第24卷第4期 西安工程学院学报 Vol. 24 No. 4
2002年12月 JOURNAL OF XI'AN ENGINEERING UNIVERSITY Dec. 2002

# 动态有限元在自由场地地震响应分析中的应用

胡志平[1]， 罗丽娟[2]， 刘春玲[3]

(1. 同济大学 地下建筑与工程系，上海 200092；2. 石油大学 建筑工程系，
山东 东营 257061；3. 长安大学 地质工程与测绘工程学院，陕西 西安 710054)

[摘要] 地震响应的分析方法主要有一维地震反应分析法和二维动力有限元法，但均不能考虑地震过程中地基系统的振动对形函数的影响。对此较详细地叙述了动态有限元求解地震响应的过程，同时算例表明了动态有限元法求解场地地震响应的合理性，具有一定的理论意义和实用价值。

[关键词] 自由场地；地震响应；动态有限元法

[中图分类号] TU432 [文献标识码] A [文章编号] 1007－9955(2002)04－0025－05

[作者简介] 胡志平(1976－)，男，博士研究生，主要从事岩土工程与地下结构的研究工作。

## 1 问题的提出

我国是一个多地震的国家，因此地震危险性评估在工程建设中非常重要。求解地震时土体中各点运动的位移、速度、加速度以及应力应变等量叫做土体对地震动的反应分析，也叫地震响应分析。

目前土的动力分析方法是建立在确定性物理意义上的，而没有考虑到动力分析模型化过程中所具有的各种不确定性因素。用有限元求解地震响应也是建立在静态基础之上，而没有考虑地基土的振动对形函数的影响，即形函数是静态的而非动态的。然而，动态有限元却能很好的考虑振动的动态性和随机性。笔者就这种情况采用动态有限元法来分析具有高度随机性和动态性的自由场地的地震响应。

## 2 动态有限元的基本理论

动态有限元法的目的在于提高结构动力分析的精度，而动态有限元法与动力有限单元法分析结构动力问题的主要区别在于它们所选择的位移形态函数不同。

用动力有限元对连续弹性体进行结构(平面问题)的动力分析时，单元内一点的位移 $\{\delta\}$ 与离散化的结点位移 $\{u\}$ 通常有如下关系

$$\{\delta(t)\} = [N(x,y)]^T \{U(t)\} \qquad (1)$$

式中：$[N(x,y)]$ 为单元静态形函数矩阵；$x,y$ 为所采用的坐标系下的坐标。

用动态有限单元法分析结构动力问题时，单元内任一点的位移类似于动力有限元法，可以写成

$$\{\delta(t)\} = [N(x,y,\omega)]^T \{U(t)\} \qquad (2)$$

式中：$[N(x,y,\omega)]$ 称为单元的动态形态函数矩阵，$\omega$ 为结构自振圆频率。

从(1)式和(2)式可以看出，动态有限单元法与动力有限单元法不同之处在于位移形函数 $N$ 中是否含有参数 $\omega$。动态形函数 $[N(x,y,\omega)]$ 是以结构实际振动时的动变形为基础来构造的，而动力有限元法中形函数 $N(x,y)$ 是以一般有限元法的静变形代替结构振动时的动变形来构造的。由于地震是动态的随机的，因此，用动态形函数 $[N(x,y,\omega)]$ 更合乎地基系统振动的实际。

笔者在研究动态形函数对场地地震响应的影响时，为便于对地基振动系统的振动过程进行简化计算分析，也为了便于编程，将地震对地基系统的作用看作一平面应变问题，采用二维动态有限单元法分析地震响应时，简化条件如下：

(1) 基岩水平，且基岩在各点的运动状态相同。

(2) 地面无荷载，为自由场地。

(3) 地震效应简化为由基岩竖直向上传播的剪

[收稿日期] 2002－06－27

万方数据

切波,且基岩以下的反射波在基岩内全部被吸收。

(4) 地震对地基振动系统的作用看做平面应变问题。

(5) 地基土为各向同性非线性弹性体,即土的剪切模量、阻尼系数是动剪应变的非线性函数。

(6) 不考虑超孔隙水压力影响,采用总应力法。

## 3 地基地震响应的求解过程

在具体计算时,由动态形态矩阵可求得动态单元刚度矩阵、动态单元质量矩阵,由此根据加利福尼亚大学模型就可得到单元阻尼矩阵,根据静态形函数可求得静态单元刚度矩阵,最后将三个矩阵组合成修正总刚度矩阵、修正总荷载列阵,引入边界约束条件就可用数值方法完成对地震响应的求解。

### 3.1 动态形函数的构造

J.S.普齐米尼斯基提出动态有限单元法的基本思想是以结构的动变形为基础建立有限单元的形态函数,后来 K.K.Gupta 发展了 J.S. 普齐米尼斯基构造动态形函数的方法,提出二维矩形单元的动态形函数可表达成一个级数形式。其基本思路是将结构平面单元无阻尼自由振动微分方程转化为以 $\omega$ 同次幂项的系数组成二维平面单元振动控制方程。控制方程的多少取决于选取的级数的项数多少而定。该方程是含动态形函数的微分方程。根据形函数应满足完备性和连续性的条件来确定动态形函数。

在 K.K.Gupta 构造二维矩形单元动态形函数和处理二维三角形动态单元的基础上提出一种隐含形式构造了任意四边形单元的动态形函数。图 1 是一个任意四边形单元。

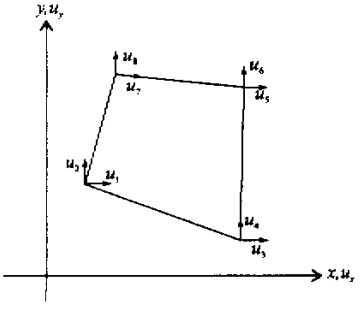



图 1 任意四边形单元

对于此种单元进行动态形函数的显式推导将十分困难,也给刚度矩阵和质量矩阵的建立带来非常大的困难。采用隐式推导的方式不仅顺利地构造了动态形函数,而且能较为方便地在计算机上实现。下面介绍构造此种单元的动态形函数的方法。

由二维矩形单元的无阻尼自由振动微分方程可得方程的一个无穷级数解为

$$\left.\begin{aligned} u_x &= \sum_{r=0}^{\infty} \omega^r [N_{rx}] \{q\} e^{i\omega t} \\ u_y &= \sum_{r=0}^{\infty} \omega^r [N_{ry}] \{q\} e^{i\omega t} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

式中:$\omega$ 为结构的圆频率;$[N]$ 为不含有 $\omega$ 的形函数,$\{q\}$ 为结点的位移振幅。

为了说明问题,取前三项就够了,代入微分方程。由于方程应满足完备性和连续性的条件,所以 $[N_{0x}]$、$[N_{0y}]$ 应满足

$$\left.\begin{aligned} [N_{0x}]\{U\} &= c_1 + c_2 x + c_3 y + c_4 xy \\ [N_{0y}]\{U\} &= c_5 + c_6 x + c_7 y + c_8 xy \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

式中:$c_1 \sim c_8$ 为待定系数,由在边界上 $u_x$,$u_y$ 等于结点位移的条件确定。

而 $[N_{1x}]$、$[N_{1y}]$ 和 $[N_{2x}]$,$[N_{2y}]$ 必须全部满足在边界上为零的条件。从而得到 $[N_x]$ 和 $[N_y]$ 为

$$\left.\begin{aligned} [N_x] &= [N_{0x}] + \omega^2 [N_{2x}] \\ [N_y] &= [N_{0y}] + \omega^2 [N_{2y}] \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

将边界条件代入(4)式中的第一式,可以得到如下线性方程组

$$[G]\{C\} = \{U\} \tag{6}$$

式中:$[G]$ 为系数矩阵;$\{C\}$ 为待定系数列向量,此二项分别描述如下

$$[G] = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3 y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4 y_4 \end{bmatrix}$$

$$\{C\} = [c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4]^T$$

由(6)式可求出待定系数为

$$\{C\} = [G]^{-1}\{U\} \tag{7}$$

将(7)式代入(4)式得

$$[N_{0x}] = [1 \quad x \quad y \quad xy][G]^{-1}$$

$$[N_{0y}] = [1 \quad x \quad y \quad xy][G]^{-1}$$

同时根据边界条件可得到

$$[G]\{A\} = \beta[H_1]\{C\} \tag{8}$$

式中:$[G]$ 和 $[H]$ 均为系数矩阵,$\{A\}$ 和 $\{C\}$ 为待定系数矩阵,$\beta = 2(1+\mu)\rho/E$,$\mu$、$\rho$ 和 $E$ 分别为桑泊比、密度和弹性模量。$\{A\}$ 和 $[H_1]$ 可表示如下

万方数据

$$\{A\} = [A_1 \quad A_2 \quad A_3 \quad A_4]^T$$

$$[H_1] = \begin{bmatrix} \left(\frac{x_1^2}{4a_1} + \frac{y_1^2}{4}\right) & \left(\frac{x_1^3}{12a_1} + \frac{x_1y_1^2}{4}\right) & \left(\frac{x_1^2y_1}{4a_1} + \frac{y_1^3}{12}\right) & \left(\frac{x_1^3y_1}{12a_1} + \frac{x_1y_1^3}{12}\right) \\ \left(\frac{x_2^2}{4a_1} + \frac{y_2^2}{4}\right) & \left(\frac{x_2^3}{12a_1} + \frac{x_2y_2^2}{4}\right) & \left(\frac{x_2^2y_2}{4a_1} + \frac{y_2^3}{12}\right) & \left(\frac{x_2^3y_2}{12a_1} + \frac{x_2y_2^3}{12}\right) \\ \left(\frac{x_3^2}{4a_1} + \frac{y_3^2}{4}\right) & \left(\frac{x_3^3}{12a_1} + \frac{x_3y_3^2}{4}\right) & \left(\frac{x_3^2y_3}{4a_1} + \frac{y_3^3}{12}\right) & \left(\frac{x_3^3y_3}{12a_1} + \frac{x_3y_3^3}{12}\right) \\ \left(\frac{x_4^2}{4a_1} + \frac{y_4^2}{4}\right) & \left(\frac{x_4^3}{12a_1} + \frac{x_4y_4^2}{4}\right) & \left(\frac{x_4^2y_4}{4a_1} + \frac{y_4^3}{12}\right) & \left(\frac{x_4^3y_4}{12a_1} + \frac{x_4y_4^3}{12}\right) \end{bmatrix} \tag{9}$$

由(7)式可以得到

$$\{A\} = \beta[G]^{-1}[H_1][G]^{-1}\{U\} \tag{10}$$

令$[F] = [G]^{-1}[H_1][G]^{-1}$,则可以得到

$$[N_{2x}] = \beta[1 \quad x \quad y \quad xy][F] - \beta\left[\left(\frac{x^2}{4a_1} + \frac{y^2}{4}\right)\cdot \left(\frac{x^3}{12a_1} + \frac{xy^2}{4}\right)\left(\frac{x^2y}{4a_1} + \frac{y^3}{12}\right)\left(\frac{x^3y}{12a_1} + \frac{xy^3}{12}\right)\right][G]^{-1} \tag{11}$$

同理可以求得

$$[N_{2y}] = \beta[1 \quad x \quad y \quad xy][T] - \beta\left[\left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4a_1}\right)\cdot \left(\frac{x^3}{12} + \frac{xy^2}{4a_1}\right)\left(\frac{x^2y}{4} + \frac{y^3}{12a_1}\right)\left(\frac{x^3y}{12} + \frac{xy^3}{12a_1}\right)\right][G]^{-1} \tag{12}$$

式中:$[T] = [G]^{-1}[H_2][G]^{-1}$;$a_1 = 2/(1-\mu)$;$a_2 = (1+\mu)/(1-\mu)$;$\beta = 2(1+\mu)$,$\rho/E$ 将(9)式中各元素括号内加号前分母中的 $a_1$ 移至加号后分母中即可构成$[H_2]$式。

将$[N_{0x}]$、$[N_{0y}]$和$[N_{2x}]$、$[N_{2y}]$代入(5)式即构成以任意四边形单元的动态形函数的隐式表示形式。

### 3.2　刚度矩阵的形成

动态单元质量矩阵$[M]^e$ 从动力有限单元法知道单元质量矩阵的表达式为

$$[m]^e = \rho\int_v [N]^T[N]\mathrm{d}v$$

也可以采用集中质量法来计算。

动态单元刚度矩阵

$$[K]^e = \int_v [B]^T[D][B]\mathrm{d}v$$

展开式为

$$[K]^e = [K_0]^e + \omega^4[K_4]^e$$

其中

$$[K_0]^e = \int_v [B_0]^T[D][B_0]\mathrm{d}v;$$

$$[K_4]^e = \int_v [B_2]^T[D][B_2]\mathrm{d}v$$

当按照动态有限单元法构造出零阶动态形函数和高阶形函数后,可按上述方法建立起零阶动态单元刚度矩阵$[K_0]^e$(常规单元刚度矩阵)和高阶动态单元刚度矩阵$[K_4]^e$。计算以上各式后按照结点自由度组集成结构的总的零阶刚度矩阵(常规总刚度矩阵)和零阶质量矩阵及高阶刚度矩阵和高阶质量矩阵。

### 3.3　地基系统振动微分方程的求解

地基系统的振动方程为

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = -[M]\{1\}\{\ddot{\delta}_g(t)\} = -\{E_x\}\ddot{U}_g(t) - \{E_y\}\ddot{U}(t) = \{F(t)\} \tag{13}$$

式中:$[M]$、$[C]$、$[K]$ 分别为整体质量矩阵、整体阻尼矩阵、整体刚度矩阵;对阻尼矩阵$[C]$采用加利福尼亚大学的计算方法,单元的阻尼矩阵为

$$[C]_i = \alpha_i = [M]_i + \beta[K]_i$$

$$\alpha_i = D_i w;\ \beta_i = D_i/w \tag{14}$$

式中:$[C]_i$、$[M]_i$、$[K]_i$ 分别为 $i$ 单元的阻尼矩阵、质量矩阵、刚度矩阵;$D_i$ 为单元的阻尼系数,是单元动剪应变和平均应力的函数;$w$ 为整个地基土层的第一振型自振频率(基本圆周频率),当地基土层水平,每一层土的厚度、质量密度及剪切模量分别为 $h_i$、$\rho_i$、$G_i$ 时,$w$ 近似按下式计算

$$w = \frac{\pi}{2\sum h_i}\left(\frac{\sum h_iG_i}{\sum h_i\rho_i}\right) \tag{15}$$

由单元阻尼矩阵$[C]_i$ 叠加得到整体阻尼矩阵$[C]$。为了改进线性加速度的收敛性,采用 wilson－$\theta$ 逐步积分法,即假定在时间间隔 $\theta\Delta t$ 内加速度随时间呈线性变化($\theta>1$),求解动力平衡方程,$\theta$ 为该差分

万方数据

法使用的参数，一般 $\theta$ 取 1.37～2.7。

## 4 算例分析

笔者用编写的地基振动系统对地震的响应的动态有限元程序 SRDFEM，在西部国际广场地震安全性评价中，进行了地震响应分析，并与一维地震反应分析软件 ESE 的计算结果对比，结果表明本地震响应分析的动态有限元程序是较可靠合理的，具有一定的优越性。

首先，采用三角级数迭加法人工合成基岩地震动，下面给出 50 年超越概率为 63% 的人工合成基岩加速度时程作为地震动输入，用一维地震反应分析软件 ESE 计算的结果如图 2。

然后，用动态有限元计算时，取二维计算模型长 198 m，宽 84 m，划分四边形单元共 8 316 个，节点 8 500个，动弹性模量采用的是双曲线模型、动剪切模量和阻尼比采用的是双曲线模型，用编写的动态有限元程序 SRDFEM 分析在 50 年超越概率为 63%的人工合成基岩加速度输入下，得到计算模型中点的地面加速度时程如图 3。

从以上两种方法的计算结果我们可以看出：地面加速度时程形状基本一致，平均峰值加速度相差不大；就最大加速度来说，二维动态有限元分析结果比一维地震反应分析软件 ESE 的分析结果要小 10%左右，这与时间间隔 $\Delta t$ 的取值有关，由于计算机容量和速度有限，动态有限元程序 SRDFEM 中 $\Delta t$ 取 0.1 s(略为卓越周期的四分之一)，有可能漏掉一些有价值的计算值，因为人工边界和空隙水压力模型的选取与实际有些差距，致使计算结果有偏大或偏小的可能。

## 5 结论

(1) 在 Wilson－$\theta$ 积分中，只要 $\theta>1.37$，其计算肯定收敛，$\Delta t$ 取得太小会使计算量变得很大，取得太大会漏掉一些有用的计算值，一般取卓越周期的 1/4～1/8 时较合适。

(2) 动态形函数的构造对分析结果的影响很大，要注意形函数的构造精度。

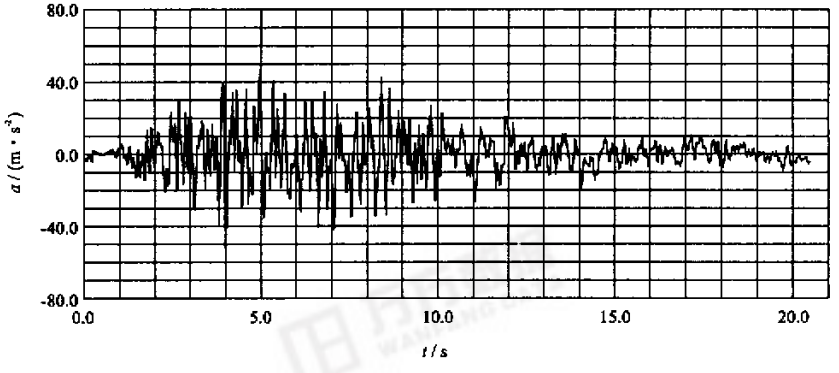



图 2 场地地面加速度时程(63%)

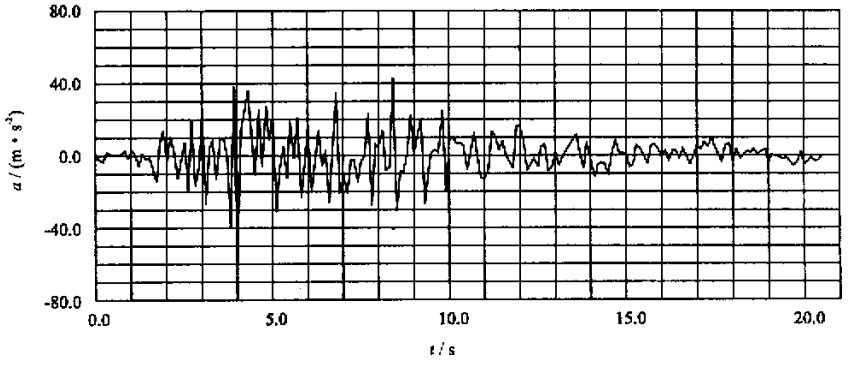



图 3 场地地面加速度时程(63%)

万方数据

(3) 地基振动系统的自振频率 $\omega$ 的选取是很重要的,但是,对地基这样一个复杂系统来说,$\omega$ 的选取只可能采用简化方法。

(4) 二维动态有限元程序 SRDFEM 求解地基土的地震响应结果和一维地震反应分析软件 ESE 计算结果很接近,理论上更合理、更有效。

(5) 孔隙水压力在地震过程中是变化的,其变化模型值得进一步研究。

[ 参 考 文 献 ]

[1] 胡志平. 场地地震响应的动态分析研究[D]. 西安:长安大学 2001.6.

[2] 张克绪,谢君斐. 土动力学[M]. 北京:地震出版社,1989.

[3] 黄克中,毛善培. 随机方法与模糊数学应用[M]. 上海:同济大学出版社,1987.

[4] 赵雷,陈虬. 动态随机有限元法[J]. 地震工程与工程振动,1998,18(1).

[5] 林家浩. 非平稳随机地震响应的精确高效算法[J]. 地震工程与工程振动,1993,13(1).

[6] Glenn J Rix, Carlo G Lai, A Wesley Spang Jr. In Situ Measurement of Damping Ratio Using Surface Waves[J]. JOURNAL OF GEOTECHNICAL AND GEOENVIRONMENTAL ENGINEERING, MAY 2000.

[7] Stuttgart, Germany W, Schiehlen, et al. Berlin: Nonlinear dynamics in engineering systems[M]. IUTAM symposium, New York: Springer-Verlag, 1990.

# APPLICATION OF DYNAMIC FINITE ELEMENT IN THE SEISMIC RESPONSE ANALYSIS OF FREE SITE

HU Zhi-ping[1], LUO Li-juan[2], LIU Chun-ling[3]

(1. *Dept. of Geotechnical Engineering, Tongji University, ShangHai* 200092, *China*;
2. *Dept. of Construction Engineering, Petroleum University, DongYing* 257061, *China*;
3. *Dept. of Geological Engineering, Chang'an University, Xi'an* 710054, *China*)

**Abstract**: The popular method of seismic response analysis includes one-dimensional seismic analysis and two-dimensional dynamic finite element method. Whereas, both of them can't take into account of the influence of vibration to shape function. It this paper, the detailed procedure of analyzing free site seismic response with SRDFEM is provided. The example proved SRDFEM is better than the other seismic response analysis methods. The theoretical significance and practice value is obvious.

**Key words**: Free Site; Seismic Response; Dynamic Finite Element

(上接第 24 页)

# ON SYSTEM OF CLASSIFLYING AND FORMATION OF NATURAL TOURIST RESOURCES

DING Hua, GUO Wei, DONG Ya-juan

(*School of Earth Science and Land Resources, Chang'an University, Shaanxi Xi'an* 710054, *China*)

**Abstract**: Natural tourist resource is an important part of tourist resources. The writers in the thesis put forward classification system of natural tourist resources according to the origin, material base, and attribution. At the same time, the authors discuss the formation of the tourist resources in the view of circle layer of earth, natural environment and geological process, etc.

**Key words**: natural tourist resources; system of classifying; formation

万方数据