

文章编号:1001-1986(2005)02-0065-03

## 裂隙介质电性各向异性的研究

石雅镠, 宁书年, 宁 静

(中国矿业大学机电与信息工程学院, 北京 100083)

**摘要:**文中提出了一个一般介质的裂隙集中体积模型,由此导出了裂隙介质以及作为特例的 EDA 介质的各向异性电导率表达式。然后,从大地电磁测深法的角度,详细地推导了双层地层(含裂隙)结构的视电阻率正演公式。最后,利用所得结果进行了数值模拟。本文的结果有助于进一步开展电性各向异性及其与地震的联合解释的研究。

**关键词:**各向异性;集中体积模型;电导率张量;视电阻率

**中图分类号:**P631.325 **文献标识码:**A

## Study on the electrical anisotropy of cracked medium

SHI Ya-liu, NING Shu-nian, NING Jing

(China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China)

**Abstract:** In this article, we propose a so-called crack-concentrated volume model and work out the representation of the electrical conductivity vector for crack-complex medium as well as that for EDA-medium, a specific instance of the former. And, from the point view of MT methods, given is the formulas for forward problem to EDA included two strata structure. Finally, the authors show the MT image based on the derived results. This study aims to pave a foundation for further study on the electrical anisotropy and the related combinatorial explanation.

**Key words:** anisotropy; crack-concentration volume model; electrical conductivity vector; apparent resistivity.

## 1 引言

在勘探中经常遇到的电性各向异性,主要是电性周期性薄层的视各向异性和 EDA 裂隙定向排列形成的几何各向异性(Crampin *et al.*, 1984)。前者已具有较成熟的理论(Negi 和 Saraf, 1989),后者的本构关系式在地震波方面已有可实用的研究成果,而在电性方面还是空白,如大地电磁测深(MT)法没有将电导率与裂隙参数挂钩。为此,本文提出了一个一般介质的裂隙集中体积模型;据此建立了一般裂隙介质的电导率与裂隙度的关系式;在此基础上,给出 EDA 介质的相应本构关系。鉴于分层和查明断层裂隙带及水文地质情况是煤田(矿)勘探的基本任务,本文接下来讨论了含 EDA 介质的双层地层结构的 MT 正演公式。在这方面,虽然 Douglas 于 1967 年就给出了(多层的)一般结果,但其推导过程有点不太清楚。作者结合双层介质的情况给予了必要的补充。最后,利用所得结果,进行了数值模拟,目的是提供双层介质 MT 的基本图像。

## 2 裂隙介质的电导率张量

根据 Waffle (1974) 的体积模型和 APE 理论可知,实际介质的裂隙非常复杂,流体可以在裂隙之间迁移。为简化问题,将各方向裂隙集中分片合并为 3 个主应力方向的裂隙(见图 1)。该模型称为集中体积模型。当裂隙只是分布在一个方向时,模型反映的就是 EDA 介质。

设  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  是 3 个方向的裂隙孔径,  $a$  是固体方颗粒的尺度,  $\sigma_f$  是裂隙所含流体电导率,  $\sigma_s$  是固体岩石电导率。假设在场强为  $E_0$  的电场中,电流  $I$  正面流过  $XY$  剖面(如图 1),则有:

$$I = S \sigma_s E_0, \quad (1)$$

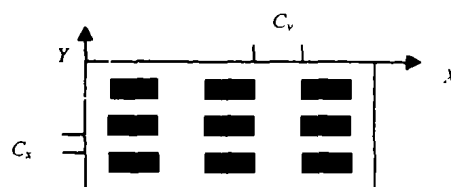


图1 裂隙方向示意图

Fig.1 Crack direction sketch

收稿日期:2004-09-15

基金项目:中国石油天然气集团公司物探重点实验室开放基金(GPKL0205)

作者简介:石雅镠(1974—),男,安徽宿松人,现为中国矿业大学和国家天文台在读博士,副教授,从事地球探测与信息技术研究。

其中  $S = (C_x + a)(C_y + a)N$  是截面积,  $N$  是该立方块中一个方向上固体方颗粒个数, 它是一个很大的数, 3 个方向上  $N$  可以设为一样, 其差异由孔径大小体现, 不影响结果; 而  $\sigma_z$  是  $Z$  轴方向的等效电导率。另一方面, 将流体和固体分别考虑, 又可得:

$$I = [\sigma_i a^2 N + \sigma_f (S - a^2 N)] E_0, \quad (2)$$

这里的  $\sigma_i$  是任一固体块单元纵向等效电导率, 是颗粒与裂隙流体(薄层)的等效电阻率, 即:

$$\sigma_i = \frac{(\sigma_s \sigma_f)(C_z + a)}{\sigma_s C_z + \sigma_f a}. \quad (3)$$

3 个方向的裂隙度  $\varphi_j$  与相应裂隙孔径的关系为:

$$\varphi_j = \frac{C_j}{a} \quad (j = x, y, z). \quad (4)$$

将(1)与(2)相比, 利用(3)和(4), 并考虑  $a \gg C_x, C_y, C_z, \sigma_f \gg \sigma_s$ , 通过简单的计算可以近似地推得:

$$\sigma_z = (\varphi_x + \varphi_y) \sigma_f + (1 + \varphi_z) \sigma_s. \quad (5a)$$

同理, 当考虑电流通过其他剖面, 可得:

$$\sigma_x = (\varphi_x + \varphi_z) \sigma_f + (1 + \varphi_y) \sigma_s; \quad (5b)$$

$$\sigma_y = (\varphi_y + \varphi_z) \sigma_f + (1 + \varphi_x) \sigma_s. \quad (5c)$$

公式(5a)~(5b)反映了电导率与一般裂隙介质的裂(孔)隙度的关系。虽然推导过程是用直流电法进行的, 但适用于 MT 的低频电磁波。从公式(5a)可以推出 Waffle(1974)给出的电导率标量式的近似解和 Schmeling(1986)给出的含流体薄片状裂隙的等效电导率表达式(详细情况请参照本文所列文献分析)。例如, 当裂隙完全均匀各向同性, 即:

$$\varphi_x = \varphi_y = \varphi_z = \frac{1}{3} \varphi,$$

代入(5a)式, 得:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z \approx \frac{2}{3} \varphi \sigma_f, \quad (6)$$

与 Waffle 给出的结果相同。这说明了(5)的一般性和正确性。

对于理想的 EDA 介质, 取裂隙面平行于  $Y-Z$  面, 则有:

$$\varphi_x = \varphi_z = 0.$$

根据(5a)~(5c)可得:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= (1 + \varphi_y) \sigma_s, \\ \sigma_y &= \sigma_z = \sigma_s + \varphi_y \sigma_f \approx \varphi_y \sigma_f. \end{aligned} \quad (7)$$

### 3 裂隙介质的 MT 正演公式

下面我们进一步来讨论双层地层的 MT 各向异性电性正演公式, 地层模型如图 2 所示, 其中裂隙垂直于地面(以下设两层的裂隙取向一致),  $X$  轴平行

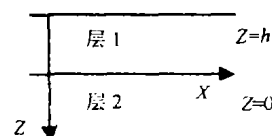


图 2 分层剖面

Fig. 2 Profile sketch

于裂隙面的法线,  $Y$  轴平行于裂隙的走向; 第 1 层厚度为  $h$  (取负值)。

首先推导均匀裂隙介质垂直入射的电磁波的波数公式。因为不需要考虑  $Z$  轴方向的电导率, 易证任一测量方向的电导率张量可表示为:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha & (\sigma_x - \sigma_y) \sin \alpha \cos \alpha \\ (\sigma_x - \sigma_y) \sin \alpha \cos \alpha & \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中  $\sigma_x$  和  $\sigma_y$  主轴电导率, 在本文可通过(7)式计算;  $\alpha$  是测量轴方位角。

忽略位移电流, 设形式通解为  $e^{-i(\omega t - k_z z)}$ , 根据麦克斯韦方程, 可得:

$$\begin{cases} ikE_y = -i\omega\mu H_x \\ ikE_x = -i\omega\mu H_y \\ -ikH_y = \sigma_{11} E_x + \sigma_{12} E_y \\ -ikH_x = \sigma_{21} E_x + \sigma_{22} E_y \end{cases}, \quad (9)$$

其中  $\mu$  值可取空气的相应值。

方程组(9)有解的条件是其系数行列式为 0, 据此求得均匀介质各向异性介质的波数为:

$$k_1 = \pm \sqrt{\omega\mu\sigma_x} e^{i\frac{\pi}{4}}, \quad (10a)$$

$$k_2 = \pm \sqrt{\omega\mu\sigma_y} e^{i\frac{\pi}{4}}, \quad (10b)$$

记第  $j$  层的波数为  $\pm k_m^j$  ( $j, m = 1, 2$ ), 对应的场幅为  $E_{xm}^j, E_{ym}^j, H_{xm}^j, H_{ym}^j$ , 如  $E_{y1}^j$  表示沿  $Z$  轴负方向以 1 型波在层 1 中传播的电磁场  $Y$  分量。根据(8)和(9)式, 容易证明只有 4 个独立分量, 且:

$$\begin{aligned} E_{x1}^j &= -\tan \alpha E_{y1}^j; & E_{y1}^j &= -\tan \alpha E_{x1}^j; \\ E_{x2}^j &= -\tan \alpha E_{y2}^j; & E_{y2}^j &= -\tan \alpha E_{x2}^j. \end{aligned}$$

当选用  $E_{x1}^j, E_{y1}^j, E_{x2}^j$  和  $E_{y2}^j$  为独立分量时, 第  $j$  层的电磁场(隐含  $e^{-i\omega t}$ )可表示为:

$$\begin{cases} E_x^j = E_{x1}^j e^{ik_1^j z} + E_{x2}^j e^{-ik_2^j z} + \tan \alpha (E_{y2}^j e^{ik_2^j z} + E_{y1}^j e^{-ik_1^j z}) \\ E_y^j = -\tan \alpha (E_{x1}^j e^{ik_1^j z} + E_{x2}^j e^{-ik_2^j z}) + E_{y2}^j e^{ik_2^j z} + E_{y1}^j e^{-ik_1^j z} \\ H_x^j = \frac{k_1^j}{\omega\mu} \tan \alpha (E_{x1}^j e^{ik_1^j z} - E_{x2}^j e^{-ik_2^j z}) - \frac{k_2^j}{\omega\mu} (E_{y2}^j e^{ik_2^j z} - E_{y1}^j e^{-ik_1^j z}) \\ H_y^j = \frac{k_1^j}{\omega\mu} \tan \alpha (E_{x1}^j e^{ik_1^j z} - E_{x2}^j e^{-ik_2^j z}) + \frac{k_2^j}{\omega\mu} (E_{y2}^j e^{ik_2^j z} - E_{y1}^j e^{-ik_1^j z}) \end{cases}, \quad (11)$$

从上式易导出单层介质的 MT 正演公式。

由于在层 1 和层 2 之间存在边界条件:

$$\begin{cases} \vec{n} \times (\vec{E} - \vec{E}^1) = 0 \\ \vec{n} \times (\vec{H} - \vec{H}^1) = 0 \end{cases}, \quad (12)$$

把(11)式代入(12)式(取  $Z=0$ )并考虑到以下底层条件:

$$E_{x1}^2 = E_{y2}^2 = 0,$$

可知第1层(及地表)4个独立电磁场分量都只与第2层的两个电磁独立分量  $E_{x1}^2$  和  $E_{y2}^2$  有关,若记  $H_x, H_y, E_x$  和  $E_y$  为地表( $Z=h$ )的电磁场,求解(由于表达式太复杂,一律略写)可得:

$$[H_x, H_y, E_x, E_y]^T = B \begin{bmatrix} E_{x1}^2 \\ E_{y2}^2 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

其中  $B$  为  $4 \times 2$  阶矩阵,分量为与两层波数  $k$ 、第1层层厚  $h$ 、角  $\alpha$  和频率  $\omega$  有关的表达式。

从(13)消除  $E_{x1}^2$  和  $E_{y2}^2$  得:

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{-b(b_4 H_x - b_2 H_y)}{b_2 b_3 - b_1 b_4}; \\ E_y &= \frac{b(b_3 H_x - b_1 H_y)}{b_2 b_3 - b_1 b_4}. \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $b$  和  $b_1 \sim b_4$  是矩阵  $B$  的分量表达式。

公式(14)就是双层(裂隙)介质的 MT 正演公式。在进行数值模拟时,只要任意给定一个周期或频率的  $H_x$  和  $H_y$ ,即可利用(14)式计算电场分量,从而最终得到阻抗或视电阻率。本文将计算后者,即:

$$\rho_{yx} = \frac{1}{\omega\mu} \left| \frac{E_y}{H_x} \right|^2, \quad (15a)$$

$$\rho_{xy} = \frac{1}{\omega\mu} \left| \frac{E_x}{H_y} \right|^2. \quad (15b)$$

#### 4 数值模拟

最后讨论含 EDA 介质的两层介质的 MT 图像。如图2所示,我们取层2为各向同性介质,电导率为  $\sigma_2^1 = \sigma_2^2 = 10^{-3}$  S/m;层1为 EDA 介质,裂隙度取值 0.1,裂隙内充填电导率为 1 的流体,即  $\sigma_f = 1$  S/m,固体的电导率为  $\sigma_s = 10^{-2}$  S/m,层厚 1 000 m。

具体计算过程分成以下 3 个步骤:

a. 据各向异性电导率公式(7)计算各层的主电导率,对第1层有  $\sigma_1^1 = 0.011$  S/m  $\sigma_1^2 = 10^{-1}$  S/m。

b. 根据给定的频率和(10)式计算各层的波数(张量)。

c. 根据给定的不同频率的磁场分量,利用(14)式求得相应的电场分量,然后利用(15)式就可以得到最终结果。

所得结果如图3所示,曲线边标注的数字为方位角。从图3可以看出:低频视电阻率在不同测量

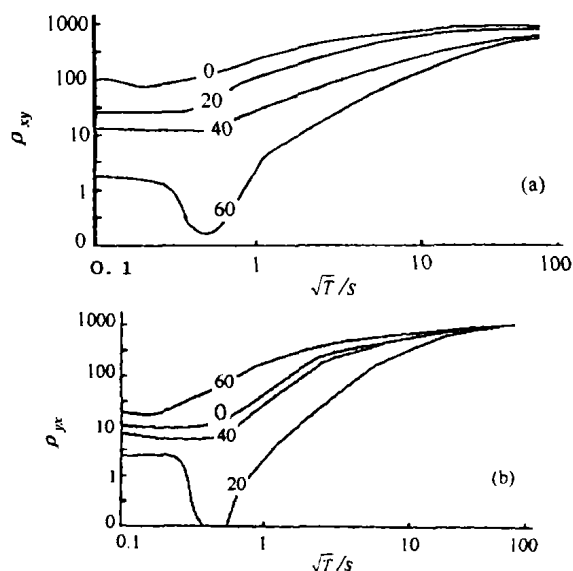


图3 视电阻率与周期的变化曲线

Fig.3 Variation of apparent resistivity via recycle

a——X轴方向;b——Y轴方向

方向逐步接近下(层2)覆层的电阻率;高频的视电阻率在不同测量方向明显不同,并且  $\rho_{xy}$  和  $\rho_{yx}$  分别在  $\alpha=0$  时近似等于上覆层(层1)轴向电阻率。这说明公式(14)正确地描述了电导率既是分层的又是各向异性的介质结构。

#### 5 结论

a. 本文根据集中体积模型建立的电导率表达式具有一般性,它可以推出 EDA 介质电性张量和目前使用的各种标量电导率计算公式。

b. 本文推导的 MT 正演公式仅有位移电流为零的附加外在条件,因此,适用于煤田地质勘探的大多数情况;该公式能较好刻画双层地层的电性结构;模拟计算表明,煤田中存在裂隙带,特别是赋水裂隙带时,在 MT 的相应频段会出现不同观测角度曲线的明显的分离,这一结论可推广到多层介质。

开展煤田各向异性电性物探的研究有重要意义。目前煤田地质勘探主要使用地震方法,虽然精度高,但不能确定各向异性出现在哪一层,而 MT 方法虽然精度低,但能定位。

#### 参考文献

- [1] Crampin S, et al. Seismic anisotropy: the state of art[J]. Geophysics, 1984, 63(76): 1-16.
- [2] Schmeling H. Numerical models on the influence of partial molten elastic, anelastic and electrical properties of rocks, Part 2: electrical conductivity[J]. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 1986, 38(43): 123-136.
- [3] Waffle H S. Theoretical considerations of electrical conductivity in a partially molten and implications for geothermometry[J]. Geophysics, 1974, 9(79): 4003-4010.