

②  
5-8, 23

GPS, 双差解, .RATIO 相位偏差搜索

## GPS 双差解的 RATIO 定义及作用

桑吉章

刘经南

P228

**【摘要】** 本文分析研究随机 GPS 基线向量处理软件 Trimvec(Trimble 4000 系列接收机随机软件)和 GPPS(Ashtech 系列接收机随机软件)中双差解质量因子 ratio 的定义和作用。

**【Abstract】** The quality factor RATIO in GPS double difference solution is discussed in this paper. RATIO is used as a quality factor of baseline processing result in TRIMVEC and GPPS (baseline processing softwares corresponding with Trimble and Ashtech GPS receivers respectively). The strict definition of RATIO is given according to theory of statistical analysis. The effect of RATIO on evaluating processed baseline result and refinement of baseline result are described with practical examples.

## 1 引言

GPS 差分模型可以有效地消除或大大削弱各项系统偏差的影响,因而是目前 GPS 相位观测数据基线向量处理软件中的主导模型。当能正确修补相位周跳并准确求定初始整周未知数时,便可得到精密的相对定位成果。

国内目前引进的大地型 GPS 接收机多数为 Trimble 4000 系列和 Ashtech 系列接收机,基线向量解算时利用各自的随机处理软件 Trimvec 和 GPPS 进行。该两软件都采用差分模型,初始整周未知数的确定均采用偏差搜索技术。

本文首先给出 GPS 相位双差解算模型,进而详细讨论了初始整周未知数偏差搜索技术以及评价搜索质量的因子 ratio 的定义,最后讨论了 ratio 值在基线处理结果评定中的作用。

## 2 GPS 相位观测值双差处理原理

GPS 载波相位观测方程可表示为:

$$\varphi_r = \varphi_1 + f_r \delta t - f' \delta t + \frac{f_r}{c} (\rho_1 + \Delta) + N_0 + \varepsilon_r \quad (1)$$

式中:  $t, T$  分别为接收机钟时间和对应的 GPS 标准时间;

$\delta t = T - t$  为接收机钟差;

$f_r, f'$  分别为接收机和卫星的信号频率;

$c$  为光速;

$\rho_1$  为观测时刻  $t$  接收机至卫星的距离;

$\Delta$  为信号传播延迟;

$N_0$  为初始相位整周未知数;

$$\varphi = \varphi'(R) - \varphi'(s) = [\varphi^0(R) + f_R(t - t_0)] - [\varphi^0(s) + f^s(t - t_0)]$$

式中:  $t_0$  为最初的接收时间,  $\varphi^0$  为初相。

$\varphi$  为理想观测值;  $e_i$  为观测噪声。

于是可得站星双差相位观测方程

$$\begin{aligned} DD\lambda_{i,j_1}^s(t_i) &= \frac{f_1}{c}(\rho_{i,j_1}^{s_2} - \rho_{i,j_1}^{s_1} + \Delta\rho_{i,j_1}^{s_2} - \Delta\rho_{i,j_1}^{s_1}) \\ &\quad - \frac{f_2}{c}(\rho_{i,j_2}^{s_2} - \rho_{i,j_2}^{s_1} + \Delta\rho_{i,j_2}^{s_2} - \Delta\rho_{i,j_2}^{s_1}) + N\lambda_{i,j_1}^{s_2} + e_{\lambda_{i,j_1}^s}(t_i) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } \left. \begin{aligned} N\lambda_{i,j_1}^{s_2} &= N\lambda_{i,j_1}^{s_2} - N\lambda_{i,j_1}^{s_1} + N\lambda_{i,j_1}^{s_1} - N\lambda_{i,j_1}^{s_1} \\ e_{\lambda_{i,j_1}^s}(t_i) &= e_{\lambda_{i,j_1}^{s_2}}(t_i) - e_{\lambda_{i,j_1}^{s_1}}(t_i) + e_{\lambda_{i,j_1}^{s_1}}(t_i) - e_{\lambda_{i,j_1}^{s_1}}(t_i) \end{aligned} \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

$t_i$  为观测历元时间;  $s_1, s_2$  为卫星号;  $R, R_2$  为测站号

以站间基线向量坐标

$$\begin{aligned} \vec{b} &= (X_{s_2} - X_{s_1}, Y_{s_2} - Y_{s_1}, Z_{s_2} - Z_{s_1})^T \\ &= (\Delta X_{s_1, s_2}, \Delta Y_{s_1, s_2}, \Delta Z_{s_1, s_2})^T \end{aligned} \quad (4)$$

为平差未知数, 将式(2)线性化得:

$$\begin{aligned} DD\lambda_{i,j_1}^s(t_i) &= \left( \frac{f_1}{c} \sec^2 \frac{\omega_1}{2} \cdot \vec{u}_2 - \frac{f_2}{c} \sec^2 \frac{\omega_2}{2} \cdot \vec{u}_2 \right)_i \cdot \vec{b} \\ &\quad + N\lambda_{i,j_1}^{s_2} + \frac{f_1}{c}(\Delta\rho_{i,j_1}^{s_2} - \Delta\rho_{i,j_1}^{s_1}) - \frac{f_2}{c}(\Delta\rho_{i,j_2}^{s_2} - \Delta\rho_{i,j_2}^{s_1}) + e_{\lambda_{i,j_1}^s}(t_i) \end{aligned} \quad (5)$$

式中:  $\omega^s$  为卫星对两测站的张角;  $\vec{u}_2$  为两测站至  $s_2$  卫星的单位向量平均值。

将式(5)写成误差方程有:

$$V\lambda_{i,j_1}^s(t_i) = \vec{B}\lambda_{i,j_1}^s(t_i) \cdot \delta\vec{X}_{s_1, s_2} + \delta N\lambda_{i,j_1}^{s_2} - L\lambda_{i,j_1}^s(t_i) \quad (6)$$

式中:

$$\vec{B}\lambda_{i,j_1}^s(t_i) = \left( \frac{f_1}{c} \sec^2 \frac{\omega_1}{2} \vec{u}_2 - \frac{f_2}{c} \sec^2 \frac{\omega_2}{2} \vec{u}_2 \right)_i \quad (7)$$

$$\delta\vec{X}_{s_1, s_2} = \vec{b} - \vec{b}^0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \delta N\lambda_{i,j_1}^{s_2} &= N\lambda_{i,j_1}^{s_2} - N\lambda_{i,j_1}^{s_1} \\ L\lambda_{i,j_1}^s(t_i) &= DD\lambda_{i,j_1}^s(t_i) - \frac{f_1}{c}(\Delta\rho_{i,j_1}^{s_2} - \Delta\rho_{i,j_1}^{s_1}) + \frac{f_2}{c}(\Delta\rho_{i,j_2}^{s_2} - \Delta\rho_{i,j_2}^{s_1}) \\ &\quad - \vec{B}\lambda_{i,j_1}^s(t_i) \cdot \vec{b}^0 - N\lambda_{i,j_1}^{s_1} \end{aligned} \quad (9)$$

上标“0”表示近似值。

有了误差方程就不难组成法方程并解算之。

### 3 初始整周未知数偏差搜索及 ratio 的定义

基线解算时,  $\delta N\lambda_{i,j_1}^{s_2}$  为初始整周未知数近似值  $N\lambda_{i,j_1}^{s_2,0}$  的改正数, 相对于  $N\lambda_{i,j_1}^{s_2,0}$  来说,  $\delta N\lambda_{i,j_1}^{s_2}$  已为一小量, 因而被称为初始整周未知数的偏差, 简称整周偏差。以下讨论时简记为  $\delta N$ 。

当  $\delta N$  作为未知数一并求解时,  $\delta N$  的平差值将为一实数, 这样的基线向量解算结果就称为实数双差解, 或称为浮动双差解(double float solution)。

理论上  $\delta N$  应为整数, 如果以某种方法将浮动双差解所得的  $\delta N$  值固定为整数, 进一步求解时不再视  $\delta N$  为参数而只求解基线向量坐标, 这样的结果就称为整数双差解或固定双差解(double fixed solution)。如果  $\delta N$  被正确地确定为整数, 则固定双差解将优于浮动双差解。问

题在于如何可靠地将实数  $\delta N$  确定为整数。

现行数据处理时,通常采用整周偏差搜索技术。其思想讨论如下。

设测站 1,2 上同步观测了两小时,观测情况及数据量如图 1 所示。浮动双差解算得到的整周偏差值列于表 1。其中以 17 号卫星为基星。

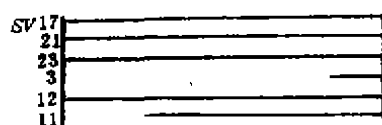


图 1 卫星观测情况示意图

表 1 双差浮动解所得的  $\delta N$  及其 Int 值

与基星 17 组成双差的星	$\delta N$ (周)	Int( $\delta N$ )(周)
21	-0.097	0
23	-0.006	0
3	1.609	2
12	-0.106	0
11	-0.189	0

搜索在  $\delta N$  取整后的某一区域内进行,该区域可定义为  $\{\text{Int}(\delta N) - n, \text{Int}(\delta N) + n\}$ ,其中  $n$  为正整数,Int( $\delta N$ )为  $\delta N$  的取整值。

每一卫星对都有一搜索域,当从各卫星对的搜索域中取一值组成一组  $\delta N$  的整数,即为一种搜索。显然搜索结果是多种的。当各卫星对的搜索域中  $n$  都取同一值,有  $m$  颗卫星时,则将有  $(2n+1)^{(m-1)}$  种搜索结果。对表 1 来说,如令  $n=1$ ,则有 243 种搜索结果, $n=2$  时有 3125 种搜索结果。对表 1 所列数据作三种搜索,搜索结果列于表 2。显然第一种搜索为最直观的搜索,即就以表 1 中的 Int( $\delta N$ ) 为结果。第二种搜索使  $\delta N^{17,21}$  和  $\delta N^{17,11}$  各偏离相应的 Int( $\delta N$ ) - 1,第三种搜索使  $\delta N^{17,12}$  偏离 Int( $\delta N^{17,12}$ ) - 1。

表 2 整周偏差搜索例

与 17 号卫星组成双差的星	$n_1$	由 $n_1$ 确定的 Int( $\delta N$ )	$n_2$	由 $n_2$ 确定的 Int( $\delta N$ )	$n_3$	由 $n_3$ 确定的 Int( $\delta N$ )
21	0	0	-1	-1	0	0
23	0	0	0	0	0	0
3	0	2	0	2	0	2
12	0	0	0	0	-1	-1
11	0	0	-1	-1	0	0

多种搜索结果以哪一种为最佳,用什么方法确定各种搜索结果可靠与否并排列出所有搜索结果的优劣次序。为此引进数理统计中的  $\chi^2$  检验对各种搜索结果进行置信检验。

不难理解, $\delta N$  实为其理论值(整数)的观测值,如果以某种搜索结果得到了  $\delta N$  的理论值或与理论值相距甚近,则以搜索结果代入误差方程(6)(同时代入浮动解所得的基线向量坐标未知数平差值  $\delta x, \delta y, \delta z$ ), $V^T P V$  值将不再受整周未知数的影响,并且可通过  $\chi^2$  检验。这就是说,不同的搜索结果的效果将直接反映在  $V^T P V$  值上。

如果某一种搜索所对应的  $V^T P V$  值通过  $\chi^2$  检验,则可认为这种搜索结果是有效搜索并作为最终有可能被选用的候选结果之一。将所有候选结果按  $V^T P V$  值大小从小到大排序得:

$$(V^T P V)_1, (V^T P V)_2, \dots, (V^T P V)_k$$

其中  $(V^T P V)_1$  最小,  $(V^T P V)_2$  次之,  $(V^T P V)_k$  是所有候选结果中  $(V^T P V)$  最大的一个,  $k$  即为候选结果的个数。

定义整周偏差搜索的质量因子 ratio 如下:

$$\text{ratio} = \frac{(V^T P V)_2}{(V^T P V)_1} \quad (10)$$

则 ratio 越大,表明  $(V^T P V)_1$  所对应搜索结果的可信度越高,当 ratio 值大于某一额定数值时,可认为  $(V^T P V)_1$  对应的搜索结果为成功的对理论值的搜索。事实上,各  $\delta N$  只有一个理论值,其余搜索结果对应的  $V^T P V$  值将显著地大于正确的搜索结果的  $V^T P V$ ,即使是  $(V^T P V)_2$  也不例外。反过来,若  $(V^T P V)_1$  与  $(V^T P V)_2$  接近,则表明两种搜索结果效果相近,均与理论值对应的  $V^T P V$  有相差较大,均是不可信的,其余的更是如此。

根据研究, ratio 值大于 3(基线较长时大于 2)时可认为  $(V^T P V)_1$  对应的搜索结果是正确的,从而可将这一搜索结果作为  $\delta N$  的正确值在进一步处理时固定不变而得到固定双差解。

对于表 2 列出的三种搜索结果,各自的  $V^T P V$  值分别为:

$$1.17917, \quad 8.72500, \quad 10.62827$$

从而  $\text{ratio} = 7.40$

因而在双差固定解处理时,各  $\delta N$  分别取为 0, 0, 2, 0, 0, 不再求解,并且认为该固定双差解结果优于浮动双差解结果。

由以上讨论可知, ratio 值的确定方法如下:

1. 进行双差浮动解处理得  $\delta N$ ;
2. 在搜索区域  $[\text{Int}(\delta N) - \pi, \text{Int}(\delta N) + \pi]$  内作  $\delta N$  的理论值的搜索,并计算各种搜索的  $V^T P V$ ;

3. 以  $1 - \alpha = 0.95$  为置信度 ( $\alpha = 0.05$ ), 以  $V^T P V$  为统计量, 当

$$x_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot \sigma^2 < V^T P V < x_{\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot \sigma^2$$

时认为该种搜索是候选搜索之一。其中  $\sigma^2$  为先验方差, 此外可用浮动双差处理的  $\hat{\sigma}^2$  代替,  $x^2$  值可根据自由度  $f$  (多余观测数) 和  $\alpha$  值由  $x^2$  分别查表得。

4. 将各候选结果的  $V^T P V$  值从小到大排列按式 (10) 计算 ratio 值以判定  $(V^T P V)_1$  对应的搜索是否正确。

#### 4 ratio 值在基线处理结果评定中的作用

ratio 值作为评价整周偏差搜索是否成功的指标是有效的。短基线下应能准确求定整周偏差, 故应有较大 ratio 值。若数据质量欠佳且周跳修复有误, 则难于成功地确定整周偏差, 此时 ratio 值将较小, 多数情况下略大于 1, 小于 2, 表 3 列出了基线长度与 ratio 的关系, 当 ratio 值大于其低限时, 绝大多数情况下表明整周偏差搜索是成功的。

表 3 中、短基线的 ratio 限值

基线长度 (km)	ratio 低限值
0—10	3.0
10—20	2.8
20—30	2.6
30—40	2.4

下面以 GPS 基线向量环闭合差的减小为例来说明 ratio 值在基线处理结果评定中的作用。表 4 列出了某同步三角形各基线处理结果、ratio 值及坐标增量闭合差和全长相对闭合差。不难发现, 基线 2-3、3-1 的 ratio 值小于 2, 这两条基线有待精化处理。经精化处理后, 该两基线的双差固定解 ratio 值均大于 2, 再求坐标增量闭合差和全长相对闭合差分别为  $\omega_1 = 0.011\text{m}$ ,  $\omega_2 = 0.011\text{m}$ ,  $\omega_3 = 0.009\text{m}$ ,  $\omega_4 = 0.43\text{ppm}$ 。

(下转第 23 页)

特征的子像元精度位置提取高程信息,其结果列在表 1 中。

表 1 特征匹配高程精度

检查 点数	非子像元匹配		子像元匹配	
	中误差	最大误差	中误差	最大误差
83	±3.21 米	10.3 米	±2.14 米	±8.6 米
	0.61 像元	2.1 像元	0.4 像元	1.7 像元

从表 1 中数据可知,按上述方法,用具有子像元精度的特征进行匹配的精度高于不用子像元精度的特征匹配的结果。精度从 ±3.21 米提高为 ±2.14 米,1 米精度的提高完全是在其它条件不变,仅仅是采用具有子像元精度的特征位置得来的,而不是什么凑整误差造成的。

这种无需重采样,又不增加计算机存储量就能使特征匹配的精度有所提高的做法,是一个有实用价值的方法。在计算机视

觉中能迅速提供特征的三维信息。

## 参 考 文 献

- 1 A Huertas and G Medioni. Detection of Intensity Changes with Subpixel Accuracy Using Laplacian — Gaussian Masks. IEEE Transactions on pattern analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(5): 651—664
- 2 Zhixiang Xu. A Further study on Error probabilities of Laplacian — Gaussian Edge Detection. The 8th International Conference and the pattern Recognition, 1986.
- 3 J S Chen and G Medioni. Detection, Localization, and Estimation of Edges. IEEE Trans. pattern Anal. and Machine Intell. 1989, 11(2): 191—198

(上接第 8 页)

表 4 同步三角形双差固定解结果及闭合差

基线名	$\Delta X(m)$	$\Delta Y(m)$	$\Delta Z(m)$	$s(m)$	ratio
1—2	8521.803	751.725	4853.130	9835.603	3.69
2—3	7599.194	8290.713	-7412.184	13459.350	1.23
3—1	-16120.871	-9042.322	2559.042	18659.978	1.03
闭合差	$\omega_x = 0.126$	$\omega_y = 0.116$	$\omega_z = 0.045$	$\omega_s = 4.2(ppm)$	/

上述结果表明,短基线双差固定解的 ratio 值若小于 2,经精化处理能使其增大至大于 2,则闭合差将显著减小。因而 ratio 值在成果质量评定中可用于鉴定有待改进的解算结果。

## 5 结 论

本文从 GPS 双差处理模型出发,分析研究了 GPS 基线处理软件中初始整周未知数偏差搜索技术,给出了评定搜索质量的质量因子 ratio 的严格定义,并通过实例说明 ratio 值在成果质量评定及精化成果方法中的应用。这对于正确使用、理解商用 GPS 基线处理软件 Trimvec 和 GPPS 很有价值,也值得我们在编制实用软件时借鉴。

## 参 考 文 献

- 1 武汉测绘科技大学空间大地测量教研室. GPS 卫星定位原理. 武汉测绘科技大学, 1990.
- 2 Trimvec-Plus GPS Survey Software, User's Manual and Technical Reference Guide, 1990.