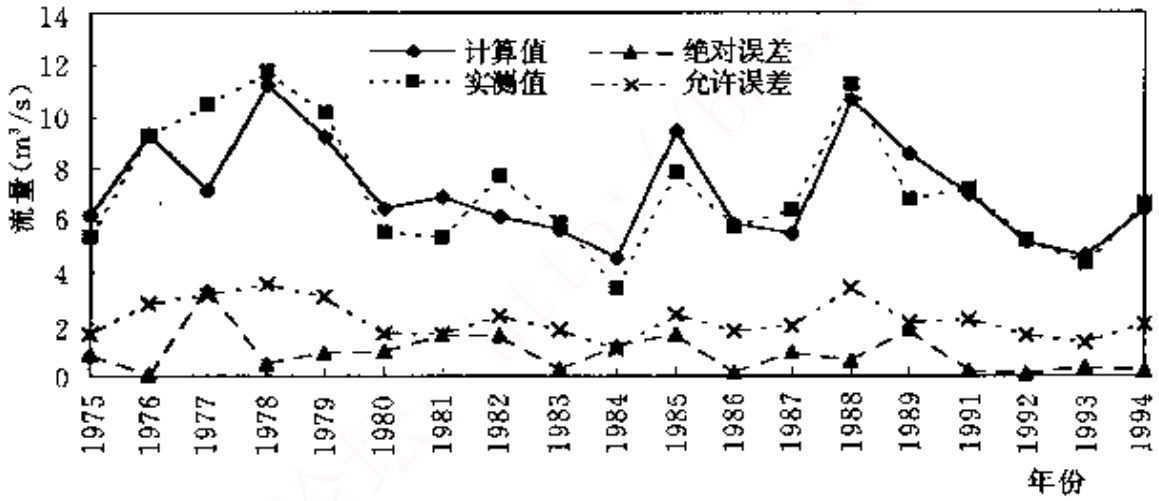

图6.2.6　西大洋水库10～2月入库平均流量
预测模型（BP网络模型Ⅲ—1）拟合图

从BP网络模型Ⅲ—1训练结果看，其训练误差评定合格率分别为89%和63%。综合分析表明，BP网络模型Ⅲ－1的预测精度比BP网络模型Ⅲ要高一些。这四套BP网络模型的训练和检验的结果对比情况，详见表6.2.16。

根据已掌握的西大洋水库入库来水量实时观测信息，即1997年9月下旬的平均流量，利用已训练好的BP网络模型Ⅲ—1实时预测1997～1998年度枯季10～2月、3～5月的入库来水量。具体预测结果，列于表6.2.17中。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

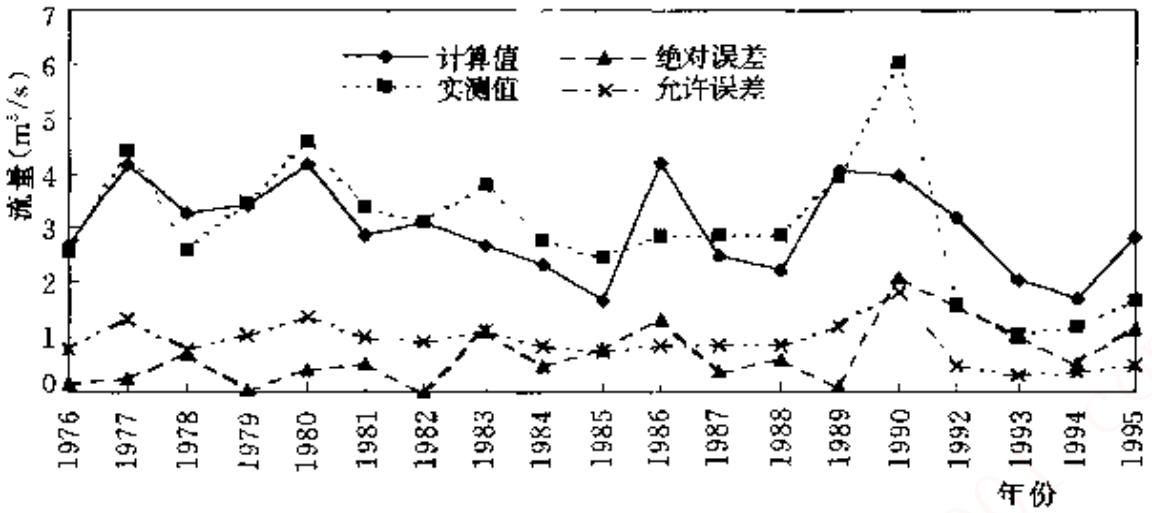

图 6.2.7　西大洋水库 3～5 月入库平均流量
预测模型（BP 网络模型Ⅲ—1）拟合图

表 6.2.16　　四套 BP 网络模型的训练和检验结果对比表

BP 网络模型类型	模型Ⅰ	模型Ⅱ	模型Ⅰ—1	模型Ⅰ—1	模型Ⅱ	模型Ⅲ—1
	$Q_{10\sim2}$	$Q_{3\sim5}$	$Q_{10\sim2}$	$Q_{3\sim5}$	$Q_{10\sim2}$、$Q_{3\sim5}$	$Q_{10\sim2}$、$Q_{3\sim5}$
训练次数	4621	18408	9643	50001	34574	39364
训练均方差	0.0129	0.020	0.010	0.022	0.013、0.015	0.010、0.022
训练合格率	87%	87%	86%	80%	86%、80%	89%、63%
检验合格率	100%	0			100%、0	

表 6.2.17　　西大洋水库枯季入库来水量实时预测结果

BP 网络模型类型	9 月下旬平均流量实测值（m^3/s）	来水量预测值（亿 m^3）		
		10～2 月	3～5 月	累　计
模型Ⅱ　1	6.120	0.769	0.196	0.965
模型Ⅰ、模型Ⅰ	6.120	0.771	0.264	1.035
模型Ⅰ—1、模型Ⅰ　1	6.120	0.762	0.214	0.976
模型Ⅲ	6.120	0.771	0.235	1.006

为了分析和对比已训练好的其他 BP 网络模型的预测性能，我们先后利用 BP 网络模型Ⅰ、模型Ⅱ与 BP 网络模型Ⅰ—1、模型Ⅱ—1 以及 BP 网络模型Ⅲ分别实时预测 1997～1998 年度枯季

地信网论坛
BBS.3S001.COM

10～2月、3～5月的入库来水量。其具体的预测结果，也列于表6.2.17中。

从表6.2.17中可以看出，这四套预测模型（BP网络模型Ⅲ—1；BP网络模型1、模型Ⅱ；网络模型Ⅰ－1、模型Ⅱ—1；BP网络模型Ⅲ）的预测结果相差不大，相差最大的也仅有0.070亿m^3，相差最小的为0.011亿m^3。由此可见，BP网络模型的预测精度是相当高的。从供水预测的目的性看，选取较小的预测值是可取的。因此，预测时选用BP网络模型Ⅲ—1或BP网络模型Ⅰ—1、模型Ⅱ－1，可不断吸收和运用新增加的观测资料，更能保证预测精度的不断提高。

(2) 王快水库。成因分析和相关图分析表明，王快水库9月下旬的平均流量与10～2月的平均流量具有显著的相关关系，而10～2月的平均流量和3～5月的降水量与3～5月的平均流量具有显著的相关关系，因此可以建立人工神经网络模型，对10～2月、3～5月的平均流量进行实时预测。

选取1975～1995年系列资料作为已知样本，用前16年的已知样本对网络进行训练，用后4年的已知样本对网络进行检验。构造根据9月下旬平均流量（$Q_{9下}$）预测10～2月平均流量（$Q_{10\sim2}$）的BP网络模型Ⅰ，其输入层节点（N_1）为1个，隐含层节点（N_2）为4个，输出层节点（N_3）为1个；构造根据10～2月平均流量（$Q_{10\sim2}$）和3～5月降水量（$P_{3\sim5}$）预测3～5月平均流量（$Q_{3\sim5}$）的BP网络模型Ⅱ，其输入层节点（N_1）为2个，隐含层节点（N_2）为4个，输出层节点（N_3）为1个。将已知的样本数据$Q_{9下}$和$Q_{10\sim2}$、$Q_{3\sim5}$及$P_{3\sim5}$进行归一化处理，分别作为BP网络模型1的输入（$q_{9下}$）和期望输出（$q_{10\sim2}$）、BP网络模型Ⅱ的输入（$q_{10\sim2}$、$p_{3\sim5}$）和期望输出（$q_{3\sim5}$）。网络模型训练与检验结果，分别列于表6.2.18中。

为了尽可能多地利用已掌握的实测资料信息，以进一步提高BP网络模型的预测精度，利用所有的20年的系列资料，对所构造的BP网络模型进行训练，确定出根据9月下旬的平均流量

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 6.2.18　　王快水库不同 BP 网络模型的训练和检验结果对比表

BP 网络模型类型	模型Ⅰ	模型Ⅱ	模型Ⅰ—1	模型Ⅱ—1
	$Q_{10\sim2}$	$Q_{3\sim5}$	$Q_{10\sim2}$	$Q_{3\sim5}$
训练次数	50000	50000	50000	50000
训练均方差	0.062	0.037	0.077	0.044
训练合格率	94%	81%	85%	60%
检验合格率	75%	25%		

($Q_{9下}$) 预测 10～2 月平均流量 ($Q_{10\sim2}$) 的 BP 网络模型Ⅰ—1 和根据 10～2 月平均流量 ($Q_{10\sim2}$) 和 3～5 月的降水量 ($P_{3\sim5}$) 预测 3～5 月平均流量 ($Q_{3\sim5}$) 的 BP 网络模型Ⅱ—1，其训练结果列于表 6.2.18 中。

从表 6.2.18 中可以看出，BP 网络模型Ⅰ—1、模型Ⅱ—1 的预测精度并不比 BP 网络模型Ⅰ和模型Ⅱ的预测精度高。因此，对于王快水库的枯季径流实时预测，建议选用 BP 网络模型Ⅰ和模型Ⅱ。

根据已掌握的王快水库入库来水量实时观测信息，即 1997 年 9 月下旬的平均流量，利用已训练好的 BP 网络模型Ⅰ实时预测 1997～1998 年度枯季 10～2 月的入库水量；根据枯季 10～2 月平均流量和 3～5 月降水量的预测值（这里 3～5 月降水量预测值选用 75%频率的降水量代替），利用已训练好的 BP 网络模型Ⅱ预测 1998 年枯季 3～5 月的入库来水量，具体预测结果列于表 6.2.19 中。为了进一步对比和分析 BP 网络模型Ⅰ—1、模型Ⅱ—1 的预测情况，这里也给出了其具体的预测结果，列于表 6.2.19 中。

表 6.2.19　　王快水库枯季入库来水量实时预测结果

BP 网络模型类型	9 月下旬平均流量实测值 (m^3/s)	来水量预测值（亿 m^3）		
		10～2 月	3～5 月	累　计
模型Ⅰ、模型Ⅱ	2.30	0.6239	0.0524	0.6763
模型Ⅰ—1、模型Ⅱ—1	2.30	0.6387	0.0488	0.6875

地信网论坛
BBS.3S001.COM

从表 6.2.19 中可以看出，这两套预测模型(BP 网络模型 1 和模型Ⅰ、BP 网络模型Ⅰ -1 和模型Ⅰ—1)的实时预测结果相差不大，仅有 0.0112 亿 m^3。但从供水预测来讲，选比较小的预测值是可取的，可增加预测的可靠性和供水的保证程度。因此，预测时建议选用 BP 网络模型Ⅰ和模型Ⅱ。

(3) 安格庄水库。通过综合分析，安格庄水库 10～2 月的平均入库流量 ($Q_{10\sim2}$) 与紫荆关站 9 月下旬平均流量 ($Q^Z_{9下}$)、安格庄水库 3～5 月的平均入库流量 ($Q_{3\sim5}$) 与紫荆关站 10～2 月平均流量 ($Q^Z_{10\sim2}$) 和紫荆关站 9 月下旬平均流量 ($Q^Z_{9下}$)，以及紫荆关站 10～2 月平均流量 ($Q^Z_{10\sim2}$) 与紫荆关站 9 月下旬平均流量 ($Q^Z_{9下}$) 具有比较显著的相关关系。选取 1980～1995 年的系列资料[紫荆关站 9 月下旬平均流量 ($Q^Z_{9下}$) 和 10～2 月平均流量 ($Q^Z_{10\sim2}$)、安格庄水库 10～2 月的平均入库流量 ($Q_{10\sim2}$) 和 3～5 月的平均入库流量 ($Q_{3\sim5}$)]作为已知样本，用前 11 年的样本对网络进行训练，用后 4 年的样本对网络进行检验。构造 BP 网络模型Ⅰ的输入层节点 (N_1) 为 1 个，隐含层节点 (N_2) 为 4 个，输出层节点 (N_3) 为 3 个。网络模型训练与检验结果，列于表 6.2.20 中。

表 6.2.20　安格庄水库不同 BP 网络模型的训练和检验结果对比表

BP 网络模型类型	模型Ⅰ			模型Ⅰ		模型Ⅱ
	$Q^Z_{10\sim2}$	$Q_{10\sim2}$	$Q_{3\sim5}$	$Q^Z_{10\sim2}$	$Q_{10\sim2}$	$Q_{3\sim5}$
训练次数	50000	50000	50000	46904	46904	50000
训练均方差	0.0026	0.0123	0.0101	0.0025	0.0120	0.0220
训练合格率	100%	91%	82%	100%	91%	73%
检验合格率	100%	75%	50%	100%	75%	50%

为了进一步探讨网络模型结构对预测精度的影响，首先构造根据紫荆关站 9 月下旬平均流量 ($Q^Z_{9下}$) 预测紫荆关站 10～2 月平均流量 ($Q^Z_{10\sim2}$) 和安格庄水库 10～2 月的平均入库流量 ($Q_{10\sim2}$) 的 BP 网络模型Ⅱ；然后构造根据紫荆关站 10～2 月平均流量

地信网论坛
BBS.3S001.COM

($Q^{\alpha}_{10\sim2}$) 预测安格庄水库 3～5 月的平均入库流量 ($Q_{3\sim5}$) 的 BP 网络模型Ⅲ。选取 1980～1995 年的系列资料作为已知样本，用前 11 年的样本对网络进行训练，用后 4 年的样本对网络进行检验。网络模型训练与检验结果，分别列于表 6.2.20 中。

根据已掌握的实时预测信息，即 1997 年 9 月下旬的平均流量，利用已训练好的 BP 网络模型Ⅰ实时预测 1997～1998 年度枯季 10～2 月、3～5 月的来水量，具体预测结果列于表 6.2.21 中。为了进一步对比和分析 BP 网络模型Ⅱ和模型Ⅲ的预测情况，我们同时也给出其具体的预测结果，列于表 6.2.21 中。

表 6.2.21　　安格庄水库枯季入库来水量实时预测结果

BP 网络模型类型	9 月下旬平均流量实测值 (m^3/s)	来水量预测值（亿 m^3）		
		10～2 月	3～5 月	累　计
模型Ⅰ	4.74	0.3538	0.0851	0.4389
模型Ⅱ、模型Ⅲ	4.74	0.3498	0.0961	0.1159

从表 6.2.21 中可以看出，这两套预测模型（BP 网络模型Ⅰ、BP 网络模型Ⅱ和模型Ⅲ）的实时预测结果相差不大，仅相差 0.007 亿 m^3。但从供水预测来讲，选较小的预测值是可取的，可增加预测的可靠性和供水保证程度。因此，选用 BP 网络模型Ⅰ或 BP 网络模型Ⅱ和模型Ⅲ进行实时预测，均可获得比较可靠的结果。

（4）拒马河张坊水文站。成因分析和相关图分析表明，张坊水文站 9 月下旬的平均流量与 10～2 月、3～5 月的平均流量具有显著的相关关系，因此可以建立根据 9 月下旬的平均流量 ($Q_{9下}$) 预测 10～2 月平均流量 ($Q_{10\sim2}$) 和预测 3～5 月平均流量 ($Q_{3\sim5}$) 的 BP 网络模型Ⅰ。选取 1980～1995 年的系列资料作为已知样本，用前 11 年的样本资料对网络进行训练，用后 4 年的样本资料对网络进行检验。训练与检验结果，列于表 6.2.22 中。

为了探讨网络模型结构对模型预测结果的影响，构造根据 9 月下旬的平均流量 ($Q_{9下}$) 预测 10～2 月平均流量 ($Q_{10\sim2}$) 和根据

地信网论坛
BBS.3S001.COM

10～2月平均流量（$Q_{10\sim2}$）预测3～5月平均流量（$Q_{3\sim5}$）的BP网络模型Ⅱ和模型Ⅲ。选取1980～1995年的系列资料作为已知样本，用前11年的样本对网络进行训练，用后4年的样本对网络进行检验。训练与检验结果，列于表6.2.22中。

表 6.2.22　张坊水文站不同BP网络模型的训练和检验结果对比表

BP网络模型类型	模　型Ⅰ		模型Ⅱ	模型Ⅲ
	$Q_{10\sim2}$	$Q_{3\sim5}$	$Q_{10\sim2}$	$Q_{3\sim5}$
训练次数	50000	50000	8584	37054
训练均方差	0.0082	0.0094	0.0082	0.0039
训练合格率	91%	91%	91%	100%
检验合格率	100%	50%	100%	50%

从表6.2.22中可以看出，BP网络模型Ⅱ和模型Ⅲ的预测精度比BP网络模型Ⅰ稍微高一些。根据已掌握的实时预测信息，即1997年9月下旬的平均流量，利用已训练好的BP网络模型Ⅰ实时预测1997～1998年度枯季10～2月、3～5月的来水量，具体预测结果列于表6.2.23中。为了进一步对比和分析运用选取15年（1980～1995年9月下旬的平均流量（$Q_{9下}$）和10～2月、3～5月的平均流量（$Q_{10\sim2}$、$Q_{3\sim5}$））系列资料所训练的BP网络模型Ⅰ—1的预测精度，我们也给出了其具体的预测结果，列于表6.2.23中。同时，也将BP网络模型Ⅱ和模型Ⅲ的预测结果列于表6.2.23中。

表 6.2.23　　张坊水文站枯季来水量实时预测结果

BP网络模型类型	9月下旬平均流量实测值（m^3/s）	来水量预测值（亿 m^3）		
		10～2月	3～5月	累　计
模型Ⅰ	3.65	0.4671	0.1492	0.6163
模型Ⅰ—1	3.65	0.4842	0.1412	0.6254
模型Ⅰ、模型Ⅲ	3.65	0.4666	0.1275	0.5941

从表6.2.23中可以看出，这三套预测模型（BP网络模型Ⅰ、BP网络模型Ⅰ—1、BP网络模型Ⅱ和模型Ⅲ）的实时预测结果相

地信网论坛
BBS.3S001.COM

差不大，相差的最大值为 0.0313 亿 m^3。但从供水预测来讲，选用比较小的预测结果是可取的，可增加预测的可靠性和供水保证程度。因此，选用 BP 网络模型Ⅰ或 BP 网络模型Ⅱ和模型Ⅲ进行实时预测，均可获得比较可靠的结果。

6.2.4 基于遗传算法的预测模型

对于受影响因素众多且均比较显著的枯季径流，其变化特征在时序上常常表现出准周期性、阶段性（跳跃现象）、相依性和随机性等。为了较全面地描述具有这类复杂特征的枯季径流变化趋势或规律，通常需要建立更为复杂的预测模型。而对于复杂模型的参数优化估计问题，一般需要进行大量复杂的寻优工作。利用传统的处理方法往往不仅存在计算工作量大，而且容易出现局部最优化的问题。而遗传算法正是处理这类复杂模型参数优化估计问题的通用方法，该算法不限制模型结构、优化准则、参数数目、约束条件等，只要求优化问题是可计算的，直接在优化准则函数值的引导下，在搜索空间中进行自适应全局并行搜索，运行过程简单而计算结果丰富，是目前一类新的通用性较强的优化方法，已在诸如函数优化、组合优化、神经网络优化、机器学习、模式识别、预测等领域得到了广泛应用[64,65]。

为了便于应用遗传算法优化估计复杂预测模型的参数[66]，且不失一般性，这里假设预测模型为 $p-1$ 阶多项式：

$$y = c_1 + c_2 x + \cdots + c_p x^{p-1} \tag{6.2.29}$$

则参数估计的优化准则为

$$f = \sum_{i=1}^{m} |c_1 + c_2 x_i + \cdots + c_p x_i^{p-1} - y_i| \tag{6.2.30}$$

式中：$\{c_i\}$ 为 p 个参数；$\{(x_i, y_i)\}$ 为 m 对输入、输出数据。

利用遗传算法（SGA）优化估计模型式（6.2.29）参数的计算步骤为：

第一步：模型参数的二进制编码。设编码长度为 l，把每个模型参数的初始变化区间等分成 2^l-1 个子区间，于是模型参数变

地信网论坛
BBS.3S001.COM

化空间被离散成 $(2^l)^p$ 个格网点，称每个格网点为个体，它对应 p 个模型参数的一种取值状态，可用 p 个 l 位二进制数表示。

第二步：初始父代个体群的随机生成。从这 $(2^l)^p$ 个格网点中随机选取 n 个点作为初始父代。

第三步：父代个体的适应能力评价。把第 i 个个体代入式(6.2.30)得相应的优化准则值 f_i。f_i 越小，该个体适应能力越强。

第四步：父代个体的概率选择。把已有的父代个体按优化准则值从小到大排序，排序后得最前面几个个体为优秀个体。构造与优化准则值 f_i 成反比的概率 p_i，且满足 $p_i>0$ 和 $\sum_{i=1}^{n} p_i=1$。于是可从这些父代个体中以 p_i 的概率选择第 i 个个体，共得两组 n 个个体。

第五步：父代个体的交配。由上得到的两组个体两两配对作为 n 对双亲，将每对双亲二进制数的某段值互换，得到两组子代个体。

第六步：子代个体的突变。任取上步中的一组子代个体，将它们二进制数的某段值依概率（即突变率）进行翻转（原值为 0 的变为 1，反之变为 0）。

第七步：进化迭代。由上步得到的 n 个子代个体作为新的父代，转回步骤三进行下一次进化，重新评价、选择、交配、突变，如此迭代进化，使优秀个体逼近最优点。

遗传算法（SGA）的寻优效率明显地依赖于模型参数初始变化区间的大小，该区间越大，SGA 的有效性越差；并且 SGA 中的交配、突变的寻优效率还随进化迭代次数的增加而迅速减弱，很快会出现许多优秀个体重复现象，再继续进化迭代下去，优化准则值并无多大改善；同时，第一、第二次进化迭代后产生的优秀个体的参数变化区间与初始变化区间相比，已明显缩小，而最优点一般都能被优秀个体所包围，对优化准则影响越大的参数的优秀个体变化区间收缩得越快。

根据 SGA 所存在的上述特性，金菊良等提出了一种改进的遗传算法[66]。即把 SGA 的第一、第二次进化迭代所产生的优秀个体参数变化区间作为模型参数的新的初始变化区间，应用 SGA 重新

地信网论坛
BBS.3S001.COM

进行计算。如此加速循环，优秀个体参数变化区间将越来越小，它与最优点的距离也越来越近，足以满足计算精度的要求。因此将这种改进的遗传算法称为加速遗传算法（ASGA）。

为了便于分析和对比，取模型式（6.2.29）为2阶多项式，优化准则取式（6.2.30），输入、输出资料为$\{(x_i,y_i)|x_i=i,y_i=1+2x_i+3x_i^2\quad i=1,2,\cdots30\}$，分别用SGA和ASGA计算。计算结果，列于表6.2.24中。

表 6.2.24　　SGA 和 ASGA 优化效果的比较

SGA 进化迭代次数	ASGA 加速次数	优秀个体变化区间			优化准则值
		c_1	c_2	c_3	
2		0.98，2.19	1.98，2.19	2.99，3.00	8.20
	1	0.80，1.19	1.86，2.19	2.98，3.01	3.55
6		0.89，1.20	1.98，1.99	2.99，3.00	4.95
	3	0.84，1.17	1.96，2.02	2.99，3.00	0.80
30		0.98，1.20	1.98，2.20	2.98，3.00	4.95
	15	0.99，1.00	1.99，2.00	2.99，3.00	0.00
初始变化区间		0.80，1.20	1.80，2.20	2.80，3.20	

由表6.2.24可以看出，在参数初始变化区间逐步扩大时，随着进化迭代次数的增加，SGA的优化准则值稳定在一个较大值附近，出现成熟前收敛的现象[67]；ASGA的优化准则值随着加速次数的增加而能逐步得到改善。显然，ASGA的寻优速度快于SGA。

由于遗传算法具有原理直观、方法简便、实用性和通用性均比较强等特点，因此在研究和预测更复杂的枯季径流变化规律而需要建立复杂预测模型时，建议运用遗传算法来优化估计模型的参数，这里暂不对遗传算法的应用问题等展开分析和讨论。

6.3　枯季径流实时预测与校正

根据1997年9月底所获得的实时预测信息，即1997年9月

地信网论坛
BBS.3S001.COM

下旬的平均流量，利用优选出的BP网络模型、HG分析模型和相关图分别进行枯季径流实时预测，其预测结果列于表6.3.1中。

表6.3.1　1997～1998年度枯季来水量实时预测结果　单位：亿m^3

库(站)名称	BP网络模型			HG分析模型			相关图		
	10～2月	3～5月	累计	10～2月	3～5月	累计	10～2月	3～5月	累计
西大洋	0.77	0.20	0.97	0.75	0.22	0.97	0.80	0.15	0.95
王快	0.62	0.05	0.68	0.59	0.12	0.70	0.60	0.07	0.67
安格庄	0.35	0.09	0.14	0.35	0.12	0.47	0.43	0.14	0.57
张坊水文站	0.47	0.15	0.62	0.47	0.13	0.60	0.44	0.15	0.59
合　计	2.21	0.49	2.71	2.16	0.59	2.74	2.27	0.51	2.78

从表6.3.1中可以看出，本次所研究的预测方法——BP网络模型、HG分析模型、相关图法对于实时预测西大洋水库、王快水库、安格庄水库和张坊水文站的枯季来水量，其预测值相差不大，相差最大的为0.06亿m^3，相差最小的为0.01亿m^3，说明其预测精度是比较高的。但从供水预测来讲，选用比较小的预测值是可取的，可增加预测的可靠性和供水保证程度。因此，最好选用BP网络模型的实时预测结果，即1997～1998年度枯季来水量的预测值为2.71亿m^3，其中10～2月的来水量预测值为2.21亿m^3，1998年3～5月的来水量预测值为0.49亿m^3。

根据1998年2月底所获得的实时预测信息，对1997年9月底的实时预测结果进行实时校正和实时预测，具体的校正与预测结果列于表6.3.2中。

从表6.3.2中可以看出，1998年2月底的预测结果均比1997年9月底的预测结果偏小，其中运用BP网络模型实时预测的3～5月来水量最小，为0.41亿m^3，比1997年9月底的预测结果偏小0.08亿m^3，占其预测值的16.3%；用相关图法实时预测的3～5月来水量次之，为0.43亿m^3，比1997年9月底的预测结果偏小0.08亿m^3，占其预测值的15.7%；而用HG分析模型实时预

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 6.3.2　　1997～1998 年度枯季来水量实时校正与预测结果

单位：亿 m^3

库(站)名称	实测值	BP 网络模型		HG 分析模型		相关图	
	10～2 月	3～5 月	累计	3～5 月	累计	3～5 月	累计
西大洋	0.65	0.15	0.80	0.18	0.83	0.08	0.73
王　快	0.49	0.02	0.51	0.10	0.59	0.05	0.54
安格庄	0.47	0.09	0.56	0.11	0.58	0.14	0.61
张坊水文站	0.53	0.15	0.68	0.15	0.68	0.16	0.69
合　计	2.14	0.41	2.55	0.54	2.68	0.43	2.57
与 9 月底预测结果的偏差值 ε *	−0.07	−0.08	−0.16	−0.05	−0.06	−0.08	−0.21

* 1998 年 2 月底的预测结果比 1997 年 9 月底的预测结果偏大时，取“+”，反之取“−”。

测的 3～5 月来水量最大，为 0.54 亿 m^3，比 1997 年 9 月底的预测结果偏小 0.05 亿 m^3，占其预测值的 8.5%；1998 年 2 月底预测的最大值与最小值相差为 0.13 亿 m^3。

由表 6.3.1 和表 6.3.2 可知，根据 9 月底所获得的实测信息，利用所研究的预测方法——BP 网络模型、HG 分析模型和相关图法进行 1997～1998 年度 10～2 月来水量实时预测，其预测值分别为 2.21 亿 m^3、2.16 亿 m^3 和 2.27 亿 m^3，比 1997～1998 年度 10～2 月的实际来水量 2.14 亿 m^3 分别偏大 0.07 亿 m^3、0.02 亿 m^3 和 0.13 亿 m^3，分别占实际来水量的 3.3%、0.93%和 6.1%。同时可看出，根据 1997 年 9 月底和 1998 年 2 月底所获得的实时预测信息，利用 HG 分析模型实时预测的结果相差最小，仅相差 0.06 亿 m^3；利用 BP 网络模型预测的结果相差次之，为 0.16 亿 m^3；而利用相关图法预测的结果相差最大，为 0.21 亿 m^3。

根据 1998 年 5 月底所获得的实测信息，对 1997 年 9 月底的实时预测结果进行评估和分析，见表 6.3.3。

表 6.3.3 的分析结果表明，枯季径流实时预测的误差为 10.9%，其中 1997～1998 年 10～2 月预测值比实测值偏大 3.3%，

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 6.3.3　　1997～1998 年度枯季来水量实时预测值与实测值对比表

单位：亿 m^3

库(站)名称	BP 网络模型	HG 分析模型	相关图法	实测值	预测误差 *
西大洋	0.97	0.97	0.95	0.84	15.5%
王　快	0.68	0.70	0.67	0.72	5.6%
安格庄	0.44	0.47	0.57	0.72	38.9%
张坊水文站	0.62	0.60	0.59	0.76	18.4%
合　计	2.71	2.74	2.78	3.04	10.9%

*　预测值选择 BP 网络模型的预测结果。

而 3～5 月预测值比实测值偏小 45.6%。其原因是：1998 年春 3～5 月保定市降雨次数比往年普遍偏多，且在时间上分布比较均匀，一般 10 天左右降一次雨，雨量也比较大，特别是 5 月的降雨量占 3～5 月总降雨量的 50%以上。这样的降雨虽然不直接产流，但对农业灌溉影响很大。据调查，保定市大部分冬小麦地仅浇一次水，各水库上游农业引水较少。因此，除西大洋水库 3～5 月的实际来水量比预测值稍偏小以外，王快、安格庄水库和张坊水文站 3～5 月的实际来水量均比预测值偏大。

综合上述分析结果表明，运用这三种方法进行枯季径流实时预测，均有足够的预测精度保证，可不必对预测结果再进行校正。只是利用 BP 网络模型和 HG 分析模型进行枯季实时预测相对比较容易、简捷和快速一些，预测精度相对更高一些，BP 网络模型的通用性和实用性比后两种方法更强一些，因此更具有推广应用价值。

6.4　白洋淀淀水位实时预测与分析

白洋淀位于保定市东部，处于 115°38′～116°07′E，38°43′～39°02′N 之间，东西长 39.1km，南北宽 28.5km，总面积 362.8km^2。白洋淀控制大清河中上游地区，流域面积 31199km^2，

地信网论坛
BBS.3S001.COM

占整个大清河流域面积的69.1%，水系呈扇形分布，主要入淀河流有潴龙河、唐河、孝义河、府河、漕河、瀑河、萍河及引河。这些河流将上游洪水汇入白洋淀，经淀区调节，由枣林庄节制闸和十方院溢流堰控制下泄，经赵王新渠、独流江河穿北大港入海。

由于上游的一百余座大、中、小水库控制了山区面积的58%，因而一般年份几乎无水入淀。1970年新盖房枢纽建成后，入淀水量基本上靠引河维持，所有入出淀水量均由人为控制。白洋淀上游控制工程多，情况复杂。白洋淀来水量影响因素繁多，是上游蓄、滞、引、用等人类活动综合作用的结果，这种作用是一个非常复杂而又非确定性的过程。在研究的初期，曾试图建立枯季入淀水量的预测方案，为此探索了不同因素与白洋淀来水量的关系，但结果均不理想，只得放弃。由于积累的资料系列比较短，加上资料的完备性比较差，影响淀水位的因素又比较多等原因，本次只研究利用建立枯季逐月水位相关图，实时预测枯季的淀水位。

白洋淀枯季水位预测是一个区域性的比较复杂的问题，涉及到上下游及淀内外多种因素，包括自然、社会和经济等方面。从诸多复杂因素中选择对其影响较大者，结合有关资料加以整理和分析。

6.4.1 预测方法

由于影响白洋淀淀水位的因素比较复杂，日出、入淀水量目前也难于统计和调查，积累的有关实测资料系列又比较短，本次研究仅探讨利用相关图法实时预测白洋淀枯季淀水位的问题，待以后资料系列比较长时，再研究和探讨利用回归分析模型及人工神经网络模型等方法实时预测枯季淀水位等问题。

从1970～1991年资料中选择引河没有入淀水量、枣林庄没有放水时期的十方院枯季的各月末淀水位数据点绘逐月相关图，按点据分布目估确定经验相关图。该图基本上代表白洋淀蓄水量的自然损失情况，图中相关点资料较少，经与《白洋淀国七经济研究》1993年第4期中白洋淀枯季水位预测雏形提供的天然损失水深比较，两者基本相符，详见表6.4.1。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 6.4.1　白洋淀计算天然损失水深与相关图截距比较表　单位：m

月份	1	2	3	4	5	10	11	12
①	0.03	0.04	0.06	0.13	0.16	0.06	0.04	0.03
②	0.03	0.04	0.06	0.13	0.16	0.10	0.04	0.03

注　①数据摘自《白洋淀围土经济研究》1993 年第 4 期；②利用相关图法获得的结果。

6.4.2　水位预测方案的评定与检验

1. 预测方案评定

水位预测预见期内最大变幅的允许误差采用变幅均方差 δ，变幅为零的允许误差采用 0.3δ，其余变幅的允许误差按上述两值用直线内插法求出。如算出的水位允许误差 $\delta>1.0$m 时，即以 1.0m 为上限（相应的 0.3δ 为 0.3m），算出的 $0.3\delta<0.1$m 时，即以 0.1m 为下限。其上、下限列于表 6.4.2 中。

表 6.4.2　水位预测预见期内的最小允许误差值　单位：m

月份	10	11	12	1	2	3	4	5	10～2	10～5
①	0.45	0.44	0.25	0.13	0.18	0.33	0.94	0.70	0.45	1.52
②	±0.2	±0.11	±0.06	±0.03	±0.06	±0.07	±0.23	±0.18	±0.10	±0.40
③	±0.10	±0.10	±0.10	±0.10	±0.10	±0.10	±0.10	±0.10	±0.10	±0.10
④	0.07	0.06	0.04	0.02	0.01	0.11	0.19	0.19	0.15	0.45
⑤	±0.04	±0.03	±0.02	±0.01	±0.02	±0.02	±0.07	±0.06	±0.03	±0.12
⑥	±0.05	±0.05	±0.05	±0.05	±0.05	±0.05	±0.07	±0.06	±0.05	±0.12

注　①预见期内最大变幅；②计算 δ（m）；④预见期内最小变幅；⑤计算 0.3δ（m）；③、⑥采用的最小允许误差。

从表 6.4.2 中可以看出，12～3 月预见期内变幅允许误差计算 δ 均小于 0.10m。在评定时用±0.05 和±0.10 分别评定合格率，其结果是下限用±0.10m，所有逐月相关图合格率为 100%；下限±0.05m，10～1 月和 4～5 月合格率为 100%，而 2～3 月合格率为 67%～75%（点少）。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

在评定逐月合格率时，对特殊点进行了还原计算。所谓特殊点一般是偏小，主要原因是淀外农业用水。根据《白洋淀国土经济研究》1993 年第 4 期第 8 页中提供的白洋淀周边用水量加以还原计算，偏小点基本上都回到相关图上（或接近实测值），如 1981 年 3 月底实测水位 5.96m，加农业用水 1630 万 m^3，水位可还原到 6.07m，预测水位为 6.13－0.06＝ 6.07m，6.07m 相应蓄水减农用水 1630 万 m^3，水位降到 5.98m，与实测水位差 0.02 米。用同样方法计算出 1975 年 3 月、1981 年 4 月、5 月的水位分别为 6.84m、5.59m 和 5.41m，与实测值分别差 0.06m、0.04m 和 0.02m。以上还原水位既作为特殊点说明，也作为评定误差依据。另外，1990 年 2 月、5 月水位偏大，其原因除 2 月引河有少量引水、5 月清水河有 200 万 m^3 水进淀外，主要是由降雨造成的，其中枣林庄 5 月 30 日一日降雨量高达 43.6mm。

2. 预测方案检验

利用 1991～1996 年 9 月末十方院水位资料，预测检验（逐月连续预测）次年 5 月末水位，并进行评定分析，其评定结果全部合格，详见表 6.4.3 所示。

表 6.4.3　　预测方案检验结果　　单位：m

时间（年．月．日）	9 月末水位	预测次年 5 月末水位	实测水位	预测误差	预见期变幅	允许误差	方案评定
1991.9.30～1992.5.31	8.50	7.79	7.84	0.05	0.76	0.20	合格
1992.9.30～1993.5.31	7.49	7.35	7.28	0.07	0.55	0.13	合格
1993.9.30～1994.5.31	7.08	6.49	6.49	0	0.60	0.13	合格
1994.9.30～1995.5.31	8.20	7.77	7.76	0.01	0.64	0.14	合格
1995.9.30～1996.5.31	8.88	7.78	7.96	0.18	0.93	0.25	合格

地信网论坛
BBS.3S001.COM

6.4.3 淀水位实时预测

根据白洋淀1997年9月底的实测水位和1997～1998年度枯季的预测来水量情况，对1998年2月底和5月底的淀水位进行实时预测，其结果列于表6.4.4中。由于1997年汛期降雨量比正常年份明显偏少，加之四大水库汛末蓄水量比上年同期偏少39%，预测的四库一站枯季来水量比上年度同期偏少56%，故在不从白洋淀取水的条件下，预测出1998年5月底的淀水位为6.77m，接近淀干水位6.5m。

表6.4.4 白洋淀枯季水位预测结果及对比分析（Ⅰ） 单位：m

时间	1997～1998年度水位	与1996～1997年度同期水位比较**	与1993～1994年度同期水位比较**
9月底*	7.35	-1.41	+0.28
2月底	7.22	-1.36	-0.26
5月底	6.77	-0.84	+0.28

* 为实测值。

** 对比时，水位上升为“+”，下降为“-”。

根据1998年2月底所获得的实时预测信息，对1997年9月底的实时预测结果进行实时校正和预测，具体的校正与预测结果列于表6.4.5中。

表6.4.5 白洋淀水位枯季实时校正与预测结果 单位：m

时间	1997～1998年度水位	与1996～1997年度同期水位比较**	与1993～1994年度同期水位比较**
9月底*	7.35	-1.11	+0.28
2月底*	7.91	-0.67	+0.95
5月底	7.61	0.00	+2.12

* 为实测值。

** 对比时，水位上升为“+”，下降为“-”。

从表6.4.4和表6.4.5中可以看出，1997年9月底预测的枯

地信网论坛
BBS.3S001.COM

季淀水位（2月底、5月底）分别比1998年2月底实测的水位值和5月底预测的水位值偏小0.69m和0.84m。其原因主要是：1997年12月为防止白洋淀再次干淀，安格庄水库给白洋淀补水7800万m^3，加上大清河北支本身的基流量，白洋淀10～2月的总入淀水量为1.155亿m^3；从不完全的统计调查资料分析看出，10～2月白洋淀周边地区的取淀水量不大，总取淀水量远小于总入淀水量。当然，1997～1998年度枯季的淀水位仍比前一年同期偏低，9月底淀水位偏低1.41m，2月底偏低0.67m；但比历史上较枯年份的1993～1994年度同期淀水位仍是偏高的，其中9月底偏高0.28m，2月底偏高0.95m，5月底偏高2.12m。

根据1998年5月底所获得的实测信息，对1997年9月底及1998年2月底的实时预测结果进行评估和分析（见表6.4.6）。分析结果表明，1997年9月底和1998年2月底的预测误差分别为9.85%和1.33%，说明预测精度是比较高的。

表6.4.6　　白洋淀枯季水位预测结果及对比分析（Ⅱ）

时间	1997年9月底的预测水位值（m）	1998年2月底的预测水位值（m）	1997～1998年度实测水位值（m）	1997年9月底的预测误差（%）	1998年2月底的预测误差（%）
2月底	7.22	7.91*	7.91*	8.72%	—
5月底	6.77	7.61	7.51*	9.85%	1.33%

*　为淀水位的实测值。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

第七章　试点区枯季地下水资源实时预测

本章侧重于研究利用数值模拟模型法和水量均衡法实时预测枯季地下水资源的问题。预测结果的对比和分析表明，这两种预测方法都具有较高的预测精度，可不必对枯季地下水资源实时预测结果进行校正。但由于数值模拟模型不仅能预测地下水可开采量，而且能给出地下水位的时空分布，因此更有利于水资源的合理调配和科学管理，在条件允许的条件下建议积极应用和推广这种模型方法。

保定市是我国较严重的缺水城市之一，地下水资源是其主要的供水水源，地下水的年开采量占其全年总供用水量的85%以上，且地下水的开采区域主要集中在平原区。由于地下水开采布局不合理，局部区域地下水超采严重，已引起地下水位不断下降，目前地下水的最大埋深已超过35m，水位降落漏斗范围不断扩大，地下水遭受到不同程度的污染，水质日趋恶化。因此，保定市平原区枯季地下水资源实时预测问题是本次试点研究的一个重点。

7.1　区域水文地质条件

根据保定市区域水文地质特点和地下水资源的开发利用等情况，分析和研究保定市平原区地下水的形成条件、含水层分布规律及其主要特征、地下水埋藏条件与地下水动态特征，以及地下水水化学特征等❶❷❸。

❶ 保定地区平原地下水开采技术条件略图说明书. 地矿部水文地质第四大队，1972

❷ 保定地区平原地下水资源评价及合理开发利用勘察科研综合报告. 河北省地质局水文地质第四大队，1976

❸ 保定市地下水资源评价报告. 河北省环境水文地质总站保定监测站等，1991

地信网论坛
BBS.3S001.COM

7.1.1 地下水形成条件

保定市东部平原处在太行山东麓，自第四纪以来接受了太行山剥蚀下来的大量碎屑物质，构成了巨厚的第四纪沉积物，并且有明显的成因和岩相分带性，加上太行山地表径流的强烈补给及半干旱气候条件，因而构成了山前冲洪积扇型的水文地质单元，呈现出典型的山前倾斜平原的水文地质特征。

本区地下水以孔隙潜水类型为主，其中主要包括山前冲洪积倾斜平原孔隙潜水与河谷潜水等，在倾斜平原前缘地带和交错沉积平原内广泛分布有浅层的承压水，主要含水层为卵砾石、砂砾石、中粗砂层及中细砂层等。

潜水形成条件有较明显的分带性，太行山东麓地貌上属于山前冲洪积扇群带范围，地下水埋藏较深，一般在 10～20m，此处表土层较薄，其下部为卵砾石层，地表水流出山区后以及当地降雨产生垂直入渗，故为地下水接受地表水补给的渗入带（又称地下水的深藏带）。此带含水层单一，富水性强。深藏带以东，随着地形的突然变缓迅速过渡到浅藏带或径流带，其地下水埋深约为 4～9m，由于岩相发生变异，形成了两个以上的含水层，第一含水层为潜水，以下为承压水，由于地形坡度变缓，地下水位而迅速抬高，形成地下水溢出带。地下水径流至邻近白洋淀处变得较为缓慢，潜水埋深一般小于 3m，以至溢出地表，经蒸发而排泄，这是径流排泄带（见图 7.1.1）。

全区广泛分布着承压水，承压含水层大部分由砂砾石与中粗砂层组成，隔水顶底板多由亚粘土组成，且连续性较差，含水层

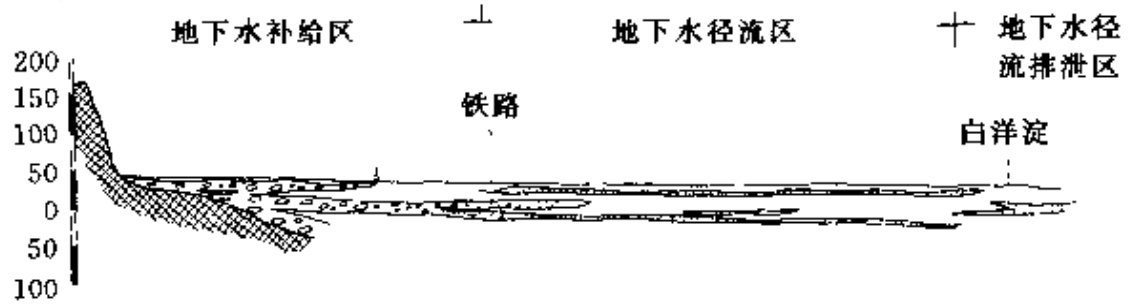

图 7.1.1 保定市平原区水文地质剖面示意图

地信网论坛
BBS.3S001.COM

产状复杂；承压含水层大多在地面 30～50m 以下即可遇到，主要通过山前渗入带来接受补给，垂直补给潜水及大量开采是排泄的主要方式。

自 70 年代以来，尤其是 80 年代中后期开始，保定市社会经济蓬勃发展，城市缺水日益严重，造成了对地下水的掠夺性开采，导致了平原区地下水位持续下降，水位降落漏斗不断扩大，地下水动力（流）场、温度场和水化学场发生了深刻变化。目前，保定市平原区的地下水，无论是潜水还是承压水，其水位均有较大幅度的下降，与 70 年代相比一般下降 10～15m，最大可达 30m 左右；其补给方式以大气降雨入渗补给和灌溉、河流入渗补给为主，排泄方式则主要为人工开采。

7.1.2 含水层分布及其主要特征

保定市平原区的含水层岩性从西向东由粗逐渐变细，单层厚度逐渐变薄，连续性逐渐变差。按岩性可分为四个带（如图 7.1.2(*a*) 所示），现分述如下。

第一带为卵砾石含水层带，分布在铁路以西，属于冲洪积扇的上半部，含水层主要为巨厚的卵砾石，中间夹粘性土透镜体，上、下含水层具有密切的水力联系。但满城一带为古冲洪积扇，卵砾石埋藏在 50～120m 之间，单层厚度较薄，一般有 5～7 个含水层，总厚度 20～50m，上、下含水层水力联系较差。

第二带为砂砾石含水层带，属于冲洪积扇的前半部，含水层主要为粗砂和砾石等，80m 深度内可遇到 4～6 个含水层，单层厚度可达 5～10m，其总厚度为 20～35m；北拒马河冲洪积扇含水层较厚，单层厚度可达 20m，总厚度 30～50m。垂向变化一般上部较细，下部较粗。隔水层较稳定，上、下含水层水力联系较差，除上层的潜水外，下部含水层都具有承压性。

第三带和第四带为冲洪积交错沉积成因的含水层带，含水层分布比较复杂，有的与冲洪积扇含水层相连接，有的呈透镜状分布。第三带为粗中砂含水层带，分布在新城、容城、保定市区以

地信网论坛
BBS.3S001.COM

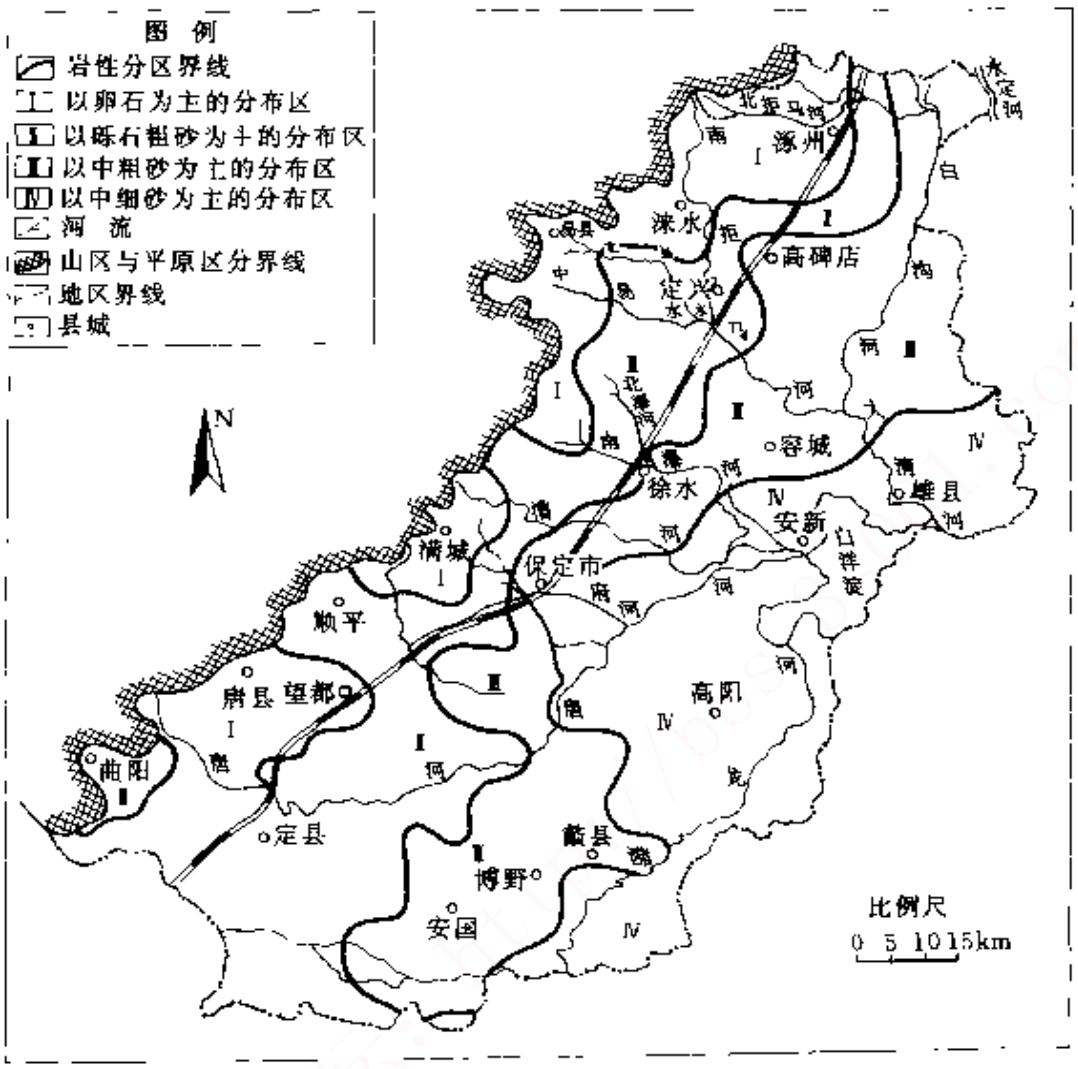

图 7.1.2 (*a*)　保定市平原区含水层岩性图

北和清苑、安国、博野一带，含水层以中粗砂为主，有时夹砾石，120m 深度内可遇到 5～8 个含水层，单层厚度 1～10m，总厚度 30～50m。第四带为中细砂含水层带，分布在雄县、安新、保定市区、高阳、蠡县一带，含水层主要为中细砂，其分布常呈 NE--SW 向，而在 NW—SE 向的剖面上常呈透镜状。垂向上分布在 100m 深度上下有一巨厚的粘性土层，厚度为 20～40m，将含水层分为上、下二组。上部含水组一般为 15～30m，最厚可达 40 余 m。下部含水组至 200m 深度内有 5～7 个含水层组成，单层厚度为 1～5m，个别达 10m，总厚度为 20～30m。

从钻孔的统计资料来看，含水岩层总厚度的变化，反映了明

地信网论坛
BBS.3S001.COM

显的分带性及其与冲洪积扇的关系。冲洪积扇范围内含水层总厚度由扇顶向前缘逐渐增大，除满城冲洪积扇含水层厚度变化较小外，一般冲洪积扇含水层厚度变化均比较大。

保定市平原区的地下水开采一般集中在100m以内层位上，且大多为混合开采，对含水层富水性难以分层阐述，只能叙述现有开采深度内综合含水层（或称含水层组）的富水性特点（如图7.1.2（*b*）所示）。

由于各冲洪积扇含水层岩性、厚度及补给条件的差异，其富水性也不一致。一般说来，冲洪积扇顶部的富水性较差，到中下部较好，至交错沉积平原又逐渐变差。唐河冲洪积扇顶部单位涌水量小于20m³/(h·m)，中部和前缘为50～80m³/(h·m)；易水冲洪积扇和瀑河冲

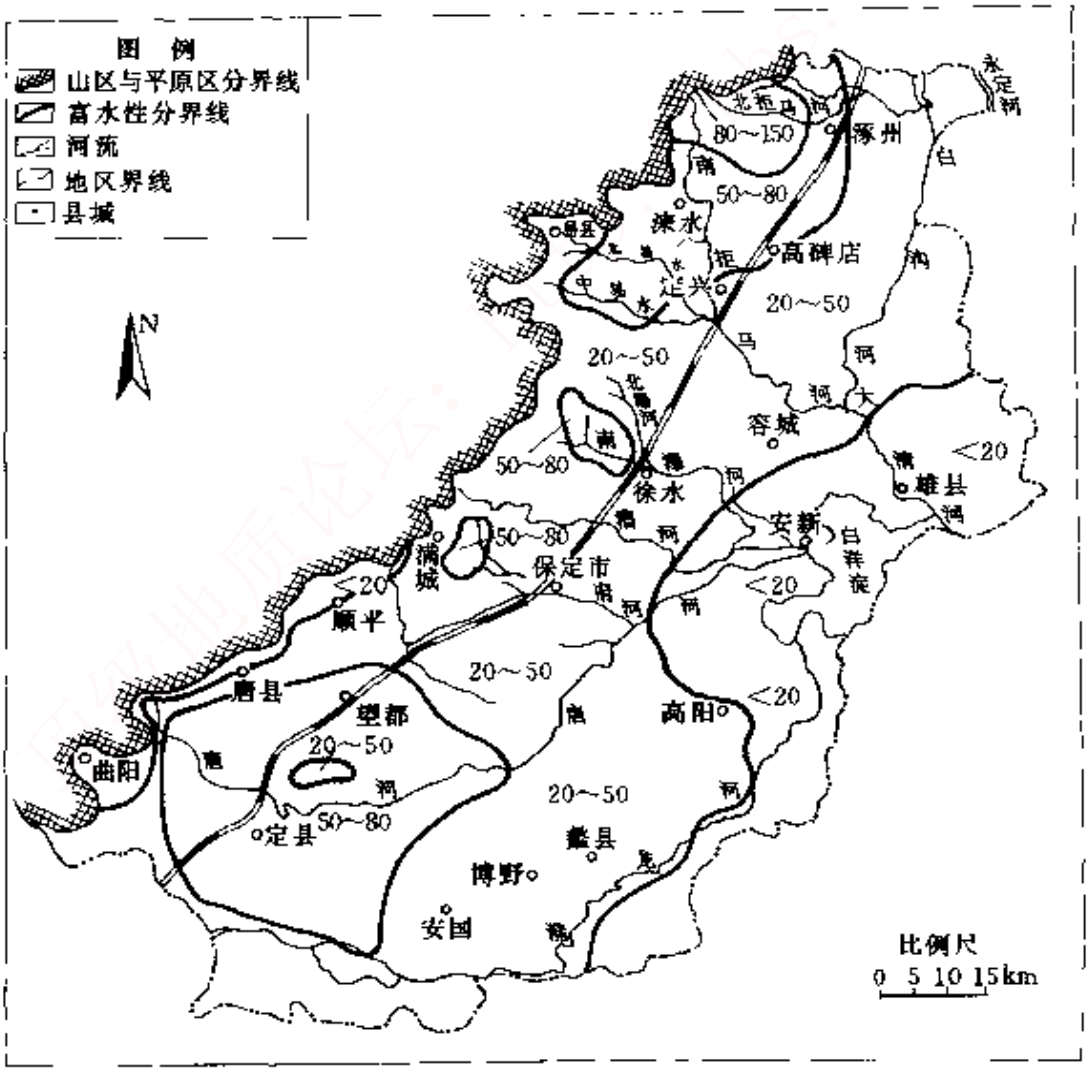

图 7.1.2（*b*） 保定市平原区含水层富水性图

地信网论坛
BBS.3S001.COM

洪积扇顶部单位涌水量为 20～50m³/(h·m)，中部为 50～80m³/(h·m)，前缘又减为 20～50m³/(h·m)；拒马河冲洪积扇由于河流常年有水，补给充沛，水量较其他冲洪积扇都丰富，顶部和中部单位涌水量为 80～150m³/(h·m)，但前缘较小，为 50～80m³/(h·m)；满城冲洪积扇由于含水层较薄，单位涌水量较小，一般为 20～50m³/(h·m)，个别略大于 50m³/(h·m)。各冲洪积扇扇间地带单位涌水量较小，一般为 20～50m³/(h·m)；冲洪积交错沉积平原单位涌水量：容城、高阳县城以西一般为 20～50m³/(h·m)，以东小于 20m³/(h·m)。

7.1.3 地下水埋藏条件及动态特征

地下水的埋藏条件严格受地貌、水文地质条件的控制。由于地下水位受人工开采和季节的影响，以下所述水位埋深为近几年(1992～1995 年)的水位埋深，其变化规律从西向东逐一叙述如下(见图 7.1.3)。

冲洪积扇的顶部沿山地带，水位埋深一般大于 10m，最深可达 30 多 m；到铁路东侧，由于地势变缓，含水层由粗变细（卵砾石→砂砾石等），地下水位变浅，埋深一般小于 3m，70 年代个别地方的地下水曾溢出地表，如黑龙泉、九龙泉、一亩泉及涿县（现称涿州市）的百尺干、泗各庄、北鲁坡一带的泉群。但由于 80～90 年代大量开采地下水，地下水位持续下降，水位降落漏斗不断扩大，目前水位埋深已达 35m，一般为 10～20m。但其中有些洼地或沿河两岸的地下水位埋藏仍比较浅，一般埋深为 5～10m 左右；城市市区及其附近区域由于大量开采地下水，地下水位大幅度下降，水位降落漏斗面积不断扩大，漏斗中心最大水位埋深已超过 35m；至白洋淀周围地下水位逐渐抬升，水位埋深一般小于 5m。

保定市平原区地下水位年变化仍然保持着季节性和年周期性动态特征，仅存在高水位、低水位出现时间上较往年提前或推迟的差异。地下水水质和水温总体上变化不大，但局部区域变化比

地信网论坛
BBS.3S001.COM

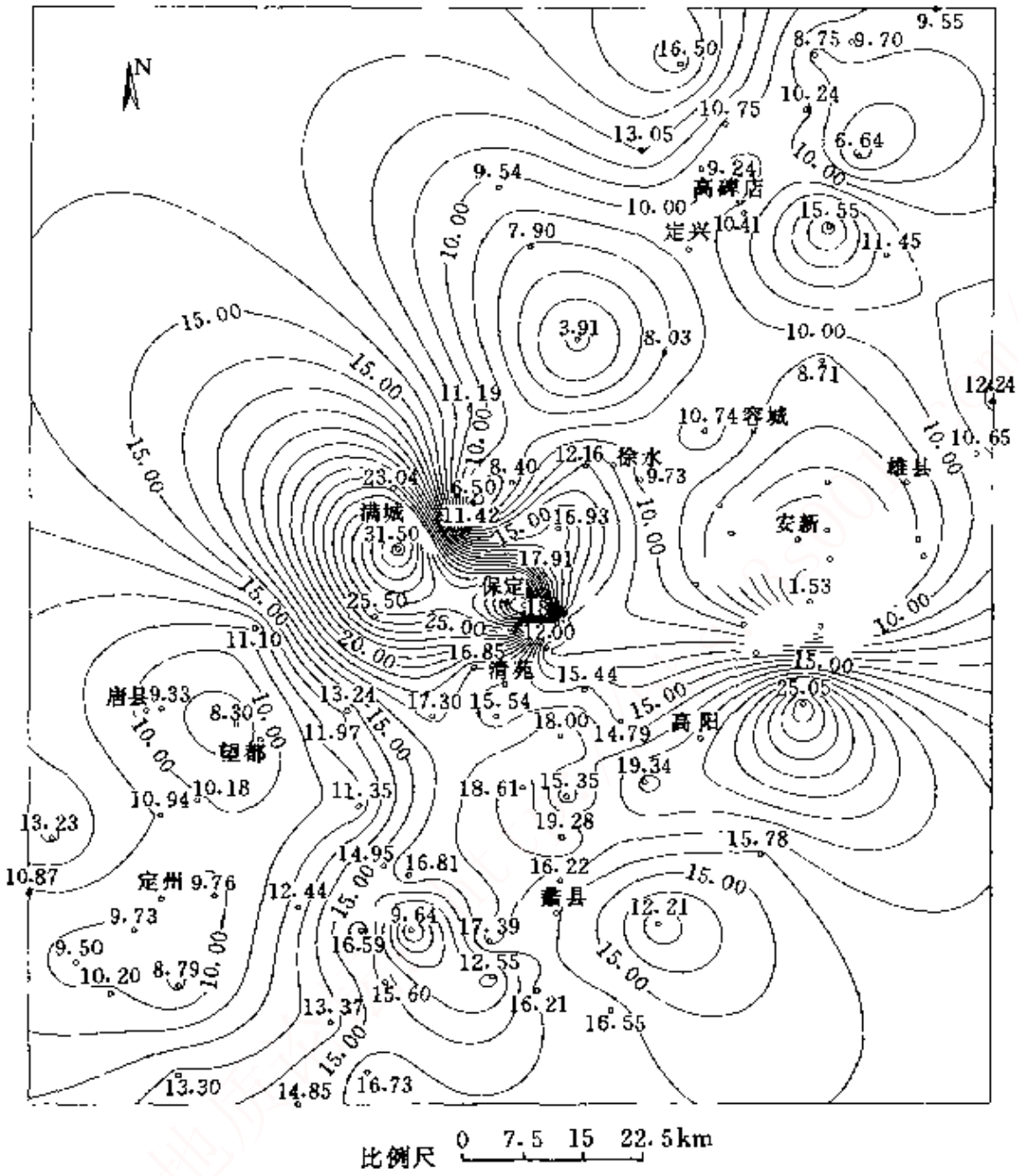

图 7.1.3 保定市 1995 年 5 月 26 日地下水埋深等值线图

较大，一些供水水源地已遭到不同程度的污染。但由于有关地下水水质和水温的问题不是本次研究的重点，故在此暂不进行深入系统地分析和研究。

保定市平原区地下水位变化有明显的季节性规律，按时间可分为平、低、高、平四个变化过程。从 1 月开始地下水位缓慢上升至 2 月止，此后随着开采量的增加，水位自 3 月开始转为下降，

地信网论坛
BBS.3S001.COM

5～6 月达到最低水位，一般水位下降幅度为 0.2～8.0m，其中以 2.0～7.0m 占多数。

随着保定市地下水的大量开采，在平原区先后出现了三个较大的区域性地下水位降落漏斗（以下简称漏斗），即一亩泉漏斗、保定市区漏斗以及高（高阳县）、蠡（蠡县）、清（清苑县）漏斗。另外，由于大量引污灌溉和污水排放，使保定市区的西部平原水库附近和东部的地下水位抬高，形成了地下水位反漏斗（如图 7.1.4 所示）。

（1）一亩泉漏斗。该漏斗位于保定市区的西北部，地处漕界河冲洪积扇中上部，是保定市一亩泉水源地开采区。一亩泉漏斗形成于 1967 年低水位期，1967～1980 年期间，漏斗没有形成固定的封闭区，为簸箕形漏斗；1980 年以后，一亩泉漏斗发展速度较快，到 1985 年低水位期，漏斗中心水位埋深由 1980 年的 8.26m 下降到 22.65m，漏斗面积由 95km^2 发展到 125km^2。1985～1990 年期间，一亩泉漏斗面积则呈现逐年缩小的趋势，到 1990 年低水位期，漏斗中心水位埋深抬升为 18.05m，而漏斗面积也相应地不断缩小；在 1990～1995 年低水位期时，漏斗中心水位埋深下降到了 31.5m 多，漏斗面积不断扩大，先后与保定市区漏斗和平原水库反漏斗相连通（见图 7.1.3 和图 7.1.4）。

（2）保定市区漏斗。该漏斗位于保定市区，地处冲洪积低平原，由于城市表层覆盖，降水入渗条件比较差，主要接受侧向补给，人工开采成为保定市区地下水位降落漏斗发展变化的主要因素。保定市区的地下水开采主要包括自来水公司水厂、企事业单位自备井和农灌井等开采，漏斗区内主要的集中开采区有：四里营水源地，大车辛庄水源地及分散式自备井等。随着社会经济的快速发展，地下水的开采量逐年增加，地下水开采量已由 1988 年的 31.1 万 m^3/d 增大到 1994 年的 47.9 万 m^3/d。

保定市区漏斗形成于 1974 年 6 月，漏斗中心位置在岳庄，1975 年低水位期时，在东大街和东马池形成两个小漏斗，此后两个小漏斗逐渐扩大、合并，使保定市区漏斗迅速发展。1986～1990

地信网论坛
BBS.3S001.COM

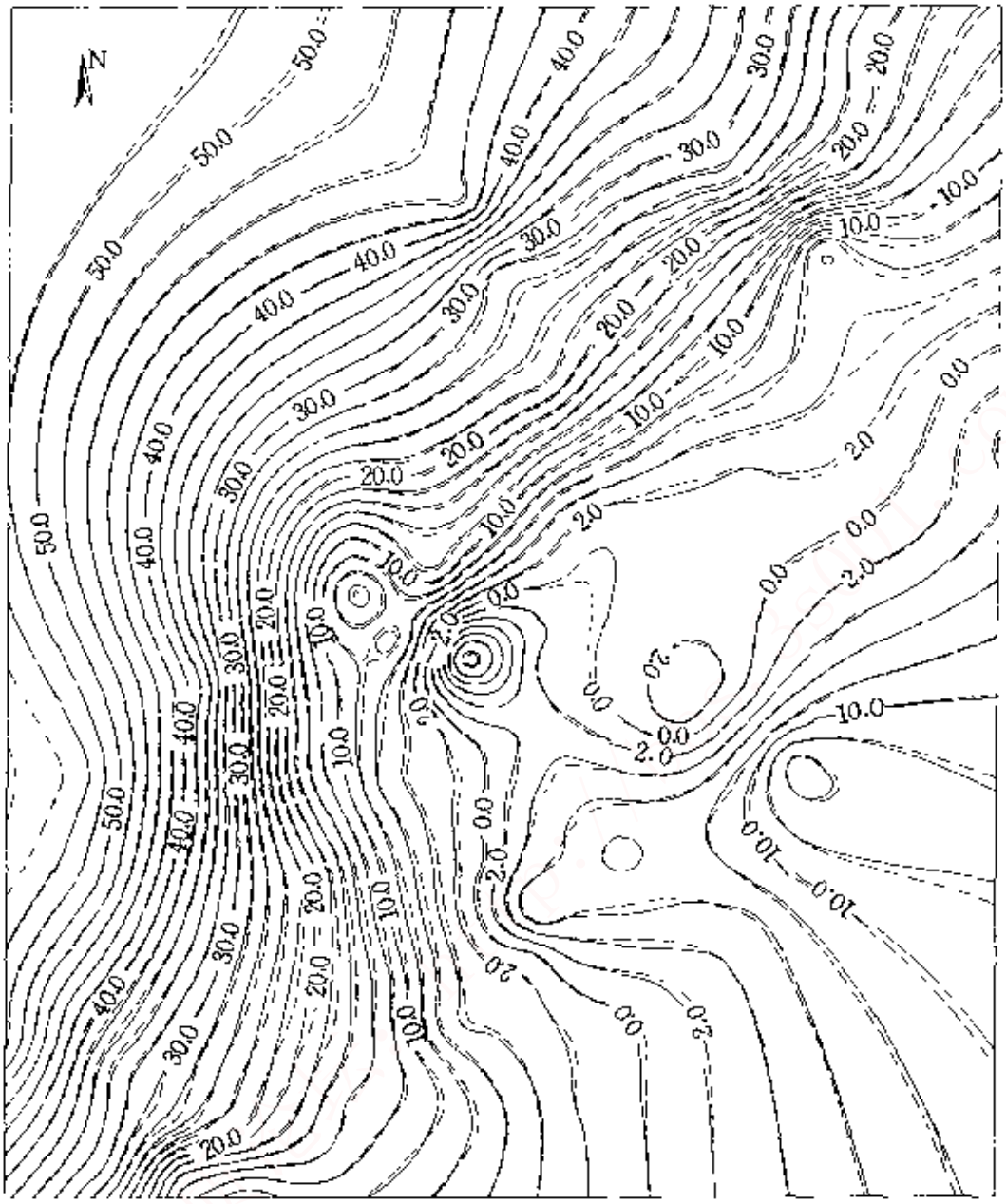

图 7.1.4 保定市 1995 年 5 月 26 日地下水位等值线图

年保定市区漏斗中心一直在色织厂，低水位期漏斗中心水位埋深以 1988 年最低，达到 33.09m，漏斗影响面积基本上是呈逐渐扩大趋势的，从 1986 年的 174km^2 发展到 1990 年的 201km^2（如图 7.1.5 和图 7.1.6 所示）；1990～1995 年漏斗面积基本上是呈持续

地信网论坛
BBS.3S001.COM

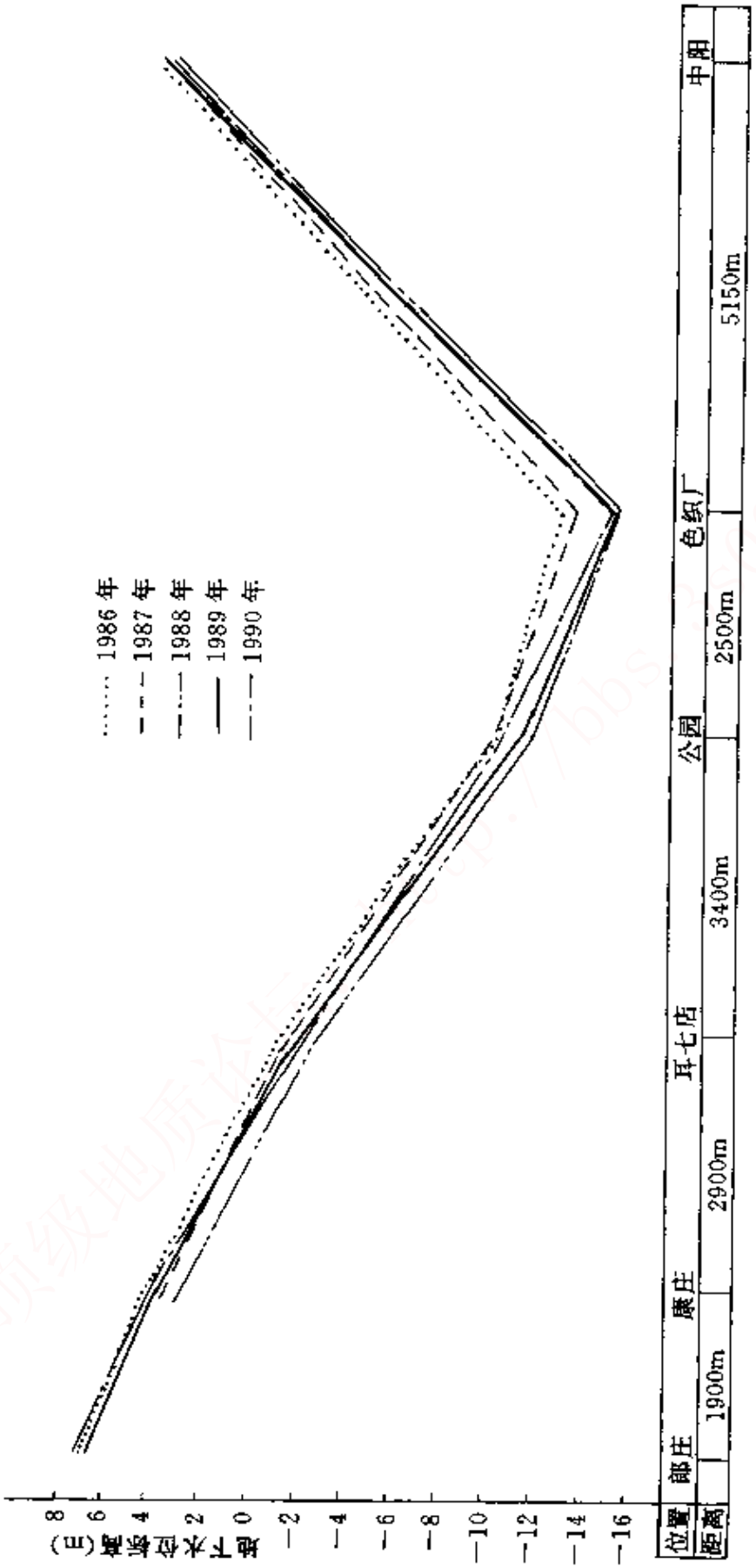

图 7.1.5　保定市区漏斗低水位期地下水水位剖面图

地信网论坛
BBS.3S001.COM

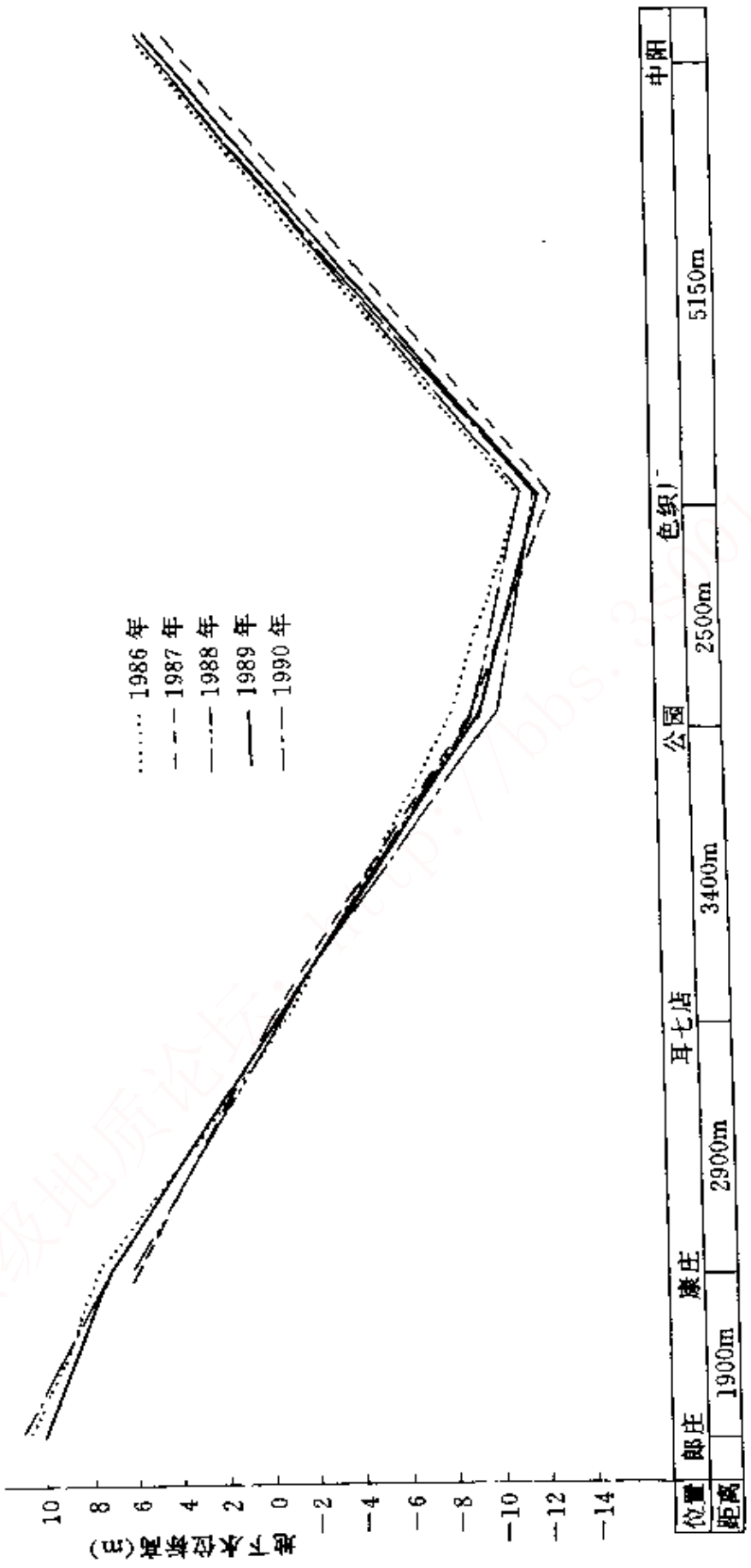

图 7.1.6 保定市区漏斗高水位期地下水水位剖面图

地信网论坛
BBS.3S001.COM

扩大的，先后与一亩泉漏斗和高（高阳县）、蠡（蠡县）、清（清苑县）漏斗向连通，而低水位期漏斗中心水位埋深呈持续下降的趋势，1995 年低水位期，漏斗中心水位埋深达到 35m 多（见图 7.1.3）。

（3）高、蠡、清漏斗。该漏斗包括高阳县、蠡县北部、清苑县东部及安新县西南部。1973 年以前为季节性漏斗，以后发展为常年性漏斗。高（高阳县）、蠡（蠡县）、清（清苑县）漏斗以东，由于受到华北油田深层地下水开采的影响，地下水位形成向东倾斜的喇叭状洼槽，并与高、蠡、清漏斗相连。因此，高（高阳县）、蠡（蠡县）、清（清苑县）漏斗形状为向东开口倾斜的喇叭形漏斗。

高、蠡、清漏斗，在 1986～1990 年期间仅 1989 年 2 月和 1990 年 6 月封闭，封闭面积分别为 96km^2 和 76km^2，漏斗影响面积由 1986 年低水位期的 384km^2 增加到 1990 年同期的 512km^2，漏斗中心水位埋深在 1986 年和 1987 年呈区域性下降，漏斗中心水位下降速度远大于漏斗周围的下降速度；1988 年 6 月到 1990 年降水量比较大，农业开采地下水的数量相对减小，地下水位为区域性上升，低水位期漏斗中心水位上升速度又大于漏斗外围的地下水位上升速度。1990～1995 年期间，低水位期漏斗中心水位埋深呈持续下降的趋势，1995 年漏斗中心水位埋深由 1990 年的 14.05m 增大到 1995 年的 19m 以上，漏斗面积不断扩大，先后与保定市区漏斗和一亩泉漏斗相连接，形成了一个统一的区域性地下水位降落漏斗区（见图 7.1.4）。

（4）保定市区西北部反漏斗——平原水库反漏斗。该反漏斗形成于 1972 年，是保定市区西郊大量引污灌溉及电厂冲灰水入渗补给地下水，使局部地下水位抬高形成的。1977 年，漏斗封闭面积为 5.6km^2。由于 1977～1979 年区域降水量比较大，使区域地下水位回升，于 1979 年反漏斗消失。1982 年区域水位大幅度下降，反漏斗又重新出现。1985 年低水位期，漏斗中心水位埋深为 5.6m，封闭面积为 24.5km^2；到 1990 年低水位期，漏斗中心水位埋深上

地信网论坛
BBS.3S001.COM

升到 2.0m，封闭面积为 10km²。1990～1995 年低水位期，漏斗中心水位埋深基本保持在 6～7m 左右，先后与保定市区漏斗和一亩泉漏斗相连接（见图 7.1.4）。出现反漏斗的原因，主要是由于大量引污灌溉和热电厂排灰水源源不断地进入平原水库所致。

（5）保定市区东部反漏斗——平陵反漏斗。该漏斗分布于东安、后屯至大阳一带，保定市区污水排放量每天超过 22 万 m³，除市区每天 10 多万 m³ 下渗损失量之外，其余大部分通过黄花沟、一亩泉河、南护城堤外渠道，在平陵附近汇合后，向东流入唐河污水库。因污水在汇合后对地下水产生入渗补给，再加上平陵以东又有季节性河流汇入，以及引污水灌溉等都增加了地下水的补给来源，致使地下水位抬高，形成了地下水位反漏斗。

反漏斗出现在 80 年代中期，漏斗形状近三角形。反漏斗范围扩展迅速，1989 年，反漏斗面积已扩展到 100km²，先后与保定市区漏斗和高、蠡、清漏斗相连接。进入 90 年代，反漏斗范围继续扩大，反漏斗内水位埋深基本保持在 1.0m 左右。该漏斗限制了保定市区漏斗向东扩展，同时也因平陵反漏斗内浅层地下水水质较差，从而也造成对市区地下水供水水源的污染威胁（见图 7.1.4）。

7.1.4 地下水水化学特征

保定市平原区地下水多为深浅含水层混合开采，难于分层论述。尽管如此，地下水的水化学特征在平面上也反映了从西向东的分带特性。安国、保定、徐水、高碑店以西，地下水依靠大量低矿化度的地表水补给，并迅速沿着渗透性良好的砾石层在较大的水力坡度下流向下游，同时带有沉积层中的可溶盐分，因而地下水的水化学类型一般为矿化度小于 1g/L 的重碳酸型水，其间局部为重碳酸氯化物水，这是溶滤潜水的特点。向东以重碳酸氯化物水为过渡带，其间局部分布有重碳酸型水或重碳酸氯化物硫酸型水，这是潜水溶滤带向盐分搬运带过渡的地段；到本区东部，水化学类型则变为重碳酸硫酸氯化物水或重碳酸氯化物硫酸型

地信网论坛
BBS.3S001.COM

水。由于拒马河、大清河常年水流不断，对地下水补给较充沛，其沿岸水型较两侧不同，属于重碳酸型水，而两侧则为重碳酸氯化物水。相反，高阳县周围及县境的东部边缘，因地势低洼，地下水排泄条件较差，或因地层含盐量较高之故，水型较坏，属于硫酸重碳酸氯化物水或硫酸、氯化物重碳酸型水，此段属于潜水盐分搬运带。该区地下水的矿化度一般小于 1g/L，但高阳县周围及其县境东部边缘，雄县的东部和白洋淀周围大于 1g/L。但随着地下水的大量开采，不同层位的地下水混合后，其矿化度一般在 1g/L 左右。

同时应当指出的是，保定市区及农业污水灌溉区的地下水混合开采层，目前已遭到了不同程度的污染。污染主要表现在以下几个方面：①地下水水化学类型复杂化。②地下水的矿化度、总硬度、硝酸盐、氯化物、硫酸盐等组份浓度增高。③有害、有毒物的检出与超标等。污染分布的主要范围在保定市区及西北部和东部地带，主要是由于工业废水和生活污水大量渗漏补给混合开采层地下水造成的。

7.2 地下水数学模拟模型的建立

在综合分析现有资料基础上，对实际复杂的地下水资源系统的主要特征进行抽象和概化，达到既满足数学模拟模型的技术要求，又不失实际复杂系统的主要特征。这样建立起来的概念性的模型，称为地下水资源系统概念模型。

7.2.1 水文地质条件概化

通过分析和研究区域的水文地质条件与有关的地下水位长期观测资料、地下水开采情况等，将保定市平原区的地下水混合开采层概化为统一的地下水资源系统，并将该系统概化为非均质各向同性的、与外界环境有着密切联系的开放性系统；将系统的边界概化为第一类的水位边界和第二类的流量边界，即将西南部边

地信网论坛
BBS.3S001.COM

界概化为系统的第一类边界（在该边界上分布有足够数量的水位长期观测孔，且边界水位受地下水开采的影响比较小），而将其他边界概化为第二类边界——补给边界或排泄边界；将地下水的水动力特征概化为准承压平面二维非稳定流，并且符合达西定律。保定市平原区地下水资源系统概念模型，如图 7.2.1（a）所示。

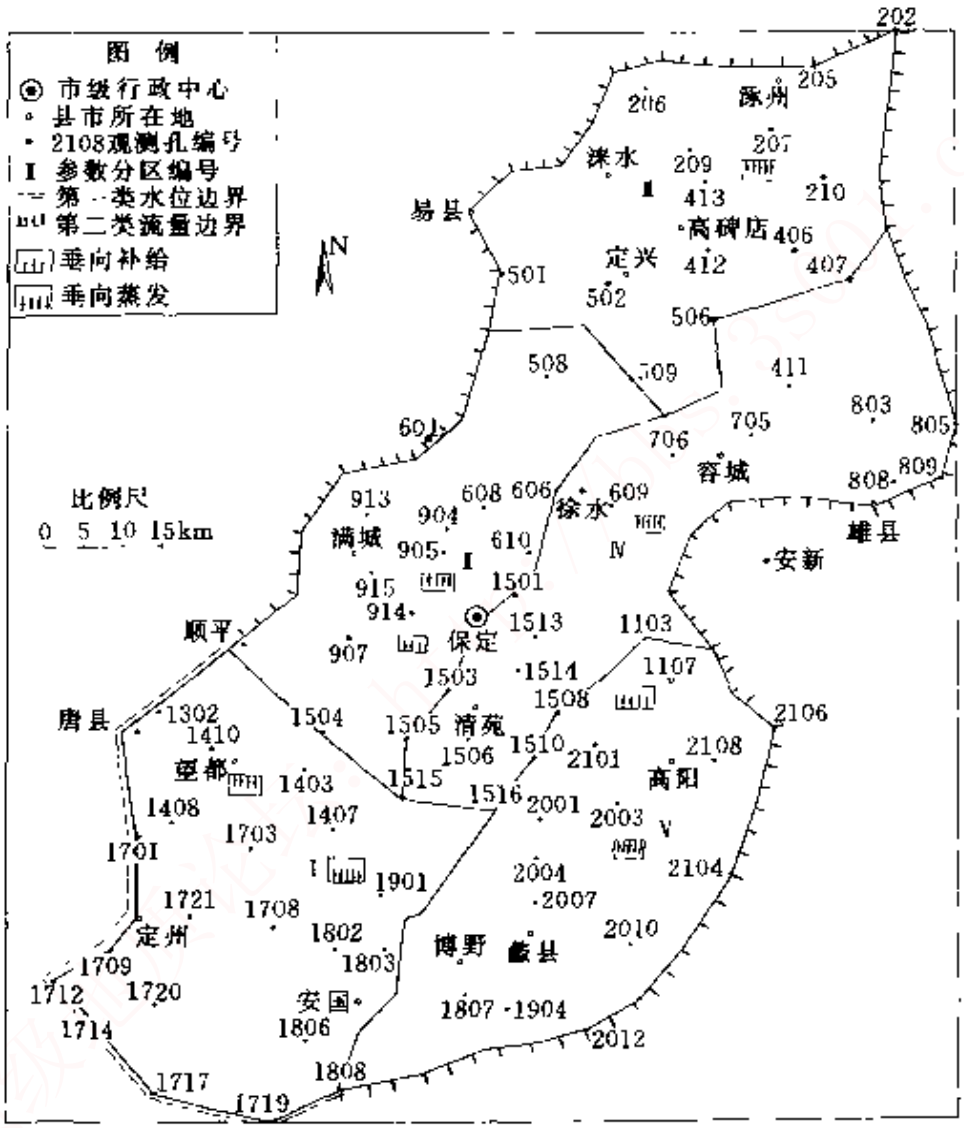

图 7.2.1（a）　保定市平原区地下水资源系统概念模型

7.2.2　水文地质参数分区

根据地下水的形成条件和地下水混合开采层的岩性、厚度、富水性及埋藏条件等，将保定市平原区地下水资源系统划分为五个

地信网论坛
BBS.3S001.COM

参数分区，并将每一分区概化为均质各向同性的。水文地质参数的参考值和已有的成果，列于表 7.2.1 和表 7.2.2 中。

表 7.2.1　　水文地质参数参考值统计表

松散岩石	渗透系数 K (m/d)	给水度 μ		
		最　大	最　小	平　均
粘　土		0.05	0.00	0.02
亚粘土	0.001～0.10			—
亚砂土	0.10～0.50	—	—	
砂　粘	—	0.12	0.03	0.07
粉　砂	0.50～1.00	0.19	0.03	0.18
细　砂	1.00～5.00	0.28	0.10	0.21
中　砂	5.00～20.0	0.32	0.15	0.26
粗　砂	20.0～50.0	0.35	0.20	0.27
砾　砂	50.0～150.0	0.35	0.20	0.25
卵　石	100.0～500.0	—	—	—
细　砾	—	0.35	0.21	0.25
中　砾	—	0.26	0.13	0.23
粗砾	—	0.26	0.12	0.22

表 7.2.2　　有关水文地质参数的已有成果统计表

导水系数	给水度	降雨入渗系数	蒸发系数	井灌回归系数	渠灌入渗系数
T (m^2/d)	μ	α	C	$\beta_{井}$	$\beta_{渠}$
2416	0.05～0.11	0.18～0.29		0.10	0.20
900～1200	0.02～0.10	0.35～0.60*	—	—	—

* 降雨入渗系数，这里为综合入渗系数，泛指降雨入渗、蒸发、井灌回归和渠灌入渗等综合的入渗系数。当年降水量小于 400mm 时，α=0.3527；当年降水量在 400～600mm 时，α=0.4021；当年降水量大于 600mm 时，α=0.5988。

7.2.3　数学模拟模型及计算方法

为了进一步分析和研究地下水资源系统的基本特征，以达到

地信网论坛
BBS.3S001.COM

对地下水资源进行评价、预测和管理等目的，研制系统的数学模拟模型是非常必要的。数学模拟模型是通过数学模拟方法对系统定性描述的概念模型进行定量刻划的一种工具，它通常是将系统的概念模型抽象为数学模拟模型来刻划和描述系统内部的各变量、参数之间的关系。通过对数学模拟模型的识别和验证，又反过来加深对系统特征的进一步理解和认识，为地下水资源评价和预测等奠定坚实的基础。

1. 数学模拟模型

在保定市平原区地下水资源系统概念模型的基础上，根据质量守恒定律和能量守恒定律，建立系统的数学模拟模型：

$$\operatorname{div}(T\operatorname{grad}h)=\mu\frac{\partial h}{\partial t}-W(x,y,t)+\sum_{j=1}^{m}Q(x_j,y_j,t)\delta(x-x_j,y-y_j)$$
$$(x,y)\in\Omega;t>0 \qquad (7.2.1)$$

$$h(x,y,t)|_{t=0}=h_0(x,y)\quad (x,y)\in\Omega_1 \qquad (7.2.2)$$

$$h(x,y,t)|_{\Gamma_1}=h_1(x,y,t)\quad (x,y)\in\Gamma_1;t\geqslant 0 \qquad (7.2.3)$$

$$(T\operatorname{grad}h\cdot\vec{n})|_{\Gamma_2}=q(x,y,t)\quad (x,y)\in\Gamma_2;t\geqslant 0 \qquad (7.2.4)$$

式中：h 为水位；Q 为抽水量；T 为导水系数；μ 为给水度；W 为垂向补排强度；δ 为单位脉冲函数；h_0 为初始水位；h_1 为第一类边界水位；q 为第二类边界上的单宽流量；$\vec{n}$ 为第二类边界上单位外法线向量；Ω 为计算区域；Γ_1 为第一类边界；Γ_2 为第二类边界；$\Omega_1=\Omega+\Gamma_1+\Gamma_2$。

2. 计算方法

目前，数学模拟模型的计算方法主要有两种：即解析法和数值法。由于运用解析法求解数学模拟模型需要进行大量简化、做很多假设，对于解决比较复杂的地下水资源系统数学模拟模型计算问题，一般是不太适合的，很难有计算精度的保障。目前国内外普遍的做法是：利用解析法来分析野外抽水试验资料，以确定有关的水文地质参数；而利用数值法来求解数学模拟模型，对地下水资源系统进行数值模拟，以达到评价和预测地下水资源的目

地信网论坛
BBS.3S001.COM

的。现在利用比较多的数值法有：有限单元法、有限差分法和边界元法等[51~53]。本次计算，我们采用迦辽金有限单元法❶。

首先，将边值问题——数学模拟模型［式（7.2.1）～式（7.2.4）］转化为变分问题，然后，根据不规则网格剖分的基本原则对地下水资源系统进行区域不规则网格剖分（见图 7.2.1（*b*），

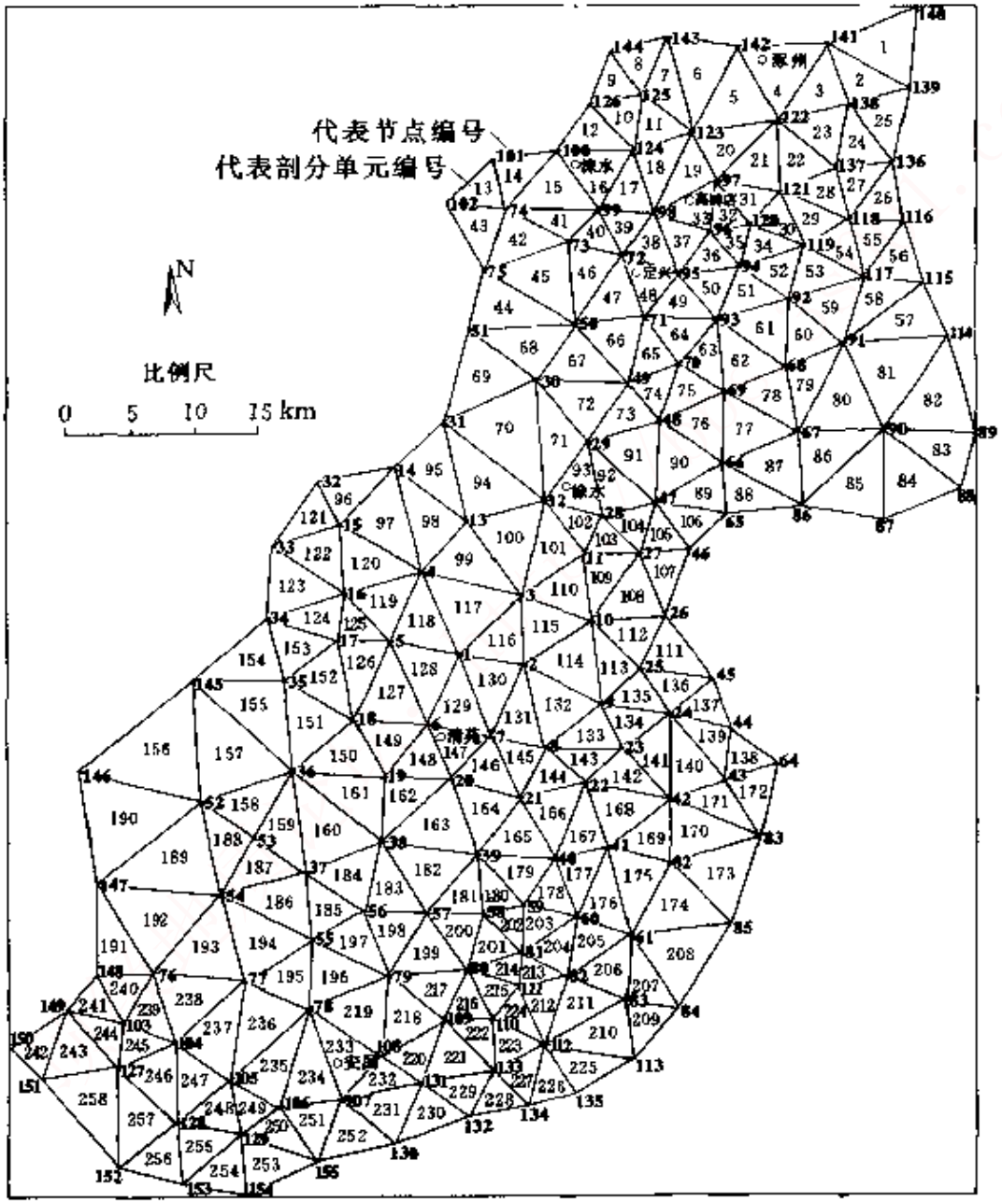

图 7.2.1（*b*）　保定市平原区不规则网格剖分图

❶ 谢新民. 新疆喀什市地下水系统管理模型研究. 长春地质学院硕士学位论文，1989

地信网论坛
BBS.3S001.COM

共剖分三角形单元 258 个，总节点 155 个，其中计算节点 144 个（内节点 105 个，第二类边界节点 39 个），第一类边界节点 11 个。最后，通过构造形状函数和基函数，将边值问题进行离散、变换和整理，得到地下水资源系统数值模拟模型：

$$[B]_{m\times n}\{h\}_{n\times 1}=[C]_{m\times 1} \tag{7.2.5}$$

式中：$[B]=[A]/2+[D]/\Delta t$；$[C]=\{F\}-\{[A]/2-[D]/\Delta t\}\{h^t\}$；$\{h\}=\{h^{t+1}\}$；$[A]$为导水矩阵；$[D]$为储水矩阵；$\{F\}$为水量矩阵；$n$ 为总节点数；m 为计算节点数。

7.2.4 模型的识别与验证

地下水资源系统数值模拟模型的识别与验证，就是利用系统的输入和输出的历史系列观测资料，对模拟模型（包括有关的参数和未知的参量）进行率定和检验，以使模型能真实地反映地下水资源系统状态的发展变化规律，提高模型的模拟仿真能力，进而反求有关的水文地质参数，检验系统的边界性质等。

1. 模型的识别

根据分析和整理保定市平原区长期观测孔的地下水位系列资料，选择 1992 年 2 月 26 日～1995 年 5 月 26 日期间的实测水位作为模拟模型识别的标准水位，以各雨量站的降水量实测资料系列作为模型运算的已知参量，以实际调查统计的地下水开采量和灌溉引水量，以及有关的研究成果等作为模型运算的参考值；把以前的有关参数成果作为模型参数识别的初始值。根据地下水资源系统的动态特征，将每个水文年划分为一个丰水期（5 月 26 日～翌年 2 月 26 日）和一个枯水期（2 月 26 日～5 月 26 日），即 1992 年 2 月 26 日～1995 年 5 月 26 日共可划分为 7 个计算时段。

根据已分析和整理出来的有关系列资料，利用所编制的计算软件，在计算机上就可对模拟模型的水文地质参数和有关的参量进行识别。其中模型的计算水位与实测水位拟合情况，见表 7.2.3 和图 7.1.4、图 7.2.2～图 7.2.5 所示；模拟识别出的有关水文地质参数值，列于表 7.2.4 和表 7.2.5 中；模拟识别出的有关参量

地信网论坛
BBS.3S001.COM

值，列于表 7.2.6 和表 7.2.7 中。

表 7.2.3　　计算水位与实测水位拟合统计表

时　段	$\Delta H \leqslant 1.0$m 的节点数	η_1	$\Delta H \leqslant 0.5$m 的节点数	η_2	方差 S^2
1	139	96.53%	110	76.39%	0.280
2	135	93.76%	112	77.78%	0.543
3	135	93.75%	107	74.31%	0.460
4	120	83.33%	104	72.22%	1.141
5	135	93.75%	108	75.00%	0.306
6	124	86.11%	108	75.00%	1.162
7	138	95.83%	111	77.08%	0.273
8	127	88.19%	117	81.25%	1.524
9	138	95.83%	119	82.64%	0.294
10	116	80.56%	111	77.08%	2.863
11	135	93.75%	113	78.47%	0.705

注　ΔH 为绝对误差，$\Delta H(j,i) = |h(j,i) \quad hz(j,i)|$，$h$ 为计算水位，hz 为实测水位；η_1、η_2 为绝对误差小于 1.0m、0.5m 的节点数占计算节点数的百分比。

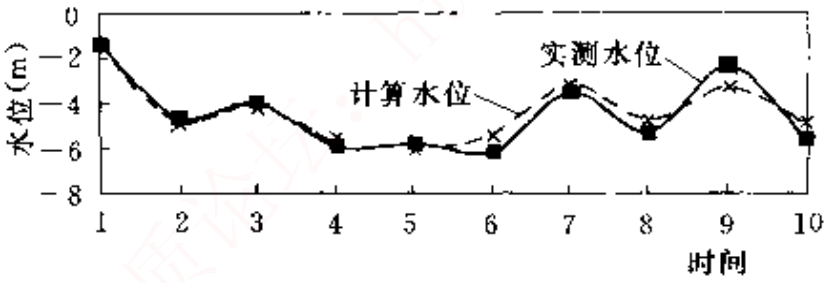

图 7.2.2　第 22 号节点实测水位与计算水位过程线

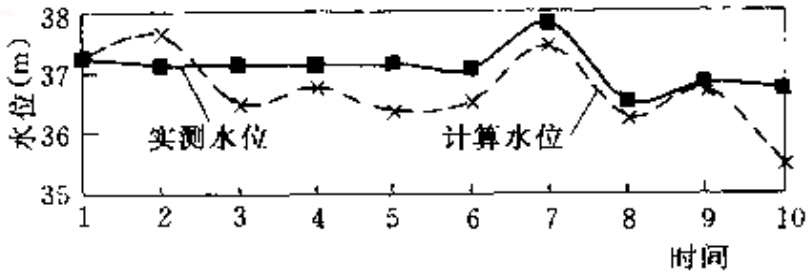

图 7.2.3　第 76 号节点实测水位与计算水位过程线

地信网论坛
BBS.3S001.COM

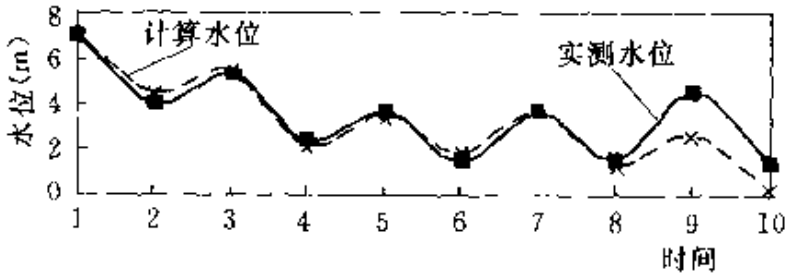

图 7.2.4　第 81 号节点实测水位与计算水位过程线

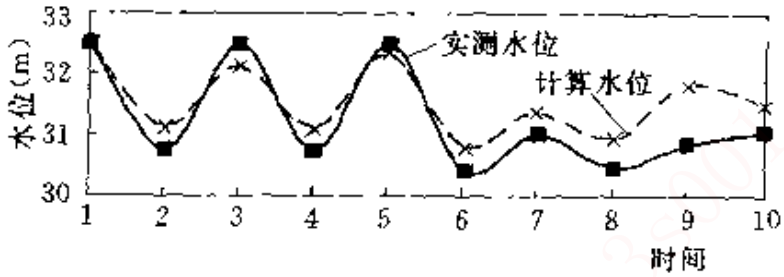

图 7.2.5　第 123 号节点实测水位与计算水位过程线

表 7.2.4　　模拟识别出的水文地质参数值

参数分区	导水系数 T (m^2/d)	给水度 μ	降雨入渗系数 α	蒸发系数 C	井灌回归系数 $\beta_{井}$	渠灌入渗系数 $\beta_{渠}$
Ⅰ	4500	0.162	0.205	0.006	0.115	0.225
Ⅱ	4500	0.141	0.193	0.001	0.115	0.213
Ⅲ	4000	0.145	0.195	0.000	0.112	0.225
Ⅳ	1400	0.108	0.120	0.000	0.104	0.210
Ⅴ	1050	0.073	0.102	0.000	0.102	0.201

注　该表中所列的降雨入渗系数值，系当降雨量大于 300mm 且小 500mm 时的降雨入渗系数。蒸发器折减系数 PC，在 2 月 26 日～5 月 26 日时为 0.54；在 5 月 26 日～翌年 2 月 26 日时为 0.59；计算面积为 8187.78km^2。

表 7.2.5　　模拟识别出的相应于不同降雨量的降雨入渗系数值

参数分区	降雨量 P (mm)	降雨入渗系数 α	参数分区	降雨量 P (mm)	降雨入渗系数 α
Ⅰ	$500 \leqslant P < 700$	0.246	Ⅰ	$P \geqslant 700$	0.307
Ⅱ	$500 \leqslant P < 700$	0.232	Ⅱ	$P \geqslant 700$	0.289
Ⅲ	$500 \leqslant P < 700$	0.234	Ⅲ	$P \geqslant 700$	0.292
Ⅳ	$500 \leqslant P < 700$	0.144	Ⅳ	$P \geqslant 700$	0.180
Ⅴ	$500 \leqslant P < 700$	0.122	Ⅴ	$P \geqslant 700$	0.153

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 7.2.6　　模拟识别出的有关参量值（Ⅰ）　　单位：亿 m^3

时段	开采量	蒸发量	降雨补给量	井灌补给量	渠灌补给量	河流补给量
1	21.422	0.0666	0.0000	2.1247	0.2989	0.0000
2	8.569	0.0727	4.4840	0.6238	0.9733	0.5864
3	23.180	0.0666	0.0000	2.3392	0.2002	0.0000
4	6.047	0.0727	4.7605	0.3345	1.3802	0.7235
5	17.690	0.0666	0.0000	1.7114	0.3145	0.0000
6	3.262	0.0727	14.6161	0.1134	1.8211	2.1258
7	16.715	0.0666	0.0000	1.6282	0.3643	0.1292

表 7.2.7　　模拟识别出的有关参量值（Ⅱ）　　单位：亿 m^3

时　段	年份（年．月．日）	第二类边界	
		侧向补给量	侧向排泄量
1	1992.2.26～1992.5.26	0.1670	0.1277
2	1992.5.26～1993.2.26	1.6049	0.0864
3	1993.2.26～1993.5.26	0.3043	0.8401
4	1993.5.26～1994.2.26	2.3296	0.0520
5	1994.2.26～1994.5.26	0.3305	0.7827
6	1994.5.26～1995.2.26	3.7651	0.0545
7	1995.2.26～1995.5.26	0.3636	0.6761

通过对地下水资源系统进行数值模拟发现，降雨入渗系数和降雨量大小有密切的关系，随着降雨量的增大，其相应的降雨入渗系数也增大；当然，降雨入渗系数也与地下水位埋深等因素有关，但大埋深条件下受年降雨量大小的影响是最为明显的。这个结论或发现与冉庄水文水资源实验站分析结果基本一致❶。《地下

❶ 樊福来，李雪峰等．地下水埋深区降雨入渗补给机理及入渗补给系数研究报告．河北省保定市水文水资源勘测局，1997．

地信网论坛
BBS.3S001.COM

水埋深区降雨入渗补给机理及入渗补给系数研究报告》中的分析结果表明，地下水埋深在6～8m以上，降雨入渗系数不再受埋深的影响，与降雨量成单一关系。从地下水埋深等值线图7.1.3可知，保定市平原区地下水埋深基本上大于6m以上。通过模拟识别确定出的相应于不同降雨量的降雨入渗系数值，列于表7.2.5中。

从表7.2.3和图7.1.4及图7.2.2～图7.2.5（四个图中第7时段末刻，即1995年5月26日以前的实测水位与计算水位过程）中可以看出，计算水位与实测水位之间的绝对误差小于1.0m的节点数占计算节点数的百分比均大于83%以上，小于0.5m的节点数占计算节点数的百分比均大于72%以上。另外，模型识别计算的水位值与实测水位值的方差均小于0.7以上，说明模型识别计算的精度是相当高的。众所周知，一方面，地下水位长期观测孔的实测水位值受到开采和观测误差等因素的影响；另一方面，实际地下水资源系统、开采量和降雨量以及有关参数、边界等的概化，也对系统的计算水位值产生一定影响。因此，上述模拟计算结果表明，所识别出的模拟模型具有相当高的模拟能力和计算精度；模拟反求得的各种参数和有关参量是可靠的，基本能反映出地下水资源系统的实际特征。

将表7.2.6与表5.3.1进行对比可以看出，通过模拟模型识别反求得的地下水开采量，与实际统计的地下水开采量基本一致。由于1994年降雨量超过770多mm，属于较丰年份，该年的地下水开采量比1992年和1993年的开采量偏低是正常的和符合实际的。

2. 模型的验证

为了进一步检验识别模拟模型的可靠程度和模拟能力，通常利用有观测水位资料的时段进行模拟验证，将识别好的有关参数和已确定的有关参量代入系统的识别模拟模型，通过两种图件来反映模拟模型的适应能力，一是用反映水位梯度场变化规律的等水位线拟合图，二是用反映水位降速场变化规律的水位过程线拟

地信网论坛
BBS.3S001.COM

合图。

在利用1992年2月26日～1995年5月26日实测水位资料等对模拟模型进行模拟识别的基础上，运用1996年2月26日、1996年5月26日的实测水位对模拟模型进行验证。由于1995年5月26日～1996年2月26日期间的降雨量（676mm）与1994年5月26日～1995年2月26日期间的降雨量（734mm）相差比较小，故选择1994年5月26日～1995年2月26日、1995年2月26日～1995年5月26日期间的水资源开发利用方式（包括地下水开采方式和地表、地下水利用方式等）和有关参量（如地下水开采量、侧向补给和排泄量等）作为1995年5月26日～1996年2月26日、1996年2月26日～1996年5月26日期间相应的水资源开发利用方式与有关的参量值，将第一类边界的水位、有关参数和参量代入模拟模型进行计算，得出模拟模型的预测验证结果，详见表7.2.8和图7.2.2～图7.2.5与图7.2.6～图7.2.9。

表7.2.8　　识别模拟模型的预测验证结果　　单位：m

关键结点		2	20	77	83	21	78	122	5	22	76	81	123
长观孔		1513	1506	1708	2010	1510	1802	0207	0914	2101	1721	2007	0209
2月26日	h	0.99	2.5	27.5	3.9	-2.2	21.0	26.7	11.0	−3.5	36.7	2.6	31.8
	h_s	−0.3	4.9	29.8	0.2	−2.8	23.2	25.3	8.3	-2.4	36.8	4.5	30.9
5月26日	h	−2.4	1.7	26.7	0.7	−3.4	9.6	26.6	9.8	4.9	35.4	0.2	31.5
	h_s	-0.5	3.7	28.4	−1.6	−4.2	21.4	24.5	6.6	−5.6	36.7	1.4	31.1

注　h为计算水位；h_s为实测水位。

从表7.2.8、图7.2.2～图7.2.5和图7.2.6～图7.2.9中看出，识别出的模拟模型能反映出系统的水位变化特征。由于模型的输入参量值大多是1995年的值，可能与实际情况有很大的差别，因此会引起一定的误差。从关键性节点（观测孔）的水位过程线图7.2.6和图7.2.7中可看出，第21号和第22号、76号、81号节点的计算水位和实测水位相差不大，其余关键性节点的计算

地信网论坛
BBS.3S001.COM

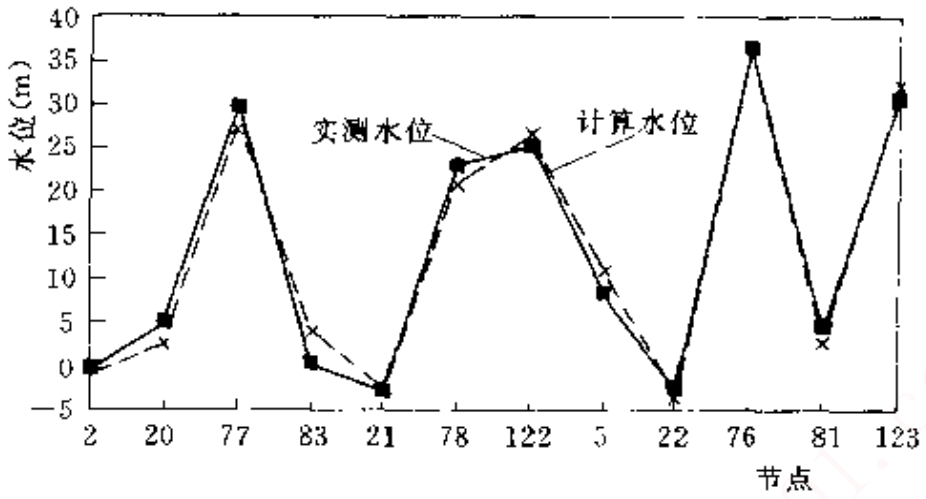

图 7.2.6　1996 年 2 月 26 日关键节点
计算水位与实测水位对比图

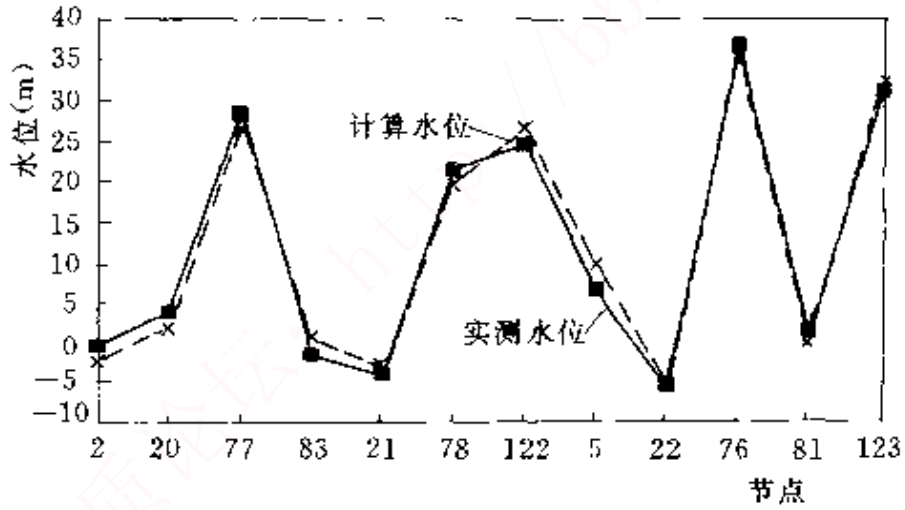

图 7.2.7　1996 年 5 月 26 日关键节点
计算水位与实测水位对比图

水位和实测水位虽然相差较大，但水位的变化规律是符合实际情况的；从图 7.2.8 和图 7.2.9 中看出，模型预测的水位值与实测水位值在平面上基本吻合。

而图 7.2.8 和图 7.2.9（二图中计算水位系 1996 年的预测水位；实测水位系 1996 年同期的实测水位）表明，1996 年的预测水位值有些比 1996 年同期的实测水位值偏大，有些则偏小。但 1996 年的水位值普遍比 1995 年的偏大，水位一般回升 1～6m，大多回

地信网论坛
BBS.3S001.COM

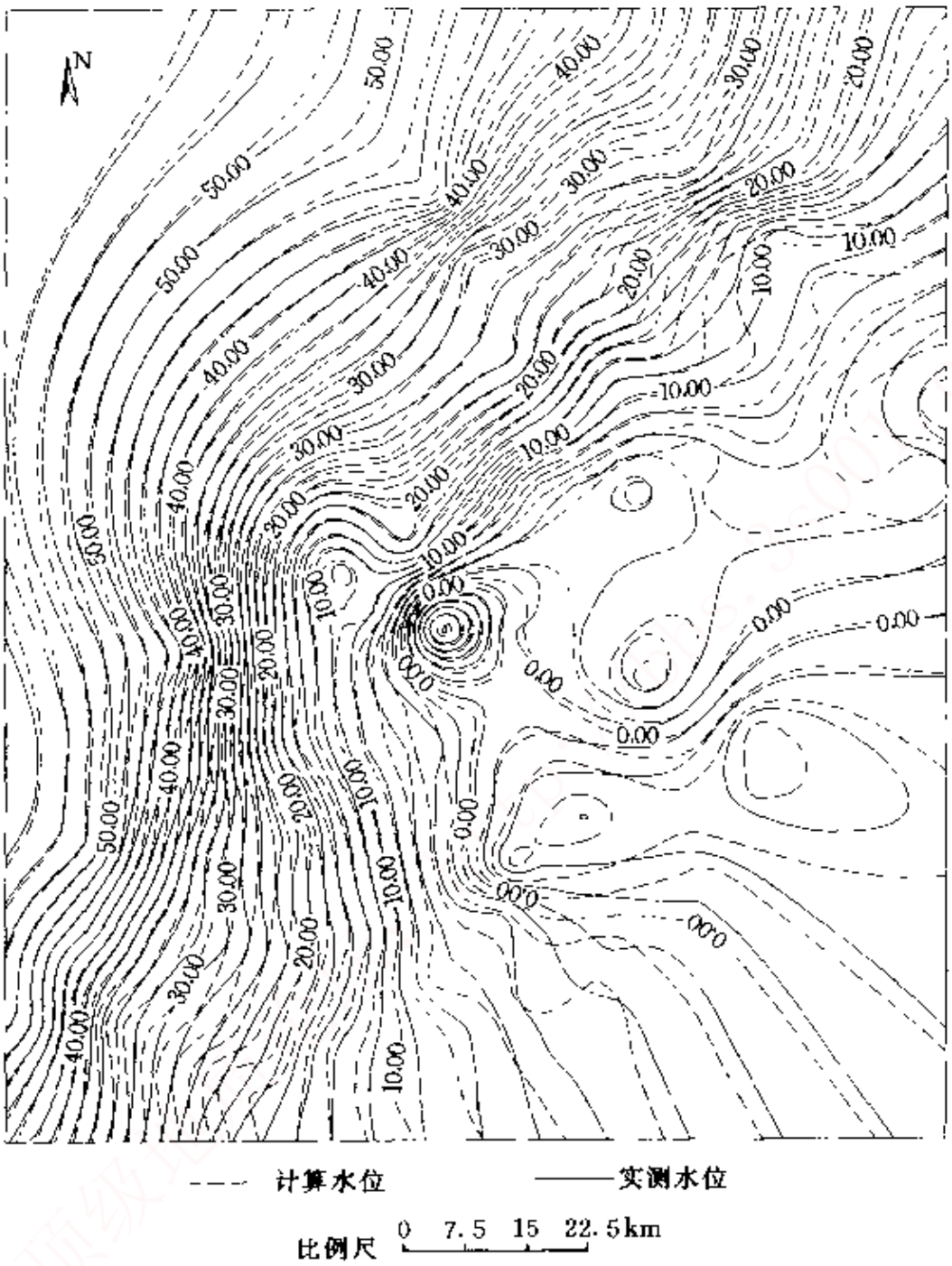

图 7.2.8 1996 年 2 月 26 日地下水位等值线图（模拟验证）

升 1～2m。由于 1994～1996 年（1994 年 5 年底～1995 年 2 月底、1995 年 5 月底～1996 年 2 月底）降雨量均比较大，都在 600mm 以上，所以这段时间（1995 年 5 月 26 日～1996 年 2 月 26 日、1996 年 2 月 26 日～1996 年 5 月 26 日）地下水资源系统的补给量增大

地信网论坛
BBS.3S001.COM

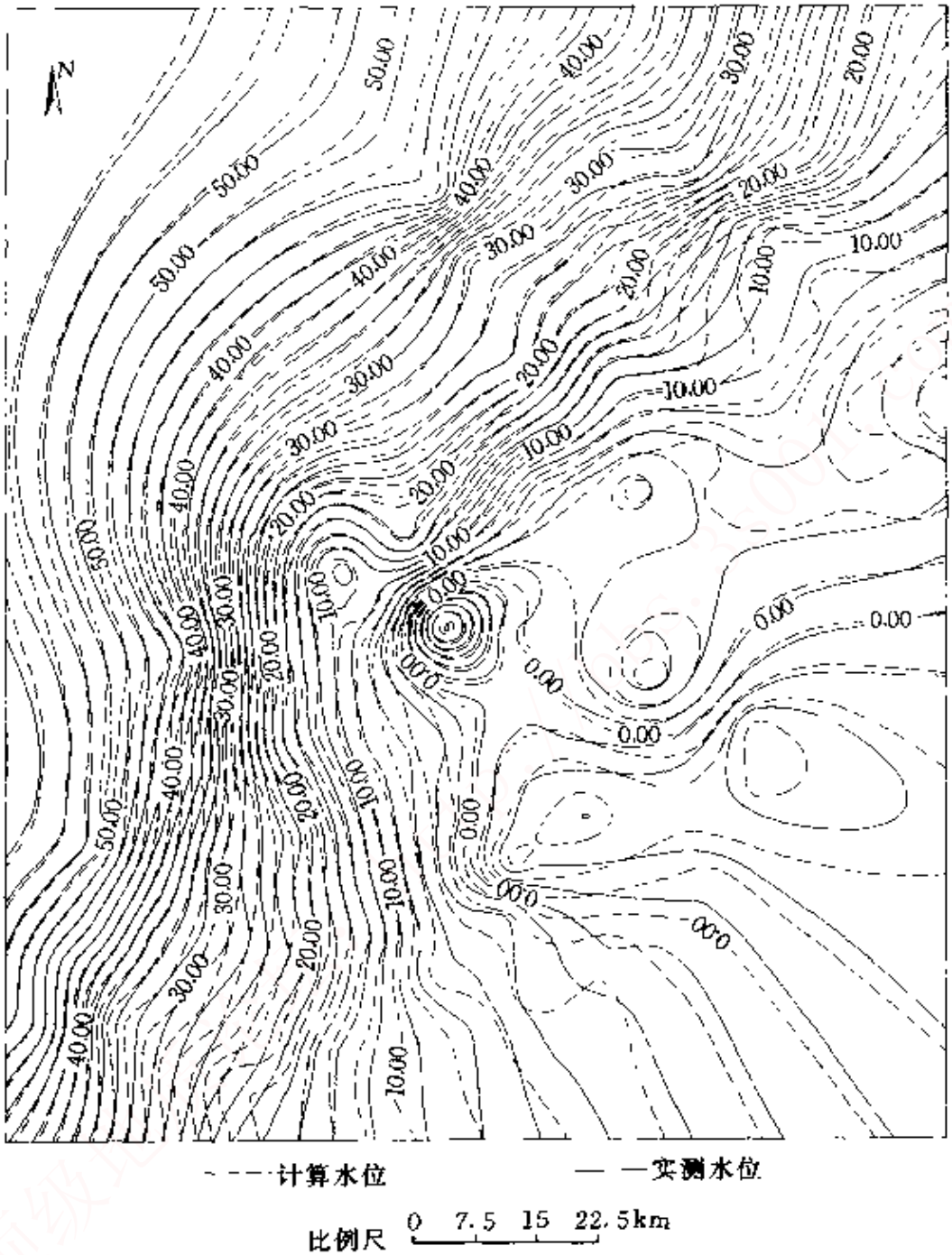

图 7.2.9　1996 年 5 月 26 日地下水位等值线图（模拟验证）

了，而地下水的开采量却减小了。因此，1996 年 2 月 26 日和 1996 年 5 月 26 日的水位值普遍比 1995 年同期的水位值偏大，是比较符合客观实际的，是正确的。综合上述模拟验证结果分析说明，前面所识别出的模拟模型基本能反映保定市平原区地下水资源系统的主要特征和系统状态的时空变化规律，可用于保定市平原区地

地信网论坛
BBS.3S001.COM

下水资源的评价和数值预测等。

7.3 基于数学模拟模型的枯季地下水资源预测

在利用实测系列资料对系统的模拟模型进行识别和验证以后，下一步就可根据不同情况和要求，对地下水资源进行评价或预测，以便分析和了解在地下水资源开采过程中可能出现的问题和地下水位降落漏斗的发展变化趋势。为此，需要对地下水资源系统的有关输入和输出项等进行分析、处理。

7.3.1 第一类边界节点的水位预测方法

在利用地下水资源系统数学模拟模型对地下水资源进行评价或预测时，首先应预测确定出系统第一类边界上各节点的水位值。

通过分析和研究保定市平原区地下水位长期观测系列资料及地下水开采情况等，将地下水资源系统的第一类边界确定在系统的西南部，即西南部低山丘陵与平原区的过渡地带，共有 9 个观测孔控制水位。第一类边界上或其附近的 9 个观测孔的编号分别为 1204-1、1302-1、1701-1、1709、1712-1、1714-1、1717-1、1719 及 1808，节点编号依次为 145、146、147、149、150、151、152、154、155。

根据地下水资源枯季实时预测的技术要求，从每年的 9 月开始预测到来年的 2 月（即 2 月 26 日）和从 2 月（2 月 26 日）开始预测到该年的 5 月（5 月 26 日）。因此，在对地下水资源进行预测前，必需先预测出系统的第一类边界上各节点的水位值，即先利用 9 月底以前的实测资料等，实时预测第二年 2 月 26 日的水位值和 5 月 26 日的水位值，然后在 2 月底再利用 2 月 26 日以前的实测资料等，实时校正 2 月 26 日的预测水位值和实时预测 5 月 26 日的水位值。

第一类边界上各节点的地下水位与系统的储水性（μ）和导水性（T）有关，还与其前期的地下水位、补给量、排泄量及开采量

地信网论坛
BBS.3S001.COM

等有关。各时段末刻（2月26日和5月26日）的水位不是相互独立的，具有继承性，后时刻地下水位的高低受前时刻地下水位高低等因素影响。补给主要包括侧向径流补给和垂向入渗补给，侧向径流补给主要以西南部山区和冲洪积扇中上部降水入渗形成的地下径流补给为主，垂向入渗补给主要以当地降水入渗补给为主，此外还有部分河渠入渗补给和地下水灌溉回归补给等。补给量大小受下垫面条件和降水的时空分布等影响。排泄主要包括侧向径流排泄和垂向排泄，由于在系统的第一类边界附近及其上、下游区域地下水的开采量比较小，地下水位埋深也比较大，一般均大于5m以上，其蒸发量很小。因此，地下水的开采和蒸发对地下水位的影响可以忽略不计。

成因分析表明，第一类边界上各节点的地下水位与其前期水位、上游和当地降水量等应该具有明显的相关关系。将每年的降水量分3个阶段进行考虑：汛期6～9月降水量、10月～来年2月降水量及3～5月降水量。汛期6～9月降水量对地下水具有明显的补给作用，10月～来年2月降水量及3～5月降水量尽管不具有明显补给地下水的作用，但影响农业开采量的大小。若此期间降水量较大，则农业的地下水开采量就较小；反之，则农业开采量就较大。

上述综合分析表明，地下水位的变化不是独立的，而是受其前期的地下水位、补给和排泄，以及人工开采等因素影响，另外还与地下水资源系统的本身特性——储水性（μ）和导水性（T）或渗透性（K）等有关，即水位变化是有规律可循的，是可以预测的。由于地下水位的变化受到众多因素影响，存在着复杂的因果关系，为了提高第一类边界节点水位预测的精度，克服利用传统方法解决比较复杂因果关系所存在的缺陷，利用人工神经网络的高度非线性、自组织和自学习等特性，可建立实时预测地下水资源系统第一类边界节点水位的人工神经网络模型。人工神经网络模型的建模原理和方法在第一章中已作了较详细的介绍，这里不再多述。下面将着重分析与研究利用多元回归分析方法实时预测第一类边

地信网论坛
BBS.3S001.COM

界节点水位的问题。

根据多元回归分析的原理，建立起第一类边界上各节点水位实时预测多元线性回归方程：

$$y = b + m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5 + m_6x_6 + m_7x_7 \quad (7.3.1)$$

其中：y 为水位；b 为常数项；x_1 为前期水位；x_2、x_3、x_4、x_5、x_6 及 x_7 分别为当地汛期降水量、上游汛期降水量、当地和上游 10 月～次年 2 月降水量及当地和上游 3～5 月的降水量；m_1、m_2、m_3、m_4、m_5、m_6 及 m_7 分别为 y 对 x_1、x_2、x_3、x_4、x_5、x_6 及 x_7 的回归系数。

在 9 月底预测来年 2 月 26 日第一类边界上各节点水位时，自变量包括前期（5 月 26 日）实测水位、当地汛期实测降水量，上游汛期实测降水量，当地和上游 10 月～来年 2 月预测降水量。故实时预测来年 2 月 26 日第一类边界上各节点水位的回归方程为

$$y = b + m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5 \quad (7.3.2)$$

在 9 月底实时预测来年 5 月 26 日第一类边界上各节点水位时，除上述自变量的实测值外还应考虑当地和上游 3～5 月的预测降水量。故实时预测来年 5 月 26 日第一类边界上各节点水位的回归方程为

$$y = b + m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5 + m_6x_6 + m_7x_7 \quad (7.3.3)$$

在 2 月底实时预测 5 月 26 日第一类边界上各节点水位时，自变量包括前期（2 月 26 日）实测水位与当地、上游 3～5 月的预测降水量，其实时预测回归方程为

$$y = b + m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 \quad (7.3.4)$$

上游降水量选择平阳雨量站所测的降水量，当地降水量使用就近的雨量站所测降水量。预测所涉及的雨量站包括平阳站、顺平站、唐县站、定州站、邢邑站及北郭村站等。

用最小二乘法，借助于 Microsoft Excel 的回归分析函数 LINEST（）求取回归系数及附加的统计量，输出表格式为：

地信网论坛
BBS.3S001.COM

m_7	m_6	m_5	m_4	m_3	m_2	m_1	b
Se_7	Se_6	Se_5	Se_4	Se_3	Se_2	Se	Se_b
R^2	Se_y						
F	df						
$SSreg$	$SSresid$						

其中：m_1，m_2，…，m_6 及 m_7 为回归系数，b 为常数项；Se_b，Se_1，…，Se_6 及 Se_7 分别为 b，m_1、…、m_6 及 m_7 的标准差；R^2 为复相关系数 R 的平方，Se_y 为 y 估计值的标准差；F 为方差比（F 统计量），df 为自由度；$SSreg$ 为回归平方和，$SSresid$ 为残差平方和。

复相关系数 R 越接近 1，表明回归效果越好，但复相关系数 R 与自变量个数及观测样本组数有关，一般用 F 统计值来检验回归效果是否显著。对 0.05 的显著性水平，由 F 分布表可查得相应自由度的 F_α 临界值，当 F 统计值大于 F_α 临界值时，认为回归效果显著。

各回归系数可用它与其标准差的比值跟相应自由度的 t 临界值进行比较来检验其显著性水平。若回归系数与其标准差的比值大于 t 临界值，则认为该回归变量的作用是显著的，否则认为是不显著的。不显著的回归变量可从回归方程中剔除，其对应的回归系数及标准差相应地从输出表中去除，常数项及回归系数自右向左重新顺序排列为 b，m_1，m_2，m_3，… 。

回归方程经显著性检验后，可进行水位预测。将相应前期水位和降水量代入回归方程，结果记为 y_0，在观测值较多且应用于预测的自变量 x_1，x_2 等接近各自均值的情况下，95% 置信概率的预测区间为：

$$(y_0 - 1.96Se_y, y_0 + 1.96Se_y)$$

y 估计值的标准差 Se_y 越小，预测区间就越窄，预测精度也就越高。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

利用1978～1990年水位资料系列及1978～1994年降水量资料系列，分析确定回归方程的系数及对应的附加统计量。通过对1978～1990年水位和降水量（部分观测孔由于资料原因选用1981～1990年的资料）建立回归方程并进行显著性检验后，用于1991～1994年水位的预测并与实测水位进行比较，结果表明预测水位值与其实测值比较接近，效果较好。

通过对 y 估计值的标准差 Se_y 进行分析和对比，表明在2月底实时预测5月26日第一类边界上各节点水位和在9月底实时预测来年2月26日第一类边界上各节点水位的精度都比较高，但在9月底实时预测来年5月26日水位的精度相对要低一些。这主要是由于相应的前期水位在回归方程中的重要性大小造成的。预测时段越长，随机影响越大，这些不具显著性的影响因素在没有被考虑的情况下就会从总体上影响回归方程的显著性水平。

7.3.2 第二类边界的侧向补排量处理

第二类边界的侧向补给量和排泄量，主要受大气降水和人工开采等影响。地下水人工开采量主要供给农业灌溉和工业、城镇生活用水等，但以农业用水为主。根据1992～1995年的地下水开采量统计资料分析表明，保定市农业利用的地下水开采量占地下水总开采量的80%以上。故地下水开采量，主要取决于降水量的大小。所以，第二类边界侧向补、排量处理的主要依据是年降水量的大小。根据年降水量大小，从已识别确定出的第二类边界侧向补、排量系列中选出降水量大小相近的侧向补、排量，作为预测期内第二类边界的侧向补给量和侧向泄排量。

7.3.3 预测期内降水量的处理

根据地下水埋深等值线图7.1.3和已有的研究成果表明，在地下水埋深大于5m时，枯季（10月～来年2月、3月～5月）的降水量（一般月降水量小于20mm）均比较小，对地下水不产生入渗补给作用，但对农业用水量影响却比较大。故在9月底进行枯

地信网论坛
BBS.3S001.COM

季地下水资源预测时，汛期6～9月的降水量用实测值，枯季10月～来年2月和3～5月的降水量用预测值。

由6.1节枯季降水量分析结果可看出，枯季的降水量受随机因素影响比较强烈，确定性规律比较弱，因此很难较准确地实时预测出未来预测期限内的枯季降水量。为了使预测出的结果更偏于保守一些，在地下水资源实时预测时，选择频率为75%的枯季降水量作为枯季降水量输入参量。

7.3.4 设定地下水位，预测可开采量

利用已建立起来的枯季地下水资源实时预测模型，对保定市平原区枯季的地下水资源进行实时预测。首先，利用第一类边界水位的枯季实时预测模型［多元线性回归方程式（7.3.2～式(7.3.4)］，9月底预测1996年2月26日和1996年5月26日的第一类边界上各节点的水位值，次年2月底进行实时校正和实时预测，详见表7.3.1。

表7.3.1　　第一类边界上各节点水位的枯季实时预测值与实测值

长观孔	节点	9月底预测2月底水位		9月底预测5月底水位		2月底预测5月底水位	
		实测水位	预测水位	实测水位	预测水位	实测水位	预测水位
1204-1	145	44.01	43.52	40.76	41.01	40.76	40.57
*	146	55.53	54.9	55.59	55.20	55.59	55.44
1701-1	147	53.59	52.76	52.06	51.40	52.06	52.27
*	148	45.48	45.71	44.71	45.23	44.71	44.95
1709	149	44.98	45.21	44.21	44.73	44.21	44.45
1712-1	150	53.75	54.54	53.60	53.87	53.60	52.90
1714-1	151	49.05	46.63	48.54	45.87	8.54	48.36
1717-1	152	34.46	34.11	33.40	33.40	33.40	33.06
*	153	27.04	27.14	25.07	25.89	25.07	25.47
1719	154	19.61	20.16	16.73	18.75	16.73	17.87
1808	155	15.97	16.94	14.87	14.68	14.87	13.82

* 为非观测孔节点，其水位值（包括实测值与预测值）由插值确定。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

为了根据1997年9月底以前的有关信息实时预测1997～1998年度枯季(10～5月)的地下水位埋深或地下水可开采量，我们在模型识别和验证的基础上，运用最新获得的实测资料（1995年5月～1997年5月）对模型进行调试，以使得模型更具有模拟和预测能力（见表7.2.3)。模型的有关参量列于表7.3.2和表7.3.3中。

表7.3.2　　模拟识别出的有关参量值（Ⅰ）　　单位：亿 m^3

时段	开采量	蒸发量	降雨补给量	井灌补给量	渠灌补给量	河流补给量
8	4.166	0.0727	10.7689	0.3012	1.0775	5.5398
9	15.249	0.0666	0.0000	1.4842	0.3711	0.7897
10	2.185	0.0727	9.7653	0.1151	3.3943	8.8551
11	15.743	0.0666	0.0000	1.5087	0.8323	0.1772

表7.3.3　　模拟识别出的有关参量值（Ⅱ）　　单位：亿 m^3

时　段	年份（年．月．日）	第二类边界	
		侧向补给量	侧向排泄量
8	1995.5.26～1996.2.25	3.1660	0.1578
9	1996.2.26～1996.5.25	0.2200	1.1771
10	1996.5.25～1997.2.25	4.8606	0.0526
11	1997.2.25～1997.5.25	0.2962	0.6793

1.1995～1996年度枯季可开采量预测

按1995年水资源开发利用方式，在地下水现状开采条件下，使未来枯季(1996年2月26日和1996年5月26日)的地下水位保持在1995年同期的水平，模拟反求出1996年枯季预测时段内(1995年5月26日～1996年2月26日、1996年2月26日～1996年5月26日）的地下水可开采量。

(1) 9月底实时预测枯季可开采量。选择1994年5月26日～1995年2月26日、1995年2月26日～1995年5月26日期间的水

地信网论坛
BBS.3S001.COM

资源开发利用方式(包括地下水开采方式和地表、地下水利用方式等)和有关参量(如侧向补给和排泄量等)、作为1995年5月26日～1996年2月26日、1996年2月26日～1996年5月26日期间相应的水资源开发利用方式与有关的参量值,将9月底实时预测1996年2月26日和1996年5月26日的第一类边界上各节点的水位值(详见表7.3.1),以及有关的水文地质参数和1995年5月底～1995年9月底的实测降水量及1995年9月底～1996年5月26日预测的枯季降水量等参量一并代入实时预测模型进行反求计算,实时预测地下水可开采量,预测结果见表7.3.4,其相应的水位分布与1995年同期水位分布的差异如图7.3.1～图7.3.2所示。

表7.3.4　　枯季地下水可开采量预测统计表　　单位:亿m^3

时间	时段	开采量	降雨补给量	井灌补给量	η_1	η_2	方差
9月底	1995.5.26～1996.2.26	7.554	11.012	0.5386	88.19%	63.89%	0.80
	1996.2.26～1996.5.26	16.741	0.000	1.6354	94.44%	48.11%	0.33
2月底	1995.5.26～1996.2.26	7.554	11.012	0.5386	88.19%	64.58%	0.81
	1996.2.26～1996.5.26	16.741	0.000	1.6354	94.44%	63.19%	0.33
5月底	1995.5.26～1996.2.26	7.554	11.012	0.5386	88.19%	64.58%	0.81
	1996.2.26～1996.5.26	16.741	0.000	1.6354	94.44%	62.50%	0.33

(2)2月底实时校正与预测枯季可开采量。选择1994年5月26日～1995年2月26日、1995年2月26日～1995年5月26日期间的水资源开发利用方式(包括地下水开采方式和地表、地下水利用方式等)和有关参量(如侧向补给和排泄量等),作为1995年5月26日～1996年2月26日、1996年2月26日～1996年5月26日期间相应的水资源开发利用方式与有关的参量值,将2月底实时校正和实时预测1996年2月26日和1996年5月26日的第一类边界上各节点的水位值(详见表7.3.1),以及有关的水文地质参数和1995年5月底～1996年2月26日的实测降雨量及

地信网论坛
BBS.3S001.COM

1996 年 2 月 26 日～1996 年 5 月 26 日枯季预测降水量等参量一并代入实时预测模型进行反求计算，实时预测地下水可开采量，预测结果见表 7.3.4，其相应的水位分布与 1995 年同期水位分布的差异见图 7.3.1～图 7.3.2。

(3) 5 月底实时校正枯季可开采量。选择 1994 年 5 月 26 日～

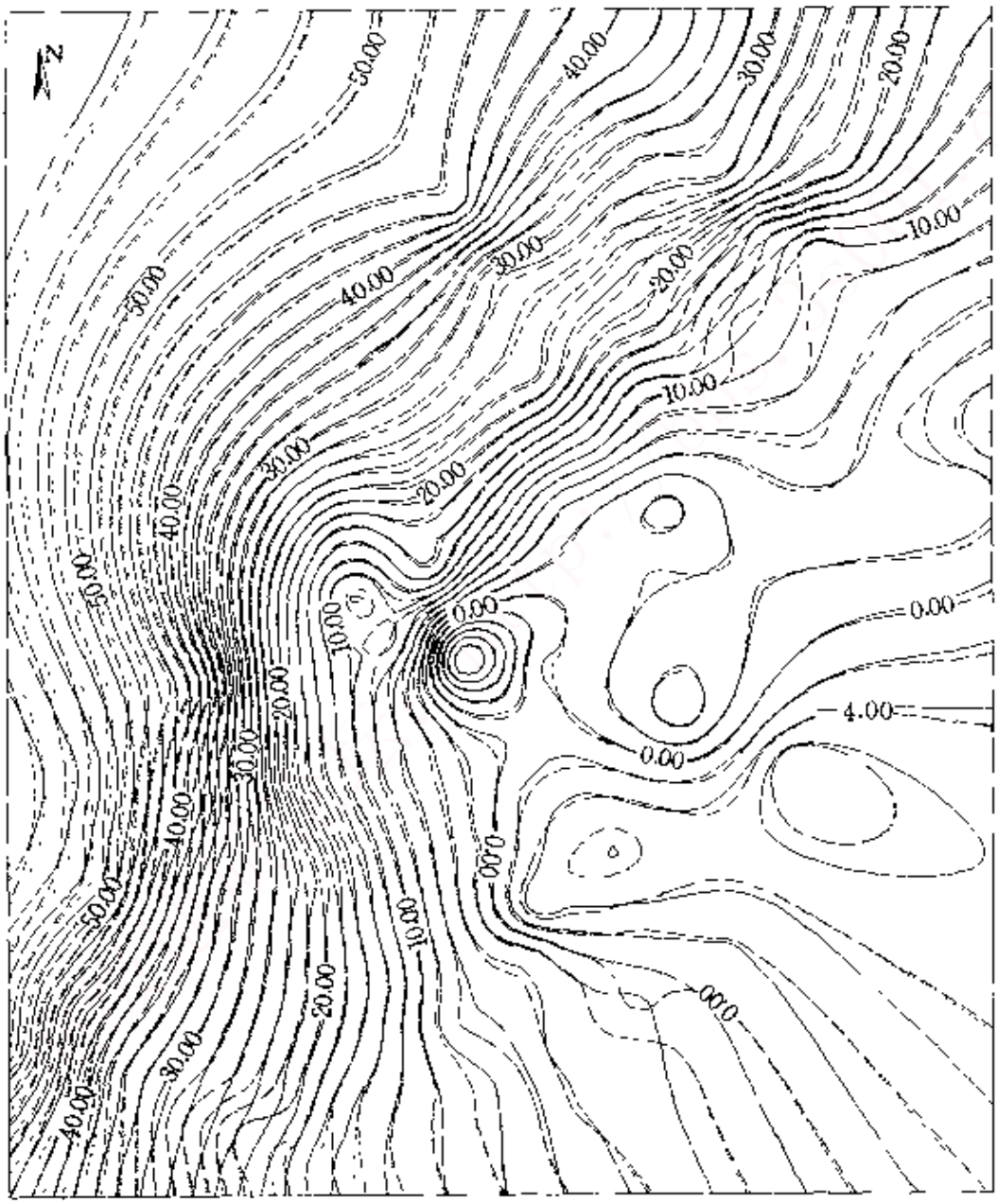

图 7.3.1 保定市 1996 年 2 月 26 日地下水位等值线图

地信网论坛
BBS.3S001.COM

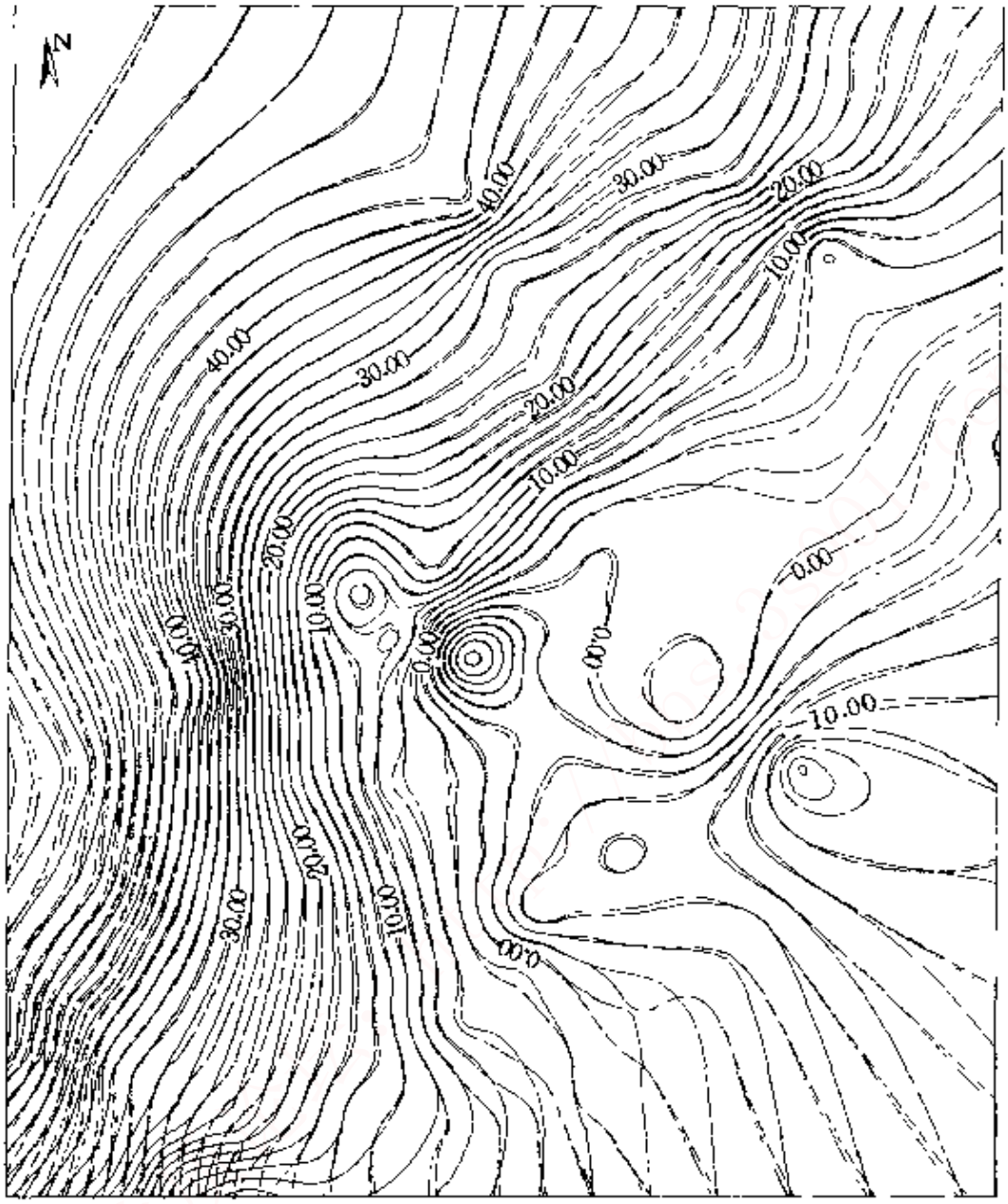

图 7.3.2 保定市 1996 年 5 月 26 日地下水位等值线图

1995 年 2 月 26 日、1995 年 2 月 26 日～1995 年 5 月 26 日期间的水资源开发利用方式（包括地下水开采方式和地表、地下水利用方式等）和有关参量（如侧向补给和排泄量等）作为 1995 年 5 月 26 日～1996 年 2 月 26 日、1996 年 2 月 26 日～1996 年 5 月 26 日

地信网论坛
BBS.3S001.COM

期间相应的水资源开发利用方式与有关的参量值，将5月底实时校正1996年2月26日和1996年5月26日的第一类边界上各节点的水位值(详见表7.3.1)，以及有关的水文地质参数和1995年5月底～1996年5月26日的实测降水量等参量一并代入实时预测模型进行反求计算，实时校正地下水可开采量，预测结果见表7.3.4，其相应的水位分布与1995年同期水位分布的差异见图7.3.1～图7.3.2。

从表7.3.4和图7.3.1、图7.3.2中可以看出，根据1995～1996年度9月底、2月底和5月底获得的预测信息，利用所建立的数值模拟模型得到的实时预测结果相差不大。由此说明，实时预测枯季地下水资源的模拟模型，其预测精度比较高，可不必进行实时校正。

2.1997～1998年度枯季可开采量预测

根据1997年9月底所获得的汛期降雨量和9月底的地下水位分布等实时信息，首先预估1997～1998年度枯季地下水的各项补给量和排泄量等，然后限定1998年5月底的地下水位，并将有关参数和参量等输入模型，实时预测枯季的地下水可开采量。由于1993年为保定市历史上的较枯水年份，采用1994年5月底的地下水位为1998年5月底的限定水位，通过模型可反求得极端供水条件下地下水的最大可供水量，见表7.3.5。

由于1994～1996年为连续三年的较丰水年，地下水位有较大幅度的回升，地下水埋深平均从1994年5月底的13.92m回升到1997年5月底的10.73m，地下水有一定的强化开采潜力。虽然将1998年5月底的地下水位分布控制在1994年5月底的地下水位水平上，预测出的地下水枯季可开采量为38.3亿m^3，但超常强化开采10～20亿m^3的地下水，从目前现有水井工程的开采能力，并考虑到地下水的多年调节特点等综合分析看，认为是不太现实的。

7.3.5 设定开采量，预测地下水位

1.1995～1996年度枯季地下水位预测

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 7.3.5　　1997～1998 年度枯季地下水可开采量预测结果

县（市、区）	面　积 (km^2)	1998 年 5 月底控制埋深 (m)	1997～1998 年度枯季可开采量预测值（万 m^3）		
			10～2 月	3～5 月	累　计
保　定	1444.8	19.05	6896	87174	97070
高　阳	270.8	19.29	759	5120	5879
蠡　县	28.4	16.12	1761	11882	13643
博　野	319.5	16.94	805	5430	6235
安　国	428.0	14.41	2497	10802	13299
望　都	374.0	14.54	3038	11226	14264
定　州	953.9	11.36	7748	28634	36382
雄　县	213.6	10.75	786	9816	10602
容　城	302.0	11.14	1062	13258	14320
徐　水	598.0	13.25	2304	30021	32325
定　兴	707.0	9.74	1825	49810	51635
高碑店	605.3	9.81	1573	42427	44000
涿　州	454.1	9.96	838	39478	40316
涞　水	234.6	14.28	433	20382	20815
合　计	7534.3	平均 13.62	31263	352202	383465

选择 1994 年 5 月 26 日～1995 年 2 月 26 日、1995 年 2 月 26 日～1995 年 5 月 26 日期间的水资源开发利用方式（包括地下水开采方式和地表、地下水利用方式等）和有关参量（如地下水开采量、侧向补给和排泄量等），作为 1995 年 5 月 26 日～1996 年 2 月 26 日、1996 年 2 月 26 日～1996 年 5 月 26 日期间相应的水资源开发利用方式与有关的参量值，并将有关的水文地质参数和 1995 年 5 月底～1995 年 9 月底的实测降雨量等参量代入实时预测模型进行计算预测，主要结果如表 7.3.6 所示。

2. 1997～1998 年度枯季地下水位预测

根据 1997 年 9 月底所获得的汛期降雨量和 9 月底的地下水位分布等实时信息，首先预估 1997～1998 年度枯季地下水的各项

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 7.3.6　　关键节点的水位实时预测值与实测值、预测验证值对比

节点		2	20	77	83	21	78	122	5	22	76	81	123	S^2
长观孔		1513	1506	1708	2010	1510	1802	0207	0914	2101	1721	2007	0209	
1996年2月26日	h_1	−0.99	2.5	27.5	3.9	−2.2	21.0	26.7	10.9	3.4	36.6	2.6	31.8	3.7
	h_2	−0.99	2.5	27.5	3.9	−2.2	21.0	26.7	10.9	−3.4	36.7	2.6	31.8	3.7
	h_3	−0.99	2.5	27.5	3.9	−2.2	21.0	26.7	10.9	−3.4	36.6	2.6	31.8	3.7
	h_z	−0.3	4.9	29.8	0.2	−2.8	23.2	25.3	8.3	−2.4	36.8	4.5	30.9	
1996年5月26日	h_1	−2.4	1.7	26.6	0.7	−3.4	19.6	26.6	9.8	−4.9	35.4	0.2	31.5	3.2
	h_2	−2.4	1.7	26.6	0.7	−3.4	19.5	26.6	9.8	−4.9	35.5	0.2	31.5	3.3
	h_3	−2.4	1.7	26.6	0.7	−3.4	19.5	26.6	9.8	−4.9	35.4	0.2	31.5	3.2
	h_z	−0.5	3.7	28.4	−1.6	−4.2	21.4	24.5	6.6	−5.6	36.7	1.4	31.1	

注　h_1 为预测验证水位；h_2 为 9 月底实时预测水位；h_3 为 2 月底实时校正与实时预测水位；h_z 为实测水位；S^2 为方差。

补给量和排泄量等，然后限定 1997～1998 年度 10～5 月期间的地下水开采量，并将有关参数和参量等输入模拟模型，实时预测地下水位分布或水位埋深。通过降雨量系列资料分析表明，1997 年的降雨量与 1992 年的降雨年型相类似，为保障枯季的供水需要、预测未来枯季的供水形势，我们假定 1997 年 10 月～1998 年 5 月期间的地下水开采量与 1993～1994 年度同期的地下水实际开采量（1992 年和 1993 年为连续较枯水年份）相同，即假定开采量为 18.23 亿 m^3，实时预测 1998 年 5 月底的地下水位埋深或水位。具体预测结果，列于表 7.3.7 中。

从表 7.3.7 中可以看出，假定 1997 年 10 月～1998 年 5 月期间的地下水开采量保持在 1993～1994 年度同期的水平，则 1998 年 5 月底的地下水位平均埋深为 11.74m，比连续较枯水年份的 1994 年 5 月底的平均水位埋深 13.92m 偏高 2.18m，但比连续三年较丰水年份（1994～1996 年）的 1997 年 5 月底的平均水位埋深 10.73m 偏低 1.01m。这说明，1997 年虽然为较枯水年份，1998 年 5 月底地下水位比 1997 年同期下降了 1m 多，但仍比较枯水年份的 1994 年同期水位偏高 2m 多，1997～1998 年度枯季的地下水有

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 7.3.7　　1998 年 5 月底地下水埋深预测结果与对比

县（市、区）	预测区面积（km^2）	1997~1998 年度开采量控制值（万 m^3）			1998 年 5 月底埋深预测值(m)	1994 年 5 月底埋深值（m）	1997 年 5 月底埋深值（m）
		10~2 月	3~5 月	累　计			
保　定	1444.8	10468	51861	62329	16.95	19.92	16.42
高　阳	270.8	471	4047	4518	15.17	19.75	15.46
蠡　县	628.1	1093	9390	10483	17.19	15.95	14.87
博　野	319.5	500	1292	4792	18.02	16.61	16.04
安　国	428.0	919	6269	7188	14.23	4.63	11.56
望　都	374.0	918	5395	6313	14.83	12.06	9.85
定　州	953.9	2341	13759	16100	10.27	11.83	8.30
雄　县	213.6	601	4266	9133	8.79	11.09	6.53
容　城	302.0	812	5762	6574	8.31	11.17	6.96
徐　水	598.0	2321	14309	16630	11.09	13.07	8.12
定　兴	707.0	2414	14700	17114	5.45	9.77	6.39
高碑店	605.3	2061	12579	14640	6.60	12.75	9.88
涿　州	454.4	1734	9699	11433	7.69	11.45	9.03
涞　水	234.6	895	5007	5902	9.73	14.83	10.91
合　计	7534.3	26736	155571	182307	平均 11.74	平均 13.92	平均 10.73

一定强化开采的潜力。

根据 1998 年 2 月底所获得的实时预测信息，对 1997 年 9 月底的实时预测结果进行实时校正和预测。由于时间性比较强，我们选出有代表性的观测站点 9 个，具体的实测水位埋深值与预测水位埋深值对比情况列于表 7.3.8 中。

从表 7.3.8 中可以看出，1997 年 9 月底地下水位埋深实时预测的假设条件比较符合实际情况，模型的预测结果比较接近实测值，平均预测偏差为 0.6m，分别占其实测值、预测值的 5.5%和 5.8%。因此，我们认为根据 1997 年 9 月底所获得的汛期降雨量和 9 月底的地下水位分布等信息实时预测 1998 年 2 月底、5 月底

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 7.3.8　　1998 年 2 月底地下水位埋深实测值与预测值对比

节点编号	观测站名	观测站编号	所属县	实测水位埋深值（m）	预测水位埋深值（m）	预测偏差值（m）
140	义和庄	02202—1	涿　州	7.75	7.92	−0.17
89	米　化	0805—1	雄　县	9.71	5.99	3.72
16	东佃片	0915	满　城	19.90	16.97	2.93
37	北曹庄	1407　1	邯　郸	8.72	9.41	−0.69
81	郑　村	E2007　3	蠡　县	11.71	17.49	−2.78
49	西　汪	0509	定　兴	5.15	4.73	0.42
13	于　妨	0608—1	徐　水	8.78	7.61	1.17
76	大窦河	1721	定　州	10.25	10.40	−0.15
155	东崔章	1808	安　国	12.9	11.92	0.98
平均值（m）				10.87	10.27	0.60

的地下水位埋深值，可有足够的预测精度保证，无须再作进一步的校正和预测。

7.4　基于水量均衡法的枯季地下水可开采量预测

利用水量均衡法，根据当年 9 月底的地下水位埋深和汛期降雨量以及当年 9 月底～来年 5 月底的地下水补给量、排泄量等预测值，实时预测枯季地下水可开采量（或称地下水可供水量）的均衡方程式为

$$G_{kg}=(H_0-H_m)\mu F+W_{cb}+W_{jy}+W_{qg}+W_{jg}+W_{hl}-W_{zf}-W_{cp} \tag{7.4.1}$$

式中：G_{kg}为枯季（当年 9 月底～来年 5 月底）地下水可供水量（可开采量）；H_0 为当年汛末（9 月底）的地下水位埋深；H_m 为来年汛期前（来年 5 月底）的地下水位允许埋深值或水位控制埋深值；μ 为开采层变幅带的给水度；F 为计算区面积；W_{cb}为枯季地下水侧向补给量；W_{jy}为降雨的枯季入渗补给量；W_{qg}为枯季渠灌

地信网论坛
BBS.3S001.COM

入渗补给量；W_{jg}为枯季井灌回归补给量；W_{hl}为枯季河流入渗补给量；W_{zl}为枯季潜水蒸发量；W_{cp}为枯季地下水侧向排泄量。

为了分析和探讨利用不同预测方法——均衡法与数值模拟模型方法对预测结果的影响，利用均衡法，并假定1998年5月底的地下水水位分布控制在较枯水年份的1994年同期水平上，水资源开发利用方式与1993～1994年度相同，根据1997年9月底获得的有关信息，分析和预测1997～1998年度枯季（10～2月）的地下水可开采量。

根据前面分析确定的有关水文地质参数（见表7.2.4）和1997年9月底所获得的汛期降雨量、地下水位等实测资料，分别估算出各均衡要素的大小，其结果分别列于表7.4.1和表7.4.2中。

表7.4.1　　预测区地下水蓄变量计算结果（Ⅰ）

县(市、区)	预测面积 (km^2)	枯末埋深 (m)	枯初埋深 (m)	参数分区的给水度		给水度均值	蓄变量 (亿m^3)
保　定	1444.8	19.92	16.12	0.141	0.108	0.1245	6.296
高　阳	270.8	19.75	15.46	0.073	0.073	0.073	0.848
蠡　县	628.4	15.95	14.87	0.073	0.073	0.073	0.495
博　野	319.5	16.61	16.04	0.073	0.073	0.073	0.133
安　国	428	14.63	11.56	0.073	0.162	0.1175	1.544
望　都	374	12.06	9.85	0.162	0.162	0.162	1.339
定　州	953.9	11.83	8.3	0.162	0.162	0.162	5.455
雄　县	213.6	11.09	6.53	0.108	0.108	0.108	1.052
容　城	302	11.17	6.96	0.108	0.108	0.108	1.373
徐　水	598	13.07	8.12	0.162	0.108	0.135	3.996
定　兴	707	9.77	6.39	0.145	0.145	0.145	3.465
高碑店	605.3	12.73	9.88	0.145	0.108	0.1265	2.198
涿　州	454.4	11.45	9.03	0.145	0.145	0.145	1.594
涞　水	234.6	14.83	10.91	0.145	0.145	0.145	1.334
合　计	7534.3	平均 13.92	平均 10.73	—	—	—	31.122

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 7.4.2　　1997～1998 年度枯季各均衡要素估算结果（Ⅰ）

单位：亿 m^3

补给量						排泄量			开采层蓄变量
降雨入渗补给量	侧向补给量	灌溉入渗补给量	井灌回归补给量	河流入渗补给量	合计	潜水蒸发量	侧向排泄量	合计	
1.29	2.16	1.70	2.05	0.72	7.92	0.14	0.81	0.95	31.12

根据实时预测枯季地下水可开采量的均衡方程式(7.4.1)，可计算出 1997～1998 年度的枯季地下水可开采量为 38.09 亿 m^3。该结果与用模拟模型计算得出的预测结果 38.35 亿 m^3 相差不大，预测时可选择两种方法中的任何一种，但最好是用模拟模型方法，该方法可以提供地下水位的时空分布，而且计算精度比较高。因此，建议有条件的地区在地下水资源评价、预测和规划等工作中应积极推广和应用数值模拟技术。

为了进一步分析和检验均衡法与模拟模型法在预测精度上的差异程度，假定 1998 年 5 月底的地下水位分布与用模拟模型法预测出的结果相同（如表 7.3.7 所示），用均衡法估算出 1997～1998 年度枯季的地下水可开采量为 15.40 亿 m^3。其具体计算结果，分别列于表 7.4.3 和表 7.4.4 中。

从上述分析计算结果看出，用均衡法所估算出的结果(15.40 亿 m^3)比用模拟模型法计算出的结果(18.23 亿 m^3)偏小 2.83 亿 m^3，占其总预测可开采量(15.40 亿 m^3)的 18.38%。造成两种方法的计算结果不同的原因是：一是概化的程度不同，均衡法概化得更大一些，从而有可能降低其计算精度；二是计算方法上的差异等所引起的。从表 7.4.3 中可以发现，高阳县、定兴县、高碑店市、涿州市和涞水县等地下水开采层的蓄变量均为负值，若假定其为零，则地下水开采层的蓄变量为 13.13 亿 m^3，枯季地下水的可开采量为 20.10 亿 m^3。该值又比用模拟模型法计算出的结果(18.23 亿 m^3)偏大 1.87 亿 m^3，占其总预测可开采量(20.10 亿 m^3)的 9.30%。

综合上述分析可以看出，在比较小的比例尺（1：10 万～1：

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 7.4.3　　预测区地下水蓄变量计算结果（Ⅱ）

县(市、区)	预测面积 (km^2)	枯水埋深 (m)	枯初埋深 (m)	参数分区的给水度		给水度均值	蓄变量 (亿 m^3)
保　定	1444.8	16.95	16.42	0.141	0.108	0.1245	0.953
高　阳	270.8	15.17	15.46	0.073	0.073	0.073	−0.057
蠡　县	628.1	17.19	14.87	0.073	0.073	0.073	1.064
博　野	319.5	18.02	16.04	0.073	0.073	0.073	0.462
安　国	428	14.23	11.56	0.073	0.162	0.1175	1.343
望　都	374	14.83	9.85	0.162	0.162	0.162	3.017
定　州	953.9	10.27	8.3	0.162	0.162	0.162	3.044
雄　县	213.6	8.79	6.53	0.108	0.108	0.108	0.521
容　城	302	8.31	6.96	0.108	0.108	0.108	0.440
徐　水	598	11.09	8.12	0.162	0.108	0.135	2.398
定　兴	707	5.45	6.39	0.145	0.145	0.145	−0.964
高碑店	605.3	6.6	9.88	0.115	0.108	0.1265	−2.512
涿　州	454.4	7.69	9.03	0.145	0.145	0.145	0.883
涞　水	234.6	9.73	10.91	0.115	0.145	0.145	−0.401
合　计	7534.3	平均 11.74	平均 10.73	—	—	—	8.426

表 7.4.4　1997～1998 年度枯季各均衡要素估算结果（Ⅱ）　单位：亿 m^3

补给量						排泄量			开采层蓄变量	可开采量
降雨入渗补给量	侧向补给量	灌溉入渗补给量	井灌回归补给量	河流入渗补给量	合计	潜水蒸发量	侧向排泄量	合计		
1.29	2.16	1.70	2.05	0.72	7.92	0.14	0.81	0.95	8.43	15.40

50 万）条件下，如果资料比较完备、预测精度要求不是特别高，则用均衡法和模拟模型法实时预测枯季地下水可开采量均可满足预测精度要求；而如果资料完备性比较差、预测精度要求又不是特别高，则可用均衡法实时估算出枯季地下水可开采量。但在比较大的比例尺（1：几千～1：几万）条件下，如果资料比较完备、预测精度要求又比较高，则必须用模拟模型法来实时预测枯季地下水可开采量，方能满足预测精度的要求。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

第八章　试点区枯季水资源供需前景分析

在试点区枯季可供水量和需水量实时预测结果的基础上，分析和确定未来枯季水资源的供需前景与丰枯形势，为枯季水资源的合理开发和高效利用，以及科学地制定生产计划等提供较可靠的依据。

8.1　枯季可供水量预测

1997～1998 年度枯季总可供水量由同期的地表水可供水量和地下水可开采量所构成。保定市的枯季地表水可供水量，根据四库（西大洋水库、王快水库、龙门水库和安格庄水库）的腾空水量（1997 年 9 月底实际蓄水量与死库容之差）和四库一站（张坊水文站）的枯季来水量预测值进行估算；地下水可开采量采用 1993～1994 年度同期的实际开采量。预测结果：地表水可供水量为 9.3 亿 m^3（水库腾空水量和枯季来水量分别为 6.51 亿 m^3 和 2.78 亿 m^3），地下水可开采量为 18.2 亿 m^3，总可供水量为 27.5 亿 m^3。若考虑未控制区枯季径流的利用和适当强化平原区地下水的开采，得到保定市枯季总可供水量约为 30 亿 m^3。但调查和分析发现，这样预测出的结果有些偏大，主要原因是：①保定市四大水库的腾空水量并非全部能作为水库的可供水量，在供这部分水之前要有一定的蒸发和渗漏等损失，若不扣除这部分损失量结果显然是偏大的。②四大水库枯季来水量也存在供水前的蒸发和渗漏等损失问题，可供水量中不扣除这部分损失量显然是偏大的。③张坊水文站由于没有控制性工程，其来水量全部作为可供水量也是偏大的。④未控制区枯季径流的利用和适当强化平原区地下水

地信网论坛
BBS.3S001.COM

的开采，合计可供水量为 2.5 亿 m^3，这个量估计得偏于乐观。⑤历史经验说明，虽然进入 6 月即为汛期，但进入汛期并非就下雨、就无须再灌溉，为了应急灌溉和安全供水，水库中应留有一定的可供水量。

综上所述，我们认为根据各水库的实际状况和各库、站的来水情况以及引用水特点等，分别将各库的腾空水量和各库、站的来水量等乘以折减系数，扣除折减后再乘以一个安全供水系数来作为相应的地表水可供水量是比较合适的，可保证实时灌溉和安全供水的需要。因此，枯季水资源的总可供水量计算公式可写成如下形式：

$$W_G = \{\sum_{j=1}^{m}(1-\rho_j)[V_t(j)-V_0(j)] + \sum_{i=1}^{n_t}\sum_{j=1}^{m}(1-\alpha_{ji})W_{ji}\}\lambda + G_{kg} \qquad (8.1.1)$$

式中：W_G 为枯季安全供水量；ρ_j 为第 j 水库汛末腾空水量折减系数；α_{ji} 为第 j 水库或测站在枯季第 i 时段内来水量折减系数；λ 为安全供水系数；$V_t(j)$ 为第 j 水库汛末蓄水量；$V_0(j)$ 为第 j 水库枯季末蓄水库容（对于非多年调节的水库，枯季末蓄水库容一般选择为死库容；而对于多年调节的水库，枯季末蓄水库容一般应根据水库的多年运行调度情况来确定）；n_t 为预测时段的总数目；W_{ji} 为第 j 水库或测站在枯季第 i 时段内的来水量；其他符号意义同前。

8.1.1 地表水可供水量

1. 水库汛末蓄水量

根据 1997 年 9 月底报上来的水库蓄水量资料分析看出，四大水库的汛末蓄水量均比较丰水年的上一年同期偏少，其中龙门水库偏少最多，为 57%；其次是王快水库，偏少为 52%；安格庄水库偏少最少，为 7%。但与较枯水年的 1993 年同期相比，四大水库的汛末蓄量仍偏多 50%以上。具体情况，详见表 8.1.1。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

表 8.1.1　四大水库汛末实测蓄水量与对比分析结果　单位：亿 m^3

时　间		1997 年 9 月底	与 1996 年同期比较（%）	与 1993 年同期比较（%）
水　库蓄水量	西大洋	3.65	32.2	+56.7
	王　快	3.29	−51.5	+63.2
	龙　门	0.25	−56.9	+83.7
	安格庄	1.52	−6.7	+54.4

注　对比时，偏多为“+”，偏少为“−”。

2. 枯季来水量

综合分析和对比表明，根据 1997 年 9 月底获得的有关实测数据，利用 BP 网络模型所得到的实时预测结果比较可靠，其具体预测结果为：1997～1998 年度四库一站的枯季来水量为 2.71 亿 m^3，其中 10～2 月来水量为 2.21 亿 m^3，3～5 月来水量为 0.49 亿 m^3（见表 6.3.1）；而根据 1998 年 2 月底获得的有关实测数据，仍是利用 BP 网络模型所得到的实时预测结果为：1998 年 3～5 月来水量为 0.41 亿 m^3，加上 1997～1998 年度 10～2 月实际来水量 2.14 亿 m^3，总计 1997～1998 年度四库一站的枯季来水量为 2.55 亿 m^3（见表 6.3.2）。

8.1.2　地下水可开采量

通过分析和比较，1997～1998 年度枯季的地下水可开采量采用 1993～1994 年度同期的实际开采量比较合适，即枯季地下水可开采量为 18.23 亿 m^3，预测区内各县的地下水可开采量，详见表 7.3.7。

8.1.3　总可供水量

通过分析和研究确定，四大水库腾空水量的平均折减系数为 0.25，其来水量的平均折减系数为 0.15；张坊水文站来水量的折减系数为 0.30；未控制区枯季径流的利用量和平原区地下水强化开采量（合计为 2.5 亿 m^3）的平均折减系数为 0.55；四库一站的安全供水系数为 0.70。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

据此，根据1997年9月底的实时预测信息，利用式(8.1.1)可预测、算出1997～1998年度枯季可供水量为23.19亿m^3，其中四库一站的可供水量为4.96亿m^3，地下水可开采量为18.23亿m^3。若考虑未控制区枯季径流的可靠利用量和平原区地下水的强化可靠开采量为1.13亿m^3，则预计保定市总可供水量为24.32亿m^3。

而根据1998年2月底的实时预测信息，利用式（8.1.1）可预测、算出1997～1998年度枯季的可供水量为23.09亿m^3，其中四库一站的可供水量为4.86亿m^3，地下水可开采量为18.23亿m^3。若考虑未控制区枯季径流的可靠利用量和平原区地下水的强化可靠开采量为1.13亿m^3，则预计保定市总可供水量为24.22亿m^3。

由上述预测结果可以看出，根据9月底和2月底的实时预测信息所获得的预测结果相差不大，仅相差0.10亿m^3。但从供水角度考虑，选择较小的预测值是允许的，可增加安全供水的可靠程度。通过综合分析证明，我们所研制的枯季水资源实时预测模型的预测精度是比较高的，完全可满足预测精度的要求，可以不必对预测结果进行实时校正。

8.2 枯季需水量预测

需水分为农业、工业、生活、生态环境等四个一级类，每个一级类可再分成若干个二级类和三级类。根据上述分类，可比较容易地合并有关项，得到所需级类的需水量。本次的枯季需水量预测按农业、工业、生活和生态环境等四个一级类分别进行。

8.2.1 农业需水量

由降水资料显示，1996年是较丰水年份，而1997年为较枯水年份。根据调查和分析，农业的枯季用水量按全年农业总用水量的70%折算是合适的。由表5.3.1可知，1996年保定市农业总用

地信网论坛
BBS.3S001.COM

水量为 26.74 亿 m^3，则 1996～1997 年度枯季的农业用水量为 18.72 亿 m^3。由于 1997～1998 年度播种的小麦面积（或灌溉面积）比上一年度同期多 2.75%，所以 1997～1998 年度枯季的农业需水量为 19.23 亿 m^3。

8.2.2 工业需水量

根据工业需、用水量特点，其枯季需水量按上一年度同期的工业实际用水量考虑❶。从表 5.3.1 可知，1996 年工业用水量为 3.49 亿 m^3，其枯季用水量则为 2.33 亿 m^3。故 1997～1998 年度枯季的工业需水量为 2.33 亿 m^3。

8.2.3 城镇生活需水量

根据城镇生活需、用水量特点，虽然各月需、用水量的大小受气候条件的影响，但影响不是很大，可近似地认为各月的生活需、用水量基本相同。由表 5.3.1 可知，1996 年城镇生活用水量为 1.67 亿 m^3，其枯季用水量则为 1.11 亿 m^3。故 1997～1998 年度枯季的城镇生活需水量为 1.11 亿 m^3。

8.2.4 生态环境需水量

从可持续发展的角度出发，生态和环境的需水量在水资源供需分析时必须要考虑。所谓的生态需水量是指为解决生态问题（如保护湖泊、湿地、水生生物、生态防护林等）所需要的水量；环境需水量是指专门为解决环境问题（如污染、保护水环境景观等）所需要的水量。对于保定市而言，生态环境需水量主要是指为防治或减轻各排污河道、污水库污染和防止白洋淀干淀所需要的水量。由于这方面的数据资料比较少，很难用比较精确的方法进行分析和计算预测。

---

❶ 谢新民，党勇，石玉波等．华北地区枯季水资源实时预报试点研究．中国水利水电科学研究院等，1998

地信网论坛
BBS.3S001.COM

根据1997年9月底的白洋淀蓄水情况和各排污河道、污水库的蓄污与纳污情况，以及所得到的实测降水量资料等，假定生态环境需水量按占全年工、农业和生活总需水量的5%计。据此，可估算出1997～1998年度枯季的生态环境需水量为1.14亿m^3。

根据1998年2月底获得的实测资料显示，1997年12月为防止白洋淀再次干淀现象，安格庄水库给白洋淀补水7800万m^3，加上大清河北支本身的基流量，白洋淀10～2月的总入淀水量为1.16亿m^3；由于白洋淀及时得到补水，1998年2月底的淀水位为7.91m，比淀干水位6.5m高出1.41m。因此，1997～1998年度枯季的生态环境需水量为1.16亿m^3。

8.2.5 总需水量

综上所述，1997～1998年度枯季的总需水量为23.81亿m^3或23.83亿m^3。若考虑其他不确定性因素，为保障安全供水，预计其枯季总需水量约为24亿m^3。具体预测结果，列于表8.2.1中。

表8.2.1 1997～1998年度的枯季需水量预测结果 单位：亿m^3

工业需水量	农业需水量*	城镇生活需水量	生态环境需水量	总需水量
2.33	19.23	1.11	1.14 (1.16)	23.81 (23.83)

* 农业需水量包括种植业、农村生活等需水量。

通过调查和分析，第一种情况——预测年份与上一年的降水年型类似时，若预测年份和上一年均为较丰水年时，则未来枯季的需水量按上一年全年用水量的60%计；若均为较枯水年时，则枯季的需水量按上一年全年用水量的70%计。第二种情况——预测年份与上一年的降水年型不同时，若预测年份为较丰水年，而上一年为较枯水年时，则枯季的需水量按上一年全年用水量的60%计；若预测年份为较枯水年，而上一年为较丰水年时，则枯季的需水量按上一年全年用水量的70%计。据此，我们给出近几年的分析结果，详见表8.2.2所示。

地信网论坛
BBS.3S001.COM

由于1997年为较枯水年份，而1996年为较丰水年份，通过表8.2.2可得出，1997～1998年度枯季需水量为22.32亿m^3。若考虑枯季的生态环境需水量1.14亿m^3或1.16亿m^3，则枯季的

表8.2.2　　1992～1996年总用水量分析　　单位：亿m^3

年　份	全　年			枯季10～5月用水量	
	地表水量	地下水量	总用水量	总用水量×0.6	总用水量×0.7
1992	4.14	29.87	34.01	20.41	23.81
1993	3.82	30.68	34.50	20.70	24.15
1994	5.09	27.56	32.64	19.58	22.85
1995	4.84	28.13	32.98	19.79	23.08
1996	4.78	27.11	31.89	19.13	22.32

总需水量为23.46亿m^3或23.48亿m^3。如果再考虑其他不确定性因素等，则预计其枯季总需水量约为24亿m^3。

8.3　枯季水资源供需前景分析

从保定市枯季可供水量（24.22亿m^3）和需水量（约为24亿m^3）的预测分析结果看，其枯季水资源的供略大于需，可保持基本平衡。但由于水资源在时间和空间上分布极不均匀，农业用水高峰季节大多集中在水资源较枯的时期内，加上水利工程的调蓄能力的限制等，所以，虽然保定市枯季可供水量略大于其需水量，但仍然有可能在局部地区或某些月份存在比较严重的供需矛盾，缺水问题依然存在。

通过保定市枯季水资源实时预测分析看出，保定市的水污染问题是比较严重的，各主要河流均遭受不同程度的污染，白洋淀水质受到日益严重的污染威胁，由于废污水大量排放和污水灌溉等，地下水也遭到了一定程度的污染。地下水动态形势分析结果表明，保定市的地下水开采降落漏斗已与污水入渗形成的反漏斗相互联通，保定市的地下水供水水源正面临着越来越严重的污染

地信网论坛
BBS.3S001.COM

威胁。若不及时采取有效治理和防范等措施，其地下水供水水源的供水功能将会逐渐衰退，保定市将面临着的不仅仅是资源型缺水、还有污染型缺水的严重局面，其社会经济的发展将受到严峻的挑战。

综上所述，保定市的水资源问题不容乐观，亟待深入研究和逐步加以解决。特别是随着社会经济的进一步发展和人民生活水平的不断提高，生态环境和生活等需水量将会不断增加，水资源的供需矛盾将会更加突出，尤其是枯季的缺水问题将变得更加尖锐。因此，今后必须加大对水污染的治理和防范力度，大力开展节约用水，对有限的水资源采取统一管理和有效保护，以解决或缓解日益突出的水资源供需矛盾，支持社会经济的可持续发展。

顶级地质论坛：http://bbs.3s001.com

地信网论坛
BBS.3S001.COM

参 考 文 献

1 赵人俊．流域水文模型——新安江模型与陕北模型．北京：水利电力出版社，1984
2 张恭肃，朱星明，杨小柳等．洪水预报系统．北京：水利电力出版社，1989
3 焦李成．神经网络系统理论．西安：西安电子科技大学出版社，1990
4 Michel A N. Si J. and Yen G. Analysis and Synthesis of Class of Discrete-Time Neural Networks Described on Hypercubes. IEEE Trans. NN，1991，2（4）：32～46
5 长江流域规划办公室主编．水文预报方法．北京：水利电力出版社，1979
6 上海师范大学数学系概率统计教研组．回归分析及其试验设计．上海：上海教育出版社，1978
7 Mordecai Ezekiel and Karl A F. Methods of Correlation and Regression Analysis：Linear and Curvelinear. Third Edition，1959
8 水利部水文水利调度中心．中美水文情报预报研讨会论文集．北京：水利电力出版社，1991
9 丛树铮主编．水文学的概率统计基础．北京：水利出版社，1981
10 金光炎．水文统计原理与方法．北京：中国工业出版社，1964
11 中国大百科全书．大气科学．海洋科学．水文科学卷．北京：中国大百科全书出版社，1987
12 谢新民．喀什市地下水系统确定-随机耦合模拟模型．河海大学学报，1992（1）：77～84
13 楼世博等．模糊数学．北京：科学出版社，1983
14 汪培庄．模糊集合论及其应用．上海：上海科学技术出版社，1983
15 贺仲雄．模糊数学及其应用．天津：天津科学技术出版社，1983
16 冯德益等．模糊数学方法与应用．北京：地震出版社，1983
17 吴望名等．应用模糊集方法．北京：北京师范大学出版社，1985
18 陈守煜．模糊水文学与水资源系统模糊优化原理．大连：大连理工大学

地信网论坛
BBS.3S001.COM

出版社，1990

19 王本德．水文中长期预报模糊数学方法．大连：大连理工大学出版社，1993

20 陈守煜，周惠成．径流长期预报的模糊推理模式．大连工学院学报，1985（1）

21 周惠成．水文点值预报与预报分级精度评价的一种FUZZY数学方法．水能技术经济，1986（1）

22 陈守煜，周惠成．径流长期预报特征展开FUZZY推理法．模糊数学，1987（3）

23 陈守煜，许士国．径流分级预报的模糊聚类分析．水利学报，1986（7）

24 邓琦，周强等．水资源灰色系统预测与决策．北京：测绘出版社，1989

25 邓聚龙．灰色系统．北京：国防工业出版社，1985

26 邓聚龙．灰色预测与决策．武汉：华中工学院出版社，1986

27 尹红风等．人工神经网络原理．模式识别与人工智能，1992.31（1）：25～33

28 刘延平等．神经网络在控制中的若干应用．控制与决策，1992.7（2）：94～100

29 谢新民，蒋云钟等．基于人工神经网络的河川径流实时预报研究．水利水电技术，1999.30（9）：1～4

30 Bhat N V, et al. Modeling Chemical Process Systems Via Neural Computation. IEEE Control Systems Magazine, 1990 (4): 24～29

31 魏巍贤等．基于人工神经网络的汇率预报．系统工程理论与实践，1996（6）：13～20

32 焦李成．神经网络计算．西安：西安电子科技大学出版社，1993

33 Kuo-lin, Hoshin Vijiai Gupta and Soroosh Sorooshian, Artificial Neural Network Modeling of the Rainfall-Runoff Process. Water Resources Research, 1995.31 (10): 2517～2530

34 Goldberg D E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison-Wesley, 1989

35 Davis L. Handbook of Genetic Algorithm. Van Nonstrand Reinhold, New Yoyk, 1991

36 Vose M D. Generalizing the Notion of Schema in Genetic Algorithms. Artif. Intell, 1991

地信网论坛
BBS.3S001.COM

37 Kreinovich V. et al. Genetic Algorithms: What Fitness Scaling is Optimal? Cybernetics and Systems. 1993. 24 (1)

38 Whitley D. et al. Genitor Ⅱ: A Distributed Genetic Algorithm. J. Expt. Theor. Artif. Intell. 1990

39 韩祯祥，文福拴．模拟进化优化方法及其应用．计算机科学，1995. 22 (2)：47～56

40 Suresh G. Vinod V V. and Sahu S. Agenetic Algorithm for Facility Layout. Int. Prod. Res. 1995. 33 (132)：3411～3423

41 Mckinney D C. Lin M D. Genetic Algorithm Solution of Groundwater Management Models. Water Rerources Research，1994. 30 (6)：1897～1906

42 Lee C Y. and Cho J Y. A Genetic Algorithm for Job Sequencing Problems With Distinct Due Dates and General Early Tardy Penalty Weights Computers Ops. Res. 1995. 22(8)：857～869

43 雅·贝尔著．许涓铭等译．地下水水力学．北京：地质出版社，1985

44 薛禹群主编．地下水动力学原理．北京：地质出版社，1986

45 谢新民，赵全升．地下水资源系统多目标管理模型及模糊决策分析．见：中国控制与决策学术年会论文集．沈阳：东北大学出版社，1993：736～742

46 王秉忱等编．地下水污染－地下水水质模拟方法．北京：北京师范学院出版社，1985

47 易大义等编．数值方法．杭州：浙江科学出版社，1984

48 杨天行等编．地下水流向井的非稳定运动的原理及计算方法．北京：地质出版社，1980

49 谢新民．济南地下水资源系统多目标管理模型及模糊带权方法．自然资源学报，1993 (1)：63～72

50 Каменский Г. Н. Гидродинамика и Основы Гидрогеологии. Москва "Недра"，1982

51 朱学愚，谢春红．边界元法在计算地下水稳定水位和流量中的应用．南京大学学报，1987 (1)

52 谢新民．地下水资源系统多目标管理模型及模糊带权二次规划方法．水文地质工程地质，1993 (4)：17～21

53 陈雨孙等．非稳定有限分析格式．工程勘察，1991 (2)：23～27

地信网论坛
BBS.3S001.COM

54 谢新民．地下水系统经济管理模型及二次规划算法．工程勘察，1991(2)：32～37

55 许新宜，王浩，甘泓等．华北地区宏观经济水资源规划理论与方法．郑州：黄河水利出版社，1997

56 梁瑞驹，王浩，杨小柳．中国超长期需水预测研究．见：可持续发展：人类关怀未来．哈尔滨：黑龙江教育出版社，1998

57 刘晨晖．电力系统负荷预报理论与方法．哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，1987

58 谢新民．喀什市地下水系统随机经济管理模型研究．大连理工大学学报，1993．33（6）：711～718

59 李铭．水资源规划中的灰色系统理论方法．水利学报，1993（3）

60 曾光明．河流水质系统的灰色模拟方法．水电能源科学，1988（6）

61 朱宝璋．关于灰色系统基本方法的研究和评论．系统工程理论与实践，1994（4）

62 Bezdek J C. A Physical Interpretation of Fuzzy ISODTA. IEEE Trans on Systems Man. Cybern.，1976，Vol. SME-6

63 保定市统计局编．保定市经济统计年鉴．北京：中国统计出版社，1997

64 金菊良等．基因方法在海洋预报中的应用．海洋预报，1997(1)：9～16

65 金菊良等．基于遗传算法的门限自回归模型在浅层地下水位预测中的应用．水利学报，1999（6）：51～55

66 金菊良等．基因算法的应用及改进．河海大学学报，1998（2）：75～79

67 Holland J H. Apatation in Natural and Artificial System. Michigan：The University of Michigan Press，1975

地信网论坛
BBS.3S001.COM

后　记

通过对我国半干旱半湿润地区枯季水资源实时预测的科学研究和试点工作❶，我们更加清楚地认识到我国广大的半干旱半湿润地区水资源问题是极其复杂和严峻的，不仅存在水资源总量不足、时空分布不均匀、河道断流、地下水位持续下降等问题，而且存在着水质污染、水环境质量严重衰退等问题。如保定市虽然1997～1998年度枯季水资源供需基本平衡，但水资源的动态形势并不乐观，河流大多存在长时期的断流和严重的污染问题，地下水开采降落漏斗与污水（污水库和污水灌溉、排污河道）入渗所形成的反漏斗目前已经相互联通，地下水供水水源地正面临着越来越严峻的污染威胁。因此，为了更科学地制定枯季的供用水计划，合理地安排生产，实现枯季水资源的合理开发和高效利用，以减轻或缓解水资源量和质的双重压力，更有力地支持社会经济的可持续发展，在我国半干旱半湿润地区全面开展枯季水资源实时预测工作，定期发布实时预测结果，已成为摆在各级水行政主管部门面前的一项重要而紧迫的任务。

基于当前国际上普遍公认的可持续发展观点和采用世界上最先进的理论与方法，研制出了一整套符合我国半干旱半湿润地区枯季水资源实时预测的理论模型和计算软件，并通过在试点区保定市进行实际运用，获得了令人满意的结果❶。这是我国有史以来的首次成功尝试，填补了我国在枯季水资源实时预测研究和应用方面的空白。试点区保定市在半干旱半湿润地区具有比较广泛的代表性，本次试点研究工作的成果具有较强的实用性和通用性，不

---

❶ 谢新民，党勇，石玉波等. 华北地区枯季水资源实时预报试点研究. 中国水利水电科学研究院等，1998

地信网论坛
BBS.3S001.COM

仅具有严密的理论基础，而且具有很强的可操作性，为开展枯季水资源实时预测工作奠定了坚实的理论基础，积累了比较丰富的实践经验。另外，通过我国广大的水文、气象和水文地质工作者几十年的艰苦努力及扎实工作，目前已基本建成了观测数据采集、传输和加工处理的信息网络系统，积累了比较丰富的各种基础资料和比较长的实际观测资料系列，可为大规模开展枯季水资源实时预测和定期发布等工作提供比较完备的资料支持。

根据枯季水资源实时预测试点研究成果，已于1997年10月在我国首次公开向社会发布了“1997～1998年度保定市枯季水资源实时预测”结果❶。保定市根据所发布的预测成果，为防止白洋淀再次发生干淀现象于1997年12月由安格庄水库放水补淀7800万m^3，有效地防止和避免了白洋淀生态环境的再次恶化，有力地促进了白洋淀周边地区社会经济的健康发展。1998年10月，第二次公开向社会发布了“1998～1999年度保定市枯季水资源实时预测”结果❷，为科学地指导保定市的工农业生产和实现枯季水资源的合理开发利用提供了可靠的决策依据，有力地促进了保定市社会经济的可持续发展。

在试点研究工作中我们发现，目前我国尚存在一些亟待研究和解决的重要问题：①实测资料问题。虽然国家每年投入了大量的人力、物力和财力，获得了比较丰富的水文观测资料和地下水动态监测资料等，但进行及时分析和整理，直接为水资源统一管理和生产一线服务的工作显得不够到位。②径流资料的还原问题。实测的径流资料受上游灌溉引水的影响比较大，但由于水库或水文观测站上游地区的农业灌溉引水量难以调查和统计，因此对实测径流资料进行还原处理尚有一定的难度。③地下水动态监测资料的完备性问题。虽然地下水动态监测资料从总体上看是丰富的，

---

❶ 保定市枯季水资源实时预报（1997年10月～1998年5月）. 河北省保定水文水资源勘测局等，1997

❷ 保定市枯季水资源实时预报（1998年10月～1999年5月）. 河北省保定水文水资源勘测局等，1998